

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

**Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional  
PROFMAT**

**RECURSO EDUCACIONAL E TUTORIAL**

**Planificações:  
uma Proposta Didática**

**Milena Gleice da Silva Farias**



Instituto de Matemática



PROFMAT



# APRESENTAÇÃO

O estudo com papel e lápis, fundamental desde os primeiros anos de escolaridade, agora é acompanhado por tecnologias que facilitam a compreensão de propriedades em qualquer área da Matemática, uma vez que, atualmente, ensinar vai além de ler livros e vislumbrar resultados e suas aplicações. Assim, o professor é agente fundamental da mediação entre os métodos de estudos clássicos – que remetem aos matemáticos da Antiguidade até os modernos, bem como da aprendizagem Matemática e das Tecnologias Digitais. Além de saber, faz-se necessário construir novos saberes com o objetivo de tornar acessível aquilo que foi visto no imaginário, sem a disposição de modelos computacionais, por exemplo. Isso significa, em minha experiência, que o professor que conhece técnicas de construção de figuras e sólidos domina não apenas a Matemática necessária para visualizar tais objetos, mas também pode expandir exemplos e personalizar os seus objetos de acordo com as necessidades de suas turmas e alunos.

Pensando nisso, o recurso educacional aqui apresentado é um vislumbre de uma das incontáveis possibilidades que os *softwares* nos apresentam. Nesse sentido, o *GeoGebra* e o *Inkscape*, separadamente, são programas de computador poderosos e que são amplamente difundidos no ensino da Matemática e no Desenho Vetorial, respectivamente. Contudo, o que podemos construir unindo-os?

Nessa perspectiva, antes de avançar no texto, reflita sobre todas as vezes que você, como professor, gostaria de utilizar uma planificação de um livro didático, mas com outras cores ou tamanhos, ou que precisou ilustrar uma questão ou lista de exercícios e teve que buscar uma figura da internet. Dessa maneira, ao invés de pesquisar as imagens que, por vezes, não se adequam às suas necessidades, consegue imaginar o ganho de produzir suas próprias figuras e planificações?

Assim sendo, apresento um tutorial para a construção de planificações de sólidos geométricos por meio dos softwares *Inkscape* e *GeoGebra*, bem como algumas planificações produzidas por meio dos tutoriais apresentados. Desse modo, desejo que você, professor, seja não apenas um usuário deste material, mas também autor de suas ilustrações e sequências didáticas, com as orientações deste inteligível e oportuno livro.

# SUMÁRIO

1. TUTORIAL PARA A CONSTRUÇÃO DE PLANIFICAÇÕES .....	5
1. 1. 2 Instalação do Inkscape .....	5
1. 2 Construindo a Planificação de um Tetraedro.....	6
1. 2. 1 Construção por meio da ferramenta <i>Planificação</i> .....	6
1.3 Construção da Planificação de um Cilindro Oblíquo .....	14
2. PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA A SALA DE AULA .....	20
3. UM CASO DE SUCESSO .....	31
4. PLANIFICAÇÕES.....	41
4.1 As onze Planificações do Cubo .....	41
4.1.1 Planificação Homogênea do Cubo – A .....	41
4.1.2 Planificação Homogênea do Cubo - B .....	42
4.1.3 Planificação Homogênea do Cubo - C .....	43
4.1.4 Planificação Homogênea do Cubo - D.....	44
4.1.5 Planificação Homogênea do Cubo - E .....	45
4.1.6 Planificação Homogênea do Cubo - F.....	46
4.1.7 Planificação Homogênea do Cubo - G.....	47
4.1.8. Planificação Homogênea do Cubo - H.....	48
4.1.9 Planificação Homogênea do Cubo - I.....	49
4.1.10 Planificação Homogênea do Cubo - J .....	50
4.1.11 Planificação Homogênea do Cubo - K .....	51
4.2 Planificações do Prisma e Pirâmides.....	52
4.2.1 Planificação de um Prisma Regular de Base Hexagonal .....	52
4.2.2 Planificação da Pirâmide de Base Quadrangular Regular - A .....	53
4.2.3 Planificação da Pirâmide de Base Quadrangular Oblíqua.....	54
4.3 Planificações dos Poliedros Regulares .....	55
4.3.1 Planificação de um Tetraedro.....	55
4.3.2 Planificação de um Hexaedro (Cubo).....	56
4.3.3 Planificação de um Octaedro - A .....	57
4.3.4 Planificação de um Octaedro - B .....	58
4.3.5 Planificação de um Dodecaedro.....	59
4.3.6 Planificação de um Icosaedro.....	60
4.4 Planificações de Cilindros e Cone.....	61
4.4.1 Planificação de um Cilindro Regular.....	61
4.4.2 Planificação de um Cilindro Oblíquo .....	62
4.4.3 Planificação de um Cone Regular.....	63
5. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA .....	64

# 1. TUTORIAL PARA A CONSTRUÇÃO DE PLANIFICAÇÕES

A construção das planificações desse trabalho, utilizadas na proposta de atividades apresentada, foi feita com o auxílio dos softwares Inkscape e GeoGebra. Apesar de ser amplamente conhecido por professores de matemática da educação básica, o GeoGebra possui limitações para a elaboração de planificações. O Inkscape é uma ferramenta de desenho vetorial, o que pode ser de grande auxílio para professores. Isto se deve a sua instalação simples, completamente gratuita, e pela qualidade das figuras, que pode ser obtida com suas ferramentas.

Para construção do cilindro oblíquo, foi necessário unir as funcionalidades do GeoGebra e do Inkscape, obtendo o resultado apresentado no apêndice desse trabalho. A seguir, descrevemos os códigos de construção da primeira etapa da planificação no GeoGebra, finalizando a construção das planificações do tetraedro e cilindro no Inkscape.

## 1. 1 Instalação do GeoGebra e Inkscape

Nessa seção, apresentamos as orientações para a instalação dos dois programas que utilizaremos nesse capítulo.

### 1. 1. 1 Instalação do GeoGebra

1. Acesse o site <https://www.geogebra.org/download>;
2. Selecione "GeoGebra Classic 5"(versão *desktop*);
3. Ao ser redirecionado para a página do instalador, o download iniciará automaticamente (o pacote de instalação da versão 5.0.785.0 possui tamanho de 65,6 Mb);
4. Após o término do download, execute o instalador e clique em "Próximo";
5. Ao aceitar os termos da licença do GeoGebra 5, clique em "Eu Concordo";
6. Selecione o tipo de instalação de sua preferência e clique em "Instalar";
7. Ao término da instalação, clique em "Concluir". O software estará pronto para uso.

### 1. 1. 2 Instalação do Inkscape

1. Acesse o site <https://inkscape.org/pt-br/>;
2. Clique em "Baixar Agora";

3. Ao ser redirecionado para a página do instalador, selecione "*Windows Installer Package*", caso o download do instalador não inicie automaticamente (o pacote de instalação da versão 1.2.2 possui tamanho de 141 Mb);
4. Execute o instalador e clique em "*Next*";
5. Selecione o diretório para os arquivos do programa e clique em "*Next*";
6. Clique em "*Install*";
7. Ao final da instalação, clique em "*Finish*";
8. Localize o ícone do Inkscape em sua área de trabalho e execute o programa, o que exibirá a tela inicial do *software*.

Ressaltamos que os tutoriais das funcionalidades básicas do Inkscape podem ser localizados na aba Ajuda → Tutoriais. Recomendamos ao leitor que se familiarize com essas funcionalidades para uma melhor experiência na elaboração das planificações.

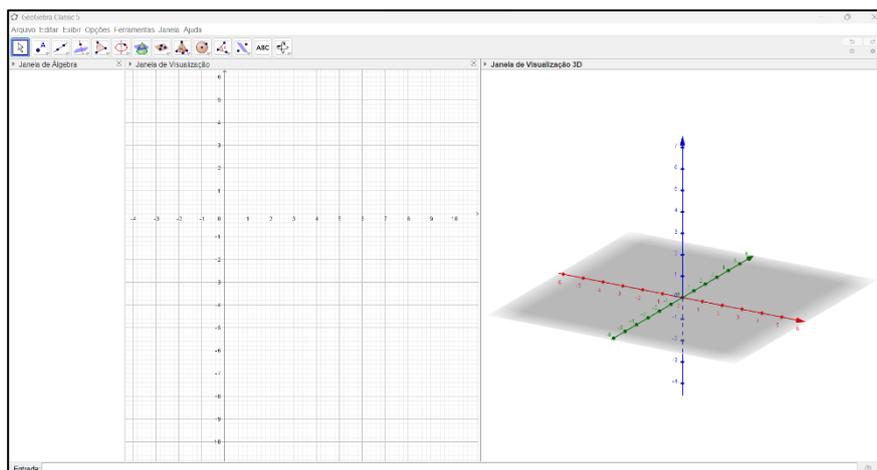
## 1. 2 Construindo a Planificação de um Tetraedro

Apresentamos a seguir duas propostas para a elaboração da planificação de um Tetraedro. O leitor poderá escolher a que for mais conveniente para os seus objetivos.

### 1. 2. 1 Construção por meio da ferramenta *Planificação*

1. No GeoGebra, ative a Janela de Visualização 3D na aba Exibir → Janela de Visualização 3D, ilustrado na Figura 1;

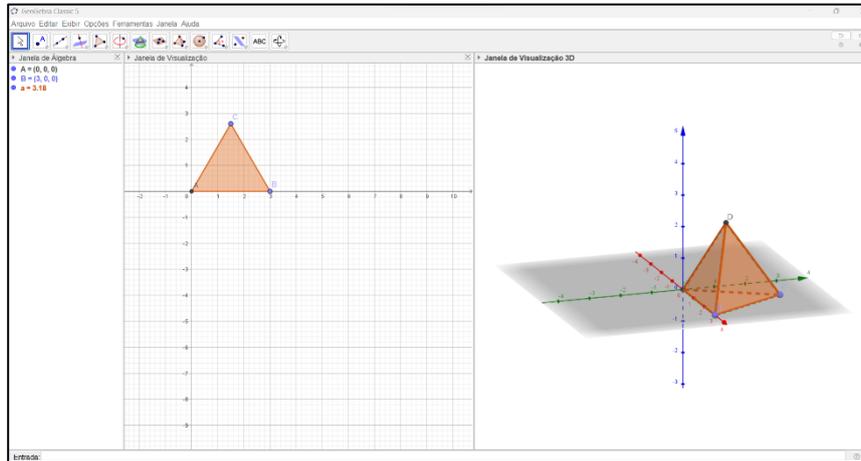
Figura 1 - Janela de Visualização 3D do GeoGebra



Fonte: Os Autores

Com a ferramenta "Pirâmide", selecione a opção "Tetraedro". Em seguida, selecione dois pontos na Janela de Visualização 3D para construir um Tetraedro, o que é ilustrado na Figura 2;

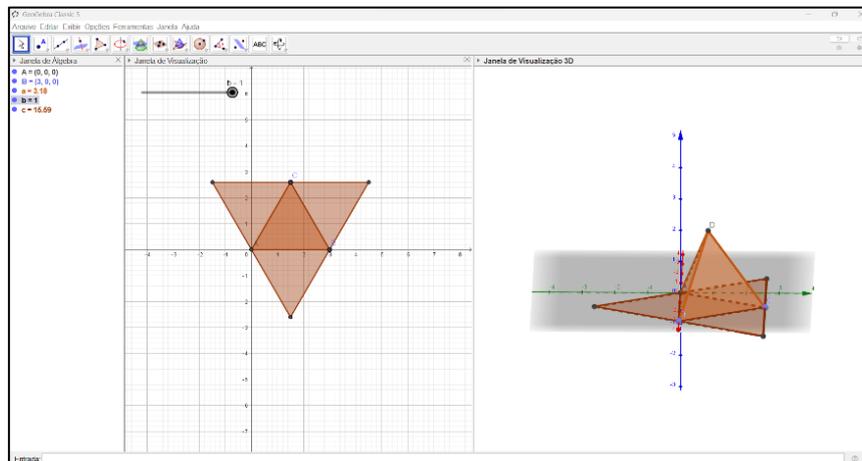
Figura 2 – Um Tetraedro no GeoGebra



Fonte: A autora

3. Clique na ferramenta "Pirâmide" novamente e selecione a opção "Planificação". Na Janela de Visualização 3D, clique no objeto Tetraedro, resultando na planificação exibida na Figura 3;

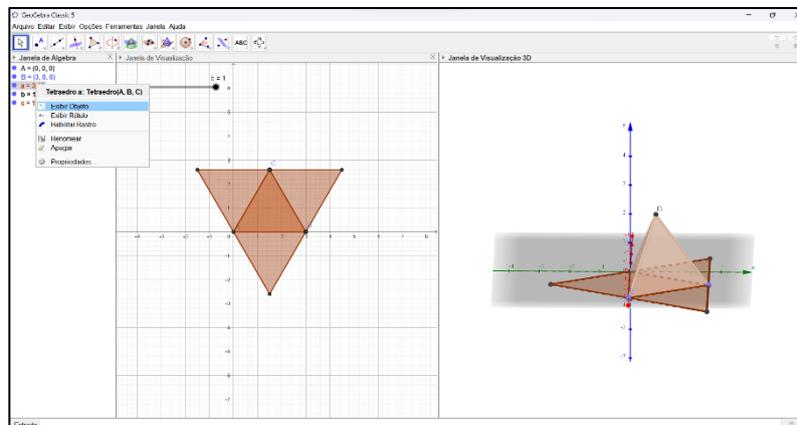
Figura 3 - Ferramenta Planificação no GeoGebra



Fonte: A autora

4. Oculte o Tetraedro da Janela de Visualização 3D, como ilustra a Figura 4;

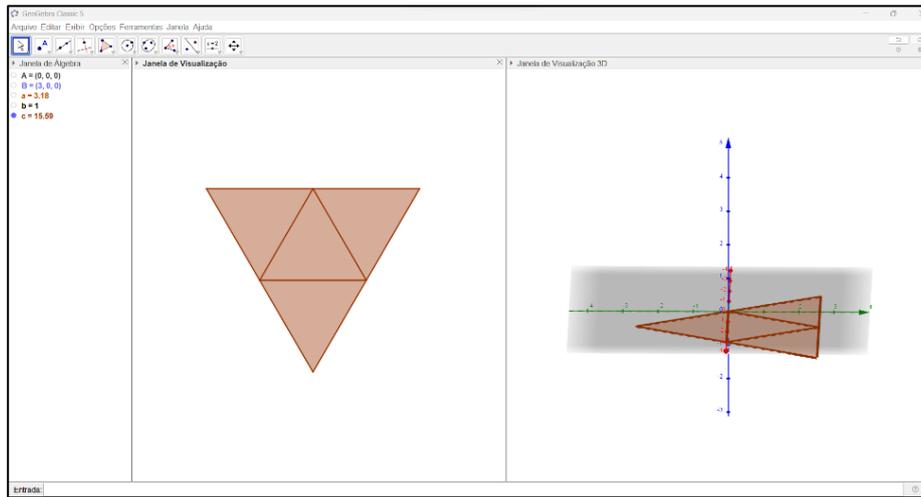
Figura 4 – Ocultando o Tetraedro da Janela de Visualização 3D



Fonte: A autora

5. Oculte os eixos, a malha, o controle deslizante gerado para a planificação e todos os pontos da Janela de Visualização 2D do GeoGebra, procedimento ilustrado na Figura 5;

Figura 5 - Ocultando malhas, eixos e objetos auxiliares na Janela de Visualização 2D

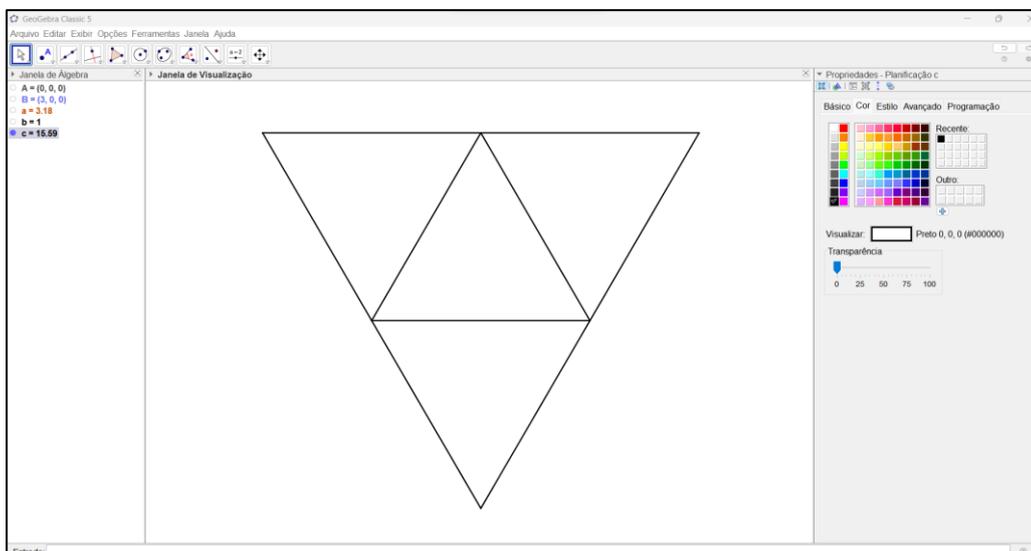


Fonte: Os Autores

6. Feche a Janela de Visualização 3D. Em seguida, aproxime a planificação e centralize-a na Janela de Visualização 2D;

7. Clique com o botão direito na planificação exibida na Janela de Álgebra. Selecione a opção "Propriedades" e altere a coloração pré-definida da planificação para a cor preta. Mova o cursor da Transparência para 0, como ilustra a Figura 6;

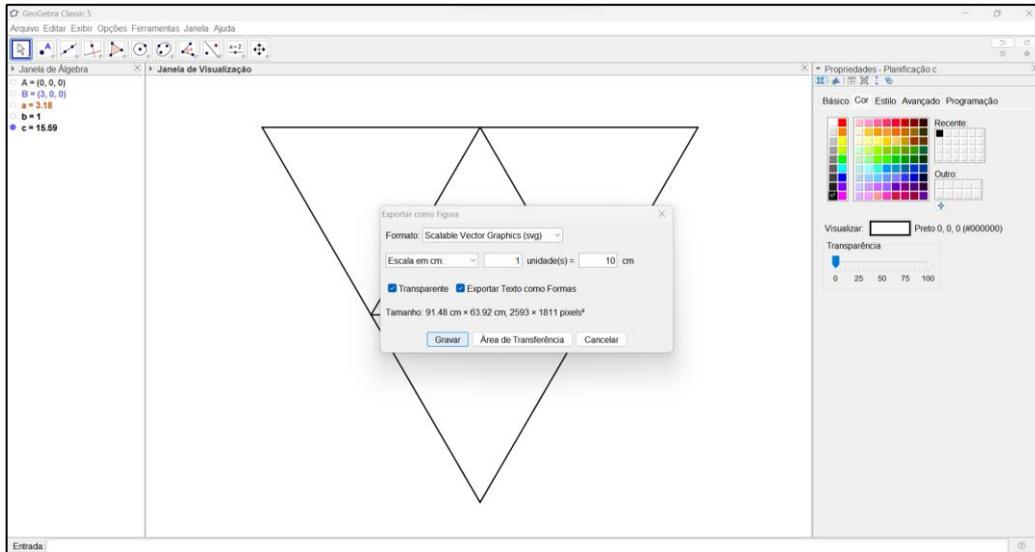
Figura 6 – Alterando a cor pré-definida da planificação



Fonte: A Autora

8. Exporte a figura na aba Arquivo → Exportar → Janela de Visualização como Imagem (png, eps). Selecione o formato "Scalable Vector Graphics (svg)", opção editável no Inkscape, e clique em "Gravar", procedimento ilustrado na Figura 7;

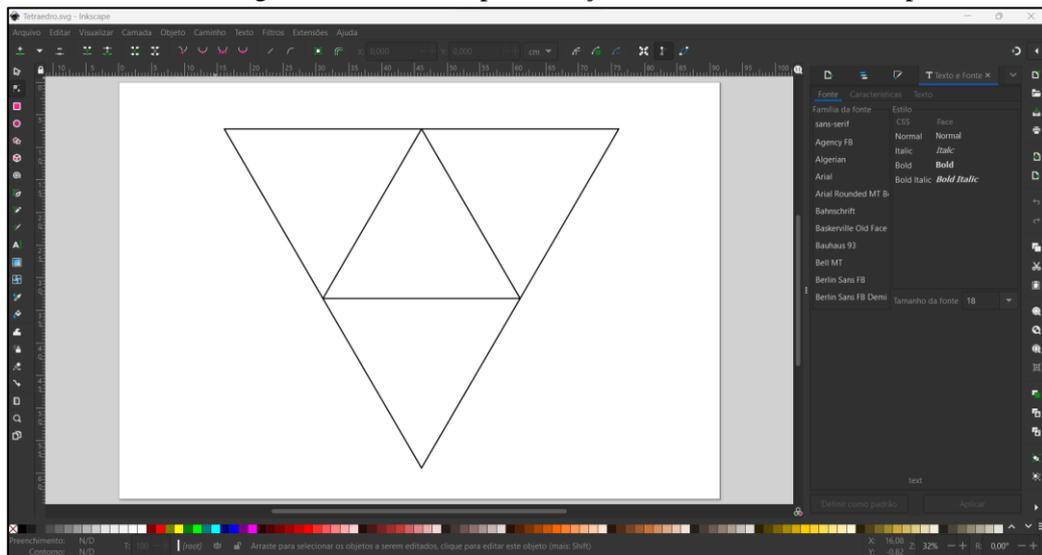
Figura 7 – Exportando a planificação do Tetraedro em formato svg



Fonte: A Autora

9. Para inserir as abas de colagem, abra o Inkscape. Localize o arquivo salvo no item anterior na aba "Arquivo" → "Abrir", como ilustra a Figura 8;

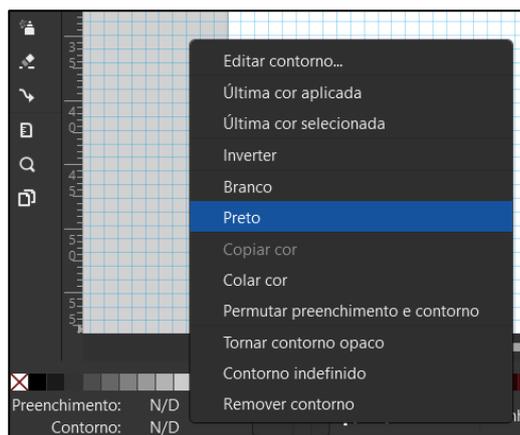
Figura 8 - Abrindo a planificação do Tetraedro no Inkscape



Fonte: A Autora

10. Exiba as linhas de grade na aba "Visualizar" → "Grade da Página";
11. No canto inferior esquerdo da página, clique com o botão direito na palavra "N/D" ao lado do termo "Contorno" e selecione a opção "Preto", como ilustra a Figura 9. Assim, o contorno das abas de colagem ficará visível no editor;

Figura 9 - Exibindo o contorno de linha no Inkscape

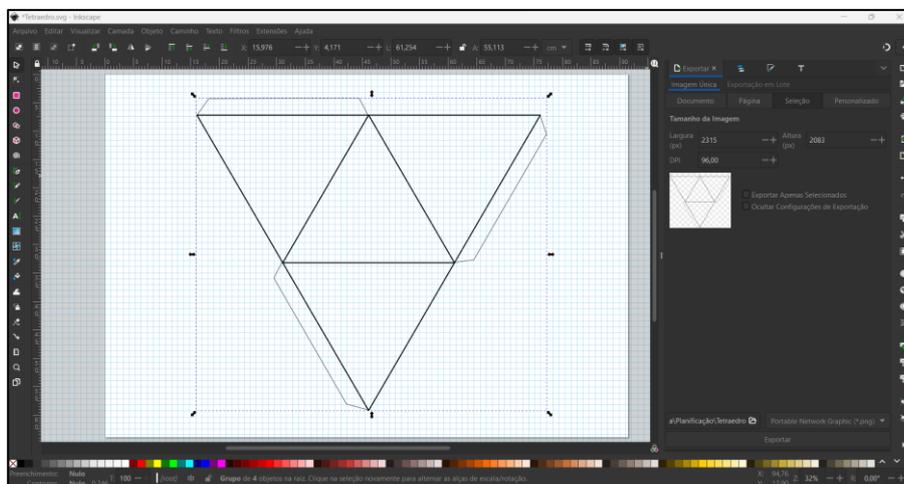


Fonte: A Autora

12. Com a ferramenta "Caneta Bézier", desenhe três abas de colagem na planificação, utilizando as linhas de grade como apoio para a construção. Caso o editor preencha o caminho com a cor preta, clique com o botão direito no canto inferior esquerdo, ao lado do termo "Preenchimento", e selecione a opção "Remover preenchimento" (a espessura da linha pode ser alterada nas propriedades de contorno);

13. A Figura 10 exibe a planificação com as abas de colagem finalizada:

Figura 10 - Planificação do Tetraedro Finalizada

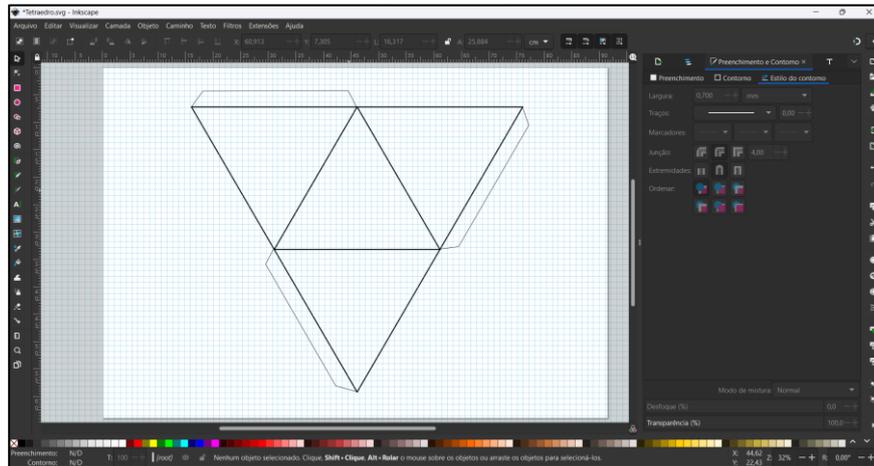


Fonte: A Autora

14. Selecione todos os elementos da figura (planificação e abas de colagem) arrastando o cursor do início ao final da folha na tela do software e, com o botão direito do mouse, clique em "Agrupar";

15. Para exportar a figura finalizada, clique na aba "Arquivo" → "Exportar" ou utilize o atalho Ctrl+P. O software exibirá uma janela no lado direito da tela com as opções de exportação, procedimento ilustrado na Figura 11. Selecione a figura agrupada e exporte no modo "Seleção". Escolha o local onde a figura será salva e o formato de seu interesse (.png, .svg, .jpeg etc.). Clique em "Exportar". Sua planificação estará pronta.

