Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental

NÍDIA MARINELA DA SILVA RIBEIRO

O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES POR MEIO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

BELÉM-PARÁ
2025

Nídia Marinela da Silva Ribeiro

O Ensino das Operações com frações por meio de atividades experimentais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade do Estado do Pará, como requisito para a obtenção do título de mestre em Ensino de Matemática.
Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental.
Orientadora: Prof.ª Drª Maria de Lourdes Silva Santos.
Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

BELÉM-PA
2025

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará

R484 Ribeiro, Nídia Marinela da Silva
O ensino das operações com frações por meio de atividades experimentais / Nídia Marinela da Silva Ribeiro. — Parauapebas, 2024.
297f.

Orientadora: Profª. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE), 2024.

1. Ensino de matemática. 2. Operações com frações. 3. Sequência didática. 4. Atividades experimentais. I. Título.

CDD 22.ed. 372.7

Elaborada por Priscila Melo CRB2/1345

NIDIA MARINELA DA SILVA RIBEIRO

O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÃO POR MEIO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Gaduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientadora: Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos.

Data de aprovação: 07/01/2025

Banca examinadora

Documento assinado digitalmente
gov.br MARIA DE LOURDES SILVA SANTOS
Data: 07/01/2025 11:40:58-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

______. Orientadora
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Doutora em Educação – Pontifícia Universidade Católica / PUC-RJ
Universidade do Estado do Pará

Documento assinado digitalmente
gov.br PEDRO FRANCO DE SA
Data: 09/01/2025 11:46:59-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

________________________________. Examinador Interno
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará

Documento assinado digitalmente
gov.br IRAN ABREU MENDES
Data: 07/01/2025 13:52:16-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

________________________________. Examinador Externo
Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Doutor em Educação Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade Federal do Pará / UFPA

Belém – PA

2025

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por seu infinito amor e bondade, que me abençoou ao longo deste curso. Ele me sustentou em cada etapa dessa jornada. Sem Sua força e inspiração, nada disso seria possível. À minha família, que sempre esteve ao meu lado com amor, paciência e apoio incondicional. Agradeço especialmente aos meus pais, que me ensinaram os valores da perseverança e dedicação, e aos meus irmãos, pelo carinho, compreensão e apoio constantes. Vocês foram meu alicerce, minha motivação e minha fonte de energia.

Agradeço aos meus pastores, Gork e Keila, que me cobriram em oração e me ofereceram palavras de incentivo e motivação para que eu não desistisse.
Agradeço às minhas queridas amigas Camila e Leah, que foram fundamentais ao longo do curso e de minha vida. Compartilhamos juntos tanto as alegrias quanto os desafios dessa caminhada. A amizade de vocês foi essencial para que eu mantivesse o equilíbrio e o entusiasmo nesse processo.

Agradeço aos amigos que conquistei durante o mestrado — Rosângela, Vanessa, Dejaci, Simone e Anderson Diniz — pelo acolhimento, pela troca de saberes científicos, pelo companheirismo, generosidade na escuta e empatia. Foi uma honra estudar com vocês. O laço de amizade que criamos ultrapassou os limites da Universidade. Aos demais colegas do curso, sempre parceiros, agradeço pelos momentos de grande aprendizado em meio às rotinas intensas de estudo e, principalmente, pelos momentos de afeto, partilha e empatia.

Agradeço ao Programa de Pós-graduação em Educação (PPGEM/UEPA), pela excelência de seus professores e, em especial aos que ministraram neste curso, obrigada por todos os conhecimentos compartilhados, pelas orientações valiosas e pela dedicação incansável em me guiar na busca pelo aprendizado. À minha orientadora, Profª. Drª. Maria de Lourdes, sou imensamente grata pela paciência, sabedoria e pelo apoio fundamental para a concretização deste trabalho.

Sua orientação foi essencial para o desenvolvimento e aprimoramento das minhas ideias. Ao meu coorientador, Profº. Drº. Pedro Sá, agradeço pela contribuição significativa para minha formação, pelas experiências maravilhosas e incentivadoras, pela paciência e pelo cuidado com minha pessoa. A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho, o meu mais sincero agradecimento.

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa cujo objetivo principal foi analisar os efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada em atividades experimentais no ensino das operações com frações para estudantes do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal de Parauapebas, Pará, envolvendo a participação de 28 alunos. O objetivo geral da investigação consistiu em examinar como o ensino das operações com frações, por meio de atividades experimentais, influencia no processo de aprendizagem e no desempenho dos estudantes na resolução de questões sobre o assunto, junto a estudantes do 6º ano do ensino fundamental? A metodologia adotada fundamentou-se nos princípios da Engenharia Didática, com análise sistemática dos dados produzidos durante a experimentação por meio de abordagens qualitativa e quantitativa. A comparação entre as análises a priori e a posteriori evidenciou um progresso significativo no desempenho dos alunos, demonstrando a eficácia da sequência didática na promoção da aprendizagem. Entre os principais avanços constatados, destacam-se: Evolução das pontuações dos estudantes: a média de acertos aumentou de 12,5% no pré-teste para 62,7% no pós-teste, indicando o impacto positivo da metodologia adotada; Aprimoramento do aprendizado e desempenho: a análise comparativa entre as avaliações a priori e a posteriori revelou avanços substanciais; Redução do tempo necessário para a realização das atividades; Diferença estatisticamente significativa nas pontuações. Além disso, testes estatísticos, como o Teste Exato de Fisher e o Teste de Hipótese, corroboraram a influência positiva da sequência didática no desempenho acadêmico dos estudantes, ao mesmo tempo que reduziram o impacto de fatores socioeconômicos sobre seu rendimento. Os achados da pesquisa indicaram que os alunos não apenas compreenderam as regras operatórias das operações com frações, mas também superaram dificuldades na interpretação de problemas e demonstraram capacidade de modelar corretamente a resolução das questões propostas. Ademais, evidenciou-se uma recepção positiva por parte dos estudantes em relação à metodologia utilizada. Os resultados obtidos permitem concluir que a sequência didática constitui uma estratégia viável e eficaz para o ensino das operações com frações, podendo ser adotada por docentes como um recurso pedagógico promissor. O estudo demonstrou que a abordagem baseada em atividades experimentais favoreceu aprendizagens significativas, consolidando a compreensão do conteúdo matemático pelos estudantes. Como produto final da pesquisa, foi desenvolvido um produto educacional intitulado O Ensino de Operações com Frações por Meio de Atividades Experimentais: Sequência Didática, concebido para auxiliar tanto professores quanto alunos no processo de ensino-aprendizagem desse conteúdo. O referido material está disponível no site: https://ccse.uepa.br/ppgem/, na aba *Dissertações 2025*.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Operações com Frações. Sequência didática. Atividades Experimentais.

