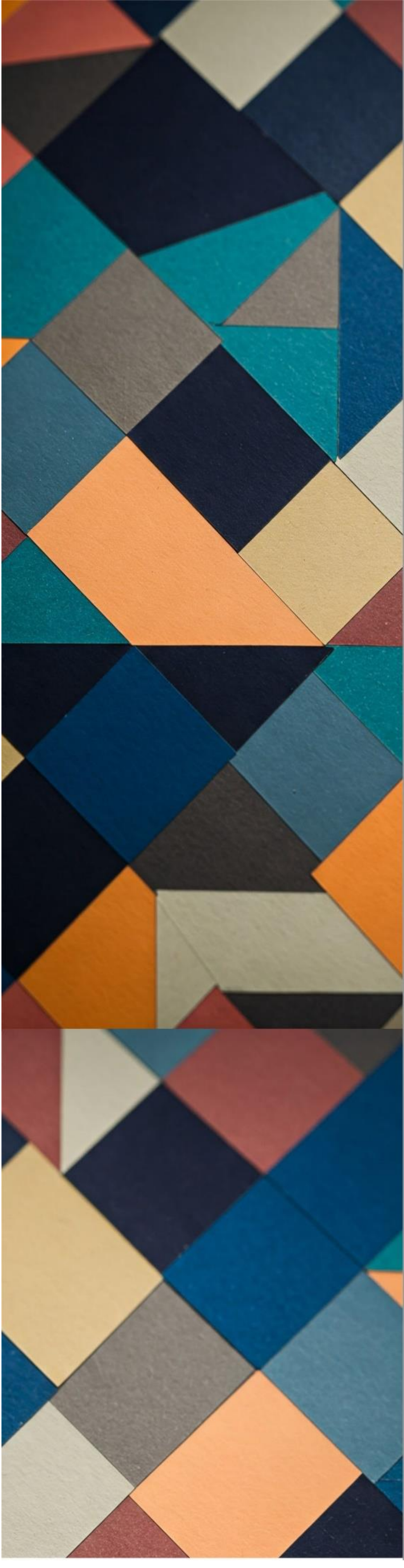


USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE ÁREAS E PERÍMETROS DOS QUADRILÁTEROS

Jamir Alexandre Ferreira Fernandes
Cínthia Cunha Maradei Pereira
Fábio José da Costa Alves
Pedro Franco de Sá

2025

FERNANDES, Jamir Alexandre Ferreira; PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei; ALVES, Fábio José da Costa; SÁ, Pedro Franco de. Uso do GeoGebra no Ensino de Áreas e Perímetros dos Quadriláteros. Produto Educacional da disciplina de Tecnologias de Informática no Ensino de Matemática, apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, no Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2024.

ISBN: 978-65-5291-014-1 https://doi.org/10.5281/zenodo.18437070

Ensino de Matemática; Geometria Plana; Software Educativo; GeoGebra.

APRESENTAÇÃO

É com grande satisfação que apresentamos o livro "Uso do GeoGebra no Ensino de Áreas e Perímetros de Quadriláteros". Esta obra foi idealizada no contexto do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática do Centro de Ciências Sociais e Educação da Universidade do Estado do Pará – UEPA, no curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, da disciplina Tecnologias de Informática no Ensino de Matemática, fruto de um trabalho coletivo que busca inovar e aprimorar o processo de ensino-aprendizagem da geometria plana.

O principal objetivo desta obra é fornecer aos educadores e estudantes de matemática uma ferramenta eficaz para o ensino das áreas e perímetros de quadriláteros. Utilizando o software GeoGebra, o livro oferece uma abordagem dinâmica e interativa que facilita a compreensão dos conceitos geométricos através de visualizações gráficas e manipulações diretas.

O conteúdo do livro conta com uma introdução ao GeoGebra e como usá-lo, a definição de quadriláteros e suas propriedades, a fórmula para calcular suas áreas e perímetros. Como método de ensino, além de exercícios para fazer em sala de aula, também temos atividades interativas para praticar e aprender, além de citar as vantagens de se usar tecnologias em sala de aula e os benefícios de usar o GeoGebra, como, interatividade, visto que os alunos podem ver e manipular as formas geométricas, visualização, pois isso facilita a compreensão de conceitos geométricos por meio de representações gráficas, e, exploração, pois permite experimentar com diferentes formas e tamanhos, e, ao mesmo tempo, observar os efeitos nas áreas e nos perímetros.

Este livro é destinado a professores de matemática, estudantes de licenciatura e pós-graduação em ensino de matemática, bem como a todos os interessados em métodos inovadores de ensino da geometria.

Agradecemos ao programa de pós-graduação em Ensino de Matemática pelo apoio e incentivo na idealização deste projeto. Esperamos que esta obra contribua significativamente para o desenvolvimento do ensino de geometria e inspire educadores a adotarem tecnologias digitais em suas práticas pedagógicas.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	5
2.	USO DE APLICATIVOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	6
2.1.	A Importância da Tecnologia na Educação	6
2.2.	Vantagens do Uso de Aplicativos no Ensino de Matemática	8
2.3.	Introdução ao GeoGebra	9
2.3.1.	O que é o GeoGebra e como baixá-lo	9
2.3.2.	Instalação do GeoGebra	10
2.3.3.	Principais funcionalidades do GeoGebra	10
2.3.4.	Interface do usuário: Navegando pelo GeoGebra	11
3.	GEOMETRIA PLANA: ÁREAS E PERÍMETROS DOS QUADRILÁTEROS	13
3.1.	Definição de Geometria Plana	13
3.2.	Conceitos Básicos de Quadriláteros	16
3.3.	Tipos de Quadriláteros: Quadrado, Retângulo, Trapézio e Losango	17
3.4.	Fórmulas de Área e Perímetro dos Quadriláteros e Alguns Cálculos	18
4.	SEQUÊNCIA DIDÁTICA: ÁREAS E PERÍMETROS DOS QUADRILÁTEROS	20
4.1.	Objetivos Educacionais das Atividades	21
4.2.	Introdução aos Quadriláteros com GeoGebra	22
4.3.	Explorando Áreas e perímetros de Quadriláteros com GeoGebra	22
4.3.1.	Quadrado	23
4.3.1.1.	Orientações ao professor	25
4.3.2.	Retângulo	26
4.3.2.1.	Orientações ao professor	28
4.3.3.	Losango	28
4.3.3.1.	Orientações ao professor	30
4.3.4.	Paralelogramo	32
4.3.4.1.	Orientações ao professor	34
4.3.5.	Trapézio	35
4.3.5.1.	Orientações ao professor	36
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	38

REFERÊNCIAS 40

1. INTRODUÇÃO

A educação vem passando por transformações significativas com o rápido avar da tecnologia. Entre os recursos que têm revolucionado a forma como se ensina e se aprende matemática, destacam-se os aplicativos educacionais. Estes conseguem proporcionar uma abordagem interativa e dinâmica, proporcionando novas maneiras de engajar alunos, permitindo que conceitos abstratos se tornem mais acessíveis e compreensíveis.

Este livro explora o uso de aplicativos no ensino da matemática, destacando como essas ferramentas podem ser utilizadas para enriquecer a experiência de aprendizagem. Tem como ênfase o ensino de geometria plana através do GeoGebra, um dos mais poderosos e versáteis softwares educativos disponíveis. É um aplicativo computacional livre que combina geometria e álgebra em uma plataforma integrada, facilitando a visualização e a exploração dos conceitos geométricos de maneira intuitiva e interativa. Por ser desenvolvido em linguagem Java pode ser utilizado em várias plataformas.

Ao longo dos capítulos, apresentaremos uma série de estratégias e práticas pedagógicas que utilizam o GeoGebra para ensinar conceitos de geometria plana. Discutiremos como essa ferramenta pode ser empregada para fomentar um aprendizado ativo, onde os alunos serão incentivados a investigar, descobrir e construir seu próprio conhecimento. Abordaremos também os benefícios de integrar a tecnologia no ensino da matemática, destacando como o GeoGebra pode ajudar a desenvolver habilidades de pensamento matemático, raciocínio lógico e resolução de problemas.

Além disso, este livro oferece atividades que podem ser implementadas em sala de aula, proporcionando aos educadores um guia prático para incorporar essa ferramenta em seus currículos. Nosso objetivo é capacitar professores para utilizarem essa tecnologia de forma eficaz, contribuindo para uma educação matemática mais envolvente e significativa.

Por conseguinte, ao se explorar o potencial dos aplicativos educacionais no ensino da matemática, esperamos não apenas enriquecer a prática pedagógica, mas também inspirar uma nova geração de estudantes a se apaixonar pela matemática, visto que é uma disciplina que tende a causar medo e aversão por ser uma ciência abstrata e de alto grau de generalização e dificuldade. A matemática, muitas vezes vista como uma disciplina desafiadora, pode se tornar acessível e envolvente quando aliada à tecnologia, abrindo portas para um futuro em que todos os alunos tenham a oportunidade de se destacar. Convidamos você a embarcar nesta jornada de descoberta e inovação, para explorar um mundo de possibilidades onde a geometria plana se torna viva e tangível através do uso do GeoGebra.

2. O USO DE APLICATIVOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O uso de aplicativos no ensino de matemática tem se tornado cada vez mais comum, refletindo uma integração da tecnologia no ambiente educacional. A tecnologia oferece uma gama de recursos que podem transformar a maneira como os estudantes aprendem matemática, tornando o processo mais interativo, acessível e personalizado.

Primeiramente, os aplicativos de matemática permitem uma aprendizagem personalizada. Diferentes estudantes têm diferentes estilos de aprendizado e níveis de compreensão. Aplicativos como Régua e Compasso, Photomath e GeoGebra (objeto de estudo deste livro), podem oferecer lições e exercícios que se adaptam ao ritmo do aluno, fornecendo retorno imediato e permitindo que cada estudante avance de acordo com seu próprio progresso. Essa personalização é fundamental para atender às necessidades individuais e garantir que nenhum aluno fique para trás.

Outra vantagem significativa dos aplicativos é a acessibilidade. Com um notebook, um smartphone ou um tablet, os estudantes podem acessar uma vasta biblioteca de recursos matemáticos a qualquer hora e em qualquer lugar. Isso é particularmente útil para o estudo fora da sala de aula, permitindo que os alunos revisem materiais, pratiquem exercícios e assistam a tutoriais dentro do seu próprio tempo. Essa flexibilidade pode ser crucial para reforçar o aprendizado e melhorar a retenção de conhecimento, além de tornar o ensino mais dinâmico, interativo e adaptado às necessidades de cada aluno.

2.1. A Importância da Tecnologia na Educação

Há tempos, a tecnologia desempenha um papel cada vez mais central na educação, transformando a maneira como alunos e professores interagem com o conhecimento e com o processo de aprendizagem. A importância da inserção da tecnologia na educação vai além do simples uso de dispositivos eletrônicos; ela abrange a integração de ferramentas digitais que podem potencializar o ensino, melhorar o engajamento dos estudantes e preparar os jovens para um mundo cada vez mais digitalizado.

Ferramentas digitais permitem que o conhecimento esteja ao alcance de todos, independentemente da localização geográfica ou das barreiras físicas. Plataformas online oferecem cursos de alta qualidade gratuitamente ou a um custo reduzido, democratizando o acesso à educação de qualidade. Estudantes em regiões remotas podem aprender com os melhores professores e acessar materiais didáticos atualizados, eliminando desigualdades educacionais históricas.

Segundo Lévy (1999):

> O computador não é mais um centro, e sim um nó, um terminal, um componente da rede universal calculante. Suas funções pulverizadas infiltram cada elemento do tecnocosmos. No limite, há apenas um único computador, mas é impossível traçar seus limites, definir seu contorno. É um computador cujo centro está em toda parte e a circunferência em lugar algum, um computador hipertextual, disperso, vivo, fervilhante, inacabado: o ciberespaço em si. (Lévy, 1999, pág. 45)

Nas palavras do autor, quando um computador está conectado no ciberespaço, ele pode recorrer às capacidades de outros computadores, consultar bancos de dados, ter acesso a diversos aparelhos outrora distantes, ou seja, tudo a um clique de distância.