Figura 11 - Exportando a Planificação do Tetraedro do Inkscape



Fonte: A Autora

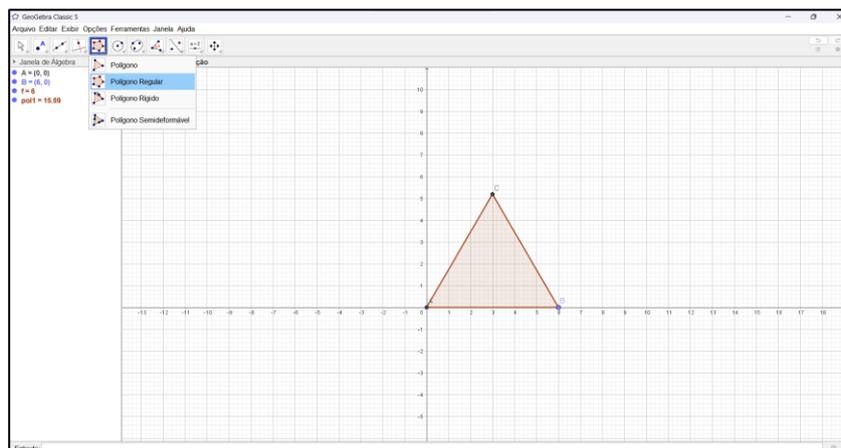
A inserção de cores pode ser feita por meio da ferramenta "Balde de Tinta", com o cuidado de remover o contorno gerado pela coloração das faces do tetraedro. Um resultado mais elegante poderá ser obtido com o uso das camadas das figuras. Para mais opções, acesse a aba "Camada" do programa.

### 1.2. 2 Construção por meio de sobreposição de figuras

A construção a seguir ocorre de modo mais manual, permitindo outra planificação para um Tetraedro.

1. Com uma nova janela do GeoGebra, selecione a ferramenta "Polígono" → "Polígono Regular" e construa um triângulo equilátero selecionando dois pontos do Eixo x na Janela de Visualização 2D, ilustrado na Figura 13;

Figura 13 – Construindo um triângulo equilátero no GeoGebra

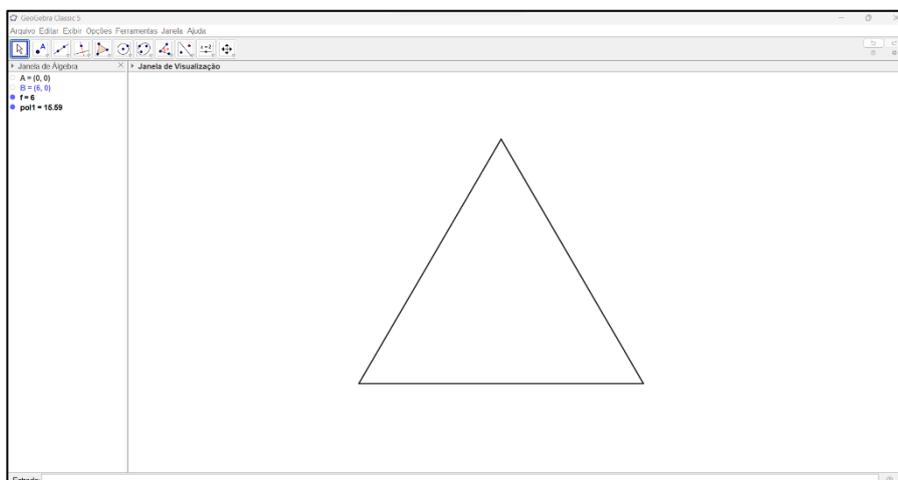


Fonte: A Autora

2. Oculte os eixos, a malha e todos os pontos da Janela de Visualização 2D do GeoGebra, procedimento análogo aos passos 5 e 6 da construção 1.2.1;

3. Centralize o triângulo na Janela de Visualização 2D e altere a coloração pré-definida da planificação para a cor preta, movendo o cursor da Transparência para 0, de modo análogo aos passos 6 e 7 da construção 1.2.1. O resultado é ilustrado na Figura 14. Finalize exportando a figura em formato .svg;

Figura 14 – Triângulo equilátero exportado do GeoGebra



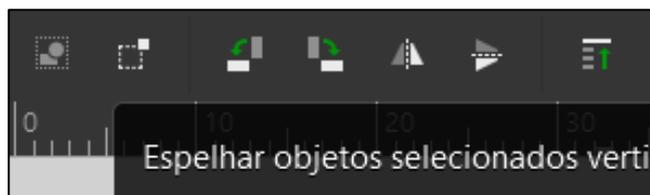
Fonte: A Autora

4. Para inserir as abas de colagem, abra o Inkscape. Localize o arquivo salvo no item anterior na aba "Arquivo" → "Abrir";

5. Exiba as linhas de grade na aba "Visualizar" → "Grade da Página";

6. Copie o triângulo equilátero com o atalho "Ctrl+C" e rotacione com as ferramentas exibidas na Figura 15;

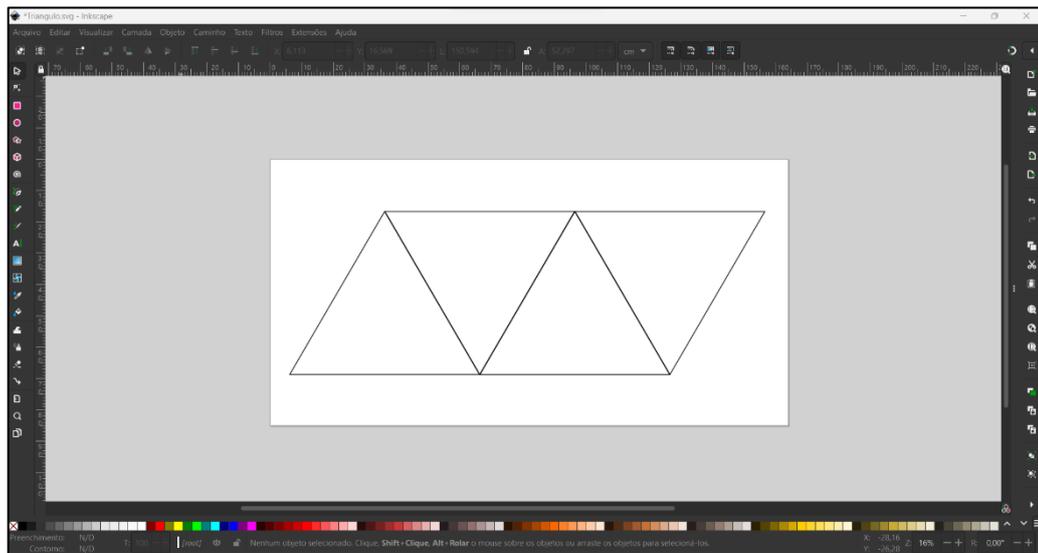
Figura 15 – Ferramentas de rotacionar objeto no Inkscape



Fonte: A Autora

7. Posicione um dos lados no novo triângulo sobre o lado do polígono regular inicial. Repita esse procedimento duas vezes, ajustando os triângulos de modo que a sobreposição dos lados fique imperceptível. Para isso, você poderá utilizar as setas do teclado. Em seguida, selecione os quatro triângulos e agrupe-os com o botão direito do mouse, procedimento ilustrado na Figura 16 a seguir:

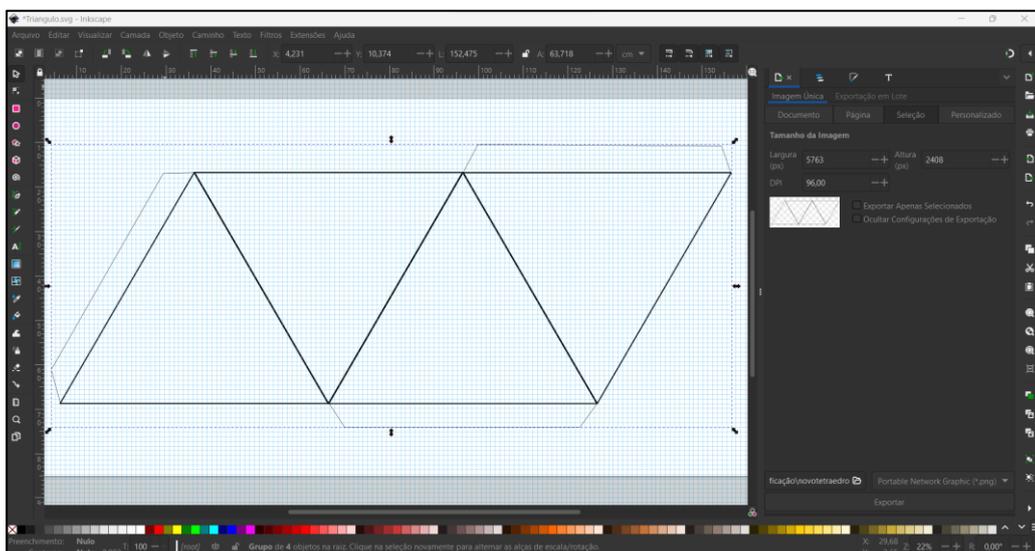
Figura 16 – Uma nova planificação de um Tetraedro



Fonte: A Autora

8. No canto inferior esquerdo da página, clique com o botão direito na palavra "N/D" ao lado do termo "Contorno" e selecione a opção "Preto", como ilustra a Figura 10;
9. Com a ferramenta "Caneta Bézier", desenhe três abas de colagem na planificação, utilizando as linhas de grade como apoio para a construção. Caso o editor preencha o caminho com a cor preta, clique com o botão direito no canto inferior esquerdo, ao lado do termo "Preenchimento", e selecione a opção "Remover preenchimento" (a espessura da linha pode ser alterada nas propriedades de contorno);
10. A Figura 17 exibe a planificação com as abas de colagem finalizada:

Figura 17 – Segunda Planificação do Tetraedro Finalizada



Fonte: A Autora

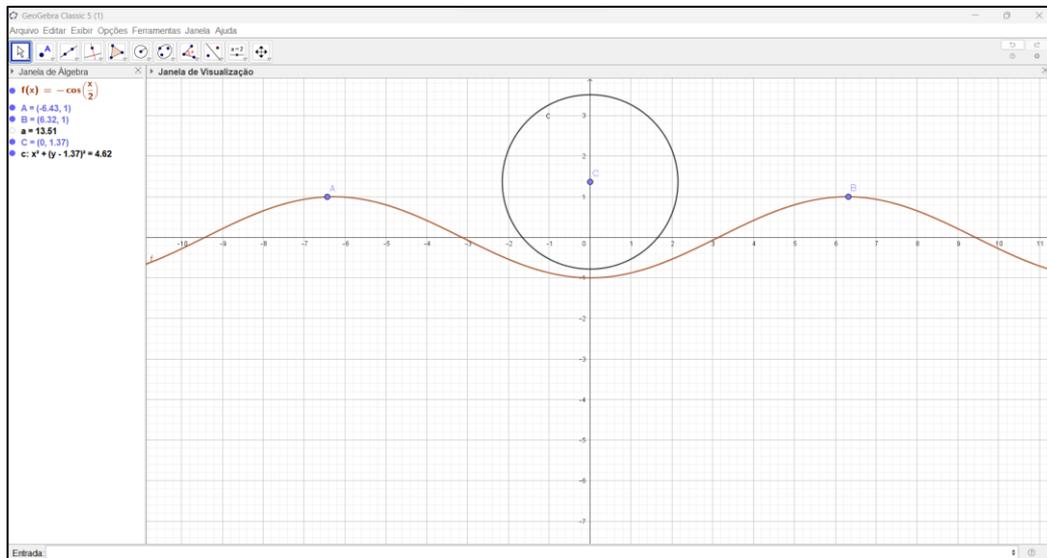
11. Selecione todos os elementos da figura (planificação e abas de colagem) arrastando o cursor do início ao final da folha na tela do software e, com o botão direito do mouse, clique em "Agrupar";
12. Para exportar a figura finalizada, clique na aba "Arquivo" → "Exportar" ou utilize o atalho Ctrl+P. O software exibirá uma janela no lado direito da tela com as opções de exportação, e o leitor poderá seguir os passos do item 15 da construção 4.2.1 para obter a figura exportada.

### 1.3 Construção da Planificação de um Cilindro Oblíquo

A construção da planificação de um cilindro oblíquo apresentada neste trabalho fez uso de diversas ferramentas o GeoGebra. Foi necessário refletir em uma construção que fosse simples de ser executada no software e cujo resultado do corte e colagem fosse satisfatório, tendo em vista que não há uma ferramenta nativa nesse software para a planificação de um cilindro. Para a sua execução, faremos uso da função Cosseno de um ângulo e das ferramentas de paralelismo do GeoGebra, finalizando a edição da planificação no Inkscape.

1. No campo "Entrada" do Geogebra, digite  $f(x) = -\cos(x/2)$  e aperte Enter;
2. Selecione dois pontos de máximo consecutivos da função  $f$ , nomeando-os por A e B. O motivo dessa escolha garante que a planificação feche adequadamente ao ser montada;
3. Digite no campo de Entrada  $\text{Comprimento}(f, A, B)$  e aperte Enter. Esse comprimento será o mesmo do círculo, base do cilindro oblíquo que estamos construindo;
4. Com a ferramenta "Círculo", selecione a opção "Círculo: Centro & Raio". Marque um ponto C no eixo Y e digite o raio  $a/(2\pi)$ . A Figura 18 ilustra os passos 1 a 4 dessa construção;

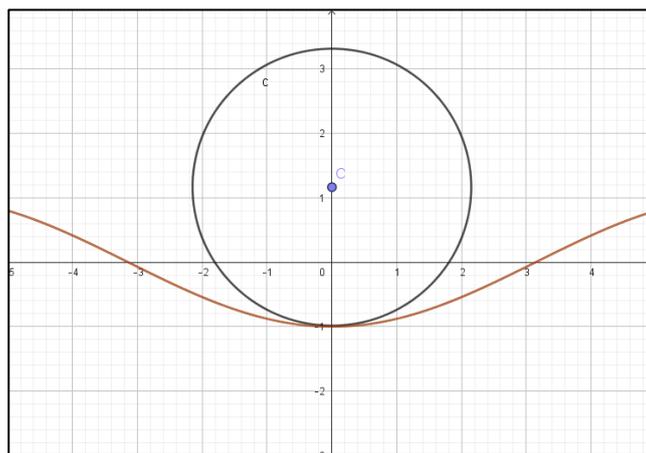
Figura 18 – Gráfico de  $f$  e primeira base da planificação do cilindro oblíquo



Fonte: A Autora

5. Mova o centro C do círculo construído no passo anterior no eixo Y até que ocorra uma única interseção entre essa curva e a função  $f$ , como ilustra a Figura 19;

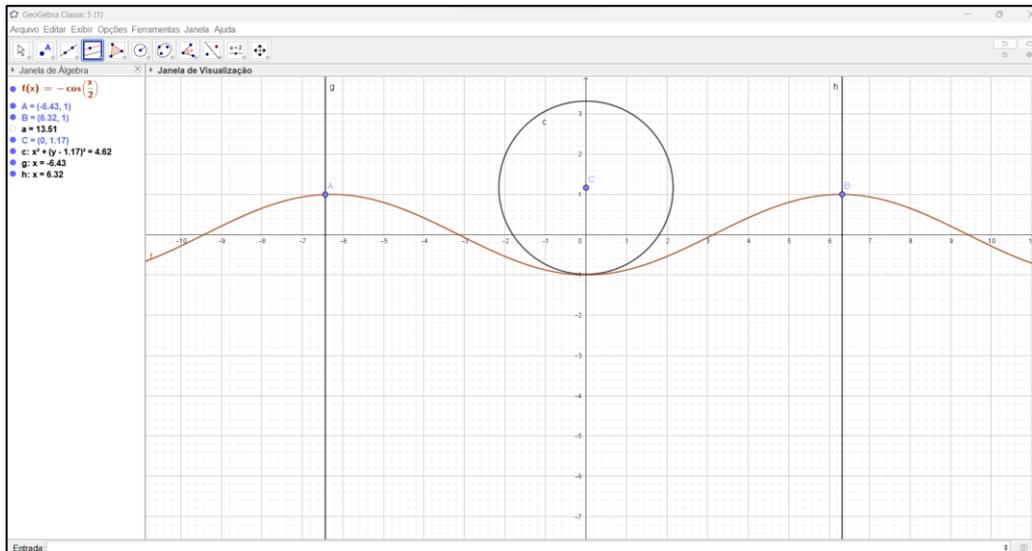
Figura 19 – Interseção da primeira base com o gráfico de  $f$



Fonte: A Autora

6. Construa duas retas paralelas ao eixo Y, passando pelos pontos A e B. Para isso, utilize a ferramenta "Reta Paralela", clicando no Ponto A seguido do eixo Y e procedendo do mesmo modo para a reta paralela a esse eixo passando por B. O resultado é ilustrado na Figura 20;

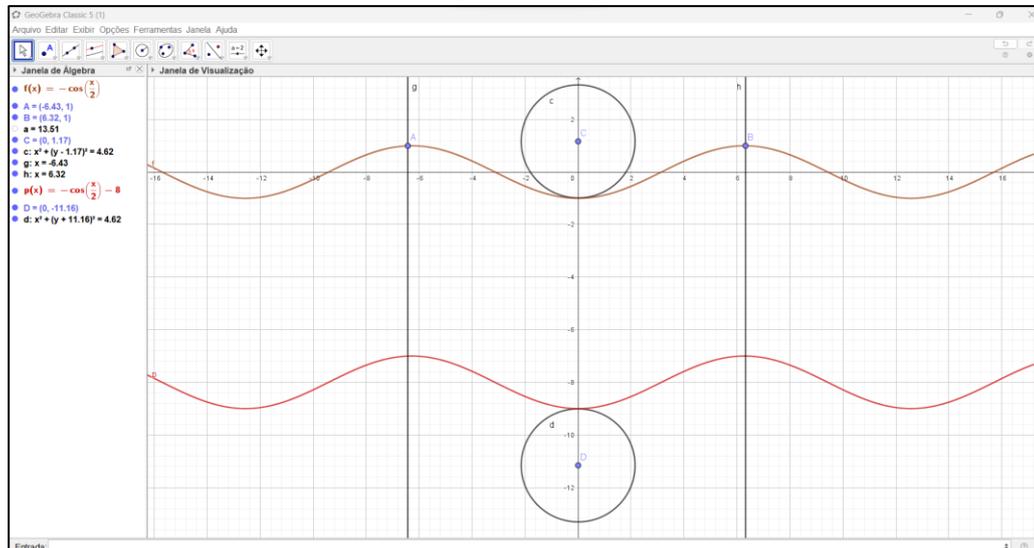
Figura 20 – Retas paralelas ao eixo Y passando pelos pontos A e B



Fonte: A Autora

7. No campo "Entrada" do Geogebra, digite  $p(x) = -\cos(x/2) - 8$  e aperte Enter;
8. Com a ferramenta "Círculo", selecione a opção "Círculo: Centro & Raio". Marque um novo ponto D no eixo Y e digite o raio  $a/(2\pi)$ . Em seguida, mova o centro D do círculo construído pelo eixo Y até que ocorra uma única interseção entre essa curva e a função p. A Figura 21 ilustra os passos 7 e 8 dessa construção;

Figura 21 – Segunda base da planificação do cilindro oblíquo

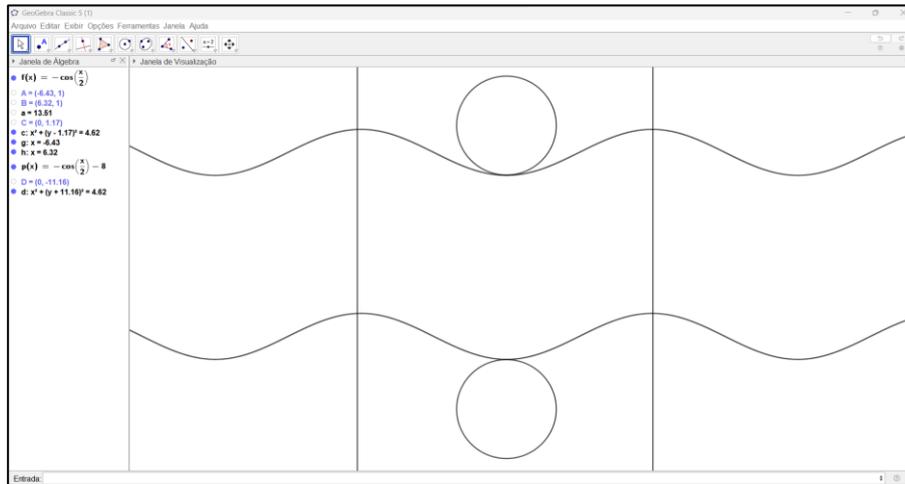


Fonte: A Autora

9. Oculte os eixos, rótulos, a malha e todos os pontos da Janela de Visualização 2D do GeoGebra, procedimento análogo aos passos 5 e 6 da construção 4.2.1;

10. altere a coloração pré-definida dos gráficos e das retas para a cor preta, movendo o cursor da Transparência para 0, de modo análogo aos passos 6 e 7 da construção 4.2.1. Centralize os círculos como ilustrado na Figura 22. Finalize exportando a figura em formato .svg;

Figura 22 – Figura base da planificação do cilindro oblíquo a ser exportada do GeoGebra



