UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Jogo digital para o ensino de plano cartesiano e função afim

por

Pedro Paulo Cavalcante Pimentel

sob a orientação do

Prof. Dr. José Laudelino de Menezes Neto

Fevereiro/ 2025
João Pessoa - PB

Sumário

Lista de Figuras

Introdução

Este produto educacional é fruto da dissertação de mestrado desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), intitulada *"Gamificação na Educação Matemática: Desenvolvimento de Jogos 2D no Construct 3 para Engajar Nativos Digitais"* [2]. A dissertação teve como objetivo integrar recursos tecnológicos ao ensino de matemática, com foco no engajamento de estudantes nativos digitais e na promoção de uma aprendizagem significativa através das Metodologias Ativas. Além disso, o trabalho oferece a possibilidade de os próprios estudantes construírem seus jogos, com o auxílio do professor em uma disciplina eletiva, por exemplo, permitindo um aprendizado mais ativo e prático. Embora o escopo principal do trabalho seja voltado para o ensino médio, os recursos e metodologias podem ser adaptados e aplicados também ao ensino fundamental.

Neste documento, abordaremos apenas a utilização do produto educacional desenvolvido na dissertação. Caso o leitor deseje aprofundar-se nos fundamentos que sustentam a proposta, o referencial teórico completo está disponível, detalhando as bases teóricas e pedagógicas adotadas para o desenvolvimento deste trabalho.

A proposta aqui apresentada não substitui as atividades regulares da aula de matemática, mas sim as complementam, oferecendo um recurso extra para que os alunos consolidem seus conhecimentos de forma divertida e engajadora. Além disso, caso o leitor deseje modificar ou criar novos jogos a partir dos arquivos disponibilizados, a leitura da dissertação na íntegra fornece todas as instruções necessárias. O texto apresenta um guia detalhado, desde os passos iniciais no Construct 3 [1] até a finalização dos jogos, permitindo que qualquer interessado amplie ou adapte os materiais conforme suas necessidades.

Os três jogos educativos desenvolvidos (fases 0, 1 e 2) são baseados em uma narrativa em que uma joaninha está no centro de uma cidade e precisa chegar ao seu destino. Cada fase representa um aumento progressivo na complexidade, explorando diferentes conceitos matemáticos:

- **Fase 0:** A joaninha percorre a cidade andando pelas ruas, deslocando-se

[1] O Construct 3 é uma plataforma de desenvolvimento de jogos 2D baseada em navegador, amplamente utilizada por sua interface intuitiva e pela possibilidade de criar jogos sem a necessidade de conhecimentos avançados de programação. Essa ferramenta foi escolhida para o desenvolvimento dos jogos devido à sua acessibilidade e à capacidade de atender às necessidades pedagógicas do projeto.

inicialmente no eixo X, representado pela avenida horizontal, e depois nas ruas perpendiculares à avenida. O objetivo é ensinar a localização de pontos no plano cartesiano e conectar os deslocamentos inseridos às movimentações no plano.

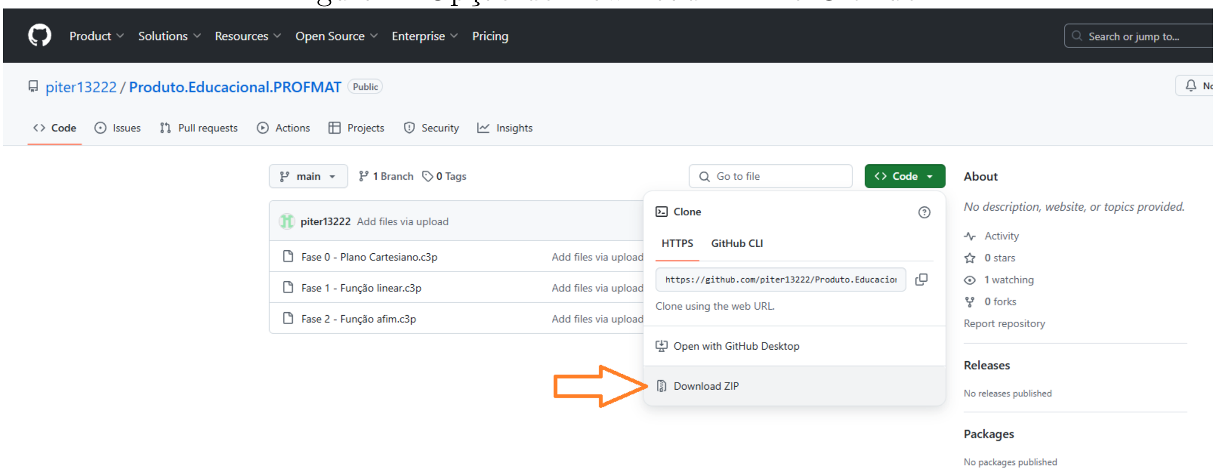
- **Fase 1:** A joaninha ganha a habilidade de voar em linha reta até o destino. Esta etapa introduz o conceito de função linear $f(x) = ax$, incentivando o jogador a interpretar geometricamente o coeficiente da função. Os estudantes aprendem a relacionar a taxa de variação aos movimentos da joaninha no plano cartesiano.

- **Fase 2:** A dificuldade aumenta, pois a joaninha não começa mais na origem, mas em um ponto aleatório do eixo Y. Nesta fase, explora-se a função afim $f(x) = ax+b$, permitindo que o jogador observe como o coeficiente a define a inclinação da reta e como o coeficiente b determina a interseção com o eixo Y.

Os três jogos estão disponíveis para acesso através do repositório do GitHub no seguinte link: https://github.com/piter13222/Produto.Educacional.PROFMAT. Para abrir e reproduzir os jogos, siga as instruções detalhadas abaixo:

1. **Baixe os arquivos do repositório no GitHub:**
   - Acesse o link do repositório fornecido acima.
   - Clique no botão verde `Code` e selecione `Download ZIP` para baixar todos os arquivos do projeto. (Figura 1)
   - Extraia o arquivo ZIP para uma pasta no seu computador.

Figura 1: Opção de Download ZIP no GitHub.

