Universidade Federal de Uberlândia
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL

Robótica Pedagógica e Matemática

Uma análise matemática da simulação de robôs em competições de robótica.

AUTORES

Prof. Brythnner Monteiro Delfino

Prof. Dr. Arlindo José de Souza Junior

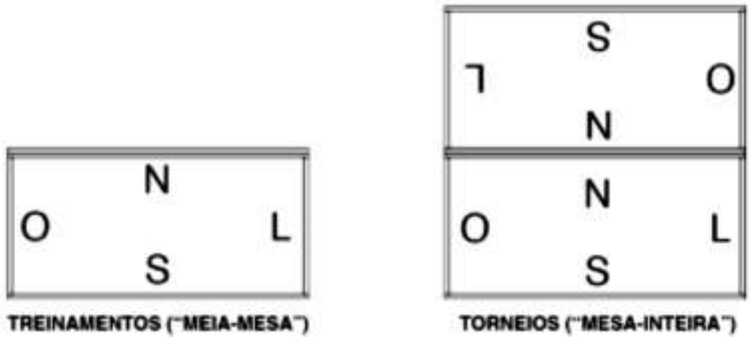
Uberlândia – MG
2017

Sumário

I. Dimensões, Escalas, Áreas e Conversão de Unidades

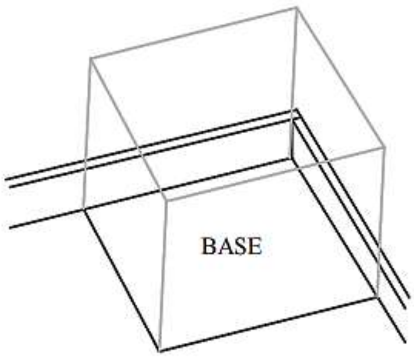
Em algumas competições de robótica há uma disputa de robôs[1] que acontece sobre um local chamado Campo de Missões, que é um "tapete" feito com uma malha de lona, colocado em uma mesa adequada, o qual possui locais específicos para posicionar várias montagens, representando atividades relacionadas ao tema, as quais são chamadas de missões, formando, assim, um cenário. A união de dois Campos de Missões é chamada de Arena. Os dois Campos de Missões são idênticos, e em alguns casos possuem missões comuns, a serem resolvidos por uma das equipes. Na Figura 1 vemos a disposição da(s) mesa(s).

Figura 1 – Campo de Missões e Arena



Define-se como Base em um Campo de Missões a região no canto de encontro das paredes Oeste e Sul, que delimita um cubo imaginário de *30 cm* de aresta (Figura 2). É dentro dessa região que o robô inicia seu movimento, por isso é permitido tocar no robô apenas quando ele está dentro da Base, seja para prepará-lo ou modificá-lo.

Figura 2 – Base do Campo de Missões

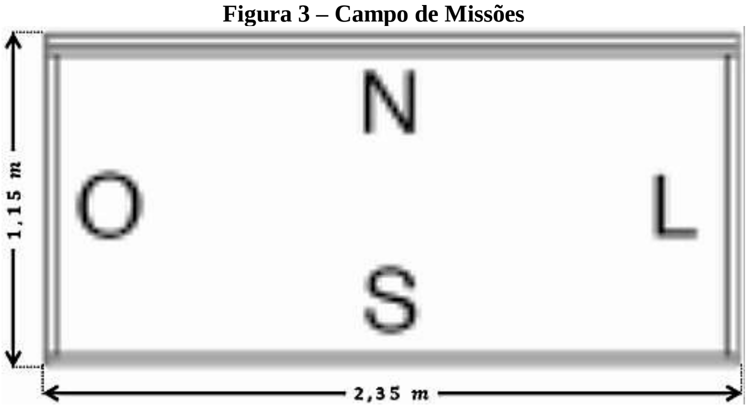


O Campo de Missões (Figura 3), em sua forma retangular, possui $1{,}15\ m$ de largura e $2{,}35\ m$ de comprimento, ou seja, seus lados delimitam uma região de $2{,}7025\ m^2$. A Base em formato cúbico, de $30\ cm$, do Campo de Missões ocupa uma região de $0{,}09\ m^2$, restando uma área de $2{,}6125\ m^2$ na qual são dispostas todas as missões.

---

[1] Para uma compreensão melhor acerca da competição de robôs e suas regras, visitar o site da competição: http://www.torneiobrasilderobotica.com.br/.

Figura 3 – Campo de Missões



A análise do Campo de Missões, em um primeiro momento, oportuniza a discussão acerca da diferença entre perímetro, área e volume, ao considerarmos também a base, bem como suas respectivas unidades (m, m^2 e m^3). Além disso, os cálculos tratam de números racionais, assim é necessária uma compreensão de como realizar operações matemáticas com números dessa natureza.

Após considera toda a área do tapete é possível analisar esse conceito em cada uma das missões. Essa discussão é necessária devido ao fato da maioria das missões seguirem a dinâmica de pegar um objeto e colocar em outro lugar, assim é importante se atentar a área para quais os objetos precisam ser levados e assim comparar com o tamanho de tais objetos.

Uma das missões do tapete da temporada 2014/2015 consistia em levar os objetos chamados de inoculante para uma região quadrilátera. Na figura abaixo podemos ver como é o objeto, em qual local começam posicionados e onde devem ser colocados.

