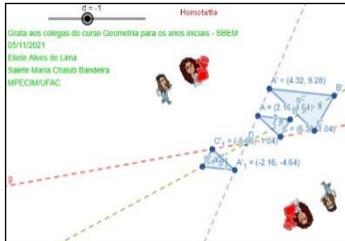
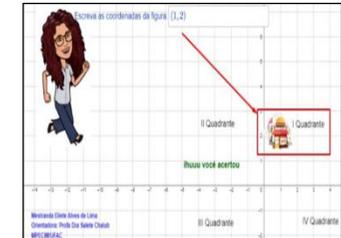




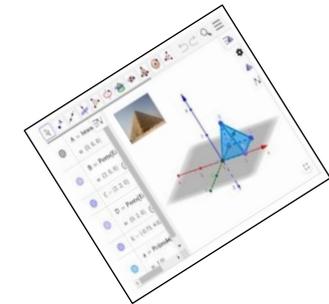
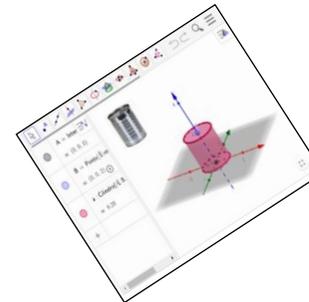
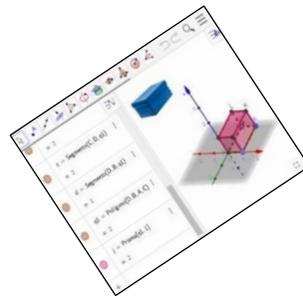
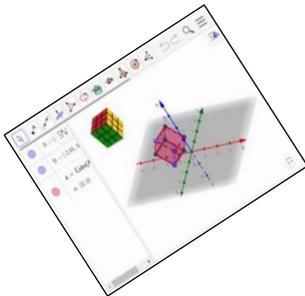
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



ELIETE ALVES DE LIMA



PRODUTO EDUCACIONAL: LIVRO DIGITAL DINÂMICO GEOMETRI@S PARA A VID@:
VIVÊNCIAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA



RIO BRANCO – AC
2023

ELIETE ALVES DE LIMA

PRODUTO EDUCACIONAL: LIVRO DIGITAL DINÂMICO GEOMETRI@S PARA A VID@: VIVÊNCIAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Produto Educacional apresentado ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC), como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre Profissional em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Linha de pesquisa: Recursos e Tecnologias em Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira

**RIO BRANCO - AC
2023**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

L732g Lima, Eliete Alves de, 1974 -

Livro digital dinâmico geometri@s para a vid@: vivências na formação inicial de professores de matemática / Eliete Alves de Lima; orientadora: Dr^a Salete Maria Chalub Bandeira. – 2023.

73 f.: il.; 30 cm.

Produto Educacional (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Mestre em Matemática, Rio Branco, 2023.

Inclui referências bibliográficas.

1. Ensino de geometria. 2. GeoGebra. 3. Atividades e lições. I. Bandeira, Salete Maria Chalub (orientadora). II. Título.

CDD: 510

Bibliotecária: Nádia Batista Vieira CRB-11º/882.

ELIETE ALVES DE LIMA

**PRODUTO EDUCACIONAL: LIVRO DIGITAL DINÂMICO GEOMETRI@S PARA A VID@: VIVÊNCIAS NA FORMAÇÃO
INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Produto Educacional submetido à banca examinadora do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

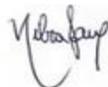
Resultado: Aprovada com Louvor. Data da Aprovação: 07/07/2023
Banca Examinadora



Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira - CCET/UFAC
Orientador (a)



Prof. Dr. Pierre André Garcia Pires - CELA/UFAC
Membro Interno



Profa. Dra. Nilra Jane Filgueira Bezerra - IFRR/ Boa Vista
Membro Externo

Prof. Dr. Agnaldo da Conceição Esquincalha - UFRJ/RJ
Membro Suplente

**RIO BRANCO – AC
2023**

AUTORAS



Sou a Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira
(Orientadora e professora do MPECIM/UFAC)

Doutora em Educação em Ciências e Matemática - REAMEC/UFMT/UEA/UFPA (2015) e atuo no MPECIM nas linhas de pesquisa: 1. Ensino de Ciências e Matemática e 2. Recursos e Tecnologias em Ensino de Ciências e Matemática desde o ano de 2015. Com orientações em Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática e Tecnologia Assistiva no Ensino de Ciências e Matemática para pessoas com deficiências em uma perspectiva Inclusiva.

E-mail: salete.bandeira@ufac.br

ID Lattes: <https://lattes.cnpq.br/8237618630696616>

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5395-6028>



Sou a Mestra Eliete Alves de Lima

Mestra em Ensino de Ciências e Matemática – MPECIM/UFAC (2023), com Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática e linha de pesquisa: Recursos e Tecnologias em Ensino de Ciências e Matemática. Professora desde o ano de 2000 e exercendo a função de Coordenadora Pedagógica a partir do ano de 2016. Atualmente estou coordenadora pedagógica na Escola Estadual Santa Maria II, localizada no município de Rio Branco – Acre.

E-mail: elietelimaac@gmail.com

ID Lattes: <https://lattes.cnpq.br/7656523496029833>

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7097-6290>

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	6
TPACK E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES.....	7
FASES DA PESQUISA À LUZ DA ENGENHARIA DIDÁTICA.....	12
O GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA: ATIVIDADES - LIÇÕES E LIVRO DINÂMICO.....	24
CONSTRUÇÕES DE ATIVIDADES DOS PFIs NO GEOGEBRA.....	40
CRIAÇÃO DO LIVRO DIGITAL DINÂMICO NO GEOGEBRA.....	61
ESTRUTURA DO LIVRO DIGITAL.....	66
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	72
REFERÊNCIAS.....	73

APRESENTAÇÃO

O Produto Educacional surge a partir da dissertação:

GEOMETRIAS PARA A VIDA - TPACK E O GEOGEBRA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES



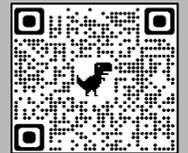
LIVRO DIGITAL DINÂMICO: GEOMETRI@S PARA A VID@ - VIVÊNCIAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Esse livro foi construído na conta de perfil da pesquisadora, no portal do GeoGebra. As sequências didáticas foram aplicadas em vários contextos com diversos públicos, dentre eles: professores dos anos iniciais de outros estados do Brasil - de forma online, licenciandos em matemática da UFAC (na pandemia da Covid -19), mestrandos da turma de 2021 do MPECIM (na pandemia da Covid - 19), licenciandos do curso de Matemática do Ifac (online na pós pandemia), discentes de um curso de especialização no ensino de matemática – EaD (online) e, atualmente nas turmas de Matemática (presencial e na modalidade a distância) da UFAC no qual a orientadora ministra aulas de TICs no Ensino de Matemática. Essas experimentações permitiram validar nosso produto, além de ouvir opiniões de uso dos estudantes e mestrandos que permitiu chegar ao apresentado.

O Livro Digital Dinâmico está organizado em quatro capítulos: 1 – Localização e seu Entorno, 2 – Transformações de Figuras, 3 – Geometria Espacial no Cotidiano e 4 – Produções dos Professores em Formação Inicial, dos quais são apresentadas as sequências didáticas referentes a cada capítulo com os seus objetivos.

Link do Livro Digital:

<https://www.geogebra.org/m/xqy5erkj>



QRcode da Sequência Didática 1- Importância de se localizar.

TPACK E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Com a pandemia da Covid-19, necessitou-se de forma urgente integrar o uso das tecnologias digitais da informação e comunicação na formação de professores, e em especial na formação inicial de forma remota. Nesse cenário, os docentes de matemática precisaram experimentar a integração das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no ensino e aprendizagem de tópicos específicos de matemática. O que se aproxima da proposta do TPACK na formação inicial de professores (GUTIÉRREZ-FALLAS; HENRIQUES, 2020).

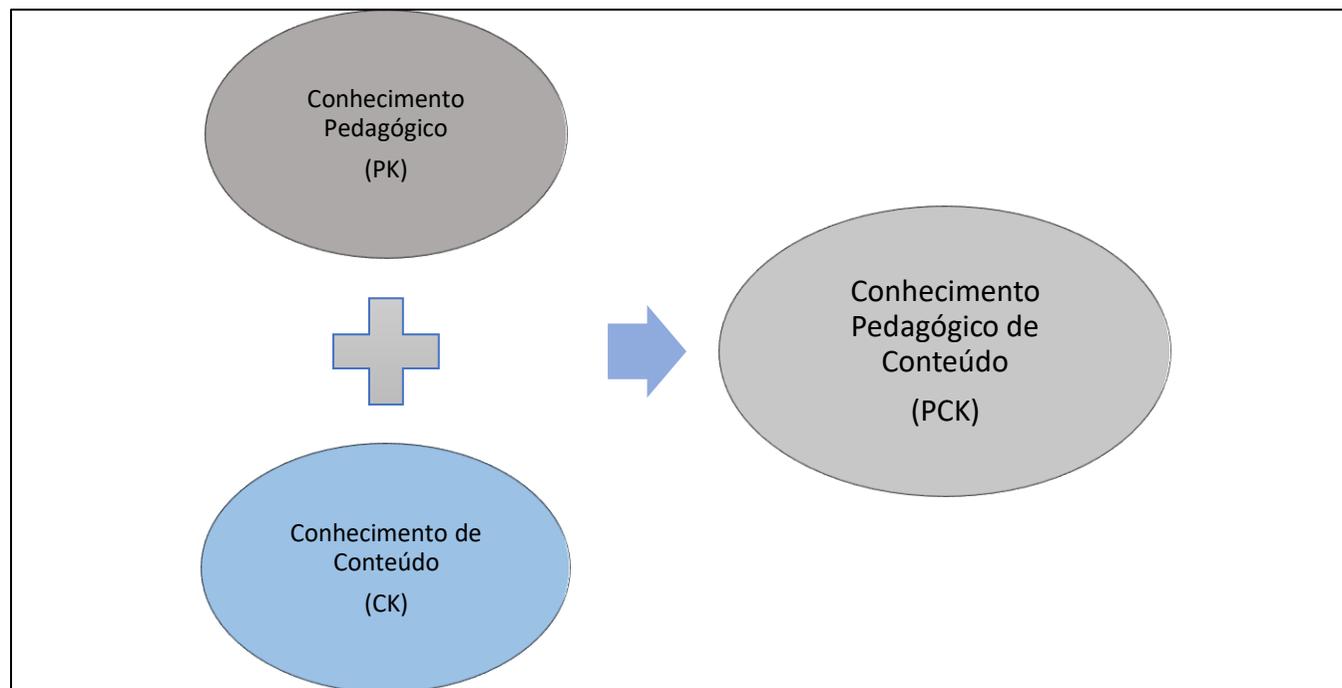
Nesse sentido, o TPACK é caracterizado pela integração de três domínios do conhecimento profissional do professor: conteúdo, pedagógico e tecnológico. Porém nessa integração são apresentados sete conhecimentos a seguir, baseados em Mishra e Koehler (2006).



1. O conhecimento do conteúdo (CK): conhecimento sobre o conteúdo da disciplina a ensinar;
2. O conhecimento pedagógico (PK): conhecimento sobre estratégias, métodos e processos de ensino;
3. O conhecimento tecnológico (TK): conhecimento técnico e operacional sobre ferramentas tecnológicas;
4. O conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK): conhecimento sobre estratégias de ensino e gestão da sala de aula para a aprendizagem de conteúdos específicos.
5. O conhecimento tecnológico e pedagógico (TPK): conhecimento sobre as características de ferramentas tecnológicas e o potencial de usá-las no ensino;
6. O conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK): conhecimento operacional de ferramentas tecnológicas para representar e operar conteúdos específicos;
7. O conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (TPACK): conhecimento que combina de forma relacional e integral os conhecimentos anteriores (MISHRA; KOEHLER, 2006 apud GUTIÉRREZ FALLAS; HENRIQUES, 2020).

Sendo assim, o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK) é a interação do conhecimento pedagógico com o conteúdo, e esses vão além da análise do conteúdo e da pedagogia de forma isoladamente, pois a prioridade é alcançar a aprendizagem (MISHRA e KOEHLER, 2008). O PCK tem como objetivo destacar um conhecimento que possui a capacidade e ensinar um conteúdo curricular dando ênfase aos conhecimentos prévios dos alunos, e o educador precisa dominar diversas metodologias para ensinar para tornar o conteúdo mais compreensível. A Figura 01 representa a junção do Conhecimento de Conteúdo (CK) com Conhecimento Pedagógico (PK) formando assim o PCK.

Figura 1 - Representação do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK).

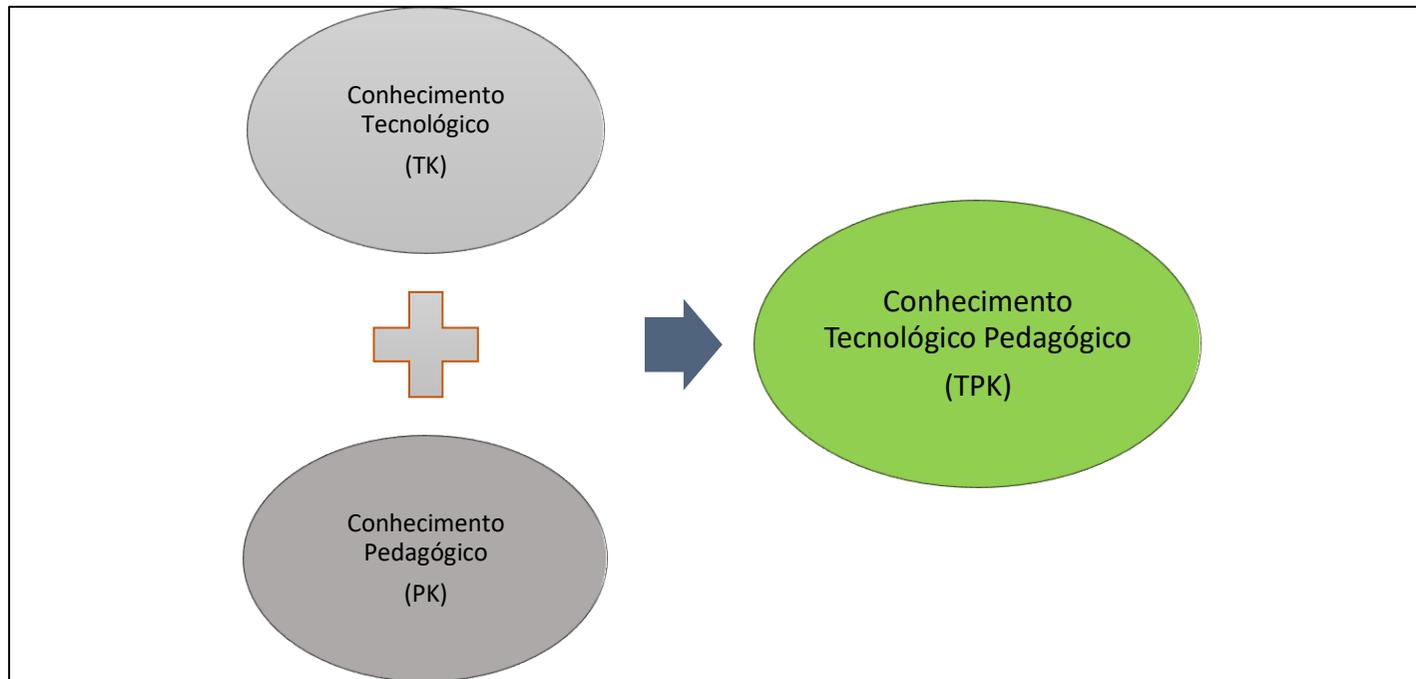


Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006).

O Conhecimento Pedagógico da Tecnologia (TPK) é quando o professor utiliza e adequa os recursos tecnológicos como estratégia pedagógica para o ensino e aprendizagem. O TPK é a capacidade do professor integrar a tecnologia com o contexto pedagógico. Para Mishra e Koehler (2008), o Conhecimento Pedagógico da Tecnologia (TPK) é a existência de diversos

componentes e recursos tecnológicos que ser utilizados no cenário de ensino e aprendizagem, e vice-versa, sabendo como o ensino pode mudar como resultado do uso de tecnologias específicas. A Figura 2 ilustra a integração do Conhecimento Tecnológico (TK) e Conhecimento Pedagógico (PK).

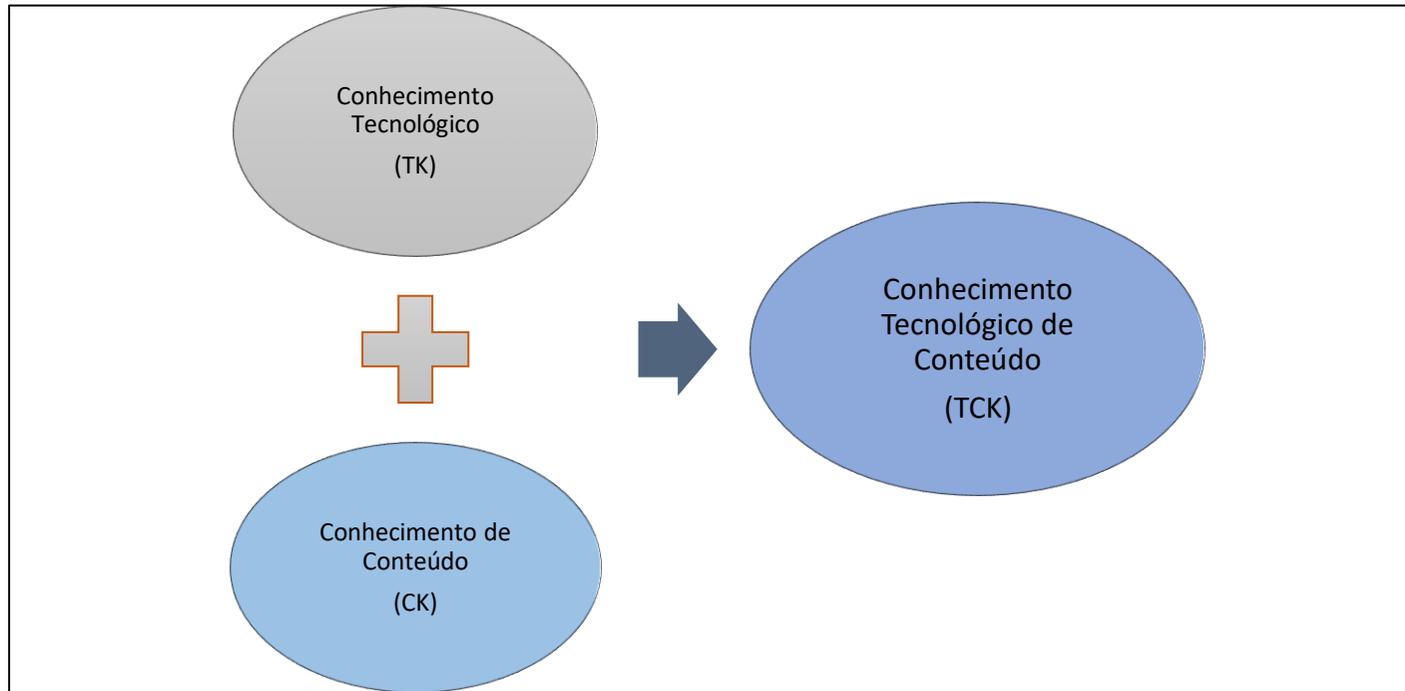
Figura 2 - Representação do Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK).



Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006).

O conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK), é a integração da tecnologia ao ensino, consiste em professor relacionar e adequar as tecnologias a um conteúdo para obter um melhor ensino e aprendizagem por meio de diferentes ferramentas tecnológicas. Segundo Mishra e Koehler (2008), o Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK) é o conhecimento sobre a maneira pela qual a tecnologia e conteúdo estão reciprocamente relacionados. A Figura 3 representa a integração de Conhecimento Tecnológico (TK) e Conhecimento de Conteúdo (CK).

Figura 3 - Representação do Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK).



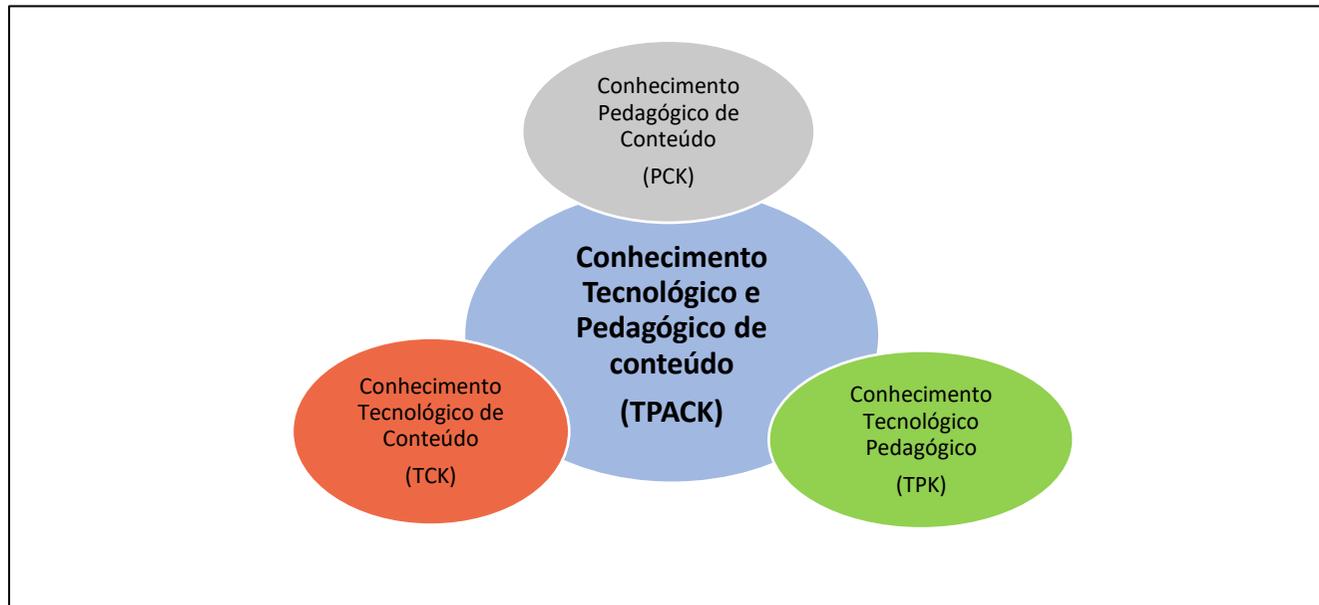
Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006).