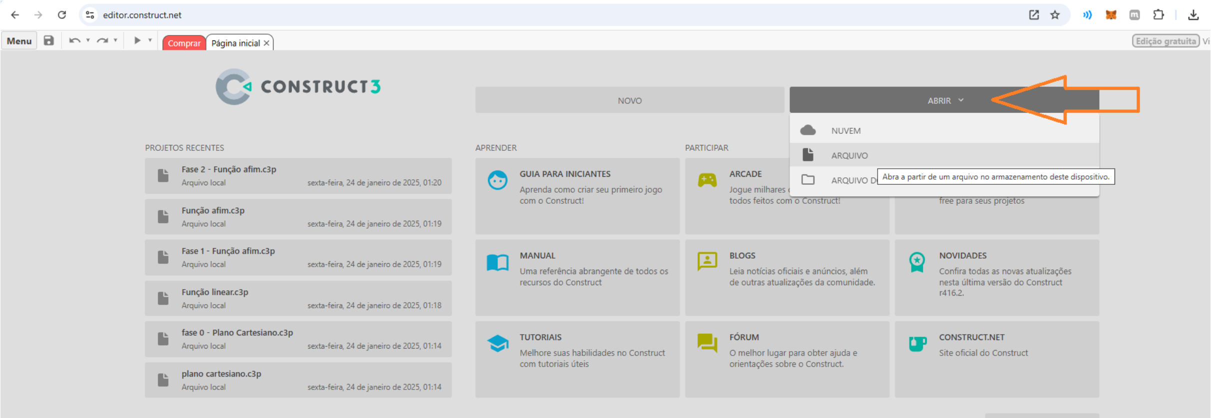


Fonte: Elaboração própria.

2. **Acesse o ambiente do Construct 3:**

- Abra o navegador de sua preferência e acesse o site oficial do editor do Construct 3: https://editor.construct.net/.
- No menu principal do Construct 3, clique em `Menu` no canto superior esquerdo.
- Selecione a opção `Open Project` (Abrir Projeto).
- Navegue até a pasta onde você extraiu os arquivos do repositório e selecione o arquivo com extensão `.c3p` (Construct 3 Project) referente a fase que você deseja carregar.

Figura 2: Opção de abrir arquivo no Construct 3.

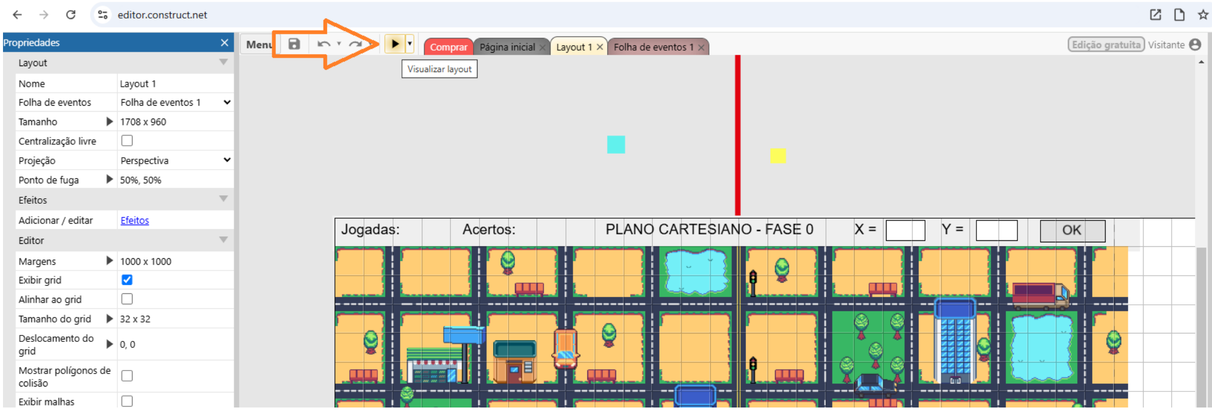


Fonte: Elaboração própria.

3. **Execute o jogo no ambiente do editor:**

- Com o projeto carregado, você verá o ambiente de edição do Construct 3.
- No canto superior direito, clique no ícone `Play` (ícone do triângulo) para executar o jogo (Figura 3).
- O jogo será iniciado em uma nova janela ou aba do navegador, permitindo que você interaja com ele.

Figura 3: Ícone de execução do jogo no Construct 3.



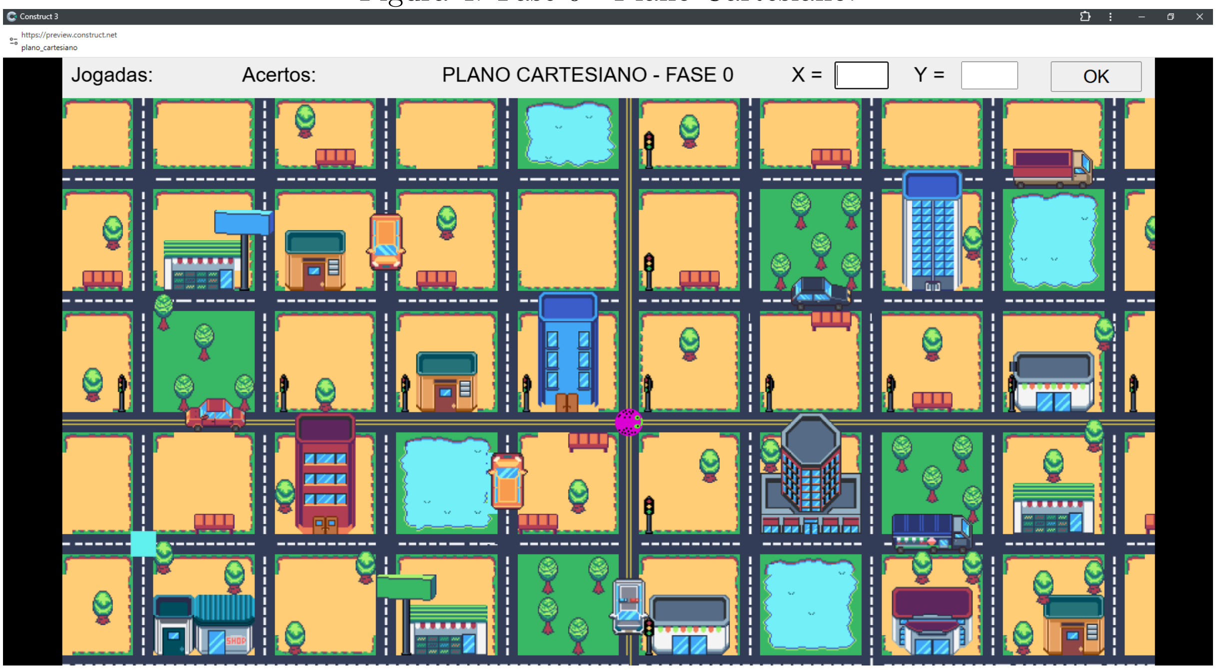
Fonte: Elaboração própria.

Capítulo 1

Fase 0

Nessa fase a joaninha (representada pelo ponto roxo no centro da Figura 4) deve percorrer as ruas a pé, sem voar, até alcançar o destino indicado no mapa, representado pelo quadrado ciano na Figura 4. A única regra a ser seguida é que a joaninha se movimente inicialmente ao longo da avenida horizontal e, em seguida, pelas ruas perpendiculares. Para isso o jogador precisa informar o número de quarteirões que a joaninha deverá andar na avenida para alinhar-se com o destino e também o número de quarteirões que ela deve subir ou descer para finalmente alcançar o destino.