ABSTRACT

This work presents the results of a research whose main objective was to analyze the effects of applying a didactic sequence based on experimental activities in teaching operations with fractions to students in the 6th year of elementary school at a municipal public school in Parauapebas, Pará, involving the participation of 28 students. The general objective of the investigation was to examine how teaching operations with fractions, through experimental activities, influences the learning process and students' performance in solving questions on the subject, together with students in the 6th year of elementary school? The methodology adopted was based on the principles of Didactic Engineering, with systematic analysis of the data produced during the experimentation through qualitative and quantitative approaches. The comparison between a priori and a posteriori analyzes showed significant progress in student performance, demonstrating the effectiveness of the didactic sequence in promoting learning. Among the main advances observed, the following stand out: Evolution of student scores: the average number of correct answers increased from 12.5% in the pre-test to 62.7% in the post-test, indicating the positive impact of the adopted methodology; Improvement of learning and performance: comparative analysis between a priori and a posteriori assessments revealed substantial advances; Reduction of the time needed to carry out activities; Statistically significant difference in scores. Furthermore, statistical tests, such as Fisher's Exact Test and the Hypothesis Test, corroborated the positive influence of the didactic sequence on students' academic performance, while reducing the impact of socioeconomic factors on their performance. The research findings indicated that students not only understood the operational rules of operations with fractions, but also overcame difficulties in interpreting problems and demonstrated the ability to correctly model the resolution of the proposed questions. Furthermore, there was a positive reception from students regarding the methodology used. The results obtained allow us to conclude that the didactic sequence constitutes a viable and effective strategy for teaching operations with fractions, and can be adopted by teachers as a promising pedagogical resource. The study demonstrated that the approach based on experimental activities favored significant learning, consolidating students' understanding of mathematical content. As a final product of the research, an educational material entitled Teaching Operations with Fractions through Experimental Activities: Didactic Sequence was developed, designed to assist both teachers and students in the teaching-learning process of this content. This material is available on the website: https://ccse.uepa.br/ppgem/, in the Dissertations 2025 tab.

Key-words: Mathematics Teaching. Operations with Fractions. Didactic sequence. Experimental Activities.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Nos primeiros estágios do desenvolvimento da matemática, o conceito de número assumiu um papel de destaque. A necessidade de realizar operações aritméticas, impulsionada principalmente pelas atividades comerciais, foi um fator determinante para essa ênfase, uma vez que o desenvolvimento do sistema monetário exigia cálculos precisos. Contudo, em diversos contextos, incluindo o mercantil, a divisão de um todo revelou a insuficiência dos números inteiros para representar adequadamente tais situações. Diante dessa limitação, surgiram os números fracionários, inicialmente referidos por diferentes denominações, como partes, pedaços e fragmentos, até sua formalização como uma categoria numérica específica.

Nesse contexto, o ensino dos números racionais nas séries finais do ensino fundamental tem sido objeto de intenso debate. Alguns estudiosos argumentam que a utilização da forma fracionária tem se reduzido ao longo do tempo, especialmente devido à predominância da notação decimal, amplificada pelo uso generalizado das calculadoras. Além disso, sustenta-se que os conceitos envolvidos são excessivamente complexos, o que pode dificultar a compreensão por parte dos estudantes.

Por outro lado, há aqueles que defendem a importância do ensino dos números racionais, considerando-os fundamentais para a construção de conhecimentos essenciais. Essa perspectiva enfatiza que a compreensão dos números racionais é indispensável para a aprendizagem de temas de grande relevância social, como medidas e proporcionalidade, que abrangem conceitos como porcentagens, juros e outras formas de quantificação de grandezas.

Dessa maneira, torna-se essencial buscar um equilíbrio entre as duas concepções, de modo que o educador adote uma abordagem que possibilite aos alunos a compreensão efetiva dos conceitos fundamentais da matemática, especialmente aqueles relacionados ao estudo das frações. Para isso, é fundamental que essa abordagem esteja ancorada na realidade dos estudantes, considerando elementos do seu cotidiano, como coleções, agrupamentos de brinquedos e outros objetos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientam que as primeiras aulas voltadas para os conceitos básicos dos números naturais sejam relacionadas às experiências vivenciadas pelos alunos. Nesse sentido, recomenda-se a utilização de situações e problemáticas do dia a dia em que frações e proporções estejam naturalmente presentes. Exemplos incluem a divisão de alimentos durante atividades culinárias ou a partilha de objetos entre colegas em jogos e brincadeiras. Dessa forma, os estudantes têm a oportunidade de visualizar e experimentar concretamente a aplicação dos conteúdos abordados em sala de aula, favorecendo um aprendizado mais significativo e contextualizado.

É evidente que a adoção de uma abordagem metodológica eficaz é fundamental para promover uma aprendizagem significativa e eficiente. Ao estabelecer conexões entre os conceitos de números racionais e as experiências concretas dos alunos, os docentes tornam o aprendizado mais relevante, além de facilitar a compreensão e a aplicação de estratégias para a resolução de problemas relacionados ao conteúdo de frações.

Assim como ocorre com os números naturais e inteiros, as operações com frações — foco principal desta pesquisa — representam um desafio significativo para muitos estudantes no contexto escolar. No entanto, trata-se de um conhecimento amplamente utilizado no cotidiano dos alunos, seja no preparo de alimentos, na divisão de recursos ou na compreensão de proporções em diferentes situações. Dessa forma, a aprendizagem desse conteúdo não apenas possibilita a aplicação do conhecimento matemático em contextos práticos, mas também contribui para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, ampliando sua capacidade de raciocínio lógico e resolução de problemas.

Nessa perspectiva, a presente pesquisa tem como objetivo geral analisar como o ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais influencia no processo de ensino e aprendizagem e no desempenho da resolução de questões sobre o assunto, junto a uma amostra de estudantes do 6º ano do ensino fundamental. Além disso, existem os objetivos específicos, tais como verificar as principais dificuldades no processo de ensino e aprendizagem sobre operações com fração; elaborar uma sequência de atividades para ensinar operações com fração; analisar os resultados e contribuições da sequência didática para a aprendizagem do conteúdo; avaliar a participação dos alunos nas aulas durante a aplicação da sequência didática; avaliar o desempenho dos alunos ao resolverem as atividades sobre operações com fração, após a aplicação da sequência didática.

A problematização desse trabalho consistiu em responder ao seguinte questionamento: como a implementação de atividades experimentais no ensino das operações com frações influencia o processo de ensino e aprendizagem e o desempenho na resolução de problemas relacionados ao tema entre estudantes do 6º ano do ensino fundamental? Diante desse contexto, a presente pesquisa aborda o ensino das operações com frações especificamente no 6º ano do ensino fundamental, uma etapa fundamental e desafiadora da educação básica.

Os desafios enfrentados nesse período estão relacionados tanto às dificuldades de adaptação dos alunos quanto às metodologias de ensino adotadas e às experiências vivenciadas por professores e estudantes no ambiente escolar. Essa investigação tem como propósito identificar e compreender essas dificuldades, com o objetivo de contribuir para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem e para o aprimoramento do desempenho acadêmico dos alunos.

Em se tratando de pressupostos teóricos-metodológicos, foi realizada, primeiramente, uma revisão bibliográfica sobre os temas abordados ao longo dessa pesquisa: tendências da educação matemática; o ensino de operações com frações por meio de atividades experimentais, bem como a resolução de problemas, com base em renomados autores, dentre eles: Artigue (1996), Machado (1999), Almouloud e Silva (2012).

É relevante destacar que as motivações para o desenvolvimento desta pesquisa emergiram da experiência docente na área de Matemática. A partir da observação das dificuldades e dos desafios enfrentados pelos alunos do 6º ano no processo de compreensão e aplicação das frações e suas operações aritméticas, identificou-se a necessidade de uma investigação mais aprofundada sobre o tema.