Conforme Mishra e Koehler (2006), o TPACK é o uso da tecnologia para apoiar estratégias pedagógicas específicas e construtivas para ensinar o conteúdo, devidamente adequadas às necessidades e às preferências dos alunos, exigindo dos professores flexibilidade e o domínio do conteúdo a ser ensinado, ter estratégia pedagógica e utilizar a tecnologia para contribuir no decorrer da aprendizagem. Esses autores argumentam que:

[...] TPACK é a base para o ensino eficaz mediado pela tecnologia e requer a compreensão da representação de conceitos usando tecnologias; técnicas pedagógicas que utilizam tecnologias de forma construtivista para ensinar o conteúdo; conhecimento do que torna certos conceitos fáceis ou difíceis de aprender e como a tecnologia pode ajudar a resolver alguns dos problemas que os alunos encontram; conhecimento acerca do conhecimento prévio dos alunos e de teorias de epistemologia; e conhecimento de como as tecnologias podem ser usadas para construir e desenvolver novas epistemologias ou mesmo reforçar algumas teorias antigas (MISHRA ; KOEHLER, 2006).

Assim, o TPACK é a integração dos três saberes: Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK), Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK) e Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK), que tem como objetivo alcançar um ensino e aprendizagem de qualidade (Figura 4).

Figura 1 - Modelo teórico do Conhecimento Pedagógico Tecnológico do Conteúdo – TPACK.



Fonte: Adaptado de Mishra e Koehler (2006).

De acordo com Gutiérrez Fallas e Henriques (2020), o conhecimento tecnológico e pedagógico (TPK); o conhecimento tecnológico do conteúdo (TCK) e o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (TPACK), são considerados emergentes, pois integram o conhecimento do conteúdo (CK), o conhecimento pedagógico (PK) e o conhecimento tecnológico (TK), sendo os considerados clássicos.

Dessa maneira, destacamos que o conhecimento TPACK sugerem aos professores a compreensão de cada um desses conhecimentos para planejar e desenvolver o currículo que permitam aos estudantes uma aprendizagem com tecnologia, destacando uma “relação dinâmica entre os domínios do conhecimento e as habilidades do professor para ensinar conteúdos específicos em níveis escolares específicos [...]” (MISHRA; KOEHLER, 2006 apud GUTIÉRREZ FALLAS; HENRIQUES, 2020).

FASES DA PESQUISA À LUZ DA ENGENHARIA DIDÁTICA

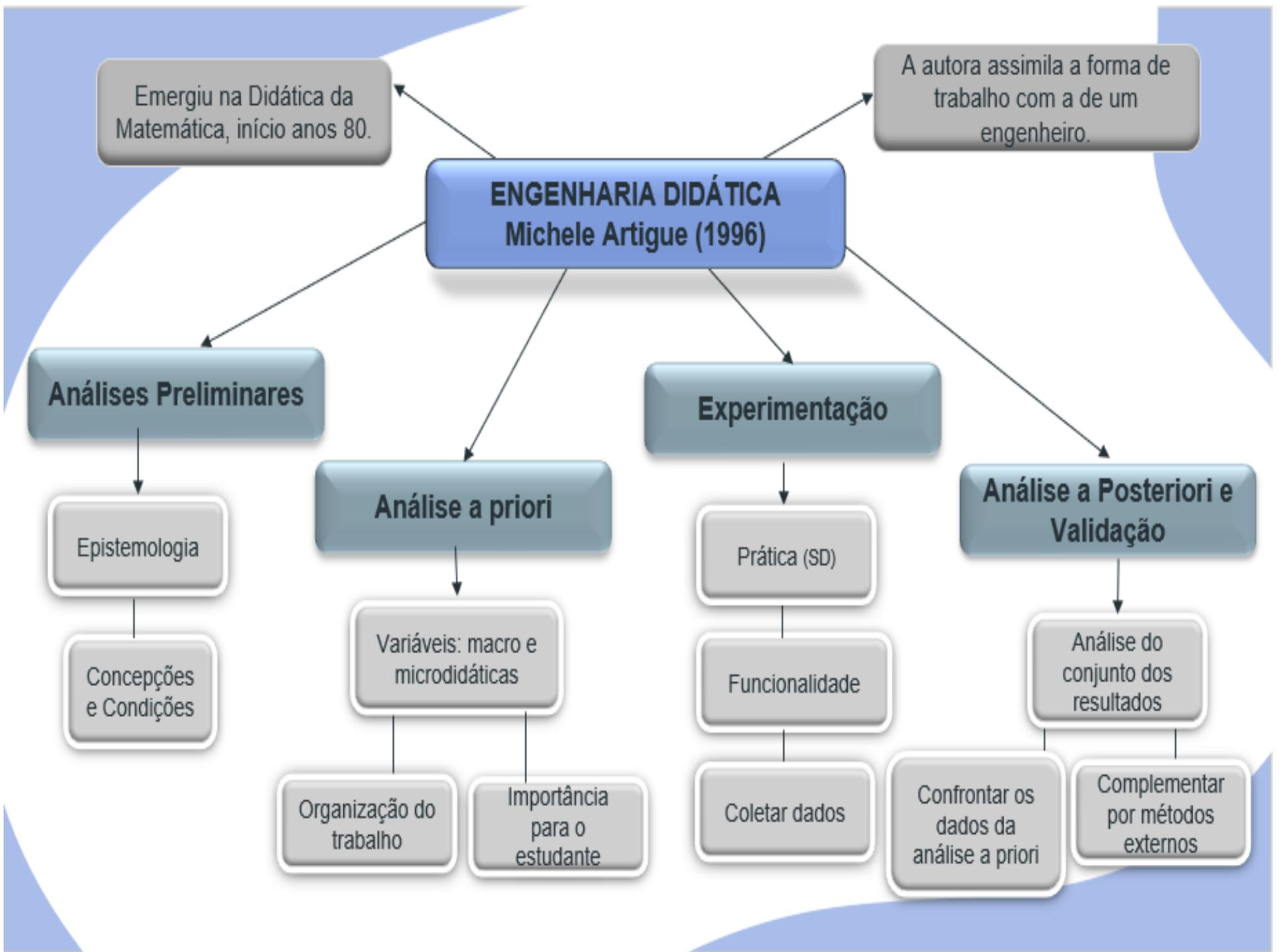


O termo Engenharia Didática emergiu da Teoria Educacional da Didática da Matemática, no início dos anos 80, essa nomenclatura faz uma analogia entre o trabalho do engenheiro, em relação à concepção, planejamento e execução de um projeto e a de um pesquisador em didática – “educador”. Da mesma forma que o engenheiro, o “educador”, depende de um conjunto de conhecimentos sobre os quais ele tem domínio profissional. Essa linha de pesquisa francesa, possui uma forma específica para organizar os procedimentos metodológicos da pesquisa, pois contempla desde a teoria até a experimentação (ARTIGUE, 1996).

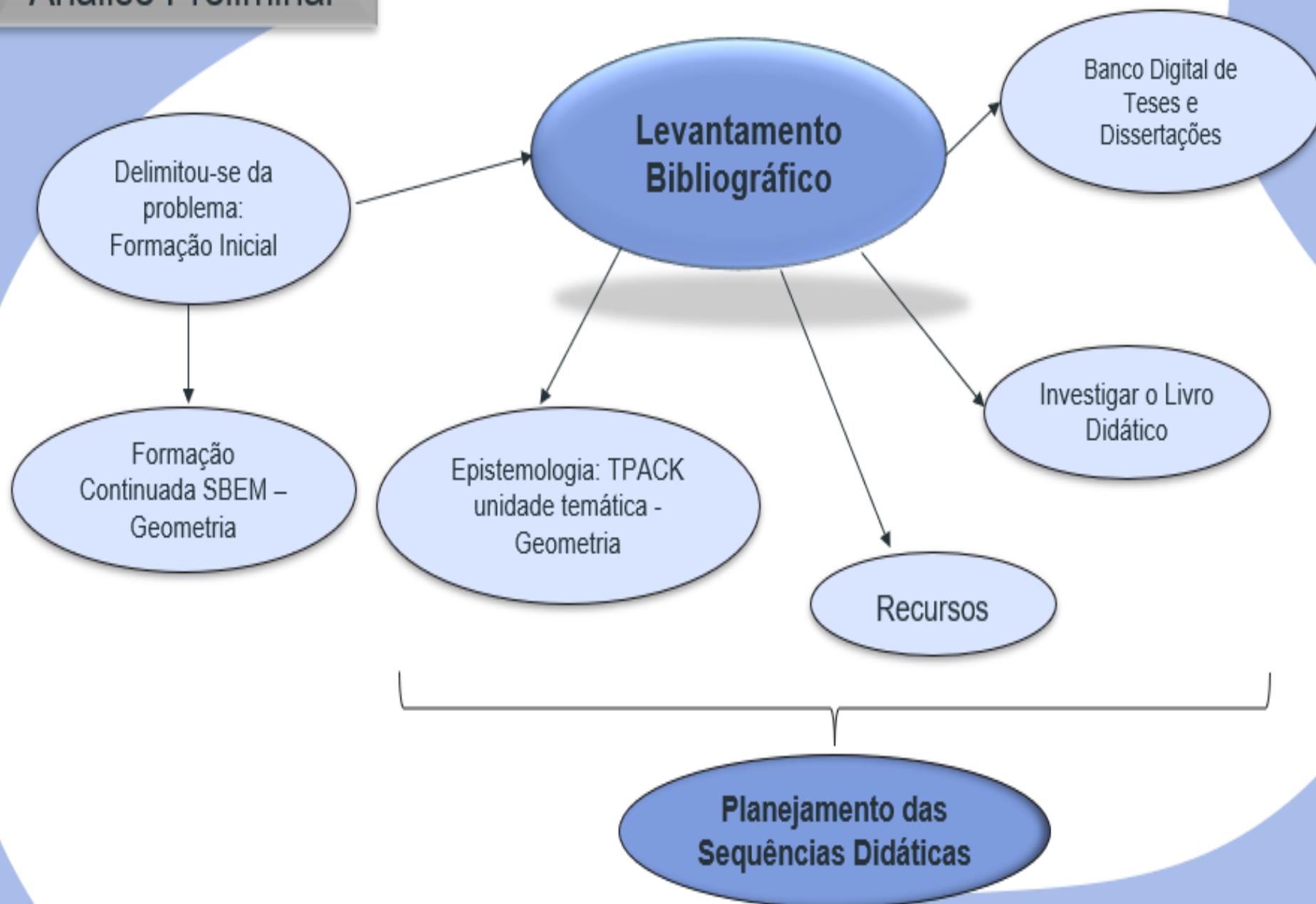
No campo da didática, as dimensões da teoria e da experiência no fenômeno da aprendizagem se complementam, uma vez que relacionamos os aspectos científicos com a prática pedagógica em sala de aula, nesse ponto a engenharia didática está inserida. Assim, essa metodologia engenharia didática nos remete Artigue (1996) “[...] se caracteriza por ser um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise das sequências de ensino”.

Dessa forma, a engenharia didática mantém uma articulação entre o saber acadêmico e o saber a ser ensinado, com o objetivo de aproximar a academia das práticas escolares (PAIS, 2011).

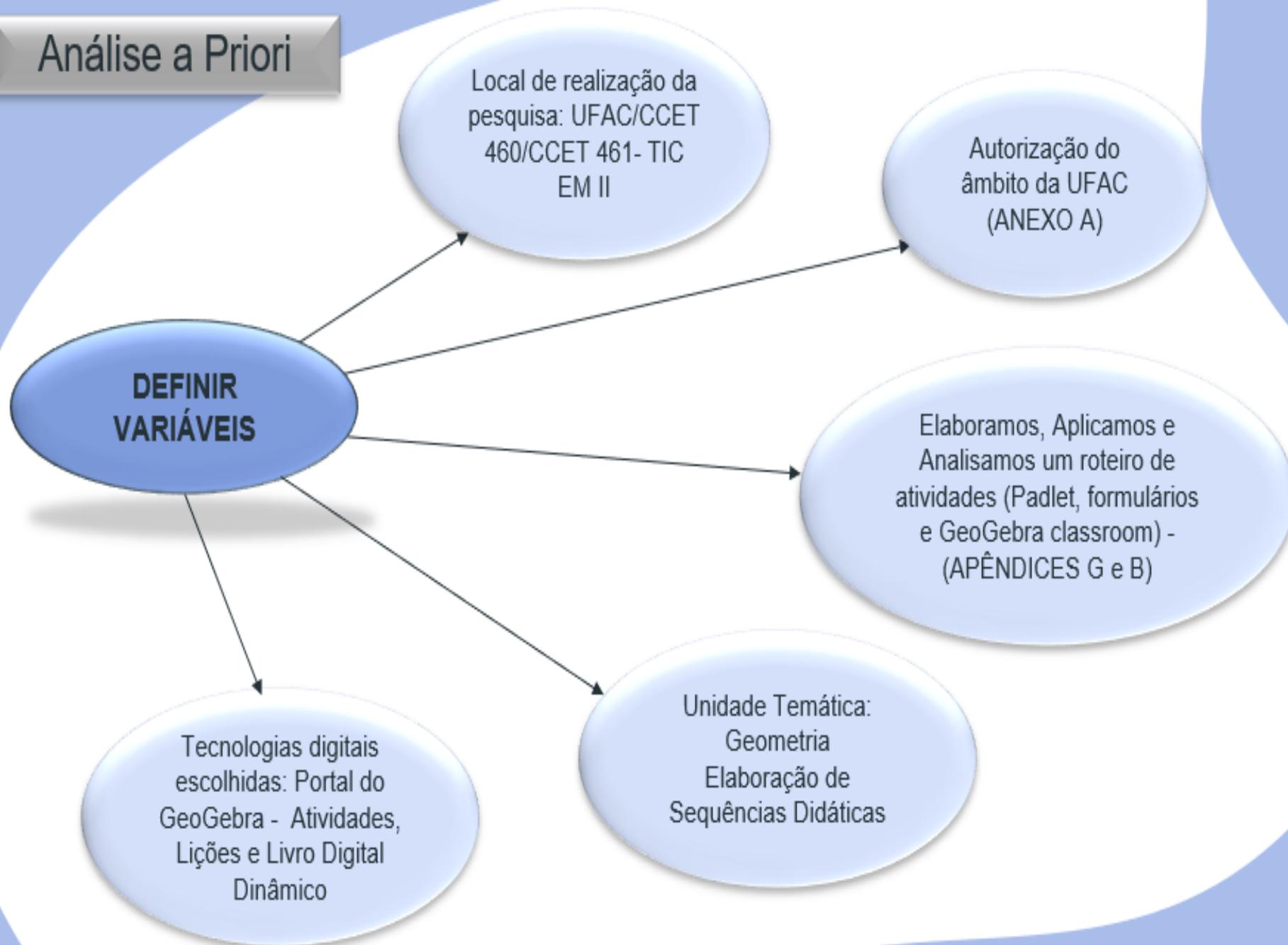
A metodologia de pesquisa, Engenharia didática desenvolve-se através de quatro fases consecutivas: Análises preliminares; Concepção e análise *a priori*; Experimentação e Análise *a posteriori* e validação.



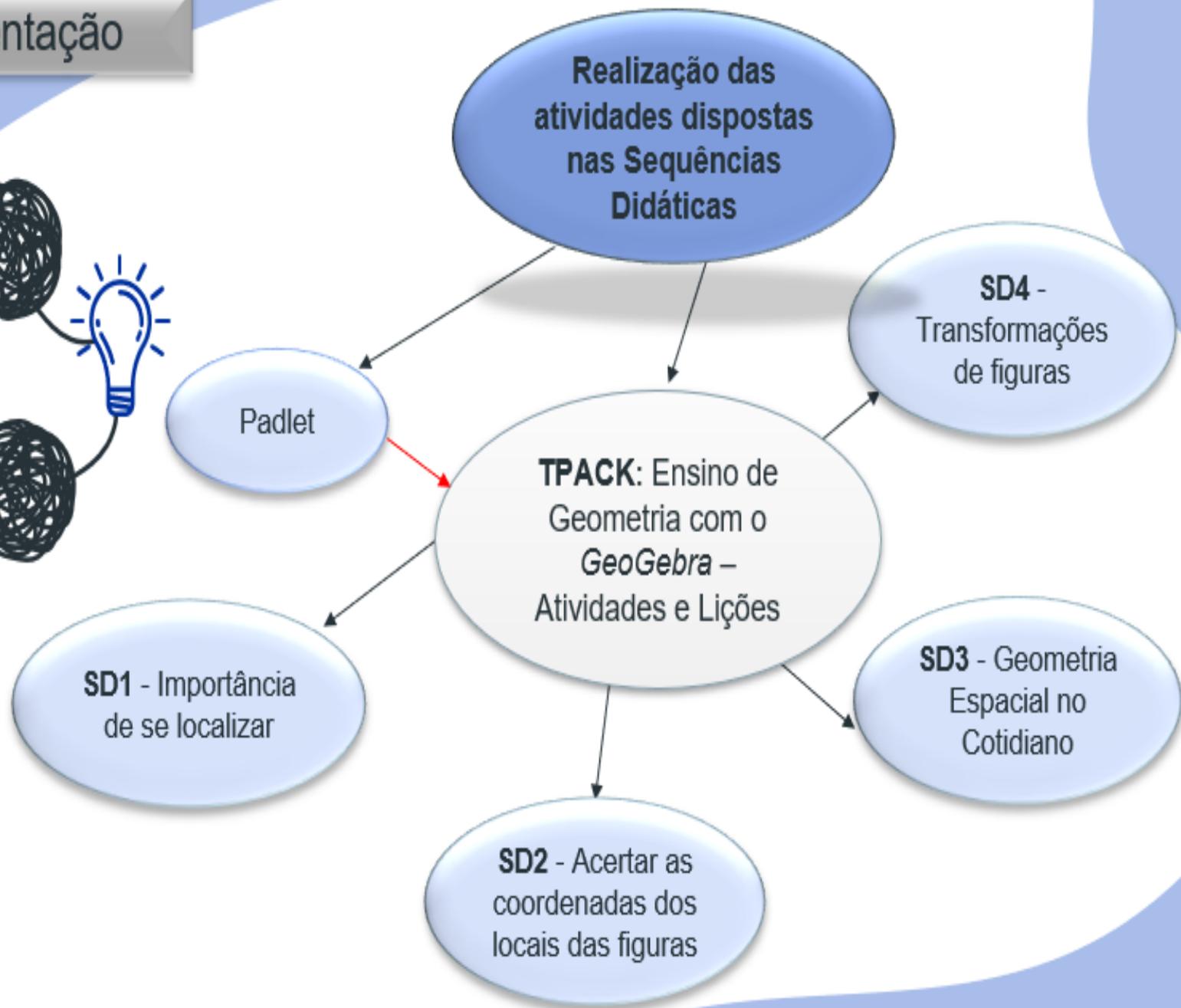
Análise Preliminar



Análise a Priori



Experimentação



Intervenções Pedagógicas

Padlet

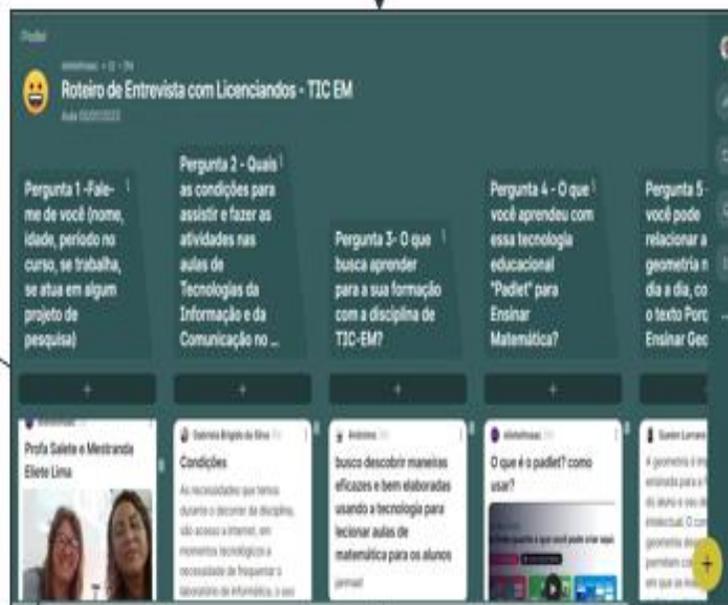
Conhecer o perfil da turma

Geometria no seu dia a dia

Disponibilidades tecnológicas

Expectativas em relação a disciplina TIC II

Exploração de textos, imagens, animações, câmera, vídeos

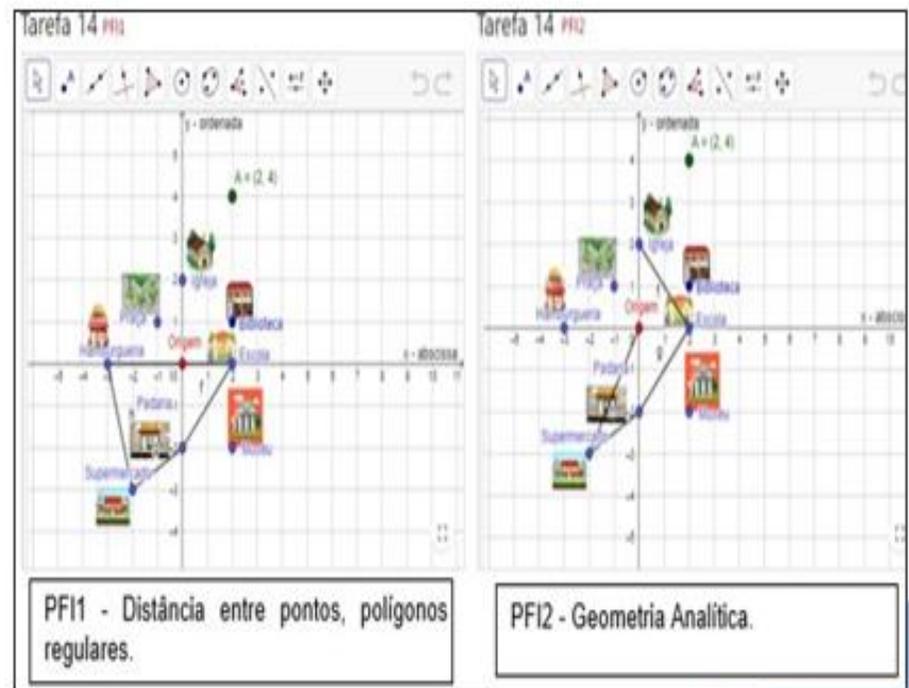
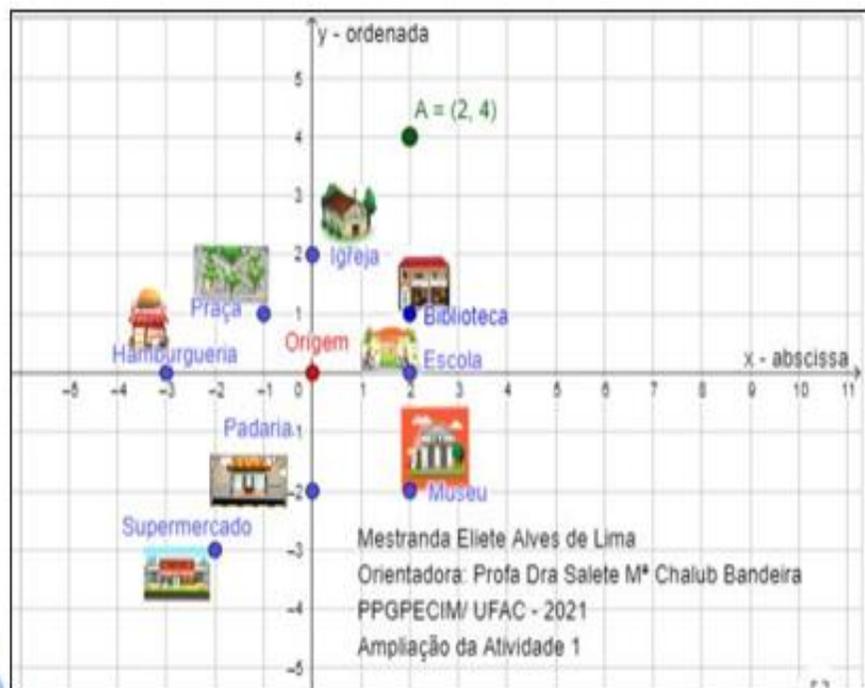