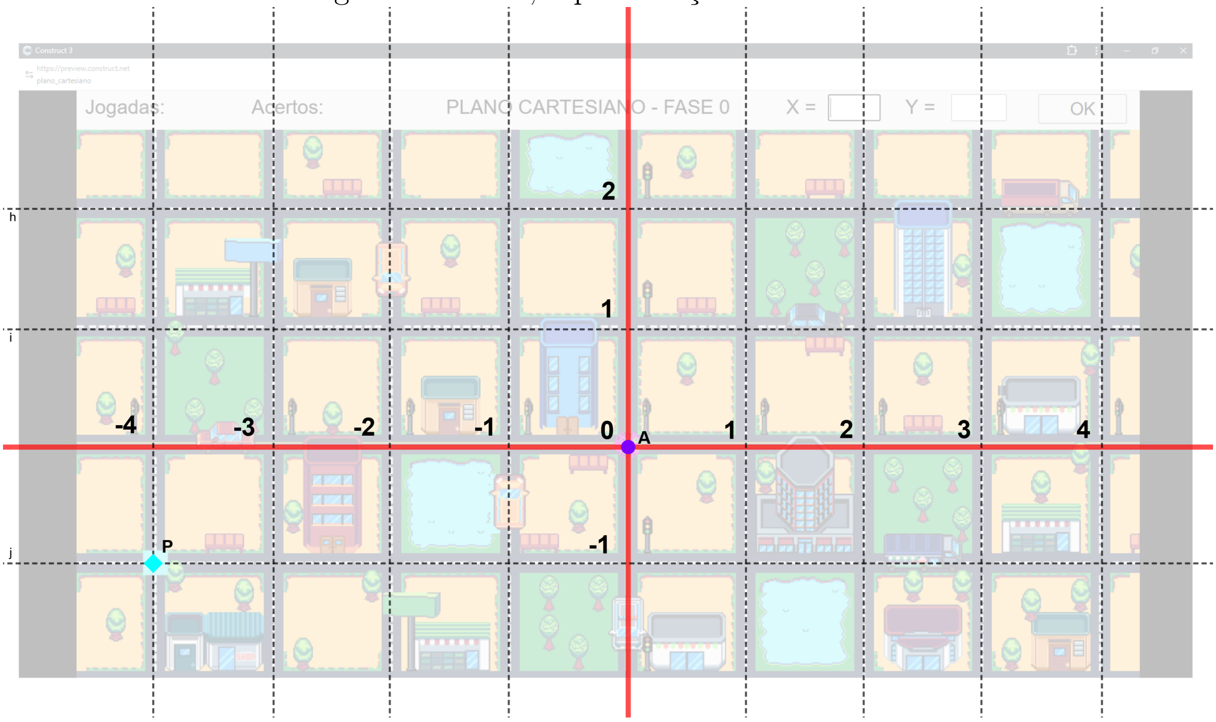
Figura 4: Fase 0 - Plano Cartesiano.



Fonte: Elaboração própria.

A situação ilustrada na Figura 4 pode ser representada matematicamente como mostrado na Figura 5.

Figura 5: Fase 0, representação matemática.



Fonte: Elaboração própria.

Neste contexto, a joaninha está posicionada no centro de um plano cartesiano, onde cada quarteirão corresponde a uma unidade do plano. O objetivo do jogo é fazer com que o estudante identifique as coordenadas do destino e as insira nos campos apropriados. O primeiro campo refere-se à abscissa e o segundo à ordenada do destino no plano (Figura 6).

Figura 6: Local para inserir os valores da abscissa e ordenada do ponto de destino.

Fonte: Elaboração própria.

No exemplo da Figura 4 o jogador deve inserir -4 no primeiro campo de entrada e -1 no segundo campo de entrada, pois a coordenada do ponto de destino no mapa é $(-4, -1)$. Após isso, o jogador deve clicar no `Botão OK` ou pressionar a `tecla ENTER"`.

Se os valores fornecidos estiverem corretos, a joaninha seguirá até o destino, atualizando o contador de jogadas e o número de acertos. Após chegar ao destino, ela retornará à origem do plano cartesiano, e o destino será reposicionado no mapa, permitindo que o jogador repita o processo.

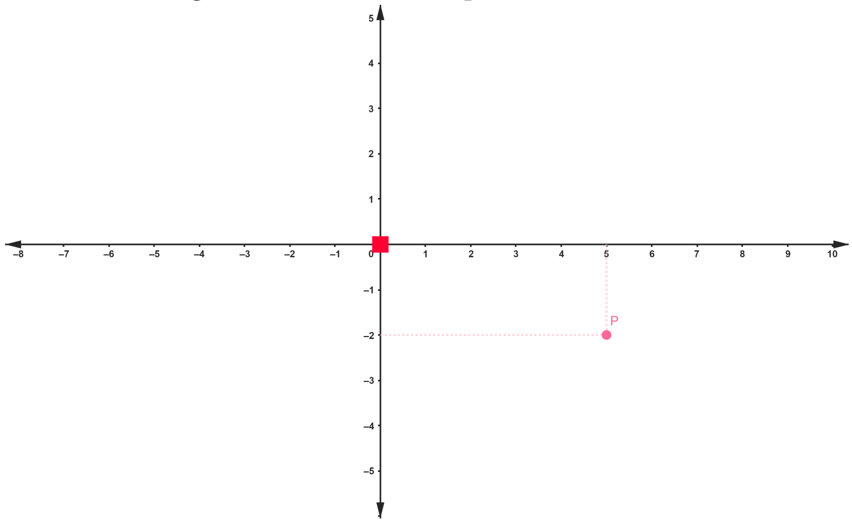
Caso os valores fornecidos estejam incorretos, a joaninha se moverá até as coordenadas inseridas pelo jogador. Ao chegar ao ponto informado, ela retornará à origem, o contador de jogadas será atualizado, mas o destino permanecerá no mesmo local, aguardando que o jogador insira os valores corretos.

O propósito pedagógico desse jogo é utilizá-lo como ferramenta didática em sala de aula, auxiliando no ensino de localização de pontos no plano cartesiano. Uma abordagem eficaz consiste em explicar as coordenadas como instruções para guiar um objeto em um mapa — nesse caso, a joaninha localizada inicialmente na origem do plano cartesiano.

Considerando um ponto $P(a, b)$ no plano, isso significa que o objeto deve deslocar-se a unidades no eixo X e, posteriormente, b unidades no eixo Y. Valores positivos de a ou b indicam deslocamento no sentido de crescimento dos eixos X ou Y, enquanto valores negativos representam movimentos no sentido oposto. Assim, a joaninha, partindo da origem, realizará dois movimentos: o primeiro será para a esquerda ($a < 0$) ou para a direita ($a > 0$), com uma magnitude de $|a|$ unidades, e o segundo será para cima ($b > 0$) ou para baixo ($b < 0$), com $|b|$ unidades, onde $|\cdot|$ representa o valor absoluto.