A prática pedagógica revelou lacunas significativas na aprendizagem desses conceitos, o que motivou a busca por estratégias mais eficazes para aprimorar tanto o ensino quanto a assimilação desse conteúdo essencial da matemática.

Observa-se que os desafios mais recorrentes no exercício da docência estão diretamente relacionados ao processo de aprendizagem, especialmente no que se refere às operações com frações. Essa problemática está intrinsicamente vinculada às metodologias de ensino adotadas e à forma como os alunos desenvolvem sua compreensão desse conteúdo.

Foram utilizados dados secundários a partir de documentos oficiais, tais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais, bem como o levantamento de dados e informações em sites de instituições públicas. Tais dados foram necessários para compreender as diretrizes e as habilidades de matemática, conceitos fundamentais que devem ser assegurados aos alunos de maneira sequencial e consistente.

Posteriormente, a pesquisa seguiu as etapas da Engenharia Didática proposta por Artigue (1996), estruturadas em quatro fases distintas. A primeira fase, denominada Análises Prévias, consiste em uma investigação detalhada do contexto histórico e teórico do objeto de estudo. Essa etapa inclui a revisão da literatura, o levantamento de concepções prévias e a consulta a educadores e estudantes.

Foram analisados os fundamentos históricos e teóricos das operações com frações, bem como discutido o embasamento teórico que sustenta esta pesquisa, com destaque para as abordagens do ensino de matemática por atividades experimentais (SÁ, 2009; 2019; 2020). Além disso, realizou-se a coleta de dados sobre as percepções e dificuldades enfrentadas por professores da rede pública que lecionam matemática e por alunos do 6º ano do ensino fundamental no processo de ensino e aprendizagem da adição e subtração de frações.

A segunda fase, Concepção e Análise a Priori, será desenvolvida uma sequência didática que inclui a elaboração de atividades pedagógicas e testes de avaliação. A análise a priori envolve a previsão das possíveis dificuldades e resultados esperados dos alunos ao realizarem as atividades propostas, sobre operações com frações, dessa forma, envolve a criação de atividades práticas e testes específicos que abordem a adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. A terceira etapa, correspondente à experimentação, envolveu a aplicação da sequência didática elaborada. Como instrumentos para a coleta de informações, foram utilizados testes, questionários socioeconômicos, anotações em diário e fichas de acompanhamento desenvolvidas por Sá (2019).

Por fim, na quarta etapa, referente à análise a posteriori e validação, foram apresentadas as técnicas de sistematização dos dados obtidos durante a experimentação, bem como as abordagens quantitativas e qualitativas empregadas na análise das informações. Também foram descritas as estratégias utilizadas para a validação das atividades propostas.

Nas considerações finais, são discutidos os principais achados da pesquisa, bem como a descrição do produto educacional desenvolvido: uma sequência didática baseada em atividades experimentais. Esse recurso foi elaborado com o objetivo de proporcionar uma alternativa didática que favoreça o ensino e a aprendizagem das operações com frações de forma mais dinâmica e significativa. Espera-se que essa abordagem contribua para estimular a autonomia dos estudantes, promover maior participação em sala de aula e desenvolver habilidades essenciais para a construção do conhecimento e a resolução de problemas.

2 ENGENHARIA DIDÁTICA

Nossa pesquisa está embasada em pressupostos teóricos-metodológicos da Engenharia Didática (ED). Este capítulo é dedicado a compreensão sobre o aspecto teórico da ED, sua origem, principais características, suas gerações e associações entre as gerações, sua organização, assim como uma breve análise sobre trabalhos que utilizaram a ED.

2.1 ORIGEM DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Segundo Artigue (1996), a ideia de Engenharia Didática surgiu na didática da matemática, de influência francesa, no começo da década de 80, com o objetivo de destacar uma forma de trabalho didático. A metodologia de pesquisa é o caminho a ser percorrido pelo investigador para um maior conhecimento a respeito do objeto a ser analisado. Para Carneiro (2005), com a engenharia didática é possível fazer validação a partir de uma análise preliminar, e em seguida fazer comparações por meio de outra análise, a posteriori, o que passa a determinar sentido aos dados da pesquisa.

Conforme Machado (2012) essa metodologia foi desenvolvida com o propósito de analisar contextos didáticos, estudados na Didática da Matemática. Nessa perspectiva, Segundo Sá e Alves (2011), a engenharia didática é uma metodologia de pesquisa utilizada pela Educação Matemática que procura favorecer as dimensões teórica e experimental da pesquisa em didática da matemática, constituindo-se como uma metodologia de investigação científica que busca além da identificação, também explorar relações da pesquisa e da ação. Artigue (1996), afirma que a engenharia didática é:

> [...] comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre abjectos muito mais complexos do que os objetos depurados da ciência, e, portanto, a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar (Artigue, 1996, p.193).

Nessa perspectiva, Pais (2001), ressalta que, assim como o trabalho do engenheiro o educador necessita de um conjunto de conhecimentos sobre os quais ele executa o seu domínio profissional. No entanto, quando se faz a semelhança entre o trabalho de um engenheiro e a didática, pretende-se distinguir que modelo teórico não é habilitado para os desafios referentes as dificuldades do objeto de aprendizado.

2.2 CARACTERÍSTICAS DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Artigue (1996) descreve algumas características gerais inerentes a engenharia didática como metodologia de investigação científica. Segundo a autora, a metodologia caracteriza-se pela estrutura experimental baseado em procedimentos didáticos realizados em sala de aula, analisando a concepção e a realização das sequências de ensino. Artigue (1996) diferencia dois níveis de engenharia didática, a microengenharia e a macroengenharia.

A microengenharia relaciona-se a pesquisas que parte do objeto de estudo sobre um assunto definido, que são desenvolvidas em uma localidade e leva em consideração as dificuldades de fatos apresentados em sala de aula. E a macroengenharia são as pesquisas que permitem identificar as dificuldades dos estudos da microengenharia ligados aos fatos nas relações de ensino e aprendizagem. Esses tipos de pesquisa se complementam e por isso são indispensáveis. (MACHADO, 1999, p. 19).

Artigue (1996) evidencia que a engenharia didática se define pelo registro dos estudos realizados no qual se situa e pelos modos de comprovação que lhe estão associados, onde a diferença sobre as averiguações são baseadas na Engenharia Didática e em outras maneiras de pesquisa. Caracteriza-se pela metodologia de pesquisa por meio de experimentos com base nos procedimentos didáticos aplicados em sala de aula, pela observação, concepção, observação e a análise nos planos de ensino. Nesse contexto, a engenharia didática também pode ser caracterizada por pesquisa experimental, através de registros e modo de validação que está relacionado entre as semelhanças das análises a priori e posteriori.

2.3 GERAÇÕES DA ENGENHARIA DIDÁTICA

A Engenharia Didática, desenvolvida por Michele Artigue, evoluiu ao longo do tempo através de diferentes gerações, cada geração apresenta suas próprias características, focos de investigação e contribuiu para um entendimento mais aprofundado do processo de ensino-aprendizagem, uma vez que proporciona bases sólidas para o desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras e mais eficientes. Essas evoluções refletem a contínua adaptação da metodologia às necessidades direcionadas pela educação e às novas descobertas no campo da didática.