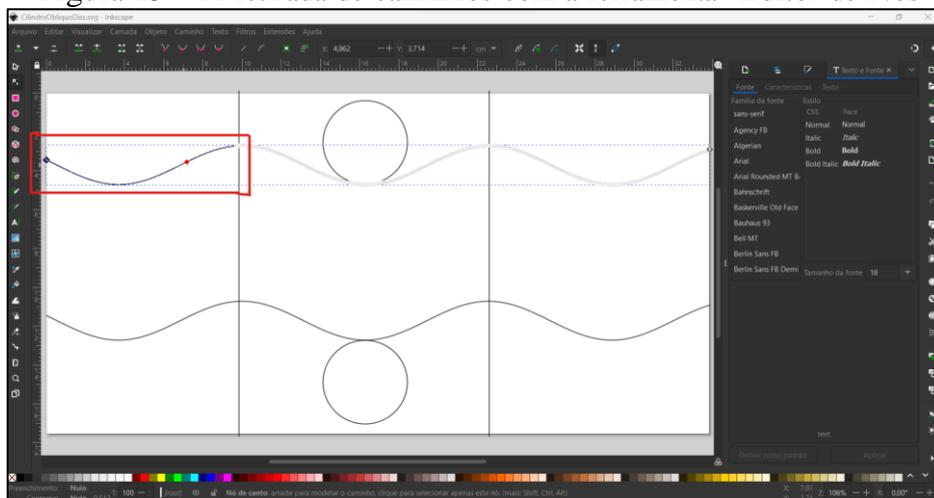
Fonte: A Autora

11. Para prosseguir com a edição e inserir as abas de colagem, abra o Inkscape. Localize o arquivo salvo no item anterior na aba "Arquivo" → "Abrir";

12. Se preferir, exiba as linhas de grade na aba "Visualizar" → "Grade da Página";

13. Com a ferramenta "Editor de Nós", clique nas curvas provenientes dos gráficos dos passos 1 e 7 e selecione a parte em excesso da figura, arrastando o mouse sobre os nós exibidos. Clique no botão "Delete" do teclado para apagar os caminhos que não fazem parte da planificação. A Figura 23 ilustra o procedimento desse item;

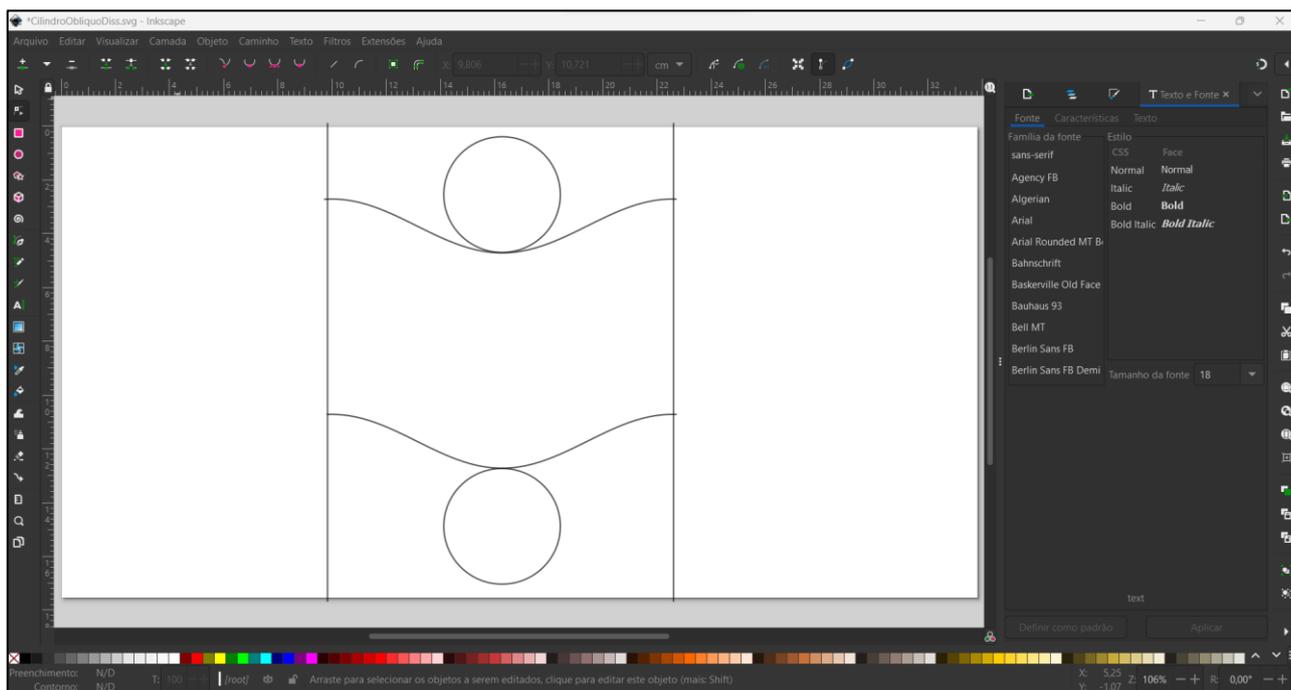
Figura 23 – A retirada de caminhos com a ferramenta "Editor de Nós"



Fonte: A Autora

14. Após retirar todas as partes excedentes da figura segundo o passo 13, o resultado será semelhante ao exibido na Figura 24;

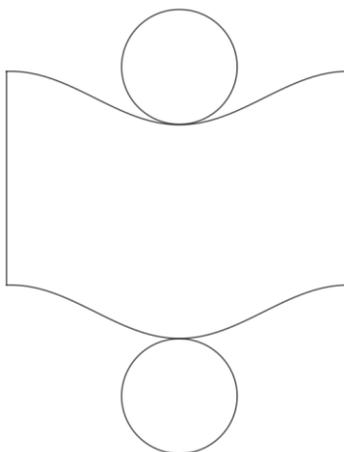
Figura 24 – Finalização da planificação do cilindro oblíquo no Inkscape



Fonte: A Autora

15. Com a ferramenta "Editor de Nós", clique em um dos segmentos da figura e, com o botão "ctrl" pressionado, mova cada extremo do segmento até coincidir com as curvas editadas no item 14. Proceda de modo análogo com o segundo segmento, finalizando a área lateral da planificação do cilindro oblíquo. A Figura 25 ilustra esse procedimento;

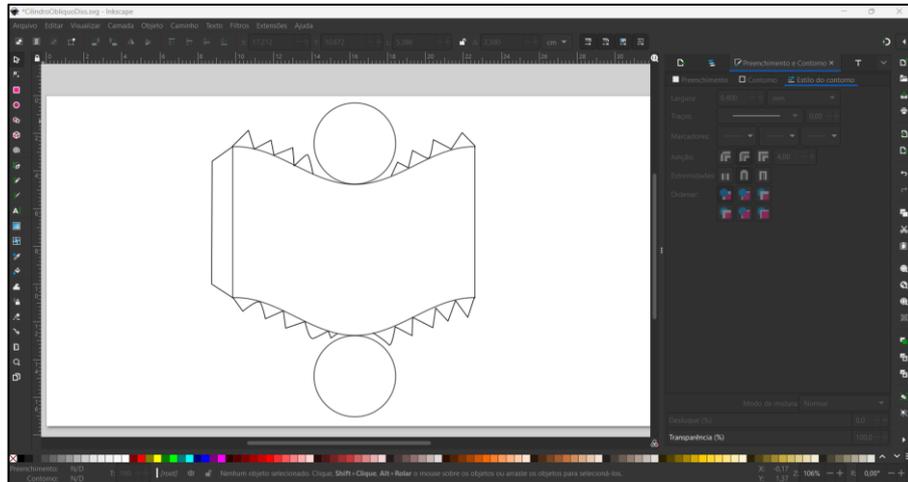
Figura 25 – Planificação do cilindro oblíquo no Inkscape



Fonte: A Autora

16. Para finalizar a planificação, adicione as abas de colagem em formato triangular (isso permite que o corte e colagem na construção física do cilindro oblíquo ocorra de modo mais "suave", por se tratar de um corpo redondo). Com a ferramenta "Caneta Bézier", construa as abas como ilustra a Figura 26;

Figura 26 – Abas de colagem do cilindro oblíquo



Fonte: A Autora

17. Para exportar a figura finalizada, clique na aba "Arquivo" → "Exportar" ou utilize o atalho  $\text{Ctrl}+\text{P}$ . O software exibirá uma janela no lado direito da tela com as opções de exportação, e o leitor poderá seguir os passos do item 15 da construção 4.2.1 para obter a figura exportada.

Ressaltamos que a possibilidade de mover os círculos da planificação foi mantido para possibilitar que o leitor altere o comprimento das bases, assim como o argumento da função  $f$  e realize os ajustes da planificação, se for necessário. Observe que a função  $p$  nada mais é do que uma translação vertical de  $f$ , movida oito unidades para baixo. Além disso, o comprimento dos círculos que formam as bases deve ser o mesmo da curva  $AB$ , calculado e exibido na janela de visualização 2D do GeoGebra por meio do comando  $\text{Comprimento}(f, A, B)$ . Essa observação permitiu que a construção da planificação fosse simplificada, culminando na construção da Figura 26.

Os princípios aqui descritos foram utilizados para a construção das planificações apresentadas no Apêndice desse trabalho. Esperamos que as ferramentas indicadas nas seções deste capítulo colaborem para a melhoria do ensino de Geometria por professores de matemática no Brasil.

## 2. PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA A SALA DE AULA

Por meio dos aspectos teóricos explicitados nos capítulos anteriores, desenvolvemos a proposta didática para o ensino de Geometria Espacial, em particular, na temática Planificações, composta por cinco Atividades que buscam desenvolver a concepção do ato de planificar. Além disso, descrevemos uma possível solução para cada problema.

A primeira Atividade pode ser realizada em uma aula de cinquenta a sessenta minutos e possui o objetivo de identificar conhecimentos prévios dos estudantes a respeito de objetos tridimensionais cotidianos.

O segundo encontro pode ser realizado com a mesma duração da Atividade 1, e consiste em um questionário escrito a respeito do ato de planificar. Nessa Atividade, o aluno é convidado a escrever e desenhar sobre a temática.

O terceiro encontro deverá ser desenvolvido em um período de 100 a 120 minutos, no mínimo. Na Atividade 3, os estudantes deverão utilizar caixas de pasta de dente ou remédios para identificar possíveis planificações desses objetos e tirar algumas conclusões a respeito de suas superfícies.

Finalmente, o último encontro poderá ser feito em uma aula de cinquenta a sessenta minutos, revelando o processo de construir um cubo por meio de diferentes modelos de planificação os onze modelos poderão ser vistos no Capítulo PLANIFICAÇÕES).

Convém ressaltar que as duas últimas Atividades mostram os dois passos: objeto → planificação e planificação → objeto. A Tabela 4 resume os objetivos das quatro atividades:

Tabela 4 – Atividades e Objetivos de Visualização

Atividade	Objetivo
1	Identificar objetos tridimensionais no ambiente escolar
2	1) Identificar saberes prévios sobre planificação 2) Desenhar um objeto e sua planificação 3) Desenhar uma pirâmide a partir de sua planificação
3	1) Desconstruir uma caixa e obter sua planificação 2) Calcular a área de sua superfície
4	1) Identificar faces opostas do cubo a partir de suas planificações 2) Construir o cubo partindo de sua planificação

Fonte: A Autora

Ressaltamos que o objetivo da proposta didática é introduzir a unidade temática Geometria Espacial, tendo em vista que sua extensão percorre, muitas vezes, meses de planejamento e aplicação. Além disso, pretendemos identificar eventuais dificuldades na visualização de objetos planos e tridimensionais, bem

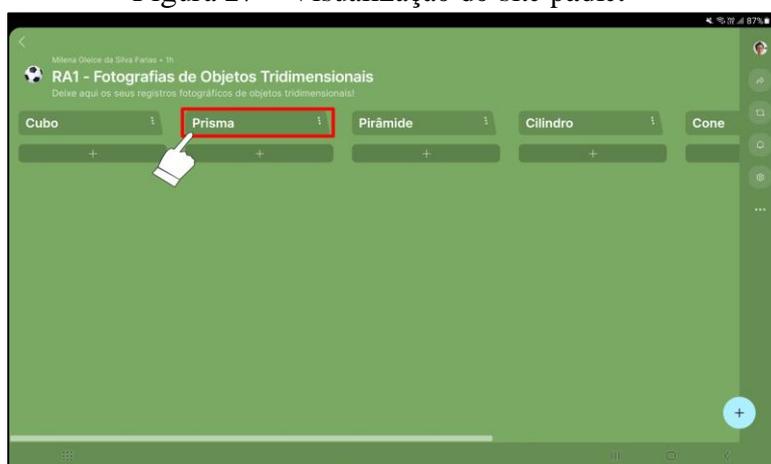
como desenvolver a relação básica entre a superfície de um cubo e sua planificação, por exemplo. A seguir, vamos descrever cada Atividade e uma proposta de resolução.

**Atividade 1.** Faça uma busca por objetos tridimensionais na escola e registre esses objetos por meio de fotografias. Em seguida, compartilhe as suas fotos em um mural padlet<sup>1</sup> disponibilizado pela professora.

**Resolução da Atividade 1.** O aluno irá percorrer o ambiente da escola e fotografar objetos conforme a Atividade solicitada. Seu próximo passo será acessar o site do mural padlet por meio de QR Code.

Após o acesso, seu próximo passo será enviar as fotos que registrou no mural padlet. Para isso, deverá abrir a câmera do seu celular e mirar no QR Code disponibilizado na atividade. Em seguida, deverá clicar na aba + e iniciar o upload da imagem (ver Figura 27).

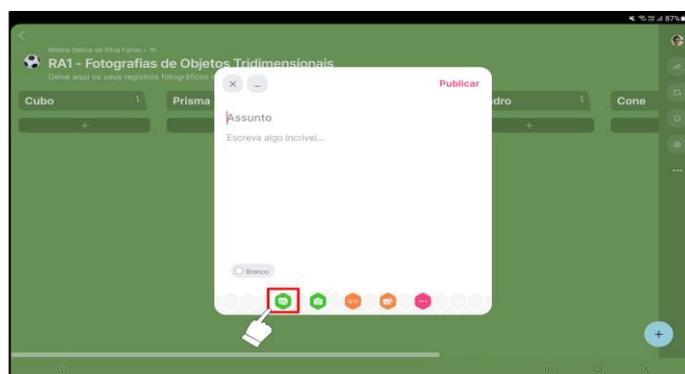
Figura 27 – Visualização do site padlet



Fonte: A Autora

Posteriormente, o aluno será redirecionado para uma aba em que poderá escolher como realizar a sua postagem. Para tal Atividade, o estudante deverá selecionar o ícone de foto (ver Figura 28).

Figura 28 – Selecionando a mídia na aba do padlet

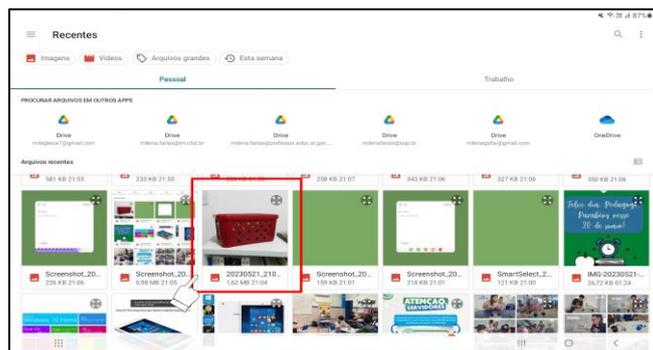


Fonte: A Autora

<sup>1</sup> Site interativo em que é possível criar murais de imagens, links e textos compartilhados e com diversos colaboradores instantâneos.

O aluno deverá selecionar a fotografia correspondente à coluna do mural selecionada. Neste caso, vamos enviar a imagem de uma caixa a partir da biblioteca do celular exemplificado (ver Figura 29).

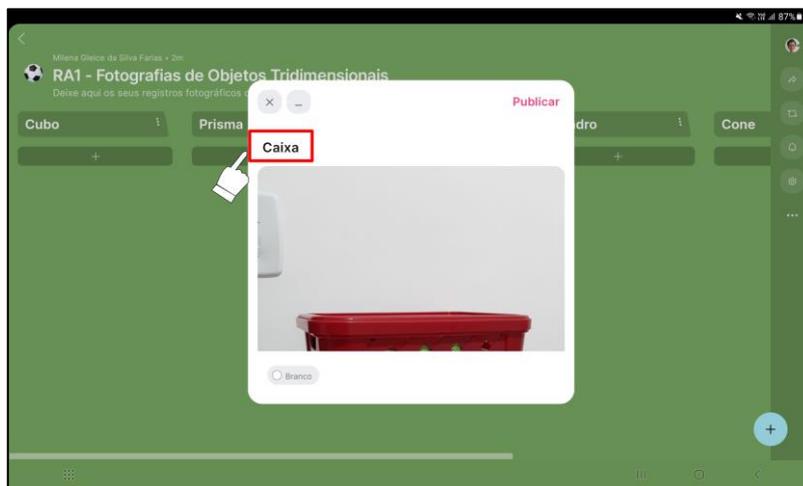
Figura 29 – Selecionando uma fotografia na biblioteca do celular



Fonte: A Autora

Ao selecionar a imagem, o estudante irá observar que a mídia será carregada na aba que está aberta. Após a conclusão do envio, o aluno poderá inserir um título e comentários em sua postagem (ver Figura 30).

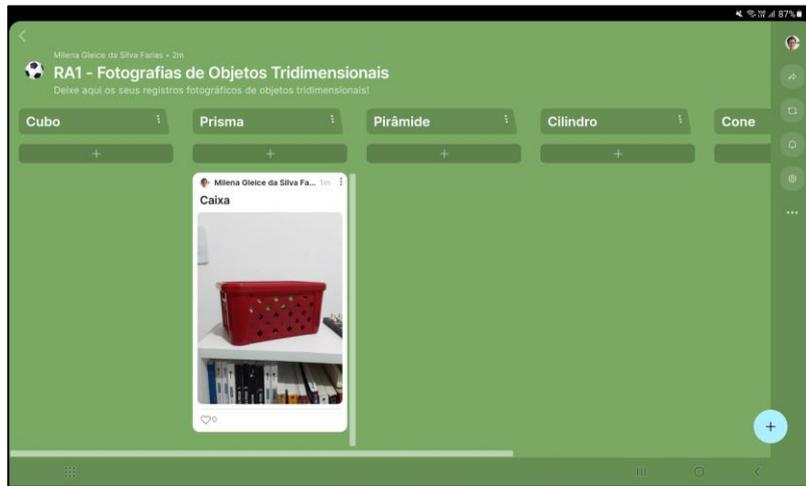
Figura 30 – Inserindo título na Postagem do Padlet



Fonte: A Autora

A partir daí, o aluno deverá realizar o mesmo procedimento descrito acima para enviar outras fotos tiradas durante a Atividade, selecionando a coluna adequada conforme sua observação. Vale ressaltar que as colunas eram, a saber: Cubo, Prisma, Pirâmide, Cilindro, Cone e Esfera (ver Figura 31)

Figura 31 – Postagem no Padlet concluída

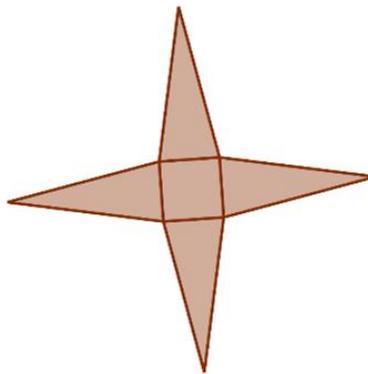


Fonte: A Autora

A Atividade a seguir tem como objetivo identificar o que os estudantes compreendem sobre planificação.

**Atividade 2.** Responda atentamente os itens a seguir.

- Na sua opinião, o que significa planificar um objeto?
- Se possível, desenhe um objeto qualquer e dê um exemplo de planificação desse objeto.
- Observe a planificação a seguir.

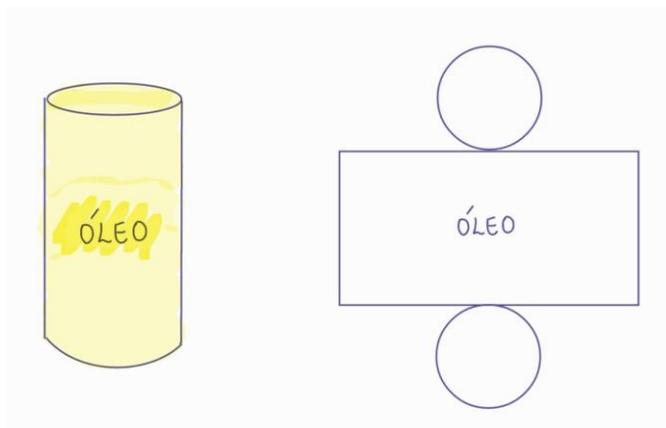


Qual é o objeto tridimensional que podemos montar com ele? Escreva o nome do objeto e desenhe.

**Resolução da Atividade 2.** As repostas a seguir são de caráter sugestivo.

- Planificar um objeto significa representar todos os elementos de sua superfície e um único plano, formando uma região limitada após esse processo.
- Um possível objeto neste item é uma lata de óleo e sua respectiva planificação (Figura 32):

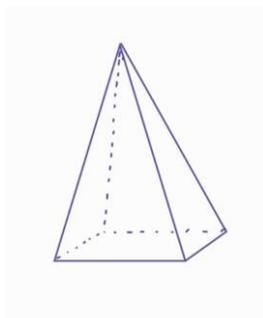
Figura 32 – Planificação de uma lata de óleo



Fonte: A Autora

c) Podemos montar uma pirâmide (Figura 33):

Figura 33 – Uma pirâmide



Fonte: A Autora

O objetivo da próxima Atividade é desenvolver habilidades de desconstrução dimensional do estudante, bem como exercitar o cálculo de áreas de figuras planas e de superfícies.

Materiais Necessários para a Atividade 3:

- Caixas de embalagens de produtos em formato de paralelepípedo (pasta de dente, aveia, etc), sendo uma para cada estudante;
- Tesouras;
- Caneta ou hidrocor;
- Régua de 30 cm;
- Esquadro;
- Papel A4.

Recomendamos que o professor também execute os três primeiros itens da Atividade com uma caixa e acompanhe cada etapa para facilitar a execução da tarefa pelo estudante.

Duração da Atividade: 120 minutos

**Atividade 3.** Instruções:

- a) Com o auxílio de uma tesoura, abra a caixa separando as abas coladas.
- b) Corte todas as abas de colagem.
- c) Com uma régua e uma caneta, trace as linhas que indicam as dobras da caixa. Sua caixa ficará assim:



- d) Quais formas geométricas você pode identificar? Quais as medidas de suas dimensões?
- e) Calcule a área de cada uma dessas Figuras. Se for necessário, faça uma aproximação dessa área.
- f) Calcule a área total da planificação.

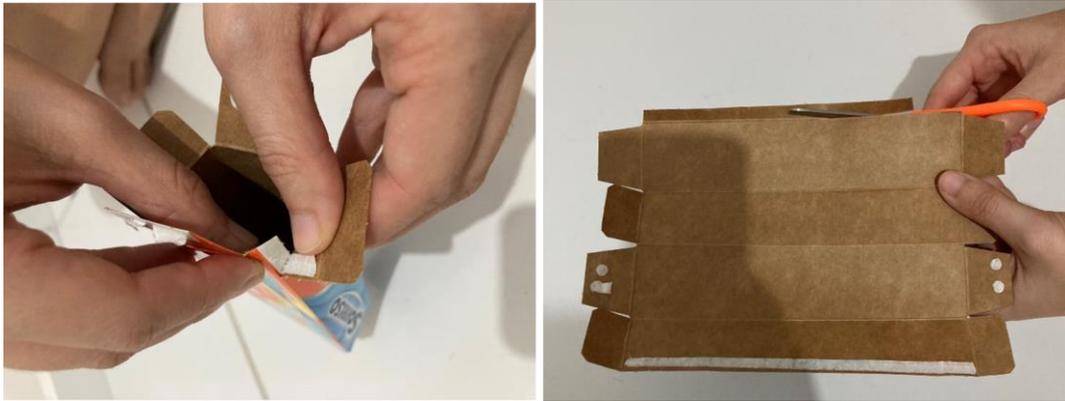
Observação: o leitor perceberá que há faces a mais na caixa planificada. Essa discussão será evidenciada no item j) desta atividade.