Por exemplo, dado um ponto P no plano (como na Figura 7), o estudante deve deduzir suas coordenadas observando as pistas visuais do jogo. Ele verificará a posição relativa de P em relação à origem e aplicará o raciocínio de deslocamento nos eixos X e Y.

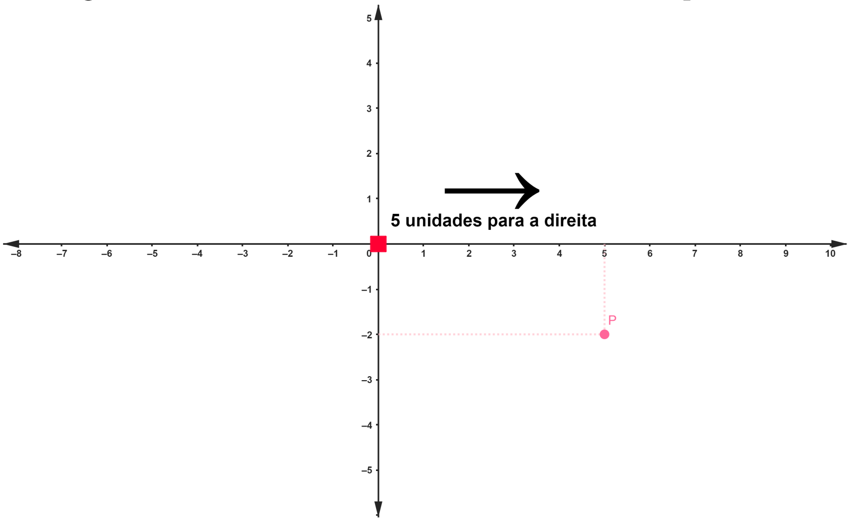
Figura 7: Ponto P no plano cartesiano.



Fonte: Elaboração própria.

Para localizar o ponto P, o quadrado inicialmente se desloca no eixo X. No exemplo, ele move-se 5 unidades para a direita, no sentido positivo do eixo X, conforme mostrado na Figura 8.

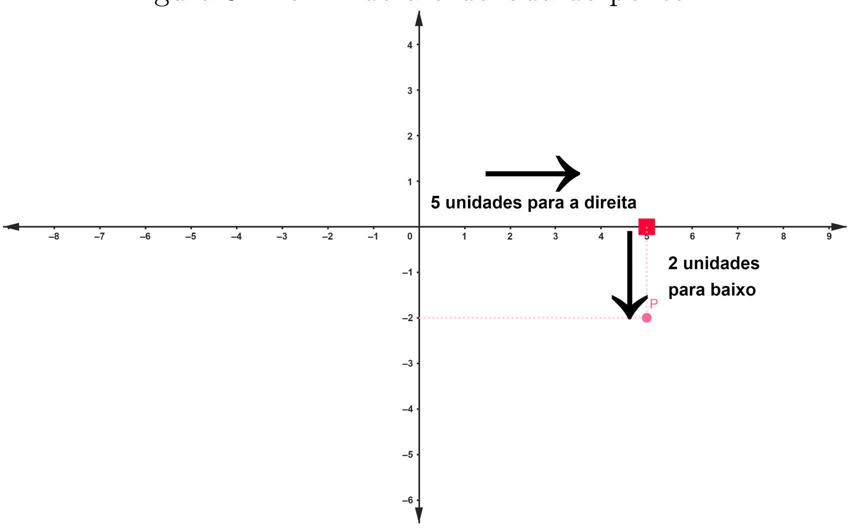
Figura 8: Encontrando o valor da abscissa do ponto P.



Fonte: Elaboração própria.

Após alinhar-se verticalmente com o ponto P, o próximo movimento será na direção do eixo Y, seja para cima ou para baixo. Neste exemplo, o quadrado desce 2 unidades, movendo-se no sentido negativo do eixo Y, como ilustrado na Figura 9.

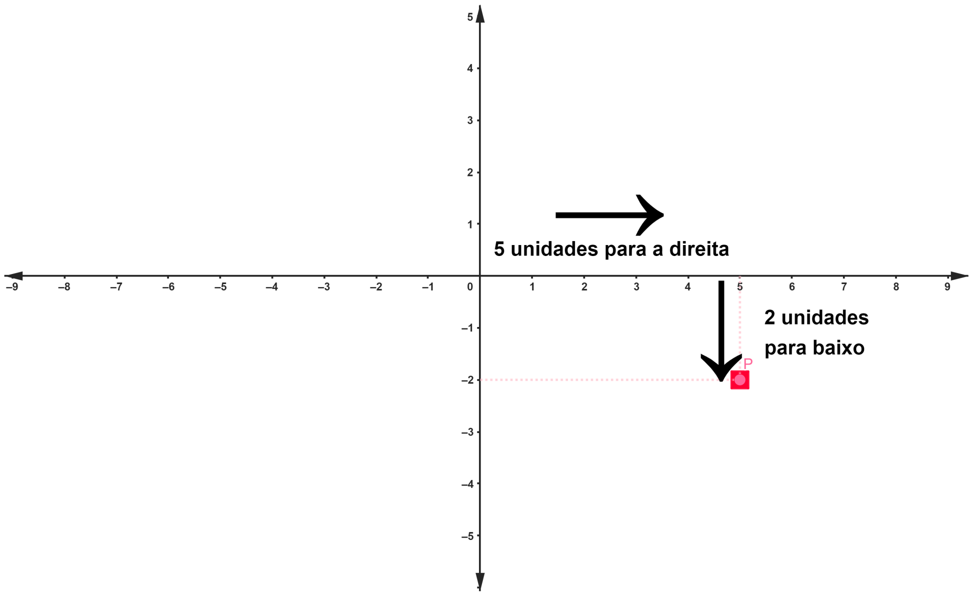
Figura 9: Definindo a ordenada do ponto P.



Fonte: Elaboração própria.

Finalmente, o quadrado alcança o ponto P ao deslocar-se 5 unidades no sentido positivo do eixo X e 2 unidades no sentido negativo do eixo Y (Figura 10). Assim, as coordenadas do ponto P são $P(5, -2)$.

Figura 10: Quadrado no ponto P(5,-2).



Fonte: Elaboração própria.

O objetivo do jogo é que, ao surgir um ponto aleatório P (o destino no jogo), o estudante insira suas coordenadas corretamente e observe o movimento da joaninha. Primeiro, o deslocamento ocorre no eixo X; em seguida, no eixo Y. Caso a joaninha alcance o ponto desejado, isso confirmará que os valores inseridos estavam corretos.

