UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

BEATRIZ APARECIDA SILVA ALVES

A ÁLGEBRA NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA O TRABALHO COM EQUAÇÕES DE 1º GRAU

UBERLÂNDIA – MG

2016

BEATRIZ APARECIDA SILVA ALVES

A ÁLGEBRA NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA O TRABALHO COM EQUAÇÕES DE 1º GRAU

Produto educacional da dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.
Área de concentração: Ensino de Matemática.
Orientadora**:** Profª. Drª. Fabiana Fiorezi de Marco.

UBERLÂNDIA

2016

APRESENTAÇÃO

Prezado(a) Professor(a)

O presente trabalho constitui o produto final obtido da dissertação de mestrado, desenvolvida durante o curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática ofertado pela Universidade Federal de Uberlândia, sob a orientação da Profª. Drª. Fabiana Fiorezi de Marco.

Na pesquisa, de caráter qualitativo, apresentamos nossa preocupação com a formação do pensamento algébrico e do conceito de equações de 1° grau sob a perspectiva da atividade orientadora de ensino (MOURA, 1992; 2000; 2001). Os princípios norteadores dessas atividades versam sob os nexos conceituais da álgebra: fluência, campo de variação e variável (SOUSA, 2004), que podem ser apreendidos à luz da Teoria Histórico-Cultural (VIGOTSKI, 1989; 1991; LEONTIEV, 1978; 1983) e dos princípios de Davidov (1982; 1987) acerca da construção do conhecimento teórico.

O estudo foi realizado com 27 estudantes do 7° ano do ensino fundamental de uma escola municipal da cidade de Uberlândia/MG, com faixa etária entre 12 a 15 anos, para os quais buscamos organizar uma unidade didática que permitisse cumprir com o objetivo da formação conceitual do pensamento algébrico e de equações de 1° grau.

Com o presente produto esperamos oferecer uma contribuição aos professores de matemática, especialmente para o trabalho com o ensino de equações de 1° grau por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem que propiciem a formação do conhecimento teórico.

Salientamos que o objetivo desse produto é aguçar no professor o desejo em organizar sua prática de modo a promover a apropriação do conhecimento teórico pelos estudantes, corroborando-se como um referencial, mas excluindo-se a ideia de uma "receita" para o trabalho com a formação do pensamento algébrico e o conceito de equações de 1° grau.

Aos interessados em conhecer nossa pesquisa, estamos à disposição para socializar nossas descobertas e vivências assim como, trocar ideias e fomentarmos ainda mais nossos estudos[1].

---

[1] Contato para troca de experiências: beatriz.famat@hotmail.com

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Nosso objeto de estudo versa sobre a formação do pensamento algébrico e do conceito de equações de 1° grau, no qual nossa intenção é corroborar para que o estudante se aproprie desse conceito e não seja apenas um usuário que opere com letras sem atribuir nenhum tipo de significado. Esse fato decorre do conhecimento de que

> a álgebra ainda é considerada um assunto difícil de ser trabalhado em sala de aula porque envolve muitos "conceitos novos" para os alunos do Ensino Fundamental, como no caso do "tal x", como eles mesmos dizem, ou seja, do conceito de variável, de incógnita; e na ideia de movimento, fundamental para a compreensão do conceito de variável, que nem sempre é explorado devido ao fato de os professores não estarem preparados para trabalhar o mesmo em sala de aula, pois não tiveram contato com ele em sua formação acadêmica. Além disso, na sua formalização, a álgebra requer uma linguagem específica, simbólica e rigorosa. (SCARLASSARI, 2007, p. 3).

Pensar a complexidade do objeto principal do professor, o ensino, e, no caso desse estudo, a formação do pensamento algébrico e do conceito de equações de 1° grau, além de uma metodologia que o ajude a organizar este ensino visando à produção de novos conhecimentos não é simples. Nas palavras de Moura (2000, p. 4)

> o processo de produção do conhecimento matemático tem assim um duplo movimento: por um lado é gerado como necessidade de resolver problema e de outro, serve de instrumento para produzir novos significados que servirão, mais adiante, como novas ferramentas para novos problemas gerados na dinâmica da vida humana em interação com a natureza física e simbólica.

Esta afirmação sugere pensar no docente como promotor de um ensino com objetivos e ações intencionalmente definidas para solucionar problemas gerados na dinâmica da vida e cuja prática possui uma intencionalidade a ser alcançada: a apropriação de conhecimento matemático pelos estudantes.

O anseio em atribuir nova qualidade à nossa prática pedagógica e o movimento vivido em sala de aula, direcionou-nos à preocupação que se tornou uma necessidade para nós: a de promover a apropriação de conhecimento algébrico por parte dos estudantes. Nas palavras de Araújo:

> Se não se introduzir a álgebra de maneira significativa, conectando os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem, se aos objetos algébricos não se associar nenhum sentido, se a aprendizagem da álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de

> regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação (ARAÚJO, 2008, p. 6).

Entendemos que se faz interessante que o professor desenvolva sua prática com a intencionalidade de que o estudante desenvolva sentidos próprios dos conceitos que, pelas ações mobilizadoras do professor coincida com os significados dos conceitos algébricos ao invés de recebê-los como regras a serem memorizadas. São inúmeras as contribuições da álgebra na formação das funções psicológicas mais desenvolvidas do ser humano que, conforme nos diz Vigotski (1987),

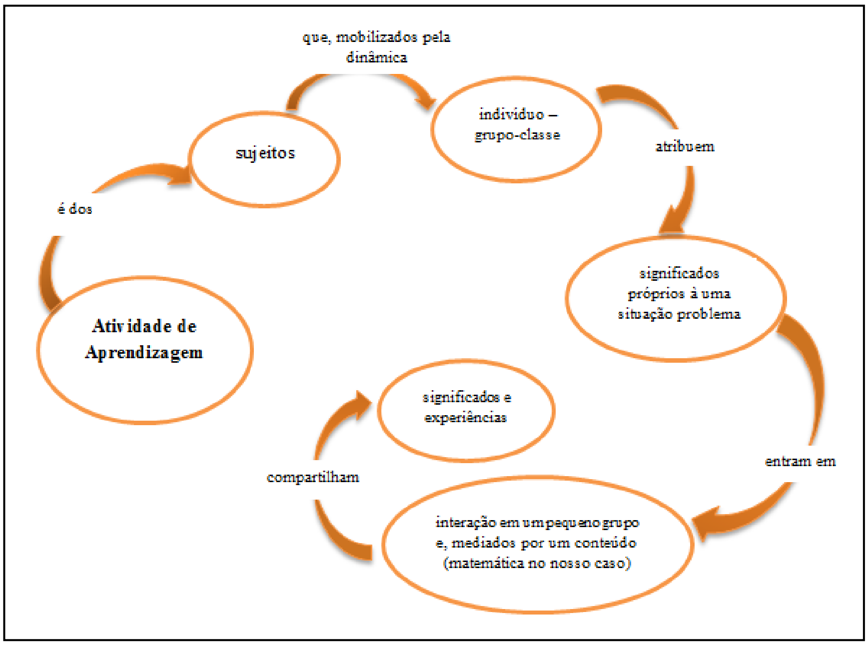
> [...] pelo aprendizado da álgebra, a criança passa a compreender as operações aritméticas como casos particulares de operações algébricas. Isso dá à criança uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada de suas operações com quantidades concretas. Assim como a álgebra livra o pensamento da criança da prisão das relações numéricas concretas e o eleva ao nível mais abstrato[2] (VYGOTSKY, 1987, p. 180, tradução nossa).

