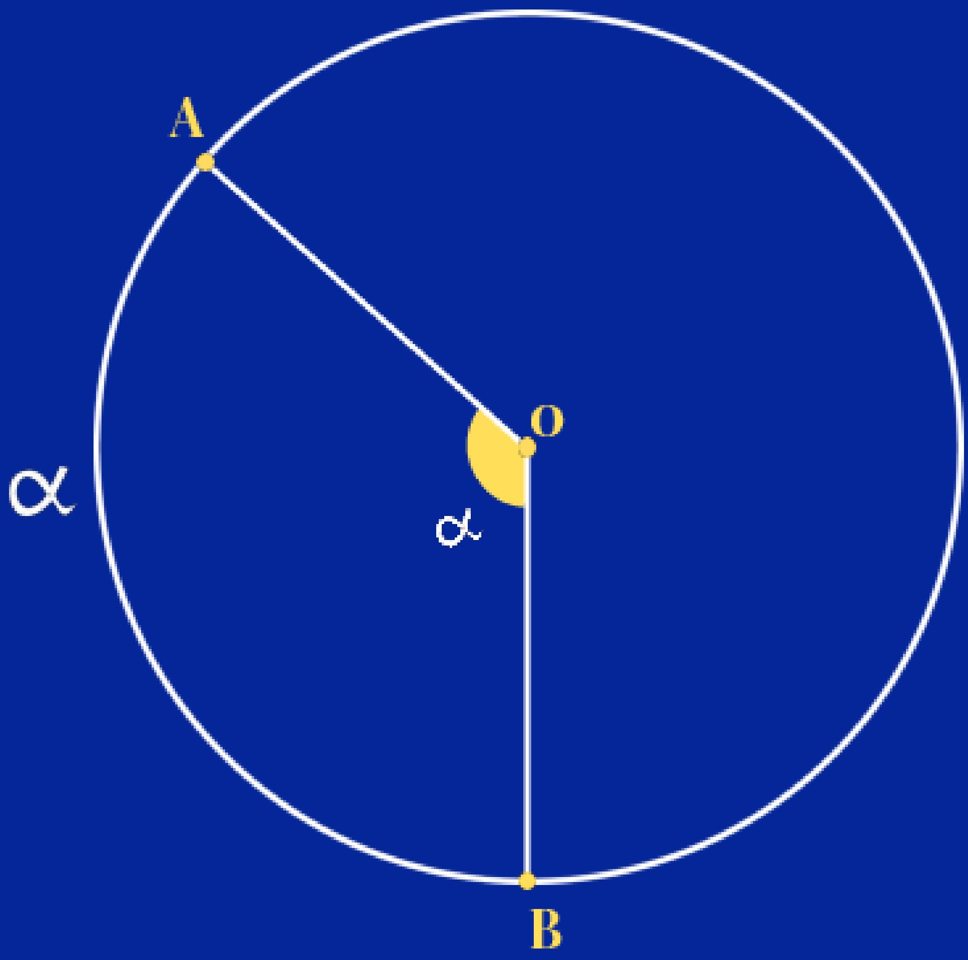
UMA ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA COM A FERRAMENTA GEOGEBRA

CARLOS FELIPE CALDAS DE CARVALHO
CINTHIA CUNHA MARADEI PEREIRA
FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES



Belém-PA
2025

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA.

CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA.

TECNOLOGIAS DE INFORMÁTICA APLICADAS AO ENSINO DE MATEMÁTICA.

[1]

1

[1]CARVALHO, Carlos Felipe Caldas de; ALVES, Fábio José da Costa; PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei. Uma estratégia para o ensino de ângulos na circunferência com o auxílio da ferramenta GeoGebra. Produto educacional de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2024.

ISBN: 978-65-5291-016-5

Palavras Chave: Geogebra, Circunferência, Geometria, Ângulos na Circunferência.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Os alunos cada vez mais vem se modernizando e sentindo a necessidade de estar mais ligados às mídias digitais. O professor precisa criar estratégias para inserir essas ferramentas em suas metodologias dentro de sala de aula para tornar as suas aulas mais dinâmicas e atrativas, tornando-as uma prática pedagógica pertinente à realidade do aluno. Graças a Globalização, o professor se sente na obrigação de estar sempre se especializando em cursos de aprendizados tecnológicos, para pesquisar melhores meios de ensinar.

Desta forma, buscamos mostrar neste trabalho o passo a passo da construção de uma calculadora digital em um software online (e offline também), com o intuito de facilitar o processo de ensino-aprendizagem de matemática em sala de aula, mostrando ao professor uma maneira de utilizar o software de maneira que o aluno consiga perceber a montagem de determinado objeto geométrico e em seguida realizar manipulações, de tal forma que o objeto inicial que fora construído não seja prejudicado, fazendo com que o aluno se torne sujeito ativo de seu aprendizado.

Este livro tem por finalidade ser usado como ferramenta por outros professores, servindo como um facilitador para o ensino de ângulos na circunferência, abordando tópicos essenciais, como: conceito de ângulos na circunferência, suas propriedades e operações, utilizando aplicativos no Geogebra online para auxiliar na visualização e compreensão dos conceitos e propriedades.

1. INTRODUÇÃO

A Matemática é frequentemente vista como uma disciplina desafiadora e, por vezes, considerada desinteressante devido à sua natureza abstrata e linguagem complexa. Essa percepção negativa afasta muitos alunos da Matemática, o que pode ter consequências significativas em sua vida pessoal, acadêmica e profissional, especialmente no desenvolvimento do pensamento matemático e do raciocínio lógico-dedutivo.

Diante da realidade do insucesso na Matemática, a preocupação atual é encontrar soluções inovadoras que revertam essa tendência e promovam o sucesso acadêmico. É fundamental despertar o interesse e a motivação dos alunos para a Matemática. Nesse contexto, os recursos tecnológicos, como o computador, surgem como ferramentas capazes de proporcionar novas experiências e renovar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo Silva & Cabrita (s.d): "Vivemos numa era de progressos tecnológicos fascinantes e inimagináveis em que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), em fase ascendente, vêm permitir a difusão da informação e a construção de conhecimento a um ritmo extraordinário e de um modo surpreendente. (p.1)".

Este trabalho apresenta uma proposta para o ensino sobre o estudo de ângulos em uma circunferência com o auxílio da ferramenta GeoGebra que irá auxiliar de forma simples e ampla nas estratégias de ensino, viabilizando a aprendizagem e permitindo que os discentes tenham a capacidade de visualizar o que estão construindo, para aplicar a geometria de maneira real, motivando o aprendizado.

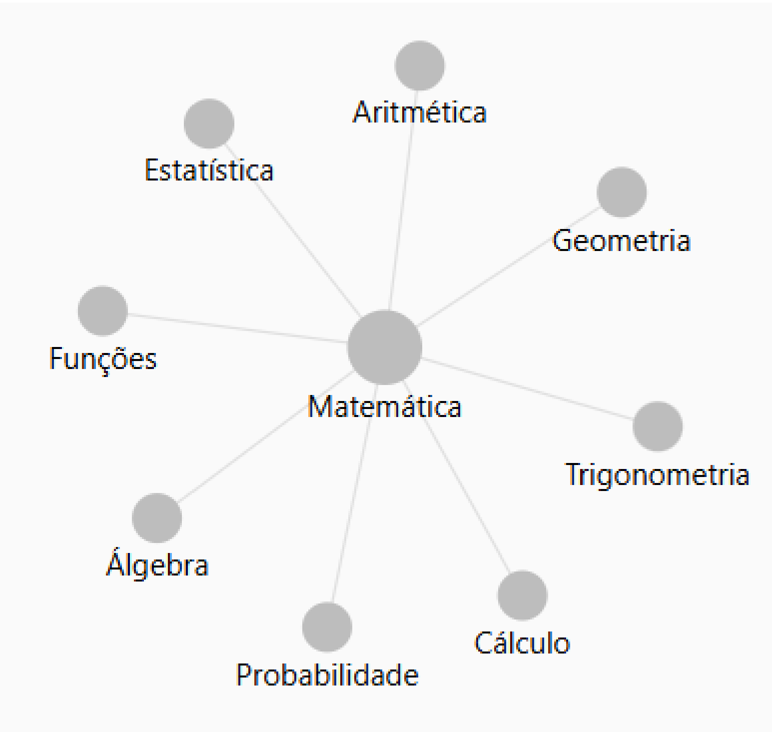
2. CONHECENDO O APLICATIVO GEOGEBRA NA MODALIDADE ONLINE.

O aplicativo GeoGebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter em 2001 da universidade de Salzburgo e pode ser usado tanto online quanto offline, por todos os alunos ao mesmo tempo e sem gerar custos desnecessários às escolas e/ou universidades.

O GeoGebra possui ferramentas de alto potencial geométrico e algébrico, facilitando todos os níveis de ensino. É leve e de fácil manuseio em computadores e smartphones, além de possibilitar um ensino global, visto que um professor que está no Brasil pode, sem nenhuma dificuldade, utilizar uma animação feita por pessoas que estejam em outro continente. Dessa forma, podemos acessar o GeoGebra de diversas formas e maneiras, de acordo com objetivo dos docentes e a realidade dos discentes.

O aplicativo oferece uma plataforma, tanto online quanto offline, abrangendo todos os níveis de ensino, integrando geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em uma única ferramenta. Além de ser acessível gratuitamente, o app permite uso fácil em dispositivos móveis e computadores, sendo especialmente desenvolvido para o ensino de matemática em escolas. Com essa ferramenta, os alunos podem realizar cálculos e construir figuras e sólidos durante as aulas.

Figura 1: Matemática e suas áreas de conhecimento.