2.3.1 Engenharia didática de 1ª geração

Segundo Artigue (1996) a noção de Engenharia Didática (clássica ou de primeira geração) foi apresentada como uma metodologia de pesquisa sujeita a fazer ocorrer fenômenos didáticos em situações mais próximas possíveis do desempenho de uma sala de aula clássica.

Para a autora essa metodologia pode ser caracterizada por meio de um esquema experimental com base nas atividades didáticas praticadas em sala de aula, pela concepção, realização, observação e análise de sequencias de ensino, permitindo assim uma validação particular do confronto das análises a priori e a posteriori. Para que uma pesquisa siga os princípios da engenharia didática, é necessário que seu planejamento perpasse pelas seguintes fases:1ª fase: de análises prévias; 2ª fase: de concepção e da análise a priori; 3ª fase: de experimentação; 4ª fase: de análise a posteriori e validação.

2.3.2 Engenharia Didática de 2ª geração

Para Perrin-Glorian (2009), a Engenharia Didática estabelece uma conexão entre a pesquisa e o ensino regular. Segundo a autora, os primeiros estudos caracterizados como "Engenharias Didáticas" emergiram no ensino da matemática no nível primário, com ênfase nos eixos de números e medidas. A elaboração de sequências de ensino nesse contexto teve início na década de 1970, período em que o referencial teórico utilizado ainda não era amplamente acessível.

Nesse contexto, a autora mencionada destaca que houve contribuições significativas para o esclarecimento dos quadros teóricos. Dessa forma, as primeiras engenharias didáticas tinham como principal objetivo desenvolver estudos voltados à transposição didática para o ensino, constituindo o cerne das pesquisas da época. Paralelamente, esses estudos também analisavam outros fenômenos didáticos de caráter mais amplo, os quais contribuíam para o enriquecimento e a expansão dos quadros teóricos em construção.

Perrin-Glorian (2009) cita que a engenharia didática agrupa algumas das características da pesquisa-ação, pois nelas se desenvolvem situações de sala de aula, levando o pesquisador a analisar e descrever os resultados de suas práticas, sempre com cuidados com a ligação ao grau da maioria dos resultados.

Segundo a autora uma engenharia didática de segunda geração, tem como objetivo principal o desenvolvimento de recursos, ou seja, o objetivo de aprendizagem para o ensino regular, ou a preparação de professores. Que em consequência precisa de muitos níveis de construção. Distingue-se assim dois tipos de engenharias didáticas em função da pergunta inicial da investigação, a Engenharia Didática para a Investigação (IDR) e a Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD).

A IDR busca fazer emergir fenômenos didáticos e estudá-los, esperando avanços nos resultados da investigação através dos experimentos organizados em função da questão norteadora da pesquisa, já a IDD tem como objetivo a produção de recursos para os professores e suas formações.

2.3.3 Associação entre as diferentes engenharias

Conforme Almouloud e Silva (2012) a engenharia de primeira geração baseia-se em definir dispositivos de ensino comunicáveis e reprodutíveis. Agrupa algumas características da pesquisa ação, pois desenvolvem-se nela situações em sala de aula nas quais o pesquisador é direcionado a analisar e descrever os resultados de sua aplicação, tomando as devidas precauções em relação ao grau de generalidade dos resultados.

A engenharia didática da segunda geração tem como objetivo a produção de recursos que devem ser aplicados pelo professor na sala de aula, ou para a formação continuada ou inicial dos professores, desenvolvendo o aprendizado de matemática, ou a matemática para ensinar a matemática.

No quadro 1 é apresentado um comparativo entre as características das engenharias de 1ª e 2ª geração.

Quadro 1 - Engenharias de 1ª e 2ª geração, objetivos e aspectos centrais

	Objetivo(s)	**Aspectos Centrais**
ED 1ª geração	Elaborar e estudar propostas de transposição didática para o ensino.	Metodologia de pesquisa e produto
ED 2ª geração	Determinar os princípios que comandam a engenharia que se quer transformar em recurso para o ensino regular, e estudar as condições de sua divulgação.	Três funções não independentes: a investigação, o desenvolvimento e a formação de professores por meio da análise. Necessita de vários níveis de construção.

Fonte: Almouloud e Silva (2012).

No quadro 2 estão descritas algumas características das engenharias didáticas de primeira e segunda geração segundo os autores citados, que são conhecidas como Engenharia Didática de Investigação (IDR) e Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD).

Quadro 2 - Comparando IDR e IDD

Engenharias Didáticas de 1ª e 2ª geração	
IDR	IDD
• Faz emergir fenômenos didáticos para estuda-los; • Visa um avanço no resultado de investigação, fazendo uso de experimentações montadas em função da questão de pesquisa; • Não há a preocupação imediata em divulgar as situações utilizadas.	• Produzir recurso (s) para professores ou para a formação de professores; • Liberdade de ação para o professor; • A investigação continua a ser essencial, mas as questões de investigação não são motivadas, em primeiro lugar, pela ampliação dos quadros teóricos; • Baseia-se na engenharia de 1ª geração.

Fonte: Almouloud e Silva (2012).

A engenharia didática em seu desenvolvimento para essas duas tendências, está organizado em quatros etapas ou fases, que de acordo com Artigue (1996), que inclui:

1) análises prévias;
2) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas;
3) implementação da experiência (experimentação);
4) análise a posteriori e validação da experiência.

2.3.4 Análises Prévias

As Análises Prévias de acordo com a noção de engenharia didática foram feitas através de observações acerca do conjunto de ideias de aprendizagem e conhecimentos didáticos já alcançados previamente em outras análises preliminares.

Nesta fase, segundo Almouloud e Silva (2012), realizam-se as análises preliminares que permitem as seguintes vertentes: epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino; do ensino usual e seus efeitos; das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução; das condições e fatores de que depende a construção didática efetiva; a consideração dos objetivos específicos da pesquisa; o estudo da transposição didática do saber considerando o sistema educativo no qual insere-se o trabalho.

Para os autores citados cada uma dessas fases pode ser retomada e aprofundada no decorrer da pesquisa, devido as necessidades decorrentes, e podem permitir ao pesquisador a identificação de variantes didáticas que será explanada e aplicada nas próximas fases.

Nessa fase também se estuda as prováveis causas do problema de pesquisa, assim como o modo pelas quais poderá tratá-lo e buscar determinar o conjunto de fatores que existem para um desempenho mais eficaz. Onde é elaborada uma revisão bibliográfica que engloba os contextos presentes nos diversos níveis de produção didática no próprio ambiente onde será feito a pesquisa. Para Machado (1999), as análises prévias são elaboradas principalmente para firmar a concepção da engenharia. Sendo que para cada uma delas poderá ocorrer ou não, conforme o objetivo da pesquisa que definirá o grau de acordo com a dimensão dessas análises.

2.3.5 Concepção e Análise a priori

É uma fase muito importante para a pesquisa, e a partir das análises prévias que o pesquisador decide como agir sobre as variáveis que acreditam ser importantes para o problema proposto da pesquisa e em relação as variáveis que podem direcionar para os resultados do problema.

Para esta fase, Machado (2008) destaca que a pesquisa determina as variáveis de comando, que são as variáveis microdidáticas (ou locais) e macrodidáticas (ou globais) apropriado ao Sistema Didático (professor/ aluno/saber) que podem ser consideradas pelo pesquisador/professor para que sejam abordadas as várias sessões ou fases de uma Engenharia Didática.