Assim, propusemos atividades de ensino à uma turma do 7° ano do ensino fundamental, composta por 27 estudantes com faixa etária de 12 a 15 anos, regularmente frequentes de uma escola municipal da cidade de Uberlândia.

Lançamos mão da dinâmica, indivíduo-grupo-classe (LANNER DE MOURA et al., 2003) objetivando o compartilhamento de sentimentos, experiências, significados e conhecimentos em que, num primeiro momento, o indivíduo está no movimento do pensar individual sobre a situação-problema a qual está inserido e atribuir significados próprios a ela; posteriormente, em pequenos grupos, poderá discutir suas ideias a fim de elaborar uma síntese coletiva que represente este grupo e, por fim, termos a discussão grupo-classe para encontrar uma possível solução ou a mais adequada – e que ocorre mediada pelo professor. Adaptando o esquema de Marco (2009), podemos representar essa dinâmica no seguinte mapa conceitual:

[2] Tradução livre que faço de "[...] by learning algebra, the child comes to understand arithmetic operations as particular instantiations of algebraic operations. This gives the child a freer, more abstract and generalized view of his operations with concrete quantities. Just as algebra frees the child's thought from the grasp of concrete numerical relations and raises it to level of more abstract thought".

Figura 1: Movimento entre estudantes ao vivenciar uma atividade de ensino



Fonte: Adaptado de Marco, 2009, p. 35

Uma vez que, pelos fundamentos da Teoria da Atividade, vemos que os sujeitos em coletividade e sob as ações desencadeadas pela professora pesquisadora podem colocar-se em atividade construindo significados e apreendendo os conceitos, foco da intencionalidade da professora pesquisadora.

ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

Alexei Nikolaievich Leontiev foi um psicólogo russo que em 1924 graduou-se em Ciências Sociais e, posteriormente, trabalhou com Vigotski. Sua obra nos fala no conceito de atividade, introduzido por Marx, em um sentido materialista. Em suas palavras, “a atividade em sua forma inicial e principal é a atividade prática sensitiva mediante a qual as pessoas entram em contato prático com os objetos do mundo que as circundam, experimentam sua resistência, influem sobre eles, subordinando-se à suas propriedades objetivas” (1989, p. 15).

Para o próprio Leontiev (1978, p. 68), atividade é definida como “os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo”.

Uma situação pode ser caracterizada como atividade mediante os seguintes elementos: objeto, motivo, operação/ação e objetivo, sendo que o objeto e o motivo devem sempre coincidir dentro de uma atividade, “o objeto da atividade é seu motivo real” (LEONTIEV, 1983, p. 83). Esse motivo pode tanto ser externo como ideal, percebidos ambos como existentes somente na imaginação, na ideia. O conceito da atividade está necessariamente relacionado ao conceito de motivo, a atividade somente existe mediante o objetivo, pois “podemos dizer que um sujeito se encontra em atividade quando o objetivo de sua ação coincide com o motivo de sua atividade, e esta deverá satisfazer uma necessidade do indivíduo e do grupo em sua relação com o mundo, procurando atingir um objetivo” (MARCO, 2009, p. 28).

Sobre a ação, Leontiev (1983), a define como

> o processo que se subordina à representação daquele resultado que haverá de ser alcançado, quer dizer, o processo subordinado a um objetivo consciente. Do mesmo modo que o conceito de motivo se relaciona com o conceito de atividade, assim também o conceito de objetivo se relaciona com o conceito de ação. (p. 83).

As significações atribuídas na atividade a um dado objeto ou fenômeno, são descobertas “num sistema de ligações, de interações e de relações objetivas” (LEONTIEV, 1978, p. 94), sendo estas refletidas e fixadas na linguagem. Sendo assim, a significação torna-se a forma pela qual o homem irá assimilar a experiência humana generalizada e reflexiva. Nas palavras de Leontiev (1978), “a significação mediatiza o reflexo do mundo pelo homem na medida em que ele tem consciência deste, isto é, na medida em que o seu reflexo do mundo se apoia na experiência da prática social e a integra” (p. 95).

Ainda acerca do conceito de atividade, Moura (2000, p. 24) alega que essa “é regida por uma necessidade que permite o estabelecimento de metas bem definidas” onde o estabelecimento dos objetivos determinará estratégias para que se consiga cumprir tais metas, podendo-se lançar mão de diferentes ações e instrumentos.

Incorporando ao conceito de atividade, Moura (2000) volta seu olhar para o ensino e defende que a atividade de ensino tem como objetivo “organizar uma sequência de conteúdos escolares que permitem cumprir com determinado objetivo educacional” (MOURA, 2000, p. 22). Mais ainda, define atividade orientadora de ensino (AOE), como

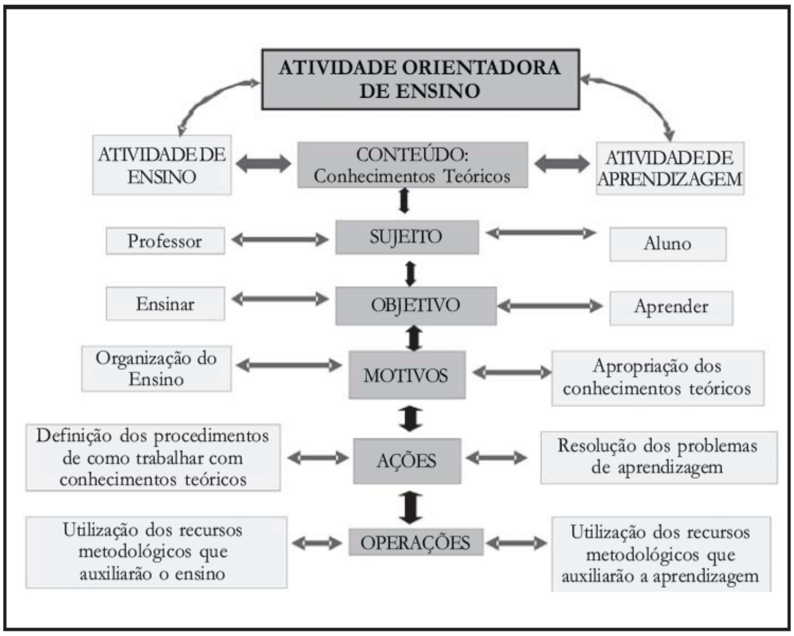
> aquela que se estrutura de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema. É atividade orientadora porque define elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor. Este estabelece os objetivos, define as ações e elege os instrumentos auxiliares de ensino, porém não detém todo o processo, justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão. (MOURA, 2002, p. 155).

Entendemos assim, que a AOE é concebida como uma unidade formadora, entre as atividades de ensino e as de aprendizagem, na qual

> a Atividade Orientadora de Ensino tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; elege instrumentos auxiliares no ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende. (MOURA, 2001, p .155).