Além disso, a tecnologia permite a personalização do aprendizado. Cada aluno tem seu próprio ritmo e estilo de aprendizagem, e as ferramentas tecnológicas possibilitam a adaptação do conteúdo às necessidades individuais. Softwares educacionais podem diagnosticar lacunas no conhecimento e fornecer exercícios personalizados, enquanto plataformas de aprendizado adaptativo ajustam automaticamente o nível de dificuldade com base no desempenho do estudante. Isso garante que todos os alunos possam avançar de maneira mais eficaz e alcançar seu potencial máximo. A educação, apoiada pela tecnologia, não apenas enriquece o conhecimento dos alunos, mas também os capacita a se tornarem cidadãos críticos e inovadores em um mundo em constante evolução.

No entanto, a implementação eficaz da tecnologia na educação também enfrenta desafios. Um dos principais é a infraestrutura. Nem todas as escolas têm acesso à internet de alta qualidade ou aos dispositivos necessários para aproveitar plenamente as ferramentas digitais. Isso pode exacerbar as desigualdades educacionais, em vez de reduzi-las. É essencial que governos e instituições educacionais invistam em infraestrutura tecnológica para garantir que todos os alunos possam beneficiar-se das inovações digitais.

Outro desafio é a formação dos professores. A tecnologia por si só não transforma a educação; é o uso pedagógico eficaz dessas ferramentas que faz a diferença. Professores precisam de treinamento adequado para integrar a tecnologia em suas práticas de ensino de maneira significativa e eficaz. Programas de desenvolvimento profissional contínuo são essenciais para capacitar os educadores a utilizar as ferramentas tecnológicas de maneira que realmente melhore o aprendizado dos alunos.

2.2. Vantagens do Uso de Aplicativos no Ensino de Matemática

Uma das inúmeras vantagens dos aplicativos de matemática é oferecer suporte visual e interativo que pode ser difícil de alcançar com métodos tradicionais. Ferramentas como gráficos dinâmicos, animações e simulações permitem que os alunos visualizem conceitos abstratos, como funções, equações e geometria, de uma maneira mais tangível e compreensível. Por exemplo, o GeoGebra permite a manipulação de figuras geométricas em tempo real, ajudando os alunos a entender melhor as propriedades e relações espaciais.

A tecnologia pode ser utilizada para criar materiais acessíveis para alunos com necessidades especiais, garantindo que todos tenham a oportunidade de aprender. Cursos online e plataformas de aprendizado remoto tornam a educação acessível a pessoas que, de outra forma, poderiam ter dificuldades em frequentar instituições de ensino tradicionais.

Além disso, a tecnologia de aplicativos pode promover a colaboração e o aprendizado em grupo. Muitos aplicativos permitem que os estudantes trabalhem juntos em problemas, compartilhem soluções e discutam estratégias. Algumas plataformas oferecem funcionalidades colaborativas que incentivam a troca de ideias e a construção coletiva de conhecimento, promovendo um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e interativo.

A interatividade é outro dos muitos benefícios trazidos pela tecnologia. Ferramentas como simulações, jogos educativos e ambientes de realidade aumentada tornam o aprendizado mais dinâmico e envolvente. Em vez de serem passivos receptores de informação, os alunos tornam-se participantes ativos do processo educacional. Por exemplo, simulações de laboratórios virtuais permitem que os estudantes conduzam experimentos científicos sem os riscos e os custos associados aos laboratórios físicos. Isso não apenas reforça a compreensão dos conceitos, mas também desperta o interesse e a curiosidade dos alunos.

A colaboração também é significativamente aprimorada com o uso da tecnologia. Várias plataformas facilitam a comunicação e a colaboração entre estudantes e professores, independentemente de onde estejam. Essas ferramentas permitem a criação de ambientes de aprendizado colaborativo, onde os alunos podem trabalhar juntos em projetos, compartilhar experiências e trocar ideias em tempo real. A colaboração virtual prepara os alunos para o mercado de trabalho moderno, onde a habilidade de trabalhar em equipe à distância é cada vez mais valorizada.

De acordo com Ponte e Canavarro:

> A utilização das novas tecnologias na aula de Matemática pode também ajudar os alunos a desenvolverem capacidades intelectuais de ordem mais elevada do que aquelas que estão associadas às competências de cálculo e à compreensão de conceitos e relações matemáticas simples. (Ponte e Canavarro, 1997, pág. 102)

As tecnologias trazem inúmeras vantagens para os processos educacionais, pois são ferramentas poderosas que, quando usadas de maneira eficaz, podem transformar significativamente a aprendizagem. Mas é necessário o cuidado com os excessos, e também, é de suma importância abordar os desafios de infraestrutura e formação de professores para garantir que todos os estudantes possam beneficiar-se plenamente das oportunidades oferecidas pela tecnologia.

2.3. Introdução ao GeoGebra

O GeoGebra se apresenta como um software de matemática dinâmica de código aberto e multiplataforma, ideal para todos os níveis de ensino. É amplamente utilizado por educadores e alunos em todo o mundo para facilitar o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos.

2.3.1. O que é o GeoGebra e como baixá-lo

É um software educativo de matemática que integra conceitos de geometria, álgebra, estatística, tabelas, gráficos, cálculo e análise em um único ambiente intuitivo e amigável. Desenvolvido por Markus Hohenwarter e sua equipe, o GeoGebra é amplamente utilizado por professores, estudantes e profissionais de áreas relacionadas à matemática e educação. O software está disponível em diversas plataformas, incluindo versões para desktop, dispositivos móveis e uma versão baseada na web.

O GeoGebra oferece uma gama diversificada de produtos quem podem ser baixados diretamente pelo site https://www.geogebra.org/download?lang=pt. Aqui encontram-se diversos aplicativos GeoGebra gratuitos para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux.

O site GeoGebra funciona como uma plataforma abrangente que fornece informações detalhadas sobre o uso dos aplicativos, tutoriais passo a passo e assistência para solução de problemas. Além disso, o site apresenta recursos criados pelos membros da comunidade e pela equipe do GeoGebra.

2.3.2. Instalação do GeoGebra

Instalar o GeoGebra é bastante simples, pois o gerenciador irá fazer todo o trabalho necessário para a instalação.

Basta dar dois cliques no ícone do software e deixar que ele faça o resto.

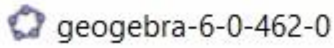


Figura 1: ícone de instalação do GeoGebra

Fonte: O Autor

Abaixo segue imagem do ícone que aparecerá na área de trabalho:

Figura 2: ícone da área de trabalho

Fonte: O Autor

2.3.3. Principais funcionalidades do GeoGebra

Aqui estão as principais funcionalidades do GeoGebra:

Geometria Dinâmica: Permite criar e manipular construções geométricas, como pontos, linhas, círculos e polígonos, de forma interativa, e essas construções podem ser alteradas em tempo real, mantendo as propriedades geométricas.

Gráficos e Visualizações: Facilita a criação de gráficos de funções, curvas paramétricas e polares, além de superfícies em 3D e permite a visualização de interseções, raízes, máximos e mínimos de funções, com atualizações dinâmicas à medida que os parâmetros mudam.

Álgebra e Cálculo: Oferece uma janela de álgebra onde expressões e equações podem ser inseridas e manipuladas. Também é possível calcular derivadas, integrais, limites, somas e produtos, tanto numericamente quanto simbolicamente, assim como interpretá-las geometricamente.

Geometria Analítica: Combina álgebra e geometria, permitindo trabalhar com equações de linhas, circunferências e outras cônicas de forma interativa e permite a manipulação de objetos geométricos e a visualização de suas equações algébricas simultaneamente.

Estatística e Análise de Dados: Inclui ferramentas para criar gráficos estatísticos, como histogramas, diagramas de caixa e gráficos de dispersão e realiza análises de regressão e ajustar modelos aos dados.

Simulações e Modelagem: Permite criar simulações dinâmicas de fenômenos físicos e matemáticos, integrando movimento e interatividade, além de poder ser usado para modelagem matemática em diversas áreas, incluindo física, engenharia e economia.

Personalização e extensibilidade: Oferece a possibilidade de personalizar ferramentas e criar macros para uso repetitivo e ainda suporta scripts em GGBScript e JavaScript para automatizar tarefas e criar atividades interativas complexas.

2.3.4. Interface do usuário: Navegando pelo GeoGebra

A interface de usuário do GeoGebra é projetada para ser intuitiva e acessível, facilitando a criação e manipulação de objetos matemáticos de várias áreas, como geometria, álgebra e cálculo. Abaixo está uma imagem dos principais componentes da interface:

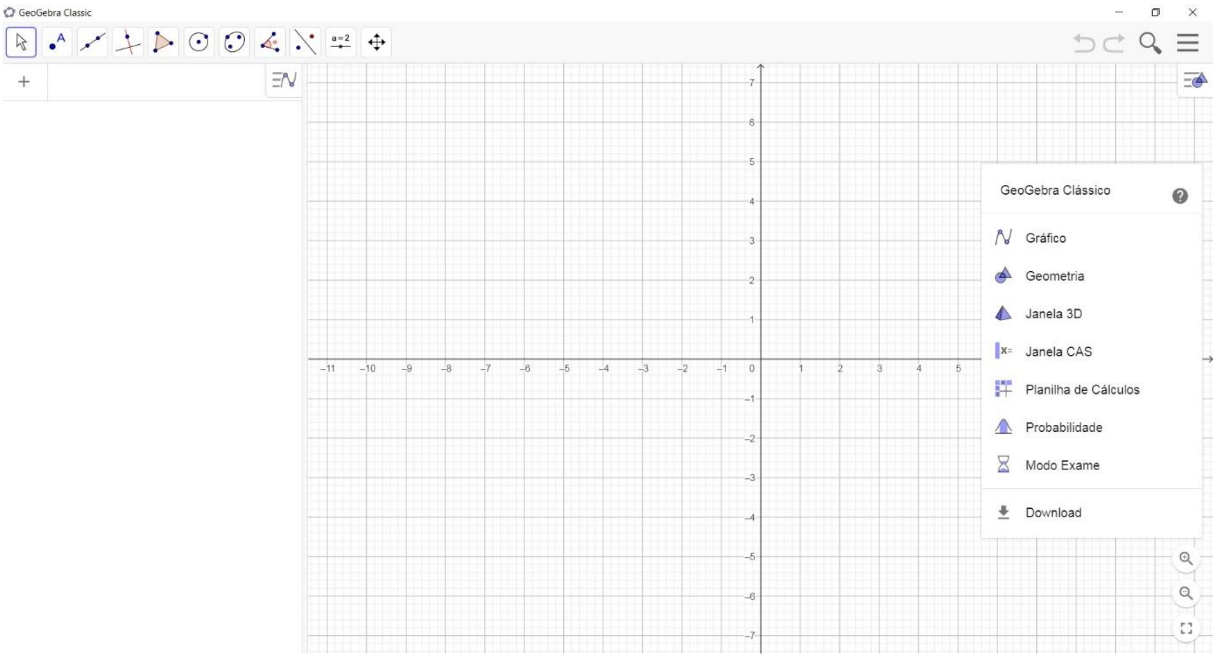


Figura 3: Interface do usuário

Fonte: O Autor

Essa interface é composta por:

Barra de Menus: Contém várias opções para acessar as funcionalidades do GeoGebra, como abrir e salvar arquivos, exportar construções, acessar configurações e ferramentas específicas, e ajuda.

Barra de Ferramentas: Exibe ícones que representam as diferentes ferramentas disponíveis para criar e manipular objetos. Essas ferramentas estão organizadas em grupos, como ferramentas de geometria, álgebra, transformação e outros. Exemplos dessas ferramentas incluem "Ponto", "Reta", "Circunferência", "Mover", "Interseção" e "Polígono".

Vista de Álgebra: Essa vista lista todos os objetos matemáticos criados (pontos, funções, equações, etc.) em forma algébrica. Cada objeto tem uma expressão associada que pode ser editada diretamente nessa janela.

Vista Gráfica: Exibe a representação gráfica dos objetos criados. Aqui, pode-se visualizar construções geométricas, gráficos de funções, e realizar interações diretas, como mover pontos ou ajustar parâmetros.

Campo de Entrada: Permite que sejam digitadas expressões, equações, comandos e funções diretamente. O que for digitado aqui pode gerar novos objetos na Vista de Álgebra e na Vista Gráfica.