Figura 4 – Missão 3 do TBR

A região em questão se aproxima bastante a figura de um retângulo, e para uma comprovação desse fato utilizou-se o *GeoGebra* e uma foto, que foi tirada com uma régua ao lado, permitindo fazer posteriormente essa medição. Esse processo foi realizado para o estudo da área da figura, pois se pode assumir que a figura seja um retângulo, quando na verdade se trata de um quadrilátero qualquer.

Figura 5 – Cálculo da área da missão 3 no *GeoGebra*

Utilizando os registros fotográficos é possível analisar a questão de escala, que é fundamental para um cálculo preciso acerca de distância. Sem a régua ao lado das missões não seria possível mensurar o tamanho exato. No *GeoGebra* percebemos que 1 cm equivale a 0,61 unidades de medida, estabelecendo, assim, nossa escala nessa situação. Após a construção do quadrilátero fizemos a conversão das medidas utilizando regra de três simples:

$$1\ cm - 0{,}61\ u.m.$$

$$r\ cm - f\ u.m.$$

Na qual r é o valor real da medida e f o valor de uma medida na foto. Fazendo a multiplicação cruzada, encontramos o valor de uma medida real em função da medida da foto, através da equação:

$$r = \frac{f}{0{,}61}$$

Assim, as dimensões da área que ira receber o objeto da missão é:

Quadro 1 – Dimensões do quadrilátero da missão

f	r
3,09	5,06
6,15	10,08
3,04	4,98

O quadrilátero em questão se aproxima de um retângulo, pois um par de seus lados têm medidas diferentes. Para o cálculo de sua área vamos supor que a figura seja um retângulo, cuja altura é a média dos lados diferentes: $\frac{5{,}06+4{,}98}{2} = \frac{10{,}04}{2} = 5{,}02\ cm$. Vamos converter esses valores para metros, para que possamos ter uma melhor compreensão em relação ao total.

$$5{,}02\ cm = 0{,}0502\ m$$

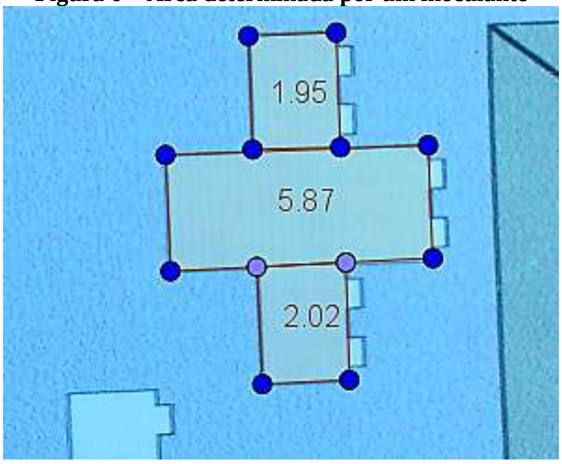
$$10{,}08\ cm = 0{,}1008\ m$$

Assim, a área da região dessa missão é de:

$$0{,}0502\ \times 0{,}1008 = 0{,}0050\, m^2$$

Com base nessa informação podemos estimar, a partir de um estudo, qual é a chance dos inoculantes serem colocados exatamente sobre a região. Usando o *GeoGebra*, na proporção real de 1 cm para 1 unidade de medida, foi possível verificar qual é a área que um inoculante ocupa.

Figura 6 – Área determinada por um inoculante



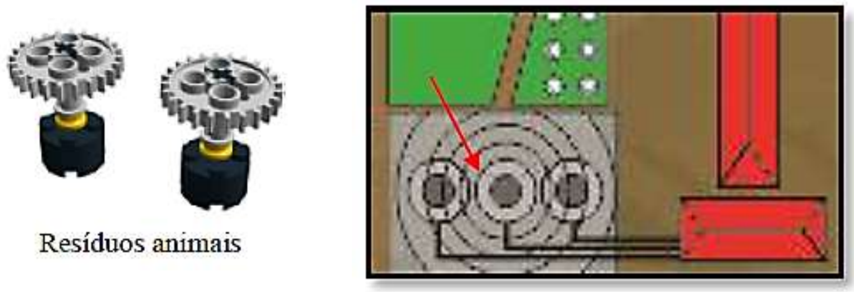
Para o cálculo da área dessa figura decompomo-la em três quadriláteros de áreas $1{,}95\ cm^2$; $5{,}87\ cm^2$ e $2{,}02\ cm^2$, que dá num total de $9{,}84\ cm^2$, ou $0{,}000984\ m^2$. Como se trata de dois inoculantes área a ser ocupada por eles é de $0{,}001968\ m^2$. A razão desse valor com o valor da área da região onde eles serão colocados nos expressa uma ideia de quanto eles ocupam do espaço.

$$\frac{0{,}001968}{0{,}0050} = 0{,}3936 = 39{,}36\%$$

Assim, vemos que os inoculantes ocupam menos da metade da região, indicando que a chance dos objetos ficarem de fora da área visada é pequena. A ideia de trabalhar a porcentagem permite exprimir ideias empíricas de forma exata, pois é possível tentar deduzir se os inoculantes tem uma maior chance de ficar fora ou dentro da região determinada, porém com os cálculos é possível demonstrar.