Fonte: https://www.geogebra.org/materials

Este trabalho baseia-se em atividades experimentais por meio de descoberta. De acordo com Cálciz (2011), Bruner destacou a importância fundamental da experimentação direta e ativa dos indivíduos com a realidade. Ele enfatizou que, para aprender de forma significativa, é essencial ter uma experiência pessoal de descoberta. Essa ideia deu origem à proposta de ensino por descoberta, que mais tarde evoluiu para o que conhecemos hoje como ensino de Matemática por Atividade, onde os alunos aprendem por meio da exploração e da descoberta ativa.

A proposta de ensino por descoberta se torna interessante, pois envolve a criação de um ambiente de aprendizado que estimule a curiosidade e a exploração dos alunos. Isso pode ser alcançado por meio de estratégias como a resolução de problemas, a investigação científica e a aprendizagem baseada em projetos.

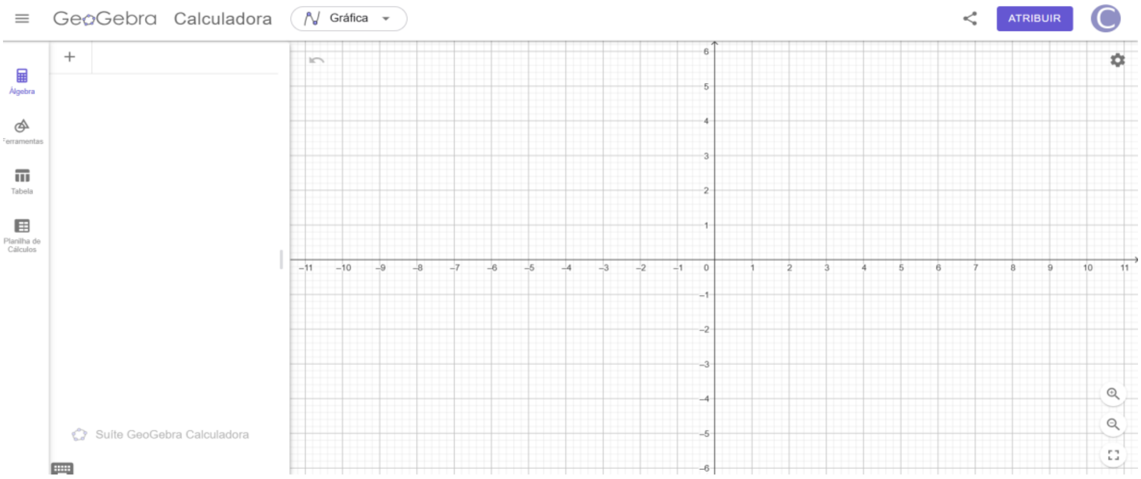
Para acessar o GeoGebra, basta acessar o site < https: // www.geogebra.org. >. Nesse site, teremos o acesso a todas as ferramentas da plataforma.

Imagem 2: Interface Inicial do GeoGebra.

Fonte: www.geogebra.org

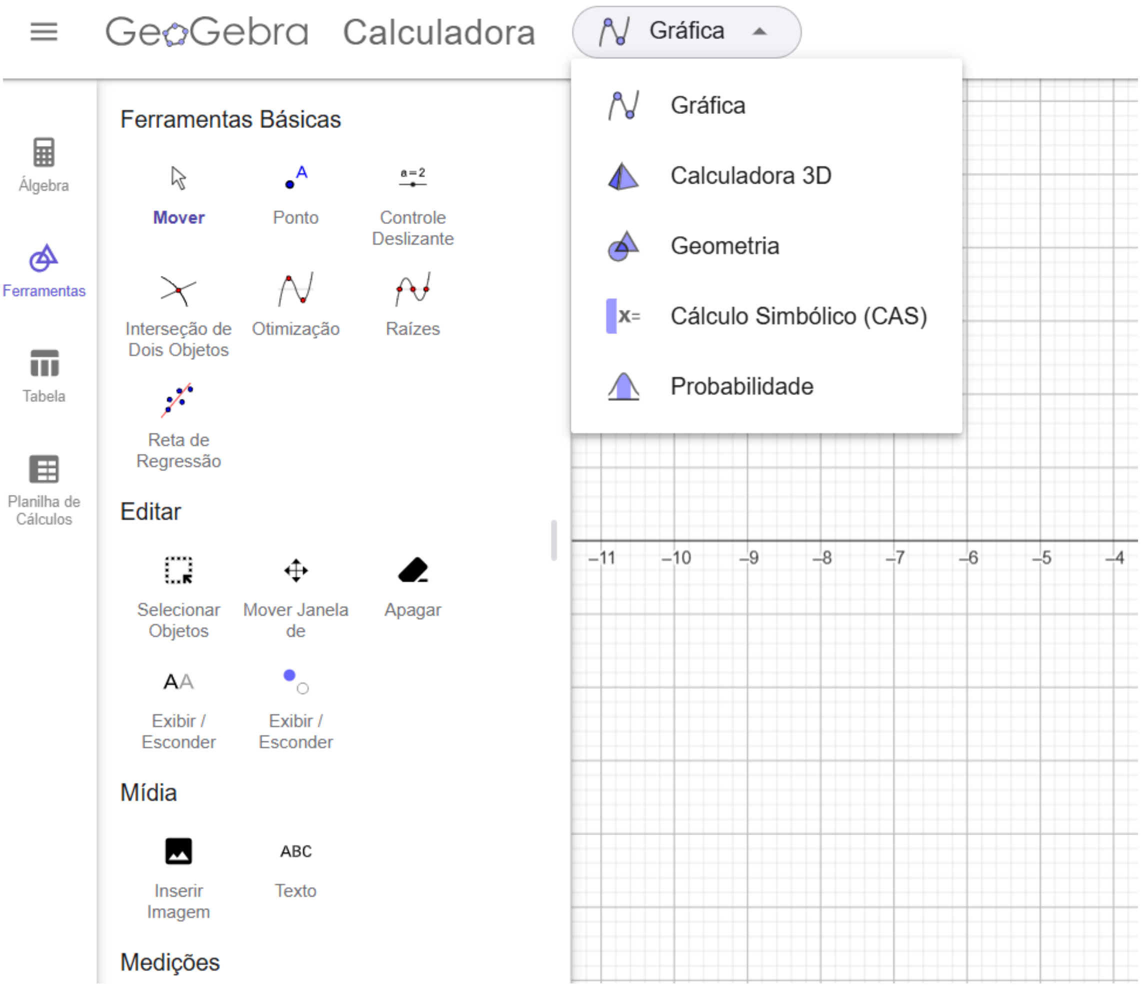
A página do GeoGebra oferece outras funcionalidades, porém, para esse estudo iremos clicar no ícone “Iniciar calculadora” e veremos a seguir como a seção seguinte irá se apresentar.

Imagem 3: Interface da Calculadora.



Fonte: https://www.geogebra.org/calculator

Em seguida, iremos clicar no ícone onde está escrito “Gráfico” e trocaremos para a opção “Geometria”, como irá mostrar a imagem abaixo:
Imagem 4: Mudança de opção de calculadora.



Fonte: www.geogebra.org/calculator
Após feita a mudança, o layout da página irá mudar para as ferramentas que iremos trabalhar neste trabalho. A seguir, iremos trabalhar algumas propriedades importantes sobre ângulos na circunferência, aos quais são

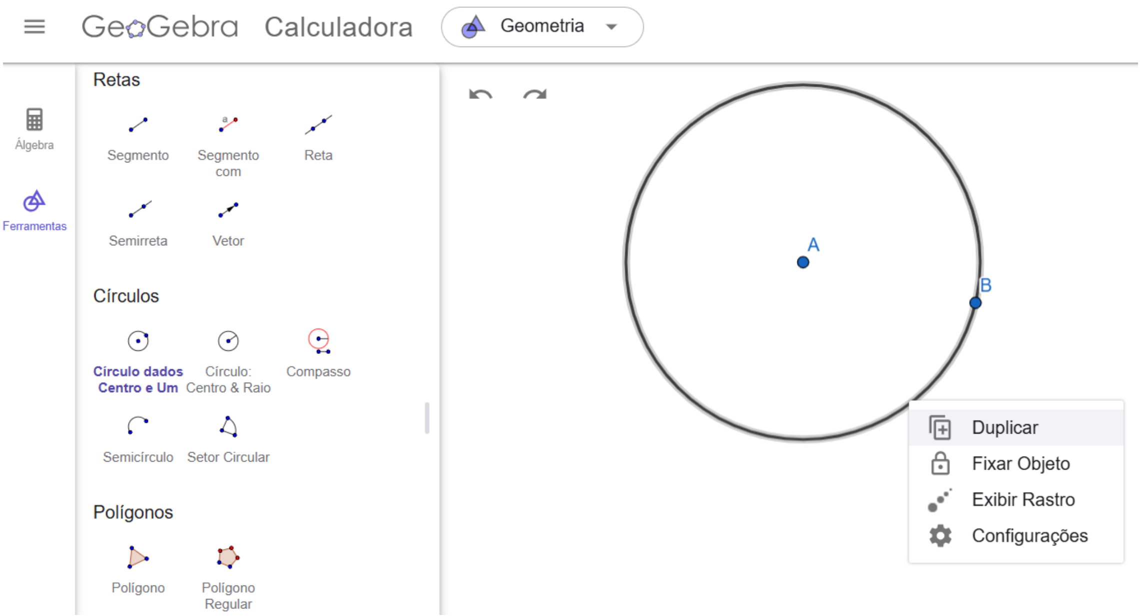
tópicos que os alunos do ensino médio possuem muita dificuldade, principalmente por não conseguirem enxergar algumas particularidades. Através da calculadora de Geometria do GeoGebra, conseguiremos realizar construções e manipulações de ângulos e circunferências sem que possamos perder a imagem inicial, pois é justamente nessa parte em que o aluno encontra mais dificuldade. Além disso, o software irá permitir a manipulação da figura, possibilitando que o aluno enxergue com mais clareza o que a definição do enunciado propõe.

3. CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

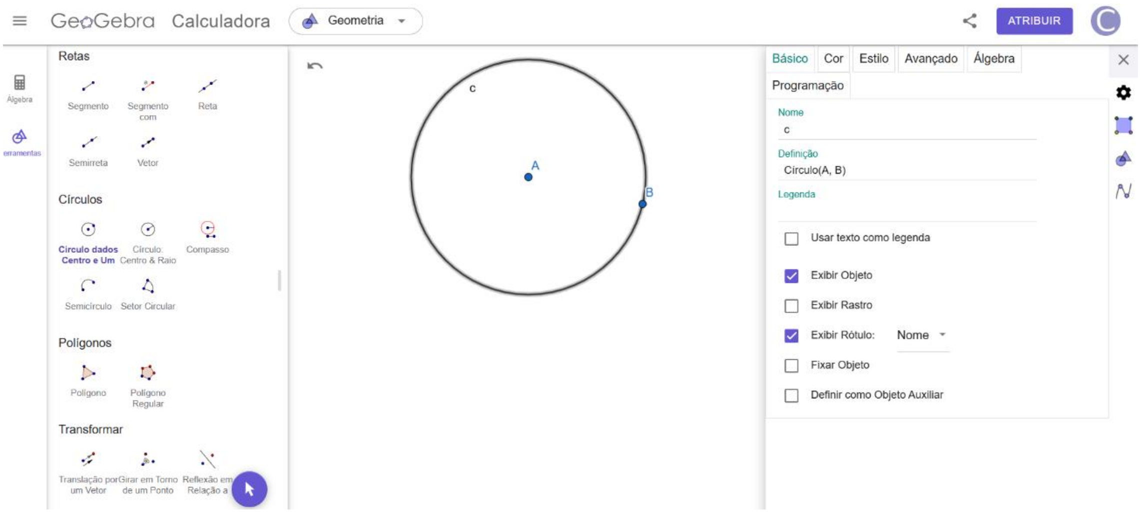
Iremos analisar em alguns detalhes como utilizar a ferramenta círculo encontrada na barra de ferramentas do GeoGebra. Vale ressaltar que no software é usado a palavra "círculo" com dualidade de sentido à circunferência e disco

3.1. CÍRCULO DADOS CENTRO E UM DE SEUS PONTOS.

Ao clicar na opção "Círculo Dados Centro e Um de Seus Pontos", podemos clicar na janela de visualização do GeoGebra, surgindo assim um ponto A. Clicando em um espaço qualquer, que não seja o anterior, será criado outro ponto que será chamado de B. De imediato, será desenhada uma circunferência. Ao clicar com o botão direito do mouse sobre a circunferência, surgirá uma caixa de diálogo. Clicamos na opção "Configurações" e em seguida selecionamos a caixa "Rótulos". Irá aparecer da seguinte maneira:



Fonte: www.geogebra.org/calculator



Fonte: www.geogebra.org/calculator

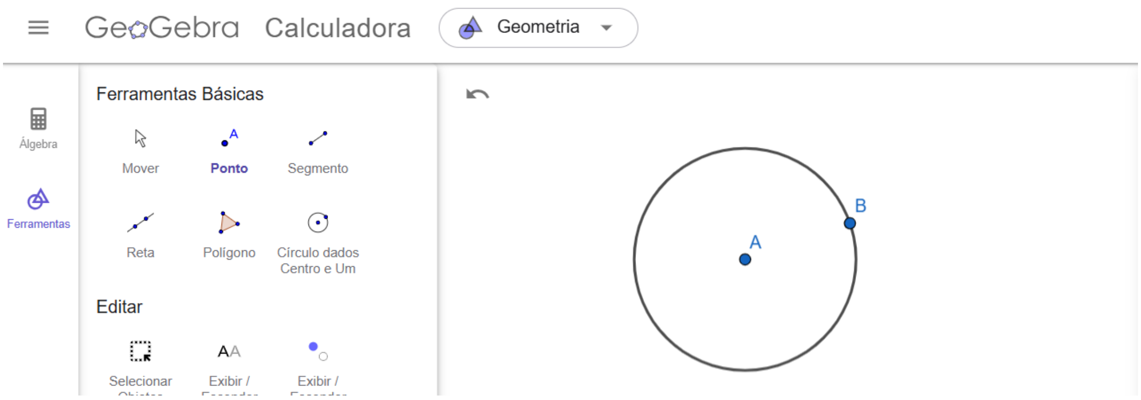
3.2. POSIÇÃO DE PONTOS EM RELAÇÃO À CIRCUNFERÊNCIA.

Existem três possibilidades: O ponto pode interno, externo ou pertencente à circunferência. Para ser interno, a distância do centro ao ponto deve ser menor que o raio. Para que o ponto pertença a circunferência, a distância do raio até o ponto deve ter a mesma medida do raio. Para que o ponto seja externo é necessário que a distância do raio até o ponto seja maior que o raio.

Ao criarmos uma circunferência na janela de visualização geométrica do geogebra, podemos dizer que nesse plano há infinitos planos. Podemos dizer também que há infinitos pontos no interior como exterior à circunferência, assim como também existem infinitos pontos que pertencem à circunferência.

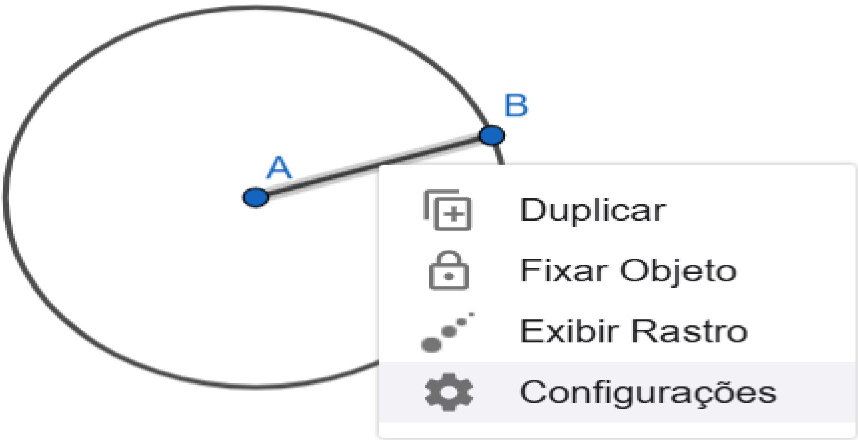
3.3. CORDA, DIÂMETRO E RAIO.

O raio de uma circunferência é um segmento de reta que tem uma de suas extremidades sendo o centro da circunferência e a outra extremidade um ponto qualquer pertencente à circunferência. Podemos desenhar uma circunferência na janela de visualização geométrica do GeoGebra e construirmos o raio para que o aluno possa visualizar. Primeiro clicamos na opção “Círculo, centro e raio”, em seguida escolhemos o valor de 2 centímetros para o raio. Em seguida, clicamos na ferramenta “ponto” e depois clicamos na circunferência para criarmos o ponto B.

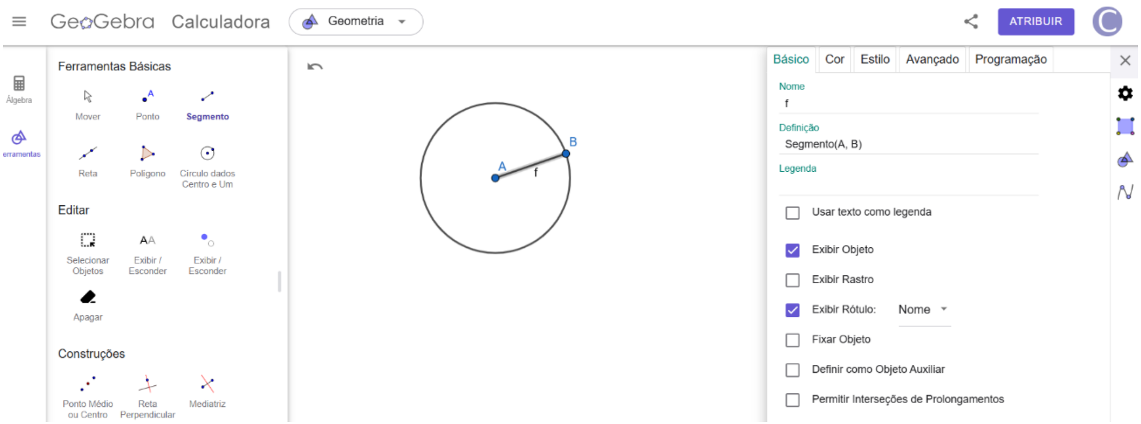


Fonte: www.geogebra.org/calculator

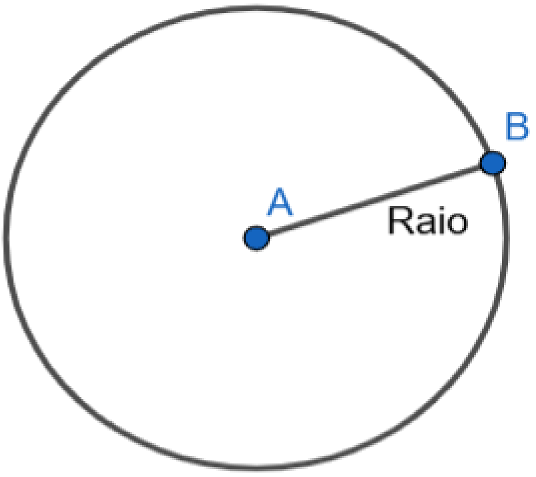
Adiante, clicamos na ferramenta "Segmento" e clicamos primeiro no ponto A e depois no ponto B, criando então o segmento AB. Logo após, clicamos com o botão direito do mouse e clicamos em "Configurações" onde irá abrir uma nova janela no lado direito.