Sequência Didática 01 - Importância de se localizar

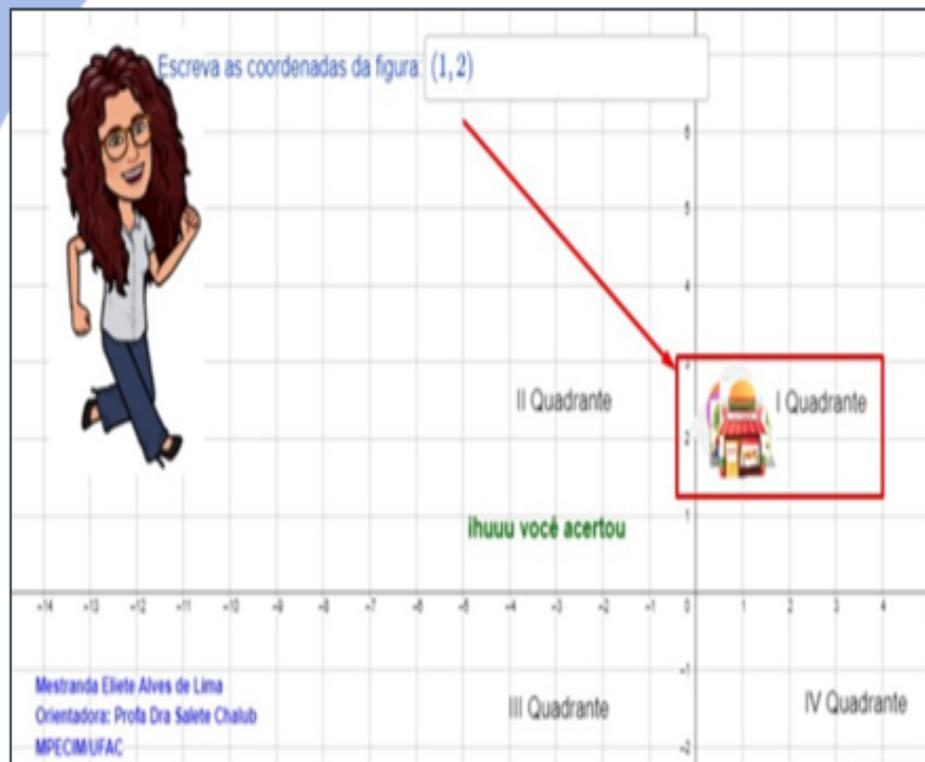
16 Questões

Múltiplas Escolhas

Questões Abertas



Sequência Didática 02 - Acertar as coordenadas dos locais das figuras



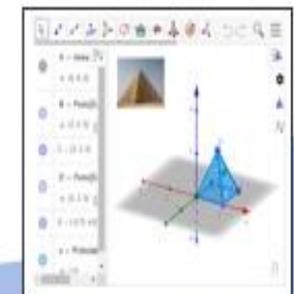
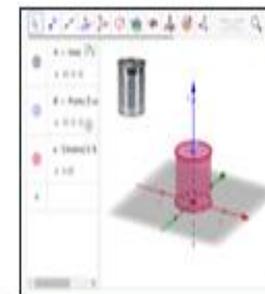
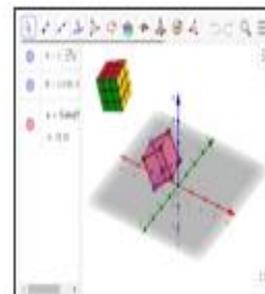
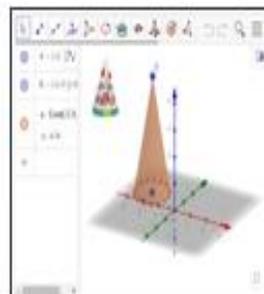
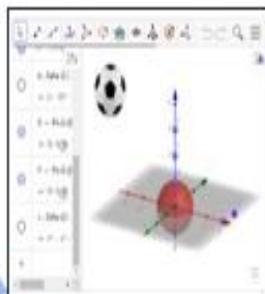
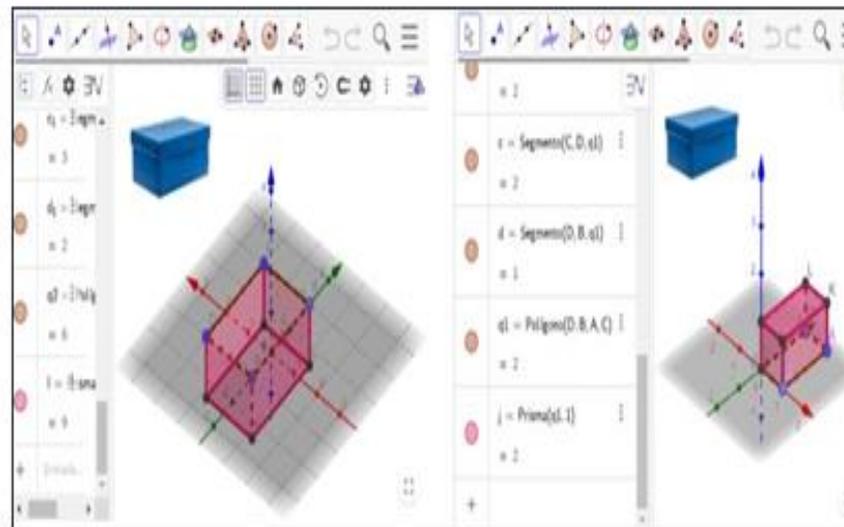
Identificar os pares ordenados no plano cartesiano através do jogo acertar as coordenadas dos locais das figuras.

Percebeu-se o conhecimento tecnológico e do conteúdo específico

É possível levar essa atividade para aplicar na escola de algumas maneiras: fixação, exercitar a compreensão dos conteúdos (coordenadas no plano cartesiano, a distância entre pontos e localização de pontos) e atividade de competição.

Sequência Didática 03 - Geometria Espacial no Cotidiano

A construção do paralelepípedo que representa a caixa de sapato foi a que os licenciandos tiveram dificuldade para a sua construção, pois na barra de ferramentas não temos um ícone que já construa de forma direta o paralelepípedo. Precisam das noções de retas paralelas e perpendiculares, além de informar as coordenadas (x, y, z) .



Sequências Didática 04 - Transformações de Figuras

Simetria de reflexão em relação a um ponto e a uma reta; simetria de rotação, simetria de translação e homotetia

Simetria de reflexão em relação a uma reta

- Reflexão em relação a um ponto
- Reflexão em relação a uma reta
- Rotação em torno de um ponto
- Distância
- Reta
- Translação por um vetor

Mestranda Eliete Alves de Lima
Orientadora Salete Maria Chalub Bandeira
MPECIM UFAC - 02/02/2023

Homotetia

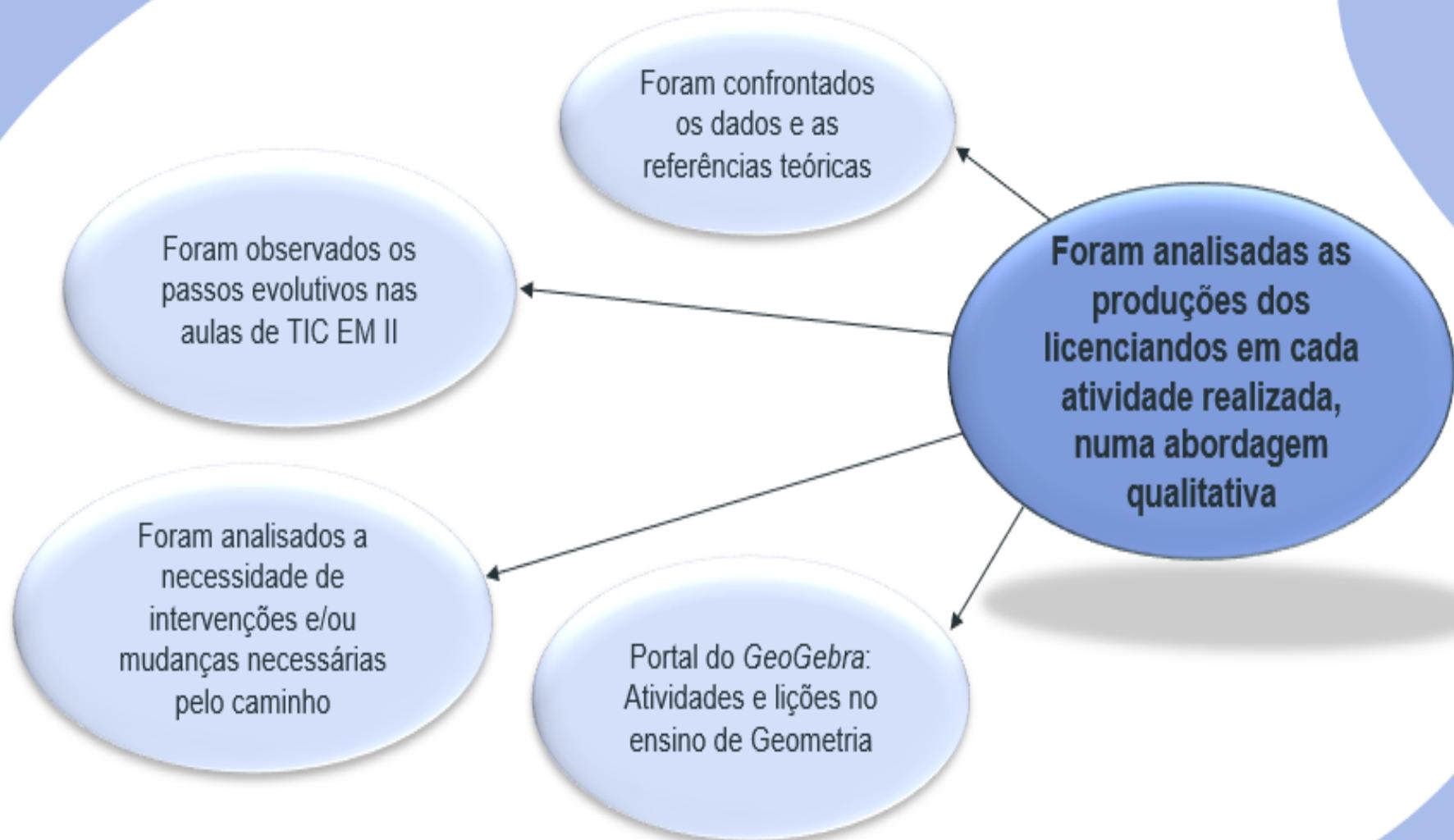
$d = -1$

Homotetia

Grata aos colegas do curso Geometria para os anos iniciais - SBEM
05/11/2021
Eliete Alves de Lima
Salete Maria Chalub Bandeira
MPECIM/UFAC

$A = (2, 16)$ $B = (1, 64)$ $C = (6, 34)$
 $A' = (-2, 16)$ $B' = (-1, 64)$ $C' = (-6, 34)$

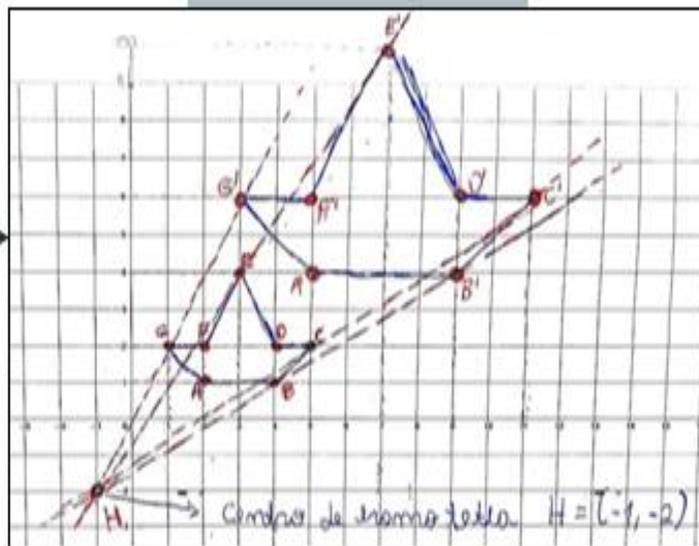
Análise a Posteriori: Artigo (1996)



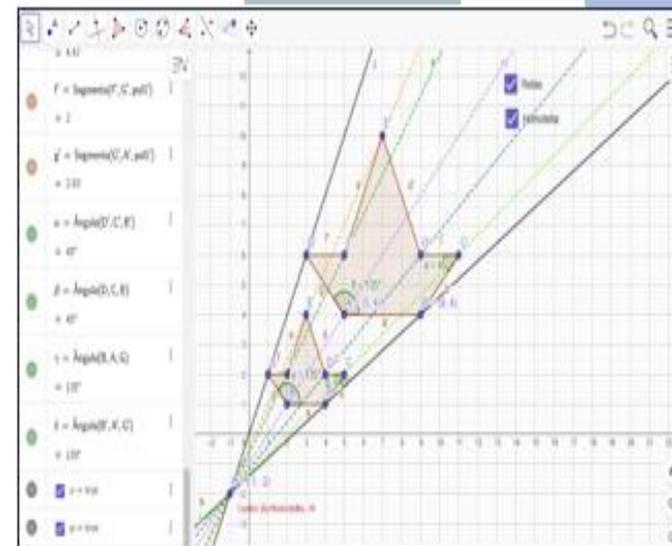
PRODUÇÕES DOS PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL

Homotetia

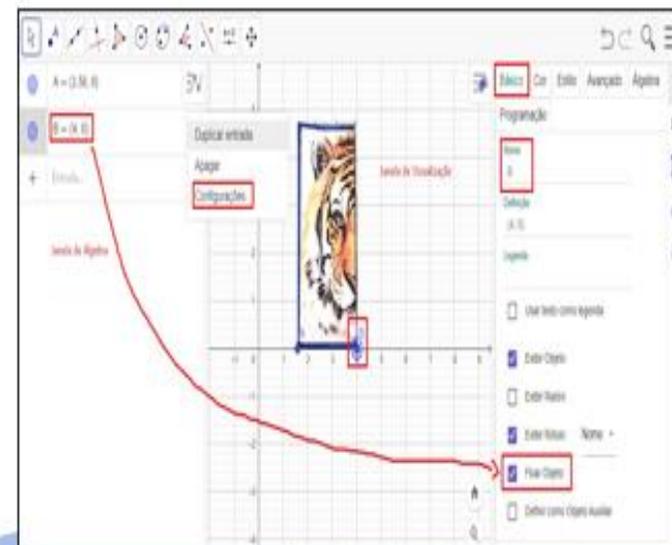
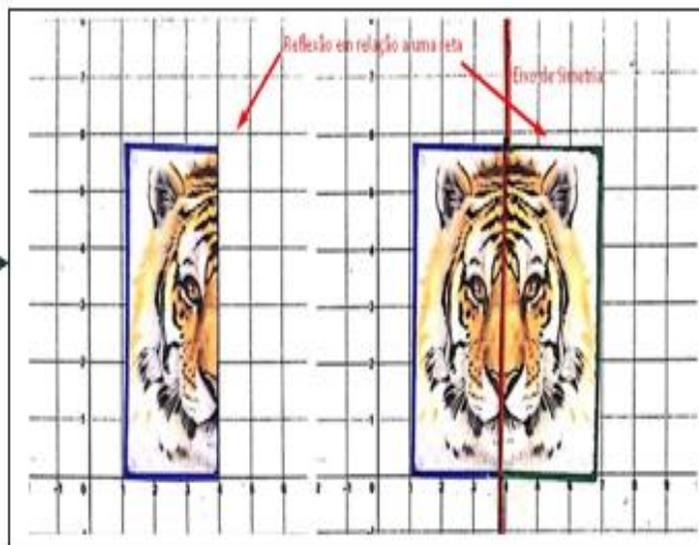
Malha Quadrada



GeoGebra



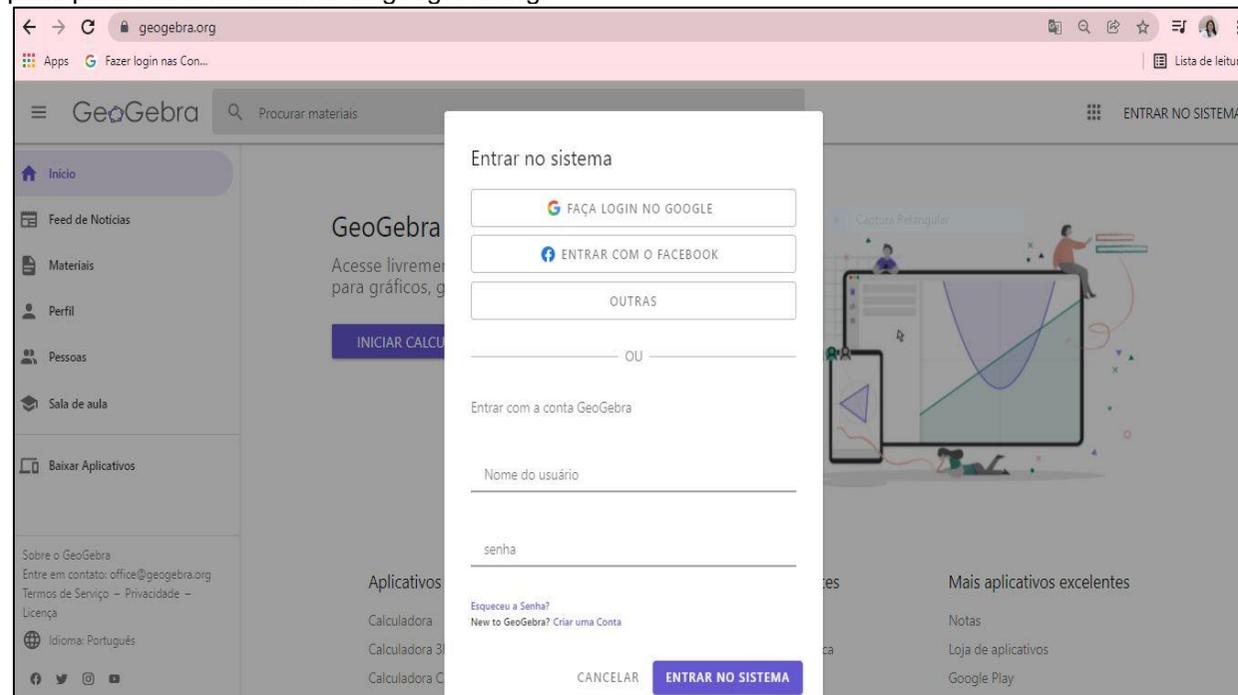
Simetria de Reflexão



O GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA: ATIVIDADES - LIÇÕES E LIVRO DINÂMICO

Para iniciar o uso do GeoGebra com vista a construir atividades de ensino, lições e criação de uma sala de aula (*classroom*) precisa-se acessar o endereço <https://www.geogebra.org/>. Em seguida, entrar no sistema e para isso é necessário ter uma conta de acesso. As formas de acesso para entrar no sistema geogebra.org, podem ser: faça login no *google*, entrar com o *facebook*, ou outras. Se na janela as informações aparecerem em inglês, pode acessar o botão direito do *mouse* e escolher a opção traduzir para o português, como ilustra a Figura 5.

Figura 5 - Criar conta de perfil para entrar no sistema do geogebra.org.



Fonte: Elaboração da autora - geogebra.org.

Caso acione a opção outras, as formas de acesso em que podem ser: uma conta no *gmail*, *office 365*, *microsoft*, *facebook* e *twitter*. No entanto, pode escolher a opção criar uma conta (Figura 6).

Figura 6 - Formas de acesso ao portal do GeoGebra – opção outras.



The image shows the login interface for GeoGebra. At the top, the GeoGebra logo is displayed. Below it, the text 'Entrar no sistema' is centered. The main content area is divided into two sections. On the left, under the heading 'Conta GeoGebra', there is a form with two input fields: 'E-mail ou nome de usuário' and 'senha'. Below these fields is a button labeled 'Entrar'. At the bottom of this section are two links: 'Criar uma Conta' and 'Esqueceu a Senha?'. On the right side, there is a vertical list of social media login options, each with its respective icon and text: Google, Office 365, Microsoft, Facebook, and Twitter.

Fonte: Elaboração da autora - geogebra.org.

Em criar uma conta, você é direcionado para fazer um cadastro, com o endereço de e-mail, nome de usuário, senha, confirmação de senha e marcar a opção do consentimento (uma delas), para obter o acesso ao geogebra.org (Figura 7).