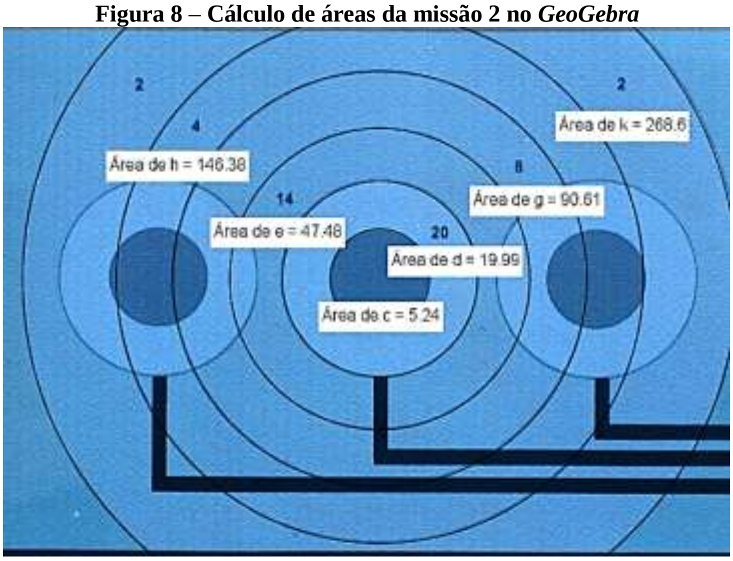
Além das regiões retangulares, outras figuras geométricas podem ser consideradas, de acordo com a proposta das missões do tapete, como por exemplo, as circunferências. Oportunidade de se discutir sobre os elementos que compõem uma circunferência, bem como a distinção dos conceitos de circunferência e círculo, onde o primeiro conceito expressa a ideia de comprimento de o segundo de área. A figura 7 apresenta exemplificações de cada elemento.

Figura 7 – Missão 2 do TBR



Quando tratamos de círculo também é necessário apresentar o número irracional π que surge nos cálculos, pois para calcular a região em que os Resíduos animais devem ser posicionados, precisamos saber desse número, e também notar que a missão é um conjunto de circunferências que determinam cinco coroas circulares (região limitada por dois círculos concêntricos), onde cada uma tem uma pontuação, análogo a um jogo de dardos. Com o auxílio do *GeoGebra* conseguimos calcular a área de cada circunferência.

Figura 8 – Cálculo de áreas da missão 2 no *GeoGebra*



A primeira circunferência, de cor mais escura ao centro, não tem pontuação, e em cada coroa circular seguinte o valor de pontos diminui. Na figura acima temos o valor da área da circunferência total, e não da coroa, e, também, o valor está expresso em cm^2. Na tabela abaixo vemos o cálculo e a conversão desses valores:

Quadro 2 – Áreas das regiões da missão 2

Circunferência	Área da circunferência em cm^2	Área da circunferência em m^2	Área das coroas circulares
Escura	5,24	0,000524	
20	19,99	0,001999	0,001475
14	47,48	0,004748	0,002749

8	90,61	0,009061	0,004313
4	146,38	0,014638	0,005577
2	268,6	0,02686	0,012222

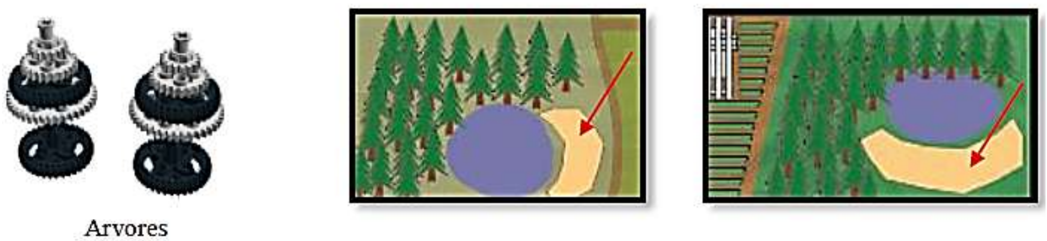
Podemos ver que as diferenças das áreas das coroas mostram que a chance de um objeto parar nas coroas mais externas é maior. Porém, a forma de se analisar a pontuação tem influência. O valor obtido é aquele de maior valor que o objeto tocou.

Figura 9 – Situação hipotética da missão 2

Na figura acima o objeto parou sobre três regiões ao mesmo tempo, assim em nível de pontuação, a equipe receberia 20 pontos. Esse critério simplifica a avaliação, ao invés de analisar, por exemplo, em qual região está a maior parte do objeto, o que levaria a uma análise mais complexa, que demoraria a dar um retorno a respeito dos pontos.

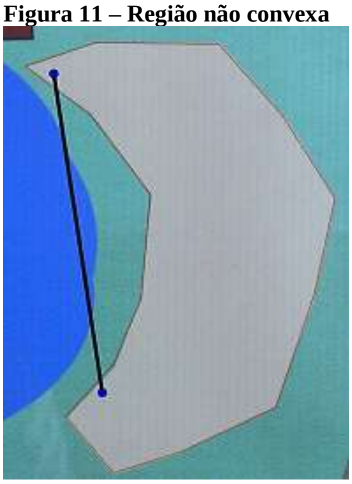
Além das regiões quadriláteras e circulares o tapete pode apresentar figuras cuja decomposição em figuras simples pode ser mais complicada. Por exemplo, no tapete da temporada 2014/2015 havia uma missão de reflorestamento, em que duas árvores eram levadas a duas regiões, cada árvore em uma região.