- g) Observe novamente a sua planificação e reflita: existem formas geométricas com mesma área? Se sim, identifique as formas de mesma área com números.
- h) Se possível, calcule a área total da planificação usando o item anterior.
- i) Cole uma das faces no papel A4. Aguarde alguns minutos e, em seguida, feche novamente a planificação. Qual sólido geométrico assemelha-se a esta caixa?
- j) Observe novamente a sua caixa. Existem faces em excesso? Se sim, retire essas faces para obter uma representação mais próxima da planificação da caixa. Após retirar todas as abas em excesso, qual a área total da planificação? Ela é mais próxima do sólido geométrico que você respondeu no item i)?

**Resolução da Atividade 3.**

- a) e b) Com uma tesoura, o estudante deverá abrir a caixa. Recortam-se as abas de colagem, como exibido na Figura 34 abaixo:

Figura 34 – Passo a) e b) da Atividade 3



Fonte: A Autora

c) Acendemos as marcações de dobras da embalagem:

Figura 35 – Passo c) da Atividade 3

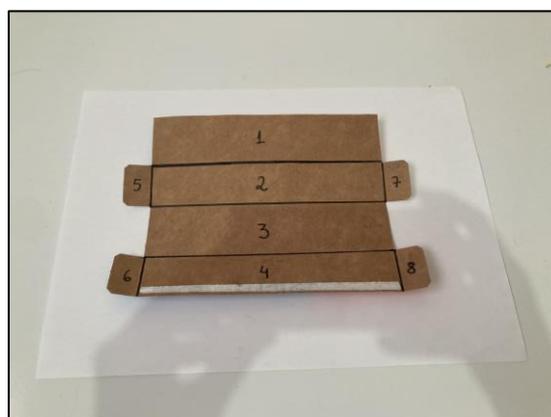


Fonte: A Autora

d) Na caixa planificada, podemos identificar que os ângulos internos de cada quadrilátero medem  $90^\circ$ , o que nos permite concluir que se tratam de retângulos. Além disso, temos dois retângulos medidos  $16,5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ , dois retângulos de dimensões  $16,8 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ , e quatro Figuras que se assemelham a retângulos (mas com cortes em dois desses "vértices") com medidas  $3 \text{ cm} \times 1,7 \text{ cm}$ .

e) Vamos numerar cada uma das Figuras da caixa planificada, como exibido na Figura 36:

Figura 36 – identificação das Figuras da caixa planificada



Fonte: A Autora

Passemos a calcular as áreas das oito regiões numeradas:

- Retângulo 1:  $A_1 = 16,5 \text{ cm} \times 3,8 \text{ cm} = 62,7 \text{ cm}^2$

- Retângulo 2:  $A_2 = 16,5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 49,5 \text{ cm}^2$

- Retângulo 3:  $A_3 = 16,5 \text{ cm} \times 3,8 \text{ cm} = 62,7 \text{ cm}^2$

- Retângulo 4:  $A_4 = 16,5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 49,5 \text{ cm}^2$

- Regiões 5, 6, 7 e 8: Vamos aproximar a área dessas regiões por um retângulo de dimensões  $3 \text{ cm} \times 1,7 \text{ cm}$ :

$$A_5 = 3 \text{ cm} \times 1,77 \text{ cm} = 5,1 \text{ cm}^2$$

f) A Área Total ( $A_t$ ) da planificação é a soma das áreas das regiões 1 a 8. Temos:

$$\begin{aligned} A_t &= \sum_{n=1}^8 A_n \\ &= A_1 + A_2 + \dots + A_8 \\ &= (62,7 + 49,5 + 62,7 + 49,5 + 5,1 + 5,1 + 5,1 + 5,1) \text{ cm}^2 \\ &= 244,8 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

g) Segundo o item d), as regiões 1 e 3, 2 e 4 e as quatro últimas regiões são congruentes, com áreas medindo  $62,7 \text{ cm}^2$ ,  $49,5 \text{ cm}^2$  e  $5,1 \text{ cm}^2$ , respectivamente.

h) Vamos calcular a área total novamente, agora agrupando as regiões de mesma área. Note que

$$\begin{aligned} A_t &= 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 4 \cdot A_5 \\ &= 2 \cdot 62,7 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 49,5 \text{ cm}^2 + 4 \\ &\quad \cdot 5,1 \text{ cm}^2 \\ &= 244,8 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Observamos que a caixa assemelha-se a um paralelepípedo.

a) Ao retirar as figuras 7 e 8, obtemos uma planificação mais fiel ao paralelepípedo. Vamos calcular a nova área total:

$$\begin{aligned} A_t &= 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_5 \\ &= 2 \cdot 62,7 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 49,5 \text{ cm}^2 + 2 \\ &\quad \cdot 5,1 \text{ cm}^2 \\ &= 234,6 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

A Atividade 4 tem como objetivo planificar o cubo com modelos menos tradicionais, expandindo os conhecimentos a respeito dos diversos tipos de planificações do cubo existentes. O professor poderá executá-la em grupo, se for conveniente. Além disso, podem ser feitas Atividades análogas para planificações de outros poliedros e corpos redondos.

Materiais necessários para a Atividade:

- Planificações do cubo em papel A4 (ver modelos em 8);
- Tesouras;
- Régua;
- Cartolina guache ou carmem em tamanho A4 (o professor poderá dividir uma cartolina em quatro partes com o auxílio de uma régua).

Observação: as cartolinas guache e carmem diferem em suas gramaturas. Recomendamos a cartolina guache por ser mais difícil de amassar; todavia, o resultado com cartolina carmem também atende ao objetivo da atividade.

Duração da Atividade: 120 minutos

O professor deverá entregar para cada aluno uma planificação em papel cartão, tesoura, fita e uma cartolina em tamanho A4.

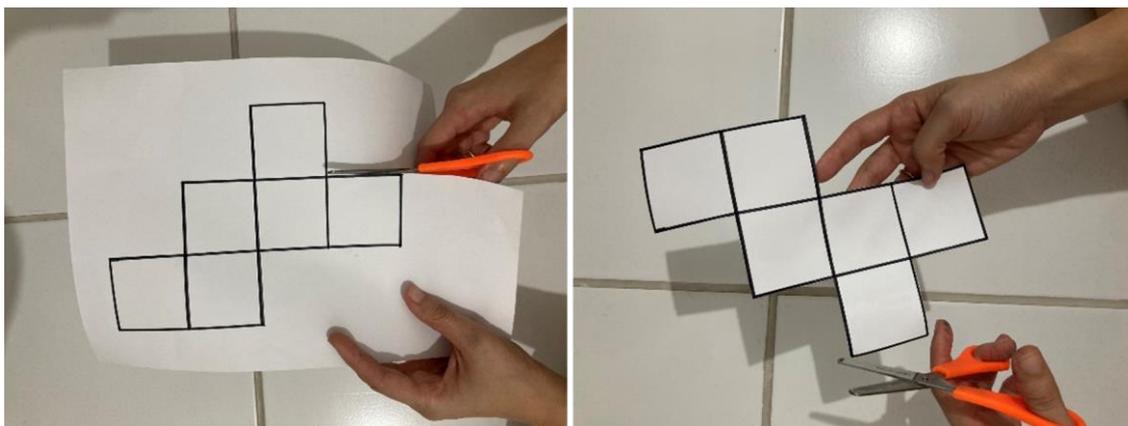
#### **Atividade 4.**

- a) Corte a planificação entregue com uma tesoura.
- b) Efetue as dobras de cada segmento, sem colar.
- c) Pintar as faces opostas da sua planificação.
- d) Feche a planificação, formando um cubo. Ao fechá-lo, as faces opostas têm a mesma cor?
- e) Escolha uma das faces e cole-a na cartolina.
- f) Observe a sua planificação e a dos seus colegas. O sólido geométrico gerado é o mesmo? O que você pode concluir?
- g) Qual figura geométrica de duas dimensões ocorre na planificação? Quantas vezes essa figura aparece?
- h) Com uma régua, meça o lado de uma dessas figuras. Qual medida você encontrou?
- i) Qual a área desta figura? Registre em seu caderno.
- j) Qual a área total da sua planificação? Compare a sua resposta com a dos seus colegas.

Resolução da Atividade 4.

a) Com uma tesoura, cortamos a planificação (ver Figura 37).

Figura 37 – Passo a) da Atividade 4



Fonte: A Autora

b) e c) Dobramos cada segmento da planificação e fechamos conforme as dobras, formando um cubo (ver Figura 38).

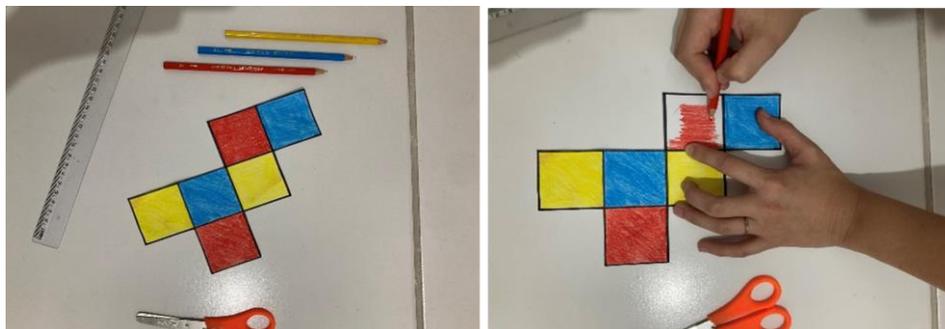
Figura 38 – Passos b) e c) da Atividade 4



Fonte: A Autora

d) Pintamos as faces opostas com o auxílio do item anterior (ver Figura 39).

Figura 39 – Passo d) da Atividade 4



Fonte: A Autora

e) Colamos uma da face na cartolina, centralizando a planificação o máximo possível (ver Figura 40).

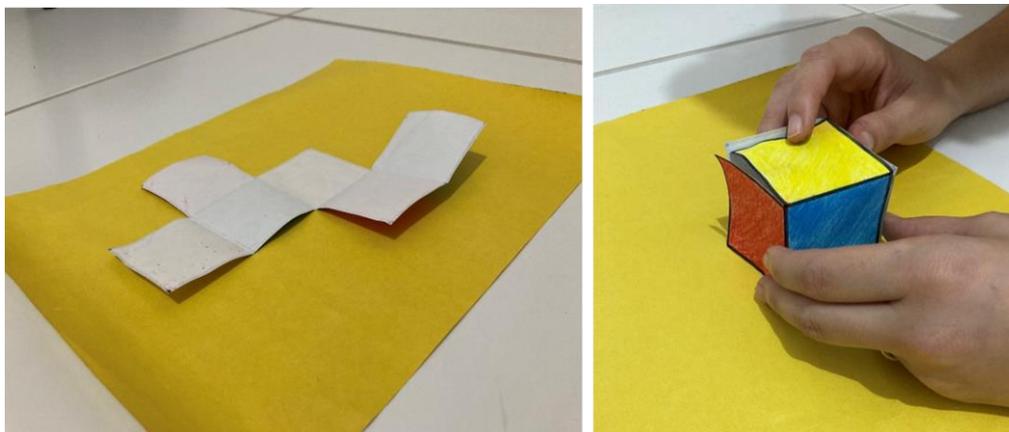
Figura 40 – Passo e) da Atividade 4



Fonte: A Autora

f) Ao observar o sólido montado, percebemos que todas as planificações resultam no mesmo sólido: o cubo. A Figura 41 exibe a construção final.

Figura 41 – Passo f) da Atividade 4



Fonte: A Autora

- g) A Figura geométrica quadrado aparece seis vezes na planificação.
- h) Um quadrado desta planificação mede 5 cm de lado.
- i) A área do quadrado é dada por meio do quadrado da medida de seu lado. Assim,

$$A_{\text{Quadrado}} = (5\text{cm})^2 = 25\text{cm}^2.$$

- j) A área total da planificação é obtida multiplicando a área calculada no item i) por seis. Com efeito,

$$A_{\text{Total}} = 6 \times A_{\text{Quadrado}} = 150\text{cm}^2.$$

As Atividades acima são sugestões e não limitam o tema da pesquisa. Podem ser feitas Atividades análogas para o estudo da superfície de cilindros e cones, por exemplo.

### 3. UM CASO DE SUCESSO

A proposta didática foi aplicada na Escola Estadual Dra. Eunice de Lemos Campos, em Maceió, no mês de maio do ano de 2023. Participaram da aplicação alunos de uma turma da terceira série do Ensino Médio, identificada por sua composição diversificada no que se refere à aprendizagem dos estudantes. A turma continha alunos com diferentes níveis de compreensão em conceitos geométricos, segundo a observação da autora. Para uso da imagem e das respostas desenvolvidas pelos alunos, foi solicitada Autorização aos pais dos estudantes por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que pode ser encontrado no apêndice deste trabalho.

As Atividades foram analisadas por meio das aplicações, das aulas expositivas, dos comentários e dúvidas que surgiram durante o processo. A turma é formada por trinta e três alunos que compareceram em pelo menos uma das Atividades. Para preservar a identidade dos estudantes, identificaremos os respondentes por códigos (A1, A2, A3 etc.).

#### 6.1 Atividade 1

A Atividade 1 buscava retirar o estudante da sala de aula para que ele pudesse localizar objetos tridimensionais no ambiente escolar. Apresentamos a seguir as imagens fixadas no mural padlet construído.

A Figura 42 mostra que os estudantes deste grupo apresentaram a habilidade de identificar objetos com o formato de um cubo, apesar de sinalizarem algumas imagens mais próximas a um quadrado.

Figura 42 – Imagens de cubos segundo o mural padlet dos estudantes



Fonte: A Autora

A Figura 43 ilustra algumas fotografias em que os alunos identificaram objetos semelhantes a um prisma e a uma pirâmide.

Figura 43 – Imagens de prismas e pirâmides segundo o mural padlet dos estudantes



Fonte: A Autora

Assim como no caso do cubo, as imagens b) e c) da Figura 45 apresentam que os estudantes identificaram como tridimensionais objetos mais próximos de itens planos. Finalmente, a Figura 44 ilustra fotografias associadas a corpos redondos.

Figura 44 – Imagens de corpos redondos segundo o mural padlet dos estudantes



Fonte: A Autora

Note que o item b) indica um objeto que nos recorda o tronco de um cone e o item d) sinaliza um círculo, que foi associado a uma esfera.

Esta Atividade mostrou-se mais interativa e transcorreu com poucas dificuldades.

## 6.2 Atividade 2

A Atividade 2 consistia na aplicação de um questionário com algumas perguntas sobre planificação. A tabela 5 mostra os resultados da primeira pergunta do questionário:

Tabela 5 – Respostas da Pergunta 1 (Atividade 2)

Código do Aluno	P1. Na sua opinião, o que significa planificar um objeto?
A1	Base para formar figura geométrica
A2	Desmontá-lo e deixá-lo reto sobre a planície

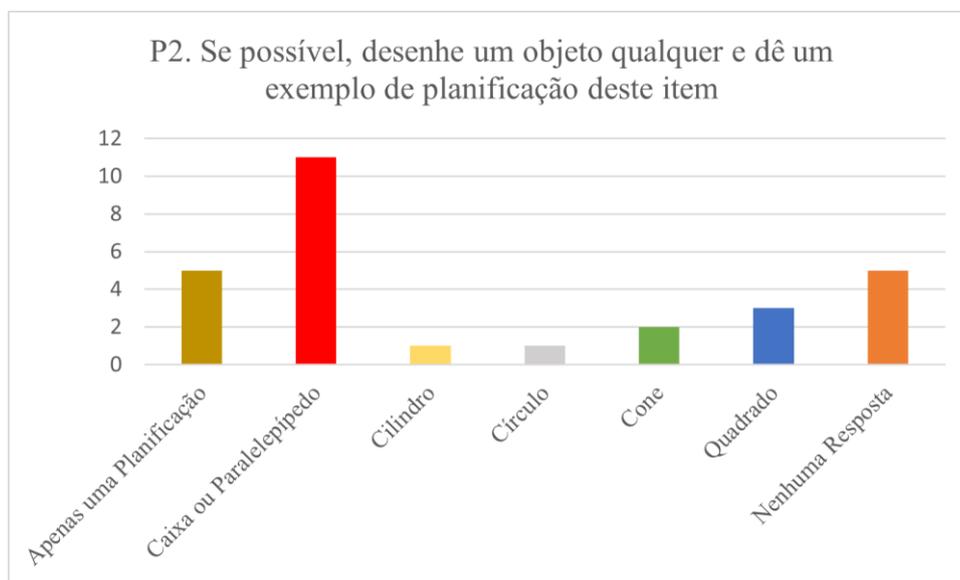
A3	É a forma base para ter as formas geométricas
A4	Cortar de uma forma com que possamos perceber o objeto em partes
A5	Na minha opinião significa ter que abrir uma caixa para poder aproveitar ela para fazer algumas outras coisas, tipo usar ela para criar um objeto ou remodelar
A6	Planificar um objeto é o decompor em uma superfície, ou seja, tornar um objeto tridimensional em bidimensional sem perder sua essência
A7	Planificar é um objeto como cubo, triângulo, quadrado (mas só que ele aberto com todas as marcações de como fechar ele de novo. São objetos abertos.
A8	Planificar um objeto seria como desmontá-lo em várias partes, mas com pelo menos uma parte dele ligado a todos dependendo da forma dele. E olhando o mesmo de cima seria como um recorte de folha, por exemplo.
A9	Transformar um objeto em alguma coisa
A10	Não sei responder essa pergunta
A11	Na minha opinião planificar um objeto é pegar uma caixa de papelão e desmontar ela, tipo colocar em cima de uma mesa e planificar ela, deixar ela toda reta.
A12	Colocar um objeto em uma estrutura plana e abrir como se fosse um objeto de papel
A13	Na minha opinião é objetos sem curva, que forma uma esfera
A14	É quando eu abro um objeto deixando todas as suas partes abertas assim deixando ele plano
A15	É basicamente abrir um objeto de uma forma que ele fique esticado no chão.
A16	Alterar a sua forma, deixando todos os seus lados planos dando para enxergar todos em um ângulo só
A17	A planificação de um sólido geométrico é uma figura geométrica da forma pela superfície de sólido que possa ser uma planificação
A18	Refazer ou desmontar um objeto
A19	Na minha opinião planificar um objeto é deixá-lo reto no formato ou no lugar.
A20	Deixar o objeto sem o espaço vazio dentro dele

Fonte: A Autora

A respeito das respostas da pergunta 1, destacamos a resposta do aluno A6, ao afirmar que *Planificar um objeto é o decompor em uma superfície, ou seja, tornar um objeto tridimensional em bidimensional sem perder sua essência.*

A pergunta 2 solicitava que o estudante desenhasse um objeto qualquer e desse um exemplo de planificação desse item. A Figura 45 exibe o quantitativo de respostas relacionadas a cinco figuras e objetos clássicos identificados (paralelepípedo, cilindro, cone, quadrado e círculo) nas respostas apresentadas. Cinco alunos apresentaram apenas uma resposta de planificação (sem o desenho do objeto solicitado) e outros cinco estudantes não responderam esta pergunta.

Figura 45 – Respostas da pergunta 2 (Figura 2)

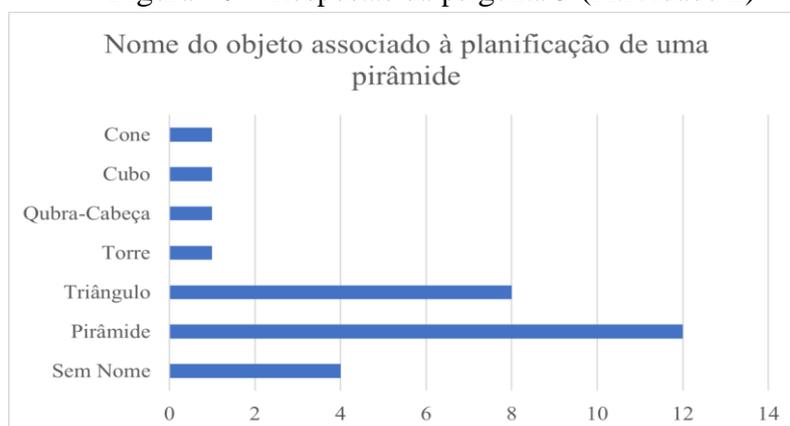


Fonte: A Autora

Ressaltamos que os estudantes respondentes dos termos "círculo" e "quadrado" (figuras planas) não apresentaram um objeto tridimensional em seus registros, tendo estas figuras como a única resposta ao item. Isso indica que as habilidades de visualização espacial desses alunos não estavam bem desenvolvidas a ponto de registrarem de modo satisfatório um objeto tridimensional.

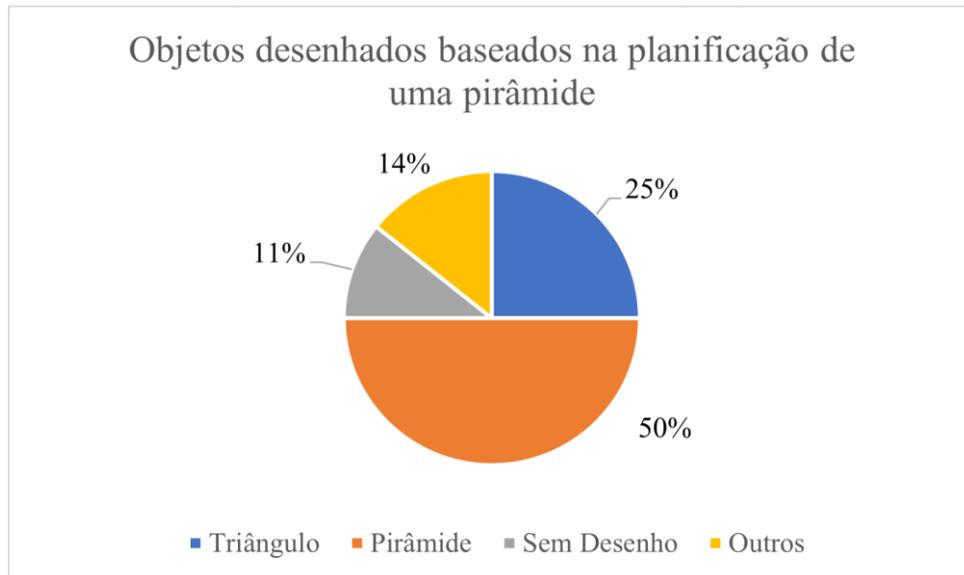
Com relação à última pergunta, observamos que a maioria dos estudantes identificou a planificação como uma pirâmide, mas oito dos trinta respondentes afirmaram se tratar de um triângulo, como exibido na Figura 46. Em termos percentuais, a Figura 47 apresenta os dados obtidos.

Figura 46 – Respostas da pergunta 3 (Atividade 2)



Fonte: A Autora

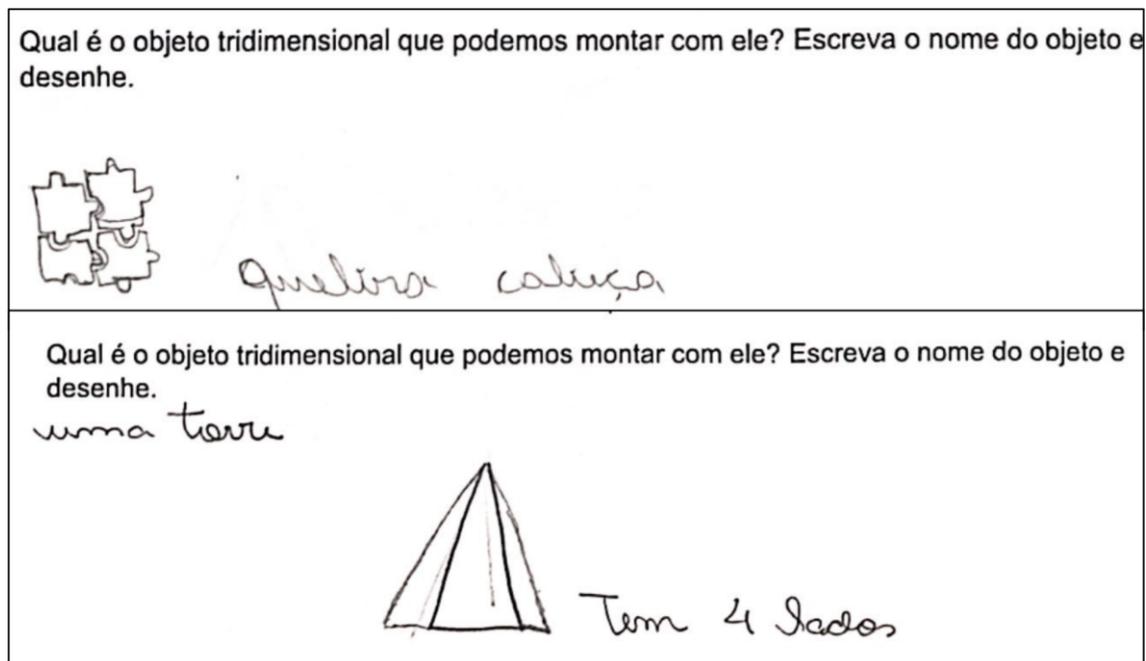
Figura 47 – Planificando uma caixa qualquer



Fonte: A Autora

Observamos que as respostas dos alunos são diversas e apontam diferentes percepções sobre planificar. Destacamos, por exemplo, a resposta do aluno A9, que sinalizou a planificação da pirâmide como uma torre, e a imagem expressa pelo aluno A13, relacionando a planificação com um quebra-cabeça. Identificamos nestas respostas, ilustradas na Figura 48, elementos de um saber geométrico associado a objetos do cotidiano e com pouca formalização geométrica.