Sintetizando os componentes centrais da AOE, na Figura 2, temos:

Figura 2: AOE: relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem



Fonte: MORAES, 2008, p.116 apud MOURA et al., 2010, p. 98

O professor, ao se colocar em atividade de ensino, continua apropriando-se de conhecimentos teóricos, organizando suas ações, pois "a atividade de ensino quase sempre está associada à ideia de busca do professor por um modo de fazer com que o estudante aprenda um determinado conteúdo escolar" (MOURA, 2000, p. 23), fomentando a atividade de aprendizagem, atividade essa, que pode permitir a apropriação dos conhecimentos teóricos.

Frente ao exposto, nesse estudo buscamos compreender o movimento de atividade de aprendizagem realizado pelos estudantes, nos remetendo as suas ações, buscando as justificativas para o conhecimento teórico por eles produzidos.

A ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Assim como Moura (2001), entendemos por conteúdos matemáticos "aqueles que permaneceram como patrimônio cultural, porque de algum modo, contribuem para a solução de problemas ainda relevantes para o convívio social" (p. 148), adquirindo assim objetivo social aliado a história da humanidade para resolver problemas.

Vemo-nos, então, diante da necessidade de compreender melhor como o conteúdo matemático de álgebra fora produzido historicamente e as concepções existentes, a fim de melhor dimensioná-lo no contexto escolar, pois

> Aprofundar-se no conteúdo é definir uma maneira de ver como este se relaciona com outros conhecimentos e como ele faz parte do conjunto de saberes relevantes para o convívio social. É também definidor de como tratá-lo em sala de aula, pois o professor, ao conhecer os processos históricos de construção dos conteúdos, os redimensiona no currículo escolar. (MOURA, 2001, p. 149).

Sousa (2004) considera os nexos conceituais da álgebra fluência, variável, campo de variação como elementos necessários para uma melhor compreensão dos conceitos algébricos e, possivelmente, das equações. A autora a luz dos nexos internos de Davýdov (1982) infere que

> Os nexos conceituais que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento.

> Definimos nexo conceitual como o elo de ligação entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito. (SOUSA, 2004, pp. 61-62).

Logo, os nexos conceituais se apresentam no movimento do pensamento, tanto do professor, quanto do aluno. Os nexos internos do conceito (DAVÝDOV, 1982) mobilizam mais o movimento do aluno, enquanto que os nexos externos "não deixam de ser uma linguagem de comunicação do conceito apresentada em seu estado formal, mas que não necessariamente denotam sua história. Dá pouca mobilidade ao sujeito para elaborar o conceito" (SOUSA, 2004, p. 62).

Assim, nos atentamos aos nexos conceituais (fluência, campo de variação e variável) na elaboração de nossa proposta, uma vez que, estes consideram o movimento do surgimento da álgebra e possibilitam que o aluno se aproprie do pensamento algébrico e do conceito de equações de 1° grau. Nas palavras de Sousa, Panossian e Cedro (2004)

> Esses conceitos, aos quais estamos denominando de nexos conceituais da álgebra, constituem o substancial, o movimento do pensamento algébrico, tendo em vista a busca da verdade relativizada. Fundamentam as diversas álgebras, elaboradas estruturalmente pelos matemáticos das diversas civilizações, de tempos em tempos, no intuito de descrever, de formalizar os diversos movimentos presentes no mundo no qual estamos inseridos. (p. 121).

Ao direcionarmos nosso olhar à fluência dos fenômenos e objetos presentes em nossa realidade, possibilitamo-nos compreender as inúmeras relações e constantes transformações desta realidade.

> O mundo está em permanente evolução; todas as coisas, a todo momento, se transformam, tudo *flue,* tudo *devém*. Isto, que é a afirmação fundamental do filósofo *Heráclito* de Efeso foi, posteriormente, reconhecido por grandes pensadores e pode ser verificado por qualquer de nós, seja qual for aquele objecto em que fixemos a nossa atenção. Pois não é verdade que tudo está sujeito a uma mesma lei de nascimento, vida e morte, que, por sua vez, vai originar outros nascimentos? (CARAÇA, 1951, p. 110).

Esse primeiro nexo conceitual parece evidenciar o movimento da vida, a mutabilidade da álgebra, mostrar aos estudantes os caminhos percorridos para se chegar à configuração que temos hoje, se relacionando com os nexos conceituais campo de variação e variável.

Sobre o Campo de variação, Panossian (2014) remete à criação de diversos campos numéricos, ou campo de variação, como uma necessidade das diferentes civilizações, possibilitando a garantia de fluência do movimento de controle de quantidades, pois

> consideramos que a qualidade desses campos numéricos se alterava em um movimento de evolução, no sentido em que sua essência não se modificava, mas se modificavam outras qualidades. É o que acontece, por exemplo, com a necessidade da criação de números que podem ser representados na forma de razão, os quais avançam de forma gradativa modificando a qualidade do número. Ou ainda com a organização de um campo de números inteiros, em que a quantidade negativa adquire significado. (PANOSSIAN, 2014, p. 91).

Notamos assim que, o campo de variação define dentro de um conjunto numérico, as possibilidades de valores que a variável poderá assumir. Devemos ter em mente, que esse campo estará associado ao tipo de problema a ser estudado e, dependendo "diretamente do movimento da realidade tratada. Não há uma resposta pronta e absoluta, embora boa parte dos movimentos da realidade pareça ocorrer no campo dos números reais" (SOUSA, 2004, p. 158).

Em relação à variável e diante das ideias de Caraça (1951) podemos inferir que a variável é a fluência e representa o movimento do pensamento.

> Pelo seu caráter essencial – síntese do *ser* e *não ser* – ela sai fora daquele quadro de ideias que quer ver na realidade uma *permanência* e irrompe ligada à corrente de pensamento que, expressa ou tacitamente, vê na *fluência* a primeira de suas características. (CARAÇA, 1951, p. 127, destaque do original).

Diante das ideias de Caraça (1951) podemos inferir que a variável é a fluência e representa o movimento do pensamento.

Entendemos que a constituição da variável leva em consideração as dimensões numéricas e geométricas, "o seu lógico-histórico mostra que estes se originaram das abstrações feitas pelos homens a partir da elaboração dos conceitos formais de número e de aspectos da geometria" (SOUSA, 2004, p. 82).

Conforme traz Caraça (1951, p.128), "variável é o que for determinado pelo conjunto numérico que ela representa – a sua substância, o seu domínio", assim a variável estará dentro do movimento limitado por um campo de variação. Mais adiante, Caraça (1951) define variável da seguinte forma: "Seja (E) um conjunto qualquer de números, conjunto finito ou infinito, e convencionamos representar qualquer dos seus elementos por um símbolo, por ex.: *x. A este símbolo, representativo de qualquer dos elementos do conjunto (E), chamamos de variável"* (p. 127, grifos do original).