Controle de Navegação: Alguns recursos, como animações por exemplo, podem ser controlados por botões de navegação, que incluem opções para iniciar, parar ou ajustar a velocidade dessas animações.

Janela de Propriedades: Permite acessar e modificar as propriedades detalhadas de objetos selecionados, como cor, visibilidade, estilo, e propriedades geométricas específicas.

Vista de Construção: Área onde se pode acompanhar o histórico de todas as ações realizadas na construção, permitindo voltar e editar etapas anteriores.

Personalização: Permite aos usuários ajustar as propriedades dos objetos (como cor, estilo de linha, rótulos), alterem o sistema de coordenadas, ajustem a precisão de cálculos, e mais.

Configurações: Podem ser acessadas através de botões de contexto (como botões de clique direito em objetos) ou menus específicos.

Recursos on line e Ajuda: O software está integrado com a uma comunidade online, permitindo que os usuários acessem materiais de aprendizado, compartilhem suas construções, e recebam ajuda diretamente pela interface.

O GeoGebra é uma ferramenta poderosa que transforma a forma como a matemática é ensinada e aprendida. Ao combinar interatividade, visualização e integração de diferentes áreas matemáticas, o GeoGebra não apenas facilita o aprendizado, mas também torna a matemática mais acessível e interessante para todos.

3. GEOMETRIA PLANA: ÁREAS E PERÍMETROS DOS QUADRILÁTEROS

Ao estudarmos os quadriláteros, dois conceitos são de extrema importância: área e perímetro.

A área de um quadrilátero representa a medida da superfície interna dessa figura. Em outras palavras, é a quantidade de espaço que o quadrilátero ocupa em uma superfície plana. A unidade de medida da área é geralmente expressa em unidades quadradas, como centímetros quadrados (cm^2), metros quadrados (m^2) ou quilômetros quadrados (km^2). O Perímetro de um quadrilátero é a medida do contorno dessa figura e é a soma das medidas de todos os seus lados. O perímetro é expresso na mesma unidade de medida que o comprimento dos lados, como centímetros (cm), metros (m) ou quilômetros (km).

O cálculo da área e do perímetro de quadriláteros é fundamental em diversas áreas do conhecimento, como na Engenharia por exemplo, pois na construção civil é necessário calcular a área de paredes, pisos e tetos para determinar a quantidade de material necessário para revestimentos. Nas Artes, os artistas utilizam o conceito de área e perímetro para criar composições visuais harmoniosas. Na Geografia, a área de um terreno ou de uma região é importante para fins de planejamento urbano e ambiental, assim como o cálculo do perímetro é necessário para saber qual a quantidade de arame será utilizada para cercar um terreno.

3.1. Definição de Geometria Plana

Segundo Rezende e Queiroz (2008), a origem da palavra Geometria provém da palavra grega *geometrein*: *geo*, que significa *terra*, e *metrein*, que significa *medir*; assim, geometria foi originalmente a ciência de medir terras.

De acordo com Neto:

> Euclides de Alexandria se valeu de todo o conhecimento matemático desenvolvido e registrado até então para organizar sua obra *Os elementos*. Por isso a Geometria, observada desde o período Neolítico, desenvolvida por civilizações como a egípcia e a babilônica, e organizada pelos gregos, é chamada de Geometria Euclidiana. Hoje já se estuda outras formas, entre elas, a não Euclidiana. (Neto, 2016, pág. 98)

A citação destaca a importância histórica e metodológica de Euclides de Alexandria na organização e sistematização do conhecimento matemático em sua obra *Os Elementos*. Euclides não apenas compilou o saber matemático acumulado até então, mas também o estruturou de forma lógica e dedutiva, estabelecendo as bases para o que hoje chamamos de Geometria Euclidiana. A menção à existência de geometrias não euclidianas é igualmente relevante, pois demonstra como o pensamento matemático evoluiu além dos postulados de Euclides. Enquanto a Geometria Euclidiana é baseada no espaço plano e em axiomas como o da paralela única, as geometrias não euclidianas exploram espaços curvos, como os da teoria da relatividade de Einstein, ampliando nossa compreensão do universo. Assim, percebe-se que o autor não apenas reconhece o legado de Euclides, mas também aponta para a contínua expansão e transformação do conhecimento matemático ao longo da história.

Em síntese, a geometria plana é um ramo da matemática que estuda as figuras que estão em um único plano, ou seja, em duas dimensões. Este campo da geometria é de suma importância para a compreensão de formas, tamanhos, e as relações entre diferentes figuras.

As figuras mais comuns na geometria plana incluem:

- **Pontos**: Representam uma posição específica no espaço, mas sem dimensão (comprimento, largura ou altura). É a unidade básica da geometria. Os pontos são geralmente representados por letras maiúsculas, como A, B, C.
- **Retas**: Extensões infinitas de pontos em ambas as direções. As retas são frequentemente nomeadas por duas letras que representam dois pontos distintos na reta, como $\overleftrightarrow{AB}$. Possui apenas comprimento, sem largura ou altura.
- **Segmentos de reta**: Parte de uma reta delimitada por dois pontos, chamados de extremidades. Os segmentos de reta são representados por suas extremidades, como $\overline{AB}$. Tem um comprimento específico, que pode ser medido.
- **Linhas**: As linhas são um conceito central na geometria, e sua compreensão é fundamental para o estudo de figuras e suas propriedades. Pode ser reta ou curva. Uma linha reta é uma extensão infinita de pontos que se estende em uma única direção, sem curvaturas. Todos os pontos de uma linha reta estão alinhados, sendo então *colineares*. Uma linha curva é uma linha que não é reta e pode mudar de direção continuamente. Pode ter várias direções e formas. Como exemplos temos círculos, elipses e parábolas.

Os polígonos são figuras geométricas planas formadas por uma sequência de segmentos de reta que se encontram em pontos chamados vértices. Os lados do polígono são os segmentos de reta, e o número de lados determina o tipo de polígono. Exemplos incluem:

- **Triângulos**: são figuras geométricas fundamentais na geometria, sendo polígonos com exatamente três lados. Eles são amplamente estudados devido às suas propriedades únicas e aplicações em várias áreas, como matemática, engenharia e arte.
- **Quadrados**: são figuras geométricas planas que pertencem à família dos quadriláteros. Eles são uma forma especial de retângulo e de paralelogramo, caracterizados por suas propriedades únicas. Possuem quatro lados e quatro ângulos de mesma medida.
- **Retângulos**: são uma forma especial de paralelogramo e pertencem também à família dos quadriláteros. Eles têm propriedades distintas que os tornam amplamente utilizados em diversas áreas. Possui quatro lados, onde os lados opostos são iguais em comprimento e todos os seus ângulos são retos.
- **Losangos**: possui quatro lados iguais em comprimento. Os ângulos opostos de um losango são iguais, enquanto os ângulos adjacentes são suplementares (a soma de dois ângulos adjacentes é 180°).
- **Trapézios**: possui quatro lados, onde pelo menos um par de lados é paralelo, conhecidos como bases. A altura de um trapézio é a distância perpendicular entre as duas bases.
- **Paralelogramo**: é um quadrilátero que possui a característica fundamental de ter os lados opostos paralelos entre si e possuírem o mesmo comprimento. Ele possui os seus ângulos opostos congruentes e seus ângulos adjacentes suplementares.
- **Círculos**: não são polígonos, são figuras geométricas planas que consistem em todos os pontos que estão a uma distância fixa (raio) de um ponto central. Eles são uma das formas mais fundamentais e importantes na geometria. O diâmetro é duas vezes o raio e é a maior distância entre dois pontos na circunferência. Usados em design de rodas, engrenagens e outros componentes circulares.

Cada figura possui propriedades específicas, como:

- **Perímetro**: é a medida do comprimento total do contorno de uma figura geométrica. O conceito de perímetro é aplicado a diversas figuras, incluindo polígonos, círculos e outras formas. O perímetro é importante em várias aplicações práticas, como na construção de cercas, na delimitação de terrenos e em projetos arquitetônicos.

- **Área**: é a medida da extensão do espaço contido dentro dos limites de uma figura. É expressa em unidades quadradas (como metros quadrados, centímetros quadrados, etc.) e é um conceito fundamental em geometria. É utilizada em diversas situações do cotidiano, como na construção, jardinagem, pintura e planejamento de espaços.

A geometria plana é uma parte essencial da matemática, oferecendo ferramentas para resolver problemas práticos e teóricos. Compreender suas bases é fundamental para o avanço em outras áreas do conhecimento, como a geometria espacial e a trigonometria.

3.2. Conceitos Básicos de Quadriláteros

Os quadriláteros são figuras geométricas que possuem quatro lados, quatro ângulos e quatro vértices. Eles são uma das formas mais comuns na geometria e podem ser classificados em várias categorias, dependendo das propriedades dos seus lados e ângulos. São pertencentes à família dos polígonos.

Frezza e Dias (2017) dizem que conceitos como segmento de reta, vértice, ângulo, congruência e paralelismo, auxiliam na construção e na classificação das figuras conhecidas como quadriláteros.

A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é sempre 360 graus. Eles possuem duas diagonais, que podem ou não ser iguais, dependendo do tipo de quadrilátero.

Podem ser utilizados em diversas áreas como arquitetura, onde muitas estruturas e projetos os utilizam em suas formas, arte, pois são usados em composições artísticas e design gráfico, geografia, na representação de áreas em mapas, como terrenos e divisões territoriais, design de software, em design de interfaces, como janelas e botões, para criar layouts intuitivos, moda têxtil, são usados em padrões de tecidos e na modelagem de roupas, influenciando o design e a estética.

A título de curiosidade, também existem os quadriláteros irregulares, que são aqueles não possuem lados paralelos ou quaisquer outras propriedades específicas. Eles possuem lados e ângulos de medidas variadas.

Seja em contextos acadêmicos ou no cotidiano, essas figuras desempenham um papel importante na nossa compreensão do espaço e das formas.

3.3. Tipos de Quadriláteros: Quadrado, Retângulo, Trapézio, Losango e Paralelogramo

Chamados de quadriláteros notáveis, temos os quadrados, os retângulos, os losangos, os trapézios e os paralelogramos.

O quadrado é um caso especial de retângulo e losango, pois reúne características exclusivas dessas figuras. É um polígono regular composto por quatro lados com a mesma medida e quatro ângulos retos. Além disso, suas diagonais têm comprimentos iguais, se cruzam no ponto médio e formam entre si um ângulo reto, dividindo o quadrado em quatro triângulos congruentes.

Ele é usado em mosaicos, pisos e na construção de objetos que necessitam de alta simetria e estabilidade. É um dos primeiros polígonos apresentados aos estudantes devido à sua simplicidade e regularidade.

O retângulo é amplamente conhecido e utilizado devido à sua simplicidade estrutural e versatilidade, pode ser visto em diversas áreas, como arquitetura, engenharia e design. Aparece em objetos como telas de dispositivos, quadros, mesas, portas e janelas.

Ele possui dois pares de lados opostos que são paralelos e congruentes, ou seja, iguais em comprimento. As diagonais do retângulo possuem o mesmo comprimento e se cruzam no ponto médio, dividindo o retângulo em dois triângulos congruentes. Além disso, o retângulo tem relevância na geometria analítica, onde suas propriedades são usadas para determinar equações de linhas e calcular distâncias no plano cartesiano.

Um trapézio é um quadrilátero que possui um par de lados opostos paralelos, chamados de base maior e base menor. Os outros dois lados, chamados de lados não paralelos, podem ou não ser congruentes, dependendo do tipo de trapézio. Seus ângulos adjacentes a cada lado não paralelo são suplementares (somam 180°).

Ele é geralmente utilizado em design de estruturas arquitetônicas, como pontes e telhados, e na criação de objetos funcionais e artísticos. É um elemento essencial para introduzir conceitos como proporcionalidade e paralelismo na matemática.

Um losango é definido como um quadrilátero em que os quatro lados têm a mesma medida. Apesar de seus ângulos não precisarem ser retos, seus lados opostos são sempre paralelos. Ele possui dois eixos de simetria, que correspondem às suas diagonais. Suas diagonais se cruzam em ângulos retos e se dividem ao meio, formando quatro triângulos retângulos congruentes e são bissetrizes dos ângulos internos.