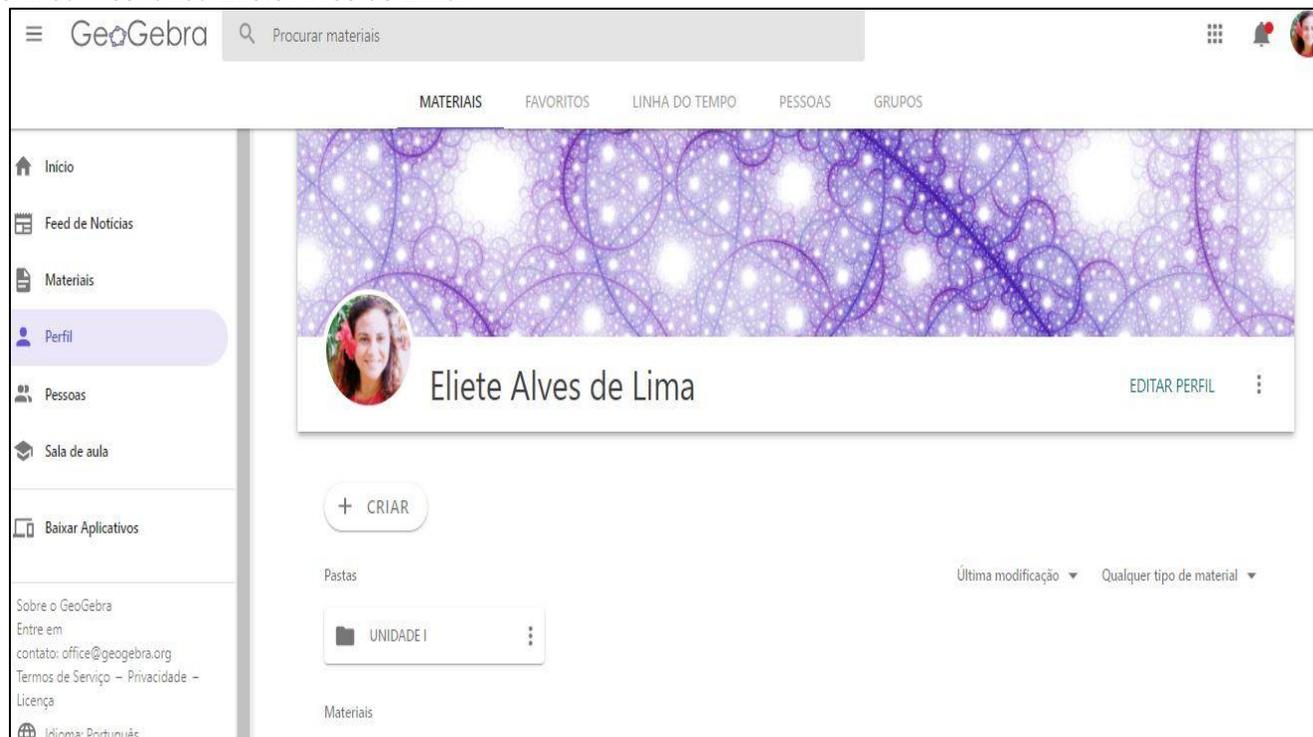
Figura 2 - Cadastro de uma conta de perfil no geogebra.org.

The image shows the registration page of GeoGebra.org. At the top, there is a navigation bar with the GeoGebra logo, a plus sign, and links for 'Materiais', 'Downloads', 'Blog', 'Ajuda', and 'Entrar'. The main heading is 'Cadastre-se'. Below this, there are two options for registration: 'Cadastra-se usando um login do ...' with icons for Google, Office 365, Microsoft, Facebook, and Twitter; and 'Cadastra-se usando o seu login GeoGebra'. The second option leads to a form with the following fields: 'E-mail' (with a placeholder 'Um endereço de e-mail válido (necessário, mas que nunca será exibido)'), 'Nome do usuário' (with a placeholder 'Seu nome público'), 'senha' (with a placeholder 'Uma senha forte com pelo menos 6 caracteres'), and 'Confirmação da senha'. Below the form, there is a 'Consentimento' section with the text 'Por favor, selecione apenas uma das opções a seguir' and two checkboxes: 'Reconheço que tenho mais de 14 anos, li o [Termos de Serviço](#) e a [Política de Privacidade](#) e consentir com o seu conteúdo' and 'Em nome do meu filho, reconheço que li o [Termos de Serviço](#) e a [Política de Privacidade](#) e consentir com o seu conteúdo'. At the bottom of the form is a 'Criar uma Conta' button.

Fonte: Elaboração da autora - geogebra.org.

Em seguida, você já é direcionado para a sua conta de perfil do geogebra.org (Figura 8).

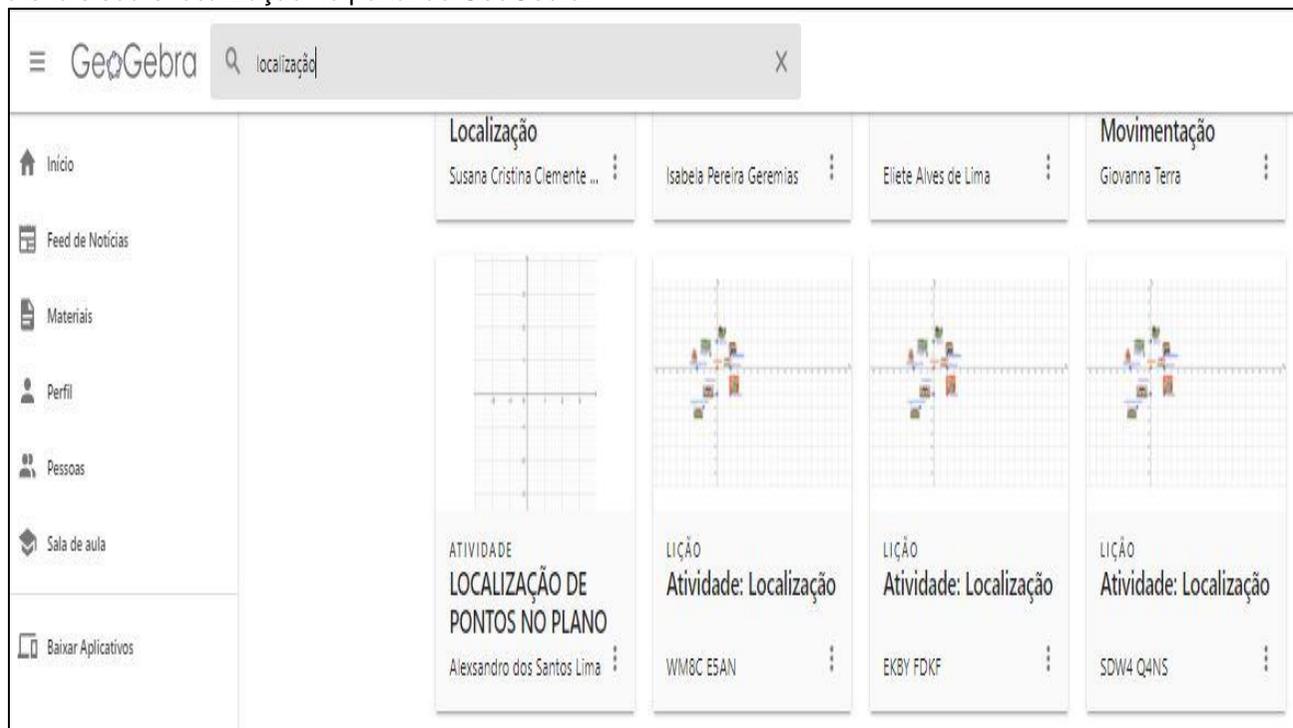
Figura 3 - Conta de perfil da mestrande Eliete Alves de Lima.



Fonte: Elaboração da autora, 2021. Endereço: geogebra.org.

No GeoGebra podemos ver na lupa à direita do nome GeoGebra na cor azul claro, na parte superior, como ilustrado na Figura 8, realizar pesquisas, procurar materiais e para isso, basta colocar uma palavra na lupa e escrever no lugar de procurar materiais, por exemplo, o nome localização e apertar em *enter* no teclado e o GeoGebra faz a busca de materiais, que podem ser, atividade, lição ou livro, que tenham relação com o tema da pesquisa (Figura 9).

Figura 4 - Pesquisar materiais sobre localização no portal do GeoGebra.



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Outra possibilidade é procurar materiais didáticos de Matemática, no centro a matemática (tópico raiz), se expande para Estatística, Aritmética, Geometria, Trigonometria, Cálculo, Probabilidade, Álgebra, Funções, que se desdobram (Figura 10).

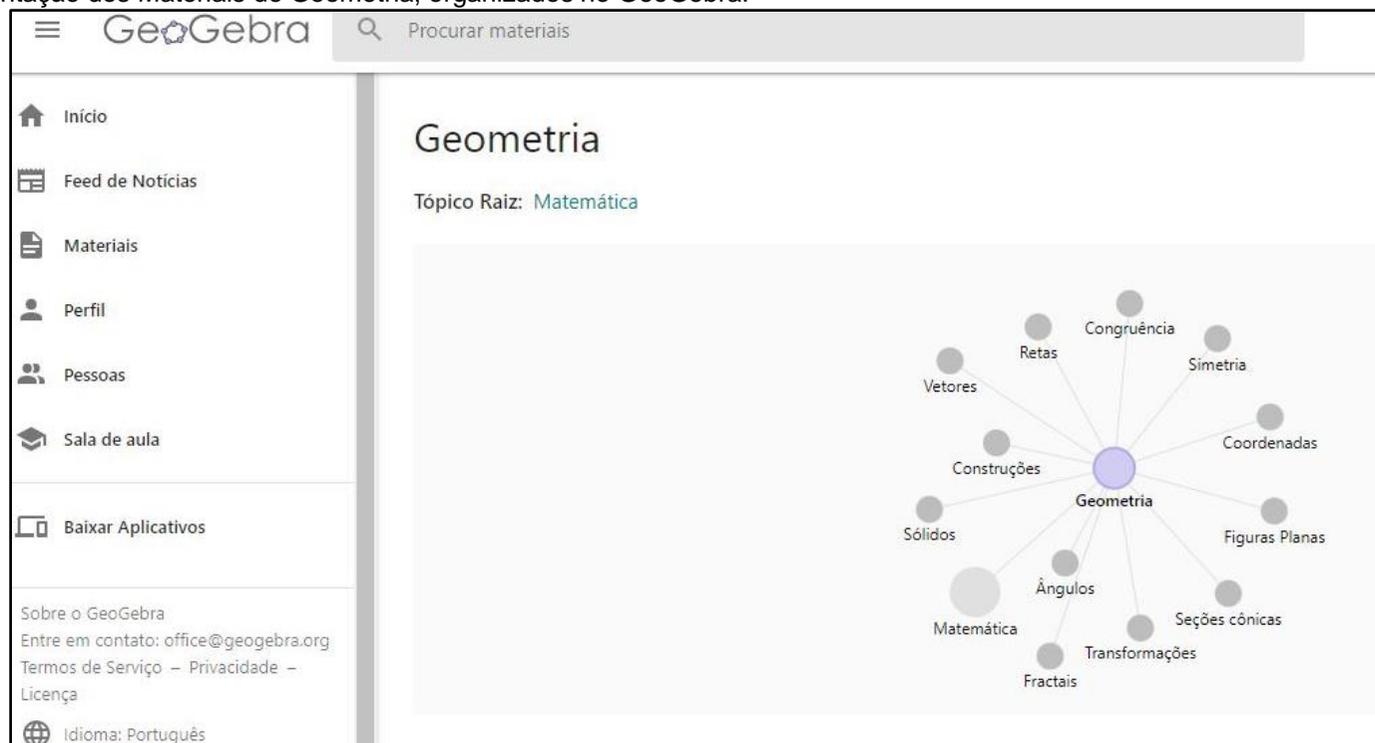
Figura 5 - Procurar materiais por Tópico Raiz: Matemática – Geometria - Trigonometria – Cálculo – Probabilidade – Álgebra – Funções – Estatística.



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Observar que ao clicar em Geometria, a palavra vai para o centro da Imagem, faz parte do tópico raiz Matemática, e se expande para Simetria, Coordenadas, Figuras Planas, Seções Cônicas, Transformações, Fractais, Ângulos, Matemática (Tópico Raiz), Sólidos, Construções, Vetores, Retas e Congruência (Figura 11).

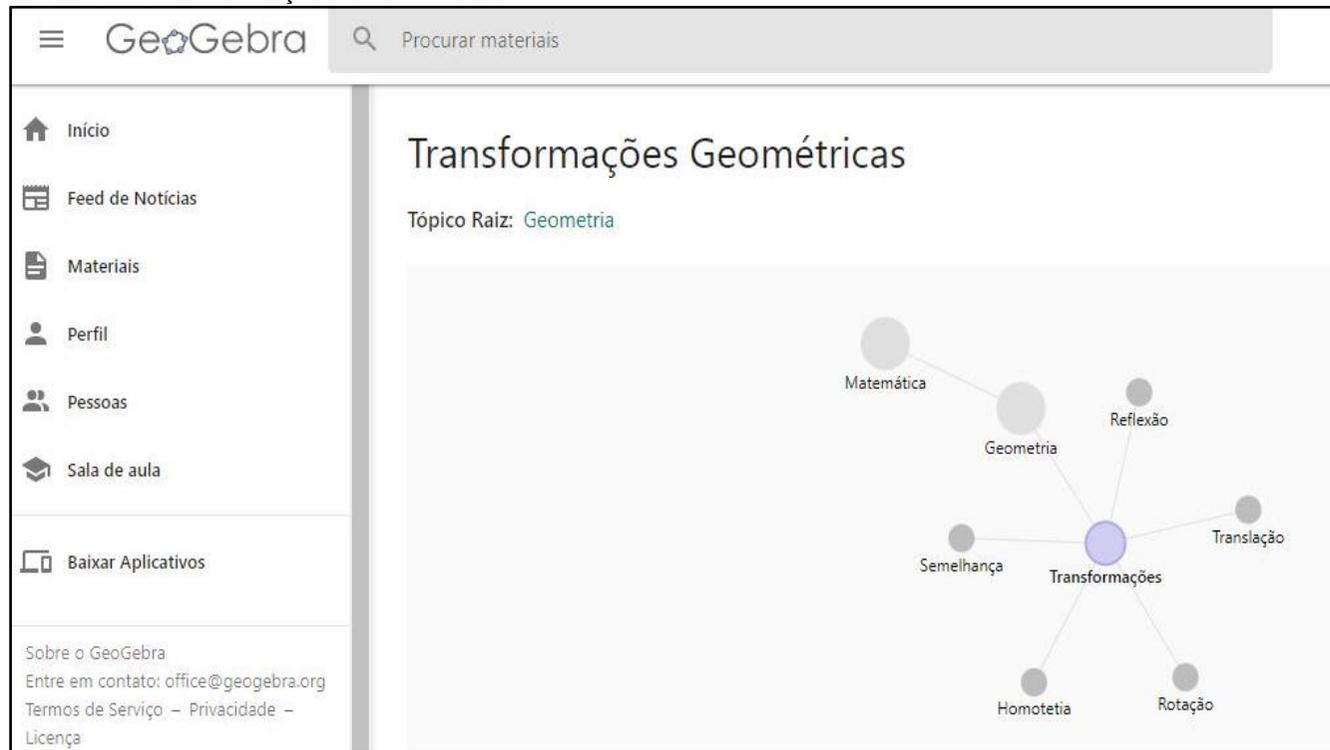
Figura 6 - Representação dos Materiais de Geometria, organizados no GeoGebra.



Fonte: Elaboração da autora, 2022.

Ao explorar transformações, se expande para reflexão, translação, rotação, homotetia e semelhança (Figura 12).

Figura 7 - Procurar materiais em Transformações Geométricas.



Fonte: Elaboração da autora, 2022.

Esses são alguns exemplos de como se pode procurar materiais no GeoGebra. Como já mencionado, os materiais podem ser atividades, lições e livros. Vamos explorar cada um deles.

Existem milhares de atividades e livros disponíveis no *site* do GeoGebra. Dessa forma, como construir atividades e lições com situações do dia a dia, de forma dinâmica com o uso do GeoGebra nas aulas de matemática? Destaca-se que a maioria desses recursos, podem ser usados de forma síncrona, *online*. Uma atividade no GeoGebra (*GeoGebra Activity*) pode conter muitos elementos, tais como: textos, vídeo, *applet* do GeoGebra, imagem, notas, arquivo pdf, questão e *web*.

Também é importante ver quais elementos se tornam tarefas para os estudantes (*students tasks*) no *GeoGebra Classroom*. Para criar uma sala de aula (*classroom*) no GeoGebra que contenha atividades, e se tornem dinâmicas, precisa-se encontrar (ou

criar) uma atividade contendo elementos que se transformam em tarefas para os estudantes. Entendemos por dinâmico algo que se modifica de maneira contínua (NÓBRIGA; SIPLER, 2020).

Nessa primeira atividade construída (planejamento da Sequência Didática com o uso do site do geogebra.org, se chama atividade de localização, o nome Localização, o Autor: Eliete Alves de Lima, foi inserido um *aplet* do GeoGebra, com o plano cartesiano, com imagens de locais fixados em Coordenadas (x, y) que existem em uma Cidade X, e em seguida são construídas cinco questões (abertas e de múltipla escolha) conforme Figura 13.

Figura 8 - Atividade de Localização.



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Para criar uma classe no GeoGebra (*GeoGebra Class*) que contenha atividades interessantes, é necessário encontrar (ou criar) uma atividade contendo elementos (na nossa primeira atividade incluímos questões – abertas e de múltipla escolha) que se transformam em tarefas para os estudantes. A Figura 14, exemplifica uma Questão aberta, confirmar no botão Feito.

Figura 9 - Exemplo de Questão aberta.

The image shows a software interface for creating a question. At the top, there is a title bar with a question mark icon, the word "Questão", and some utility icons. Below this is a text input field containing "Questão 1". The main area is divided into two sections. The first section is for an open question, with a tab labeled "Questão aberta" (which is selected and underlined) and another tab labeled "Múltipla escolha". The question text in this section is "Quais as coordenadas (x, y) do museu, supermercado, biblioteca e praça?". To the left of the text is a vertical sidebar with a bold "A" and a script "fx" icon. The second section is for a multiple-choice question, with the text "Indicar a(s) resposta(s) correta(s) (opcional)". It also has the same "A" and "fx" sidebar icons. At the bottom right of the interface are two buttons: "Feito" and "Cancelar".

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Na Figura 15, exemplo de uma questão de múltipla escolha com a opção de resposta, e confirmar no botão Feito.

Figura 10 - Questão de Múltipla Escolha.

Questão

Questão 2

Marque a alternativa em que está a localização da hamburgueria e da escola:

Questão aberta Múltipla escolha

<input type="checkbox"/>	(0, -3) e (2, 0)	A f_x	🗑
<input checked="" type="checkbox"/>	(-3, 0) e (2, 0)	A f_x	🗑
<input type="checkbox"/>	(0, -3) e (0, 2)	A f_x	🗑
<input type="checkbox"/>	(2, 0) e (-3, 0)	A f_x	🗑

Incluir resposta

Feito Cancelar

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Veja na Figura 16, como aparece para o estudante responder, Tarefa 2: Questão 1 e Tarefa 3: Questão 2 e Tarefa 4: Questão 3.

Figura 11 - Como aparecem as questões para o estudante responder.

Tarefa 2: Localizar os lugares no Plano Cartesiano

Questão 1
Quais as coordenadas (x, y) do museu, supermercado, biblioteca e praça?

Assine e digite sua resposta aqui...

Tarefa 3: Questão 2

Marque a alternativa em que está a localização da hamburgueria e da escola:

Assinale a sua resposta aqui:

- (0, -3) e (2, 0)
- (-3, 0) e (2, 0)
- (0, -3) e (0, 2)
- (2, 0) e (-3, 0)

Tarefa 4: Questão 3

Nas coordenadas (0, 2) e (0, -2) estão localizados:

Assinale a sua resposta aqui:

- Praça e Biblioteca
- Escola e Museu
- Igreja e Padaria
- Hamburgueria e Supermercado

Tarefa 5: Questão 4

No domingo Maria foi à igreja, em seguida, à praça e lanchou na hamburgueria. Descreva as coordenadas de seu percurso.

Assine e digite sua resposta aqui...

Tarefa 6: Questão 5

Ao sair da escola, faça um trajeto que primeiramente passa pela origem e visite três lugares de sua preferência.

Assine e digite sua resposta aqui...

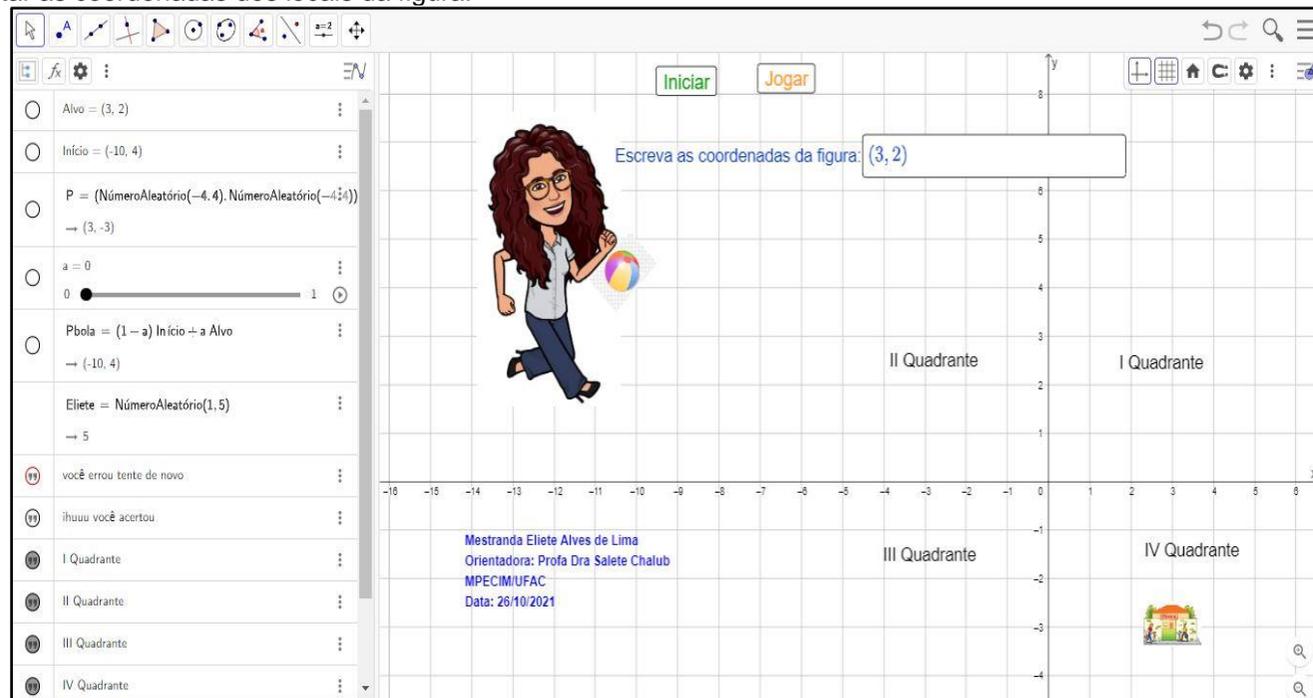
Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Nessa atividade de Localização, à medida que fomos nos apropriando do GeoGebra e de suas possibilidades, ampliamos a ideia inicial, agora com 15 questões e, passou a se chamar: Importância da Matemática para se localizar (disponível em: <https://www.geogebra.org/m/kj9yxpdz>), com a inclusão de outros elementos. Foram construídas perguntas sobre a localização dos locais em relação aos quadrantes do plano cartesiano, bem como realizar pesquisas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC em relação à Matemática - Unidades Temáticas, Objetos do Conhecimento e Habilidades relacionados ao tema apresentado na atividade realizada.