Figura 10 – Missão 5 do TBR



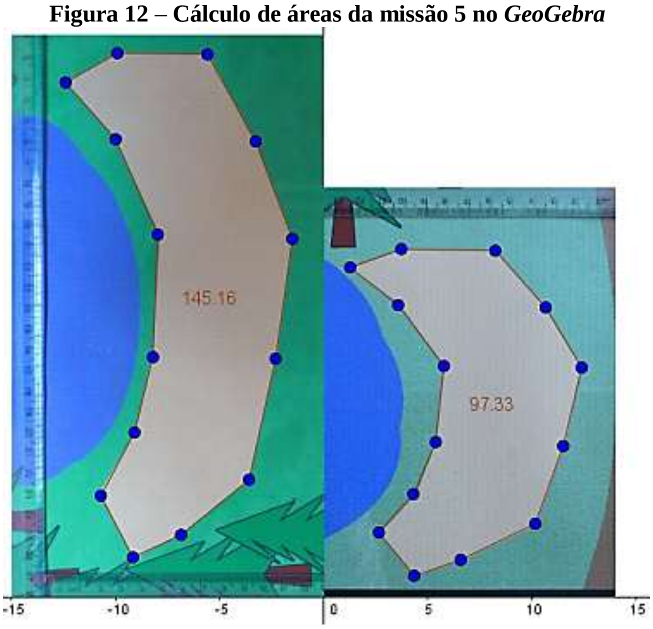
As regiões indicadas na figura acima são definidas como polígonos não convexos, dado aos seus formatos. Um polígono é não convexo quando houver algum segmento com extremidades no seu interior, mas com pelo menos um ponto do segmento no seu exterior. Como é possível verificar na imagem abaixo.

Figura 11 – Região não convexa



Ao analisar a figura é possível questionar em qual das duas regiões é mais fácil colocar uma árvore? Em outras palavras: Qual região determina uma maior área? Para responder essa pergunta podemos recorrer, novamente, as funcionalidades do *GeoGebra* e limitar as regiões por polígonos, cujas áreas são calculadas automaticamente pelo *software*. Constatando, assim, que a região da esquerda é a de maior área, mesmo a outra sendo mais larga.

Figura 12 – Cálculo de áreas da missão 5 no *GeoGebra*



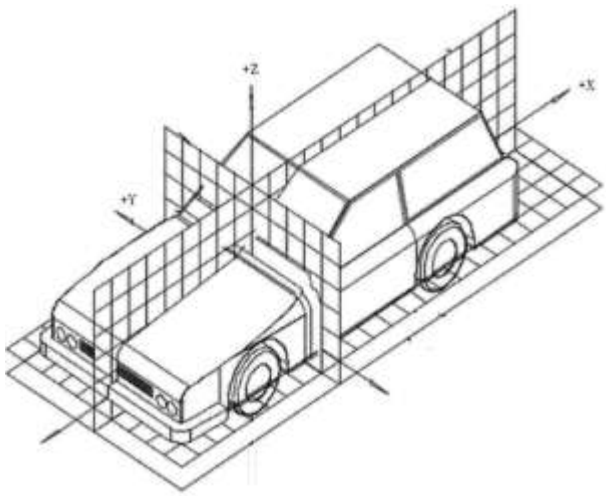
O tapete do TBR remete em várias situações ao estudo de tópicos da geometria plana, cabendo uma análise mais minuciosa. O conceito de área é importante quando se considera as missões no tapete, e leva acerca desse tópico, mesmo que de maneira informal.

II. Círculo, Ângulo e Regra de Três

Do estudo das missões do tapete de competição, passamos para o movimento do robô. Ao se programar um carrinho para fazer um giro, deve-se pensar como esse pode ser feito: com as duas rodas girando em sentido contrário ou fixando uma das rodas e girando a outra. Tendo escolhido o tipo de giro é preciso todo um estudo para estabelecer os dados corretos de programação dos motores em graus ou rotações[2].

Essa é a problemática em questão, visto que o giro do motor, que é o mesmo da roda (pois estão conectados por um eixo) não será o mesmo que o carrinho dará. O giro do motor acontece em um plano vertical e do robô em um horizontal. Esse momento é apropriado para se discutir dimensão e explorar um plano cartesiano tridimensional. Na figura a seguir vemos que o movimento das rodas acontece no plano xOz e o do carro no plano xOy.

Figura 13 – Planos que contêm um carro



Assim, buscamos saber qual é a relação do giro de α graus do motor com o de β graus feito pelo o carrinho? Outras variáveis que fazem a diferença na solução do problema são o comprimento do raio das rodas e a distância entre as rodas, a qual terá uma função diferente para cada tipo de giro do carrinho. Sendo que, uma circunferência é descrita quando o carrinho realiza um giro completo, então a distância das rodas ora será o raio dessa circunferência e ora será o diâmetro.

Para solucionar o problema do giro do carrinho, foi preciso relacionar todas as variáveis e assim utilizar o conceito matemático de Regra de Três e Comprimento de Circunferência. Através dos cálculos foi possível relacionar todas as condicionantes e, utilizando o *software* de programação, para o carrinho fazer o giro desejado.

[2] O giro em graus e rotações é bastante parecido, se relacionando pela a igualdade: 1 rotação = 360 graus.

