



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

EMERSON SOUZA SILVA

DIVISIBILIDADE E TERNOS PITAGÓRICOS

CAMPINA GRANDE

2025

EMERSON SOUZA SILVA

DIVISIBILIDADE E TERNOS PITAGÓRICOS

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática na Educação Básica

Orientador: Prof. Dr. Vandenberg Lopes Vieira

CAMPINA GRANDE

2025

EMERSON SOUZA SILVA

DIVISIBILIDADE E TERNOS PITAGÓRICOS

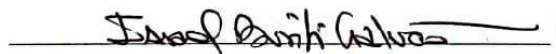
Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 21\02\2025.

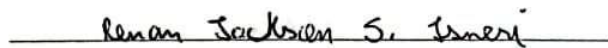
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Vandenberg Lopes Vieira (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Israel Burití Galvão (Membro Interno)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Renan Jackson Soares Isneri (Membro Externo)
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

SUMÁRIO

		Página
1	PRODUTO EDUCACIONAL	5
2	Sequência didática 1 - Divisibilidade.	6
2.1	Contextualização	7
2.2	Descrição Detalhada do Projeto.	7
2.3	Materiais Necessários	7
2.4	Passo a Passo Detalhado para a Realização da Atividade	8
2.5	Entregas do Projeto	8
2.6	Professor como Mediador	9
2.7	Atividade	10
3	Sequência didática 2 - Ternos Pitagóricos.	12
3.1	Contextualização	14
3.2	Atividades Propostas	15
3.2.1	Atividade 1: Bingo das Ternas Pitagóricas primitivas	15
3.2.2	Atividade 2: Completando ternas pitagóricas	16
3.2.3	Atividade 3: Deduzir o Teorema de Pitágoras através de recortes e atividades práticas.	17
3.2.4	Atividade 4: Teorema de Pitágoras.	18
4	Aferição do objetivo de aprendizagem	20

1 PRODUTO EDUCACIONAL

O nosso produto educacional apresenta duas propostas de sequências didáticas bem planejadas, compostas por orientações e instruções para professores utilizarem e aplicarem em suas aulas de matemática, afim de obter uma melhor compreensão na aprendizagem de seus alunos. Cada sequência didática é composta por uma sequência de atividades para os alunos desenvolverem. A nossa proposta é estruturada para ser aplicada nas séries finais do Ensino Fundamental (6º a 9º Ano) que inclui atividades relacionadas com *Divisibilidade* na área da aritmética e os *Ternos Pitagóricos* na área da geometria.

Estas sequências didáticas têm como objetivo proporcionar uma melhor compreensão dos alunos na introdução desses conteúdos, bem como aprofundar e estimular o aprendizado.

2 Sequência didática 1 - Divisibilidade.

Público alvo:

Alunos do 6º ano ou 7º ano do Ensino Fundamental.

pré-requisitos dos estudantes:

- Noções sobre a resolução de multiplicação e divisão de números naturais.
- Noções sobre a definição de múltiplos e divisores de um número natural.

Objetos de conhecimento:

- Algoritmo da Divisão.
- Múltiplos e divisores de um número natural.

Objetivos:

- Compreender o algoritmo da divisão por meio de uma atividade lúdica e colaborativa.
- Desenvolver o Raciocínio Lógico e Matemático.
- Trabalhar em Grupo e Colaborar.
- Aplicar Conhecimentos Matemáticos de Forma Divertida.

Habilidades (BNCC):

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA05) Os alunos devem ser capazes de classificar números naturais em primos e compostos. Eles também estabelecerão relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de” e “é fator de”. Além disso, investigarão e estabelecerão critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

(EF07MA01) Os alunos reconhecerão o conceito de divisores de números naturais. Utilizarão estratégias pessoais para determinar divisores entre números naturais

2.1 Contextualização

Os critérios de divisibilidade são de grande importância em diversas áreas, entre elas, na ciência e na tecnologia. Por exemplo, no campo da computação são usados para criar algoritmos eficientes e realizar operações em bits. Nas situações do dia a dia, por exemplo, podemos precisar gerenciar nosso dinheiro numa compra ou em pagamentos. Saber rapidamente se essa divisão é possível sem deixar restos e, se não for, qual será o resto, pode nos ajudar a administrar melhor nossas finanças.