Outra atividade construída sobre o tema, para as intervenções com os licenciandos do Curso de Licenciatura em Matemática, foi sobre o formato de jogo e se chama “*Jogo acertar as coordenadas dos locais da figura*”. Para essa atividade foi preciso aprender a fazer o *bitmoji*, ou seja, a minha caricatura de professora para ficar mais real o seu uso com os estudantes. Outro aspecto importante, foi adaptação da atividade apresentada no curso de extensão da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, na qual fomos cursistas, junto com a orientadora, e construímos com o GeoGebra o jogo.

Para a construção da atividade foi necessário aprender a construir botões no GeoGebra, inserir figuras como o bitmoji da Professora Pesquisadora, da bola e dos locais que a bola precisa acertar, tais como, igreja, padaria, lanchonete e outros. Caso se inscreva o par ordenado corretamente e clica no botão jogar, a bola se movimenta conforme a escrita do par ordenado, e caminha em direção ao local do par ordenado inscrito. Se acertar o alvo “local que aparece” aparecerá o texto “**ihuuu você acertou**”, caso contrário “**você errou tente de novo**” (Figuras 17).

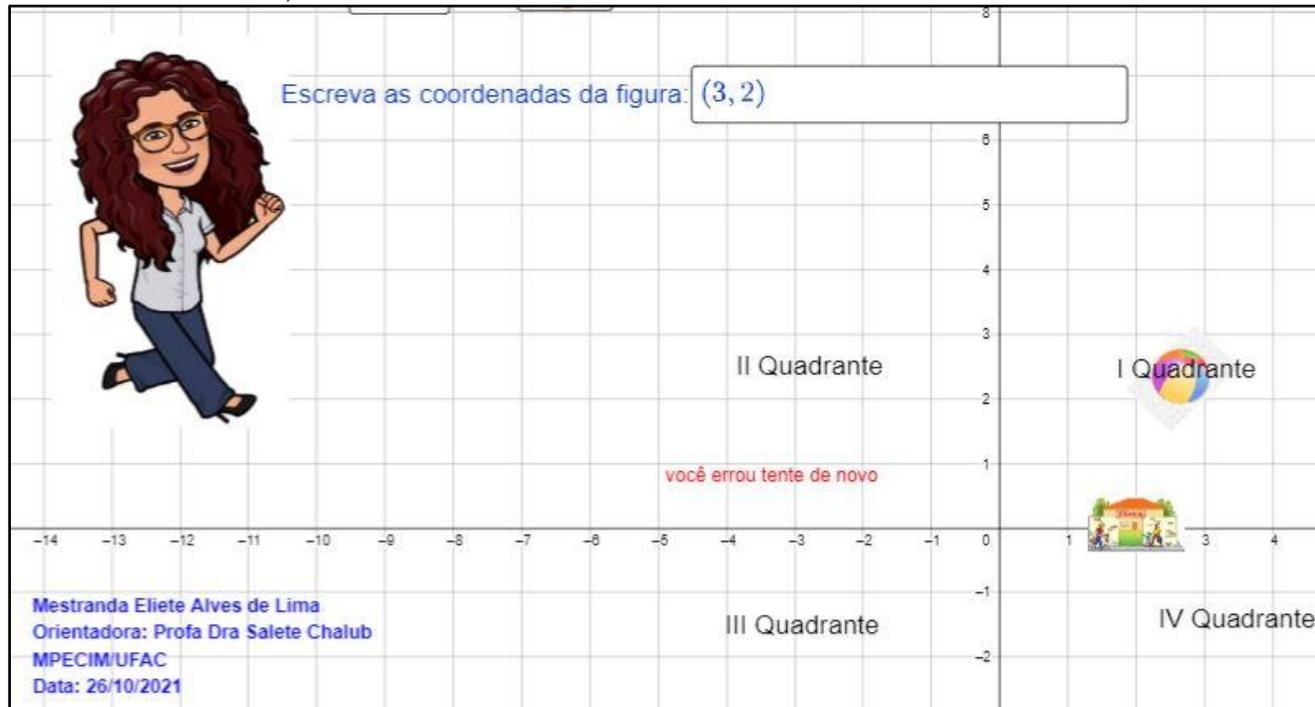
Figura 12 - Jogo acertar as coordenadas dos locais da figura.



Fonte: Elaboração da Autora e Orientadora, out. 2021. Adaptado de Atividade no GeoGebra Luiz C. M. Aquino, 6 Ago. 2016. Luiz C. M. de Aquino — 6 de agosto de 2016.

Para começar o jogo basta clicar no botão iniciar, na continuidade escrever as coordenadas da figura e clicar no botão jogar. Assim, o *bitmoji* da professora pesquisadora lança a bola em direção ao par ordenado escrito, e se caso não acertar o alvo desejado é porque ocorreu erro com o par ordenado registrado (Figura 18).

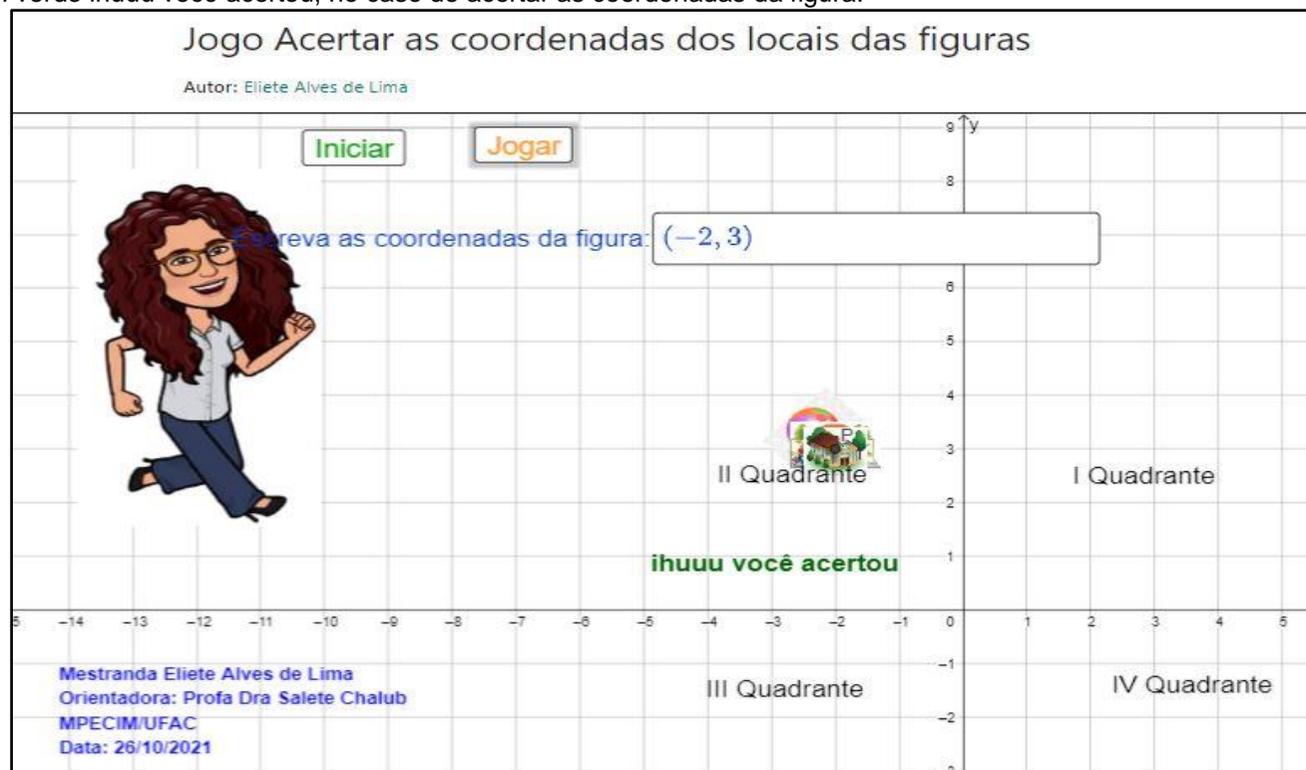
Figura 13 - A frase em vermelho – você errou, tente de novo.



Fonte: Elaboração da Autora e Orientadora, out. 2021. Adaptado de Atividade no GeoGebra Luiz C. M. Aquino, 6 Ago. 2016. [Luiz C. M. de Aquino](#) — 6 de agosto de 2016.

E se caso acertar a coordenada da imagem, é porque o par ordenado informando está correto, assim aparecendo a frase em verde, conforme a Figura 19.

Figura 14 - A frase em verde ihuuu você acertou, no caso de acertar as coordenadas da figura.



Fonte: Elaboração da Autora e Orientadora, out. 2021. Adaptado de Atividade no GeoGebra Luiz C. M. Aquino, 6 Ago. 2016.

Dessa forma, foi construído primeiramente esse jogo e, na continuidade melhoramos a atividade e incluímos outros elementos, como: questões e *aplet*.

O Jogo "Acertar a localização das figuras" tem uma apresentação com as orientações para jogar, tais como: 1 - Clicar com o botão esquerdo do mouse em iniciar; 2 - Escrever as coordenadas da figura, ou a sua localização (x, y); 3 - Clicar no botão Jogar (aparecerá um texto informando algo sobre a sua resposta. Clicar em Iniciar novamente e, assim sucessivamente. Além do Jogo, o "licenciando- jogador" (ao jogar) precisa responder as duas questões elaboradas (Figura 20).

Figura 15 - Questão para o licenciando responder.

Questão 1

Escrever o nome das figuras e a sua localização (x, y), conforme for jogando.

	A	B	C	D	E
1	Figura	Par Ordenado	Texto que apareceu	Quadrantes	Posição da figura em relação ao eixo dos x e y.
2	Escola	(-4, 3)	Ihuu você acertou	II Quadrante	Eixo x - acima, Eixo y - a esquerda.
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

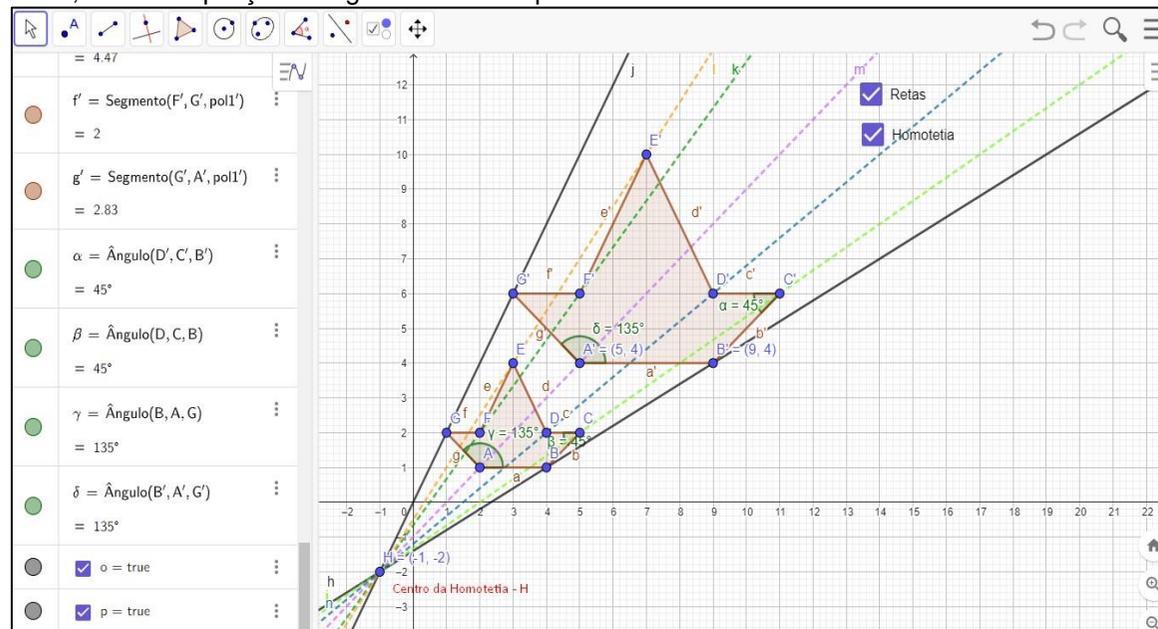
Questão 2 - Relate o que aprendeu e as suas dificuldades em relação ao conhecimento com o uso do geogebra e dos conhecimentos da matemática para realizar em suas práticas de ensino de matemática com o uso da tecnologia com a atividade proposta.

Fonte: Elaboração da autora e orientadora, 2021.

CONSTRUÇÕES DE ATIVIDADES DOS PFIs NO GEOGEBRA

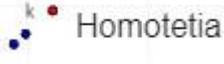
O PFI8 abordou o conceito de homotetia (ampliação), com a construção de um barquinho (polígono de 7 lados, heptágono), ligando os pontos A (2,1), B (4,1), C (5,2), D (4,2), E(3,4), F(2,2), G(1,2), com a atividade na malha quadrada. Depois marcou na malha o ponto H (-1, -2), denominando-o de centro da homotetia. Na continuidade da construção foram marcados os pontos, A' (5,4), B' (9,4), C' (11,6), D' (9,6), E' (7,10), F' (5,6), G' (3,6). Para ter uma compreensão de como o barquinho foi ampliado, traçou-se um feixe de retas paralelas que passam pelo centro da homotetia H e pelos vértices B, B' (colineares – estão na mesma reta), C, C', E, E', G, G', não fez as retas passando pelos pontos A, A', D, D' e F, F'. No exemplo o fator foi ampliado de 2 ou razão 2:1 (Figura 21).

Figura 21 - Exemplo de homotetia, com a ampliação da figura de um barquinho no GeoGebra.

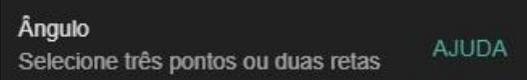


Fonte: Atividade do PFI8, 2023.

Roteiro de Construção do PFI8, do Polígono de Sete lados Heptágono (GeoGebra Clássico 6):

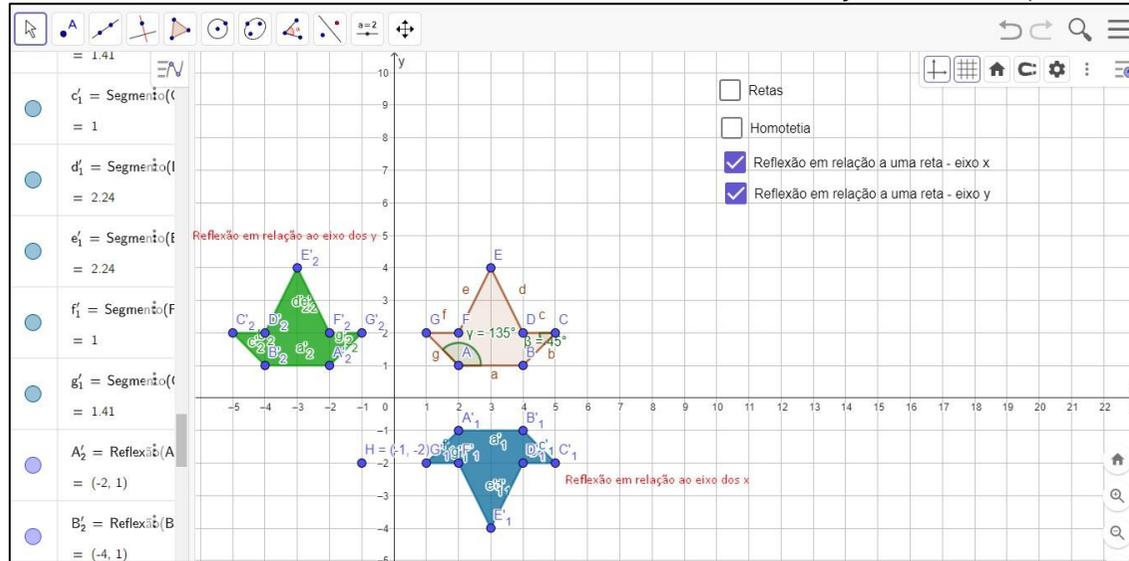
- Na barra de ferramentas na opção polígono , e  .
- Na janela de visualização, clicar nos nas coordenadas (x, y), criando os pontos A (2,1), B (4,1), C (5,2), D (4,2), E(3,4), F(2,2), G(1,2). Na janela de álgebra aparecem os pontos construídos A, B, C, D, E, F, G, o polígono pol1 = Polígono (A, B, C, D, E, F, G) = 5 e os segmentos a, b, c, d, e, f, g com as suas medidas.
- Na barra de ferramentas na opção ponto , e  Ponto e, na janela de visualização clicar em (-1, -2) e criará o ponto H (-1, -2). Para visualizar as coordenadas do ponto H, basta clicar com o botão direito do mouse em H e, em configurações  e marcar a opção Exibir Rótulo: Nome & Valor . Na janela de visualização aparecerá o nome H e o valor (-1, -2), ou seja, H=(-1, -2).
- Na barra de ferramentas opção retas , e em  Reta . Na parte inferior aparece uma janela de comunicação como  . Na construção foram selecionados dois pontos. Na janela de visualização clicar no ponto H (centro da homotetia) e, no ponto A. Repetir esse procedimento clicar no centro da homotetia, ponto H e nos pontos B, C, D, E, F, G. Na reta de álgebra aparecerá as retas h, i, j, k, l, m, n. E, na janela de visualização as retas.
- Na continuidade em barra de ferramentas em transformações  e na opção homotetia  Homotetia , na janela ajuda  , nos diz como proceder a construção. Clicamos com o botão esquerdo do mouse no centro do polígono, selecionando o objeto (sua extremidade fica marcada) e, em H (centro da homotetia). Abrirá uma janela para indicar o fator, o valor que deseja ampliar ou reduzir.

Informamos o fator 2. Criou na janela de visualização o pol1' ampliado duas vezes. Na janela de álgebra foram criados os pontos A', B', C', D', E', F', G', os segmentos a', b', c', d', e', f', g'.

- Em ângulo  , e opção  **Ângulo** , conforme a caixa de ajuda  . Seleccionamos três pontos no sentido horário, para construir alguns ângulos internos de pol1 e pol1' para comparar as suas medidas, que não alteram conforme a ampliação de pol1.
- Na barra de ferramentas controles  e, em  **Caixa para Exibir / Esconder Objetos** . Clicar na janela de visualização e, em legenda escrever Retas. E,  . Foram selecionadas as retas h, i, j, k, l, m, n. A caixa selecionada exibe as retas e desmarcada, esconde as retas mencionadas. Da mesma forma para a caixa Homotetia, em legenda escrevemos Homotetia e foram selecionados os pontos A', B', C', D', E', F', G', pol1', e os segmentos a', b', c', d', e', f', g'. Os ângulos $\alpha = 45^\circ$ e $\delta = 135^\circ$. Ao seleccionar aparece o barquinho ampliado com os seus elementos: pontos, segmentos e ângulos e, caso desmarcar esconde a construção do barquinho ampliado.

A atividade dos PFI7 e PFI8 (em dupla), foi ampliada para explicar os conteúdos de simetria em relação a uma reta, considerando a reta, os eixos x e y (Figura 22). Para isso, fizeram a construção com o pol1 = Polígono (A, B, C, D, E, F, G). Na construção anterior, desmarcar as caixas Retas e Homotetia, ficando na janela de visualização o pol1 e o Ponto H, os eixos cartesianos e as malhas primárias. Polígono heptágono – 7 lados, com conceitos de homotetia e simetria de reflexão em relação a uma reta (eixo x e eixo y).

Figura 22- Polígono heptágono – 7 lados, com conceitos de homotetia e simetria de reflexão em relação a uma reta (eixo x e eixo y).,



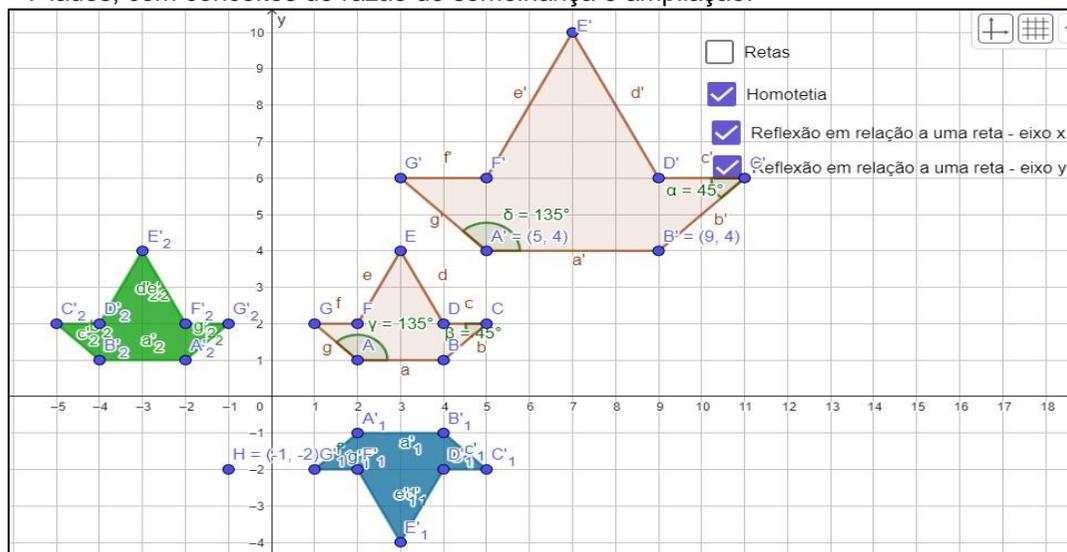
Fonte: Atividade dos PFI7 e PFI8, 2023.

Roteiro da Construção do Polígono Heptágono de Simetria de Reflexão em Relação a uma Reta (eixo x e eixo y) :

- Na barra de ferramentas transformações  e em  Reflexão em Relação a uma Reta, conforme a caixa de ajuda . Na janela de visualização selecionamos o polígono pol1 e no eixo dos x. Assim, foi construído o pol1', o barquinho foi configurado na cor azul, que está espelhado em relação ao eixo das abscissas.
- De forma análoga, foi o procedimento para construir simetria de reflexão em relação ao eixo y, com a opção reflexão em relação a uma reta acionada, clicar em pol1 e depois no eixo dos y, criando o barquinho que foi configurado na cor verde. As caixas de esconder/exibir objetos foram construídas de forma similar ao explicado anteriormente.