Como já foi dito, existem dois tipos de giro do carrinho aquele que as duas rodas giram em sentidos contrários (Figura 14), onde uma circunferência é descrita e seu diâmetro é à distância das rodas. E o outro aquele em que uma das rodas para de girar e a outra continuam a se mover (Figura 15), lembrando o movimento de um compasso, e nesse caso a distância das rodas vai ser o raio da circunferência descrita.

Figura 14 - Giro com Rodas Girando no Sentido Contrário

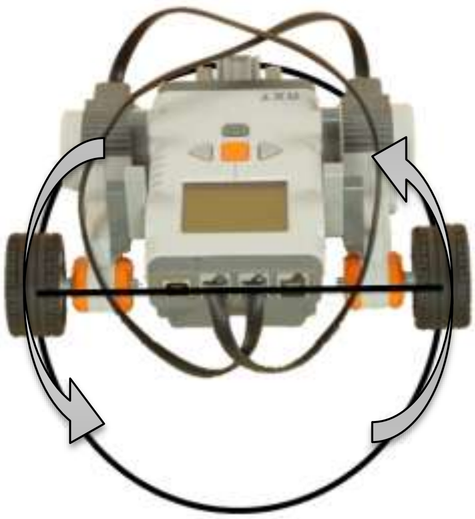
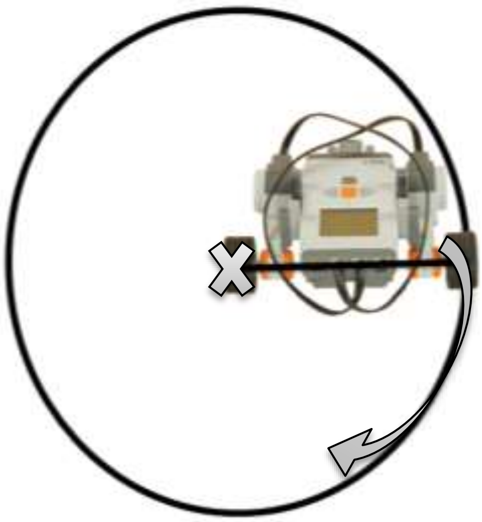
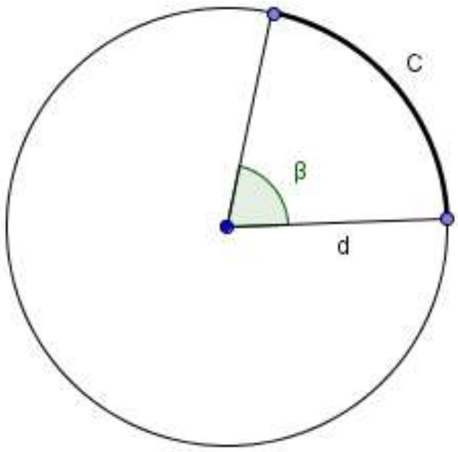


Figura 15 - Giro Sobre Uma das Rodas



Lembrando que, buscamos saber quantos α graus são necessários o motor girar para que o carrinho faça um giro de β graus. Vamos analisar o caso em que o carrinho faz um giro sobre uma das rodas. Quando o robô girar β graus ele andará C centímetros sobre a circunferência que ele descreveria caso girasse 360° (Figura 16).

Figura 16 – Movimento Realizado Pelo Carrinho



Dessa forma utilizando o conceito de Regra de Três e o de comprimento de circunferência, podemos estimar o valor de α. Assim, calculando o valor de C

$$\frac{C}{\beta} = \frac{2\pi d}{360°} \qquad (1)$$

Isolando C em (1) o expressamos em função de β, assim

$$C = \frac{2\pi d\beta}{360} = \frac{\pi d\beta}{180} \qquad (2)$$

Seja r o raio da roda do carrinho, então o comprimento dela é

$$c = 2\pi r \qquad (3)$$

Sabendo o comprimento da roda, precisamos saber quantas voltas será dada sobre o comprimento C, ou seja, quantas vezes c cabem em C. Assim dividimos (2) por (3) e obtemos o valor de α

$$\alpha = \frac{\frac{\pi d\beta}{180}}{2\pi r} = \frac{\pi d\beta}{180} \times \frac{1}{2\pi r} = \frac{\pi d\beta}{360\pi r} = \frac{d\beta}{360r} \qquad (4)$$

Logo, para que o carrinho descreva uma curva de β graus, ao fazer um giro sobre uma das rodas, o motor tem que ser programado para rodar

$$\alpha = \frac{d\beta}{360r} \qquad (5)$$

onde, d é a distância entre as rodas, r o raio da roda e β o quanto que se quer que o carrinho gire.

Agora, para analisar o caso em que as rodas giram simultaneamente em sentido contrário o raciocínio é análogo, porém é preciso considerar a metade da distância das rodas, assim C irá medir

$$C = \frac{\pi d\beta}{360} \qquad (6)$$

Buscando, novamente saber quantas voltas à roda vai dar sobre o comprimento C, dividimos (6) por (3) e obtemos o valor de α:

$$\alpha = \frac{\frac{\pi d\beta}{360}}{2\pi r} = \frac{\pi d\beta}{360} \times \frac{1}{2\pi r} = \frac{\pi d\beta}{720\pi r} = \frac{d\beta}{720r} \qquad (7)$$

Assim, para que o carrinho descreva uma curva de β graus, ao fazer um giro onde as duas rodas giram em sentidos contrários, o motor tem que ser programado para rodar

$$\alpha = \frac{d\beta}{720r} \qquad (8)$$

onde, d é a distância entre as rodas, r o raio da roda e β o quanto que se quer que o carrinho gire.