A variável passa a adquirir qualidade por meio da fluência, um movimento limitado pelo campo de variação, que "constitui uma linguagem para os movimentos quantitativos gerais – as equações – que, por sua vez, representam uma peculiaridade e, portanto, constituem uma linguagem particular, específica, um estado de movimentos de controle de quantidades" (CEDRO, 2004, p. 82).

Diante do exposto, nesta pesquisa estivemos interessadas na perspectiva apresentada por Souza (2004) acerca dos nexos conceituais, por acreditarmos que, diante da intencionalidade de apresentar situações desencadeadoras de aprendizagem que abarquem os nexos fluência, variável e campo de variação, os alunos puderam colocar-se em atividade e assim, apropriar-se do conceito de equações do 1° grau.

ATIVIDADES DE ENSINO PROPOSTAS: ALGUNS DESDOBRAMENTOS

As atividades de ensino[3] que se seguem foram organizadas pela professora pesquisadora ou adaptadas de outras pesquisas já realizadas e serão apresentadas com seus objetivos, duração para seu desenvolvimento, nexos conceituais, na ordem cronológica em que foram propostas aos estudantes nesta pesquisa. Tínhamos como objetivos nessas atividades gerar a necessidade em nossos estudantes para que essas se constituíssem em atividade de aprendizagem, compondo a atividade de ensino (MOURA, 2000). Assim, buscamos, nas situações desencadeadoras de aprendizagem, gerar nos estudantes a necessidade de resolver um problema de modo a colocá-los numa situação semelhante à vivenciada historicamente.

Atividade 1: Movimentos Numéricos[4]

Duração: 1 hora/aula (50 minutos)

Objetivos: Desenvolver a ideia de movimento e o nexo conceitual: fluência.

Desenvolvimento: Os estudantes pensarão individualmente e, posteriormente serão convidados a formarem duplas para socializarem suas considerações.

Responda as questões abaixo:
a) Quantas pessoas estão em sua casa agora?

[3] As atividades propostas estão destacadas em caixas de texto para que o leitor tenha maior compreensão das mesmas.

[4] Atividade Adaptada de Sousa (2004).

b) Você é o(a) mesmo(a) de um ano atrás? De um mês atrás? De uma semana atrás? Por quê?
c) O mundo é o mesmo enquanto falamos a palavra "mundo"? Por quê?
d) A escola permanece a mesma depois que você vai embora para a sua casa? Por quê?
e) Olho uma pedra; fecho os olhos e vejo novamente a pedra. É a mesma? Por quê?
f) "O fogo vive a morte do ar e o ar vive a morte do fogo; a água vive a morte da terra e a terra vive a morte da água".
g) "Tu não podes descer duas vezes ao mesmo rio, porque novas águas correm sobre ti".
h) "As coisas, ao mesmo tempo, são e não são elas próprias; nós mesmos somos e não somos".

Nesta atividade, acreditávamos que, inicialmente, os estudantes tenderiam a afirmar exatamente um valor, imaginando o que acontecia em sua casa, por exemplo, não considerando a possibilidade de imprevistos. Bem como, acreditávamos que eles tenderiam a respostas exatas, numericamente fechadas. Contudo, esperávamos que após a mediação da professora pesquisadora, essa ideia imutável e inflexível poderia ser modificada.

Atividade 2: Banco Imobiliário[5]

Duração: 3 horas/aula (50 minutos cada)

Objetivos: Conduzir os estudantes a perceberem a dificuldade do registro apenas com palavras, devido à intensidade dos movimentos quantitativos. Nexo conceitual: Fluência.

Desenvolvimento: Cada grupo, composto por quatro integrantes, receberá o seguinte roteiro:

Siga as orientações do jogo:

- Forme grupos de 4 integrantes. Cada jogador escolhe um marcador (vermelho, azul, amarelo, verde).
- Joguem o dado e, em ordem decrescente (maior número para menor número) será definida a ordem de jogada.
- Um dos jogadores deverá atuar como Banco, pagando e recebendo, inclusive as suas compras. Cada jogador deve receber 3 notas de R$ 5,00, 4 notas de R$10,00, 5 notas de R$ 50,00 e 5 notas de R$ 100,00.
- Os jogadores lançam o dado e andam o número de casas sorteado.

[5] Elaborada e Organizada pela Professora Pesquisadora.

- O jogador poderá comprar a cidade em que parar pagando ao Banco o valor estipulado no tabuleiro e pegar o Certificado de Propriedade Correspondente.
- Quando o jogador parar em uma cidade que já foi comprada deverá pagar ao proprietário o aluguel indicado no Certificado.
- Toda vez que um jogador passar pela linha de largada receberá do Banco R$100,00.
- Quando parar em uma cidade que já é sua o jogador poderá colocar uma casa, pagando ao Banco o valor indicado ao lado da foto no Certificado. Feito isso, o aluguel a ser cobrado sobe para o valor indicado na parte inferior do Certificado.
- Quando um jogador já tiver 2 casas e parar novamente sobre esta cidade poderá devolvê-las ao banco e colocar um hotel no seu lugar, pagando ao Banco o valor estipulado. Feito isto o aluguel a ser cobrado sobe para o valor indicado na parte inferior do Certificado.
- No caso das Companhias (CIA), o jogador que parar sobre elas terá de pagar ao proprietário o valor correspondente ao número tirado no dado vezes 50. Não é permitido ao proprietário colocar casas ou hotéis nas companhias.
- Quando um jogador não tiver dinheiro para pagar um aluguel deverá hipotecar uma ou mais cidades ao Banco recebendo o valor de "Hipoteca" estipulado na parte inferior do Certificado. Quando puder o jogador poderá devolver o valor ao Banco, recuperar a cidade e voltar a receber os aluguéis.
- Qualquer jogador que parar sobre uma cidade hipotecada poderá comprá-la.
- **Fim do Jogo**: o jogador que não tiver mais dinheiro, nem cidades para hipotecar estará fora do jogo. A partida terá no máximo 3 voltas, assim, quando um jogador completar as três voltas, todas as cidades devem ser vendidas ao Banco pelo valor de sua hipoteca. Aquele que acumular mais dinheiro será o vencedor.

1. Registre todos os movimentos que você fizer, mas cuidado: ainda não é permitido o uso de qualquer símbolo matemático, você pode usar apenas palavras.
2. Quais conhecimentos matemáticos você mobilizou para jogar?
3. Que problemas essa forma de registrar os movimentos traz?
4. Como se pode resolver esse problema?
5. Agora, tente fazer esses registros, usando símbolos matemáticos.
6. O que você achou dessa forma de registrar usando símbolos e números?

Figura 3: Jogo Banco Imobiliário[6]

Fonte: Arquivo da Pesquisadora

Acreditávamos que inicialmente, os estudantes sentiriam dificuldades em fazer os registros sem o uso de símbolos ou abreviações e, assim, caminhariam à necessidade de atribuir abreviações ou utilizar a simbologia matemática da qual têm conhecimento, por exemplo, para perdas de dinheiro, atribuir o sinal negativo "–" e para ganhos o sinal positivo "+".

Atividade 3: O Problema do Arquiteto Amon Toado[7]

Duração: 2 horas/aula (50 minutos cada)

Objetivos: Entender que nem sempre temos uma única solução, dependemos das condições para estabelecer possíveis resultados. Apresentar a necessidade dos egípcios em numeralizar o desconhecido. Nexo conceitual: Variável Letra.