O conceito importante para a razão de semelhança (ou fator=2), conforme o valor indicado na construção (Figura 23), essa figura do barquinho foi ampliada e construída no GeoGebra (na malha quadrada). Poderá ser ampliada ($r>1$), reduzida ($0<r<1$) ou conservada (no caso da identidade quando $r=1$). Além do mais, a palavra razão vem do latim ratio e significa divisão. “A razão entre os números x e y , nesta ordem, com $y \neq 0$, pode ser indicada pela fração $\frac{x}{y}$ ou pelo quociente $x:y$, com $y \neq 0$ (PATARO; BALESTRINI, 2018, p. 215).

Figura 23 - Polígono heptágono – 7 lados, com conceitos de razão de semelhança e ampliação.



Fonte: Atividade do PFI7 e PFI8, 2023.

O PFI3 construiu um polígono de coordenadas A (3,0), B (4,2) e C (2,2). E construiu os vetores u1 de coordenadas (-5,0) e (-2,3) direção diagonal – esquerda para direita - altera os valores de x e y no par ordenado, ou seja, adicionou 3 unidades nas coordenadas do polígono ABC, u2 (-5,0) e (-5, -3) neste caso a direção na vertical e sentido de cima para baixo - altera os valores de y, isto é, adicionou -3 unidades no 2º elemento do par ordenado do polígono ABC e u3 (-5, 0) e (2,0), direção horizontal e sentido da esquerda para a direita, nesse caso, adicionou 7 unidades no 1º elemento do par ordenado do polígono ABC. Dessa forma, obtivemos os polígonos u1, u2 e u3, por translação de um vetor.

Roteiro de Construção Translação de um Polígono:

- Em barra de ferramentas polígono , polígono  Polígono . Na janela de visualização clicar em (3,0), (4,2), C (2,2) e, novamente em, (3,0): criará os pontos A, B e C e o polígono de nome t1= Polígono (A, B, C) e os segmentos a, b e c.
- Na barra de ferramentas retas  e em  Vetor . Na janela de visualização clicar com o botão esquerdo do mouse em (-5,0) e (-2,3), depois em (-5,0) e (2, 0) (-5,0) e (-5, -3): criará os vetores u, v e w, que podem ser renomeados para u1, u2 e u3: clicar com o botão direito do mouse na janela de visualização sobre o vetor u, na opção renomear, e escrever u1 e, depois clicar em ok. Analogamente para os vetores v, renomear para u3 e w, para u2 (Figura 24).

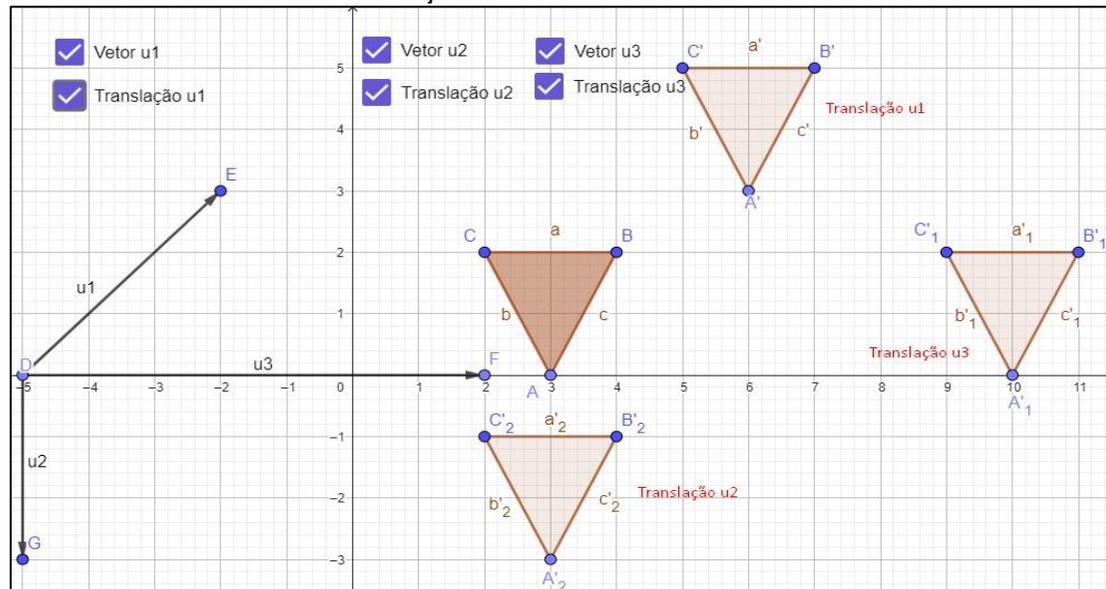
Figura 24 - Renomear o vetor u para u1.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- Na barra de ferramentas em transformações  e, em  Translação por um Vetor, clicar com o botão esquerdo do mouse no centro do polígono ABC e, no vetor u1, depois novamente clicar no polígono ABC e no vetor u2 e, clicar no polígono ABC e no vetor u3. Assim foram construídos: o polígono A'B'C', o polígono A'1B1'C1' e o polígono A'2B2'C2' (Figura 25).

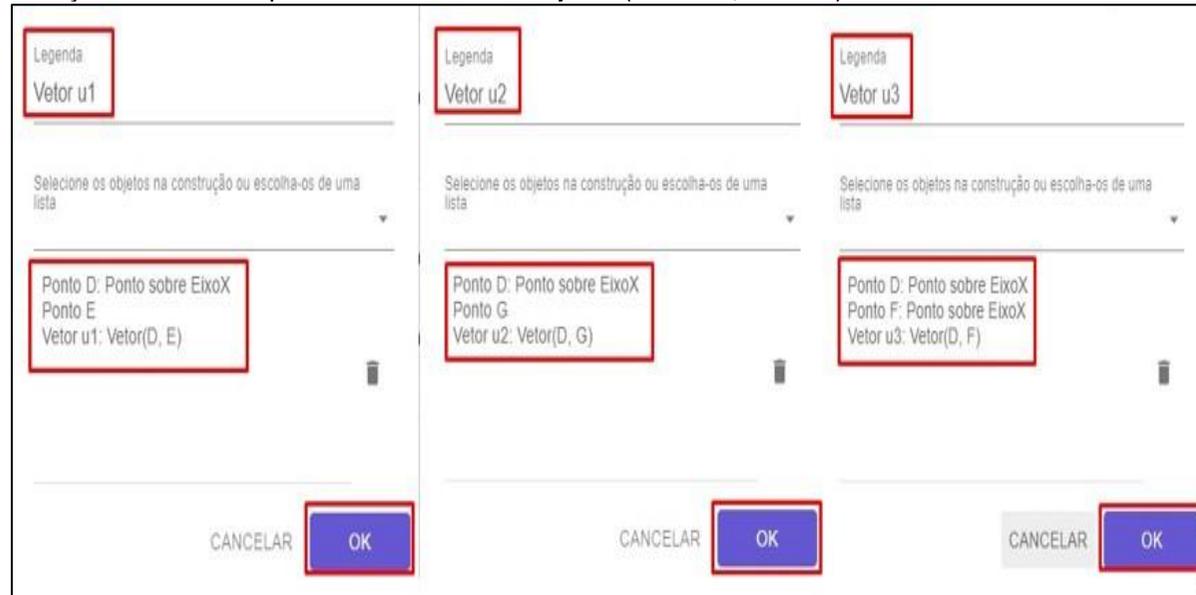
Figura 2516 - Atividade do PFI 3 com as caixas exibir/esconder objetos.



Fonte: Elaborado pela autora e PFI3, 2023.

- Na barra de ferramentas controles  e, em  Caixa para Exibir / Esconder Objetos , clicar na janela de visualização no local desejado e, escrever na Legenda Vetor u1 e selecionar os objetos: Ponto D: Ponto sobre EixoX, Ponto E e Vetor u1: Vetor(D,E). Repetir os passos para construir a Caixa Vetor u2 (Legenda Vetor u2) e selecionar os objetos: Ponto D: Ponto sobre EixoX, Ponto G e Vetor u2: Vetor(D,G) e, por fim, a Caixa Vetor u3 (Legenda Vetor u3) e selecionar objetos: Ponto D: Ponto sobre EixoX, Ponto F e Vetor u3: Vetor(D,F), na Figura 26.

Figura 2617 - Telas das construções das Caixas para Exibir/Esconder Objetos (Vetor u_1 , u_2 e u_3).



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- De forma análoga, construímos as caixas para Exibir/Esconder Objetos, Caixa Translação u_1 , Translação u_2 e Translação u_3 . Inserindo as legendas de nomes Translação u_1 , Translação u_2 e Translação u_3 e selecionando os objetos que poderão ser exibidos/escondidos. Para a caixa Exibir/Esconder arquivos, ao clicar na janela de visualização no local desejado, em legenda escrever “Translação u_1 ” e selecionar os objetos na construção ou escolha-os de uma lista, indo na setinha a direita
 Seleccione os objetos na construção ou escolha-os de uma lista
 , tais como: Ponto A’: Translação de A por u_1 ; Ponto B’: Translação de B por u_1 ; Ponto C’: Translação de C por u_1 ; Segmento a’: Segmento B’,C’ , Segmento b’: Segmento C’,A’; Segmento c’: Segmento A’,B’. Na Figura 27, as Telas das caixas das translações u_2 e u_3 .

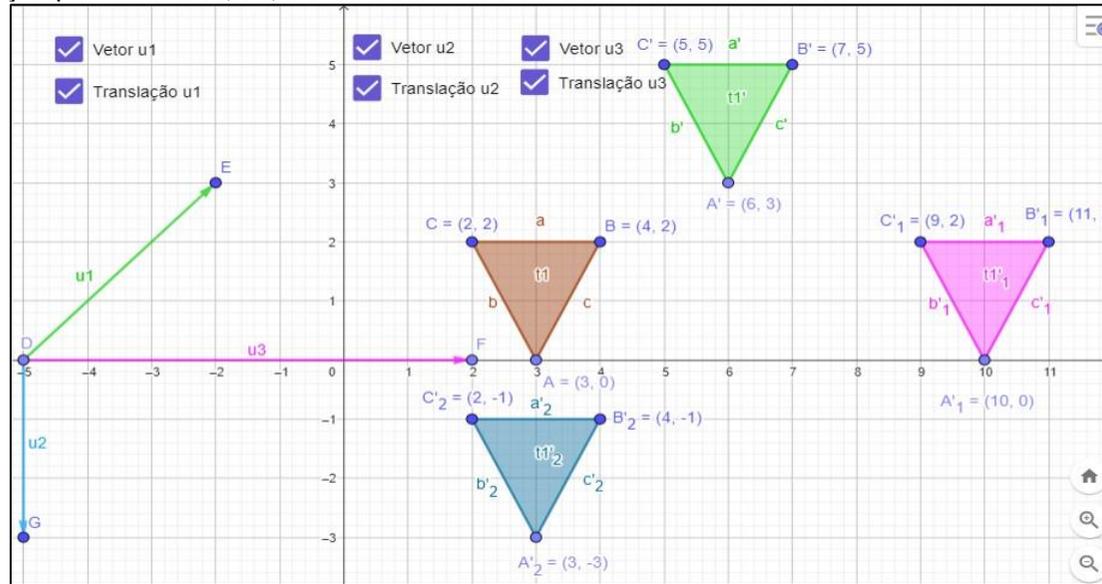
Figura 27 - Telas das caixas das Translações u2 e u3.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

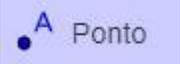
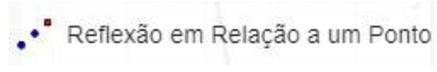
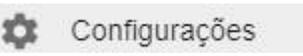
- Resultado da Atividade do PFI3, com adaptações realizadas pela pesquisadora e orientadora com o uso do GeoGebra Clássico 6. O PFI3, fez uma caixa para Vetor (com os três vetores exibidos e escondidos de uma vez) e uma para as translações (aparecendo e escondendo todas de uma vez). Para fins didáticos, conversamos e aprimoramos para cada vetor e para cada translação relacionada ao vetor uma caixa para Exibir/Esconder Objetos, inserindo cores diferenciando cada translação, ou seja, para uma melhor explicação didática, também inserimos cores nos vetores e polígonos transladados por u1 (verde), u2 (azul) e u3 (rosa), conforme a Figura 28.

Figura 188 - Simetrias: Translação por vetores u_1 , u_2 , u_3 .



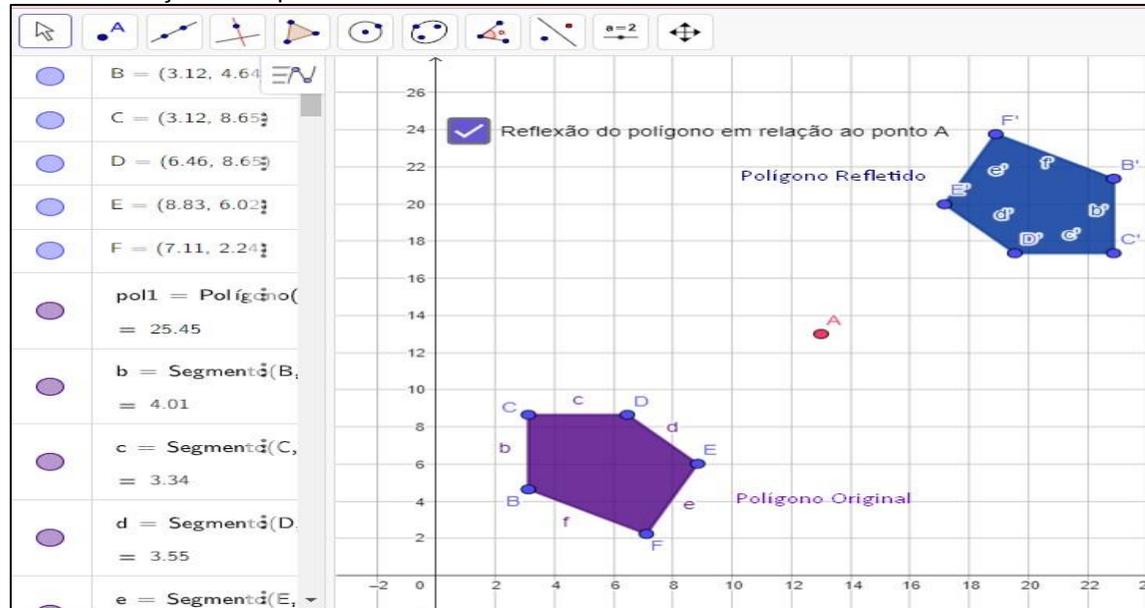
Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Roteiro de Construção da PFI9, para Ssimetria de Reflexão em Relação a um Ponto K do Pentágono não Regular (polígono de cinco lados):

- Na barra de ferramentas ponto  e, em ponto  , clicar no local desejado na janela de visualização: criará o ponto A. Na janela de álgebra aparecerá o ponto A e as suas coordenadas, ou seja, $A=(13,13)$.
- Na barra de ferramentas na opção polígono  , Polígono  , clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá $pol1=Polígono(B,C,D,E,F)$, os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.
- Na barra de ferramentas transformações  e, reflexão em relação a um ponto,  , clicar polígono (B,C,D,E,F) e no ponto A. Criará na janela de visualização o polígono $pol1' = Polígono (B',C',D',E',F')$, com os pontos B',C',D',E',F' e os segmentos b', c', d', e', f' . E clicando com o botão direito do mouse no $pol1'$, e em configurações, na opção cor, escolhemos a cor desejada e, em transparência (podemos aumentar ou diminuir o preenchimento da cor no $pol1'$). Na janela de álgebra aparecerá a escrita algébrica da construção.
- Na barra de ferramentas clicar em controles  , na opção  , na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Reflexão do polígono em relação ao ponto A. Criará a caixa de seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o $pol1'$, os pontos B',C',D',E',F' e os segmentos b', c', d', e', f' . Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos.
- Clicando sobre o $pol1'$, ou seja, o Polígono (B',C',D',E',F') e, em configurações  e, em cor, selecionar a cor desejada (azul) e, em transparência (o preenchimento desejado).

- Na barra de ferramentas em controles  e na opção texto  . Clicar na Janela de visualização, clicar próximo ao polígono (A,B,C,D,E,F) e, escrever Polígono Original (cor roxa), e de forma similar para o Polígono refletido por simetria em relação a um ponto (Figura 28).

Figura 2819 - Simetria de reflexão em relação a um ponto.



Fonte: Atividade da PFI 9, 2023.

Roteiro de Construção da Simetria de Reflexão em Relação a uma Reta:

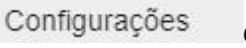
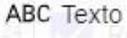
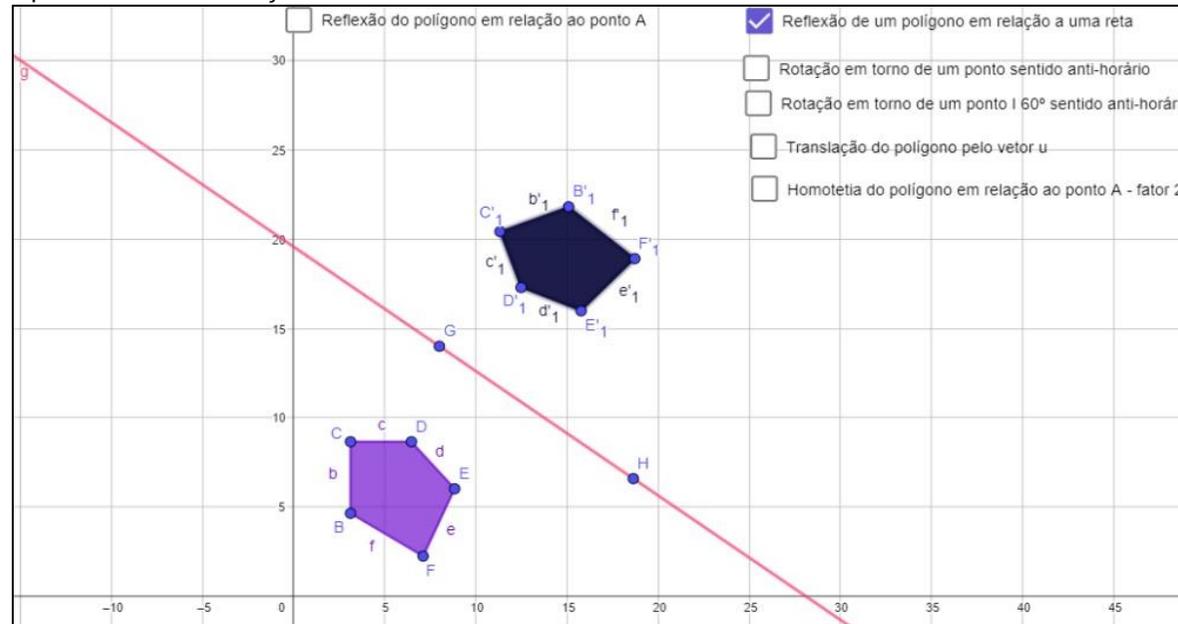
- Na barra de ferramentas linhas retas  e, em Reta , clicar no local desejado na janela de visualização: criará dois pontos G e H e a reta g passando pelos dois pontos G e H.
- Na barra de ferramentas na opção polígono , Polígono , clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá $pol1 = \text{Polígono}(B,C,D,E,F)$, os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.
- Na barra de ferramentas transformações  e, reflexão em relação a uma reta, , clicar polígono (B,C,D,E,F) e na reta g. Criará na janela de visualização o polígono $pol1' = \text{Polígono}(B',C',D',E',F')$, com os pontos B', C', D', E', F' e os segmentos b', c', d', e', f' . E clicando com o botão direito do mouse no $pol1'$, e em configurações, na opção cor, escolhemos a cor desejada e, em transparência (podemos aumentar ou diminuir o preenchimento da cor no $pol1'$). Na janela de álgebra aparecerá a escrita algébrica da construção.
- Na barra de ferramentas clicar em controles , na opção , na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Reflexão do polígono em relação ao ponto A. Criará a caixa de seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o $pol1'$, os pontos B', C', D', E', F' e os segmentos b', c', d', e', f' . Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos.
- Clicando sobre o $pol1'$, ou seja, o Polígono (B',C',D',E',F') e, em configurações  Configurações  e, em cor, selecionar a cor desejada (azul) e, em transparência (o preenchimento desejado).
- Na barra de ferramentas em controles  e na opção texto . Clicar na Janela de visualização, clicar próximo ao polígono (A,B,C,D,E,F) e escrever Polígono Original(cor roxa), de forma similar para o Polígono refletido por simetria em relação a uma Reta (Figura 29).

Figura 29 - Polígono refletido por simetria em relação a uma Reta.



Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

Na simetria de reflexão em relação a reta G, se dobrarmos a folha nessa reta o Polígono (B,C,D,E,F) fica sobreposto ao Polígono (B',C',D',E',F'), dessa forma dizemos que a reta g é o eixo de simetria. Em relação a simetria de figuras, a reta divide a figura em duas partes e, se dobrarmos a figura ao longo do eixo de simetria as partes irão se sobrepor. Tem figuras que não apresentam eixo de simetria, nesses casos, a figura não possui simetria de reflexão. (PATARO;BALESTRI, 2018).