De (5) e (8) vemos que um dos ângulos α a ser inserido na programação do movimento do carrinho é o dobro do outro, isso se deve a distância das rodas que, como foi dito anteriormente, desempenham um papel diferente em cada giro.

III. Otimização e Combinações

Conhecido o campo de missões e o giro do robô, passemos a movimentação do robô. O objetivo é que o robô de forma autônoma[3] seja capaz de realizar as missões, cada uma com uma pontuação, no menor tempo possível, de acordo com uma determinada tática. Nesse momento há um processo de matematização de um problema, no qual é possível simular alguns percursos contabilizando a quantidade de pontos que será possível alcançar, considerando o tempo de execução, que é de, no máximo[4], 120 segundos.

Para a realização dos desafios propostos no Campo de Missões é preciso conciliar duas grandezas, tempo e pontuação, de modo que a primeira seja mínima e a segunda máxima. A grandeza tempo é expressa por duas outras, velocidade e distância, através da relação: $t = s/v$. Onde t é o tempo expresso em minutos, s a distância em metros e v a velocidade em m/s. Assim, cabe considerar quanto tempo se gastará para adquirir certa quantidade de pontos. Para auxiliar nessa estimativa pode ser vantajoso utilizar recursos tecnológicos, como, por exemplo, o *GeoGebra*[5] (Figura 17).

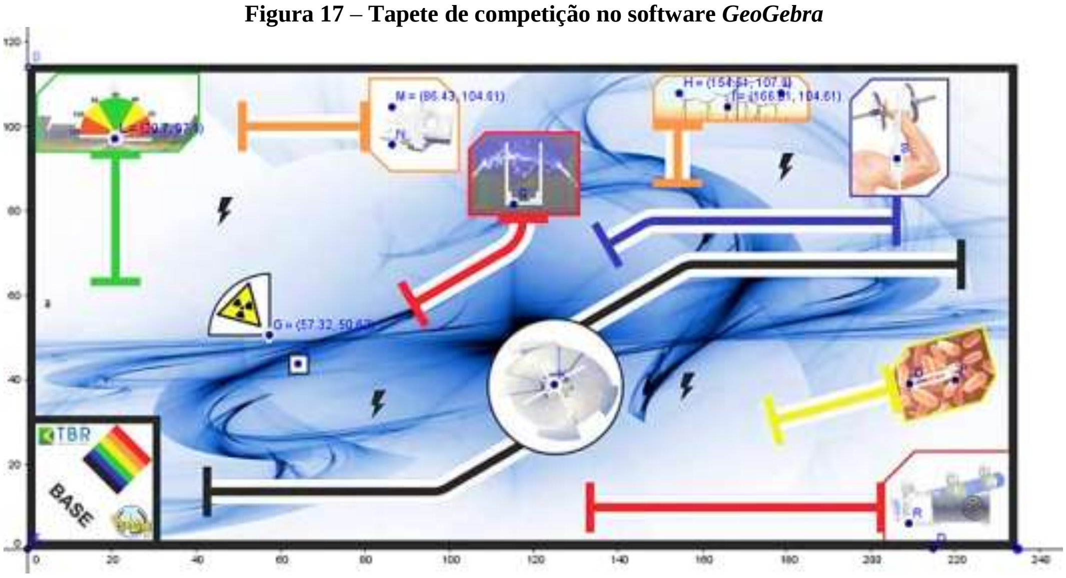
---

[3] Tipo de robô que pode movimentar-se sem estar conectado a nada externo.

[4] Pode ser menos, caso uma equipe conclua todas as missões ou quando um time encerra a partida por excesso de penalidades.

[5] *Software* livre escrito em linguagem JAVA, de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra. Disponível em http://www.geogebra.org/cms/en/. Acesso em: 11 jan. 2017.

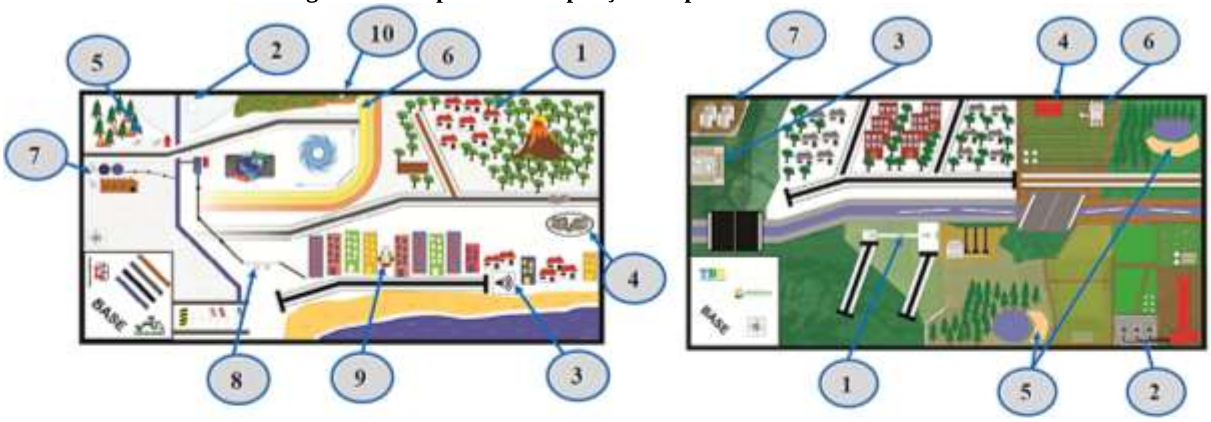
Figura 17 – Tapete de competição no software *GeoGebra*