Segundo Artigue (1988) essas variáveis podem ser de ordem geral, que dependendo do conteúdo matemático em estudo e suas análises serão realizadas em três dimensões: a dimensão epistemológica (associada às características do saber); a dimensão cognitiva (associada às dimensões cognitivas dos alunos sujeitos da aprendizagem); e a dimensão didática (associada às características do sistema de ensino, no qual os sujeitos estão inseridos).

Para Artigue (1988) o objetivo desta fase é determinar como efetuar as escolhas (as variáveis que queremos assumir como pertinentes) propiciando examinar os comportamentos dos estudantes esclarecer seu sentido. De acordo com Gálvez (1996), as variáveis didáticas são aquelas cujas escolhas de valores influenciam diretamente as estratégias de resolução de problemas, promovendo a evolução do desempenho dos alunos. Machado (1999) complementa essa perspectiva ao afirmar que tais variáveis podem ser classificadas como de ordem geral ou específica, dependendo do conteúdo didático a ser ensinado. O autor ressalta, ainda, que a descrição de cada fase da Engenharia Didática deve ser precedida pelas escolhas de ordem geral, que possuem um caráter global e influenciam diretamente as decisões de nível local.

Além disso, destaca que, embora seja possível distinguir as escolhas globais das locais, ambas são interdependentes, devendo ser consideradas de maneira integrada no processo de ensino. Conforme Artigue (1996), a análise a priori precisa ser compreendida como uma análise do controle do sentido. Este aspecto deve ser levado em consideração, pois a teoria construtivista aborda o princípio do compromisso do aluno na construção dos seus conhecimentos por intermédio de interações com determinado meio.

O objetivo da análise a priori é determinar de que forma podem permitir que as escolhas efetuadas controlem os comportamentos dos alunos e o significado desses comportamentos. Esta fase é constituída de uma parte descritiva e de uma preditiva, que é centrada nas características de acordo com uma situação a-didática que se desejou formar e que se quer aplicar aos alunos pela experimentação.

Sendo assim, é nessa fase da engenharia que se desenvolve o prognóstico das ações e dos comportamentos dos discentes que possam ocorrer no período da aplicação da sequência didática. É nesse momento que se desenvolvem as atividades que formam a sequência didática, focada diretamente no aluno, pois ele é o seguimento foco do ensino e de quem almejamos a aprendizagem.

2.3.6 Experimentação

Nesta etapa, ocorre a aplicação da sequência didática, com o objetivo de descrever os propósitos e as condições de execução da pesquisa. Nesse processo, são definidos os parâmetros do contrato didático e registradas as observações realizadas durante a experimentação. Além disso, essa fase é caracterizada pelo delineamento do esquema experimental no contexto da pesquisa, permitindo a utilização de outros recursos complementares. Segundo Pais (2001, p. 102), "uma sequência didática é formada por certo número de aulas (também denominadas de sessões) planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos na pesquisa". O autor ainda destaca que a execução da sequência didática é uma etapa fundamental para verificar a correspondência entre os resultados obtidos na prática e as análises teóricas previamente estabelecidas.

Em relação ao registro das observações Pais (2001) destaca que é necessário atentar para o maior número possível de informações que podem colaborar no desenvolvimento do fenômeno pesquisado. Nessa perspectiva torna-se indispensável manter o princípio de que as circunstâncias concretas da experiência sejam claramente descritas no relatório final da pesquisa.

2.3.7 Análises a Posteriori e Validação

De acordo com Artigue (1996, apud Pommer, 2013, p. 26), essa fase fundamenta-se nos dados obtidos ao longo da experimentação, por meio das observações do professor-pesquisador, incluindo registros sonoros e produções escritas dos alunos. Nesse estágio, analisa-se a produção discente e observa-se a relação entre o comportamento dos alunos e o desenvolvimento da sequência didática, considerando todos os dados construídos durante o processo experimental.

Dessa forma, essa etapa caracteriza-se pela sistematização dos dados obtidos e pela comparação com a análise a priori, permitindo uma avaliação dos resultados e das condições em que os objetivos propostos foram alcançados. Segundo Artigue (1996), a análise a posteriori e validação baseiam-se no conjunto de dados coletados a partir da experimentação. Pais (2001) acrescenta que a análise a posteriori tende a ganhar maior relevância quando complementada por outras técnicas, como questionários, entrevistas, gravações e registros de diálogos, que podem contribuir significativamente para uma compreensão mais aprofundada do fenômeno estudado.

Pais (2001) ressalta que do ponto de vista metodológico a validação é uma fase em que a vigilância dever ser reforçada, visto que se trata de certificar a existência do caráter científico.Dentro dessa perspectiva, a engenharia didática, como procedimento metodológico, fundamenta-se em registros de estudos de caso, da qual a validade é interna e transpõe o contexto da pesquisa efetuada.

2.4 PESQUISAS REALIZADAS UTILIZANDO A ENGENHARIA DIDÁTICA

De acordo com a temática desenvolvida nesse trabalho, **“**Operações com frações**”,** será apresentado algumas pesquisas relacionadas ao tema proposto, que utilizaram a engenharia didática como metodologia de ensino.

Francirley Moura Porto (2019) realizou uma pesquisa intitulada “Uma engenharia didática para o ensino das operações com frações e com produtos notáveis”. A pesquisa foi aplicada para duas turmas, uma do sexto ano e a outra do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Juriti-Pará. Teve como objetivo geral a elaboração, aplicação e análise de duas sequências didáticas. Uma para a abordagem das operações com frações associadas a representação figural para a turma do sexto ano, e a outra para a turma do oitavo ano abordando os produtos notáveis relacionados com as áreas de retângulos, A metodologia de pesquisa utilizada por Porto (2019) foi a “Engenharia Didática”, a qual permitiu que a validação das atividades tenha sido feita internamente, e para a elaboração e análise das sequências didáticas utilizou-se como aporte a Teoria das Situações Didáticas. Dessa forma, classificou a investigação como pesquisa de campo, segundo o processo da coleta de dados, que foram coletados por meio da produção dos alunos e das observações feitas no decorrer da aplicação das sequencias didáticas e a aplicação de um questionário de forma complementar.

Na turma do sexto ano obteve um melhor desempenho referente as operações de soma, subtração e multiplicação de frações, a maior dificuldade apresentada foi nos itens relacionados a operação de divisão. E na turma do oitavo ano os alunos desenvolveram satisfatoriamente a expansão dos produtos notáveis onde o desempenho foi melhor apresentado nos itens das atividades que envolviam apenas números inteiros. A inserção de frações em alguns itens das atividades influenciou negativamente o percentual de acertos.

De modo geral, no decorrer das atividades, os alunos apresentaram um bom resultado e a turma do oitavo ano teve um bom desempenho nas situações de ação e validação chegando nas respostas esperadas na maioria das vezes, mas apresentaram dificuldades nas situações de formulação. A aplicação das sequências didáticas proporcionou a estruturação de situações didáticas que apresentaram o potencial de permitir a sua reaplicação por outros professores/pesquisadores que tenham interesse em métodos de ensino não tradicionais.