Ele pode ser encontrado em padrões decorativos, sinalizações de trânsito e até na estrutura de determinados cristais. Na geometria analítica, ele pode ser representado no plano cartesiano para explorar suas propriedades matemáticas, como simetria e relações entre seus lados e ângulos.

O paralelogramo é um tipo de quadrilátero que possui os lados opostos paralelos entre si e ângulos opostos iguais. Seus ângulos consecutivos (aqueles que se encontram um ao lado do outro) devem somar 180° (cento e oitenta graus). As suas diagonais se cruzam exatamente no ponto médio de cada uma. Isso significa que as diagonais se dividem ao meio. E ele tem simetria rotacional de 180 graus, o que significa que, se a figura for girada em 180 graus em torno do ponto de interseção das diagonais, ela parecerá a mesma.

São amplamente utilizados em diversas áreas como arquitetura e engenharia, para projetar estruturas estáveis e simétricas, em design gráfico, para criar formas e padrões visuais, na física, para representar forças e vetores em sistemas de equilíbrio, dentre outros.

Suas características, como lados opostos paralelos e congruentes, diagonais que se cruzam no ponto médio e ângulos opostos iguais, permitem uma ampla gama de aplicações práticas e teóricas, e isso ajuda o estudante a dar um grande passo para o domínio de conceitos avançados das geometrias e até outras áreas da matemática.

3.4. Fórmulas de Área e Perímetro dos Quadriláteros e Exemplos de Cálculos

Conforme Dolce e Pompeo (2013), **área** de uma superfície limitada é um número real positivo associado à superfície de forma tal que:

1) Às superfícies equivalentes estão associadas áreas iguais (números iguais) e reciprocamente.

$$A \approx B \Leftrightarrow (Área\ de\ A = Área\ de\ B)$$

2) A uma soma de superfícies está associada uma área (número) que é a soma das áreas das superfícies parcelas.

$$(C = A + B) \Longrightarrow (Área\ de\ C = Área\ de\ A + Área\ de\ B)$$

3) Se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor (ou igual) que a área da outra.

$$B \subset A \Longrightarrow Área\ de\ B \leq Área\ de\ A$$

De acordo com Frezza e Dias (2017), o perímetro, nada mais é do que a medida do contorno de uma figura. É um número real positivo. No caso de um quadrilátero, o perímetro será a soma das medidas de seus quatro lados.

Em se tratando de polígonos que possuem todos os lados com a mesma medida, o seu perímetro será a quantidade de lados (n) vezes o valor do lado (l), ou seja, $p = n.l$. Como se está falando de quadriláteros, a fórmula ficaria $p = 4l$.

No caso do *quadrado*, seu perímetro será calculado pela fórmula $P = 4l$ e sua área será calculada pela fórmula $A = l.l$ ou $A = l^2$.

Quando tivermos nos referindo a um *retângulo*, seu perímetro será calculado pela fórmula $P = 2a + 2b$ e sua área será calculada pela fórmula $A = b.a$.

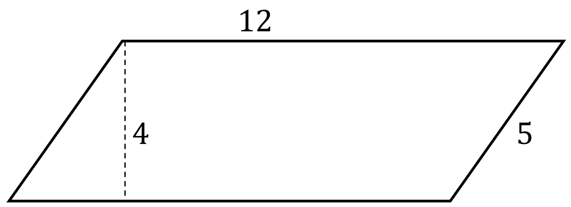
Em se tratando de *paralelogramo*, o seu perímetro será calculado pela fórmula $P = 2a + 2b$ e sua área será calculada pela fórmula $A = b.h$.

Se a figura for um *losango*, seu perímetro será calculado pela fórmula $P = 4l$ e sua área será calculada pela fórmula $A = \frac{D.d}{2}$.

Caso a figura seja então um *trapézio*, seu perímetro será calculado pela fórmula $P = B + b + c + a$ e sua área será calculada pela fórmula $A = \frac{B+b}{2}.h$.

Exemplificando algumas das fórmulas citadas:

Calcular o perímetro e a área, em centímetros, do paralelogramo abaixo:



$$P = 2a + 2b \Rightarrow P = 2.12 + 2.5 \Rightarrow P = 24 + 10 \Rightarrow \boldsymbol{P = 34cm}$$

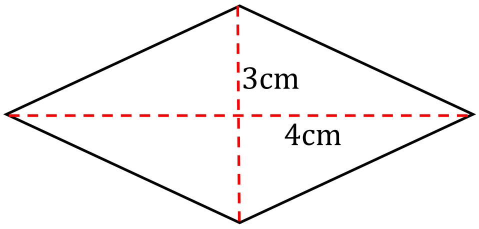
$$A = b.h \Rightarrow A = 12.4 \Rightarrow \boldsymbol{A = 48\ cm^2}$$

Agora vamos ver como fica o cálculo do perímetro e da área, em centímetros, do trapézio abaixo:

$$P = B + b + c + a \Rightarrow P = 18 + 12 + 10 + 9 \Rightarrow \boldsymbol{P = 49cm}$$

$$A = \frac{B+b}{2}.h \Rightarrow A = \frac{18+12}{2}.8 \Rightarrow A = \frac{30}{2}.8 \Rightarrow A = 15.8 \Rightarrow \boldsymbol{A = 120cm^2}$$

Calcular o perímetro e a área do losango descrito na figura abaixo:



Para calcular o perímetro desse losango, precisaremos primeiramente encontrar o valor de seus lados. Como podemos perceber, as diagonais desse losango nos dá 4 triângulos retângulos, nesse caso, poderemos aplicar o *Teorema de Pitágoras* para calcular o valor da *hipotenusa*, nos dando assim, o valor do lado do losango.

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow a^2 = 9 + 16 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = \sqrt{25} \Rightarrow \boldsymbol{a = 5cm}$$

Agora que encontramos o valor do lado do losango, podemos encontrar seu perímetro e sua área.

$$P = 4l \Rightarrow P = 4.5 \Rightarrow \boldsymbol{P = 20cm}$$

$$A = \frac{D.d}{2} \Rightarrow A = \frac{(4+4).(3+3)}{2} \Rightarrow A = \frac{8.6}{2} \Rightarrow A = \frac{48}{2} \Rightarrow \boldsymbol{A = 24cm^2}$$

Esses foram exemplos de cálculo de perímetro e área de alguns quadriláteros notáveis.

No próximo capítulo teremos exemplos aplicados no Software GeoGebra para serem utilizados por professores em suas aulas de geometria plana. Esperamos que esses docentes possam propor tais atividades de forma investigativa, inspirando seus alunos a descobrir e explorar o assunto e como levar os conceitos aprendidos para problemas do mundo real.

4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA: ÁREAS E PERÍMETROS DOS QUADRILÁTEROS

Iremos criar uma sequência didática sobre áreas e perímetros com o intuito de promover o entendimento de conceitos matemáticos relacionados a medidas e suas aplicações em diversas situações práticas. Além disso, ela poderá contribuir significativamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, habilidades de resolução de problemas e interpretação espacial.

Os principais objetivos dessa sequência didática são: explorar relações entre medidas, aplicar fórmulas de cálculo, compreender conceitos fundamentais, promover a relação entre teoria e prática, estimular o raciocínio e a criatividade, e aumentar a capacidade de resolver problemas contextualizados.

4.1. Objetivos Educacionais das Atividades

As atividades que virão a seguir tornam-se ferramentas para o ensino e a aprendizagem de conceitos geométricos e matemáticos relacionados a área e perímetro de quadriláteros. Essas atividades visam não apenas o domínio de fórmulas e procedimentos, mas também o desenvolvimento de habilidades cognitivas e a aplicação prática do conhecimento.

Um dos principais objetivos dessas atividades é garantir que os alunos compreendam os conceitos de área e perímetro de forma significativa, indo além da memorização de fórmulas. O GeoGebra permite visualizar e manipular quadriláteros, ajudando os estudantes a relacionar as medidas dos lados e ângulos com as fórmulas matemáticas, promovendo uma aprendizagem mais profunda e contextualizada. Os discentes desenvolvem habilidades de visualização espacial e raciocínio geométrico, podem explorar as propriedades de diferentes quadriláteros e compreender como elas influenciam os cálculos a serem realizados.

Tais atividades irão permitir que os alunos apliquem os conceitos aprendidos em situações práticas e contextualizadas, como por exemplo, calcular a área de um terreno retangular ou o perímetro de um espaço destinado ao jardim, dessa forma, eles poderão conectar o aprendizado matemático com o mundo real reforçando a relevância do conteúdo estudado.

O GeoGebra é uma plataforma dinâmica que incentiva a experimentação. Os alunos podem alterar as dimensões dos quadriláteros e observar em tempo real como essas mudanças afetam os cálculos. Essa abordagem investigativa estimulará a curiosidade e a autonomia, permitindo que os alunos construam seu próprio conhecimento. Ao utilizar o software, os alunos aprendem a manipular ferramentas digitais para resolver problemas matemáticos, preparando-se para um mundo cada vez mais tecnológico e interativo.

Essas atividades têm como objetivo principal promover uma aprendizagem ativa, significativa e contextualizada. Elas não apenas ajudam os alunos a dominar conceitos matemáticos, mas também desenvolvem habilidades essenciais para sua formação acadêmica e pessoal, preparando-os para enfrentar desafios futuros com confiança e criatividade.

4.2. Introdução aos Quadriláteros com GeoGebra

O estudo dos quadriláteros é um tema central na geometria, e o uso de ferramentas digitais tem revolucionado a forma como esses conceitos são ensinados e aprendidos. Ao utilizar o GeoGebra para estudar quadriláteros, os alunos podem compreender melhor suas propriedades, classificações e relações matemáticas, além de desenvolver habilidades essenciais para o pensamento geométrico e a resolução de problemas.

O GeoGebra permite criar quadriláteros de forma interativa, possibilitando que os alunos manipulem seus vértices e observem em tempo real como as mudanças afetam suas propriedades, como lados, ângulos, diagonais, área e perímetro. Essa visualização dinâmica ajuda a consolidar conceitos abstratos de maneira concreta. É possível explorar as propriedades específicas de cada tipo de quadrilátero.

O software facilita o cálculo automático de área e perímetro permitindo que os alunos relacionem as fórmulas matemáticas com as figuras geométricas. Além disso, eles podem testar como a alteração das dimensões afeta esses cálculos, reforçando a compreensão conceitual.

O GeoGebra incentiva uma abordagem investigativa. Os alunos podem formular hipóteses sobre as propriedades dos quadriláteros e testá-las diretamente no software. Por exemplo, podem investigar se um quadrilátero com diagonais perpendiculares é sempre um losango ou explorar as condições necessárias para que um quadrilátero seja um paralelogramo. Os discentes aprendem a utilizar softwares matemáticos para resolver problemas e representar ideias geometricamente.

Esse estudo oferece uma abordagem moderna e eficaz para o ensino da geometria. Ao combinar visualização dinâmica, interatividade e exploração prática, o software permite que os alunos compreendam conceitos complexos de forma clara e significativa. Além disso, o uso do GeoGebra promove o desenvolvimento de habilidades como raciocínio lógico, pensamento crítico e resolução de problemas, preparando os alunos não apenas para desafios acadêmicos, mas também para aplicações práticas no mundo real. Em suma, o GeoGebra é uma ferramenta poderosa que transforma o aprendizado de quadriláteros em uma experiência enriquecedora e inspiradora.

4.3. Explorando Áreas e perímetros de Quadriláteros com GeoGebra

Com o GeoGebra, os alunos podem construir diferentes tipos de quadriláteros, como quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos e trapézios. Eles podem definir as medidas dos lados, os ângulos e as diagonais, observando como essas características influenciam a forma da figura. O software calcula automaticamente a área e o perímetro dos quadriláteros construídos. Isso permite que os alunos verifiquem rapidamente os resultados das fórmulas matemáticas.

Uma das grandes vantagens do GeoGebra é a possibilidade de manipular as figuras de forma dinâmica. Os alunos podem arrastar os vértices de um quadrilátero e observar em tempo real como as mudanças afetam sua área e perímetro, como por exemplo: ao alterar a altura de um paralelogramo, a área muda, mas o perímetro permanece o mesmo, ou, ao transformar um retângulo em um quadrado, os alunos podem ver como a área e o perímetro se relacionam com a igualdade dos lados.