Fonte: www.geogebra.org/calculator



Clicamos na opção "Exibir rótulo" e mudamos para "nome". O segmento irá aparecer com uma letra "f" logo abaixo dele. Podemos renomear o segmento para facilitar a visualização do aluno sobre o que é o raio. Onde tem a aba "Nome", na parte superior, fazemos a renomeação e alteramos de "f" para "Raio", ficando da seguinte maneira:

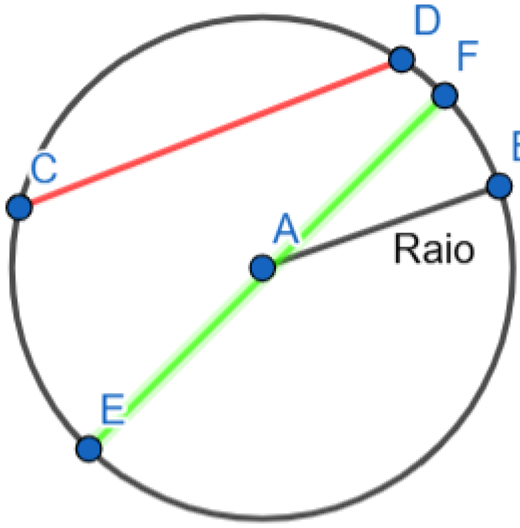


Fonte: www.geogebra.org/calculator

Uma **corda** de uma circunferência é um segmento de reta que tem suas extremidades pertencentes à circunferência.

O **diâmetro** de uma circunferência também é uma corda, sendo que é um tipo específico. É um ponto médio, sendo o centro da circunferência . O diâmetro assume a medida de dois raios, o que a torna a maior corda da circunferência.

Na figura abaixo, iremos representar os três segmentos no software Geogebra, sendo: AB a medida do raio, CD a medida da corda e EF a medida do Diâmetro.



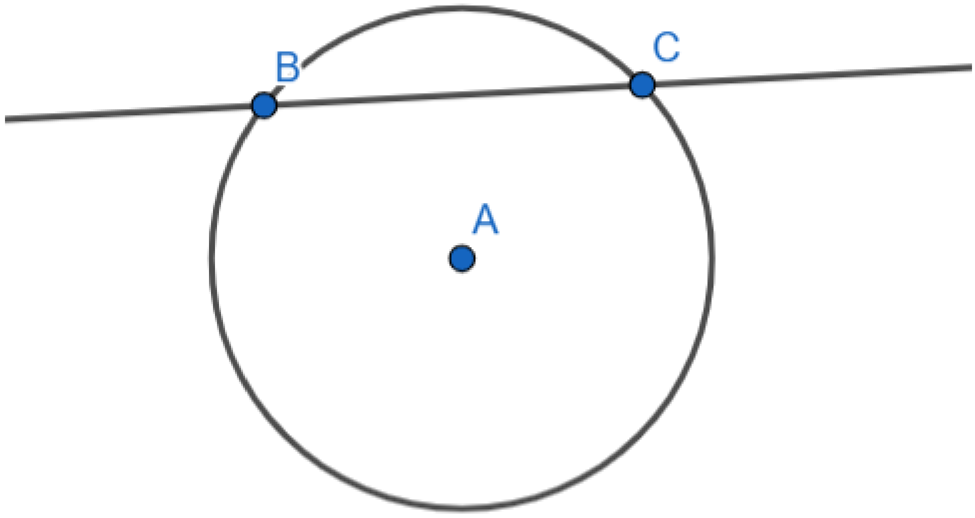
Fonte: www.geogebra.org/calculator

3.4. POSIÇÃO RELATIVA DE RETA E CIRCUNFERÊNCIA.

Dada uma reta e uma circunferência, a posição de uma delas relativamente pode ser dada pela interseção das mesmas.

3.4.1. RETA SECANTE.

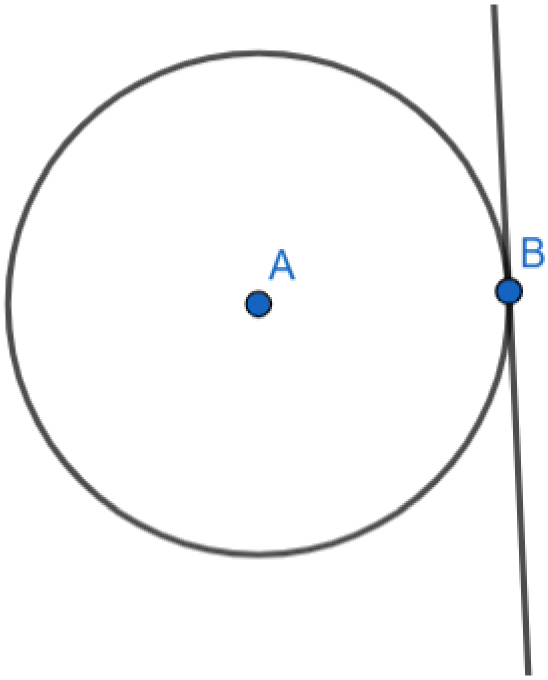
Dizer que uma reta é secante à uma circunferência é o mesmo que dizer que a reta intersecta a circunferência em dois pontos distintos. Na imagem abaixo, a reta ela intersecta dois pontos pertencentes a circunferência, porém a medida da reta é maior que a medida do raio.



Fonte: O próprio autor.

3.4.2. RETA TANGENTE

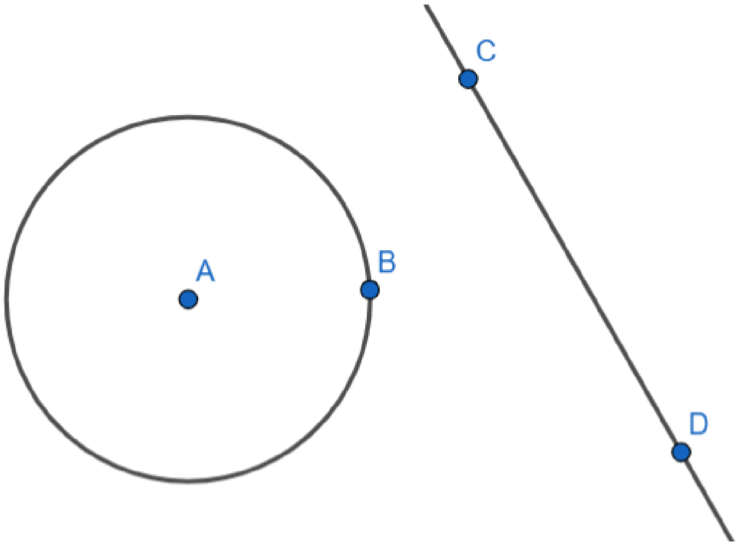
É uma reta que possui apenas um ponto em comum à circunferência. A reta intersecta a circunferência em um único ponto, ao qual a distância do ponto ao centro da circunferência será igual à medida do raio e os demais pontos serão exteriores à circunferência, pois a distância do centro da circunferência em relação aos demais pontos será maior que a medida do raio.



Fonte: O próprio autor.

3.4.3. RETA EXTERIOR À CIRCUNFERÊNCIA.

É uma reta que não tem ponto em comum com a circunferência. A distância de qualquer ponto ao centro da circunferência será maior que a medida do raio.



Fonte: O próprio autor.

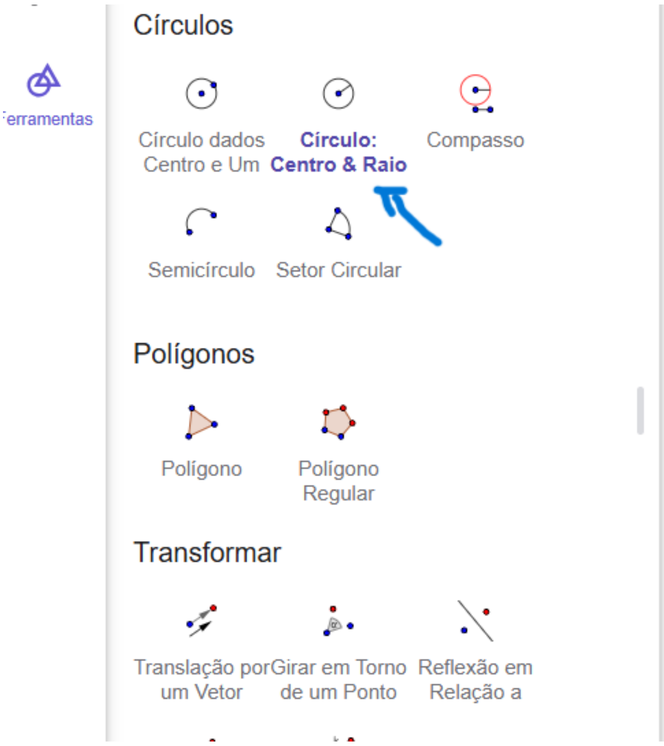
4. ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA.