Izaías Pinheiro de Souza Junior (2019) realizou uma pesquisa cujo o tema é “O ensino de frações para o 6º ano do ensino fundamental utilizando a resolução de problemas a partir da visão de Vergnaud”.Teve como objetivo principal a produção de uma sequência didática por meio da Engenharia Didática, construída a luz da teoria dos Campos Conceituais de Vergnauld, para os alunos que já tinham uma noção sobre frações, fazendo com que eles melhorassem a aprendizagem a partir de uma perspectiva construtivista.

Souza Júnior (2019) utilizou como metodologia de pesquisa a “Engenharia Didática”. Verificou-se um alargamento do campo conceitual aditivo dentro do conteúdo de frações com os alunos que participaram da pesquisa no valor superior a 50% dos alunos que tiveram uma movimentação cognitiva, entendendo-se que estes são os alunos que não compreendiam o conteúdo antes da sequência e passaram a compreende-lo após a mesma.

A partir desse estudo foi possível perceber algumas características consideráveis sobre a metodologia da engenharia didática e sua importância que comprovam e estimulam o seu uso para pesquisas e também para professores em suas respectivas áreas de atuação. Dentro dessa perspectiva, a engenharia didática torna-se uma possibilidade que acrescenta no estado de influência do saber acadêmico e na veracidade do sistema de ensino. Portanto, essa metodologia de ensino oportuniza novas formas de influenciar o saber acadêmico com a realidade do método de ensino.

3 ANÁLISE PRÉVIA

Em nossa análise prévia discorremos sobre aspectos históricos e epistemológicos da aritmética em importantes períodos históricos, abordando elementos referentes a frações e suas operações a partir de conceitos e percepções da época. Apresentamos também a dimensão curricular relativa ao ensino e a experimentação, bem como dados de uma investigação realizada com professores de matemática que proporcionou a produção do artigo Percepção docente sobre dificuldades de estudantes do 6º ano nas operações básicas com frações publicada por nós. Também apontamos para estudos preliminares sobre o ensino de fração, experimentação, jogos, tecnologia e analises de livros didáticos para o ensino de operações com frações.

3.1 ASPECTOS HISTÓRICOS E EPISTEMOLÓGICO

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas.

Desse modo, será possível entender as razões que levam alguns povos a respeitar e conviver com práticas antigas de calcular, como o uso do ábaco, ao lado dos computadores de última geração. O homem desde a antiguidade já vem mostrando sua criatividade, e ao longo de 20.000 mil anos atrás descobriu o fogo, criou a roda, mas ainda não tinha criado os números. E pelas suas experiências foram direcionados a novos caminhos. Com base nessa ideia mencionamos Boyer (1974):

> É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da ‘sobrevivência do mais apto’ a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento no homem de conceitos matemáticos (Boyer, 1974, p. 01).

De acordo com o autor, o conceito de número surgiu a partir das necessidades cotidianas do ser humano e das constantes transformações nos conceitos e compreensões matemáticas ao longo do tempo. A noção de número está diretamente relacionada ao desenvolvimento da humanidade e à sua evolução histórica. As primeiras evidências desse conceito remontam à Pré-História, período em que foram registrados os primeiros indícios do uso de quantificações.

No entanto, os avanços nesse campo foram limitados nessa época. Foi somente com a transição para o Período Neolítico, marcada pelo surgimento das atividades comerciais e pelo crescimento das interações entre diferentes povoações, que a concepção de "número" começou a se expandir. Nesse contexto, os números passaram a ser utilizados como base para representações linguísticas de fatos concretos, impulsionando o desenvolvimento da matemática.

Para Boyer (2012) sobre a origem da matemática não se poder fazer nenhuma afirmação, nem na aritmética e nem na geometria, pois suas origens são muito antigas, até mesmo antes da arte de escrever. Não tem como definir épocas e muito menos datas com exatidão devido à ausência de registros das antigas civilizações. E com as frações não é diferente, Gouvêa (2010) relata que as frações existiram na matemática aproximadamente 5 mil anos atrás, mas sem nenhuma certeza sobre o fato e nem quem a descobriu e provavelmente as ideias iniciais de frações nem tenham sidos registradas pela ausência de meios para a escrita.

De qualquer maneira grande parte dos autores sobre a História da matemática, tendem para a mesma ideia que o conceito de fração teve surgimento a princípio no

Egito Antigo. Segundo Boyer (1996), por volta do ano 3000 a.C., Sesóstris o faraó na época, dividiu as terras do Egito, às margens do rio Nilo, com seus habitantes, só que uma vez no ano, as águas desse rio subiam muito e quando baixavam e as marcações das terras eram perdidas, por isso era preciso que as terras fossem remarcadas novamente, então os responsáveis pelas medidas traçavam novamente pelos limites das terras de cada habitante, e utilizavam uma corda com um tamanho assinalado para unidade de medida e analisavam quantas vezes aquela medida encaixava-se nas laterais do terreno.

Porém, era muito difícil que aquela medida escolhida cabia uma quantidade que representasse um número que fosse inteiro. E por esta razão os egípcios criaram o novo número chamado “Número Fracionário”. Para Berlingoff e Gouvêa (2010) nos Sistemas de Numerações Antigos, as frações não existiam, e grande parte desses sistemas tinham como base somente a representação dos números naturais.

> Em épocas anteriores, quando as pessoas precisavam considerar partes de objetos, eles eram quebrados – algumas vezes literalmente – em pedaços menores, e então os pedaços eram contados (mesmo nossa palavra “fração”, com a mesma raiz de “fratura” e “fragmento”, sugere a quebra de algo) (Berlingoff e Gouvêa, 2010, p. 87).

Segundo o autor, mesmo que esses povos não tinham o conhecimento do número fracionário, mas já tinham a ideia de partes, ou seja, fragmentos para representação dos valores que precisavam representar. E a partir do momento que foi necessário utilizar números fracionários, as notações foram inseridas, mesmo que os sistemas de numeração não estivessem desenvolvidos. Essas notações não eram semelhantes e foram por um longo período aplicadas de modo incerto. E segundo Ifrah (2010):

> As frações não foram consideradas desde sua origem como números; nem se concebia a noção de fração geral m/n, como m vezes o inverso de n. Os egípcios, por exemplo, só conheciam as frações denominadas “unitárias” e só exprimiam as frações ordinárias através das somas de frações desse tipo (Ifrah, 2010, p. 326).

É importante reiterar que no início, os sistemas de numeração só representavam os números naturais, devido a necessidade de contagem de objetos, e em certo momento ocorreu a necessidade de medir outras coisas onde se percebeu que não era possível representar as medidas apenas com os números naturais. Foi então que se inseriu os números fracionários em seus sistemas numéricos.

Pode-se dizer então que os números naturais surgiram pela necessidade da contagem e os números fracionários para as medições. De acordo com Andrini e Vasconcelos (2012, pág.178) o povo egípcio colaborou muito para o desenvolvimento do ensino da matemática, e por volta do ano 2000 a.C. a civilização babilônica também já estavam utilizando as frações e o gregos começaram a usá-las posteriormente (Bianchini, 2015, p.190).

> Após o desenvolvimento da noção de frações unitárias, surge gradualmente à ideia de fração geral entre números naturais, na qual o numerador não deve ser necessariamente 1. Então, abandona-se, progressivamente, o sistema de frações herdado da Antiguidade e assume-se outro no qual, graças à adoção dos algarismos indo- arábicos, as frações passam a ser escritas de uma nova maneira e entram na prática diária das universidades e do comércio (Bianchini, 2015, p.191).