Figura 48 – Respostas dos alunos A9 e A13



Fonte: A Autora

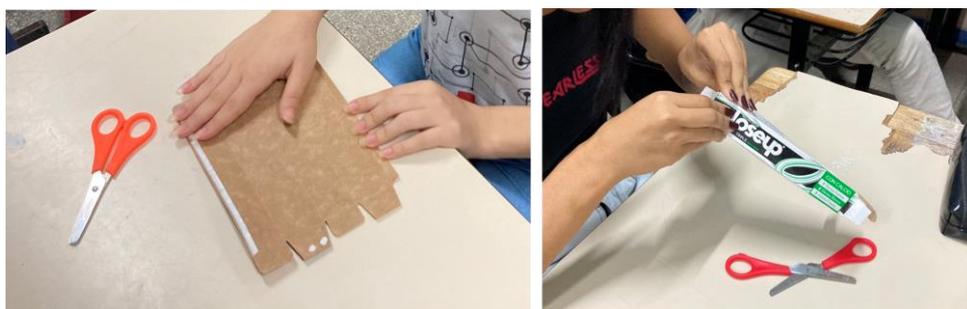
A conclusão obtida nesta Atividade é que o grupo pesquisado possui conhecimento significativo sobre a definição do ato de planificar, mas comete alguns equívocos na nomenclatura de objetos

tridimensionais. Como previsto, existem casos (ver Figura 48) que apresentam a necessidade de Atividades mais elementares e de uma revisão sobre a diferença entre o lado de uma figura plana e a aresta de um poliedro.

### 6.3 Atividade 3

A Atividade 3 tinha como objetivo identificar uma possível planificação de uma caixa e calcular a área da sua superfície. Esta Atividade apresentou-se mais desafiadora para os estudantes e pudemos observar que alguns alunos não associavam adequadamente a ideia de área, confundindo retângulos com quadrados, na maioria das vezes. A Figura 49 mostra a etapa de abrir a caixa e retirar as abas de colagem.

Figura 49 – Planificando uma caixa qualquer



Fonte: A Autora

Observamos que o item da Atividade que solicitava acender as linhas de dobra da caixa foi muito importante para a compreensão das diferentes faces da caixa. Parte desta etapa é exibida na Atividade 50:

Figura 50 – Acendendo as linhas de dobra com hidrocor



Fonte: A Autora

Identificamos que alguns alunos não conseguiram calcular a área dos elementos da planificação e responderam o último item da Atividade de maneira equivocada, associando o sólido a um retângulo ou quadrado (Cole uma das faces no papel A4. Aguarde alguns minutos e, em seguida, feche novamente a planificação. Qual sólido geométrico assemelha-se a caixa?). Concluímos que uma nova aplicação em outra turma necessita de mais atenção a este item, tendo em vista que o professor deverá explicar com detalhes o significado da frase "feche novamente a planificação".

#### 6.4 Atividade 4

A Atividade tinha como objetivo desenvolver no estudante a capacidade de observar uma planificação e dobrá-la de modo a compreendê-la como superfície de um objeto tridimensional, a saber, o cubo. A Atividade transcorreu sem muitas dificuldades, mas alguns alunos levaram mais tempo para identificar as faces opostas do cubo, indicando o processo de visualização dos estudantes e sinalizando possíveis habilidades envolvendo paralelismo de planos ainda em desenvolvimento. A Figura 51 ilustra alguns passos da construção da Atividade entre os alunos.

Figura 51 – Aluno construindo o cubo por meio de diferentes planificações



Fonte: A Autora

A Figura 52 ilustra a resposta de alguns estudantes com diferentes modelos de planificação do cubo.

Figura 52 – Modelos de planificação do cubo



Fonte: A Autora

A Figura 53 mostra a peça final de alguns alunos. Convém notar que este processo contou com momentos de muita colaboração entre os estudantes.

Figura 53 – Alunos com os cubos finalizados na cartolina



Fonte: A Autora

Entendemos que esta Atividade foi bem prazerosa para o grupo em sala de aula, especialmente a etapa inicial de construção do modelo tridimensional na cartolina.

## 6.5 Questionário de Satisfação dos Estudantes

Após a aplicação das Atividades listadas no capítulo 5, solicitamos que os estudantes respondessem a um questionário eletrônico com quatro perguntas. O objetivo era identificar a relevância das Atividades para a aprendizagem dos alunos na temática escolhida.

Nas três primeiras perguntas, os estudantes deveriam selecionar uma das alternativas. A última pergunta permitia que o aluno escrevesse algum comentário a respeito da Atividade. A seguir, apresentamos o questionário na íntegra.

1. Você acredita que as Atividades aplicadas contribuíram para a sua aprendizagem sobre planificação de objetos tridimensionais?

- Sim
- Não
- Talvez

2. Na sua opinião, as Atividades aplicadas poderão contribuir para que outros alunos aprendam a identificar a planificação de objetos tridimensionais?

- Sim
- Não
- Talvez

3. Você se sente mais confiante para estudar geometria após as Atividades aplicadas?

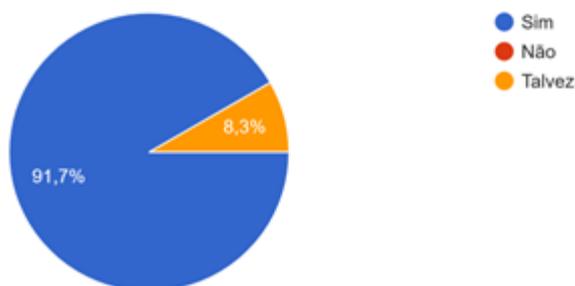
- Sim
- Não
- Talvez

4. Gostaria de deixar algum comentário sobre as Atividades? Use o espaço abaixo.

Após a aplicação do questionário, concluímos que a maioria dos estudantes indicou que as Atividades foram relevantes para a própria aprendizagem de geometria, como ilustra a Figura 54:

Figura 54 – Gráfico da Pergunta 1 (Questionário de Satisfação dos Estudantes)

Você acredita que as atividades aplicadas contribuíram para a sua aprendizagem sobre planificação de objetos tridimensionais?  
12 respostas

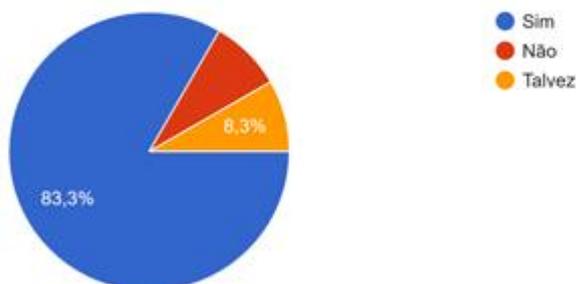


Fonte: A Autora

A respeito da percepção sobre a contribuição das Atividades para outros estudantes, a totalidade dos respondentes afirmou que as Atividades podem contribuir para a aprendizagem do estudante em geometria. O questionário permitiu-nos concluir que os estudantes se veem mais confiantes para estudar temas dessa área. Esse resultado é extremamente positivo para o ensino-aprendizagem escolar, como ilustra a Figura 55.

Figura 55 – Gráfico da Pergunta 3 (Questionário de Satisfação dos Estudantes)

Você se sente mais confiante para estudar geometria após as atividades aplicadas?  
12 respostas



Fonte: A Autora

Os comentários dos alunos a respeito da proposta didática são exibidos a seguir, sem identificá-los.

A1. Acredito que foi um ótimo trabalho, que me ajudou a me sentir mais segura com a Atividade e acredito que me sinto confiante nessas Atividades de Geometria.

A2. Agora me sinto um pouco mas confiante quando se trata de geometria.

A3. Foi divertido aprender sobre as figuras, me interessei mais pela geometria. Será interessante ter mais aulas assim.

A4. Me senti mais confiante com esse aprendizado sobre geometria, foi como uma revisão do que aprendi no fundamental e tinha até esquecido.

A5. Eu achei uma experiência incrível fazendo essas Atividades.

A6. As Atividades são muito boas e importante para o nosso aprendizado, porém eu ainda não consegui entender nada.

A7. Eu gostei muito, abriu mais a minha mente sobre o assunto.

A8. É bem divertido, acho que é bem mais fácil prático de aprender.

A9. Atividades criativas que nos ajudou a desenvolver nosso aprendizado sobre a geometria plana.

A10. Atividades como as que foram realizadas em sala ajudam consideravelmente a reforçar e/ou criar uma base que, ao longo do tempo, acabou defasada por circunstâncias desfavoráveis ao desenvolvimento escolar. Portanto, agora não há mais razões para não avançarmos com segurança aos conteúdos que nos aguardam dentro da geometria!

A11. Gostei muito, pois podemos ter noções diferentes daquilo que achávamos sobre os objetos, pq muita gente não tem essa noção, foi algo bem didático e necessário!

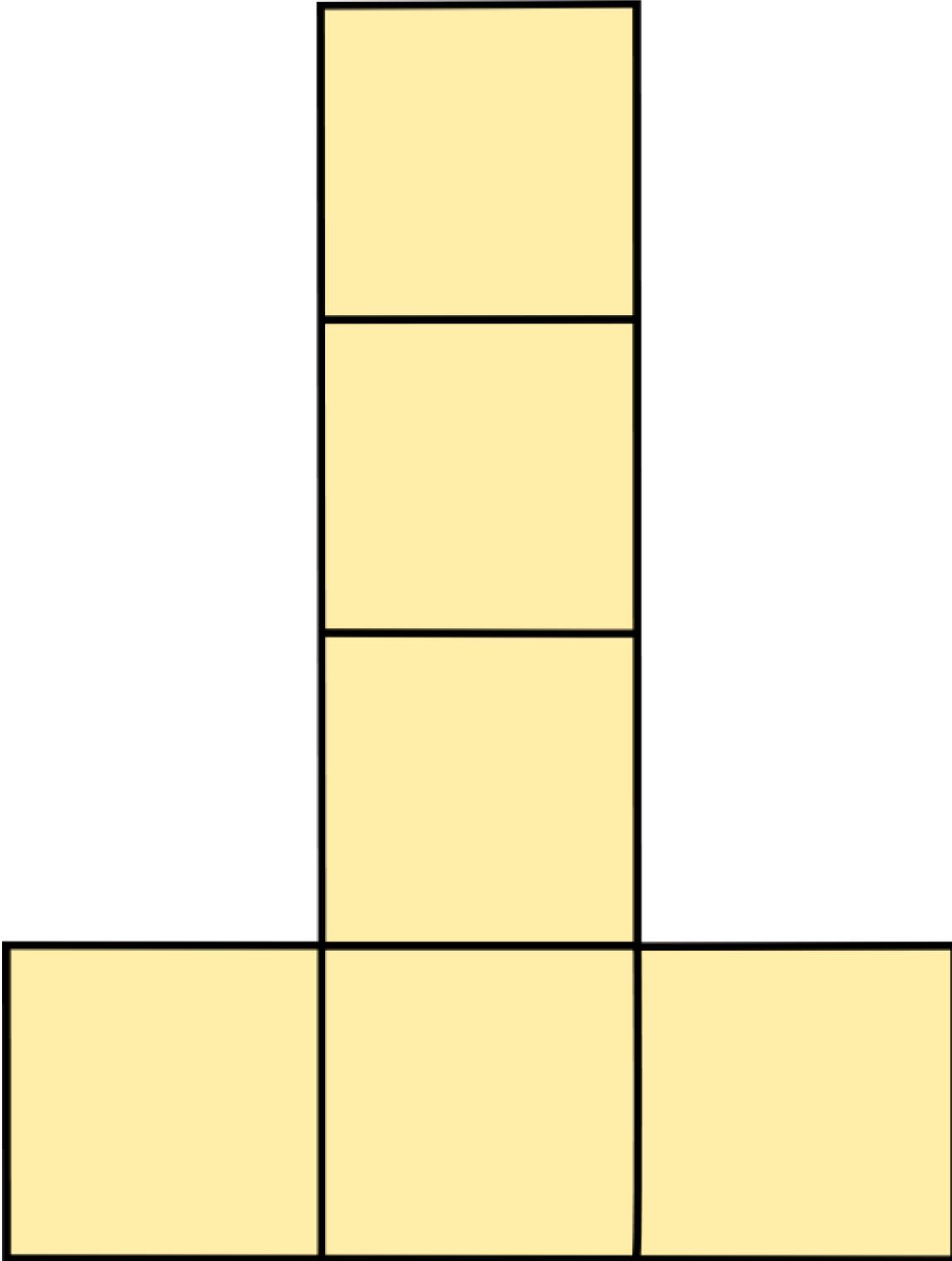
A12. Antes das Atividades aplicadas pela professora, eu tinha algumas dúvidas e dificuldades sobre os objetos tridimensionais. após as primeiras explicações já consegui entender algumas coisas, e quando fizemos na prática ficou tudo mais fácil e claro de como eles eram, como eram as planificações, como medir largura, altura e comprimento.

Como professora da turma, tive imensa satisfação em notar que os estudantes não apenas gostaram das atividades propostas, como aprenderam a identificar diferentes planificações e seus objetos tridimensionais associados. Apesar do relato do aluno A6 apresentar a necessidade de um acompanhamento mais detalhado no dia a dia de sala de aula para alguns estudantes, concluo que as tarefas indicam um caminho promissor para o desenvolvimento de habilidades de visualização espacial.

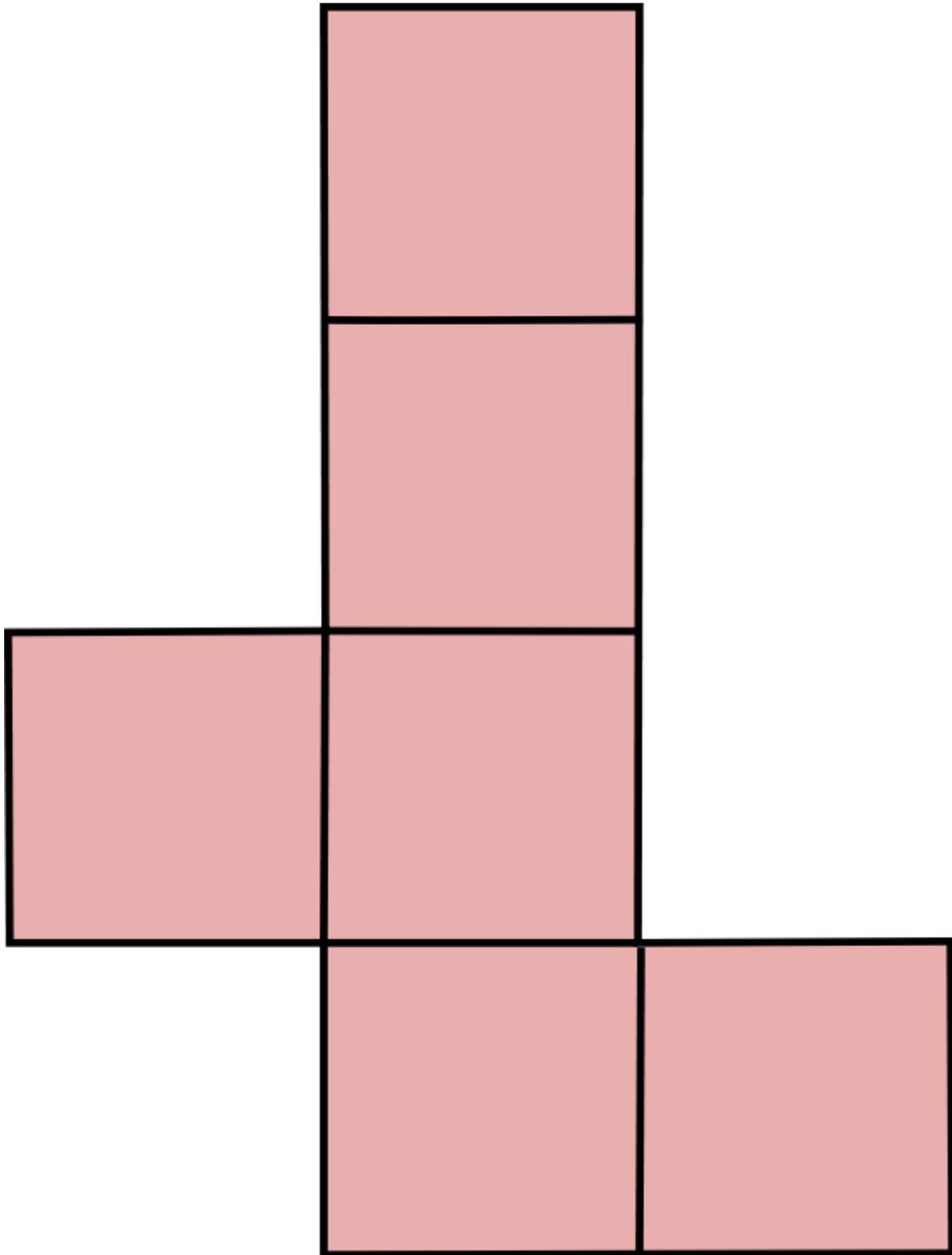
## 4. PLANIFICAÇÕES

### 4.1 As onze Planificações do Cubo

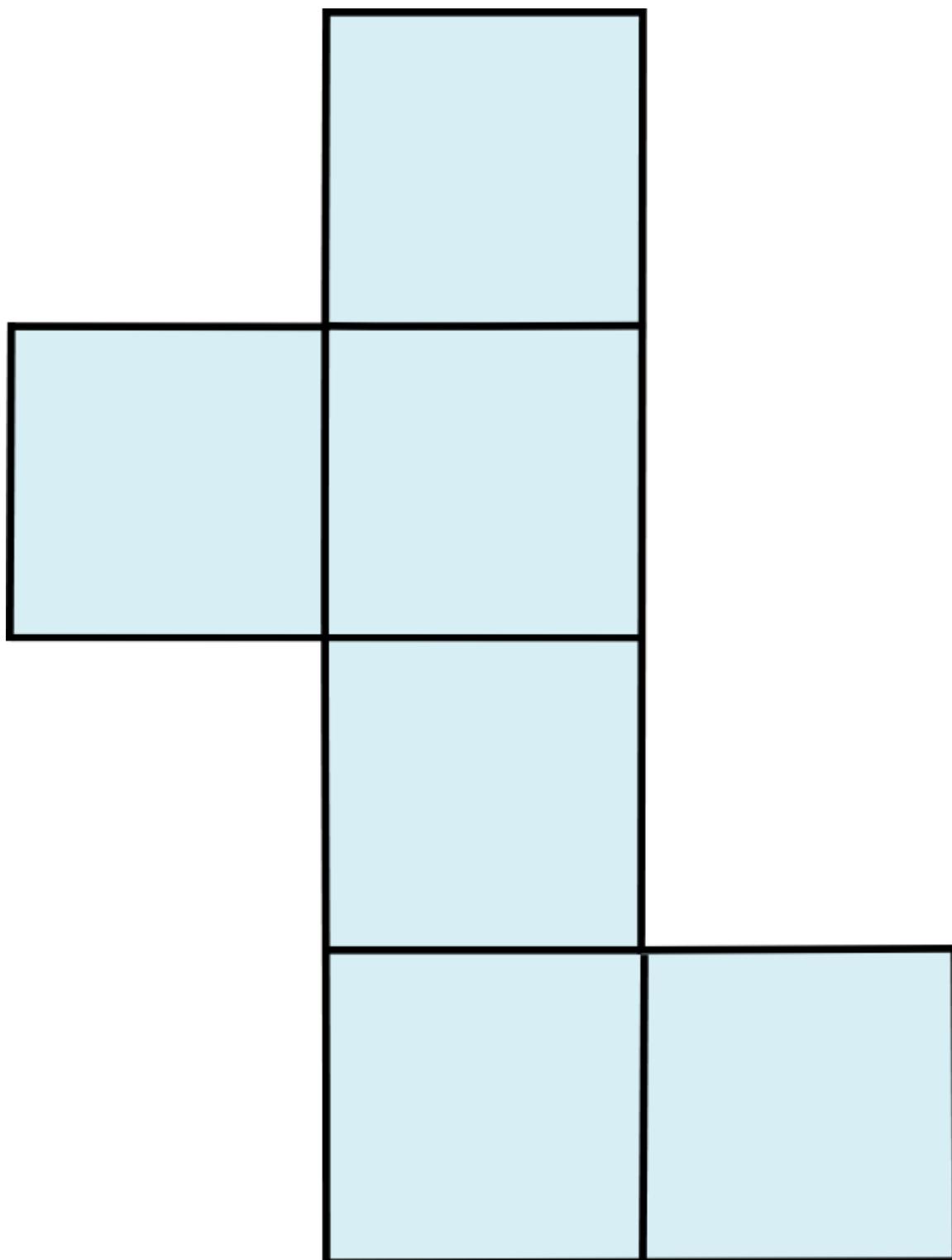
#### 4.1.1 Planificação Homogênea do Cubo – A



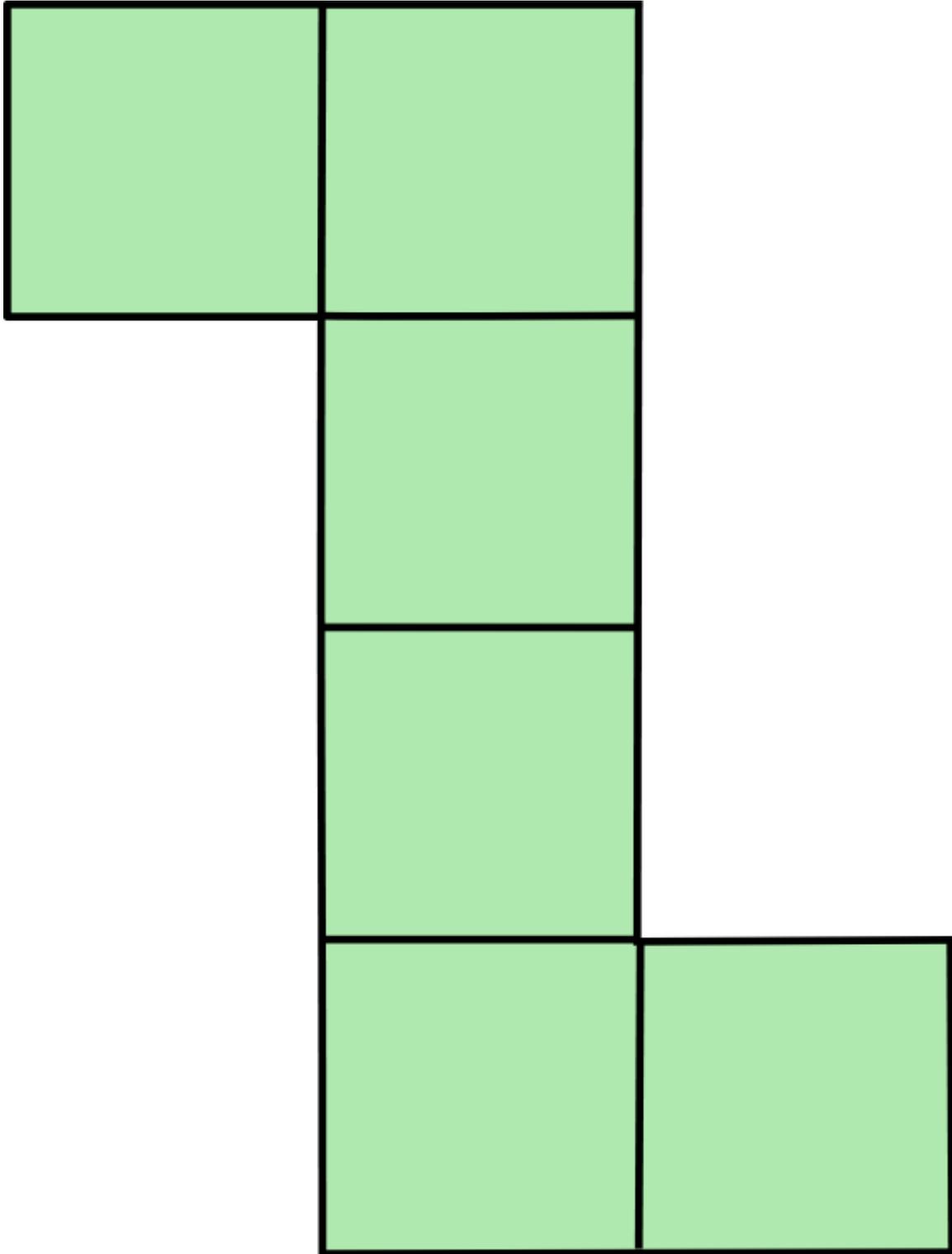
#### 4.1.2 Planificação Homogênea do Cubo - B