4.1. CONGRUÊNCIA.

4.1.1. CIRCUNFERÊNCIAS CONGRUENTES.

Duas circunferências são congruentes quando tem raios iguais. Com a ferramenta "Círculo dados Centro e Raio", podemos representar duas circunferências congruentes. Iremos descer mais a barra para chegarmos na opção desejada. Veja a construção abaixo:

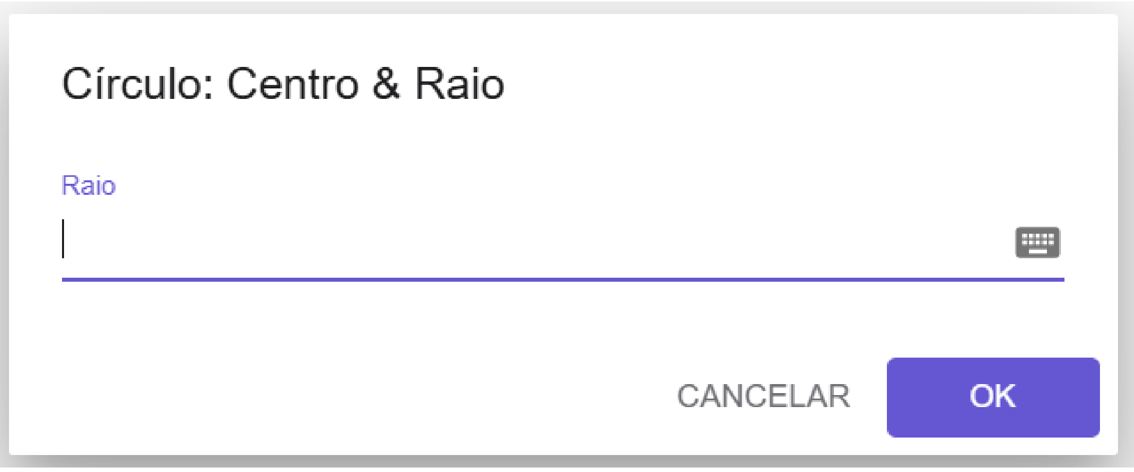
Imagem : Construindo duas circunferências congruentes.



Fonte: www.geogebra.org/calculator

Ao selecionarmos essa opção, irá abrir a seguinte janela:

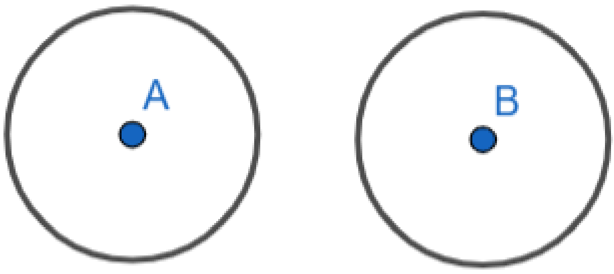
Imagem 6: Escolhendo o valor do raio.



Fonte: www.geogebra.org/calculator

Selecionamos o valor de raio 1 centímetro e em seguida repetimos o mesmo processo mais uma vez. Dessa maneira, iremos criar duas circunferências, sendo uma de centro A e a segunda de centro B, conforme a imagem abaixo:

Imagem 6: Circunferência de centro A e centro B

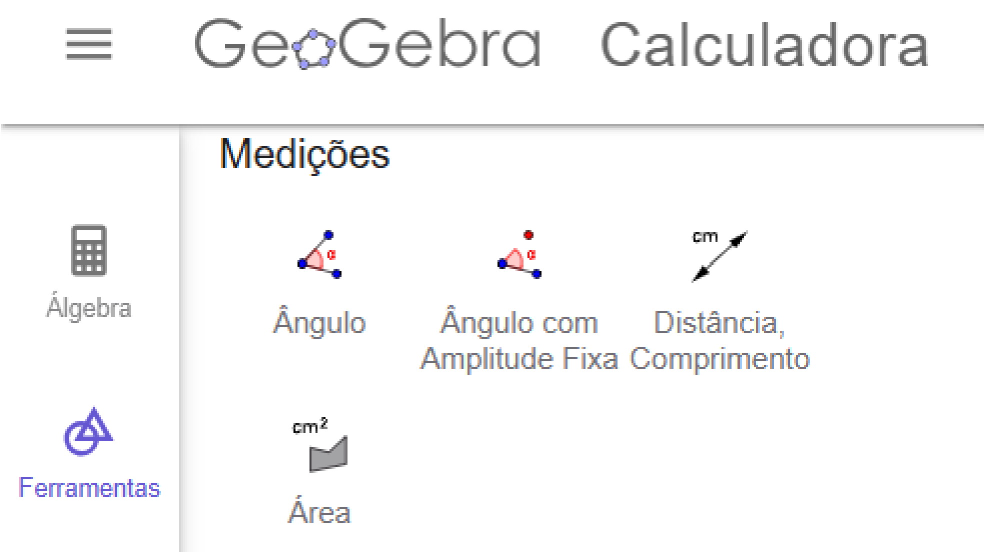


Fonte: www.geogebra.org/calculator

Podemos solicitar para os alunos que ao tentar movimentar a circunferência de centro B, eles irão perceber que irá preencher perfeitamente na circunferência de centro A.

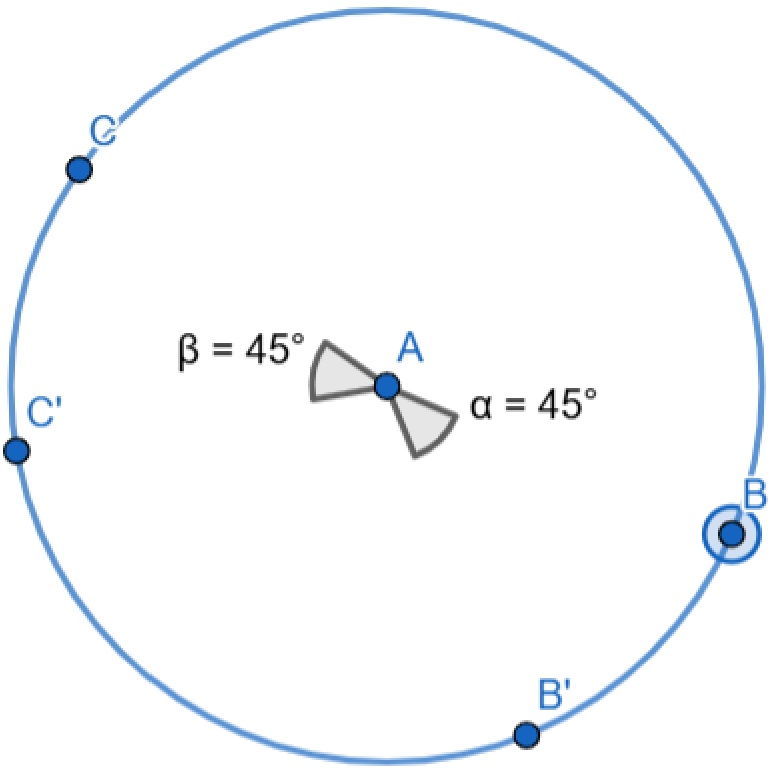
4.1.2. ARCOS CONGRUENTES.

Dois arcos BB’ e CC’ de uma circunferência de centro A são congruentes, se e somente se, os ângulos BAB’ e CAC’ são congruentes. Para construir dois arcos congruentes em uma circunferência, utilize a ferramenta Ângulo com Amplitude Fixa. Comece criando uma circunferência e, em seguida, use a ferramenta Ponto para criar dois pontos sobre a circunferência, denominados B e C. Em seguida, use a ferramenta Ângulo com Amplitude Fixa para representar um ângulo central α, escolhendo um valor específico, como 45°. Repita o procedimento utilizando o outro ponto marcado. Como resultado, você obterá os ângulos BAB' e CAC', ambos com amplitude igual a 45°. Dessa forma, é possível concluir que os arcos correspondentes são congruentes, pois compartilham a mesma circunferência e têm ângulos congruentes. Observe a imagem para visualizar a construção. Além disso, se você mover qualquer um dos pontos A, B ou C, notará que os arcos BB' e CC' continuam congruentes.



Fonte: O próprio autor.

Após a construção dos arcos, teremos a seguinte imagem:



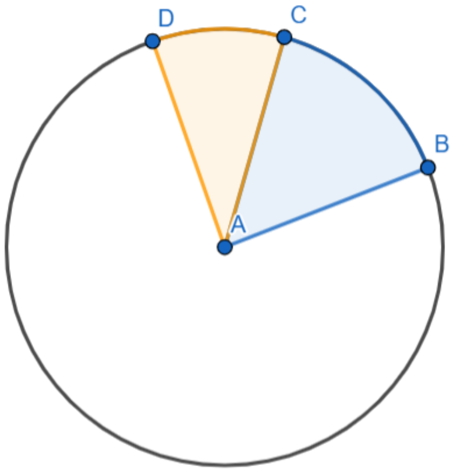
Fonte: O próprio autor.

4.2. MANIPULANDO ARCOS.

4.2.1. ADIÇÃO DE ARCOS.

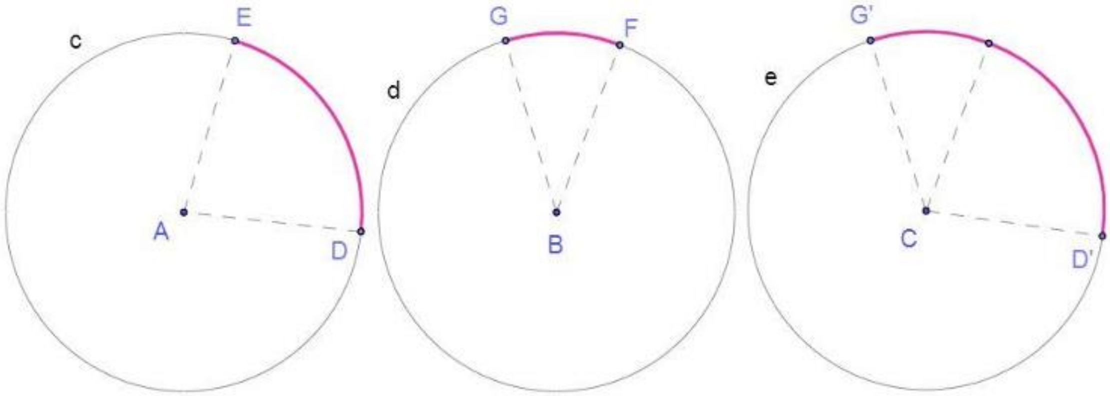
Na imagem a seguir, teremos dois arcos de circunferência: o arco BC e o arco CD. Esses arcos possuem somente o ponto C em comum, por isso será possível realizar a adição. O arco BD é a soma dos dois arcos, ou seja BD = BC + CD. Além de poder somar arcos da mesma circunferência, também podemos somar arcos de circunferências diferentes, com a condição de as circunferências forem congruentes. Na imagem abaixo, teremos circunferências congruentes. Na circunferência 1 teremos o arco DE e na circunferência 2 teremos o arco FG. Na circunferência 3, teremos representado o arco soma D'G' dos arcos DE e FG.