Desenvolvimento: Os grupos (constituídos por quatro estudantes) deverão se reunir para tentar solucionar o problema do arquiteto.

[6] Fabricante do Jogo Banco Imobiliário: PMBI Artigos Didáticos LTDA.
[7] Atividade extraída de Sousa (2004, p. 198).

Estamos há quatro mil anos atrás. Os escravos estão trabalhando, carregando pedras para a construção da pirâmide do faraó. Na tenda do arquiteto Amon Toado, encarregado geral da obra, chega o chefe do depósito de pedras:

- Mandou-me chamar, senhor?
- Sim, mandei, Tuc Anon. Preciso saber quantas pedras temos no depósito para levantar a coluna mestra da pirâmide.
- Temos 60, senhor.
- Quantas pedras os escravos já colocaram até hoje?
- 12, senhor.
- Tudo bem, Tuc Anon, pode ir embora.
- Com sua permissão, senhor.

Amon Toado virou-se para os seus papiros e pensou:

- "Pois é, colocamos já 12 pedras na coluna mestra. Temos, no depósito, 60 pedras que podem ser usadas nessa coluna. Acontece que o faraó ainda não se decidiu qual a altura de sua pirâmide. Dessa forma não posso indicar quantas pedras no total terá a coluna mestra. Porém eu preciso deixar escrito aqui no projeto a altura da pirâmide para que os encarregados da obra fiquem com os dados registrados e não se confundam. Esse é o meu problema: como vou escrever a altura da coluna, considerando as 12 pedras já colocadas, as 60 pedras do depósito que podem ser usadas todas ou não, e a altura que eu ainda desconheço? Como escrever isso de forma matemática, quer dizer, da forma mais simples possível e utilizando a linguagem das quantidades, isto é, a linguagem numérica?"

Pois é, pessoal, temos aí o problema do arquiteto das pirâmides:

Como escrever, utilizando a linguagem numérica, uma frase onde apareça um número desconhecido?

Após a leitura do texto,

1. Cada estudante pensará sozinho, buscando a sua solução pessoal, registrando suas considerações;
2. Em grupos de três estudantes, deverão discutir, analisando a resposta de cada um, criando assim, a resposta do grupo;
3. Cada grupo apresentará sua solução que será discutida pela classe, permitindo a formação de uma resposta geral.
4. Porque os egípcios precisaram criar a linguagem dos números desconhecidos?
5. Porque foi escolhida uma palavra e não um numeral (ou outro símbolo qualquer) para escrever o número desconhecido?

Pensávamos que inicialmente os estudantes ficariam confusos, uma vez que estavam habituados a responder os problemas com uma resposta numérica exata.

Entendíamos que mais uma vez as ações mobilizadoras da professora seriam importantes a fim de esclarecer as dúvidas que poderiam surgir.

Atividade 4: Quiz

Duração: 2 horas/aula (50 minutos cada)

Objetivo: Discutir a concepção que se tem de que o número só existe a partir da contagem, na forma de numeral, visível, fixo, imutável. Isto é, se o número for desconhecido, não contado, ele não existe. Definir um intervalo numérico para determinada situação. Nexo Conceitual: Campo de Variação.

Desenvolvimento: Será proposto um “quiz”[8] aos estudantes. A classe será dividida em duas equipes, a professora pesquisadora fará as perguntas e os estudantes terão um tempo para pensar e apresentar a resposta.

Indique os limites máximo e mínimo e o número que responde a situação numérica, se possível:
a) A idade de José daqui sete anos.
b) A idade de Pedro há 12 anos atrás.
c) O dobro do dinheiro que trago no meu bolso.
d) A altura de Maria.
Pergunta: Quais dificuldades vocês encontraram para responder essas perguntas?

Na atividade que apresentamos esperávamos que os estudantes analisassem quais eram as possibilidades para o campo de variação de cada sentença. Retornamos com as ideias de movimento, número desconhecido e, além disso, esperávamos que os estudantes definissem o intervalo de um conjunto numérico, no qual esse número desconhecido deveria pertencer ao contexto dado.

Atividade 5: Pensando na variável

Duração: 2 horas/aula (50 minutos cada)

Objetivo: Introduzir o uso da variável, compreender que esta pode ser expressa de inúmeras representações. Nexo conceitual: Variável Numeral.

Desenvolvimento: Inicialmente, o estudante pensará sozinho, posteriormente, formará duplas para dialogarem e decidirem por um único desenho e, por fim, a classe deverá escolher um único desenho.

[8] Nome dado a um jogo, onde os jogadores, nesse caso em grupos, tentam responder corretamente as questões que são feitas. O grupo vencedor será o que atingir maior pontuação. As atividades 4 e 5 foram adaptadas de Scalassari (2007).

Temos o seguinte problema: "Vamos nos imaginar em pleno Renascimento. Vamos nos dividir em grupos de matemáticos que trabalhavam no comércio da época. O comerciante de móveis e tapetes para o qual trabalham os matemáticos, explicou-lhes que quer aumentar o seu estoque de mercadorias em cinco unidades para todos os tipos. Assim, cadeiras, mesas, armários, tapetes, independente da quantidade inicial de cada, devem ser aumentadas em cinco unidades. Os grupos de matemáticos têm, assim, um problema: *Como escrever numericamente o pedido do comerciante*"?

Usando a criatividade desenhe uma variável que seja mais próxima possível do numeral, para escrever a sentença do comerciante. Após cada grupo criar a sua variável-numeral, apresentar para a sala. Inicialmente você pensará sozinho. Posteriormente, reúna-se com seu grupo e juntos encontrem um desenho no qual o grupo julga ser o mais adequado. A classe deverá escolher o que melhor expresse a numeralização da variável.

Esperávamos, com essa atividade, que os estudantes criassem uma variável mais próxima possível do numeral, reconstruindo a ideia dos egípcios quando introduziram o *ahá*, conforme apresentamos no Capítulo 2.

Atividade 6: Jogo de Varetas[9]

Duração: 6 horas/aula (50 minutos cada)

Objetivo: Representar a contagem de pontos do jogo de varetas por meio de uma expressão algébrica, percorrendo as linguagens retórica, sincopada e simbólica. Nexo Conceitual: Fluência, Campo de Variação e Variável.

Desenvolvimento: Cada grupo, composto por três integrantes, receberá o seguinte roteiro:

1. Pegue o jogo de varetas e escolha os parceiros (três integrantes) para jogá-lo. Leia as regras antes de começar a jogar. Jogue e registre os pontos e o número de varetas em cada jogada.

2. Após terem verificado quem ganhou, escreva na lousa, como seu trio registrou os pontos e o número de varetas durante as jogadas.

3. Discuta com o trio qual das formas que estão na lousa é a mais rápida e mais prática para marcar os pontos.

---

[9] Atividade adaptada de uma proposta da Oficina Pedagógica de Matemática (OPM) da FE/USP. A OPM é um projeto que envolve a participação de professores que ensinam matemática na educação básica e tem como objetivo principal a elaboração, execução e avaliação de oficinas pedagógicas, centradas em atividades orientadoras de ensino, sendo coordenada pelo Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura.