A aritmética que os egípcios utilizavam era o cálculo de frações reduzida a soma conhecida como “frações unitárias”, ou seja, frações cujo o numerador era o número 1. Havia exceções como ½ e 1/3 e para essas representações haviam símbolos especiais.

> O princípio subjacente a esta redução especial a frações unitárias não é claro. Este cálculo com frações deu à matemática egípcia um caráter complicado e pesado, mas, apesar destas desvantagens, a maneira de operar com frações unitárias foi praticada durante milhares de anos, não só no período Grego, mas também não Idade Média (Struik,1987, p.53).

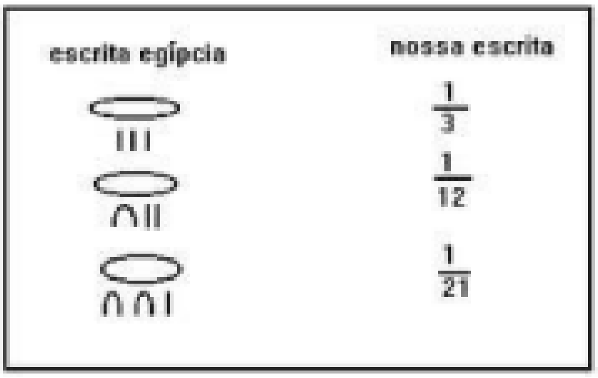
É importante lembrar que como as frações não foram consideradas como números no início, esse conceito inicial de “fração” também era distinto das ideias atuais, pois nas suas primeiras representações, eram limitadas pois representava apenas uma parte de algum objeto, que nos dias de hoje temos como frações unitárias, como o numerador era sempre o número 1, tornava mais fácil sua escrita.

Possivelmente os egípcios devem ter sido os primeiros a introduzir no seu sistema de numeração as frações, mas sabemos que outras civilizações também fizeram o mesmo. O aspecto mais notável para os egípcios era seu cálculo de frações, pois essas frações eram reduzidas somente as somas como já citamos “frações unitárias” e a partir da descoberta do Papiro de Rhind (descoberto em 1858; escrito por volta de 1650 a. C. por Ahmes no oriente antigo) e por sua tabela. E do Papiro de Moscovo, mostra que a matemática egípcia pode ser verificada através dos problemas apresentados nele, onde o povo já mostrava um certo conhecimento relacionado a frações, sendo que eles escreviam as frações de maneira diferente da forma como escrevemos hoje.

> O recíproco de qualquer inteiro era indicado simplesmente colocando sobre a notação para um inteiro um sinal oval alongado. A fração $\frac{1}{8}$ aparecia então como e $\frac{1}{20}$ como . Na notação hierártica dos papiros, o oval alongado é substituído por um ponto, colocado sobre a cifra para o inteiro correspondente (ou sobre a cifra da direita no caso do recíproco de um número multidígito). No Papiro de Ahmes, por exemplo a fração $\frac{1}{8}$ aparece como = e $\frac{1}{20}$ como (Boyer, 1996, p.9).

O sinal oval era o hieróglifo da boca e tinha como sentido "parte" e era posicionado embaixo do número que representava o denominador conforme a **Figura** 1, segundo Ifrah (1997 a, p.349).

Figura 1 - Representação das frações egípcias



Fonte: Blog Prof. Inês Reynaud (2010)

A partir do desenvolvimento sobre a ideia de frações, o entendimento foi se expandindo de maneira que a fração utilizada somente com o numerador 1, foi descartada, juntamente com o que foi adquirido ao longo do tempo pela antiguidade e tornou-se necessário a aceitação dos novos algarismos indo-arábicos, ou seja, as frações assumem nova escrita e passam a ser utilizadas no cotidiano das pessoas no geral.

Segundo Boyer (1974) as frações como $\frac{1}{8}$ por exemplo eram utilizadas livremente na época de Ahmes-1650 d.C. mas para os egípcios pareceu como uma difícil compreensão, e dessa forma eles tinham as frações nomeadas como "unitárias", onde o numerador é igual a 1 e só expressavam as frações ordinárias através das somas de frações do tipo: $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$. E a partir do crescimento dos cálculos e da aritmética achou-se evidente que as frações seriam subjugadas as mesmas regras que os números inteiros e desta forma sendo submetidos a essas regras.

3.2 OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

A compreensão dos números sempre esteve entre as principais aspirações humanas, sendo a representação e quantificação de informações um meio essencial para interpretar e compreender o mundo. No que se refere às frações e às operações envolvendo esse conceito, tanto no passado quanto na atualidade, elas desempenham um papel fundamental na resolução de problemas cotidianos. Seu uso possibilita a análise e a tomada de decisões em diferentes contextos, contribuindo para uma melhor interpretação e avaliação de resultados em diversas situações.

As primeiras representações das frações e os primeiros movimentos com frações unitárias demarcam os desafios no processo de construção das frações como às utilizamos atualmente. Naquele periodo era atribuido à fração 2/3 um importante papel nos processos aritméticos, pois para se encontrar um terço de um número, inicialmente se reconhecia quanto representava dois terço dessa quantidade e em seguida se calculava a metade.

Esses achados Egípcios, firmam os primeiros modos de realizar as operações com frações. Algumas percepções conceituais também eram diferentes, como é o caso de o fato da fração 3/5, que hoje representa uma fração irredutível, os egipcios da epoca à consideravam redutível, justificado pelo fato de poder ser representada pela decomposição em soma das frações unitárias 1/3 e 1/5 e 1/15. Nas manipulações com frações fica evidente a preferência de um tipo de decomposição em detrimento de outras tantas possíveis, pistas que direcionam para o uso de frações unitárias do tipo 1/n ou números recíprocos, denominação da época.

A utilização das frações unitárias na solução de problemas do cotidiano e no próprio processo operatório com frações evoluiu, de modo que em diferentes contextos as frações podem assumir um tipo de conceituação, fato que contribui para a complexidade do assunto e compreensão dos estudantes e professores.Em se tratando dos números racionais, há um consenso por vários pesquisadores sobre a construção do conceito referente aos números racionais, em especial ao conceito de fração que não aconteceu de forma natural.

Uma abordagem que, de fato, leve à construção de maneira significativa desse conceito matemático, deverá contemplar um conjunto de situações que dê sentido a esse objeto matemático. Em muitos livros didáticos do ensino básico temos a apresentação dos números racionais da seguinte forma: $Q = \{a/b \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$. Assim, os números racionais seriam as frações cujos numeradores e denominadores são inteiros, sendo que os denominadores sejam inteiros não nulos. Essa concepção de fração já era conhecida em períodos anteriores. No entanto, a formalização do conceito a partir dos números racionais estabeleceu uma estrutura que influencia diretamente os procedimentos operatórios envolvendo frações.