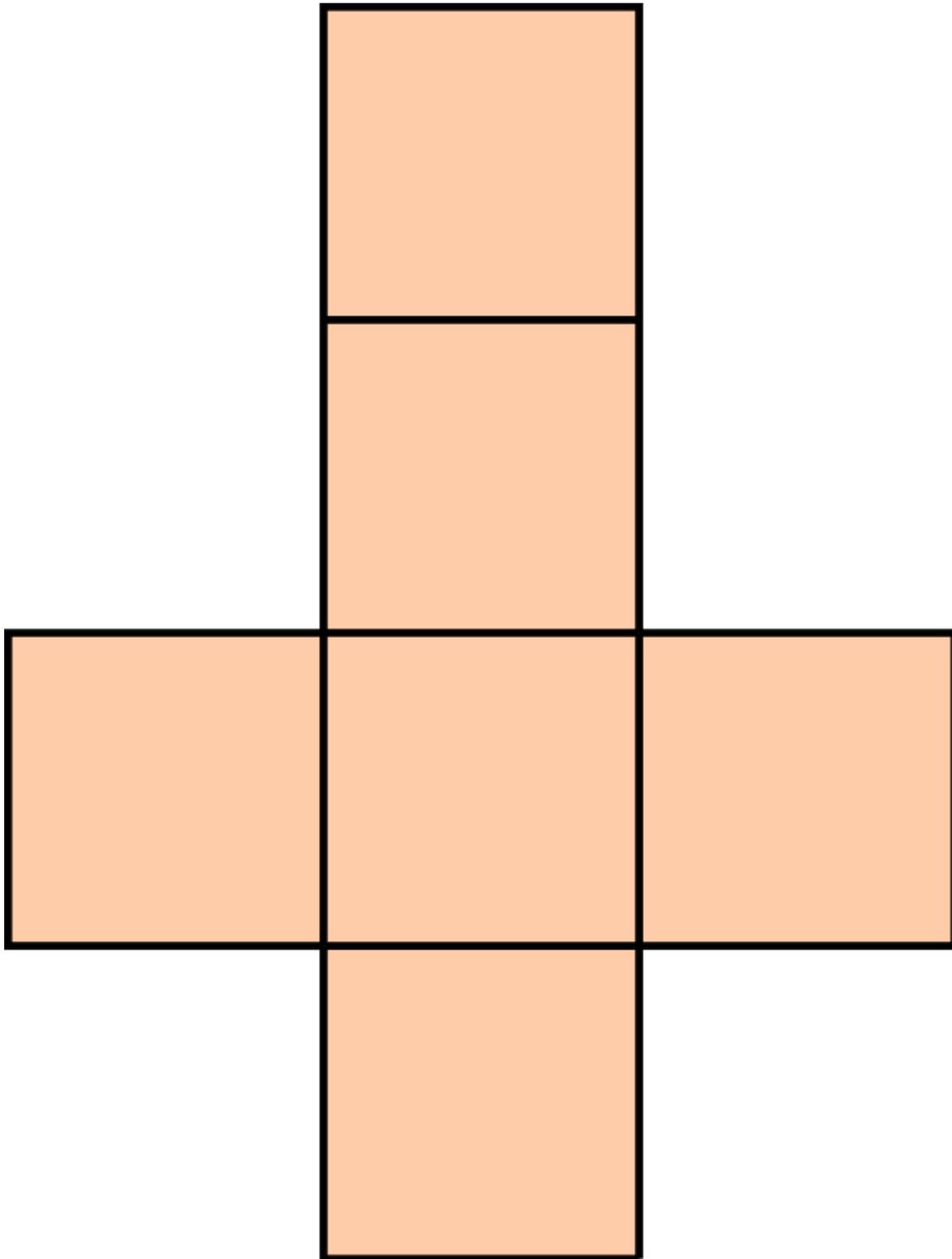
### 4.1.3 Planificação Homogênea do Cubo - C



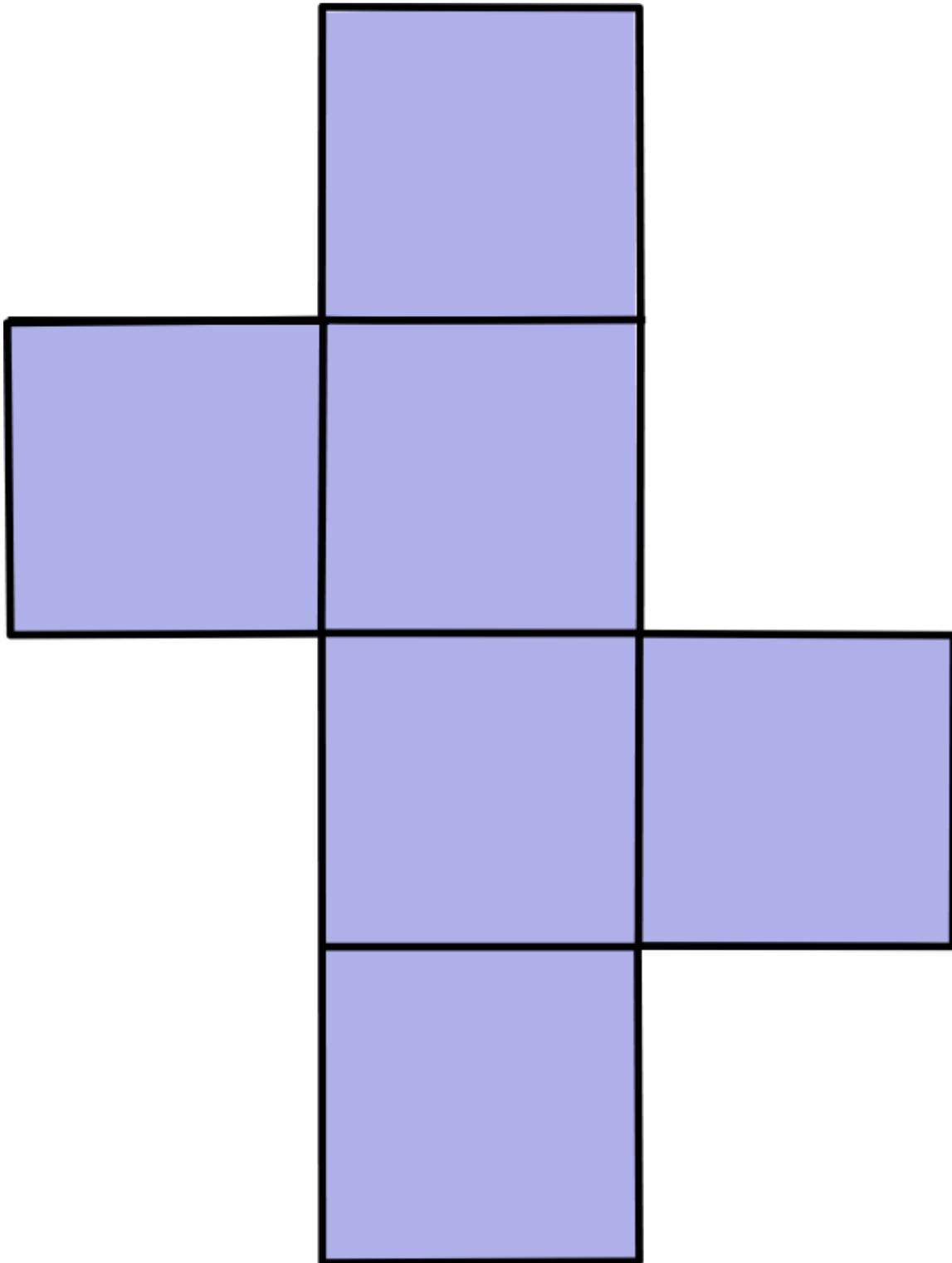
#### 4.1.4 Planificação Homogênea do Cubo - D



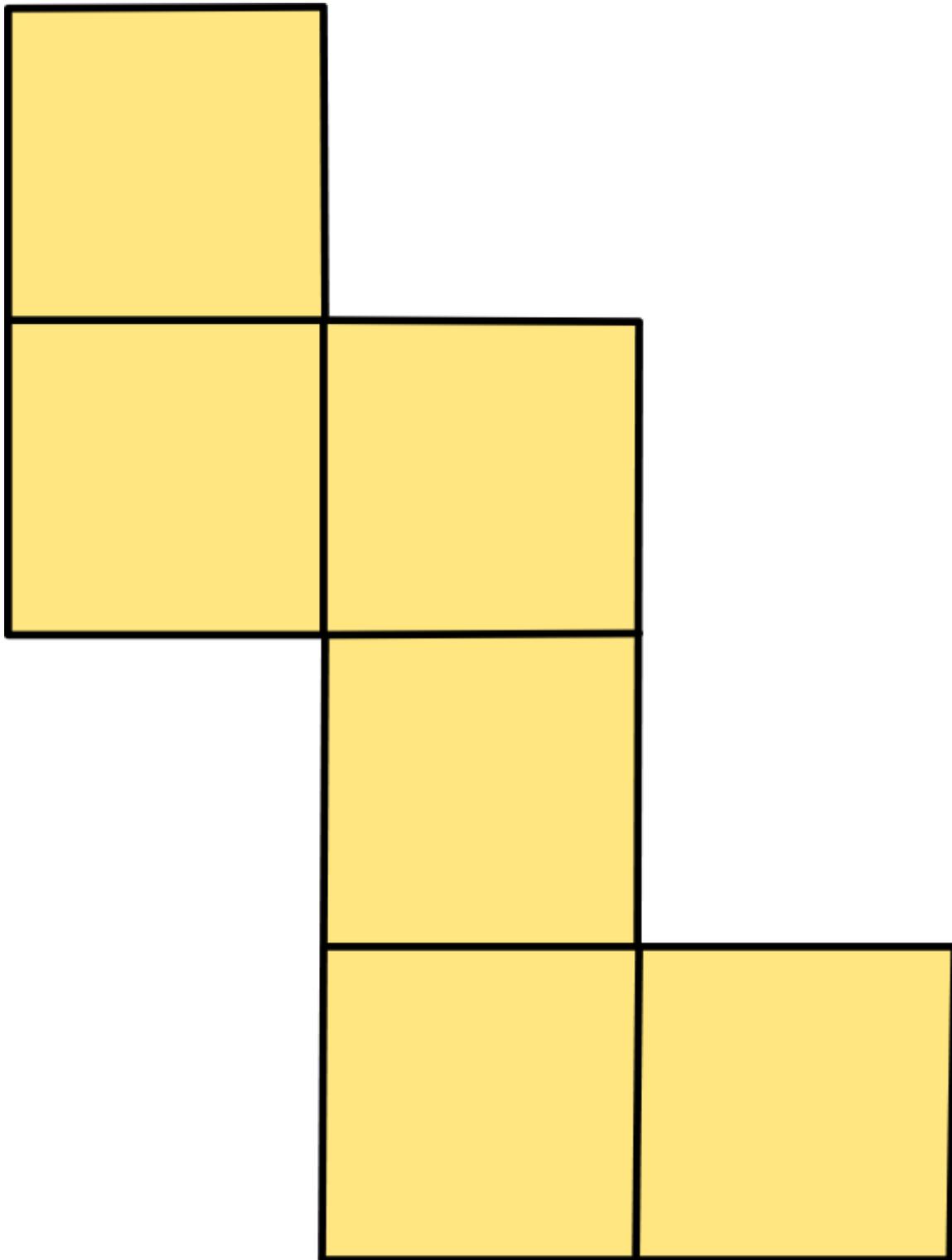
#### 4.1.5 Planificação Homogênea do Cubo - E



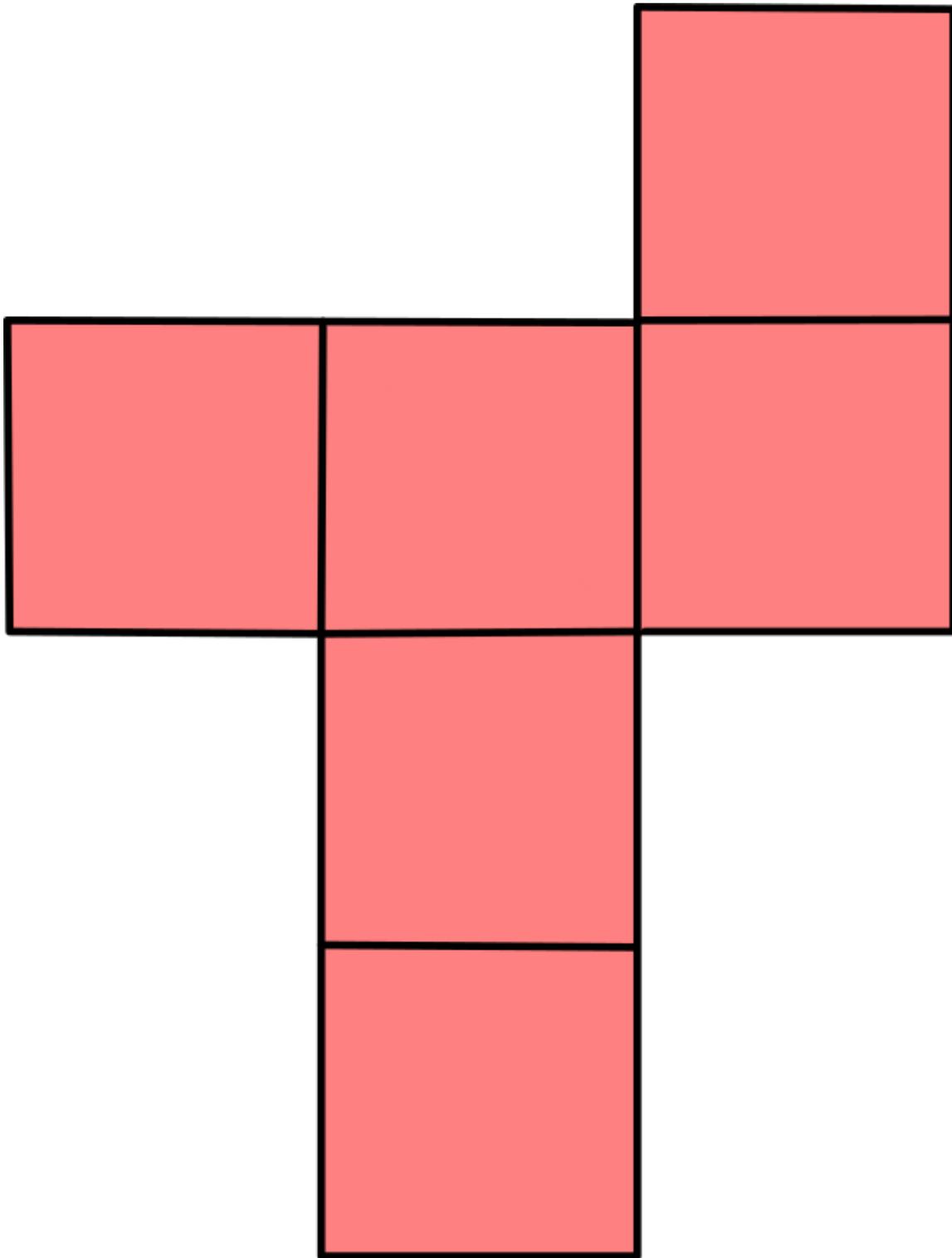
#### 4.1.6 Planificação Homogênea do Cubo - F



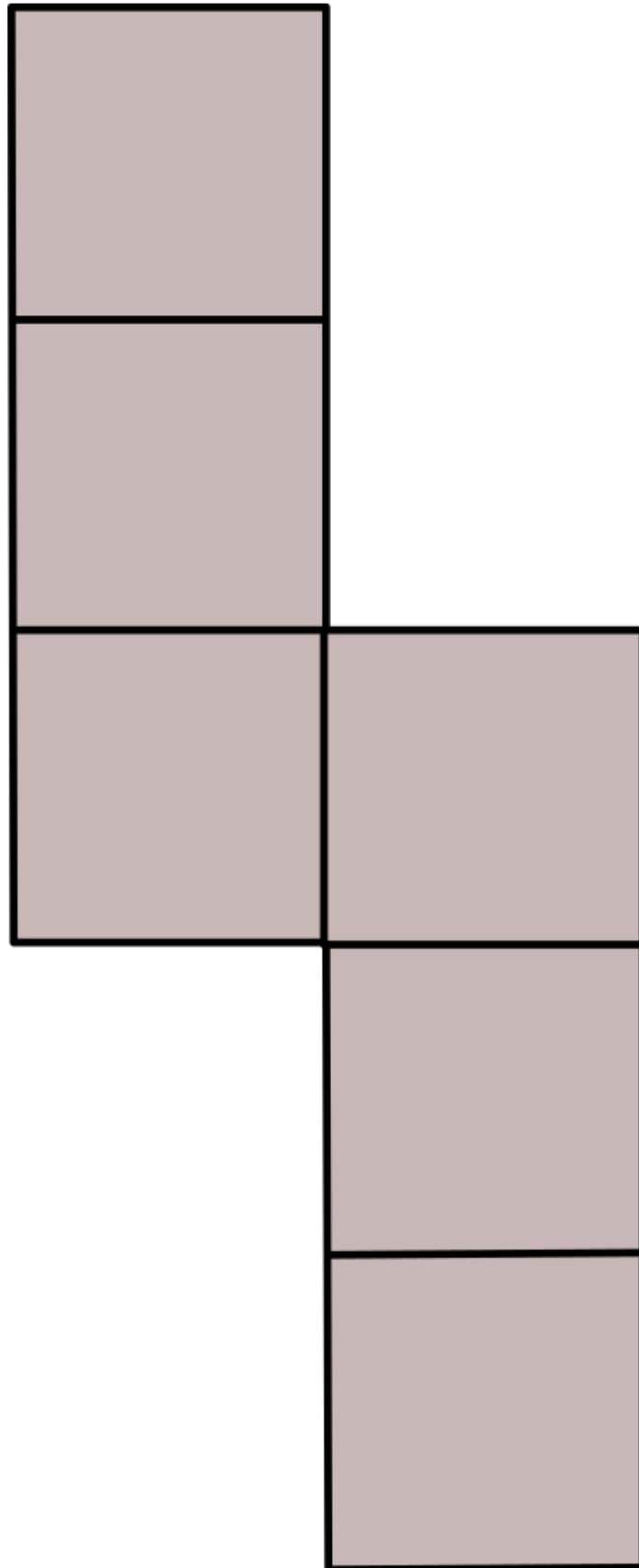
#### 4.1.7 Planificação Homogênea do Cubo - G



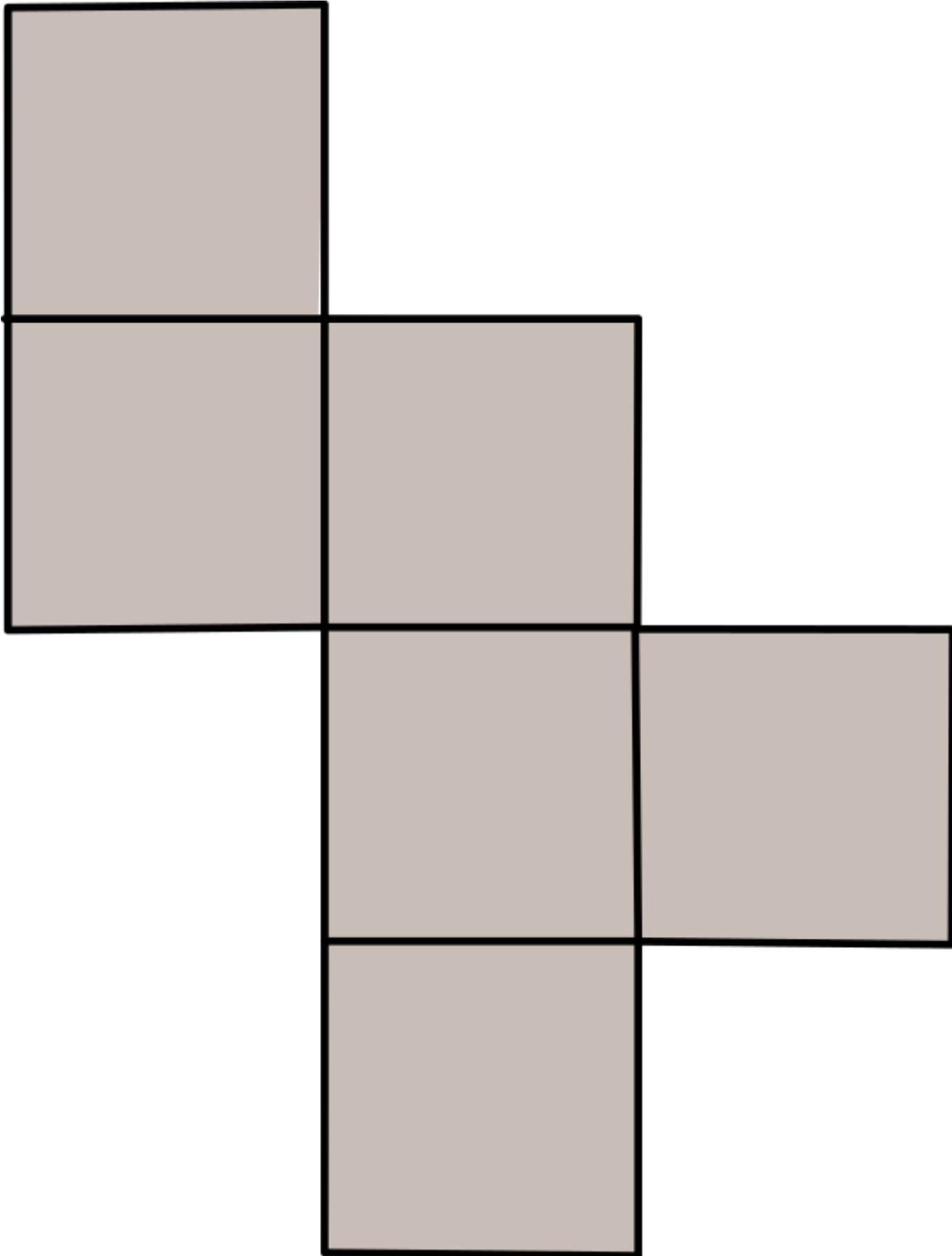
#### 4.1.8. Planificação Homogênea do Cubo - H