Imagem : Soma de arcos na mesma circunferência.



Fonte: O próprio autor.

Imagem: Soma de arco de circunferências congruentes.



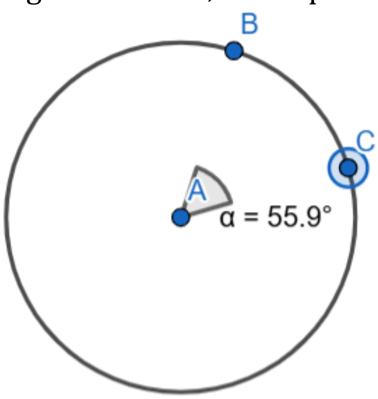
Fonte: Carvalho (2018)

4.3. ÂNGULOS E ARCOS

4.3.1. ÂNGULO CENTRAL

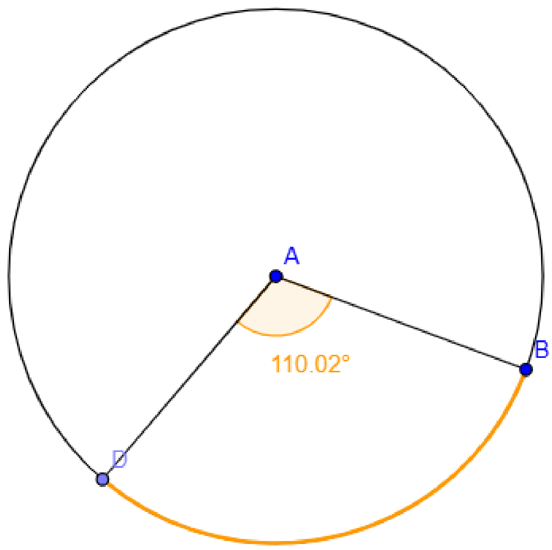
É ângulo que tem o vértice no centro da circunferência. Na imagem abaixo, temos uma circunferência de centro A e arco BC. BC será o arco que corresponde ao ângulo central BÂC.

Imagem: Arco BC, correspondente ao ângulo central BÂC.



Fonte: O próprio autor.

A medida de um arco de circunferência é igual à medida do ângulo central.
Imagem: O valor de amplitude do arco é o mesmo do ângulo.



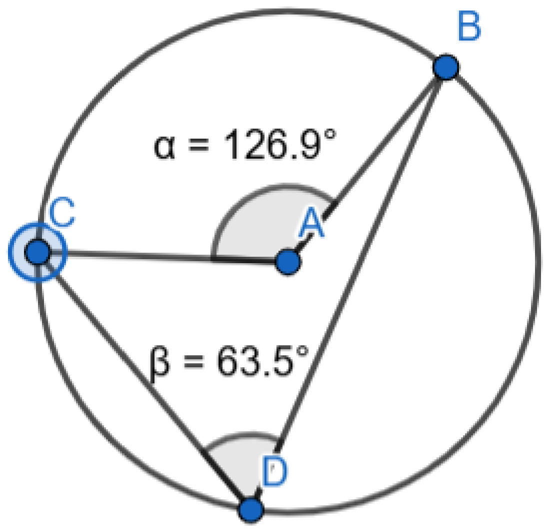
Fonte: https://www.geogebra.org/m/vhYK6bAg

4.3.2. ÂNGULOS INSCRITOS.

É um ângulo cujo vértice está sobre a circunferência e os lados são secantes a ela.

Depois de criar uma circunferência de centro A e ponto B, no plano de visualização geométrico, criamos dois novos pontos C e D. EM seguida, representamos os segmentos AB e AC e os segmentos DB e DC. Utilizando a ferramenta "Ângulo" podemos exibir o ângulo central BÂC e o ângulo inscrito BDC. Veja a imagem abaixo.

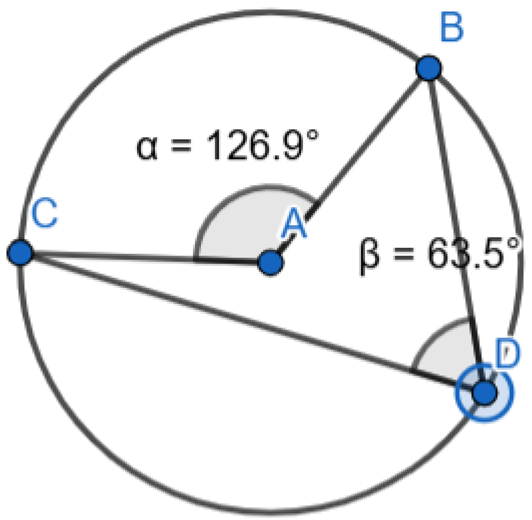
Imagem: Ângulo central, ângulo inscrito na circunferência e arco correspondente.



Fonte: O Próprio autor.

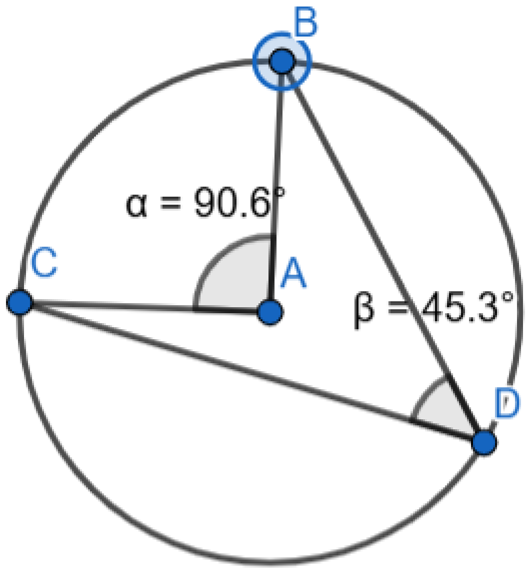
Observe na imagem acima que o valor do ângulo central é aproximadamente o dobro do valor do ângulo inscrito. Isso ocorre devido a aproximação das casas decimais, fato que não ocorre quando não trabalhamos com valores de ângulos inteiros. Ao movimentarmos o ponto D, percebemos que o valor do ângulo inscrito não se altera. Porém, ao movimentarmos os pontos B ou C, notamos que as medias dos ângulos são modificadas, mas continuam na mesma proporção. Observe as imagens abaixo.

Imagem: Movimentando o ponto D.



Fonte: O próprio autor.

Imagem: Movimentando o ponto B.



Fonte: O próprio autor.

A demonstração anterior mostra como podemos utilizar o GeoGebra para que os próprios alunos tirem suas próprias conclusões acerca de certas propriedades.

5. ATIVIDADES DE CONCEITUAÇÃO.

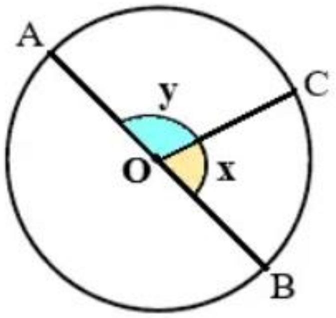
Neste capítulo, apresentaremos blocos de atividades, ao qual serão utilizadas ferramentas do Geogebra para abordar tópicos de ângulos na circunferência e que poderão ser utilizadas no contexto da sala de aula. As propostas apresentadas serão conceituais, as quais o aluno poderá perceber com mais clareza a propriedade demonstrada através da construção da figura geométrica e também da sua manipulação.

5.1. ATIVIDADE 1: ÂNGULO CENTRAL

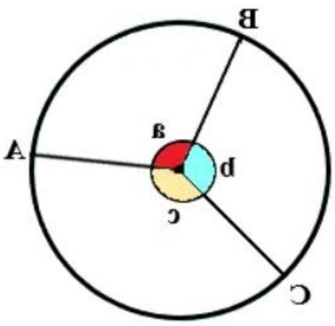
I. Com a ferramenta "Círculo centro e raio" crie uma circunferência de raio 1.
II. Clique na seta "Mover" para sair da ferramenta "Círculo centro e raio".
III. Com o botão "Ponto" crie dois pontos, B e C sobre a circunferência.
IV. Com o botão "Segmento" crie dois segmentos, AB e AC.
V. Clique com o botão direito do mouse sobre o segmento AB, aperte em "Configurações" e na janela que abrir identifique a caixa de seleção "Exibir" e depois selecione "Valor".
VI. Repita o mesmo procedimento no segmento AC.
VII. Com a ferramenta "Ângulo" clique nos pontos B, A e C (nesta ordem) para criar o ângulo BÂC.
VIII. Com o botão "Arco circular" clique nos pontos A, B e C (nesta ordem) para criar o arco BC.
IX. Clique com o botão direito do mouse sobre o arco circular BC, aperte em "Configurações" e na janela que abrir, identifique a caixa de seleção "Exibir" e em seguida seleciona "Valor".
X. Na parte superior da caixa de configurações, selecione a aba "Cor" e escolha uma cor de sua preferência e após isso feche a caixa de configurações.
XI. Movimente os pontos B e C (alternadamente) e observe.