O GeoGebra permite que os alunos explorem relações matemáticas entre as dimensões dos quadriláteros e suas áreas e perímetros, e os ajudará a formular respostas para perguntas do tipo: O que acontece com o perímetro de um retângulo quando dobramos seus lados? Como a área de um quadrado varia em função do comprimento do lado?

Professores podem propor atividades investigativas para os alunos, ajudando-os a descobrir, por exemplo, qual quadrilátero tem a maior área para um determinado perímetro, comparar as áreas de diferentes quadriláteros com o mesmo perímetro, ou, explicar como a área de um paralelogramo muda quando um de seus ângulos é alterado.

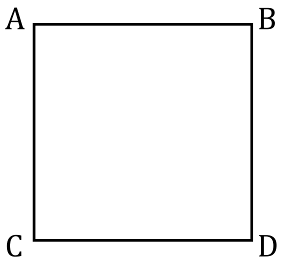
Explorar o estudo de áreas e perímetros de quadriláteros com o software GeoGebra é uma maneira divertida, eficiente e moderna de ensinar e aprender geometria. Ao se propor a combinação de uma visualização dinâmica com uma manipulação interativa e, ainda, aplicações práticas, que é exatamente o que o software propõe, pode-se transformar conceitos matemáticos em experiências mais tangíveis e significativas. Esse tipo de abordagem não só facilita a compreensão dos alunos, mas também os prepara para aplicar seus conhecimentos em situações reais, tornando o aprendizado da geometria uma jornada inspiradora e enriquecedora.

4.3.1. Quadrado

Oliveira e Pinheiro (2010) dizem que um quadrilátero convexo é um quadrado se e somente se apresenta os quatro lados congruentes e os quatro ângulos congruentes.

Um quadrado tem todos os seus ângulos internos iguais a 90° e suas diagonais são congruentes. Essas diagonais intersectam-se nos respectivos pontos médios e são perpendiculares.

As diagonais de um quadrado o dividem em quatro triângulos de mesma área.



$$ABCD \text{ é um quadrado} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} \text{ e } \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$$

Atividade 1: Um quadrado tem seu lado medindo 7 cm. Calcule a área e o perímetro desse quadrado.

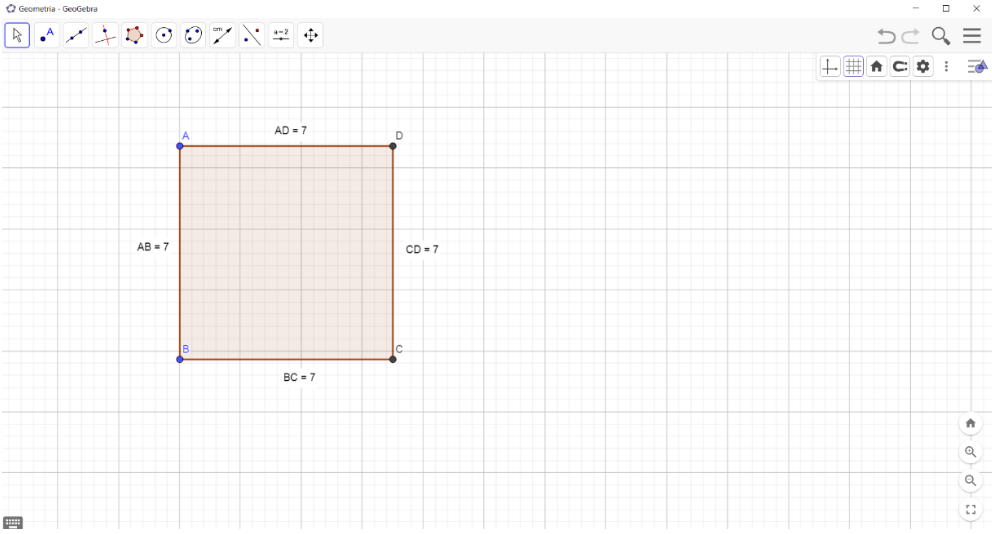


Figura 1: Quadrado de lado 7cm feito no GeoGebra

Atividade 2: Um círculo tem raio 3 cm. Existe um quadrado onde um de seus lados é o raio desse círculo. Calcule o valor do perímetro e da área desse quadrado. Mostre a diferença do valor da área da circunferência e da área do quadrado.

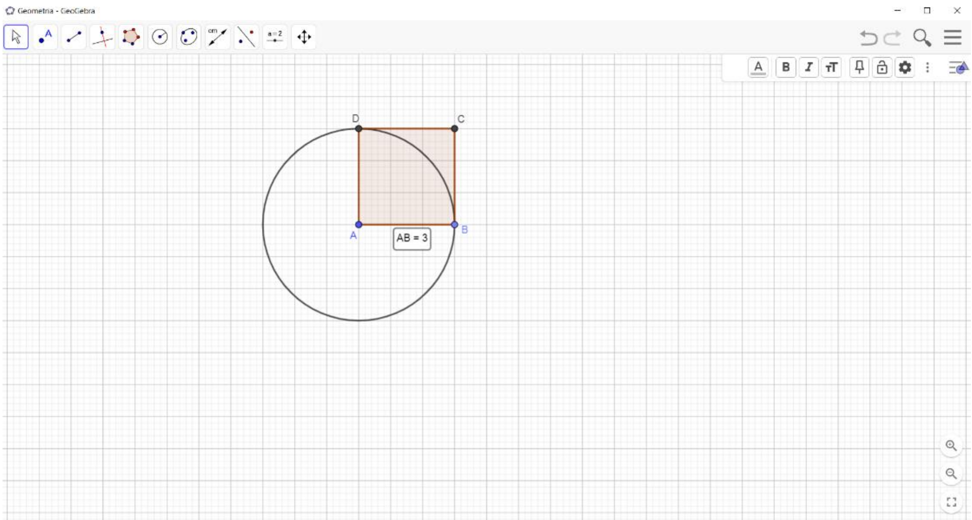
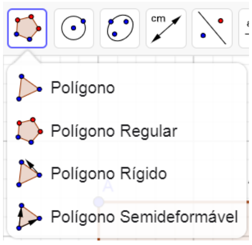


Figura 2: Circunferência de raio 3 cm com um Quadrado cujo lado é o raio da circunferência

4.3.1.1. Orientações ao professor

Atividade 1: Construir o quadrado utilizando a ferramenta “Polígono Regular”.



Após clicar na tela do GeoGebra será perguntado qual a quantidade de lados desejada. Digitar 4.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro”, clicar no vértice A e depois no vértice B. Será mostrado o valor correspondente a esse lado do quadrado.

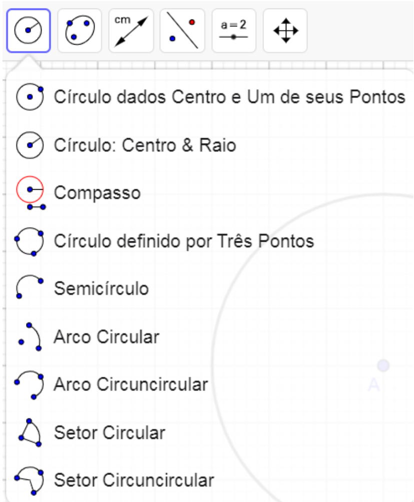
Provavelmente o valor não será 7, então deve-se clicar na ferramenta “Mover”, depois em um dos vértices e ir aumentando ou diminuindo o quadrado até que o valor do lado seja 7.

O professor então deve pedir para que os alunos façam os cálculos no caderno. Após terem feito, então poderá verificar os devidos valores no software e comparar os resultados.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clicar no quadrado. O valor do perímetro será exibido. Depois clicar na ferramenta “Área” (Fica na mesma caixa da ferramenta que exibe o perímetro) e no quadrado, para exibir o valor da área desse quadrilátero.

Essa primeira atividade é bem simples e serve para os alunos irem se familiarizando com o software.

Atividade 2: Construir a circunferência utilizando a ferramenta “Círculo: Centro & Raio”.



Após clicar na tela do GeoGebra será perguntado qual o valor do raio da circunferência. Digitar 3.

Construir o quadrado a partir do centro da circunferência utilizando a ferramenta “Polígono Regular”. Será perguntado qual a quantidade de lados desejada. Digitar 4.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro”, clicar no vértice A e depois no vértice B. Será mostrado o valor correspondente a esse lado do quadrado.

O professor então deve pedir para que os alunos façam os cálculos no caderno. Após terem feito, então poderá verificar os devidos valores no software e comparar os resultados.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clicar no quadrado e na circunferência para exibir o perímetro de ambos. Depois clicar na ferramenta “Área”, clicar novamente no quadrado e na circunferência para exibir os valores de suas respectivas áreas.

4.3.2. Retângulo

Oliveira e Pinheiro (2010) afirmam que um quadrilátero convexo é um retângulo se e somente se possui os quatro ângulos congruentes. Percebe-se que uma consequência dessa definição é que todo quadrado é um retângulo.

Os ângulos internos de um retângulo é sempre igual a 90°. Seus dois lados opostos são congruentes, assim como suas diagonais.

Todo quadrilátero convexo que tem as diagonais cortando-se ao meio, que se intersectam nos respectivos pontos médios e são congruentes é um retângulo.

O quadrado é um tipo especial de retângulo por possuir todos os seus lados com o mesmo comprimento.

Obs.: Por ter todos os lados e ângulos congruentes, o quadrado é um polígono regular. O retângulo não se encaixa nos polígonos regulares por não ter os lados com a mesma medida.

$$ABCD \text{ é } um\ retângulo \Leftrightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$$

Atividade 1: Um retângulo tem um comprimento de 9 cm e uma largura de 5 cm. Calcule a área e o perímetro desse retângulo.

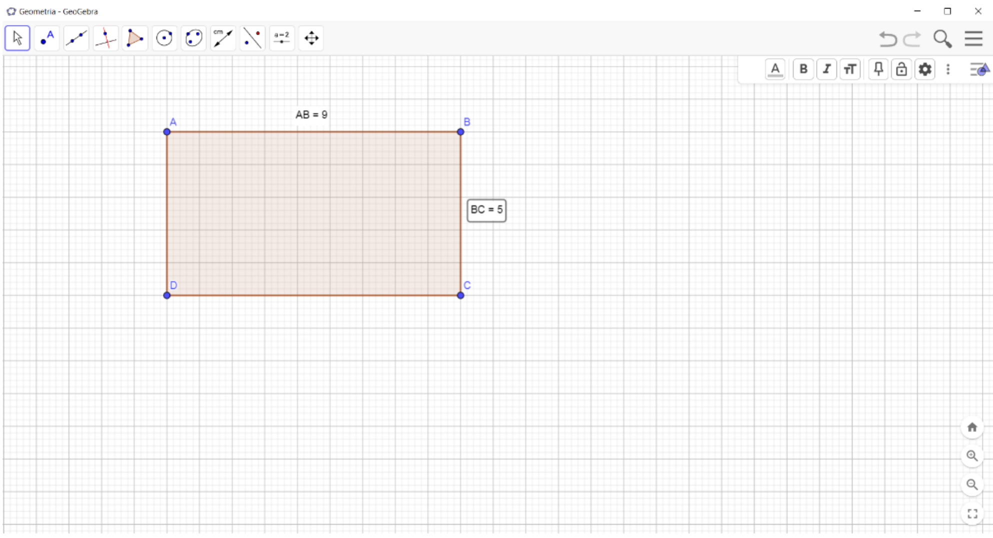


Figura 3: Retângulo de comprimento 9 cm e largura 5 cm feito no GeoGebra

Atividade 2: Um quadrado e um retângulo possuem o mesmo valor para seus perímetros, que é de 24 cm. O retângulo tem base 7 cm e altura 5 cm. Calcule o valor dos lados desse quadrado e os valores das áreas dos dois polígonos e diga qual a diferença no valor de suas áreas.