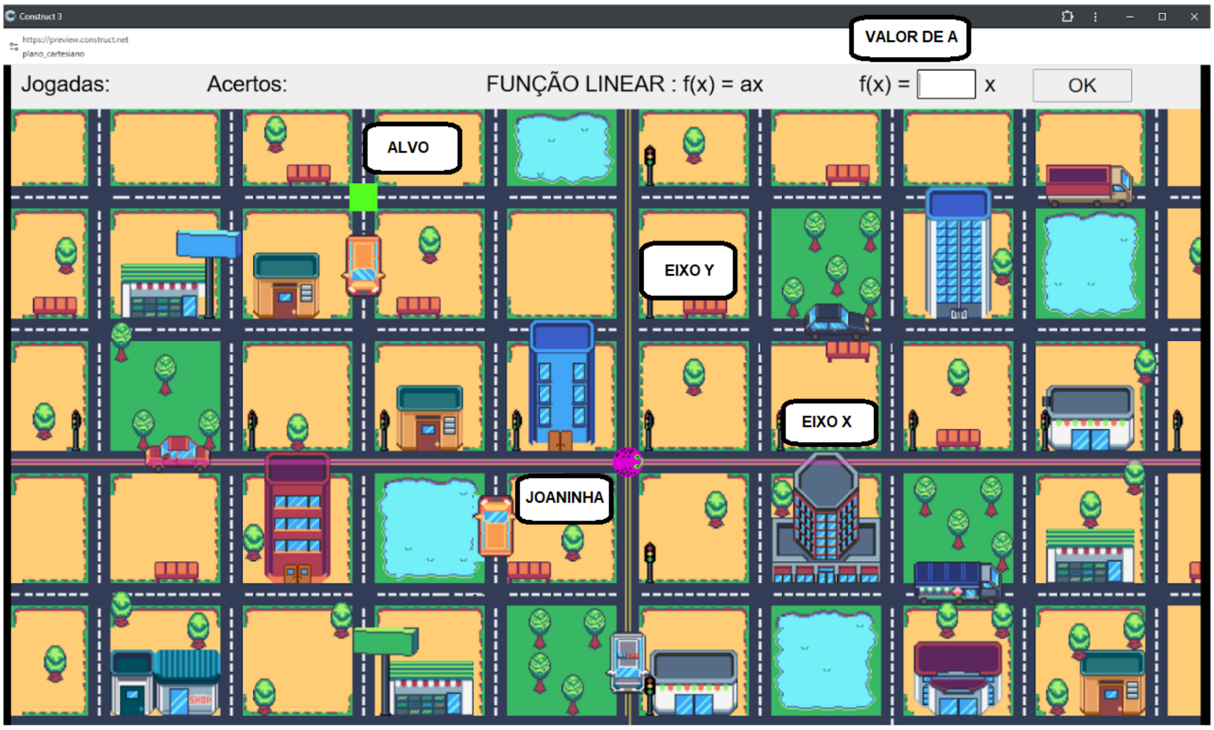
Capítulo 2

Fase 1

A fase 1 foi desenvolvida como uma ferramenta educativa para introduzir o estudo de funções lineares de forma intuitiva e interativa, antes de qualquer formalização teórica. O objetivo é que o jogador, ao explorar o plano cartesiano e conduzir a joaninha até o ponto-alvo, identifique padrões e relações entre os deslocamentos nos eixos X e Y. Essa experiência visa construir uma base perceptiva inicial, preparando o aluno para compreender os conceitos formais das funções, que serão aprofundados posteriormente em sala de aula.

O cenário do jogo permanece o mesmo da fase 0, mas agora a joaninha não caminhará mais até o alvo. Em vez disso, ela voará até ele, seguindo um percurso em linha reta entre a origem e o destino. Esse voo pode ser modelado por uma função linear do tipo $f(x) = ax$, onde a representa a taxa de variação da função. Por conta disso a única modificação fica em relação ao valor de entrada, que agora recebe apenas o valor do coeficiente a da função $f(x) = ax$ (Figura 11).

Figura 11: Interface do jogo da joaninha fase 1.



Fonte: Elaboração própria.

Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é chamada de função afim quando existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$. No caso particular em que $b = 0$, a função é chamada de função linear. Segundo Elon [1], a função linear é frequentemente usada como modelo matemático para problemas de proporcionalidade. Além disso, como apontado por Elon [1], quando o coeficiente $a = 0$, ou seja, quando a função afim assume a forma $f(x) = b$ para todo $x \in \mathbb{R}$, estamos diante de um caso particular dessa função. Nesse caso, a função é chamada de função constante, pois o valor de $f(x)$ não depende de x e permanece sempre igual a b, independentemente do valor de x.

O valor do coeficiente a pode ser determinado a partir de dois valores conhecidos da função, $f(x_1)$ e $f(x_2)$, para pontos arbitrários e distintos x_1 e x_2. Se temos as equações:

$$f(x_1) = ax_1 + b = y_1$$

e

$$f(x_2) = ax_2 + b = y_2,$$

podemos subtrair a segunda equação da primeira:

$$f(x_2) - f(x_1) = (ax_2 + b) - (ax_1 + b).$$

Observe que os termos b se cancelam:

$$y_2 - y_1 = ax_2 - ax_1.$$

Fatorando a do lado direito, temos:

$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1).$$

Dividindo ambos os lados por $x_2 - x_1$ (note que $x_1 \neq x_2$):

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a.$$

Assim, o coeficiente a é dado por:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

No caso de uma função linear $f(x) = ax$, podemos simplificar a determinação do coeficiente a escolhendo o ponto $(0, 0)$, que é sempre um ponto da função, pois $f(0) = 0$. Com isso, temos $x_1 = 0$ e $y_1 = 0$.

Assim, a expressão para a é dada por:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - 0}{x_2 - 0},$$

resultando em:

$$a = \frac{y_2}{x_2}.$$

No jogo, o valor de a pode ser encontrado observando como a joaninha se desloca para alcançar o ponto-alvo. A ideia é simples: o jogador precisa perceber a relação entre os movimentos da joaninha no eixo vertical e no eixo horizontal. Veja como isso funciona:

1. **Descubra quanto a joaninha anda para os lados:** Conte quantas unidades a joaninha precisa se mover para a direita ou esquerda até estar alinhada verticalmente com o alvo, isto é, até a abscissa da joaninha se igualar à do alvo. Esse número corresponde ao deslocamento horizontal.

2. **Descubra quanto a joaninha sobe ou desce:** Conte quantas unidades a joaninha precisa se mover para cima ou para baixo até alcançar o ponto-alvo. Esse número corresponde ao deslocamento vertical.

3. **Relacione esses movimentos:** Para cada unidade que a joaninha se move no eixo X, quantas unidades ela se move no eixo Y? Essa relação de proporcionalidade é o valor de a, e pode ser obtida dividindo o número de "passos" verticais pelo número de "passos" horizontais.