2.2 Descrição Detalhada do Projeto.

Os alunos, divididos em grupos de 3 a 5 componentes, deverão criar um jogo onde os jogadores precisam acertar se um número é ou não divisível por outro e qual é o resto da divisão, caso exista. O jogo pode ser criado de tal modo que envolva elementos de sorte e estratégia, estimulando assim não apenas o pensamento matemático, como também habilidades socioemocionais de liderança, tomada de decisões e cooperação.

Os alunos terão uma semana para desenvolver o projeto e deverão dedicar entre duas a quatro horas por participante ao longo desse período para o trabalho.

2.3 Materiais Necessários

1. Papel cartão para a criação do tabuleiro e demais componentes do jogo.
2. Canetas coloridas e/ou lápis de cor para ilustração.
3. Tesoura e cola para montagem do jogo.
4. Dados ou roleta para adicionar elementos de sorte (opcional).
5. Pequenos objetos para usar como peças de jogo.

2.4 Passo a Passo Detalhado para a Realização da Atividade

1. **Brainstorming:** No primeiro encontro os alunos devem discutir ideias sobre como será o jogo, que regras terá e como os critérios de divisibilidade serão aplicados.
2. **Planejamento:** Após a discussão, os estudantes devem criar um plano escrito detalhado sobre como irão criar e organizar o jogo.
3. **Criação do Jogo:** O grupo deve então colocar mãos à obra e criar o jogo conforme o planejamento, dedicando tempo para ilustrar e tornar o jogo visualmente atraente e lúdico.
4. **Teste:** Uma vez finalizado, os alunos devem testar o jogo entre eles, fazendo ajustes nas regras se necessário.
5. **Preparação do Relatório:** Paralelamente à criação do jogo, os alunos devem ir construindo o relatório do projeto, conforme diretrizes abaixo.

2.5 Entregas do Projeto

1. **Jogo:** O jogo físico criado pelo grupo.
2. **Relatório Escrito:** Os alunos deverão entregar um relatório escrito contendo:
 - **Introdução:** Descrição sobre o tema da divisibilidade, sua relevância, aplicação no mundo real e objetivo deste projeto.
 - **Desenvolvimento:** Deverá conter a teoria dos critérios de divisibilidade de cada número (2,3,4,5,6,9 e 10), detalhamento das regras do jogo, explicação de como o jogo auxilia na compreensão da divisibilidade e a apresentação e discussão de resultados obtidos no teste do jogo.
 - **Conclusão:** Recapitulação dos pontos principais, aprendizados obtidos com o projeto, como o game ajudou no entendimento dos critérios de divisibilidade e possíveis melhorias para o jogo.
 - **Bibliografia:** Listar todas as fontes utilizadas para a pesquisa teórica e criação do jogo, incluindo livros, sites, vídeos e outros.

2.7 Atividade

A proposta da atividade é essencial para verificar a aprendizagem do alunado após o projeto.

1. Quais dos números são divisores de 2, 3 e 5, simultaneamente:

a) 235 b) 130 c) 510 d) 225
2. Qual o menor número de três algarismos divisível por 6?
3. Qual desses números é primo?

a) 51 b) 91 c) 67 d) 93
4. Sobre critérios de divisibilidade assinale a alternativa correta.

a) Todo número terminado em 8 é divisível por 8.
b) Somente os números terminados em 2, 4 e 8 são divisíveis por 2.
c) Um número só será divisível por 5 se terminar com os algarismos 5 ou 0.
d) Nenhum número par é divisível por 5.
5. Quais os valores atribuídos a “ n ” ao número $3n5$, sabendo que este número é divisível por 3?
6. A professora de Matemática de Pedrinho jogou com a turma o BINGO DA DIVISIBILIDADE.

Veja a cartela de quatro alunos quando a professora deu o comando: “Marque, em sua cartela todos os números que são divisíveis por 6”.

ALUNO 01

25	42	48
	x	x
56	60	81
x	x	
88	90	96
	x	x

ALUNO 02

12	16	20
x	x	
26	44	66
		x
72	86	96
x	x	x

ALUNO 03

12	26	42
x		x
46	50	56
x		x
72	81	94
		x

ALUNO 04

24	27	30
x		x
36	44	56
x		x
60	64	72
x	x	

Sabendo que o vencedor foi o aluno que preencheu corretamente mais números, pode-se afirmar que nesta rodada, o campeão foi

- a) Aluno 1. b) Aluno 2. c) Aluno 3. d) Aluno 4.