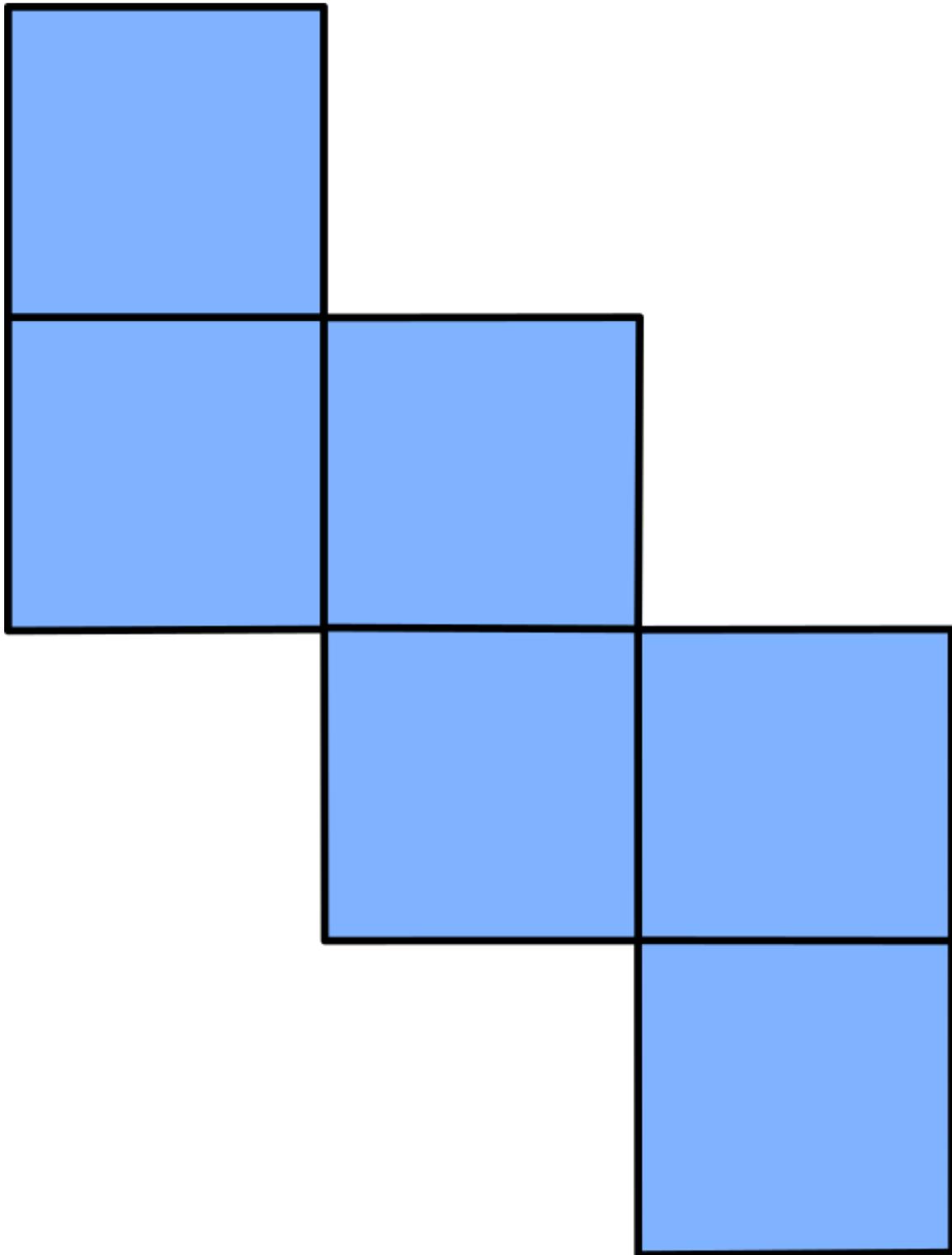
#### 4.1.9 Planificação Homogênea do Cubo - I



#### 4.1.10 Planificação Homogênea do Cubo - J

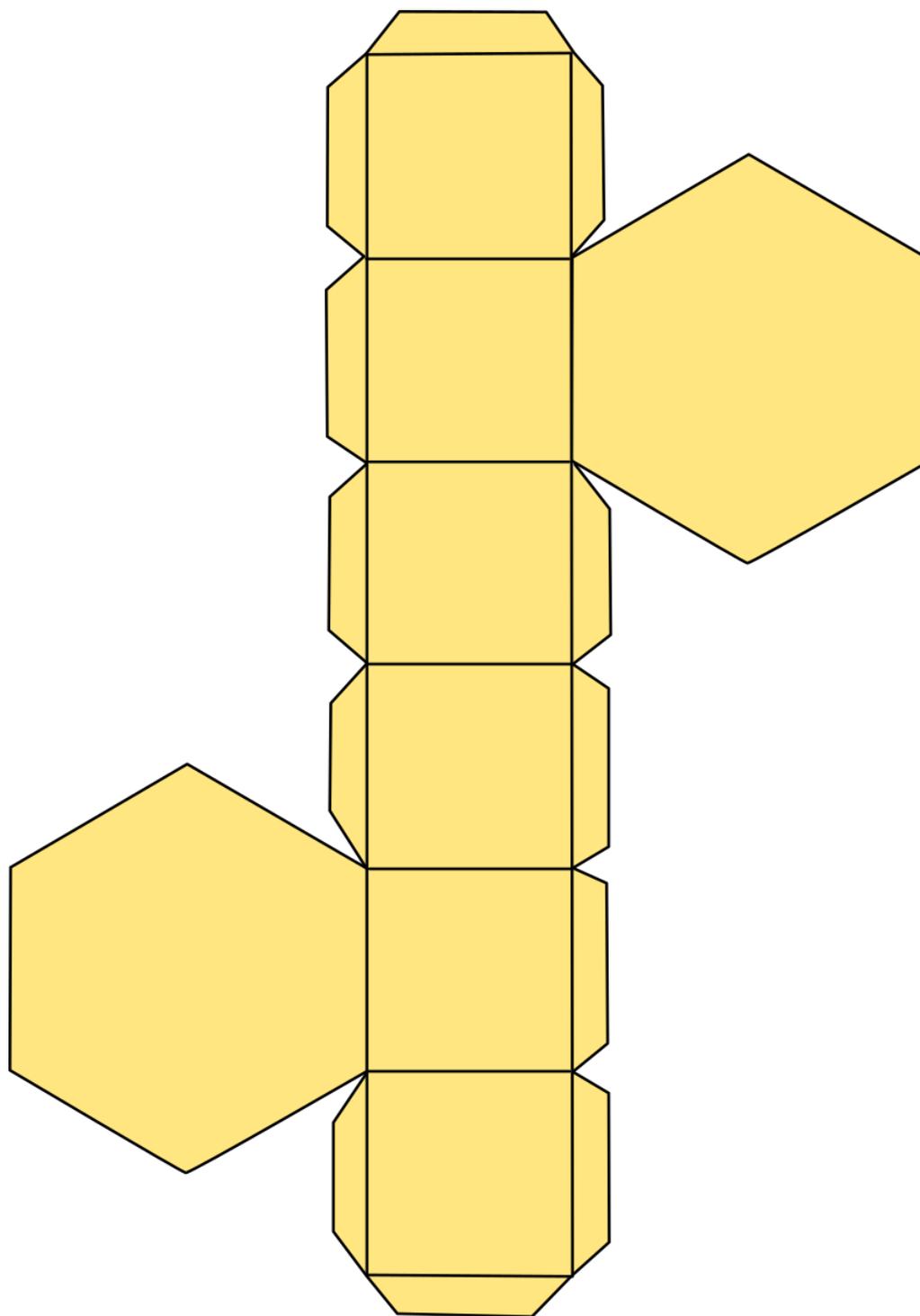


#### 4.1.11 Planificação Homogênea do Cubo - K

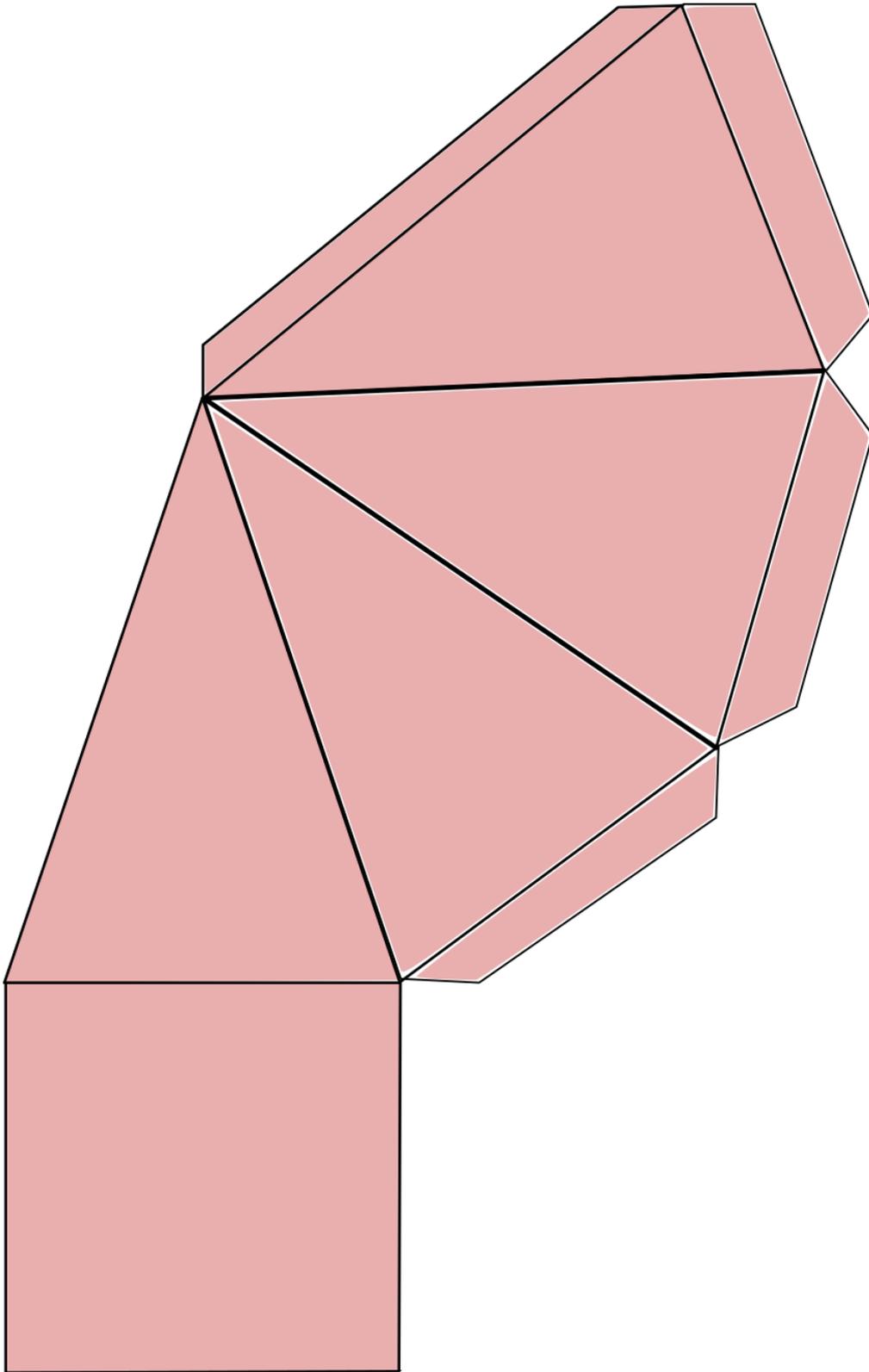


## 4.2 Planificações do Prisma e Pirâmides

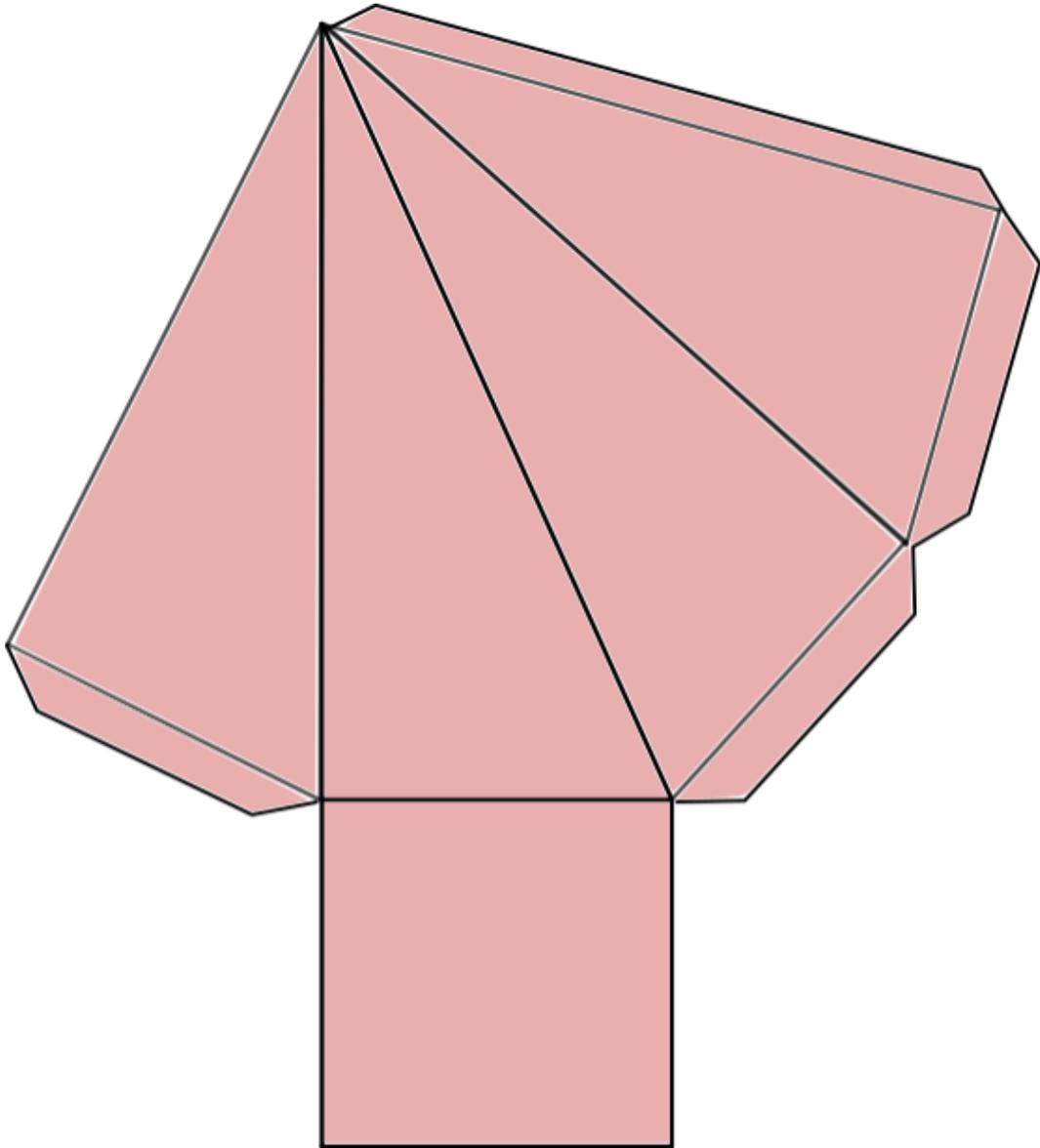
### 4.2.1 Planificação de um Prisma Regular de Base Hexagonal