Posteriormente, o professor explicará ao estudante os conceitos formais relacionados ao comportamento de uma função:

- Uma função é considerada crescente quando $x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$.
- Decrescente quando $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$.
- Monótona não-decrescente quando $x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$.
- Monótona não-crescente quando $x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$.

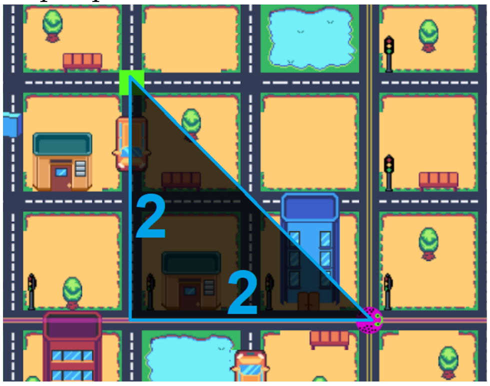
Contudo, o objetivo do jogo é introduzir esses conceitos de forma mais natural e facilitar a compreensão futura do formalismo, podemos adotar uma abordagem mais intuitiva neste momento.

Para determinar o sinal de a, o jogador deve comparar as posições da joaninha e do ponto-alvo, identificando qual dos dois está mais à esquerda no plano cartesiano. Partindo desse ponto mais à esquerda e seguindo em direção ao ponto mais à direita, podemos verificar quem está mais alto, ou seja, quem possui a maior ordenada.

- Se o ponto à esquerda estiver mais baixo do que o ponto à direita, a reta será crescente e a será positivo.
- Se o ponto à esquerda estiver mais elevado do que o ponto à direita, a reta será decrescente e a será negativo.
- Por fim, se ambos os pontos possuírem a mesma ordenada (isto é, estiverem na mesma altura), a reta será paralela ao eixo X, resultando em $a = 0$. Na Fase 1, o jogo foi projetado de forma que o alvo nunca tenha ordenada igual a 0.

Por exemplo, se o ponto-alvo está em $(-2, 2)$, a joaninha anda 2 unidades para a esquerda e sobe 2 unidades. Assim, $|a| = \frac{2}{2} = 1$ (Figura 12).

Figura 12: Exemplo para ilustrar como determinar o valor de a.



Fonte: Elaboração própria.

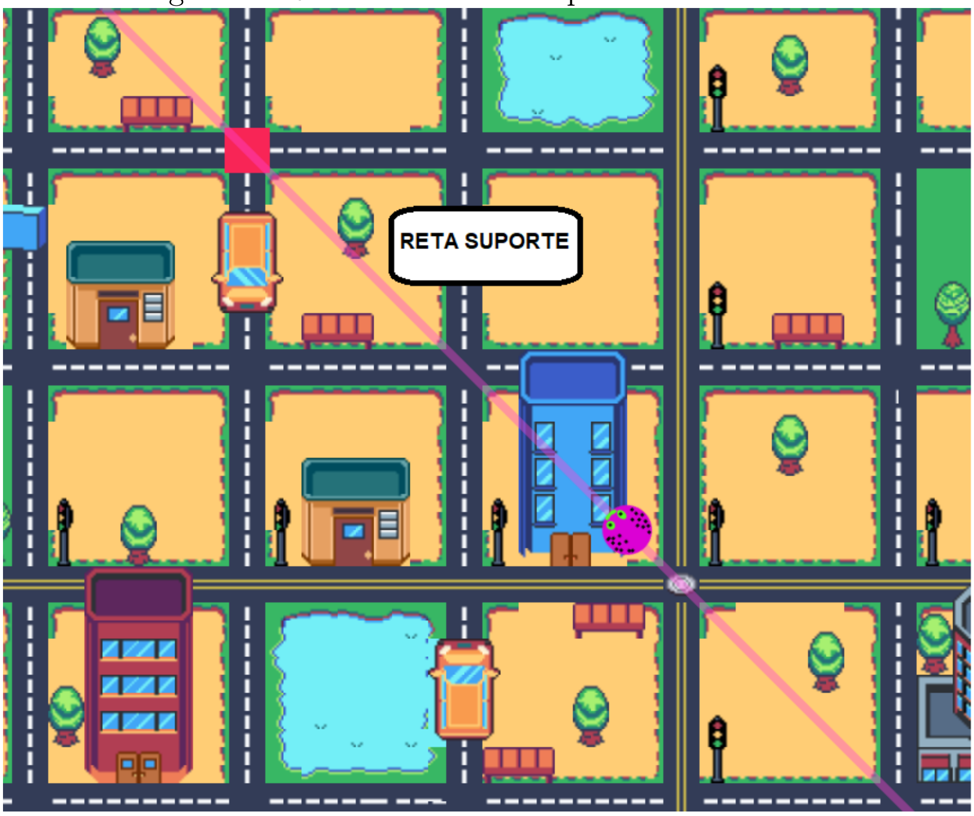
Observamos também que o ponto mais à esquerda (alvo) está mais elevado que a joaninha, portanto a reta é decrescente e a será negativo. O valor $a = -1$ deve ser inserido no campo de entrada localizado na barra superior do jogo (Figura 13).

Figura 13: Inserindo o valor da taxa de variação da função no campo de entrada.

Fonte: Elaboração própria.

Após clicar em `OK` ou pressionar a tecla `ENTER`, o jogo ajustará a inclinação da reta de suporte (representada pela cor roxa). Se a reta passar pelo ponto-alvo, a joaninha se moverá até ele, coletando-o e retornando à origem.

Figura 14: Joaninha fazendo o percurso até o alvo.



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, um novo ponto aleatório aparecerá em um dos cruzamentos. Caso a reta não passe pelo ponto de origem, a joaninha permanecerá no centro da cidade, aguardando que o jogador insira o valor correto do coeficiente a, enquanto a reta de suporte permanecerá visível, indicando o percurso que a joaninha faria (Figura 15).

Figura 15: Simulando um valor errado para a. Nesse caso, $a = 1$.