7. O número 678 426 258 132 é divisível por 9? Justifique sua resposta.

8. O número 934 703 104 é divisível por 4? Justifique sua resposta.

9. O número 567 703 904 é divisível por 8? Justifique sua resposta.

10. Escreva todos os divisores de 48.

3 Sequência didática 2 - Ternos Pitagóricos.

Público alvo:

Alunos do 8º ano ou 9º ano do Ensino Fundamental.

pré-requisitos dos estudantes:

- Noções sobre os números naturais.
- Noções de Máximo Divisor Comum.
- Noções sobre os que são números primos entre si.
- Área de figuras planas como quadrado e triângulo.

Objetos de conhecimento:

- Teorema de Pitágoras.
- Triângulo Retângulo.

Objetivos:

- Compreender que, em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa: $a^2 + b^2 = c^2$.
- Visualizar geometricamente como os quadrados formados pelos catetos se relacionam com o quadrado formado pela hipotenusa.
- Colaborar, discutir e compartilhar ideias para chegar à conclusão do Teorema de Pitágoras.
- Tornar possível encontrar o comprimento de qualquer lado ausente de um triângulo retângulo.

Habilidades (BNCC):**Gerais:**

(EF05MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam o Teorema de Pitágoras, identificando triângulos retângulos e aplicando a relação entre os catetos e a hipotenusa.

(EF06MA11) Utilizar o Teorema de Pitágoras para calcular medidas em triângulos retângulos.

(EF09MA14) Investigar e aplicar as relações métricas nos triângulos retângulos, incluindo o Teorema de Pitágoras.

Específicas:

(EF05MA12) Identificar e construir triângulos retângulos.

(EF06MA12) Reconhecer e aplicar a fórmula do Teorema de Pitágoras.

(EF09MA15) Resolver problemas envolvendo triângulos retângulos e o Teorema de Pitágoras.

3.1 Contextualização

Os ternos pitagóricos apareceram em problemas matemáticos na Babilônia antiga e foram estudados pelos pitagóricos, Platão, Euclides e outros matemáticos ao longo da história. Os ternos pitagóricos são conjuntos de três números naturais que satisfazem o Teorema de Pitágoras, o qual diz que, em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. É importante ressaltar que O Teorema de Pitágoras recebeu esse nome em homenagem a Pitágoras, um grande matemático e filósofo grego que viveu entre 570 a. C. e 495 a. C. Entretanto, indianos, egípcios e babilônios já usavam essa característica dos triângulos retângulos há pelo menos mil anos, porém, o teorema foi formalizado por Pitágoras.

Definição de Ternos Pitagóricos:

- Um terno pitagórico é formado por três números inteiros positivos: a, b e c .
- Esses números satisfazem a relação:

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

onde c é a hipotenusa de um triângulo retângulo e a e b são os catetos.

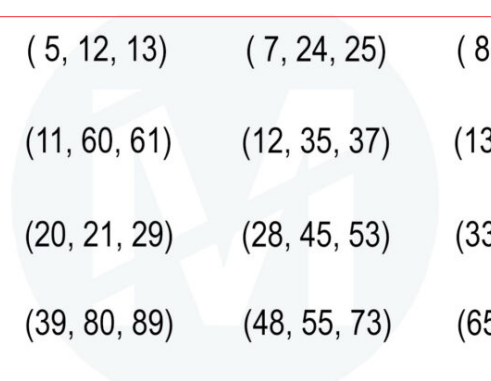
- Exemplos de ternos pitagóricos incluem $(3, 4, 5)$, $(10, 24, 26)$ e $(8, 15, 17)$.
- Dizemos que o terno pitagórico (a, b, c) é *Primitivo* quando $\text{mdc}(a, b, c) = 1$. Exemplos: $(5, 12, 13)$ e $(8, 15, 17)$.

Aplicações e Curiosidades:

- Os ternos pitagóricos têm aplicações em geometria, teoria dos números e até mesmo na criptografia.
- A partir da aplicação do Teorema de Pitágoras em um triângulo com catetos de medida igual a 1, foi descoberto o primeiro número irracional.
- Existem infinitos ternos pitagóricos primitivos.