Em relação aos processos realizados acima, responda:

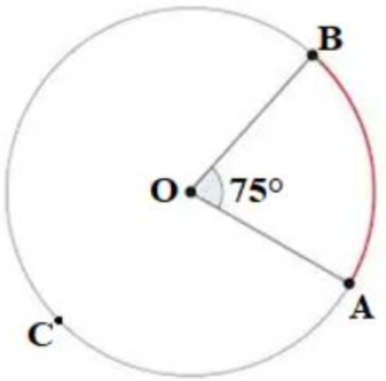
A) O que acontece com o comprimento do arco circular quando você aumenta o ângulo central?
B) O arco BC mede 80º. Determine as medidas de x e y indicadas na figura.

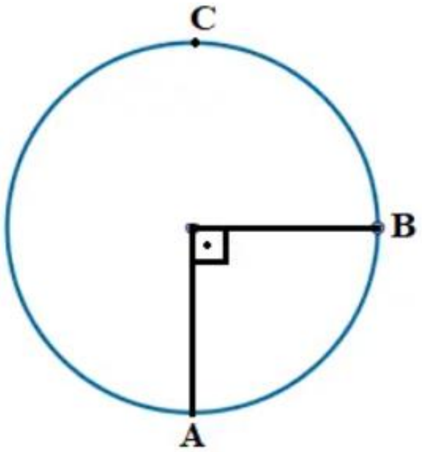


C) As medidas dos arcos AB, BC e CA são expressas por (2x), (2x + 20º) e (2x + 40º) respectivamente. Determine a medida dos ângulos centrais indicados.

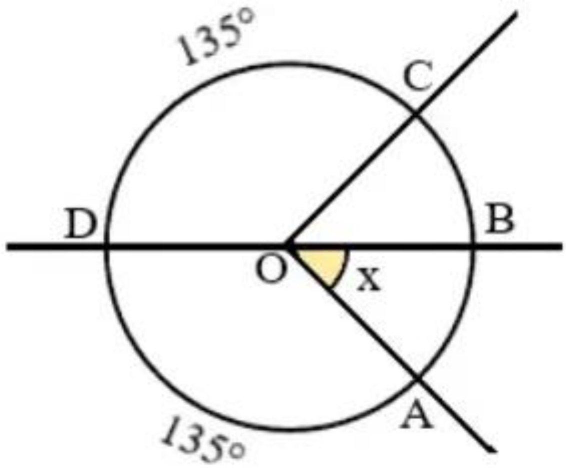


D) Determine em cada figura , a medida do arco AB e a medida do arco ACB.

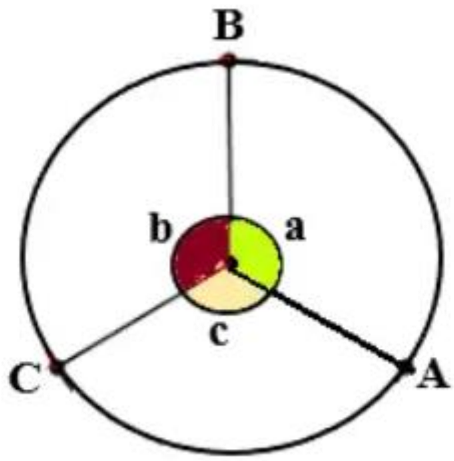




E) Os arcos AB e BC tem a mesma medida, isto é, são congruentes. Determine a medida x do ângulo central AÔB.



F) Na figura, temos que a = b = c, sendo a, b e c as medidas dos ângulos associados a cada arco. Determine a medida dos arcos AB, BC e CA.



5.2. ATIVIDADE 2: ÂNGULO CENTRAL (CONCEITUAÇÃO).

I. Com o botão “Controle Deslizante” crie um controle deslizante com as seguintes informações: min = 0; max = 5; incremento = 1.
II. Com o botão “Círculo, centro e raio” crie um círculo de raio “a”.
III. Mova o controle deslizante de 1 a 5 e veja o que acontece.
IV. Com o botão “Ponto” crie dois pontos B e C sobre a circunferência.
V. Com o botão “Segmento” crie os segmentos AB e AC.
VI. Clique com o botão direito do mouse sobre o segmento AB, aperte em “Configurações” e na janela que abre identifique a caixa de seleção “Exibir”, selecione “Valor”.
VII. Repita o mesmo procedimento para o segmento AC.
VIII. Com a ferramenta “Ângulo” clique nos pontos B, A e C (nesta ordem) para criar o ângulo BÂC.
IX. Com o botão “Arco circular” clique nos pontos A, B e C (nesta ordem) para criar o Arco BC.
X. Clique com o botão direito do mouse sobre o arco circular BC, aperte em “Configurações” e na janela que abre identifique a caixa de seleção “Exibir”, selecione “Valor”.
XI. Na parte superior da caixa de configurações selecione a aba “Cor” e escolha uma cor de sua preferência e após isso, feche a caixa de configurações.

De acordo com a montagem da figura utilizando os comandos acima, responda as atividades.

A) Ao movimentar os pontos B e C alternadamente sobre a circunferência, o que acontece com as medidas do ângulo interno e do arco formado por esses pontos?
B) Ao movimentar o eixo deslizante, o que acontece com a medida do raio?

C) Ao movimentar o eixo deslizante, o que acontece com a medida do ângulo interno?
D) Ao movimentar o eixo deslizante, o que acontece com a medida do arco circular?
E) De acordo com as proposições vistas nas questões anteriores, qual conclusão que podemos chegar?

5.3. ATIVIDADE 3: RETA TANGENTE À CIRCUNFERÊNCIA.

I. Com o botão "Círculo, centro e raio" crie uma circunferência de raio 1.
II. Com o botão "Ponto" crie dois pontos B e C.
III. Com o botão "Reta Tangente" crie uma reta clicando primeiramente sobre o ponto B e depois sobre a própria circunferência.
IV. Com o botão "Reta", crie um ponto D sobre a reta tangente criada anteriormente.
V. Com o botão "Ângulo" clique nos pontos C, B e D (nesta ordem) para criar o ângulo CBD
VI. Com o botão "Arco circular" clique nos pontos A, B e C (nesta ordem) para criar o arco BC.
VII. Clique com o botão direito do mouse sobre o arco circular BC, aperte em "Configurações" e na janela que irá abrir identifique a caixa de seleção "Exibir", selecione "Valor".

Com base na montagem das instruções acima, responda as questões abaixo.

A) O que acontece ao mover os pontos B e C alternadamente?
B) O que acontece com a medida do ângulo central ao mover o ponto B?
C) O que acontece com a medida do ângulo central ao mover o ponto C?
D) Qual a relação do arco circular e do ângulo central quando movimentamos os pontos B e C alternadamente?
E) Explique a relação entre o comprimento do arco circular, a medida do ângulo formado pela circunferência e a reta tangente à ela.

5.4. ATIVIDADE 4: RETA TANGENTE À CIRCUNFERÊNCIA (MOVIMENTAÇÕES).

I. Com o botão “Controle Deslizante” crie um controle deslizante com as seguintes informações: min = 0; max = 5; incremento = 1.
II. Com o botão “Círculo, centro e raio” crie uma circunferência de raio “a”.
III. Com o botão “Ponto” crie os pontos B e C.
IV. Com o botão “Reta tangente” crie uma reta clicando primeiramente sobre o ponto B e depois sobre a própria circunferência.
V. Com o botão “Reta” crie uma reta secante clicando sobre os pontos B e C
VI. Com o botão “Ponto” crie um ponto D sobre a reta tangente criada anteriormente.
VII. Com o botão “Ângulo” clique nos pontos C, B e D (nesta ordem) para criar o ângulo CBD.
VIII. Com o botão “Arco Circular” clique nos Pontos A, C e B (nesta ordem) para criar o arco BC.
IX. Clique com o botão direito do mouse sobre o arco circular BC, aperte em “Configurações” e na janela que irá abrir identifique a caixa de seleção “Exibir” e selecione “Valor”.
X. Com o botão “Segmento” crie o segmento AC (raio da circunferência).
XI. Clique com o botão direito do mouse sobre o segmento AC, aperte em “Configurações” e na janela que irá abrir identifique a caixa de seleção “Exibir” e selecione “Valor”.

Dada as instruções e as montagens, responda as questões abaixo.

A) O que acontece quando alteramos o valor no eixo deslizante?
B) O que acontece com a medida do ângulo central quando alteramos o valor no eixo deslizante?
C) O que acontece com o valor do arco circular quando aumentamos o valor no eixo deslizante? E quando diminuímos?
D) Descreva a relação da medida do raio da circunferência, o ângulo interno e do arco circular.

5.5. ATIVIDADE 5: RELAÇÃO ÂNGULO INSCRITO E ARCO DA CIRCUNFERÊNCIA.

I. Com o botão “Círculo, centro e raio” crie uma circunferência de raio 1.
II. Com o botão “Ponto” crie três pontos B, C e D sobre a circunferência.
III. Com o botão “Segmento” crie dois segmentos BC e BD.
IV. Com o botão “Ângulos” clique nos pontos B, C e D (nesta ordem) para criar o ângulo CBD.
V. Clique com o botão direito sobre o ângulo CBD, aperte em “Configurações”. Nesta janela, localize o botão da engrenagem e na janela que abre, identifique a caixa “Arredondamento”. Mude para “Duas casas

decimais". Ainda nesta janela, localize o botão , e na caixa "Unidade de medida de ângulos" mude para "Radianos".