4. Vamos chamar de *Expressão algébrica* do cálculo dos pontos e do número de varetas do jogo, a expressão matemática mais simples que permite representar o cálculo de todos os pontos possíveis do jogo e o número de varetas de cada jogada. Qual é a *expressão algébrica* para o jogo de varetas?

5. Jogue novamente utilizando essa expressão algébrica para representar suas jogadas. O trio anota o resultado, expressando o número de varetas e de pontos de cada um dos seus jogadores, num placar geral para que verifiquemos o campeão da classe.

6. Escreva, na forma mais simples, uma expressão que representa o total de pontos do jogo de varetas, segundo as regras oficiais. Faça o cálculo, a partir dessa expressão.

7. De que maneira você poderia arranjar a expressão do item 6 de modo a fazer os cálculos mais rapidamente?

8. Quais propriedades das operações vocês empregaram para responder o item 7?

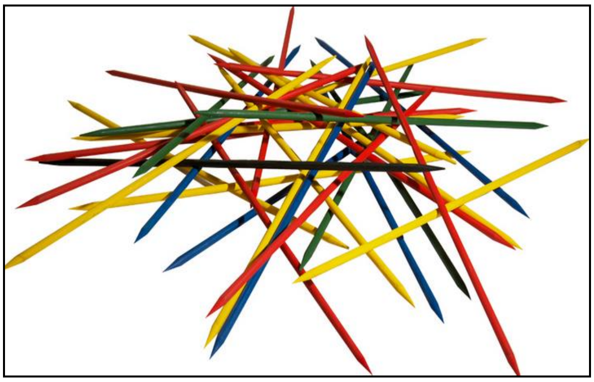
9. Escreva uma *expressão algébrica* para representar a seguinte regra do jogo: "some todos os pontos e subtraia o total de varetas azuis".

10. Discuta com seu trio outra regra. Represente-a por meio de uma *expressão algébrica* e troque com a de outro trio, procurando interpretá-la com um exemplo numérico.

11. Considere a *expressão algébrica* T, para representar o total de pontos em cada jogada, T: 50pt + 20az + 15am + 10vm + 5vd, onde **pt, az, am, vm** e **vd** representam, respectivamente, o número de vareta preta, azul, amarela, vermelha e verde. Qual é o papel das letras pt, az, am, vm, vd na expressão T?

12. O conjunto de valores que cada *variável* pode assumir é chamado de *Conjunto Universo* da variável. Escreva o *Conjunto Universo* para cada uma das variáveis da expressão T da questão 11.

Figura 4: Jogo Pega Varetas[10]



Fonte: Arquivo da Pesquisadora

Nessa atividade, esperávamos que inicialmente para o registro da pontuação, os estudantes trabalhariam com a linguagem algébrica retórica e sincopada.

[10] Fabricante do Jogo Pega Varetas: Xalingo.

Posteriormente, ao escreverem a expressão algébrica, trabalhariam com a linguagem algébrica simbólica. Nos demais itens, buscávamos a construção da variável e, ao final da atividade, buscávamos trabalhar o campo de variação.

Atividade 7: Enigma[11]

Duração: 2 horas/aula (50 minutos cada)

Objetivos: Apresentar equações de forma explícita e buscar sua solução por meio de tentativas.

Desenvolvimento: Cada estudante receberá uma folha e fará sua atividade, individualmente. Após este momento, há discussão pelo grupo e, posteriormente, a socialização feita pelo grupo-classe.

Descubra o valor da cor que está faltando em cada situação:

COR	VALOR
Azul	50
Preta	?
Vermelha	10

Seq. de Cores	Equação	Resposta
Vermelha e Azul	? + 5 = 55	
Preta e Vermelha	15 + ? = 25	
Vermelha e Preta	? + 15 = 35	

COR	VALOR
Azul	50
Preta	?
Vermelha	10

Seq. de Cores	Equação	Resposta
Azul e Preta	50 – ? = 45	
Preta e Vermelha	? + 10 = 30	
Azul, Vermelha e Preta	50 + 10 + ? = 75	

COR	VALOR
Amarela	?
Preta	50
Verde	20

Seq. de Cores	Equação	Resposta
Preta e Amarela	50 – ? = 35	
Amarela e Verde	? + 20 = 30	
Amarela e Preta	? + 50 = 55	

COR	VALOR
Azul	?
Verde	10
Vermelha	5

Seq. de Cores	Equação	Resposta
Azul, Azul e Verde	? + ? + 10 = 50	
Verde, Vermelha e Azul	10 – 5 + ? = 20	
Verde, Azul e Vermelha	10 + ? + 5 = 65	

[11] Atividade adaptada de Cedro (2004).

COR	VALOR
Amarela	15
Verde	?
Preta	20

Seq. de Cores	Equação	Resposta
Amarela, Verde e Preta	15 + 20 + ? = 45	
Preta, Verde e Amarela	20 + ? – 15 = 10	
Verde, Preta, Amarela e Amarela	0 = ? – 20 – 15 – 15	

Esperávamos que os estudantes descobrissem o valor da cor pelo método de tentativa e erro para as equações apresentadas.

Resolvendo Equações

Atividade 8: Número Falso[12]

Duração: 3 horas/aula (50 minutos cada)

Objetivos: Equacionar problemas e buscar resolver as equações pelo método do número falso, apresentado no Capítulo 2.

Desenvolvimento: O estudante receberá os seguintes problemas:

1 – Um montão e sua metade juntas somam 9. Qual é a quantidade?

2 – Um montão acrescido de sua metade somam 16. Qual é a quantidade?

3 – Um montão adicionado ao seu dobro resultam em 21. Qual é a quantidade?

Inicialmente você pensará individualmente. Em um segundo momento, em grupo, irá se realizar uma discussão a fim de escolher a melhor forma de solucionar o problema. Cada grupo irá expor à sala sua resolução, que determinará o melhor caminho (aquele mais direto).

Acreditávamos que essa atividade permitiria aos estudantes conhecerem o método da falsa posição, onde são trabalhadas as ideias de proporcionalidade. Esperávamos que esta situação permitisse aos estudantes acesso a uma parte da história da álgebra, conhecendo uma maneira de resolver equações.

Atividade 9: Método do Retorno[13]

Duração: 4 horas/aula (50 minutos cada)

Objetivos: Equacionar problemas e resolver equações pelo método do retorno.

[12] Atividade adaptada de Lima; Takazaki e Moisés (1998).
[13] Elaborada e organizada pela Professora Pesquisadora.

Desenvolvimento: Inicialmente, a atividade deverá ser pensada individualmente, em seguida os estudantes formarão trios para socializarem suas considerações e, posteriormente, teremos a discussão com a classe.

No primeiro momento, você pensará individualmente e, posteriormente, seguirão as discussões em grupo, finalizando com a discussão feita pela sala.

1 – Ana ganhou uma caixa com bombons de sua mãe. Sua tia deu-lhe mais 12 bombons. Ana contou os bombons e, descobriu que possui 25 unidades, quantos bombons Ana tinha na caixa?