3.2 Atividades Propostas

3.2.1 Atividade 1: Bingo das Ternas Pitagóricas primitivas



(3 , 4 , 5)	(5, 12, 13)	(7, 24, 25)	(8, 15, 17)
(9, 40, 41)	(11, 60, 61)	(12, 35, 37)	(13, 84, 85)
(16, 63, 65)	(20, 21, 29)	(28, 45, 53)	(33, 56, 65)
(36, 77, 85)	(39, 80, 89)	(48, 55, 73)	(65, 72, 97)

Figura 3.1 – Ternos Pitagóricos Primitivos

MATERIAL UTILIZADO: cartelas para bingo.

DINÂMICA DA ATIVIDADE:

- Distribua uma cartela para cada aluno.
- O professor deve sortear os números.
- Os alunos devem marcar os números sorteados na cartela.
- Cada aluno deve verificar a quantidade de ternas pitagóricas que é possível formar através dos números sorteados (se tiver, é claro).
- O aluno que tiver mais ternas na cartela é o vencedor.

3.2.2 Atividade 2: Completando ternas pitagóricas



Figura 3.2 – icosaedro regular

MATERIAL UTILIZADO: Utilizaremos dados de 20 faces (*icosaedro regular*).

DINÂMICA DA ATIVIDADE:

- Separar a turma em grupos de cinco alunos.
- Entregar para cada grupo formado dois dados.
- Eleger no grupo o aluno representante que fará o sorteio. Este aluno jogará os dados, todos deverão ficar atentos às faces sorteadas inclusive o representante.
- O aluno que perceber que os 2 números sorteados podem ser completados como um terceiro número para formar uma terna pitagórica, deverá gritar imediatamente **TERNA** e completá-la. Quem o fizer primeiro, formando a terna pitagórica é o ganhador da rodada.
- Por exemplo: se foram sorteados os números: 3 e 5. O aluno deverá gritar “**TERNA**” e dizer que 3 e 5 formam uma terna pitagórica com 4.
- Se completar errado o aluno perde 1 (um) ponto, se acertar ganha 2 (dois) pontos.
- O aluno que tiver a maior pontuação após um número pré-determinado de sorteios, será declarado o vencedor daquele grupo.
- O professor deve estabelecer quantas rodadas deve ter o jogo e os critérios de desempate, como por exemplo, em caso de empate, o mais velho seja declarado o vencedor.
- Reúna os vencedores de cada grupo para fazer uma grande final.

3.2.3 Atividade 3: Deduzir o Teorema de Pitágoras através de recortes e atividades práticas.

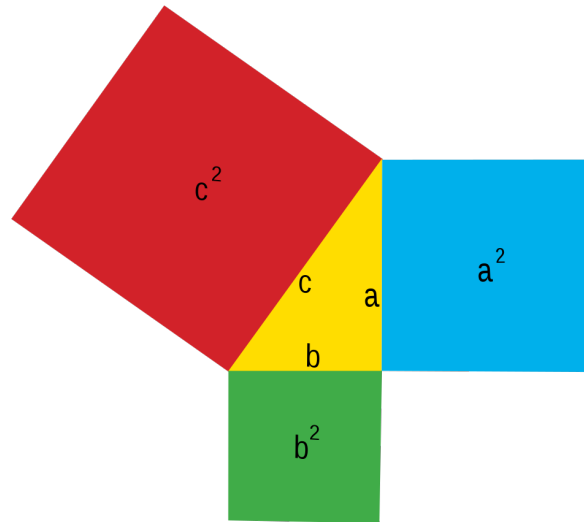


Figura 3.3 – Teorema de Pitágoras

MATERIAL UTILIZADO:

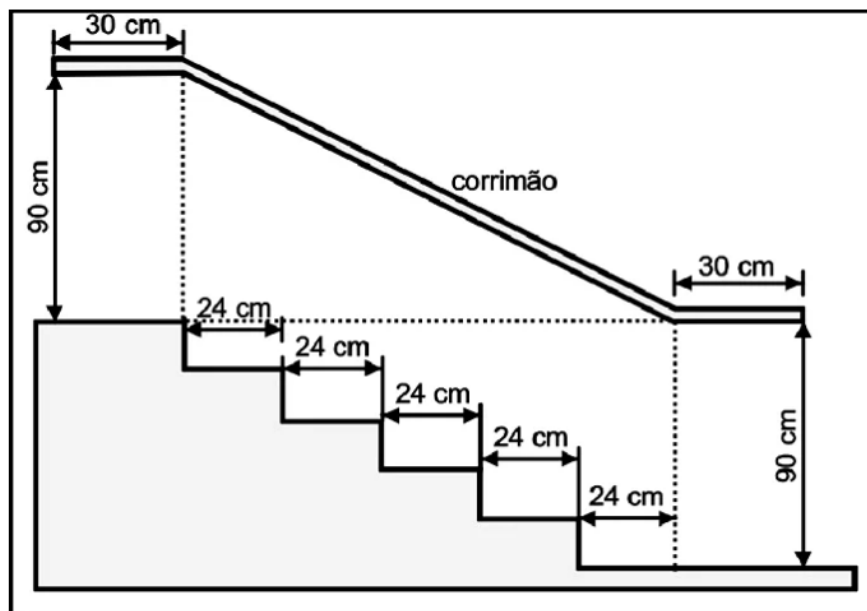
- Folhas de papel cartão, régua, lápis comum, lápis de cor ou pincel hidrocor e tesoura.

DINÂMICA DA ATIVIDADE:

- Os alunos desenham e recortam um triângulo retângulo em uma folha de papel cartão ou EVA.
- Quadrados são desenhados sobre cada lado do triângulo (catetos e hipotenusa).
- Os alunos reorganizam as peças recortadas para formar um novo quadrado maior usando os quadrados dos catetos.
- Isso demonstra que a soma das áreas dos quadrados dos catetos é igual à área do quadrado da hipotenusa.
- Após a montagem, discuta com os alunos como essa atividade ilustra o Teorema de Pitágoras.
- Incentive-os a resolver problemas práticos usando o teorema.

3.2.4 Atividade 4: Teorema de Pitágoras.

1. Um triângulo apresenta os lados com medidas 20 cm, 21 cm e 29 cm. Como saber se é um triângulo retângulo?
2. A soma dos quadrados dos três lados de um triângulo retângulo é igual a 200 cm^2 . Quanto mede a hipotenusa do triângulo?
3. Na figura abaixo, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura:

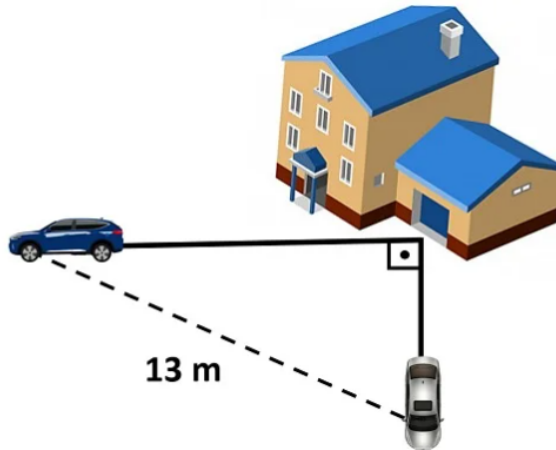


o comprimento total do corrimão é igual a:

- a) 1,9m b) 2,1m c) 2,0m d) 1,8m e) 2,2m

4. Seja $(48, x, 73)$ um terno pitagórico. Qual o valor de x ?

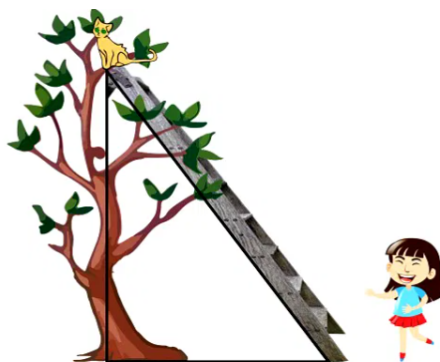
5. Carlos e Ana saíram de casa para trabalhar partindo do mesmo ponto, a garagem do prédio onde moram. Após 1 min, percorrendo um trajeto perpendicular, eles estavam a 13 m de distância um do outro.



e o carro de Carlos fez 7 m a mais que o de Ana durante esse tempo, a que distância eles estavam da garagem?