A simulação apresentada na Figura 17 mostra como o *software* auxilia no processo de elaboração de estratégia a serem realizadas na competição, ao posicionar o tapete no plano cartesiano, utilizando suas dimensões reais. Os pontos azuis são onde se localizam as missões, permitindo elaborar estratégias a partir da construção de linhas poligonais fechadas[6], ou caminhos poligonais como é chamado pelo *software*.

Esse processo de otimização, recorrendo ou não a *software*, é bastante útil nesse momento, porém exigindo um conhecimento relacionado a grandezas, números e combinações de caminhos, que leva em consideração quantas viagens um robô faz e a quantidade de missões o tapete dispõem. Na Figura 18 vemos a esquerda o tapete da temporada 2013 e a direita o da temporada 2014/2015.

Figura 18 – Tapetes de competição temporadas 2013 e 2014/2015



Na temporada 2013 o tapete tinha dez missões, e na temporada 2014/2015 tinha sete. Cada uma dessas missões pode exigir mais do que uma ação, como por exemplo, pegar algum

[6] É uma linha formada por um conjunto de segmentos de retas sucessivas e não colineares. Onde o final do último segmento de reta está ligado (unido) ao início do primeiro segmento de reta.

objeto e levar para outro lugar. De qualquer forma, o robô sempre inicia o seu movimento dentro da Base, onde ele pode ir a uma ou mais viagens buscando realizar uma ou mais missões por viagem. Assim, quando se escolhe determinada estratégia, eles estão apenas escolhendo uma das infinitas possiblidades que existem.

Para se compreender a grandeza desse número vamos supor que se decida realizar todas as missões em uma só viagem. Tomando como base o tapete da temporada 2013, que possui dez missões, chegamos a um número enorme de possibilidades. Pode-se começar de qualquer missão e ir para qualquer outra, assim, é possível calcular o número de possibilidades a partir do conceito de Permutação Simples, que trata de quantas maneiras podemos ordenar diferentes elementos em sequência. O valor é obtido utilizando a fórmula:

$$P_n = n!$$

Considerando que n é o número de elementos e o ponto de exclamação (!) representa o fatorial de um número, sendo assim ele é obtido pelo produto de todos os antecessores inteiros positivos menores ou iguais a (n) com exceção do zero. Assim, para realizar todas as missões existe $P_{10} = 10! = 3628800$ possibilidades.

Agora, caso deseje-se realizar menos missões de uma vez, ou realizá-las mais de uma vez, dado a necessidade, é necessário expandir o conceito de Permutações Simples, e envolver os Arranjos e as Permutações com Repetições, aumentando de maneira considerável as escolhas, exigindo mais cálculos para compreender o valor exato.

Pode ser que esse conhecimento exceda os conteúdos trabalhados com alunos no ensino fundamental, assim é possível recorrer a outras maneiras de elaborar essas estratégias, as quais levam em consideração conceitos simples de soma de valores, operando as pontuações das missões.

IV. Orientação e Trigonometria

Outro tópico que fomenta uma discussão matemática é em relação à orientação da movimentação do robô. A importância de direção do robô depende da maneira como se programa[7] o robô, pois esse sempre irá realizar o movimento programado. O posicionamento inicial do robô influenciava em toda a estratégia pré-estabelecida, por isso era fundamental que o primeiro movimento do robô fosse à mesma direção sempre. Para auxiliar nessa parte, é interessante criar uma "régua" com peças de *LEGO*® que serve de referência para a

[7] Algumas programações mais avançadas faziam com que o robô, através de sensores, compensasse a diferença de direção e retomasse o caminho certo.

movimentação do robô. Na figura abaixo vemos o robô dentro da Base do Campo de Missões ao lado de uma régua.

Figura 19 – Régua de LEGO usada para direcionar o robô

Na Figura 19 vemos um desenho de uma Rosa-dos-Ventos, que expressa a ideia de direção, conteúdo útil na disciplina de Geografia e Geometria. Durante vários momentos a orientação é discutida, porém de maneira informal, e aparentemente existe conceitos populares acerca do assunto. Além disso, eles sabiam da importância de se utilizar a régua na competição, auxiliando no desempenho do robô, evitando prejudicar todo o trabalho desenvolvido.