2 – Mariana comprou um caderno e uma lapiseira, gastando ao todo 60 reais. O caderno custou 24 reais. Quanto custou a lapiseira?

3 – Um número menos 37 é igual a 15. Qual é esse número?

4 – A idade de Helena aumentada de 17 anos é igual a 56. Qual é a idade de Helena?

5 – Rodrigo e Leonardo são irmãos gêmeos. A soma de suas idades é 46 anos. Qual é a idade de cada um?

6 – O dobro da quantia que Jair possui e mais R$18,00 corresponde a R$ 66,00. Quanto Jair possui?

7 – O triplo da altura de Flávio e mais 15 cm é igual a 441 cm. Qual a altura de Flávio?

8 – Em um estacionamento, cobram-se R$ 7,00 pela primeira hora e R$ 1,50 a cada hora excedente. Se um cliente pagou R$ 16,00, quanto tempo seu carro permaneceu nesse estacionamento?

9 – Caio comprou três telas de arte por R$1320,00. Pela tela A pagou o dobro do que pagou pela tela B e, pela tela C pagou o triplo do que pagou pela B. Quanto custou cada tela?

10 – Uma mesa plástica custa o triplo de uma cadeira plástica. Duas dessas mesas e oito dessas cadeiras custam R$ 226,80. Qual é o preço de uma cadeira? E, de uma mesa?

Com essa atividade, esperávamos poder construir juntamente com os estudantes o processo de resolução de uma equação, em que eles pudessem compreender as etapas do mesmo por meio da mediação da professora pesquisadora e das interações com o grupo e a classe. Não resumimos, assim, a um processo de memorização de técnicas e como as equações são construídas a partir dos problemas desencadeadores, acreditamos que estas têm um significado para os estudantes, não se tratando apenas manipulação de letras e números sem qualquer relevância.

Após as discussões realizadas pela classe, os estudantes ainda sentiam a necessidade de equacionar mais problemas e resolvê-los. Diante dessa necessidade, a professora pesquisadora, no seu movimento de atividade de ensino, elaborou o jogo triminó das equações.

Atividade 10: Triminó das Equações[14]

Duração: 6 horas/aula (50 minutos cada)

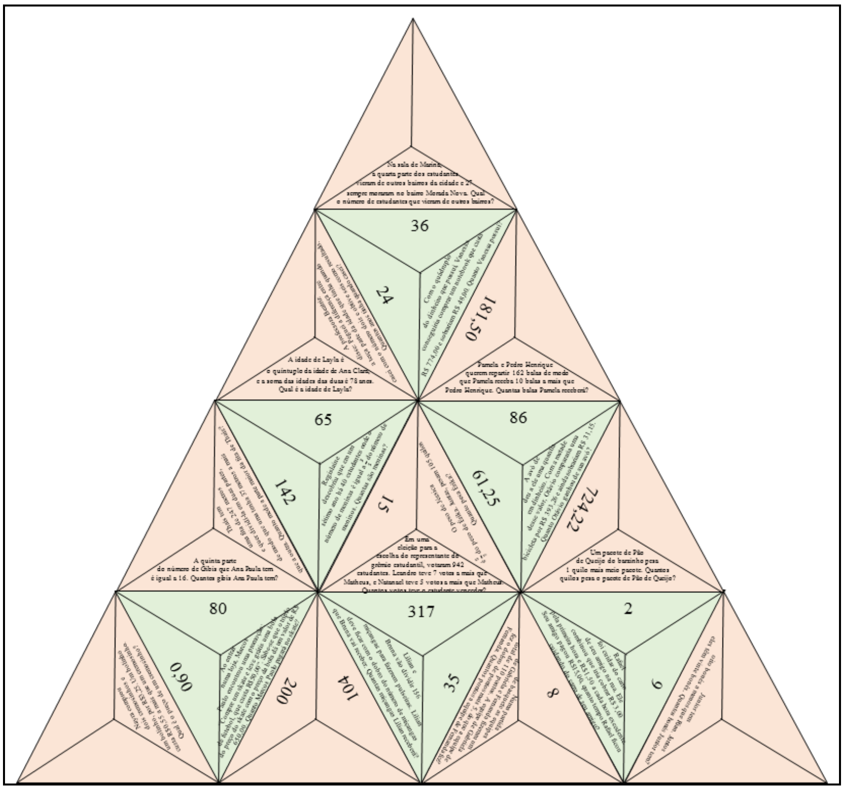
Objetivos: Equacionar problemas e resolver equações pelo método do retorno.

Desenvolvimento: Cada dupla de estudantes deverá receber um jogo.

Forme dupla com outro colega. Juntos vocês pensarão nas respostas dos problemas. Mas lembrem-se: vocês deverão equacionar os problemas e resolver as equações nas folhas que receberam.

O jogo Triminó era composto por 16 peças, contendo problemas e soluções. Para realizar as jogadas, os estudantes deveriam equacionar e resolver um problema e encontrar uma peça com a respectiva resposta. Todas as peças do jogo estavam disponíveis na mesa, assim os estudantes as escolhiam aleatoriamente, resolviam os problemas e, depois, encaixavam os problemas com suas respectivas respostas.

Figura 5: Jogo Triminó das Equações



Fonte: Arquivo da Pesquisadora

[14] Jogo onde as peças são compostas por triângulos equiláteros (triângulos que possuem os três lados com medidas congruentes) onde se coloca a peça adjacente que será a resposta ao problema. Atividade Elaborada e organizada pela Professora Pesquisadora.

As peças do triminó continham os seguintes problemas:

Ao entrar numa loja, Marcos Paulo encontrou uma promoção: “Compre um skate e leve grátis uma bola de futebol, que custa R$50,00”. Sabe-se que o triplo do preço do skate com o preço da bola dá um valor de R$ 650,00. Quanto Marcos Paulo pagará no skate?

A idade de Layla é o quíntuplo da idade de Ana Clara, e a soma das idades das duas é 78 anos. Qual é a idade de Layla?

Com o quádruplo do dinheiro que possui, Vanessa conseguiria comprar um notebook que custa R$ 774,00 e sobrariam R$ 48,00. Quanto Vanessa possui?

Em uma eleição para a escolha do representante do grêmio estudantil, votaram 942 estudantes. Leandro teve 7 votos a mais que Matheus, e Natanael teve 5 votos a mais que Matheus. Quantos votos teve o estudante vencedor?

Regislaine descobriu que em um sétimo ano há 40 estudantes onde o número de meninas é igual a 3/5 do número de meninos. Quantas são meninas?

Pamela e Pedro Henrique querem repartir 162 balas de modo que Pamela receba 10 balas a mais que Pedro Henrique. Quantas balas Pamela receberá?

O peso de Jéssica é 5/7 do peso de Érika. Juntas, pesam 105 quilos. Quanto pesa Érika?

Thaís tem uma fita de 247 metros e quer dividi-la em duas partes, de modo que uma tenha 37 metros a mais que a outra. Quanto mede a parte maior da fita de Thaís?

Lilian e Bruna vão dividir 156 miçangas para fazerem pulseiras. Lilian deve ficar com o dobro do número de miçangas que Bruna vai receber. Quantas miçangas Lilian receberá?