- a) Carlos estava a 10 m da garagem e Ana estava a 5 m.
- b) Carlos estava a 14 m da garagem e Ana estava a 7 m.
- c) Carlos estava a 12 m da garagem e Ana estava a 5 m.
- d) Carlos estava a 13 m da garagem e Ana estava a 6 m.

6. Carla ao procurar seu gatinho o avistou em cima de uma árvore. Ela então pediu ajuda a sua mãe e colocaram uma escada junto à árvore para ajudar o gato a descer.



Sabendo que o gato estava a 8 metros do chão e a base da escada estava posicionada a 6 metros da árvore, qual o comprimento da escada utilizada para salvar o gatinho?

- a) 8 metros b) 10 metros. c) 12 metros. d) 14 metros.

4 Aferição do objetivo de aprendizagem

Avaliar os alunos ao longo de todas as atividades propostas nas sequências didáticas 1 e 2, observando a interação entre eles em cada grupo ou dupla e também nas discussões sugeridas em sala, afim de perceber se os mesmos conseguiram compreender:

- Que os critérios de divisibilidade são regras que nos permitem determinar se um número é divisível por outro sem realizar a divisão.
- Que é possível no cotidiano dar troco exato em diferentes situações sem calcular a divisão.
- Que o teorema de Pitágoras, pode ser aplicado com situações do cotidiano, como medir distâncias em terrenos, construção civil ou design de objetos.
- Que a hipotenusa é o lado mais longo, oposto ao ângulo reto.
- Que o pensamento lógico e crítico são habilidades essenciais para resolver problemas matemáticos no dia a dia.

Após isso, observe se os alunos compreenderam e executaram as instruções necessárias e corretas em cada questão proposta nas atividades das sequências didáticas 1 e 2. Colete e analise os dados do desempenho de todas as atividades propostas para identificar pontos de melhorias que necessitam de atenção. Utilize esses dados para ajustar estratégias de ensino e intervenções ao longo das aulas afim de suprir a curto ou longo prazo as deficiências perceptíveis dos alunos.

O Professor pode também realizar um questionário de autoavaliação com os alunos a respeito do que os mesmos assimilaram nas atividades e conteúdos propostos nas sequências didáticas.

Sugestão de questões que o professor pode colocar no questionário de autoavaliação.

- Prestei atenção nas explicações do professor?
- Participei das discussões sugeridas pelo professor e interagi com os colegas de sala a respeito dos conteúdos ministrados?
- Soube respeitar as opiniões dos colegas?
- Reconheci os critérios de divisibilidades?
- Compreendi o teorema de Pitágoras num triângulo retângulo?
- Resolvi corretamente os enunciados das questões das atividades propostas?
- Apliquei corretamente a definição do que é um terno pitagórico na resolução de problemas?

Ao final o professor deve fornecer um feedback regular e construtivo para os alunos, destacando os pontos fortes e as possíveis melhorias em relação ao conteúdo abordado. O feedback deve ser específico e orientado para ajudar os alunos a entenderem como podem melhorar o seu desempenho em relação aos conteúdos ministrados nas sequências didáticas.

REFERÊNCIAS

- 1 BRUNO, S.S. *O Último Teorema de Fermat para $n = 3$* . Trabalho de Conclusão de Pós-graduação em Matemática PROFMAT para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), 2014. Disponível em: https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=1344&id2=1396. Acesso em: 15 julho. 2024.
- 2 Toda Matéria. Teorema de Pitágoras: Exercícios. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/teorema-de-pitagoras-exercicios/>. Acesso em: 15 julho. 2024.
- 3 Tudo na Sala de Aula. Divisibilidade: Exercícios. Disponível em: https://www.tudosaladeaula.com/2023/06/atividade-sobre-divisibilidade-6ano-7ano-com-gabarito.html#google_vignette Acesso em: 15 julho. 2024.
- 4 Teachy. Divisibilidade: Projeto. Disponível em: <https://www.teachy.com.br/atividades/ensino-fundamental/6ano/matematica/jogando-com-a-divisibilidade> Acesso em: 15 julho. 2024.
- 5 UFSM. Divisibilidade: Propostas Lúdicas. Disponível em: https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/534/2020/03/MDC_PIBID_costa_nathiele.pdf. Acesso em: 15 julho. 2024.