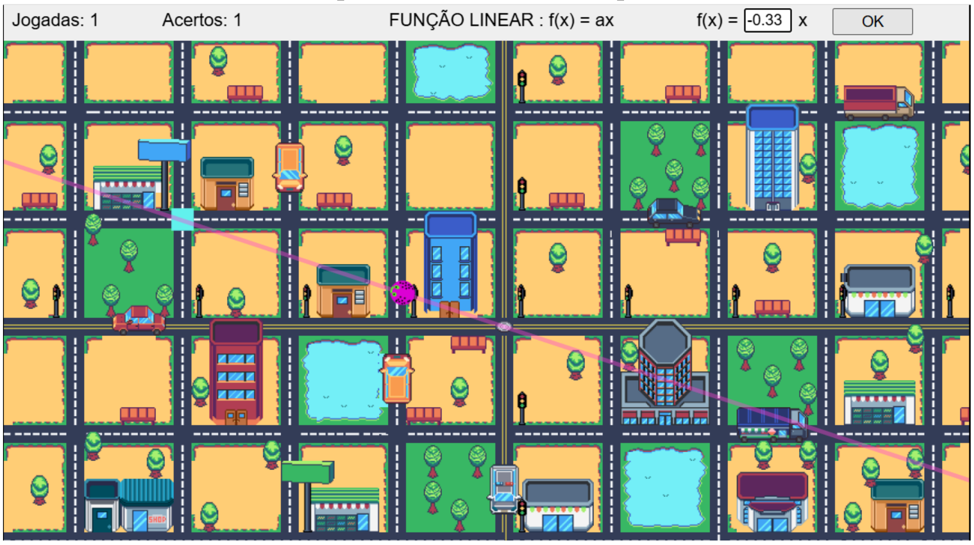
Fonte: Elaboração própria.

Quando o coeficiente a for um número racional, deve-se utilizar o ponto (.) em vez da vírgula (,) e garantir pelo menos duas casas decimais. Por exemplo, se o alvo estiver localizado no ponto $(-3, 1)$ (Figura 16), o valor do coeficiente a a ser inserido no campo de entrada será -0.33 (Figura 17).

Figura 16: Exemplo em que o coeficiente a será um número racional.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 17: Coeficiente $a = -0.33$ inserido no campo de entrada, com a reta suporte correspondente ao valor esperado.



Fonte: Elaboração própria.

Capítulo 3

Fase 2

A fase 2 do jogo da joaninha apresenta uma proposta semelhante à da fase 1: introduzir e explorar um problema cuja modelagem é possível por meio de uma função. Nesta fase, a joaninha ainda precisa alcançar o alvo no mapa seguindo uma reta (Figura 18). Contudo, ao contrário da fase 1, em que a joaninha sempre começava na origem, nesta fase ela inicia em um ponto aleatório no eixo Y, cuja ordenada é sempre um número inteiro. Esse novo cenário sugere uma modelagem por meio da função afim $f(x) = ax + b$.

Na fase 1 explicamos como o coeficiente a pode ser determinado a partir de dois pontos distintos, onde dado os pontos arbitrários $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ sobre a reta, o coeficiente a da função pode ser calculado pela expressão:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Por outro lado, se tomarmos $x = 0$, teremos:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = a \cdot 0 + b$$
$$f(0) = b$$

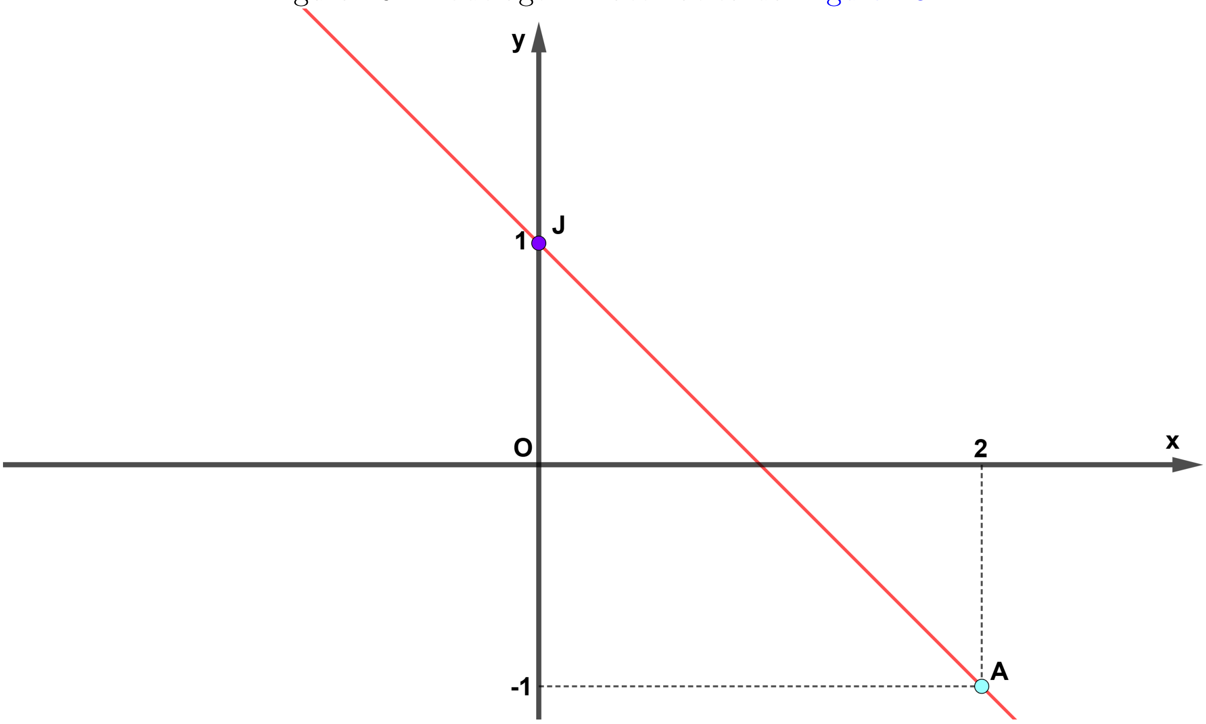
Assim, o valor de b corresponde ao valor da função quando $x = 0$, ou seja, ao ponto onde o gráfico da função "corta" o eixo y.

Figura 18: Fase 2 do jogo da Joaninha.

Fonte: Elaboração própria.

A situação da (Figura 18) pode ser modelada matematicamente conforme a (Figura 19), onde o ponto J de coordenadas $(0, 1)$ representa a joaninha e o ponto A, de coordenadas $(2, -1)$ representa o alvo. O nosso objetivo é determinar os coeficientes da função $f(x) = ax + b$ que está representada pela linha vermelha.

Figura 19: Modelagem matemática da Figura 18.



Fonte: Elaboração própria.