#### 4.2.2 Planificação da Pirâmide de Base Quadrangular Regular - A

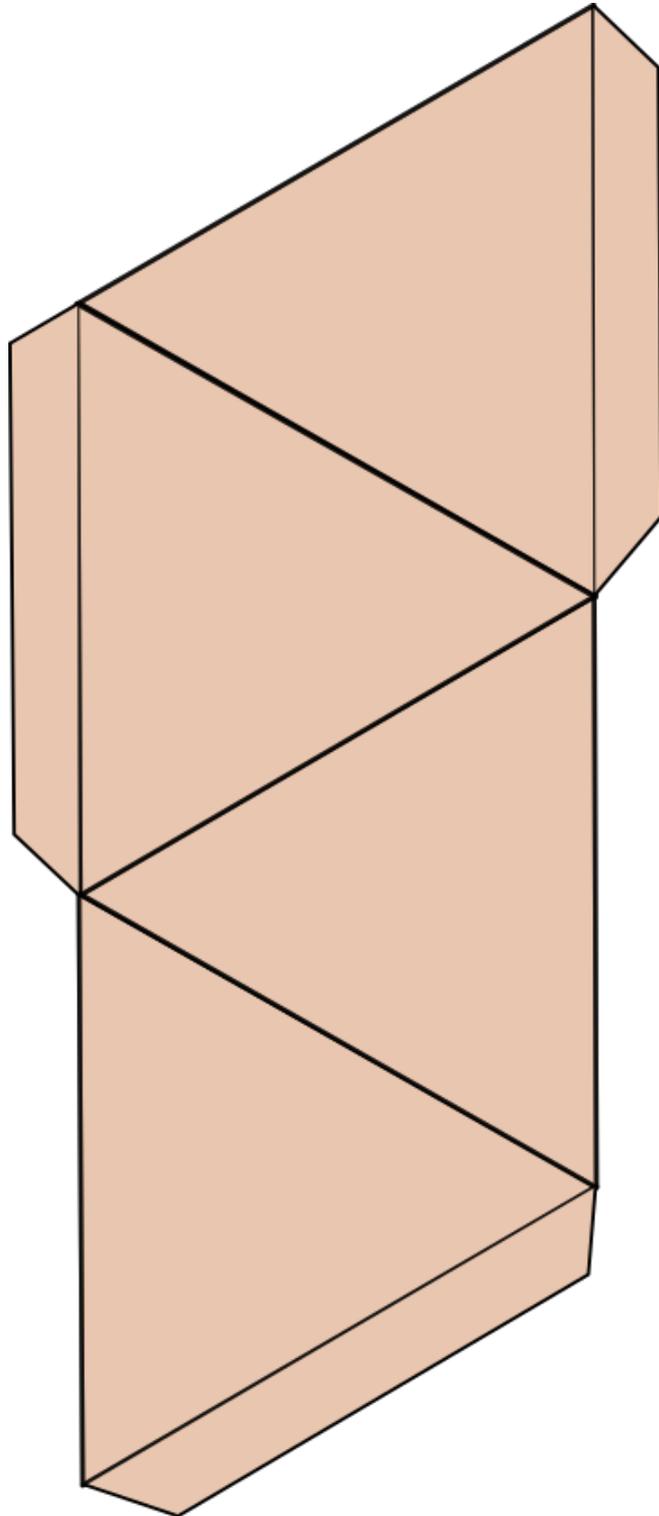


#### 4.2.3 Planificação da Pirâmide de Base Quadrangular Oblíqua

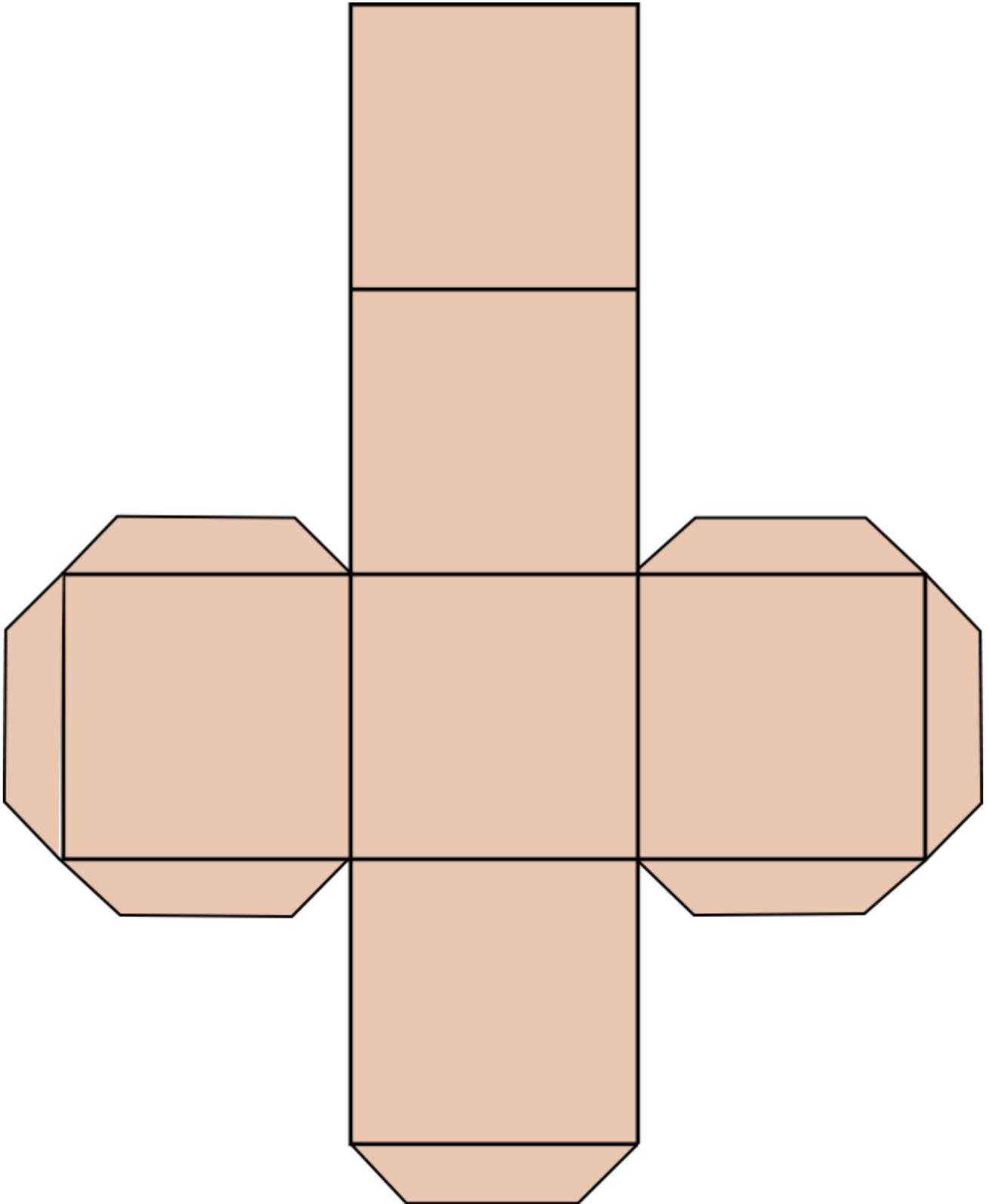


## 4.3 Planificações dos Poliedros Regulares

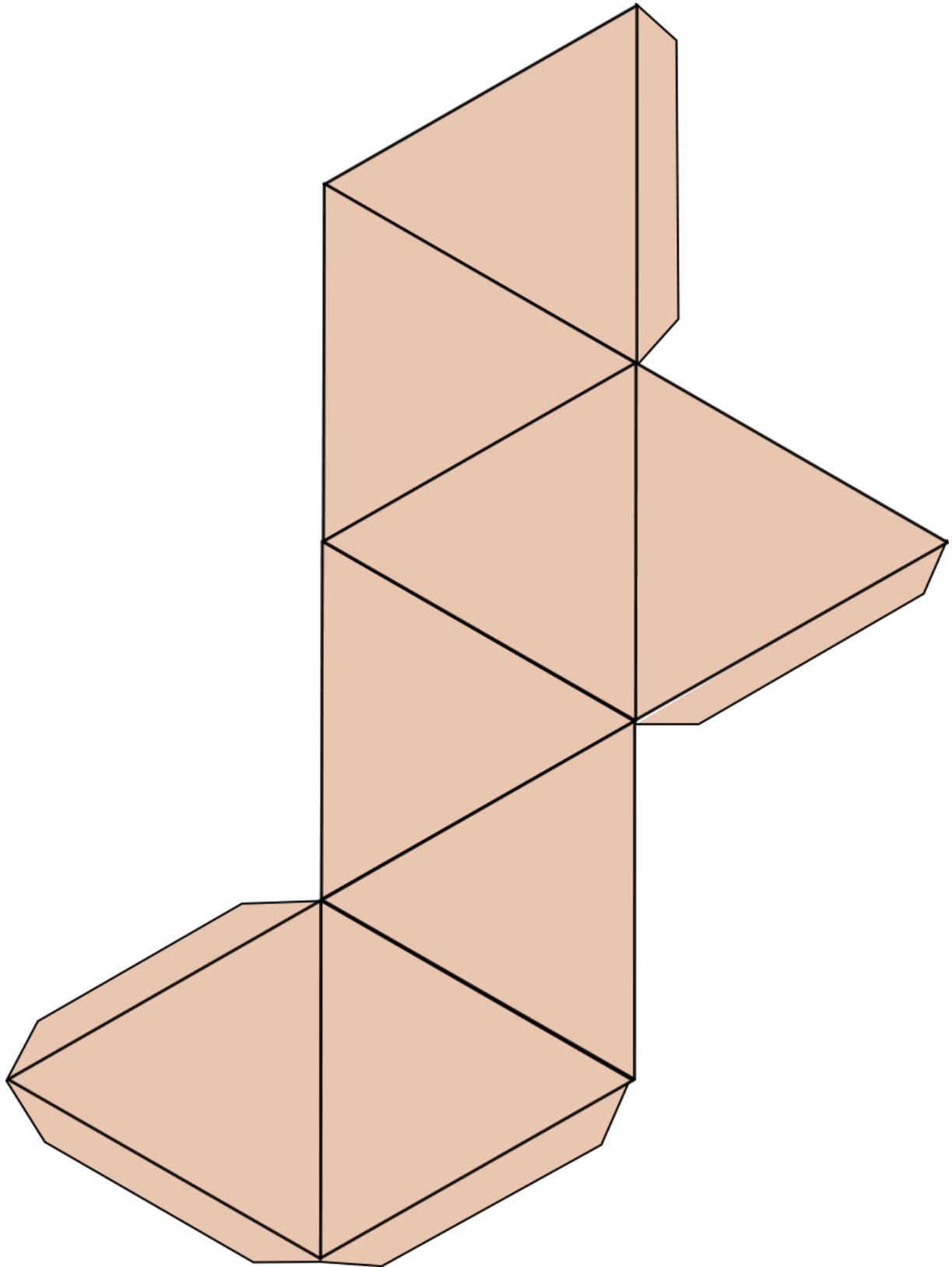
### 4.3.1 Planificação de um Tetraedro



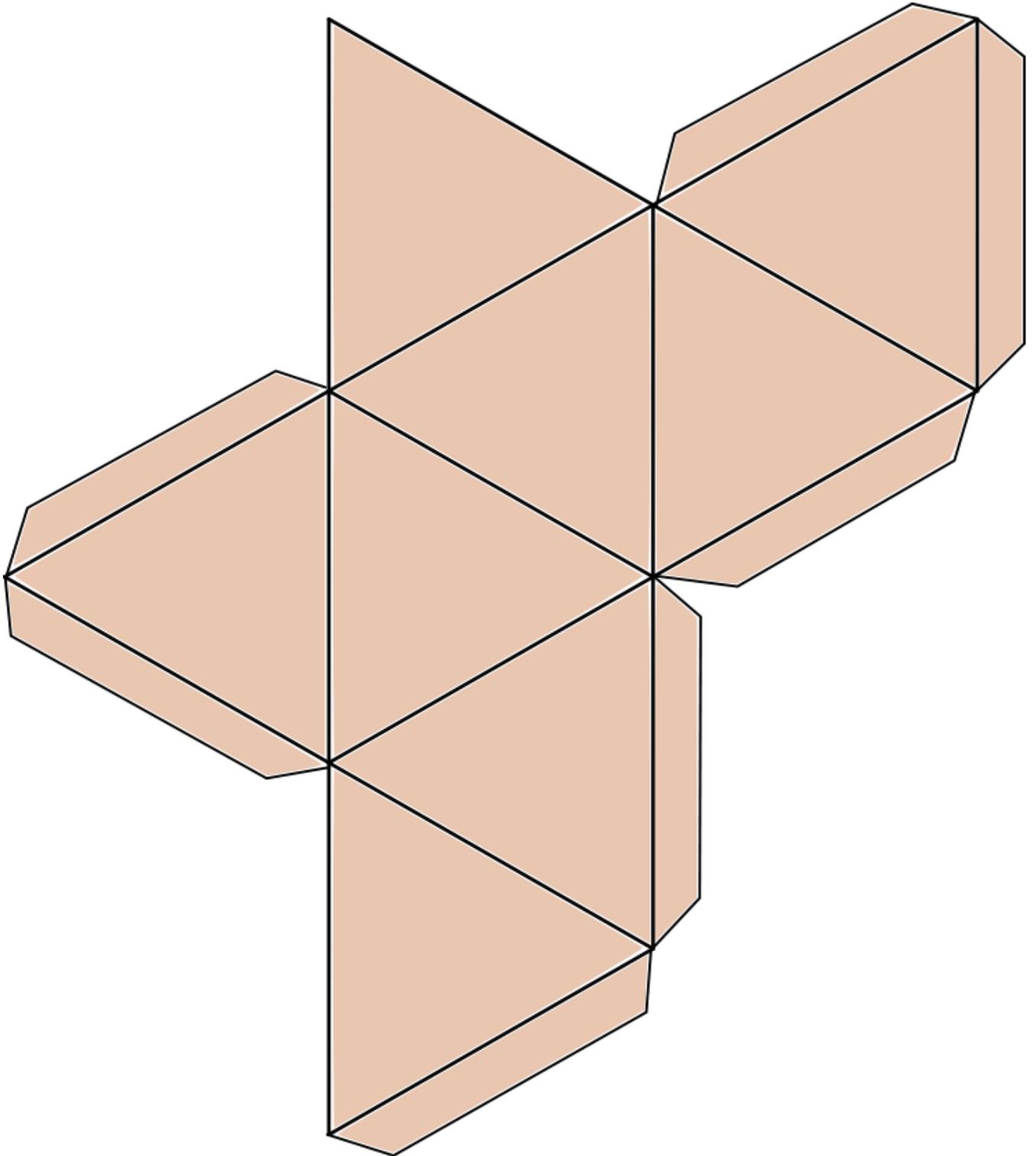
#### 4.3.2 Planificação de um Hexaedro (Cubo)



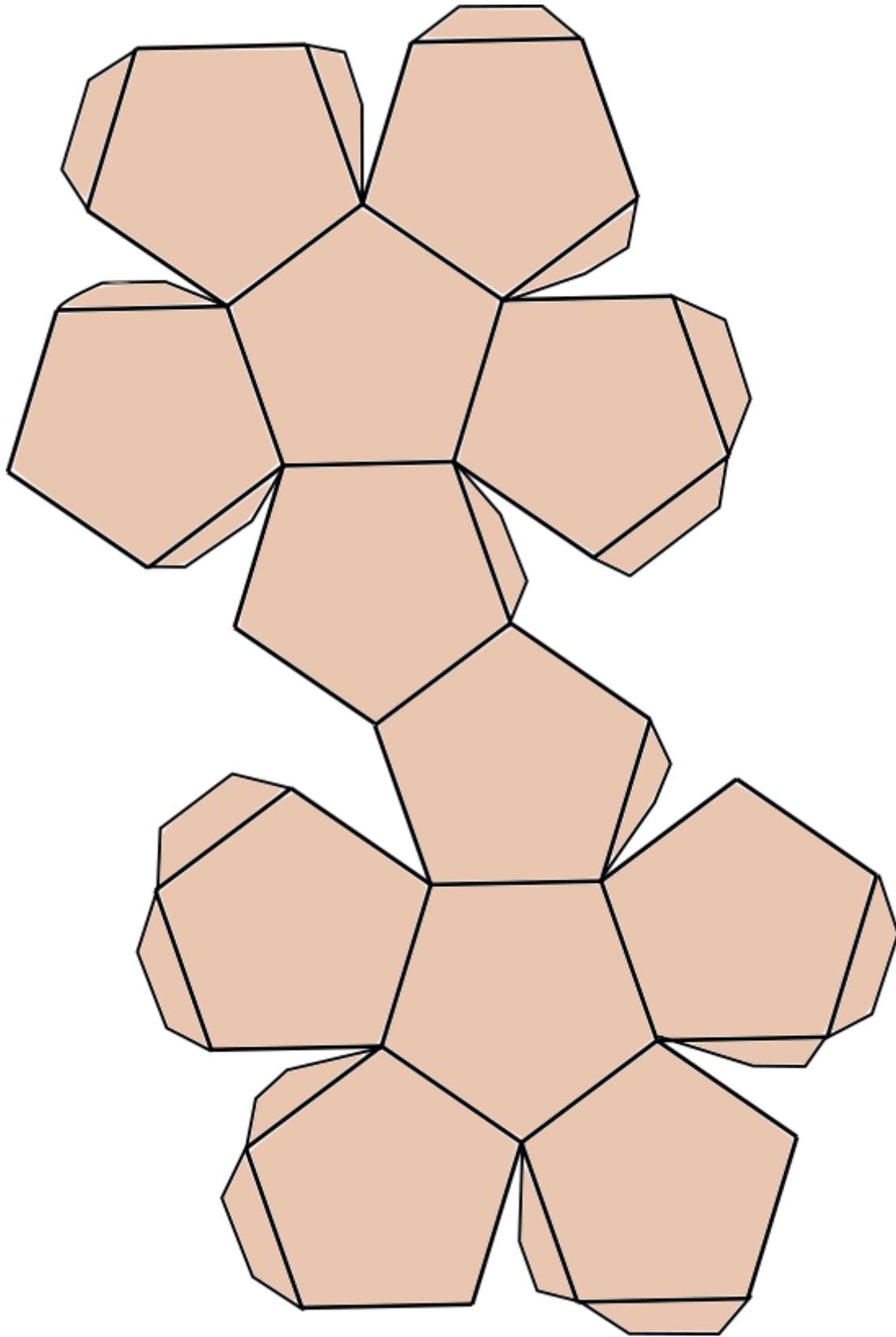
### 4.3.3 Planificação de um Octaedro - A



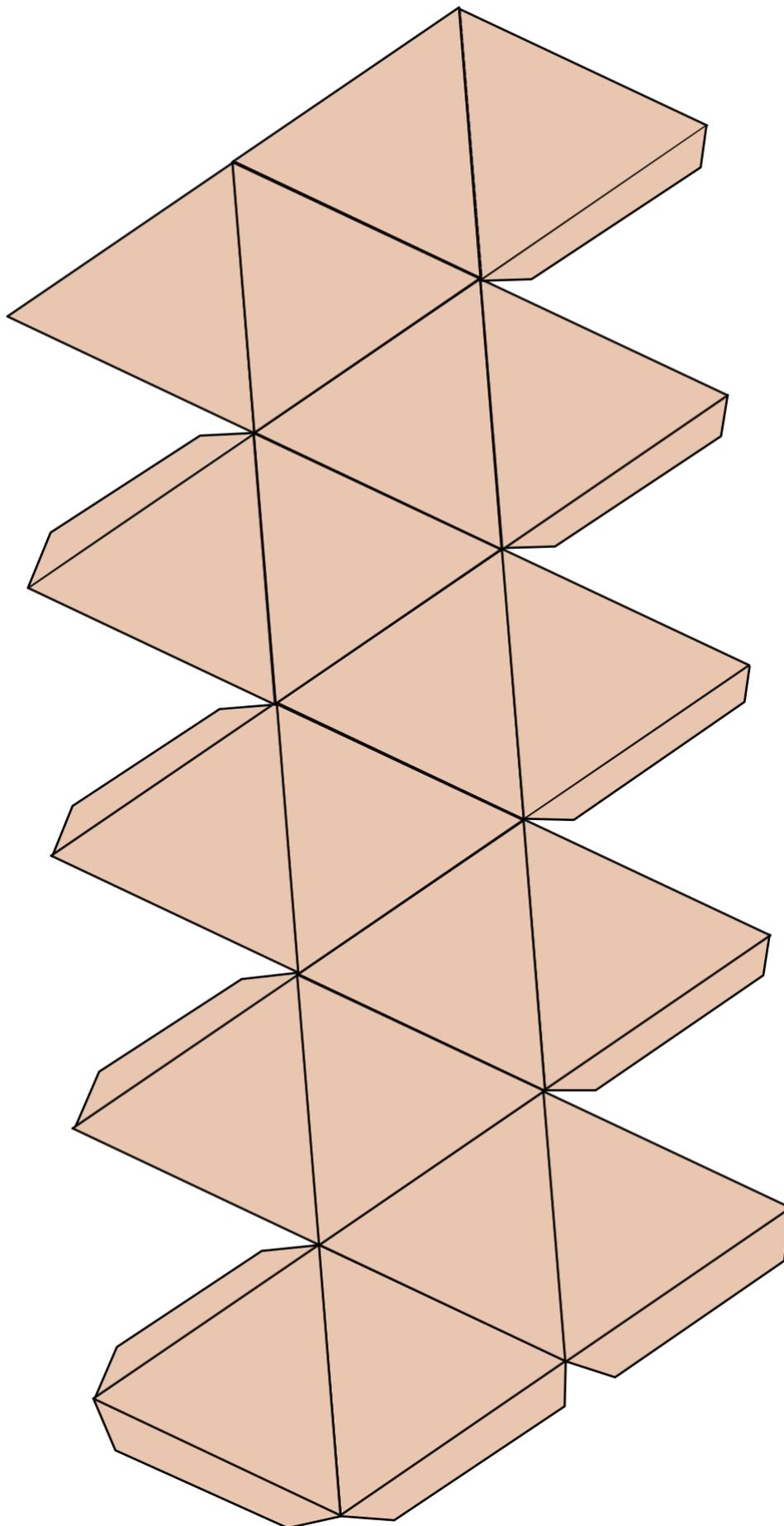
#### 4.3.4 Planificação de um Octaedro - B



#### 4.3.5 Planificação de um Dodecaedro

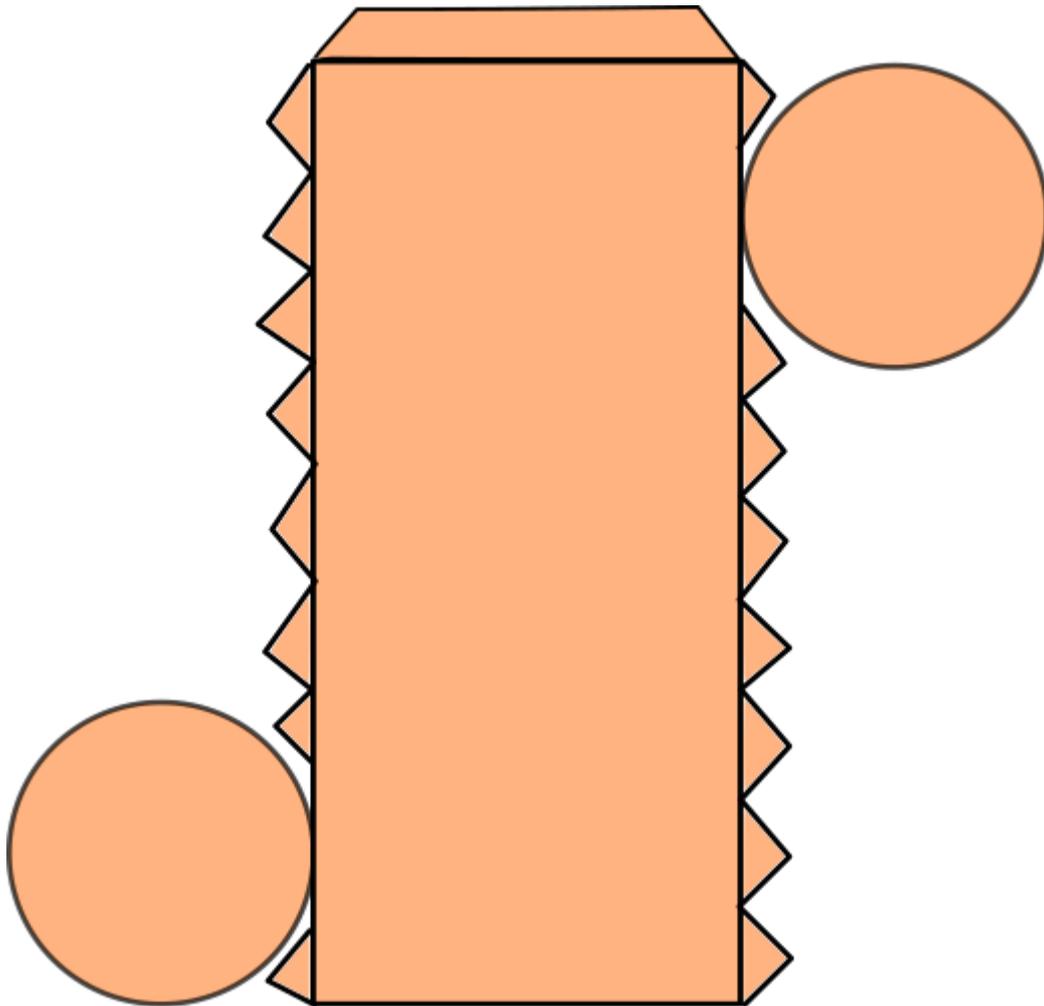


#### 4.3.6 Planificação de um Icosaedro

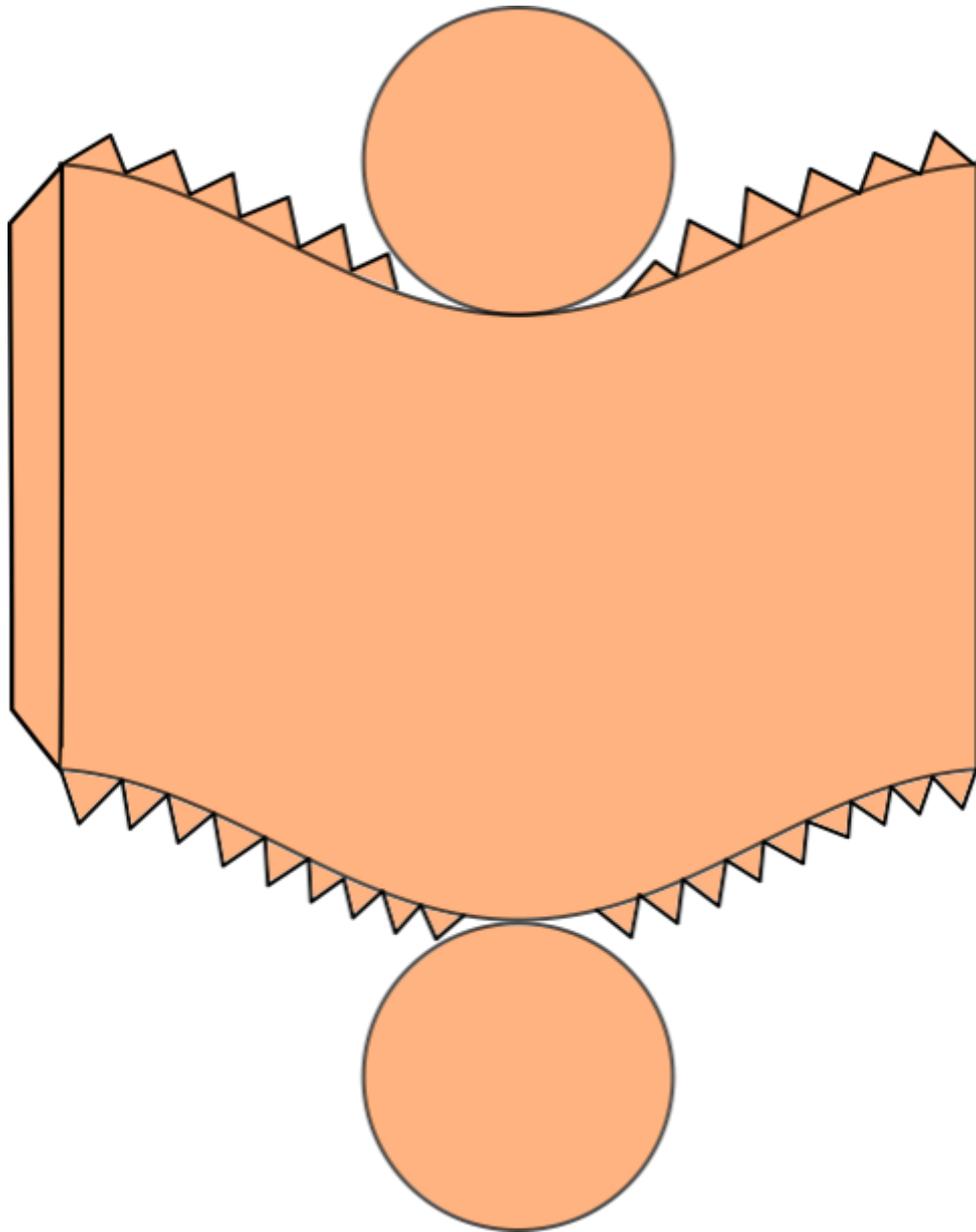


## 4.4 Planificações de Cilindros e Cone

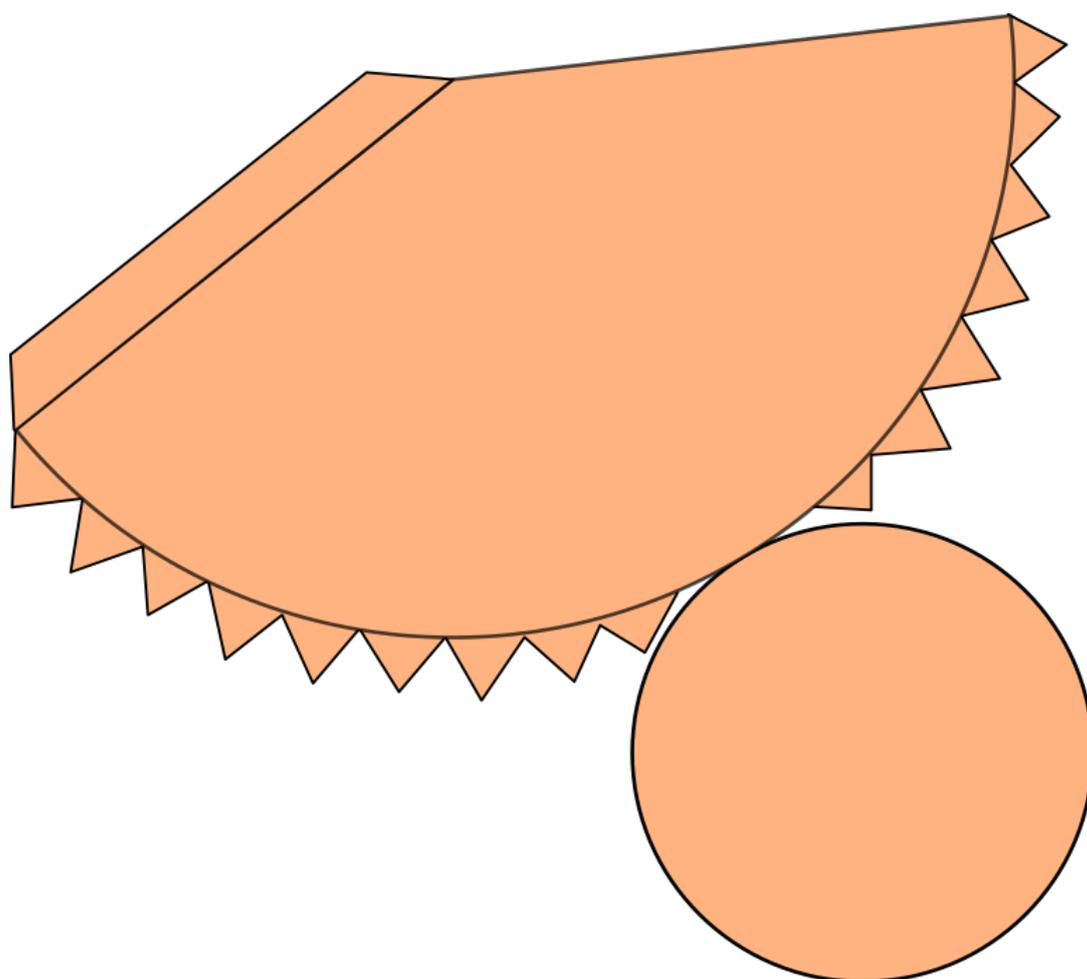
### 4.4.1 Planificação de um Cilindro Regular



#### 4.4.2 Planificação de um Cilindro Obliquo



#### 4.4.3 Planificação de um Cone Regular



## **5. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

FARIAS, M. G. S. *Planificações: uma proposta didática*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Matemática, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Maceió, 2023.