VI. Com o botão "Arco circular" clique nos pontos C, B e D (nesta ordem) para criar o arco CD.

VII. Clique com o botão direito do mouse sobre o arco BC, aperte em "Configurações" e na janela que irá abrir identifique a caixa de seleção "Exibir" e selecione "Valor".

VIII. Na parte superior da caixa de configurações selecione a aba "cor" e escolha uma cor de sua preferência e após isso feche a caixa de configurações.

A partir das instruções fornecidas e das construções feitas, responda os itens a seguir:

A) O que acontece quando movimentamos o ponto B?
B) O que acontece quando movimentamos o ponto C?
C) O que acontece quando movimentamos o pondo D?
D) O que acontece com o a medida do ângulo central quando aumentamos o tamanho do arco da circunferência?
E) O que acontece com o arco da circunferência quando aumentamos o valor da medida do ângulo central?

5.6. ATIVIDADE 6: RELAÇÃO ARCO DA CIRCUNFERÊNCIA, RAIO E ÂNGULO INSCRITO.

I. Com o botão "Controle deslizante" crie um controle deslizante com as seguintes informações: min = 0; max = 5; incremento = 1.

II. Com o botão "Círculo, centro e raio" crie uma circunferência de raio "a".

III. Com o botão "Ponto" crie três pontos B, C e D, sobre a circunferência.

IV. Com o botão "Segmento" crie dois segmentos BC e BD.

V. Com o botão "Ângulo" clique nos pontos C, B e D (nesta ordem) para criar o ângulo CBD.

VI. Clique com o botão direito do mouse sobre o ângulo CBD, aperte em "Configurações". Nesta janela localize o botão com a imagem de uma engrenagem e na janela que irá abrir identifique a caixa "Arredondamento", mude para "Duas casas decimais". Ainda nesta janela, localize o botão , e na caixa "Unidade de medida de ângulos", mude para "Radianos".

VII. Com o botão "Arco Circular", clique nos pontos C, B e D (nesta ordem) para criar o arco CD.

VIII. Clique com o botão direito do mouse sobre o arco circular BC, aperte em "Configurações" e na janela que irá abrir identifique a caixa de seleção "Exibir" e selecione "Valor".

IX. Na parte superior da caixa de configurações selecione a aba “Cor” e escolha uma cor de sua preferência e após isso feche a caixa de configurações.

De acordo com o roteiro dado acima e as construções feitas, responda as questões abaixo:

A) O que acontece ao movimentar os pontos B, C e D alternadamente?
B) O que acontece com o ângulo na circunferência?
C) Existe uma relação entre o raio, o ângulo e a medida do arco da circunferência?
D) O que acontece quando alteramos os valores nos eixos deslizantes?
E) O que acontece com o comprimento do arco circular quando o raio do círculo aumenta, mas o ângulo permanece o mesmo?

5.7. ATIVIDADES DE FIXAÇÃO.

EXERCÍCIO 1

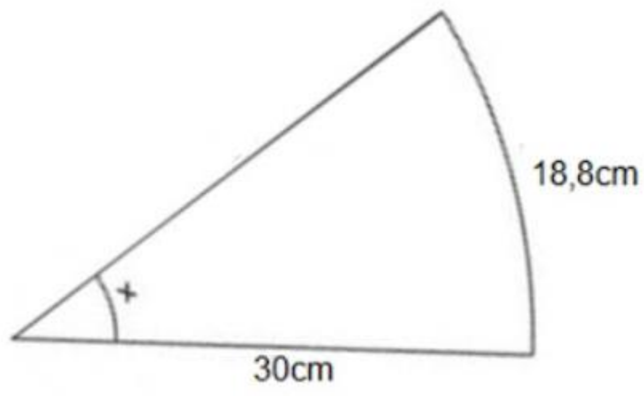
Qual é o comprimento de um arco que tem um ângulo central de 60° se a circunferência é de 12 m?

EXERCÍCIO 2

Se um arco tem um ângulo central de 40° e a circunferência tem um comprimento de 27 m, qual é o comprimento do arco?

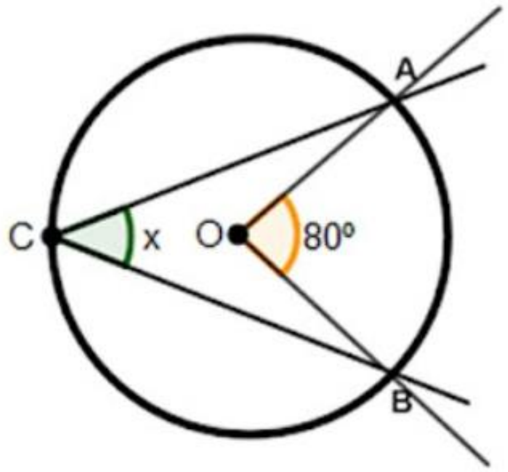
EXERCÍCIO 3

Aline foi à Lanchonete, pediu um pedaço de pizza e, antes de comer, realizou um estudo sobre seu ângulo central. Veja as medições que Aline fez.



Qual a medida do ângulo central desse pedaço de pizza? (Use $\pi = 3$).

EXERCÍCIO 4
Veja a circunferência.

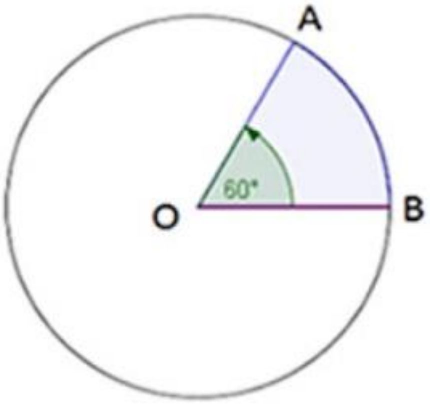


Aplicando a propriedade do ângulo inscrito, a medida do ângulo ACB e do arco AB, em graus, vale quanto respectivamente?

Se o raio R de uma circunferência for reduzido pela metade, é correto afirmar que:
A) O valor da área círculo ficará reduzida pela metade do valor da área do círculo inicial de raio R.
B) O valor da área do círculo ficará a ¾ do valor da área do círculo inicial de raio R.
C) O comprimento da circunferência se reduzirá a ¼ do valor do comprimento da circunferência inicial de raio R.
D) O comprimento da circunferência se reduzirá à metade do valor do comprimento da circunferência inicial de raio R.

EXERCÍCIO 5

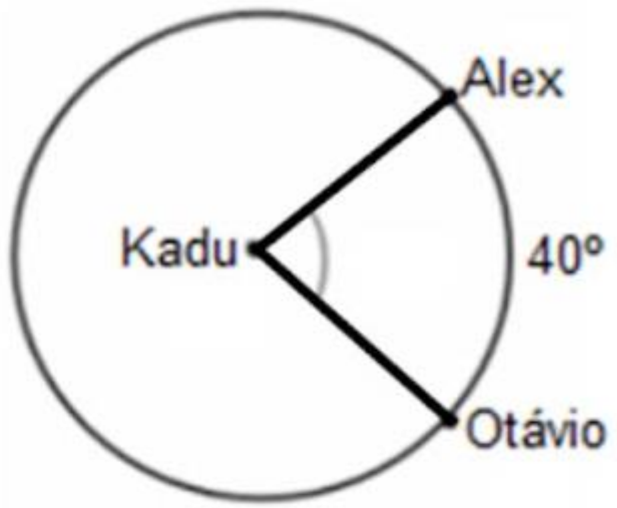
O professor de Lina desenhou no quadro uma circunferência de centro O e comprimento 30cm.



Qual o comprimento do arco AB?

EXERCÍCIO 6

Em um jogo de bola, numa pista circular, Alex chutou a bola para Kadu que descreveu a trajetória demarcada na figura.
Considerando que a distância entre Alex e Otávio é um arco de 40º, qual a medida do ângulo central determinado pela bola nessa jogada?



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. Fundamentos da matemática elementar. São Paulo: Atual Editora, 1997. Vol.9

SILVA, J. W. S.; GAERTNER, R. A utilização do software GeoGebra como ferramenta didática na aprendizagem de funções quadrática. V SINECT. Universidade Regional de Blumenau Blumenau – Santa Catarina. 2016.

MORAES, Rodrigo de Carvalho de. O uso da Geogebra no estudo da circunferência / Rodrigo de Carvalho de Moraes. – Rio de Janeiro, 2018. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática) – Colégio Pedro II. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

SOBRE OS AUTORES.

CARLOS F. C. DE CARVALHO

Possui licenciatura plena em Matemática pela Escola Superior Madre Celeste, Especialista em Matemática e suas Tecnologias pela Universidade Federal do Piauí (UFPI), Especialista em Educação Especial e Inclusiva pela Universidade Cruzeiro do Sul Virtual. Atualmente, sou professor efetivo no município de Parauapebas e mestrando no curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

FÁBIO J. DA C. ALVES

Possui Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará- UNESPa , Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará- UNESPa, graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará, Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará, Doutorado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Coordenou o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática/UEPA de 2019 à 2023. Atualmente é Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias e Vice líder do Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da UEPA. Está atuando no desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática. Têm experiência em Educação Matemática e matemática aplicada. Tem experiência na área do ensino a distância. Tem experiência em Geociências, com ênfase em Geofísica Aplicada, nos temas: deconvolução, filtragem com Wiener, atenuação e supressão de múltiplas.

CINTHIA C. M. PEREIRA

Possui Licenciatura em Matemática, Graduada em Tecnologia em Processamento de Dados, especialização em Informática Médica, mestrado em Ciências da Computação e Doutorado em Genética e Biologia Molecular (Bioinformática). Participa do desenvolvimento de tecnologias aplicadas ao ensino de Matemática.