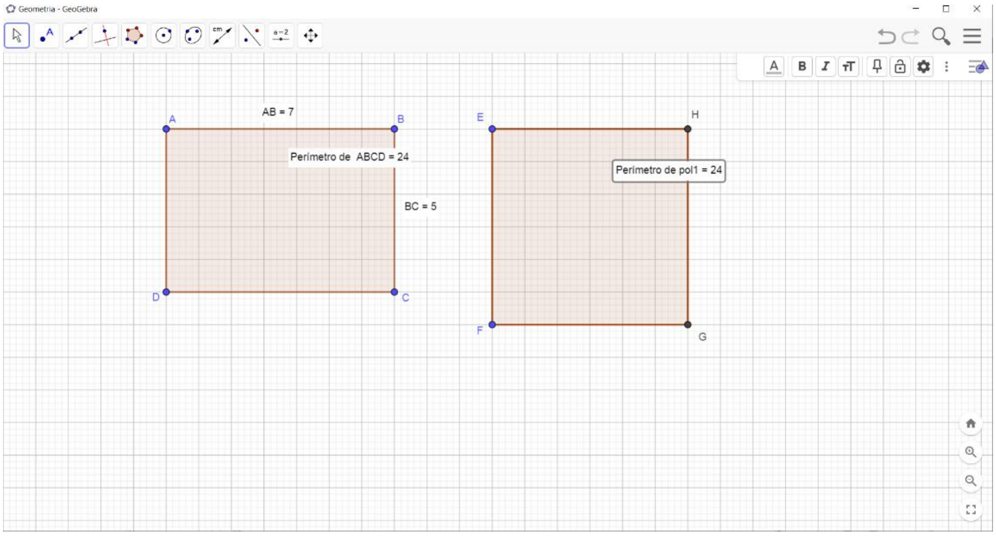


Figura 4: Quadrado e Retângulo de perímetros 24 cm feitos no GeoGebra

4.3.2.1. Orientações ao professor

Atividade 1: Construir o retângulo utilizando a ferramenta "Polígono", que fica na mesma caixa da ferramenta "Polígono Regular". Para que ele tenha o formato do retângulo, o último clique deve ser exatamente em cima do primeiro, ou seja, em cima do vértice A.

Clicar na ferramenta "Distância, Comprimento ou Perímetro", clicar no vértice A e depois no vértice B. Em seguida clicar no vértice B e no vértice C. Será mostrado o valor correspondente a esses lados do Retângulo. Caso os valores não sejam os correspondentes ao enunciado, pode-se usar a ferramenta "Mover", clicar em um dos vértices e arrastá-lo até encontrar o valor desejado.

Pedir para os alunos realizarem os cálculos de perímetro e área no caderno e depois verificar os devidos valores no software e comparar os resultados.

Clicar na ferramenta "Distância, Comprimento ou Perímetro" e clicar no retângulo para exibir o valor do perímetro. Depois clicar na ferramenta "Área" e novamente no retângulo para exibir o valor da área desse quadrilátero.

Atividade 2: Construir um retângulo utilizando a ferramenta "Polígono" e um quadrado utilizando a ferramenta "Polígono Regular".

Clicar na ferramenta "Distância, Comprimento ou Perímetro", clicar no vértice A e depois no vértice B. Em seguida clicar no vértice B e no vértice C. Será mostrado o valor correspondente a esses lados do Retângulo. Caso os valores não sejam os correspondentes ao enunciado, pode-se usar a ferramenta "Mover", clicar em um dos vértices e arrastá-lo até encontrar o valor desejado.

Clicar novamente em “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clicar no retângulo e no quadrado. Caso o valor do perímetro de um deles não seja igual a 24 cm, usar a ferramenta “Mover” pra fazer os devidos ajustes.

Pedir então para que os alunos realizarem os cálculos de perímetro e área no caderno e depois verificar os devidos valores no GeoGebra e comparar os resultados.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clicar nos vértices E e H do quadrado para exibir o valor desse lado. Clicar na ferramenta “Área”, depois no retângulo e no quadrado para exibir o valor da área desses dois quadriláteros. Fazer então o valor da maior área menos o valor da menor área para dizer qual a diferença entre esses valores.

4.3.3. Losango

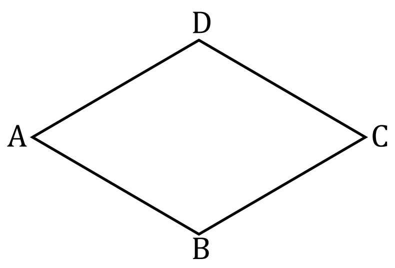
De acordo com Oliveira e Pinheiro (2010) um quadrilátero convexo é um losango se e somente se possui os quatro lados congruentes. Note que, pela definição anterior, podemos concluir que todo quadrado é um losango.

Um losango possui os quatro lados congruentes e seus ângulos opostos também são congruentes, por esse motivo, todo quadrado é um losango, mas nem todo losango é um quadrado, pois não possui os quatro ângulos retos.

Em todo losango as diagonais interceptam-se nos respectivos pontos médios e são perpendiculares.

Todo quadrilátero convexo que tem as diagonais cortando-se ao meio e perpendiculares é um losango. Mais uma condição que satisfaz dizer que todo quadrado é um losango.

Quadriláteros que possuem as diagonais perpendiculares são chamados de quadriláteros ortogonais.



$$ABCD \text{ é } um\ losango \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$$

Atividade 1: Um losango tem suas diagonais medindo 12 cm e 6 cm. Calcule então o valor do lado, do perímetro e da área desse quadrilátero notável.

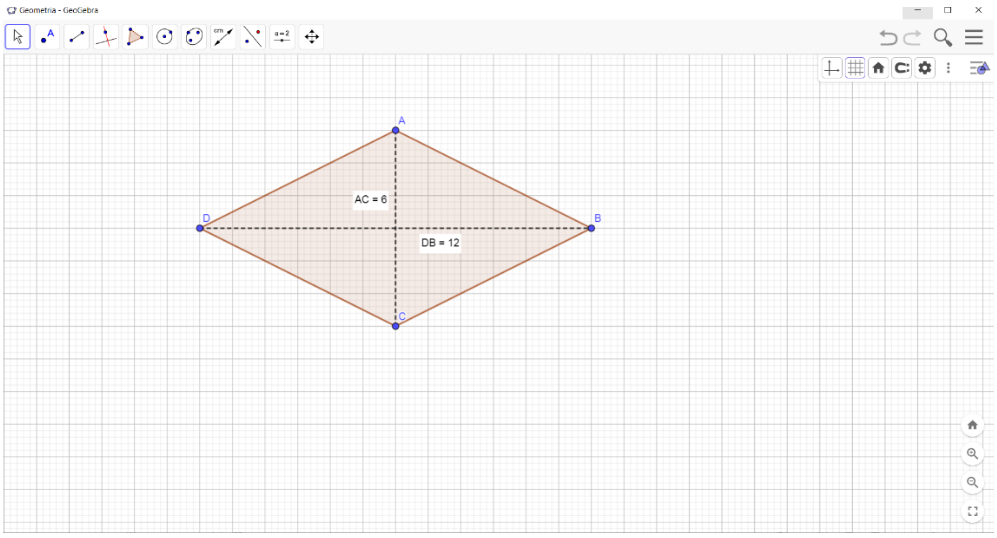


Figura 5: Losango com diagonal maior 12 cm e diagonal menor 6 cm feito no GeoGebra

Atividade 2: Um retângulo com comprimento igual a 12 cm e largura igual a 8 cm tem um losango inscrito nele, utilizando sempre os pontos médios de cada lado. Calcular o valor dos lados do losango, os perímetros do retângulo e do losango e suas respectivas áreas. Explicar qual a relação existente entre os triângulos retângulos de dentro e fora do losango.

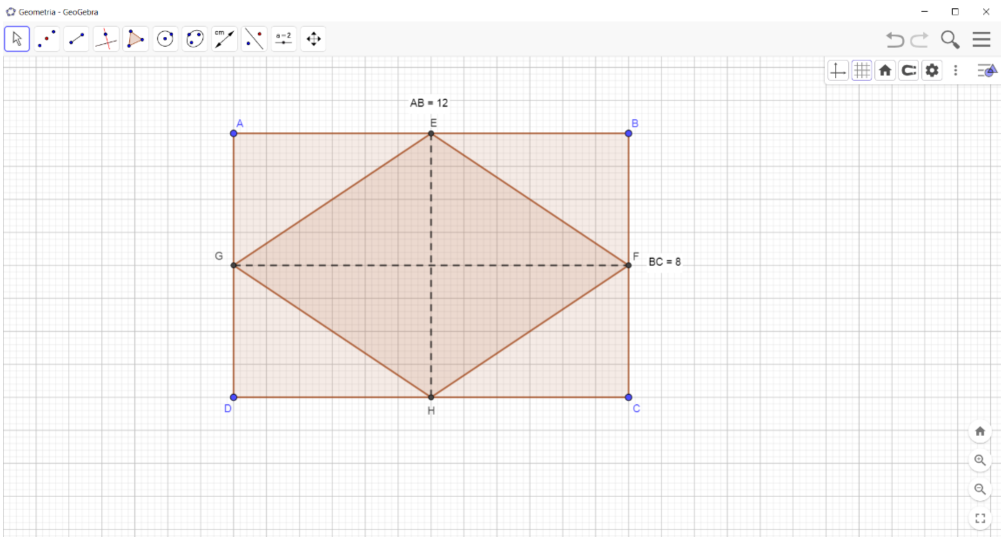
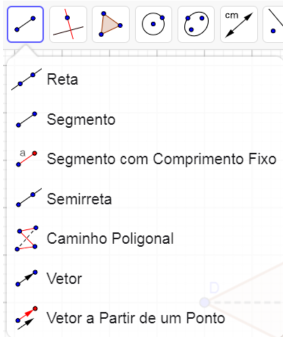


Figura 6: Losango inscrito no Retângulo com comprimento 12 cm e largura 8 cm feito no GeoGebra

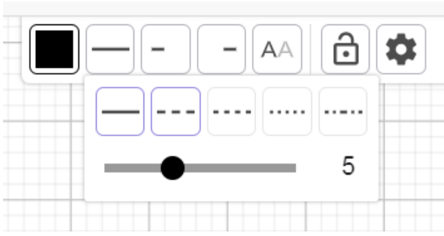
4.3.3.1. Orientações ao professor

Atividade 1: Construir o losango utilizando a ferramenta "Polígono". Assim como no caso do retângulo, o último clique deve ser exatamente em cima do primeiro, ou seja, em cima do vértice A.

Construir suas diagonais utilizando a ferramenta "Segmento".



Após construir as diagonais, usar a ferramenta "Estilo das Linhas" para que elas fiquem tracejadas. Basta clicar na linha referente à diagonal e escolher a linha tracejada.



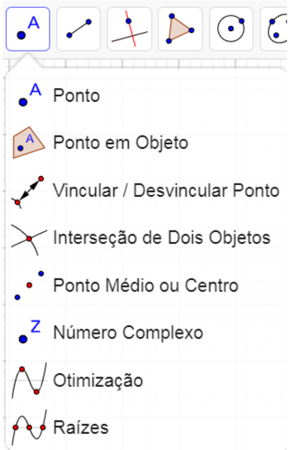
Clicar na ferramenta "Distância, Comprimento ou Perímetro", clicar no vértice A e depois no vértice C. Em seguida clicar no vértice D e no vértice B. Será mostrado o valor correspondente a essas diagonais do losango. Caso os valores não sejam os correspondentes ao enunciado, pode-se usar a ferramenta "Mover", clicar em um dos vértices e arrastá-lo até encontrar o valor desejado.

Explicar aos alunos que para encontrar o valor do lado do losango, no caderno, ele deverá utilizar o "Teorema de Pitágoras", pois o lado do losango corresponde à hipotenusa dos triângulos formados pelas diagonais do losango. E todos são triângulos retângulos, ou seja, possuem um ângulo de 90°. Depois pedir para eles realizarem os cálculos de perímetro e área também no caderno e depois verificar os devidos valores no software para comparar com os resultados encontrados por eles.

Clicar na ferramenta "Distância, Comprimento ou Perímetro" e clicar no vértice A e depois no vértice B do losango para mostrar o valor desse lado. Em seguida clicar no losango para exibir o valor do perímetro. Depois clicar na ferramenta "Área" e novamente no losango para exibir o valor da área desse quadrilátero.

Atividade 2: Construir o retângulo utilizando a ferramenta "Polígono".