Nayra comprou dois cremosinhos e um bolinho, por R$3,25. Um bolinho custa R$0,55 a mais que um cremosinho. Qual é o preço de um cremosinho?

A avó de Otávio deu a ele uma quantia em dinheiro. Com a metade desse valor, Otávio compararia uma bicicleta por R$ 393,26 e ainda sobrariam R$ 31,15. Quanto Otávio ganhou ?

A professora Beatriz disse: Peguei a diferença entre a terça parte da idade que tinha quando casei com o número dois e obtive seis como resultado. Quantos anos tinha quando casei?

A quinta parte do número de Gibis de Ana Paula é igual a 16. Quantos gibis Ana Paula tem?

Na sala de Marina, a quarta parte dos estudantes vieram de outros bairros da cidade e 27 sempre moraram no bairro Morada Nova. Qual o número de estudantes que vieram de outros bairros?

Um pacote de Pão de Queijo do barzinho pesa 1 quilo mais meio pacote. Quantos quilos pesa o pacote de Pão de Queijo?

Numa partida de basquete as equipes de Gabriela e Fernanda fizeram um total de 110 pontos. A equipe de Gabriela fez o dobro de pontos mais 5, que a equipe de Fernanda. Quantos pontos a equipe de Fernanda fez?

Junior tem oito bonés a menos que Rian. Juntos eles têm vinte bonés. Quantos bonés Junior têm?

Rafael foi cuidar do carro de seu amigo na rua. Ele combinou que iria cobrar R$ 3,00 pela primeira hora e R$1,50 a cada hora excedente. Seu amigo pagou R$15,00, quanto tempo Rafael ficou cuidando do carro de seu amigo?

Como a atividade foi decorrente de uma necessidade sentida pelos estudantes para atender ao pedido, ao elaborarmos o jogo buscamos colocar o nome de nossos protagonistas assim como procuramos inserir nos problemas situações vividas pelos estudantes em seu cotidiano.

Salientamos que esses nomes são fictícios, pois assumimos a responsabilidade de preservar a identidade de nossos protagonistas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No momento em que nos colocávamos em atividade de ensino, nosso objetivo admitia a qualidade de ensinar, nosso motivo se consolidava na busca da organização do ensino, nossas ações delineavam-se na busca em definir quais os procedimentos que poderiam colaborar para a apropriação do conhecimento teórico pelos estudantes e nossas operações versavam sobre a utilização de quais recursos metodológicos poderiam corroborar para o ensino, ou seja, a elaboração/adaptação das situações que desencadeariam nos sujeitos a necessidade do apreender determinado conceito fruto de nosso desejo enquanto docente.

Os estudantes estiveram em atividade de aprendizagem em que, mobilizados a partir do movimento gerado pelas situações desencadeadoras propostas, interagiram uns com os outros segundo as potencialidades de cada um e, por meio desse movimento das interações sociais, conseguiram atingir um novo nível de compreensão do conceito, atribuindo nova qualidade ao processo de apreensão desse, no qual houve a predominância do saber pensar ao invés do saber fazer e do conhecimento teórico sobrepondo-se ao conhecimento empírico, em um ambiente de respeito as ideias apresentadas pelo outro e constante negociação de significados.

Ao vivenciarem a situação desencadeadora do jogo Pega Varetas, os estudantes manifestavam um tipo de necessidade, de motivo inicial: registrar os pontos e o número da quantidade de varetas de cada rodada, de forma mais simples e rápida. Mais tarde, ao vivenciarem o momento da escrita de uma expressão algébrica para o cálculo dos pontos e do número de varetas do jogo, sua necessidade, seu motivo, consistia em compreender o que é uma expressão algébrica, quais são seus elementos, o que é uma variável e tentar escrever a expressão algébrica solicitada. Vimos, no decorrer dessa atividade, que ela se dirigia à satisfação de uma necessidade, as primitivas necessidades modificam-se e convertem-se em novas necessidades, que não são menos importantes, mas sim apenas dependem do momento em que o sujeito se encontra e qual o motivo que o impulsiona.

Notamos que os estudantes envolvidos em nosso estudo atribuíram nova qualidade às aulas de matemática, a partir do momento em que sentiram a necessidade em compartilhar ideias, negociar coletivamente significados, fomentando um aprendizado coletivo, onde o estudante não foi silenciado, mas sim, o protagonista de todas as aulas vivenciadas.

Compreendemos todo esse movimento nosso em atividade de ensino e dos estudantes em atividade de aprendizagem, como o movimento gerado dentro da atividade orientadora de ensino (MOURA et al., 2010), no sentido em que foi construída na inter-relação entre a professora pesquisadora e os estudantes, relacionada à nossa reflexão durante todo o processo, no qual sempre sentíamos a necessidade de reorganizar nossas ações por meio de uma contínua avaliação pautada nas ações e operações dos estudantes no decorrer da proposta.

Acreditamos que nossa unidade didática, o produto educacional gerado nessa pesquisa, não possui como fundamento ser um modelo de atividades de ensino (MOURA, 2004) acerca do conhecimento algébrico para estudantes do 7° ano, uma vez que são muitas as variáveis envolvidas nesse movimento do ambiente escolar. Esta pesquisa não contribui oferecendo modelos a serem seguidos com garantia de sucessos, pois no decorrer da proposta em sala de aula muitas foram as (re)organizações necessárias visando atender as necessidades e inquietudes dos estudantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.10, n.2, pp.331-246, 2008.

CARAÇA. B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1 ed. Lisboa: Gradiva, 1951.

CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino:** O Clube de Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2004.

DAVÝDOV, V.V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

LANNER DE MOURA, A. R. et al. Movimento conceitual: atividade de ensino e de pesquisa In: EBRAPEM - ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓSGRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., Rio Claro. **Anais**... 2003.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo.** São Paulo: Editora Moraes Ltda, 1978.

_______. **Actividad, consciência, personalidad.** 2. ed. Habana: Pueblo y Educación, 1983.

MARCO, F. F. **Atividades computacionais de ensino na formação inicial do professor de matemática**. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

MORAES, S. P. G. de. **Aplicação do processo de ensino e aprendizagem em matemática**: contribuições da teoria histórico-cultural. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

_______. **O educador matemático na coletividade de formação**: uma experiência com a escola pública. Tese (Livre Docência) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2000.

_______. A Atividade de Ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. P. de (Orgs.). **Ensinar a ensinar:** didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, pp.143-162, 2001.

_______. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (Org.). **Ensinar a ensinar***:* didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

SCARLASSARI, N. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental** – Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, São Paulo, 2007.

SOUSA, M. C. **O ENSINO DE ÁLGEBRA NUMA PERSPECTIVA LÓGICO--HISTÓRICA**: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação. UNICAMP, Campinas, 2004.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. 1. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2014.

VYGOTSKY, L. S. **The collected works of L. S. Vygotsky, vol.1, Problems of general psychology including Thinking and speech**. RIEBER, R.; CARTON, A. (Org.). trad. N. Nimick. New York: Plenim Press, 1987.

_______. **Pensamento e Linguagem**. 3.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.