A falta de uma régua para auxiliar no movimento inicial do robô pode gerar pequenos erros que causam grandes impactos. Para compreender como isso acontece suponha que exista uma missão que dista *200 cm* da base, assim é possível analisar qual é o impacto que cada grau pode causar na trajetória do robô, quando esse é inicializado sem o posicionamento correto. Para compreender esse fato recorremos à trigonometria, especificamente ao Teorema de Pitágoras. Vamos supor que o robô inicie o movimento com apenas *1º* a mais que um ângulo reto, e que seu movimento só se interrompa[8] se ele encontrar o objetivo. Sendo $\tan(1°) \cong 0{,}01745$, temos:

$$\tan(1°) = \frac{e}{200} \Rightarrow e \cong 3{,}49101$$

Onde e é a distância que o robô ficara do alvo desejado quando chegasse ao rumo da missão, nesse caso, aproximadamente $3{,}5\ cm$. Agora, suponha agora que a diferença no ângulo

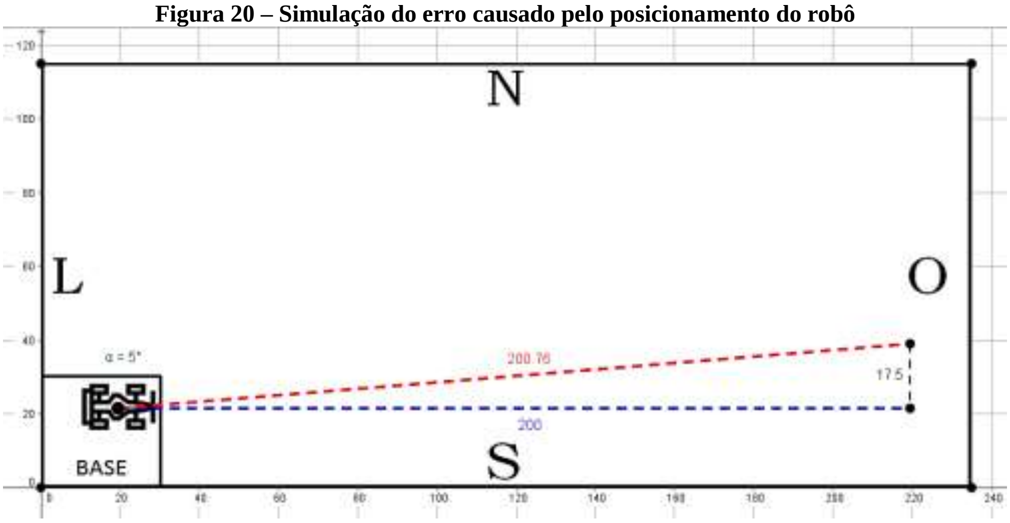
[8] De modo a simplificar o modelo, para uma melhor compreensão, definimos essa hipótese. Caso não fizéssemos essa consideração o modelo iria investigar, ao invés da formação de um triangulo retângulo, a formação de um triângulo isósceles, pois o robô se moveria a quantidade exata que ele foi previamente programado. Criando um problema com mais variáveis que complicaria o modelo matemático.

seja de 5°, que é um valor que, aparentemente, pode passar despercebido. Sendo $\tan(5°) \cong 0{,}08748$, temos:

$$\tan(5°) = \frac{e}{200} \Rightarrow e \cong 17{,}49773$$

A diferença de 14 cm é bastante considerável se notarmos que houve uma diferença de apenas 4°, e essa diferença influência na pontuação da equipe, pois eles podem perceber o erro só depois que o robô já estiver fora da Base. Nessa situação têm-se duas opções: deixá-lo ir e torcer para que volte para Base, o que dificilmente acontecerá, ou trazê-lo manualmente para Base, sendo passivo de punição, por tocá-lo fora da região permitida. De qualquer forma, a equipe é penalizada, por isso é importante à precisão. A figura abaixo mostra um objeto feito no *GeoGebra* que simula esse erro do robô.

Figura 20 – Simulação do erro causado pelo posicionamento do robô



O conceito de trigonometria está presente no ensino básico, porém não exploram a função tangente, por isso esse conceito normalmente é trabalhado de maneira conceitual. A ideia de que a diferença considerável de um mau posicionamento inicial do robô, apontando os impactos negativos que isso traria na disputa é bem aceita, já que é possível constatar a cada movimento do robô.

V. Estatística

A programação com robôs remetem também a estatística, normalmente por meio de um processo de repetições exaustivas das missões, onde é útil utilizar um cronômetro para calcular quanto tempo se demora em realizar as tarefas. Mesmo sendo repetições da mesma programação, em certos momentos pode haver algumas variações, devido a erro de posicionamentos do robô. Além disso, quando o robô está na base sendo preparado para outras missões durante a partida, o tempo de execução é alterado, pois nem sempre se consegue realizar tais mudanças no mesmo tempo. Essa ideia é exemplificada quando mecânicos de carros de corrida precisam fazer intervenções nos carros em segundos.

Outra variante no tempo é em relação ao desempenho do robô, que nem sempre é o mesmo. É necessário que o robô funcione com a bateria totalmente carregada, pois até isso influencia em seu funcionamento. Com muita energia na bateria os motores funcionam normalmente, já com pouca energia, os motores tem um desempenho menor. Assim, uma programação que pede que o robô ande determinada distância pode ser influenciada.

Assim, a estatística surge primeiramente na coleta dos dados e depois quando se utiliza a média e a moda dos tempos que são registrados ao longo do treinamento. Esse conteúdo matemático é o que mais surge em situações-problemas que recorrem a modelagem matemática, pois permite que se compreenda qual a tendência de ocorrência de um evento, aquele que a média sugere. O tempo médio exibe uma visão geral de como é o desempenho, enquanto que a moda mostra qual será o provável tempo de realização das missões.