Encontrar os pontos médios de cada lado (comprimento e largura) do retângulo usando a ferramenta "Ponto Médio ou Centro".



Encontrados os respectivos pontos médios, construir um losango utilizando a ferramenta “Polígono”, onde seus vértices sejam os pontos médios dos lados do retângulo. Conforme a Figura 6.

Construir suas diagonais utilizando a ferramenta “Segmento”.

Após construir as diagonais, usar a ferramenta “Estilo das Linhas” para que elas fiquem tracejadas. Basta clicar na linha referente à diagonal e escolher a linha tracejada.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro”, clicar no vértice A e depois no vértice B do retângulo para mostrar o seu comprimento. Depois clicar nos vértices B e C para mostrar o valor de sua largura. Ajustar para que $\overline{AB}$ tenha 12 cm e $\overline{BC}$ tenha 8 cm.

Pedir para que o aluno encontre o valor do lado do losango utilizando novamente o “Teorema de Pitágoras”. Mas desta vez, ele utilizará o triângulo retângulo formado no retângulo, com os pontos médios de cada lado e a hipotenusa será o lado do losango.

Obs.: Os alunos poderão fazer uso de uma calculadora para a realização desse cálculo.

Pedir para os alunos calcularem os perímetros e as áreas do retângulo e do losango. Depois encontrar esses valores utilizando o GeoGebra e fazer as comparações.

Em seguida, pedir para que eles expliquem, com suas próprias palavras, qual a relação entre os triângulos retângulos de dentro do losango e os formados pelo retângulo onde sua hipotenusa são os lados do losango.

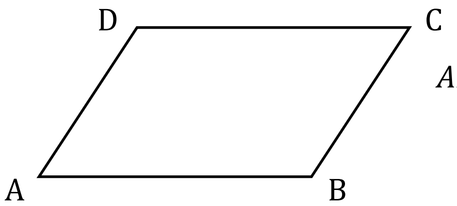
Compare as respostas dos alunos e depois explique matematicamente essas relações existentes.

O objetivo é fazer com que os discentes raciocinem sobre essas relações e formem suas respostas.

4.3.4. Paralelogramo

Segundo Oliveira e Pinheiro (2010), um quadrilátero convexo é um paralelogramo se e somente se possui os lados opostos paralelos. Perceba que a partir desta definição podemos afirmar que todo quadrado, assim como todo retângulo e todo losango é um paralelogramo.

Em todo paralelogramo dois ângulos opostos quaisquer, assim como dois lados opostos quaisquer, são congruentes. Ele tem suas diagonais cortando-se ao meio, e ambas se intersectam nos respectivos pontos médios.



$$ABCD \text{ é um paralelogramo} \Leftrightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD} \text{ e } \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

Atividade 1: Um paralelogramo possui base igual a 9 cm e altura igual a 4 cm. Sabendo-se que o segmento que parte do vértice A e intersecta a base DC, divide essa base em dois segmentos de medidas 3 cm e 6 cm. Calcule o valor do lado AD desse paralelogramo. Sabendo que AD = BC, calcule o Perímetro e a área desse polígono.

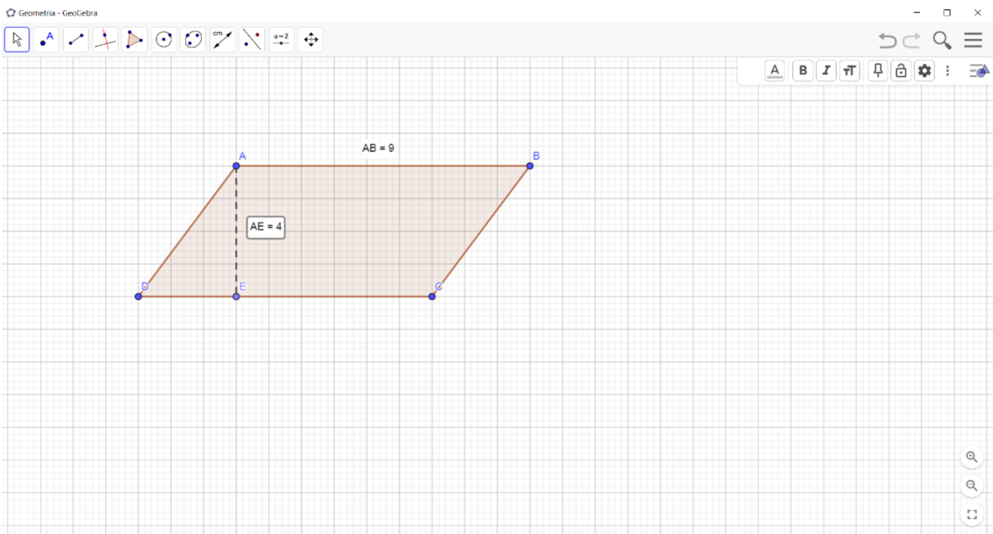


Figura 7: Paralelogramo com base 9 cm e altura 4 cm feito no GeoGebra

Atividade 2: Um retângulo ABCD com comprimento igual a 10 cm e largura igual a 6 cm, tem um paralelogramo EFGH inscrito nele. O vértice F do paralelogramo coincide com o vértice B do retângulo, assim como o vértice H coincide com o vértice D. Calcule o perímetro e a área do retângulo, do paralelogramo e do triângulo e diga a diferença entre as três. Explicar ao aluno qual será sempre a base e a altura do triângulo.

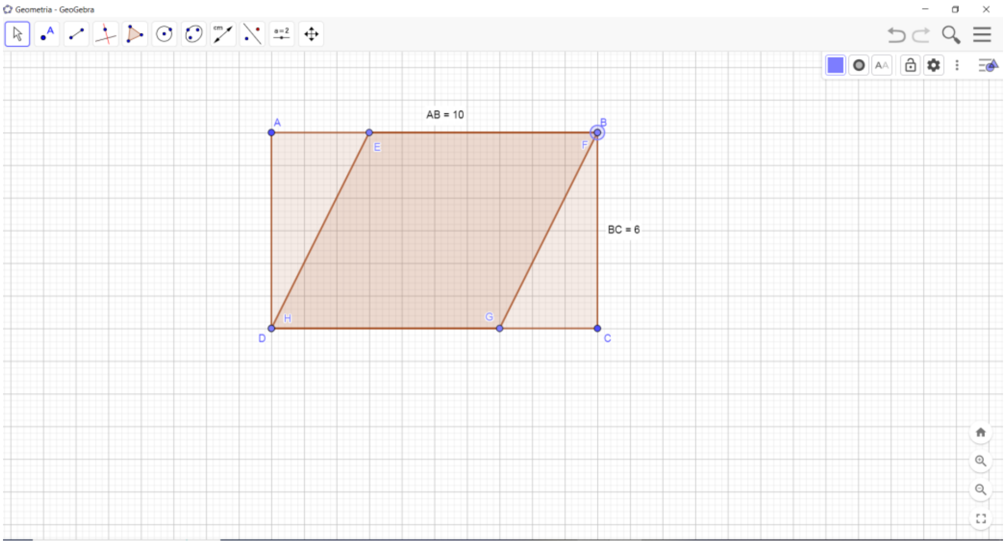


Figura 8: Paralelogramo inscrito no Retângulo com comprimento 10 cm e largura 6 cm feito no GeoGebra

4.3.4.1. Orientações ao professor

Atividade 1: Construir o paralelogramo utilizando a ferramenta “Polígono”.

Construir sua altura utilizando a ferramenta “Segmento”.

Após construir a altura, usar a ferramenta “Estilo das Linhas” para que ela fique tracejada. Basta clicar na linha referente à altura e escolher a linha tracejada.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro”, clicar no vértice A e depois no vértice B do paralelogramo para mostrar o seu valor. Depois clicar no segmento referente à altura do polígono para também mostrar o seu valor. Ajustar para que $\overline{AB}$ tenha 9 cm e $\overline{AE}$ (altura) tenha 4 cm. $\overline{DE}$ deve ter 3 cm e $\overline{CE}$ deve ter 6 cm.

Os alunos devem fazer uso do “Teorema de Pitágoras” para calcular o valor do lado $\overline{AD}$.

Fazer o cálculo da área e do perímetro do paralelogramo no caderno.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clicar no paralelogramo para exibir o valor do perímetro. Depois clicar na ferramenta “Área” e novamente no paralelogramo para exibir o valor da área desse quadrilátero.

Fazer com que os alunos comparem suas respostas com as respostas do software.

Atividade 2: Construir o retângulo utilizando a ferramenta “Polígono”.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro”, clicar no vértice A e depois no vértice B do retângulo para mostrar o seu comprimento. Depois clicar nos vértices B e C para mostrar o valor de sua largura. Ajustar para que $\overline{AB}$ tenha 10 cm e $\overline{BC}$ tenha 6 cm.

Construir o paralelogramo inscrito no retângulo utilizando a ferramenta "Polígono". O vértice F do paralelogramo deve coincidir com o vértice B do retângulo, assim como o vértice H deve coincidir com o vértice D.

Encontrar o valor do lado do paralelogramo usando o "Teorema de Pitágoras".

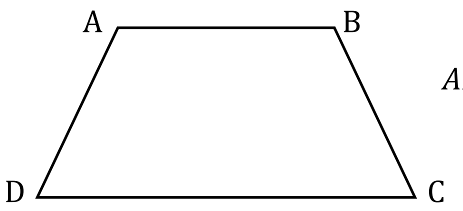
Calcular o perímetro das figuras utilizando a ferramenta "Distância, Comprimento ou Perímetro". Calcular a área das figuras utilizando a ferramenta "Área". Calcular a diferença nos valores dos perímetros e das áreas das três figuras.

Explicar para o aluno como encontrar a base e a altura do triângulo baseado no retângulo formado por ele.

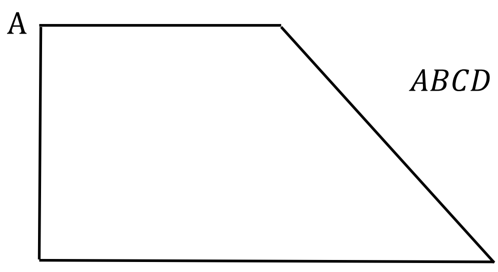
4.3.5. Trapézio

Conforme Oliveira e Pinheiro (2010), um quadrilátero convexo é um trapézio se e somente se possui dois lados paralelos. Estes lados paralelos são conhecidos como bases. A partir desta definição podemos concluir diretamente que todo trapézio é um paralelogramo.

Quando os lados não paralelos possuem igual comprimento dizemos que o trapézio é isósceles. Quando um dos lados não paralelos é perpendicular às bases dizemos que o trapézio é retângulo.



$$ABCD \text{ é } um\ trapézio \Leftrightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}\ e\ \overline{BC} \cong \overline{DA}$$



$$ABCD \text{ é } um\ trapézio \Leftrightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

A base que possui maior medida recebe o nome de base maior e a que possui menor medida recebe o nome de base menor.

Atividade 1: Um trapézio isósceles tem base maior 10 cm, base menor 4 cm e sua altura medindo 4 cm. A distância da intersecção do segmento que parte do vértice A até a base maior do trapézio, até o vértice D mede 3 cm. Calcule seu perímetro e sua área.