Roteiro de Construção de Simetria de Translação:

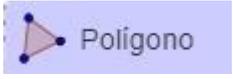
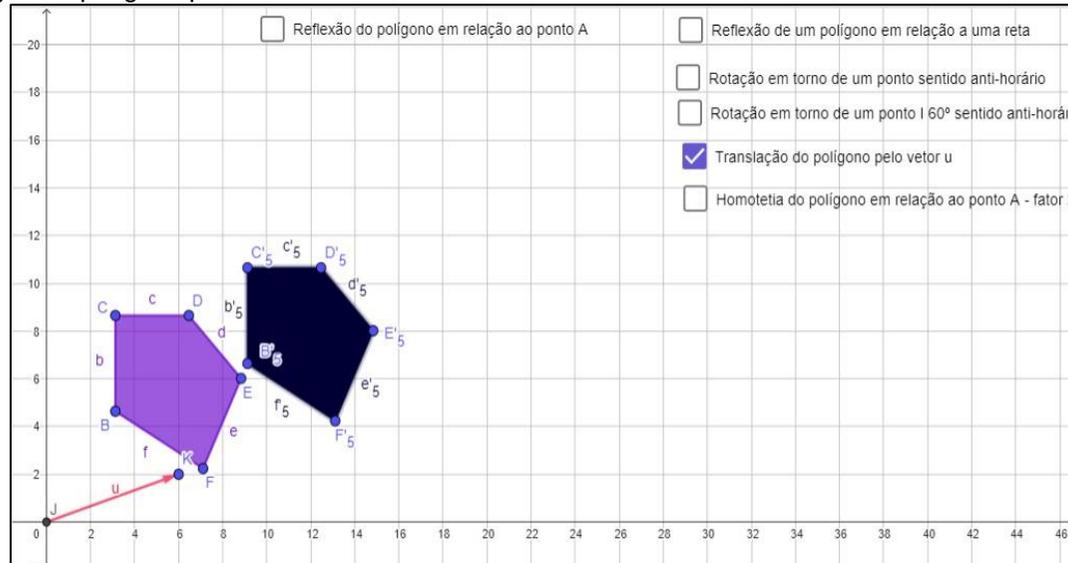
- Na barra de ferramentas, linhas retas  e, em vetor  , clicar na janela de visualização na origem (0,0) e no ponto (6,2). Criará o vetor u.
- Na barra de ferramentas na opção polígono  , Polígono  , clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá $pol1 = \text{Polígono}(B,C,D,E,F)$, os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.
- Na barra de ferramentas transformações  e, em  Translação por um Vetor , clicar no polígono (B,C,D,E,F) e no vetor u. Criará na janela de visualização o polígono $pol1'_5 = \text{Polígono}(B'_5, C'_5, D'_5, E'_5, F'_5)$, com os pontos $B'_5, C'_5, D'_5, E'_5, F'_5$ e os segmentos $b'_5, c'_5, d'_5, e'_5, f'_5$. E clicando com o botão direito do mouse no $pol1'_5$, e em configurações, na opção cor, escolhemos a cor desejada e, em transparência (podemos aumentar ou diminuir o preenchimento da cor no $pol1'_5$). Na janela de álgebra aparecerá a escrita algébrica da construção.
- Na barra de ferramentas clicar em controles  , na opção  Caixa para Exibir / Esconder Objetos , na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Translação do Polígono pelo Vetor u. Criará a caixa de seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o $pol1'_5$, os pontos $B'_5, C'_5, D'_5, E'_5, F'_5$ e os segmentos $b'_5, c'_5, d'_5, e'_5, f'_5$. O vetor u e os pontos J e K. Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos.
- As configurações de cor e transparência já explicados anteriormente (Figura 30).

Figura 30 - Simetria de Translação do polígono pelo Vetor u.



Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

Para encontrar os pontos transladados pelo vetor u , basta somar nas coordenadas dos pontos B (3.12, 4.64), C, D, E, F, no primeiro elemento do par ordenado o valor 6 e, no segundo elemento do par ordenado o valor 2. Assim, o B'_5 (9.12; 6.64). O par ordenado (6,2) é ponto K, na extremidade do vetor u . Na construção o vetor u , não está fixo, caso movimentá-lo ele encontrará outros exemplos de translação por um vetor u (PATARO; BALESTRI, 2018).

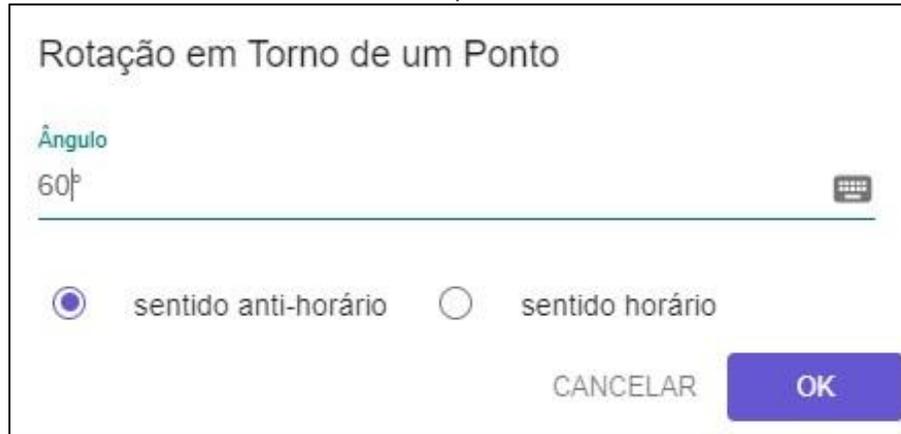
Roteiro de Construção de Rotação de um Polígono:

Para construir a rotação do Polígono (B,C,D,E,F), da cor roxa, em torno do ponto I (12,10), no sentido anti-horário e ângulo $\alpha = 60^\circ$, vamos aos passos da construção com o GeoGebra Clássico 6:

- Em barra de ferramentas, em ponto , e em  Ponto, clicar na coordenada (12,10), para criar o ponto I.
- Na barra de ferramentas na opção polígono , Polígono  Polígono, clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o Polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá pol1=Polígono(B,C,D,E,F), os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.

- Na barra de ferramentas em transformações  e, em  Rotação em Torno de um Ponto, clicar na janela de visualização no Polígono (B,C,D,E,F) e no ponto I, abrirá uma janela para escrever o ângulo e o sentido (Figura 31).

Figura 3120 - Escrever o ângulo e já está marcado o sentido anti-horário e depois clicar em ok.



Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

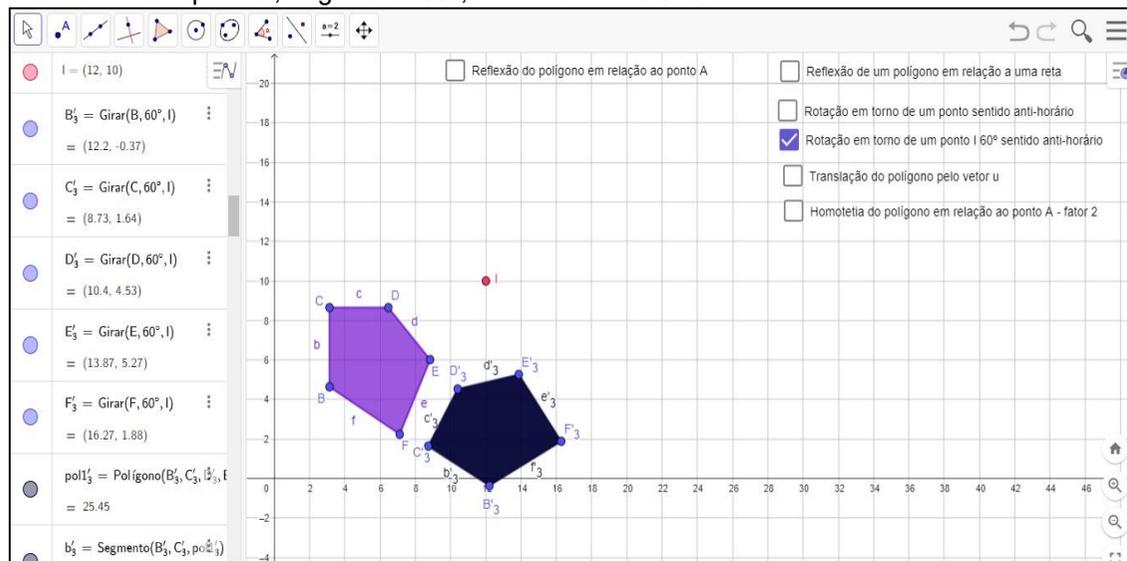
- Criará na janela de visualização o polígono $pol1'_3 = \text{Polígono } (B'_3, C'_3, D'_3, E'_3, F'_3)$, com os pontos $B'_3, C'_3, D'_3, E'_3, F'_3$ e os segmentos $b'_3, c'_3, d'_3, e'_3, f'_3$. E clicando com o botão direito do mouse no $pol1'_3$, e em configurações, na opção cor, escolhermos a cor desejada e, em transparência (podemos aumentar ou diminuir o preenchimento da cor no $pol1'_3$). Na janela de álgebra aparecerá a escrita algébrica da construção.

Para criar a caixa de seleção em que poderá Exibir ou Esconder o polígono construído $pol1'_3$:

- Na barra de ferramentas clicar em controles , na opção  Caixa para Exibir / Esconder Objetos, na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Rotação em torno de um ponto I, 60° sentido anti-horário. Criará a caixa de seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o $pol1'_3$, os pontos $B'_3, C'_3, D'_3, E'_3, F'_3$ e os segmentos $b'_3, c'_3, d'_3, e'_3, f'_3$. Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao

desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos. As configurações de cor e transparência já foram explicados anteriormente (Figura 32).

Figura 32 - Rotação do Polígono em torno do ponto I, ângulo $\alpha = 60^\circ$, sentido anti-horário.



Fonte: Atividade do PFI 9, 2023.

Observar que a transformação que gira cada um dos pontos do Polígono (B,C,D,E,F) no ângulo de 60° , em relação ao ponto I, no sentido anti-horário é chamada de rotação (PATARO; BALESTRI, 2018).

Roteiro de Construção da Homotetia de um Polígono:

- Em barra de ferramentas, em ponto , e em  Ponto, clicar na janela de visualização na coordenada (13,13), para criar o ponto A = (13,13).
- Na barra de ferramentas na opção polígono , Polígono  Polígono, clicar na Janela de visualização no local desejado e construir o polígono (B,C,D,E,F). Na janela de álgebra aparecerá pol1=Polígono(B,C,D,E,F), os pontos B, C, D, E e F (com as suas coordenadas) e os segmentos b, c, d, e, f com as suas medidas.

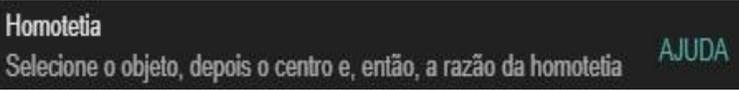
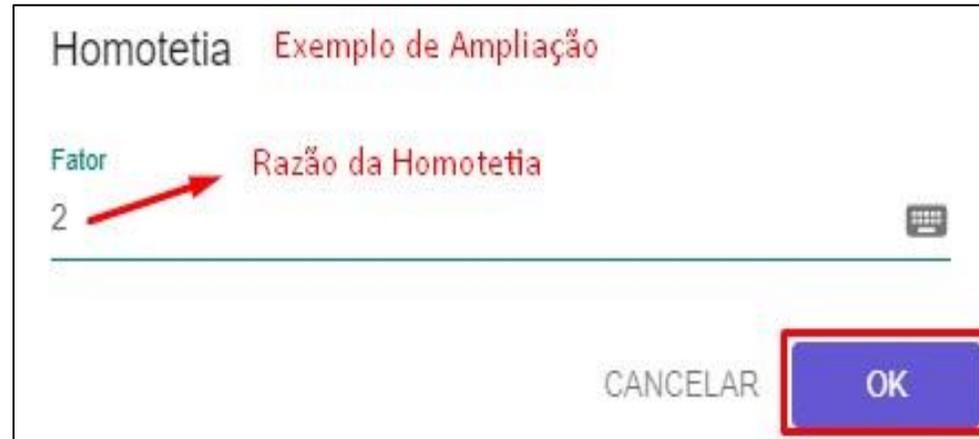
- Na barra de ferramentas em transformações  e, colocar o cursor em  Homotetia , aparece uma janela de comunicação como devemos desenvolver a construção, ou seja, selecionar o Polígono (B,C,D,E,F), depois o centro da homotetia (no caso o ponto A) e informar a razão da homotetia  . A Figura 33, informa como inserimos a razão da homotetia, 2 (ampliação):

Figura 33 - Razão da homotetia.

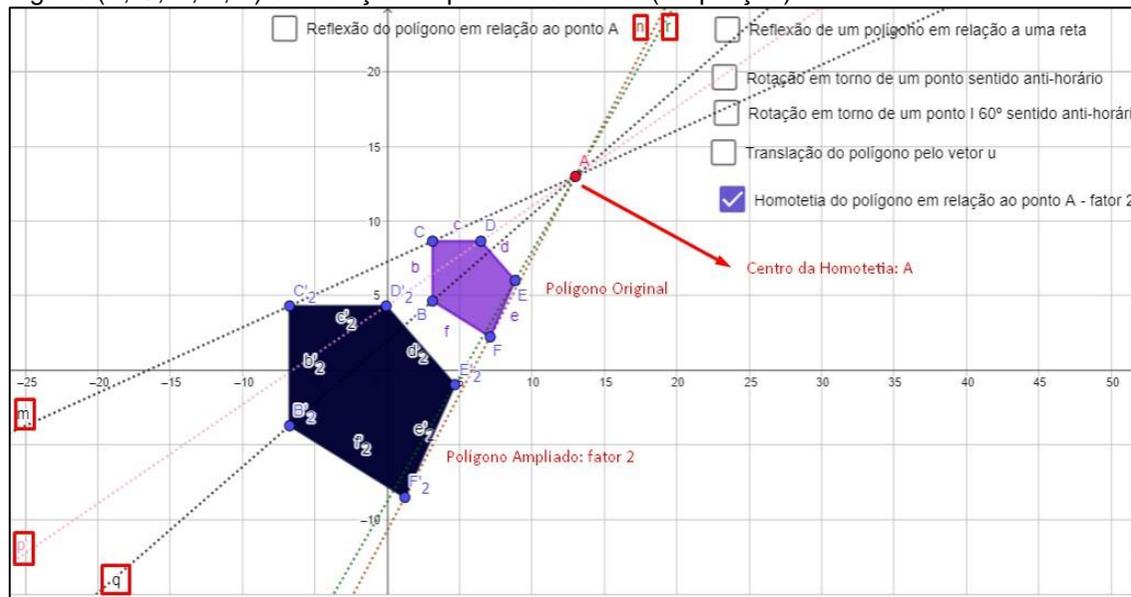


Fonte: Adaptado do PFI9, 2023.

- Na Figura 33, clicar em ok, criando na janela de visualização o Polígono ($B'_2, C'_2, D'_2, E'_2, F'_2$), u seja, pol'2, além dos pontos $B'_2, C'_2, D'_2, E'_2, F'_2$ e dos segmentos $b'_2, c'_2, d'_2, e'_2, f'_2$.
- Na barra de ferramentas, em retas , e reta  Reta , clicar no ponto A e nos vértices do polígono (B,C,D,E,F), ou seja, em A e depois nos pontos B,C,D,E,F, criando as retas n, m, p, q, r. Observar que as medidas de: $AB=BB'_2, AC=CC'_2, AD=DD'_2, AE=EE'_2, AF=FF'_2$.
- Na barra de ferramentas clicar em controles , na opção  Caixa para Exibir / Esconder Objetos , na Janela de Visualização clicar no local desejado e escrever em Legenda, Homotetia do polígono em relação ao ponto A – fator 2. Criará a caixa de

seleção para exibir/Esconder objetos. Deverá selecionar os objetos que deseja esconder ou exibir. No caso, selecionamos o pol1'2, os pontos B'2,C'2,D'2,E'2,F'2 e os segmentos b'2, c'2, d'2, e'2, f'2. Ao selecionar a caixa aparecerá os objetos e, ao desmarcar a caixa de seleção os objetos selecionados ficarão escondidos. Caso queira esconder as retas n, m, p, q, r, também pode ser feita na janela de álgebra em \bullet (basta clicar e quando ficar sem cor, esconde a reta na janela de visualização. As configurações de cor e transparência já foram explicados anteriormente (Figura 34).

Figura 3421 - Homotetia do polígono (B, C, D, E, F) em relação ao ponto A e fator 2 (Ampliação).



Fonte: Atividade do PFI9, 2023.

CRIAÇÃO DO LIVRO DIGITAL DINÂMICO NO GEOGEBRA



Para a criação do Livro Digital Dinâmico no GeoGebra vamos aos passos:

- Logado em sua conta de perfil, em materiais  , meus recursos  , opção criar  livro  Livro .
- Abrirá uma janela para Criar Título da Página (inserir o título) – “Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial”. Idioma (Escolher na seta de seleção): Portugueses/Português (Brasil), Descrição (opcional):” As atividades apresentadas no livro fazem parte de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre - PPGPECIM/UFAC, pela mestrandia Eliete Alves de Lima e a sua orientadora Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira, iniciada no ano de 2021, em momento Pandêmico, com professores em formação inicial do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC, na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática.
- As atividades desenvolvidas pelas autoras e Licenciandos em Matemática, constituem o produto educacional "Geometri@s para a Vid@: construções possíveis na formação inicial de professores". Aprovada no comitê de ética em 03/01/2023, com coleta de dados iniciada em 05/01/2023”, Grupo alvo (idade), Palavras-chave (usadas para descrever o material e ajudar na pesquisa): “transformações de figuras”, “simetrias de reflexão em relação a um ponto”, “simetrias de reflexão em relação a uma reta”, “translação”, “rotação em torno de um ponto”, “homotetia”, Visibilidade (escolher se quer compartilhar este Livro com outras pessoas ou quer mantê-lo privado. Grupo alvo (idade): 10-19+ (Figura 21).

- Esclarecemos que ao criar um Livro você concorda em publicar o seu trabalho seguindo a licença Creative Commons: Attribution Share Alike. Depois dos dados preenchidos clicar em Gravar.

Figura 22 - Criando Título do Livro e inserindo idioma, descrição, grupo alvo e visibilidade.

The screenshot shows the 'Criar Título da Página' (Create Page Title) form in GeoGebra. The form is titled 'Criar Título da Página' and has a subtitle 'Pode ser criado aqui um Livro de recursos GeoGebra, que poderá ser adicionado no próximo passo.' (A book of resources can be created here, which can be added in the next step). The form contains the following fields:

- Título:** A text input field containing 'Geometri@s para a Vid@: vivências na form'.
- Idioma:** A dropdown menu currently showing 'Portuguese / Português'.
- Descrição (opcional):** A rich text editor containing the following text: 'As atividades apresentadas no livro dinâmico fazem parte de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Acre - PPGPECIM/UFAC, pela mestrandia Eliete Alves de Lima e a sua orientadora Profa. Dra. Salete Maria Chalub Bandeira, iniciada no ano de 2021, com professores em formação inicial do Curso de Licenciatura em Matemática da UFAC, na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática II. As atividades das autoras e dos licenciandos em Matemática constituem o produto educacional: "Geometri@s para a Vid@: construções possíveis na formação inicial de professores". Pesquisa aprovada no comitê de ética em 03/01/2023. A coleta de dados iniciou em 05/01/2023.'
- Grupo alvo (idade):** A slider control for 'Idade dos estudantes para os quais se destina este material' (Age of students for whom this material is intended), with the range set to 'Idade: 3 - 19+'.

Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

- Na continuidade vamos acrescentar os capítulos: no botão acrescentar Capítulo [Acrescentar Capítulo](#) e no botão criar novo capítulo [Criar novo capítulo](#). Inserir um nome para o capítulo: A Localização e seu Entorno e fizemos a Descrição (opcional): Será composta de três atividades: SD1 - Importância de se Localizar e SD2 - Jogo Acertar as Coordenadas dos Locais das Figuras e SD3 - Parede de Cobogós.

Objetivos:

- Explorar com o uso do GeoGebra a importância da localização no cotidiano e, com isso, apresentar figuras de locais presentes no dia a dia (praça, museu, biblioteca, supermercado, igreja, padaria e escola), anexadas ao plano cartesiano e trazer como foco de reflexão, a importância de saber se localizar nos espaços em que vivemos, com a representação da geometria e da álgebra.

- Reconhecer as coordenadas do plano cartesiano e situar os estudantes na importância de saber interpretar os mapas de localização de uma cidade. Depois clicamos em Gravar . Para acrescentar os capítulos 2. Transformações de Figuras, 3. Geometria Espacial no cotidiano e 4. Produções dos Professores em Formação Inicial (repetir o procedimento anterior para cada capítulo). Caso queira editar o nome do capítulo ao lado do título basta ir na canetinha, caso queira apagar

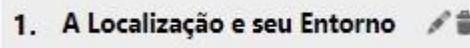
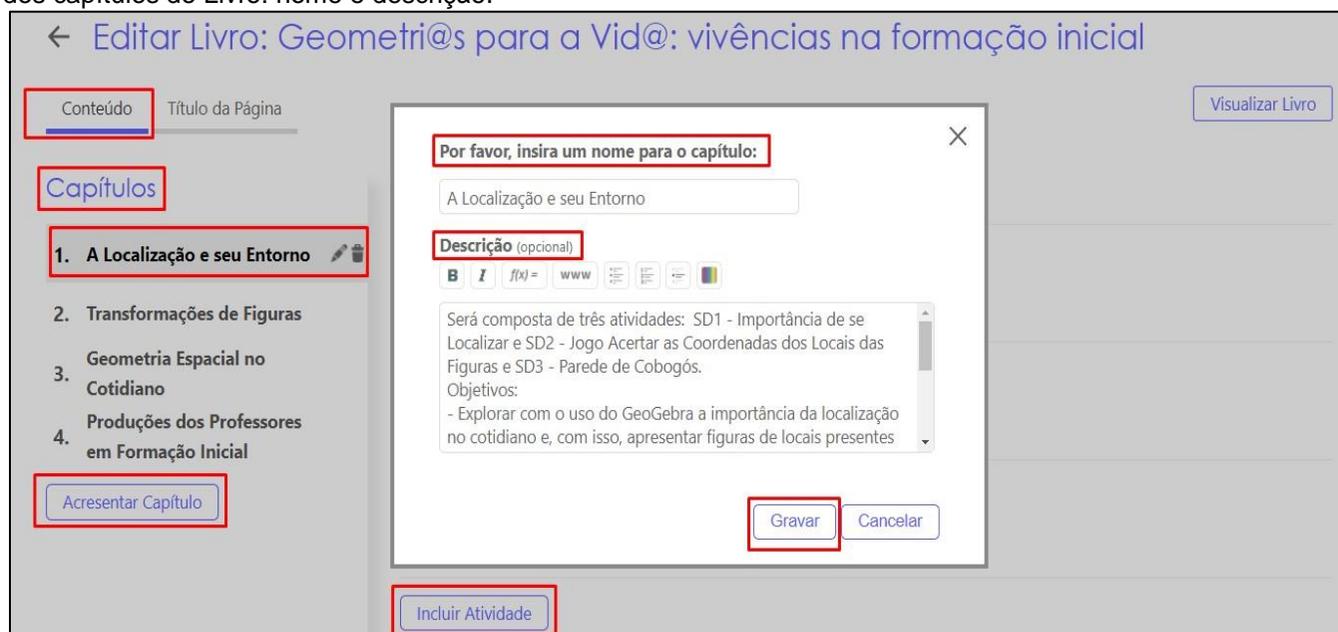
na lixeira  (Figura 22).