Para determinar b, basta observar onde a reta intercepta o eixo y, isto é, no ponto em que $x = 0$, pois aplicando $x = 0$ na função temos $f(0) = a \cdot 0 + b = b$. No exemplo em questão, como a joaninha está no ponto $(0, 1)$, o coeficiente b é diretamente igual a 1. Agora, para determinar o coeficiente a, podemos utilizar a fórmula da taxa de variação entre os dois pontos dados, que é dada por:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

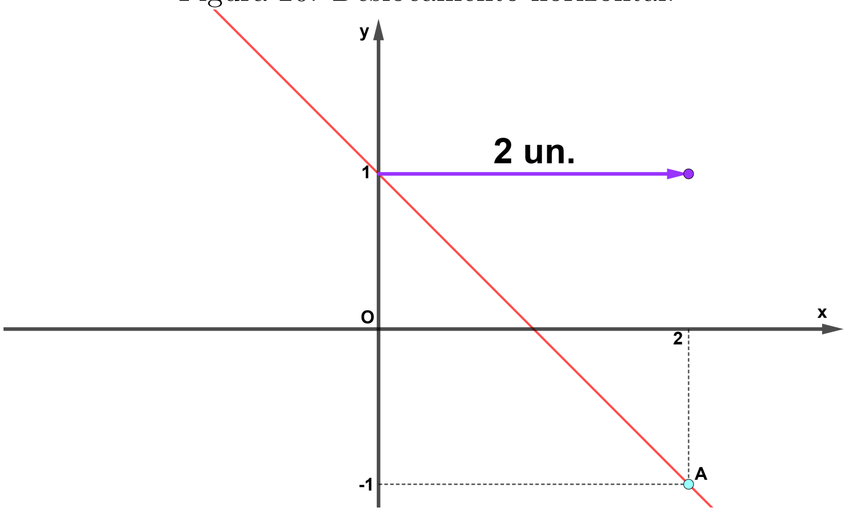
Substituindo os valores:

$$a = \frac{-1 - (+1)}{2 - 0}$$
$$a = \frac{-2}{2}$$
$$a = -1$$

No entanto, antes de recorrer à fórmula, podemos interpretar geometricamente o valor de a. Como abordado na fase 1, a taxa de variação da reta corresponde à razão entre o deslocamento vertical e o deslocamento horizontal que a joaninha realiza para alcançar o alvo. No caso presente, a joaninha se desloca 2 unidades na direção x (de $x_1 = 0$ até $x_2 = 2$) (Figura 20) e em seguida 2 unidades na direção y (de $y_1 = 1$ até $y_2 = -1$) (Figura 21). Assim, a magnitude do coeficiente angular é dada por:

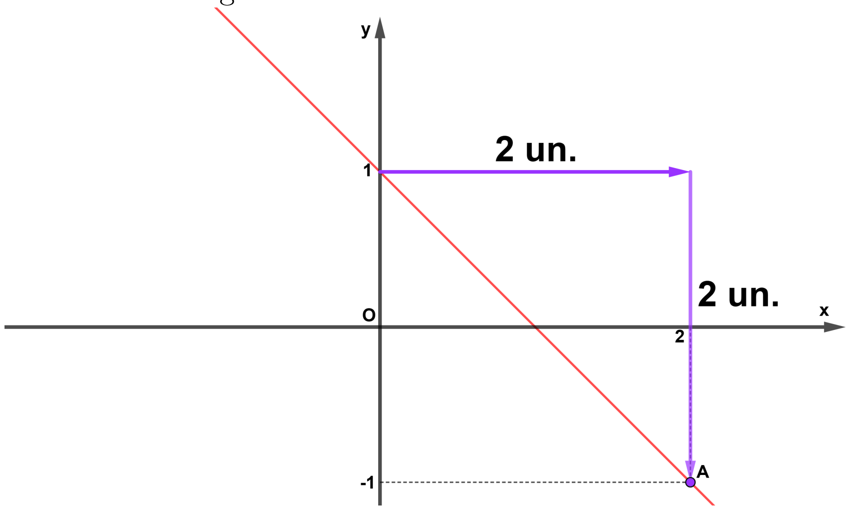
$$|a| = \frac{\text{Variação Vertical}}{\text{Variação Horizontal}} = \frac{2}{2} = 1$$

Figura 20: Deslocamento horizontal.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 21: Deslocamento vertical.



Fonte: Elaboração própria.

Para determinar se a é positivo ou negativo, basta observar a disposição relativa dos dois pontos, da mesma forma que fizemos na fase 1. A joaninha, que está à esquerda do alvo, possui uma ordenada maior (1 contra -1). Portanto, a reta é decrescente, o que implica que o coeficiente a será negativo. Assim, temos $a = -1$. Portanto os coeficientes da função afim que conecta a joaninha ao alvo são $a = -1$ e $b = 1$.

Com base nisso:

- O jogador deve inserir os valores de a e b nos campos correspondentes e confirmar a entrada pressionando o `botão OK` ou a tecla `ENTER` (Figura 22).

Figura 22: Inserindo os valores de a e b nos campos de entrada.

Fonte: Elaboração própria.

- Em seguida, uma linha roxa representando o percurso definido pelos coeficientes fornecidos será exibida no mapa.

- Se os valores estiverem corretos, a linha passará pelo ponto inicial da joaninha e pelo alvo, ativando seu movimento até o destino (Figura 23).

Figura 23: Joaninha em movimento pela reta formada com os valores de a e b.

Fonte: Elaboração própria.

- Caso os valores de a ou b estejam incorretos, a linha será traçada no mapa indicando o caminho que a joaninha seguiria com esses valores, permitindo ao jogador corrigir os coeficientes informados.

Capítulo 4

Sugestão de aplicação dos jogos em sala de aula

Uma boa forma de usar os jogos é projetá-los em uma TV ou datashow para que toda a turma acompanhe. O professor pode começar explicando a ideia principal do jogo. Por exemplo, na fase 0 a joaninha deve alcançar um destino marcado no plano, seguindo dois passos. Primeiro, ele se desloca no eixo X, indo para a esquerda ou para a direita. Depois, ajusta sua posição no eixo Y, subindo ou descendo. Essa mecânica simples ajuda os alunos a entenderem as coordenadas como direções claras.

Na prática, o professor pode pedir que os próprios alunos insiram coordenadas no jogo. À medida que a joaninha se move, todos acompanham os resultados na tela. Essa interação faz com que os estudantes percebam como os valores inseridos se traduzem em movimentos no plano, conectando teoria e prática de forma visual.

A fase 0 também pode ser usado como uma introdução ao plano cartesiano antes de explicações formais. Ele ajuda os estudantes a visualizar os conceitos de maneira prática e engajante, tornando mais fácil conectar a teoria à prática.

As fases 1 e 2 seguem a mesma lógica. O professor pode aproveitar essas fases para introduzir de forma gradual os conceitos de coeficientes, como os valores de a e b, explicando de maneira mais intuitiva e menos formal como esses coeficientes influenciam o movimento da joaninha no plano cartesiano. Durante essas fases, os alunos terão a oportunidade de experimentar e testar diferentes valores, visualizando os efeitos de suas escolhas. Esse processo pode ser uma excelente maneira de preparar os estudantes para a formalização dos conceitos em uma aula posterior, tornando o aprendizado mais acessível.

Referências Bibliográficas

[1] E. L. Lima. *Números e Funções Reais.* IMPA, Rio de Janeiro, 1 edition, 2014.

[2] P. P. C. Pimentel. Gamificação na educação matemática: Desenvolvimento de jogos 2d no construct 3 para engajar nativos digitais. Dissertação de mestrado, UFPB, João Pessoa, 2025.