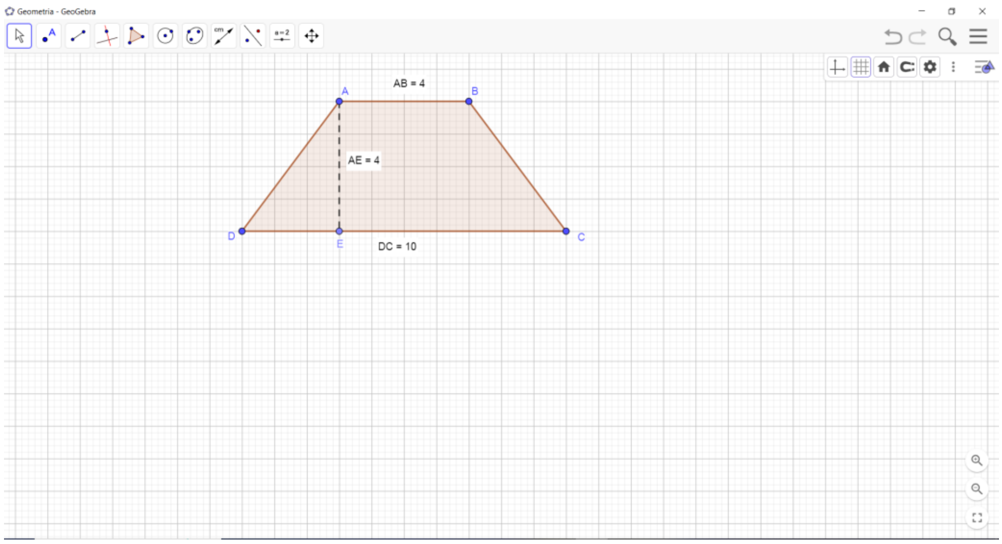


Figura 9: Trapézio com base maior 10 cm, base menor 4 cm e altura 4 cm feito no GeoGebra

Atividade 2: Um trapézio com base maior igual a 12 cm, base menor igual a 6 cm e altura igual a 4 cm, está unido a um quadrado cujo lado é a base menor do trapézio. A distância da intersecção do segmento que parte do vértice A do trapézio até a sua base maior, para o vértice D mede 3 cm. Calcule os perímetros e as áreas do quadrado e do trapézio, e o perímetro e a área da figura formada pela união dos dois quadriláteros.

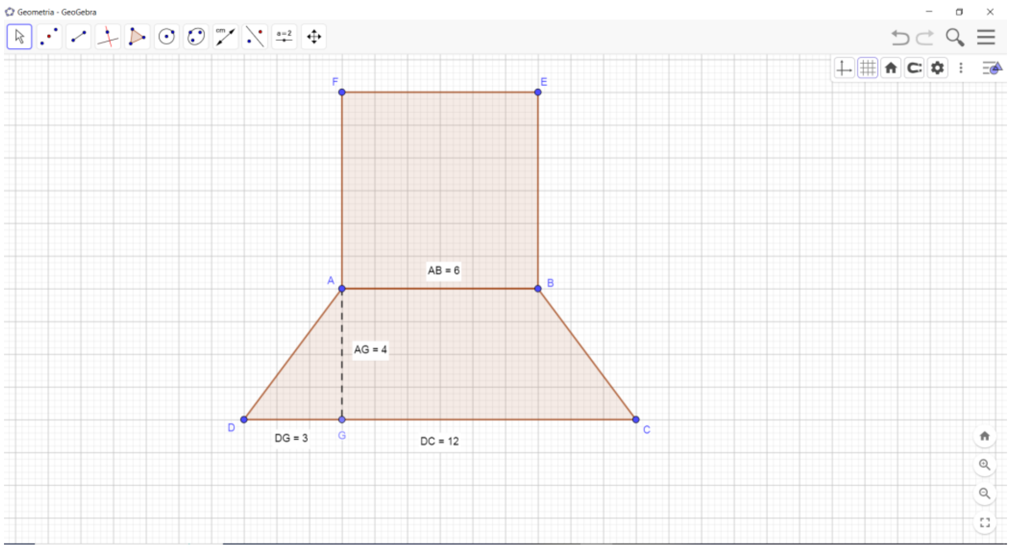


Figura 10: Trapézio com base maior 12 cm, base menor 6 cm e altura 4 cm, unido a um Quadrado cujo lado é a base menor do Trapézio, feito no GeoGebra

4.3.5.1. Orientações ao professor

Atividade 1: Construir o trapézio utilizando a ferramenta "Polígono".

Construir sua altura utilizando a ferramenta "Segmento".

Após construir a altura, usar a ferramenta "Estilo das Linhas" para que ela fique tracejada. Basta clicar na linha referente à altura e escolher a linha tracejada.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro”, clicar no vértice A e depois no vértice B do trapézio para mostrar o seu valor. Clicar no segmento referente à altura do polígono para também mostrar o seu valor. Depois clicar no vértice D e no vértice C para que seja mostrado o seu valor. Ajustar para que $\overline{AB}$ tenha 4 cm e $\overline{AE}$ (altura) tenha 4 cm. $\overline{DE}$ deve ter 3 cm e $\overline{DC}$ deve ter 10 cm.

Os alunos devem fazer uso do “Teorema de Pitágoras” para calcular o valor do lado $\overline{AD}$.

Calcular o perímetro e a área do trapézio no caderno.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clicar no paralelogramo para exibir o valor do perímetro. Depois clicar na ferramenta “Área” e novamente no paralelogramo para exibir o valor da área desse quadrilátero.

Fazer com que os alunos comparem suas respostas com as respostas do GeoGebra.

Atividade 2: Construir o trapézio utilizando a ferramenta “Polígono”.

Construir sua altura utilizando a ferramenta “Segmento”.

Após construir a altura, usar a ferramenta “Estilo das Linhas” para que ela fique tracejada. Basta clicar na linha referente à altura e escolher a linha tracejada.

Construir um quadrado, onde um de seus lados será a base menor do trapézio, utilizando a ferramenta “Polígono”.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro”, clicar no vértice A e depois no vértice B do trapézio para mostrar o seu valor. Clicar no segmento referente à altura do polígono para também mostrar o seu valor. Depois clicar no vértice D e no vértice C para que seja mostrado o seu valor. Ajustar para que $\overline{AB}$ tenha 6 cm e $\overline{AE}$ (altura) tenha 4 cm. $\overline{DE}$ deve ter 3 cm e $\overline{DC}$ deve ter 12 cm.

Os alunos devem fazer uso do “Teorema de Pitágoras” para calcular o valor referente ao lado $\overline{AD}$.

Calcular os perímetros e as áreas do trapézio e do quadrado no caderno. Pedir também a área e o perímetro da figura formada pela junção dos dois quadriláteros.

Clicar na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clicar no trapézio e depois no quadrado para exibir os valores de seus respectivos perímetros. Depois clicar na ferramenta “Área” e novamente nos dois polígonos para exibir os valores de suas áreas.

Fazer com que os alunos comparem suas respostas com as respostas do GeoGebra.

Obs.: Explicar aos alunos, após cada uma das atividades serem concluídas, como eles podem utilizar esses conhecimentos no cotidiano. Explicar usando exemplos de cálculo de área de terrenos, quantidade de arame para cercar uma fazenda, junção de figuras em divisões de terrenos, como por exemplo, casa e jardim, explicar que os pedreiros calculam o metro quadrado para comprar as lajotas, usa-se esses cálculos em plantações, sistemas de irrigação, para comprar cordas, fitas, dentre outras coisas.

CONSIDERÇÕES FINAIS

Ao longo desta obra, pôde-se adentrar no fascinante mundo da geometria, explorando os conceitos de área e perímetro com o auxílio do software GeoGebra, que é uma ferramenta poderosa onde pode-se transformar a aprendizagem em uma experiência dinâmica e interativa. A cada capítulo demonstrou-se como essa plataforma interativa não apenas facilita a compreensão de conceitos geométricos, mas também transforma o aprendizado em uma experiência visual e, até mesmo, divertida. Com a utilização de exemplos práticos, alguns exercícios simples e outros desafiadores, foi possível perceber como esses conceitos matemáticos não apenas enriquecem nosso entendimento teórico, mas também têm um impacto significativo em nossas vidas.

Os cálculos de área e perímetro estão presentes em muitas atividades do cotidiano, desde pequenas tarefas domésticas até grandes projetos profissionais. Esses conceitos são essenciais para a otimização de recursos, planejamento de espaços e resolução de problemas de forma eficiente. Dominar essas habilidades matemáticas é primordial para se tomar decisões informadas e realizar tarefas com precisão.

Percebeu-se que o aprendizado de matemática, especialmente em tópicos como os aqui estudados, pode ser significativamente enriquecido com o uso de ferramentas tecnológicas. Ao se unir teoria e prática, prepara-se os alunos não apenas para resolver problemas matemáticos, mas também para aplicar esses conhecimentos em situações comuns do mundo real. Além disso, com a utilização de softwares educacionais, pode-se desenvolver no aluno habilidades essenciais para o século XXI, não só em se tratando da utilização de ferramentas tecnológicas, mas também na resolução de problemas, formulação de um pensamento crítico e competência para enfrentar diversos desafios em muitas áreas do conhecimento que não só o matemático.

Com o conhecimento aqui adquirido, espera-se que os discentes possam enxergar a matemática como uma aliada no dia a dia, capaz de transformar desafios em soluções criativas e eficazes.

Esperamos que este livro inspire educadores e alunos a continuarem explorando a matemática de forma alegre e envolvente, que seus conceitos possam ser aplicados para resolver problemas que ainda virão, e que os discentes sigam suas jornadas sempre com a curiosidade e a paixão de quem vê na matemática uma linguagem universal e cheia de possibilidades.

REFERÊNCIAS

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José N. **Fundamentos da Matemática Elementar 9: geometria plana.** São Paulo: Atual, 2013.

FREZZA, Ednaldo A.; DIAS, Júnior F. **Geometria Plana.** Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2017.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura.** São Paulo: Ed. 34, 1999.

MACHADO, Antônio dos S. **Matemática Temas e Metas 4 – Áreas e Volumes**. São Paulo: Atual, 1988.

NETO, João E. **História da matemática.** Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2016.

OLIVEIRA, Marcelo R. de; PINHEIRO, Márcio R. da R.; **Coleção Elementos da Matemática, 2: Geometria Plana**. 3 ed., Fortaleza: Editora VestSeller, 2010.

PONTE, João Pedro da; CANAVARRO, Ana Paula. **Matemática e Novas Tecnologias**. Lisboa: Universidade Aberta, 1997.

REZENDE, Eliane Q. F.; QUEIROZ, Maria L. B. de. **Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas.** Campinas: Editora da Unicamp, 2008.

Jamir Alexandre Ferreira Fernandes possui graduação em Tecnologia em Processamento de Dados pela Universidade da Amazônia (UNAMA-PA 2000), especialização em Tecnologia da Informação pela Universidade Paulista (UNIP-SP 2003), graduação em Licenciatura em Matemática pela Faculdade Única de Ipatinga (2023) e cursando mestrado em Ensino de Matemática na Universidade do Estado do Pará (UEPA). Foi professor substituto da Universidade do Estado do Pará (UEPA) de 2005 a 2012, foi professor substituto da Universidade Federal do Pará (UFPA) de 2014 a 2016 e do PARFOR da Universidade Federal Rural da Amazônia (UFRA) de 2012 a 2017. Atualmente é professor substituto da Universidade do Estado do Pará desde 2018. Possui experiência em Algoritmos e Programação, Desenvolvimento de Aplicativos para Celular, Informática Aplicada à Educação, Geometria Plana e Analítica. Faz parte do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias da UEPA.

Fábio José da Costa Alves possui Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa (1990), Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela UNESPa (1989), graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará (1994), Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (1999), Doutorado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (2003) e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2017). Atualmente é Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Foi coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática/UEPA de 2019 a 2023. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias e Vice-líder do Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da UEPA. Está atuando no desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática. Têm experiência em Educação Matemática e matemática aplicada, na área do ensino a distância e em Geociências, com ênfase em Geofísica Aplicada nos temas: deconvolução, filtragem com Wiener, atenuação e supressão de múltiplas.

Cinthia Cunha Maradei Pereira possui graduação em Licenciatura em Matemática e em Tecnologia em Processamento de Dados, especialização em Informática Médica, mestrado em Ciências da Computação e Doutorado em Genética e Biologia Molecular (Bioinformática). Atualmente é Professora Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA e vice-líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. Participa do desenvolvimento de tecnologias aplicadas ao ensino de Matemática.

Pedro Franco de Sá possui graduação em Licenciatura Plena Em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1988), mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1996) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2003). Foi o diretor, no período de junho de 2012 à maio de 2016, do Centro de Ciências Sociais e Educação da Universidade do Estado do Pará onde é professor Titular de Educação Matemática do Departamento de Matemática, Estatística e Informática desde 2013. É docente fundador do Programa de Mestrado em Educação do CCSE- UEPA, docente fundador da REAMEC e docente fundador do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do CCSE- UEPA. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, ensino de matemática por atividades, matemática no ensino fundamental e uso de novas tecnologias em sala de aula, em particular uso didático da calculadora.