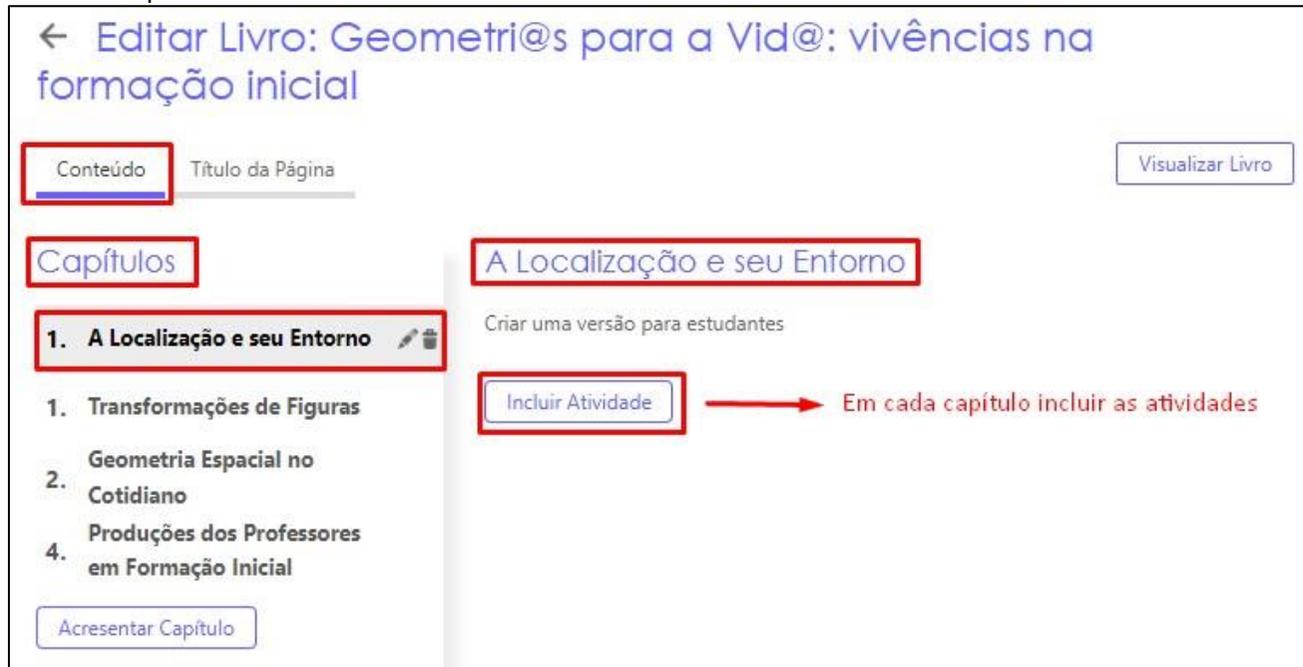
Figura 23 – Criação dos capítulos do Livro: nome e descrição.



Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

- Passo seguinte, incluir as atividades no capítulo. Para isso as atividades já devem estar construídas na sua conta de perfil, ou ainda pode escolher atividades de outros pesquisadores no próprio GeoGebra. Vá em incluir atividade  (Figura 23).

Figura 24 - Incluir atividade nos capítulos.



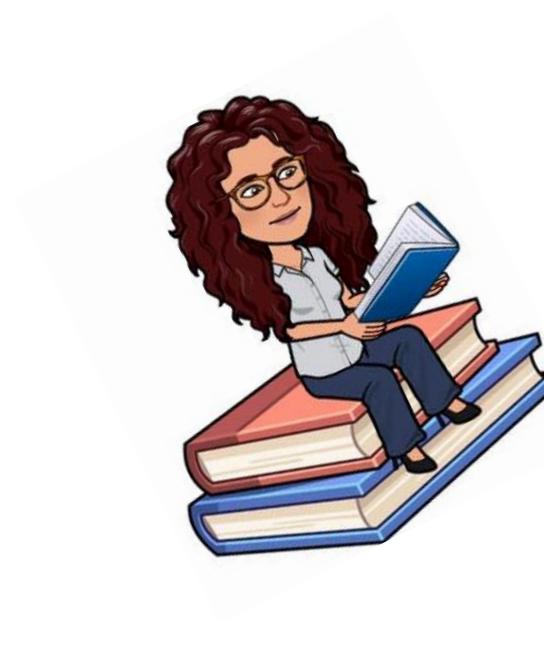
Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.

- Abrirá uma janela de nome Incluir Material no Livro e uma caixa pesquisar, escrever o nome eliete e abrirá as atividades construídas nessa conta de perfil. Basta localizar a atividade e clicar no botão incluir (Figura 24).

Figura 25 - Incluindo as atividades da conta de perfil da pesquisadora.



Fonte: Elaborado pela autora em sua conta de perfil no GeoGebra.org, 2023.



ESTRUTURA DO LIVRO DIGITAL

O produto educacional intitulado “Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial” é um livro digital dinâmico, construído na conta de perfil da professora pesquisadora, no portal do GeoGebra¹. Para se chegar a esse estágio a(s) sequência(s) didática(s) foram aplicadas em vários contextos com diversos públicos, dentre eles: professores dos anos iniciais de outros estados do Brasil - de forma online, licenciandos em matemática da UFAC (na pandemia da Covid - 19 - remoto e pós pandemia da COVID 19 – online e presencial), mestrandos da turma de 2021 do MPECIM (pandemia da Covid - 19 - remoto), licenciandos do curso de Matemática do Ifac (online na pós pandemia), discentes de um curso de especialização no ensino de matemática – EaD (online) e, atualmente nas turmas de Matemática (presencial e na modalidade a distância) da UFAC no qual a orientadora ministra aulas de TICs no Ensino de Matemática. Essas experimentações permitiram validar nosso produto, além de ouvir opiniões de uso dos estudantes que permitiu chegar ao apresentado.

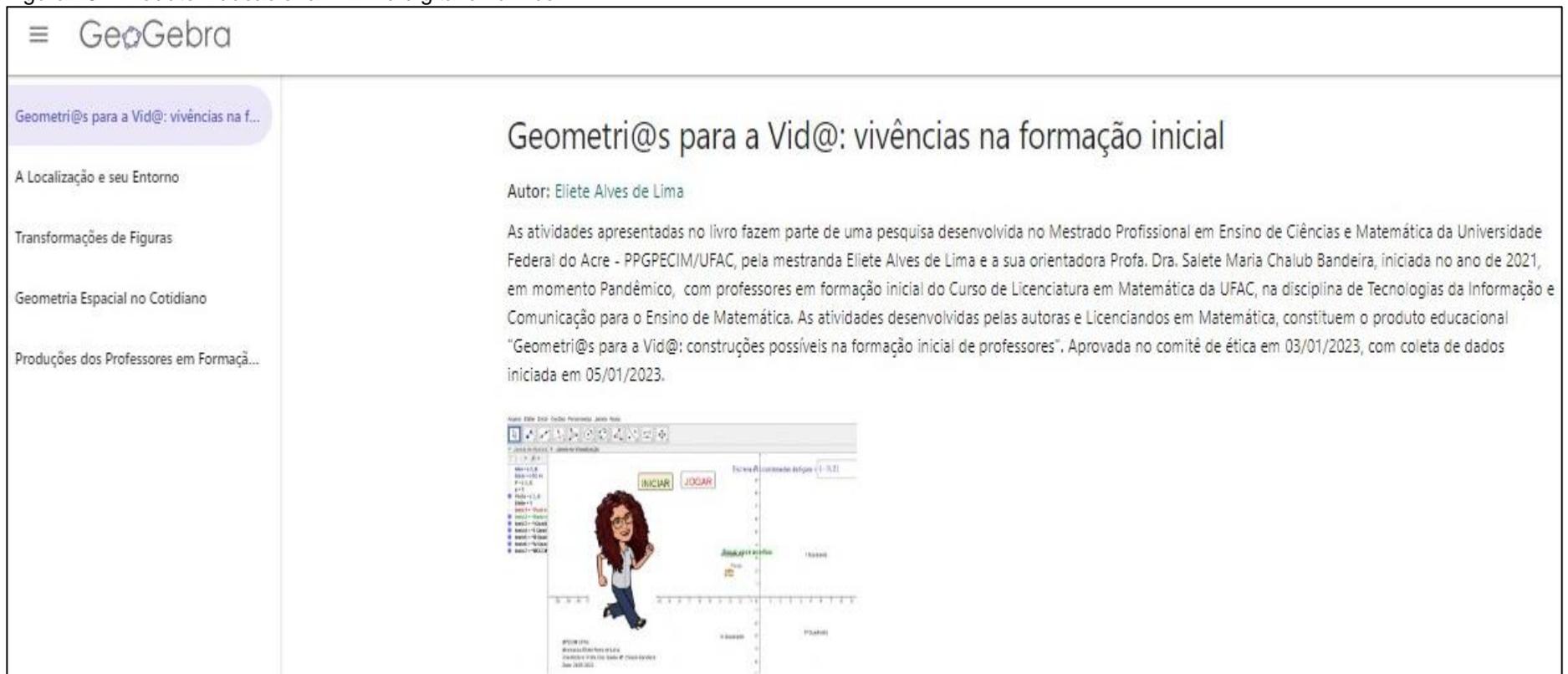
Dessa forma, o Livro Digital Dinâmico foi organizado em quatro capítulos: 1 – Localização e seu Entorno, 2 – Transformações de Figuras, 3 – Geometria Espacial no Cotidiano e 4 – Produções dos Professores em Formação Inicial, dos quais são apresentadas as sequências didáticas referentes a cada capítulo com os seus objetivos. As sequências didáticas, que no portal do GeoGebra são chamadas de atividades, foram elaboradas e aplicadas aos professores em formação inicial do Curso de Licenciatura em Matemática, no segundo semestre do ano de 2022, no âmbito da disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática, nossos sujeitos da pesquisa.

Na Figura 25 ilustra a capa do Livro Geometri@s para a Vid@: vivências na formação inicial. O livro destina-se a professores de matemática em formação inicial e contínua que buscam ensinar conteúdos de geometria com o uso do GeoGebra, bem como

¹ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/durxgwnj>.

para estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. A sua aplicação pode ser de forma presencial, online ou híbrida com o uso de um computador, notebook, celular ou tablet. Caso tenham acesso à internet não precisa ter o aplicativo GeoGebra baixado no computador. Nesse caso, basta utilizar o link, disponível em: <https://www.geogebra.org/m/xqy5erkj> para acessar o livro com seus capítulos e atividades.

Figura 25 - Produto Educacional – Livro digital dinâmico.

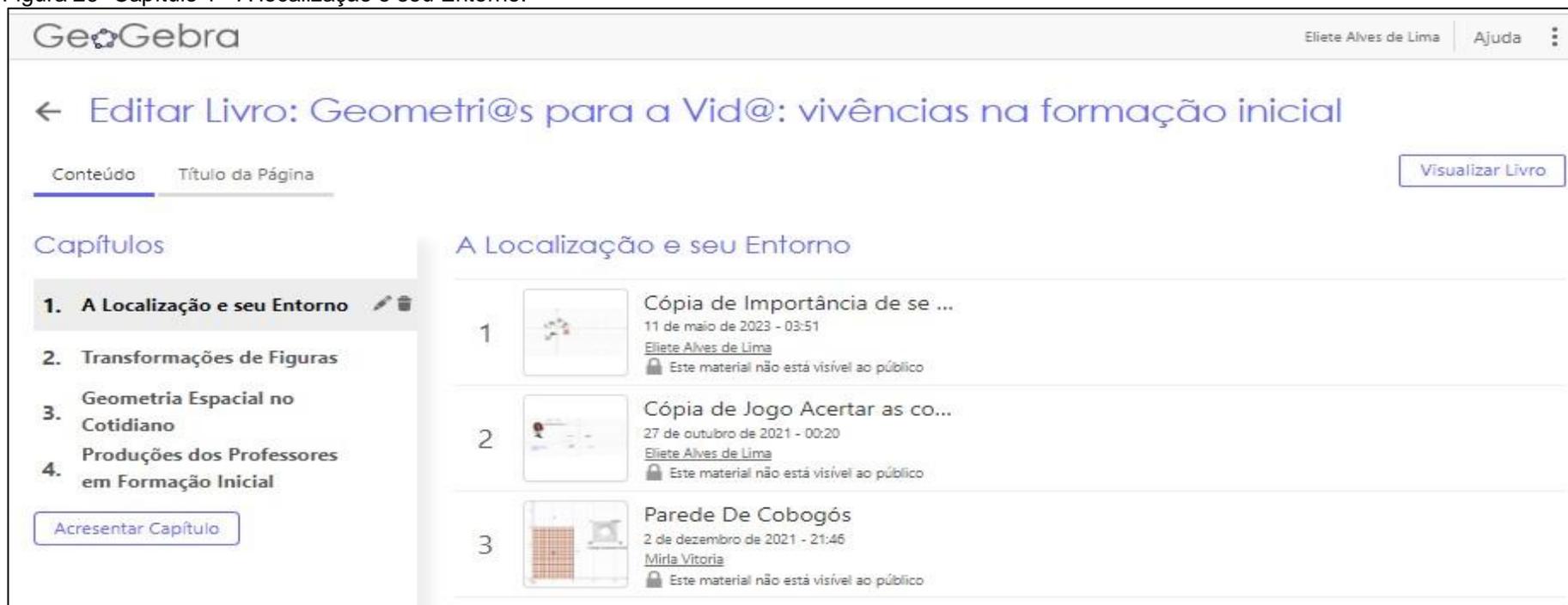


Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O capítulo 1 - A Localização e seu Entorno, apresenta três atividades: Importância de se localizar, Acertar as coordenadas dos locais das figuras e Parede de Cobogós. Essas atividades têm como objetivos: Explorar com o uso do GeoGebra a importância da localização no cotidiano e, com isso, apresentar figuras de locais presentes no dia a dia (praça, museu, biblioteca, supermercado, igreja, padaria e escola), anexadas ao plano cartesiano e trazer como foco de reflexão, a importância de saber se localizar nos

espaços em que vivemos, com a representação da geometria e da álgebra; Reconhecer as coordenadas do plano cartesiano e situar os estudantes na importância de saber interpretar os mapas de localização de uma cidade e Identificar as formas geométricas que apresentam menor desperdício em uma construção de parede. A Figura 26 exibe o Capítulo 1 e suas atividades.

Figura 26- Capítulo 1 - A localização e seu Entorno.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O capítulo 2 - Transformações de Figuras, apresenta cinco atividades (Figura 27): Matemática na vida: simetrias, arte e natureza; Homotetia; Elementos do Polígonos ABC, Simetria de reflexão ou axial; Exemplos de rotação e translação geometria euclidiana e homotetia barquinho - heptágono. Essas atividades têm como objetivos: Reconhecer os tipos de simetrias presentes nas artes e na natureza e nos polígonos; Identificar homotetia em polígonos e figuras; Identificar os elementos do triângulo e as medidas de áreas, perímetro e lados; Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano com o uso do GeoGebra; Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem e Reconhecer

e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando o software GeoGebra e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Figura 27 - Capítulo 2 - Transformações de Figuras.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O capítulo 3 - Geometria Espacial no Cotidiano, apresenta duas atividades: Geometria Espacial no Cotidiano e Geometria Plana e Espacial. Essas atividades têm como objetivos: Explorar as construções com o uso do GeoGebra 3D - três dimensões - de objetos do dia a dia (bola, caixa de sapato, chapéu do palhaço, cubo mágico, lata de leite e pirâmide do Egito) que lembram figuras espaciais, tais como: cilindro, paralelepípedo, cone, cubo, cilindro e pirâmide; Explorar o conhecimento tecnológico do aplicativo GeoGebra 3D. Identificar e associar figuras geométricas espaciais a objetos e elementos do cotidiano e Classificar as figuras em poliedros e não poliedros. Identificar os elementos que compõem o prisma a pirâmide, o cilindro e o cone. Identificar e quantificar vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides. A Figura 28 ilustra a organização do Capítulo 3.

Figura 268 - Capítulo 3 - Geometria Espacial no Cotidiano.



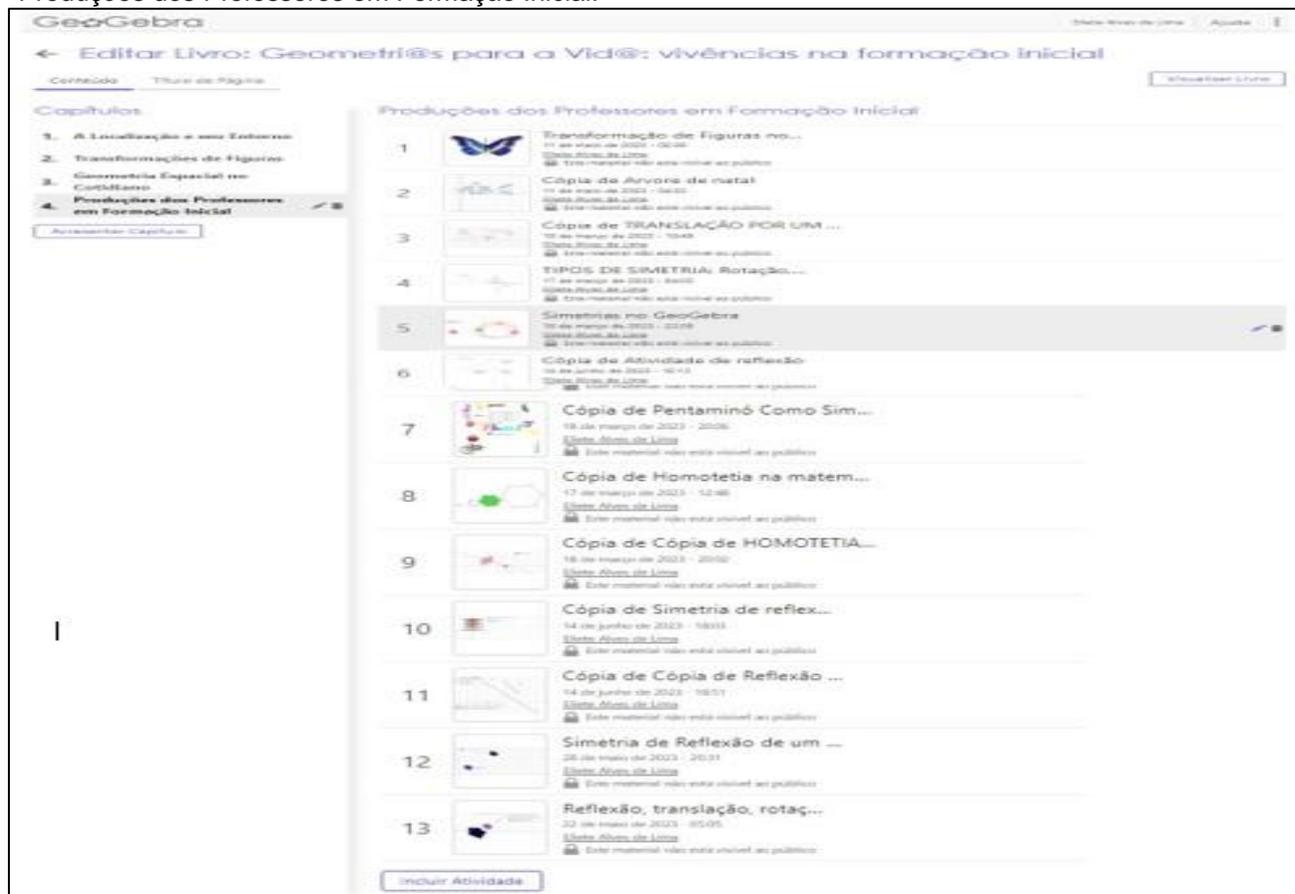
Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Esse capítulo 4 - Produções dos Professores em Formação Inicial está organizado com treze atividades (Figura 29): Transformações de Figuras no dia a dia, Árvore de natal, Translação por um vetor, Tipos de Simetria: rotação, reflexão e translação, Simetrias no GeoGebra, Atividade de reflexão, Pentaminó como simetria de rotação, Homotetia na matemática, Homotetia, Simetria de reflexão do tigre em relação a uma reta, Reflexão em relação a uma reta, Simetria de reflexão de um polígono e Reflexão, translação, rotação e homotetia – polígono. Os objetivos desse capítulo são: Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano com o uso do GeoGebra; Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem com o GeoGebra; Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão usando GeoGebra e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Apresentamos nesse capítulo as atividades/tarefas desenvolvidas pelos estudantes na disciplina de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática II, componente da estrutura curricular do Curso de Licenciatura em

Matemática da Universidade Federal do Acre, no período de janeiro a março do ano de 2023. A maioria das atividades desenvolvidas pelos PFIs no GeoGebra anexaram vídeos explicativos, textos e links referentes aos assuntos a ser apresentado. As atividades possuem questões de múltipla escolha, questões abertas (para escrever as respostas).

Figura 29 - Capítulo 4 - Produções dos Professores em Formação Inicial.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Acreditamos que nossa pesquisa com o texto da dissertação, aliada a construção do produto educacional foi uma experiência que poderá contribuir para a formação inicial e contínua de professores que ensinam Matemática e que pretendem inserir tecnologias digitais em suas práticas educativas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conhecimentos do TPACK sendo implementados na formação inicial de professores, pois é uma abordagem que busca integrar conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo para melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem.

As fases da Engenharia Didática concebeu-se o professor crítico e reflexivo em que foram aprendendo com os próprios erros conceituais cometidos nas atividades na malha quadrada e isométrica

Evidencia-se que a combinação entre os conhecimentos de conteúdo, pedagógico e tecnológico resultam em uma abordagem mais eficaz para o ensino e aprendizagem da Geometria, especialmente em um mundo cada vez mais conectado e digital.

Percebemos um novo olhar de educador, que ultrapassa a formação tradicional, com um processo de formação do “aprender fazendo”.

Os PFIs perceberam a potencialidade do GeoGebra, na construção das atividades, bem como na linguagem algébrica e Geométrica, e da importância do conhecimento desse aplicativo para fins educacionais.



REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4, p. 193-217.

BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOALER, J. **O que a Matemática tem a ver com isso?** Como os professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2019.

GUTIÉRREZ-FALLAS, L. F.; HENRIQUES, A. **O TPACK de futuros professores de matemática numa experiência de formação**. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2020) 23 (2): 175 - 202.

LIMA, E. A. **Geometrias para a vida – TPACK e o Geogebra na formação inicial de professores**. Orientadora: Dr^a Salete Maria Chalub Bandeira. 2023. 263 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Mestre em Matemática, Rio Branco, 2023.

MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J. **Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge**. Teachers College Record, New York, DF, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, June 2006. Disponível em: https://onezoneheights.pbworks.com/f/MISHRA_PUNYA.pdf. Acesso em: 05 Jan. 2022.

NÓBRIGA, J. C. C.; SIPLER, I. Z. Livros Dinâmicos de Matemática. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 9, n. 2, p. 78-102, 2020 – ISSN 2237-9657.

PAIS, L. C. **“Didática da Matemática; uma análise da influência francesa”**, 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PATARO, P.M.; BALESTRI, R. **Matemática Essencial**. 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 1. Ed. São Paulo: Scipione, 2018c.

EM BUSCA DE NOVAS INVESTIGAÇÕES!