Geralmente não há a discussão formal do conceito de fração. Também é bastante comum no ensino escolar, associarmos uma fração a um pedaço de uma pizza ou bolo. Entretanto, tal pensamento nos leva a questionar, será que isso é suficiente para bem definirmos uma fração? Por exemplo, se quisermos computar 2/3 de 55 km, qual é a relação disto com pizzas ou bolos? A discussão sobre frações, proposta pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), considera três significados distintos para frações (Brasil 2017):

- ✓ PARTE-TODO: 2/3 significa que o todo foi particionado em 3 partes iguais e foram tomadas 2 delas.
- ✓ 2. QUOCIENTE: 2/3 é o quociente 2÷3. Podemos pensar em duas bolachas para dividir entre 3 pessoas. Dividimos cada bolacha em 1/3 e, logo, cada pessoa ganhará 1/3 + 1 3 = 2/ 3 da bolacha. Portanto, 2 ÷ 3 = 2/3
- ✓ . 3. RAZÃO: 2/3 representa uma razão. Por exemplo, podemos ter em uma sala de aula, uma razão de 2 meninas para cada 3 meninos.

Para Caraça (1998) os números racionais apresenta a seguinte definição: sejam dois segmentos de retas AB e CD, em que cada um contém um número inteiro de vezes o segmento u - AB contém n vezes o segmento u. Diz-se, por definição, que a medida do segmento AB, tomando CD como é o número m/n e escreve-se:

- ✓ AB = m/n – CD, qualquer que seja os números inteiros m e n (n não nulo), se m for divisível por n, o número m/n coincide com o número inteiro,que é quociente da divisão, se m não for divisível por n, o número diz-se fracionário. O número m/n diz-se , em qualquer hipótese, racional ao número m chama-se numerador e ao número n denominador.

- ✓ 2) Em particular, da igualdade (1) resulta que, n/1 = n visto que,se AB = n.CD, é também AB = n/1 . CD.
- ✓ 3) n/1 = 1, porque as igualdades AB = AB e AB = n/n.AB são equivalentes.

A notação de frações nem sempre foi prática e, com certeza, passou por um período extenso de desenvolvimento. Ifrah (1997, p. 327) afirma que:

> A notação moderna das frações ordinárias deve-se aos hindus ,que devido a sua numeração decimal de posição, chegaram a simbolizar mais ou menos como nós uma fração como 34/1265 onde 34 é numerador. Ifrah (1997, p. 327).

Conforme Lopes (2008, p.8), a palavra fração pode estar relacionada a diferentes ideias e constructos, como divisão e parte-todo; razão; operador; quociente; medida; equivalência; multiplicação; resolução de problemas e soma, que se conectam. Na matemática, em se tratando de processos operatórios, é importante que os objetos sejam de mesma natureza, ou seja, preservar a natureza do objeto somado faz parte do que dá sentido a soma realizada. Por exemplo, na soma de 1 banana com 2 laranjas, partindo da natureza apenas de uma das frutas, esse processo não será possível, pois não resulta em 3 banana e nem em 3 laranjas, porém se às reconhecermos como frutas, obtemos como resposta 3 frutas.

> Imagine o leitor que pergunta a uma criança de 5 ou 6 anos. Quanto é três gatos mais duas rosas?". Mesmo que a resposta seja cinco, há claramente um problema de lógica. A pergunta seguinte pode ser Cinco quê?". Naturalmente que não são nem cinco gatos nem cinco rosas. Quanto muito, seriam cinco seres vivos, na medida em que tanto os gatos como as rosas são seres vivos. Ha uma espécie de lei fundamental nas adições e nas subtrações que é a necessidade de uma natureza comum para os objetos a contar de modo a que estas operações tenham lógica e façam sentido (Santos, 2015).

Desse modo, em operatórios com frações, a adição e subtração de frações, com denominadores iguais por exemplos, em geral não apresenta tantas dificuldades aos estudantes, apesar da existência de muitos casos em que os estudantes cometem um erro muito comum de somar ou subtrair numeradores e denominadores, a/b + c/b = (a + c)/ b + b ou a/b - c/b = (a - c)/ b - b.

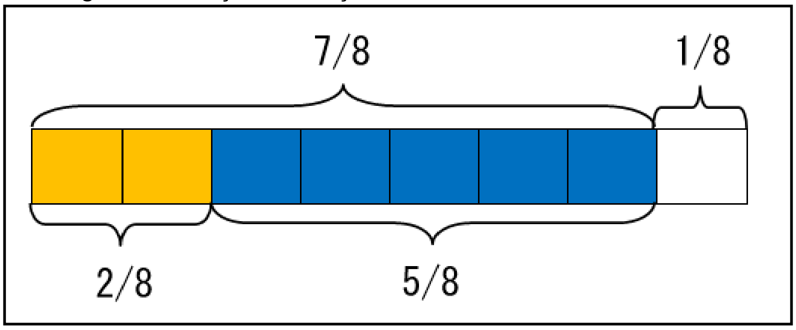
Conforme o procedimento correto para realizar a adição e subtração de frações, haverá dois casos:

a) Frações com denominadores iguais

Nesse caso, para realizar a adição ou subtração de frações com denominadores iguais, basta somar ou subtrair os numeradores e conservar o denominador, como é o caso do exemplo 5/3 + 3/3 = 8/3, para subtração vale o mesmo processo 5/3 - 3/3 = 2/3.

No caso 2/8 + 5/8, utilizando o metodo de representação, na figura 2 é possível perceber esta adição.

Figura 2 - Adição de frações com mesmos denominadores



Fonte: a autora (2023).

Assim, se tem que 2/8 + 5/8 = 7/8, sendo que 1/8 é a parte que completa o todo. Desse modo, contextualizar a partir de situações e casos proporcionam significar esse conceito. No caso da generalização conforme a Figura 3, se tem o algoritmo para esse tipo de operações.

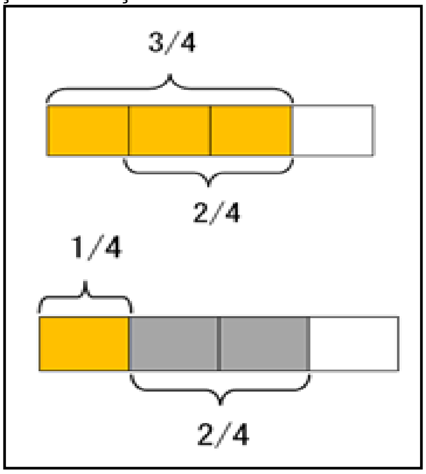
Figura 3 - Generalização de adição de frações com mesmos denominadores

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

Fonte: a autora (2023).

No caso da subtração, segue o mesmo procedimento. Por exemplo, 3/4 – 1/4. Nesse caso, se retira 1 parte de um todo que foi dividido em 4 partes iguais de 3 parte do mesmo todo que foi dividido nas mesmas 4 partes iguais, representa o mesmo que realizar a subtração entre os numeradores e preservar o todo representado pelo denominador. Na figura 4 é possível observar esta operação por representação.

Figura 4 - Subtração de frações com mesmos denominadores



Fonte: a autora (2023).

Portanto, 3/4 – 1/4 = 2/4 e é possível observar que 1/4 representa a parte restante que completa o todo. Essa situação, assim como a anterior requer um enriquecimento de sentido a partir de contextos objetivando dar significados aos estudantes. A Figura 5 apresenta a generalização desse processo.

Figura 5 - Generalização de subtração de frações com mesmos denominadores

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Fonte: a autora (2023).

Casos como os anteriores demonstram a simplicidade nesse processo, porém quando se trata de frações com denominadores diferentes, as dificuldades geralmente aparecem, esse será tratado na sequência.

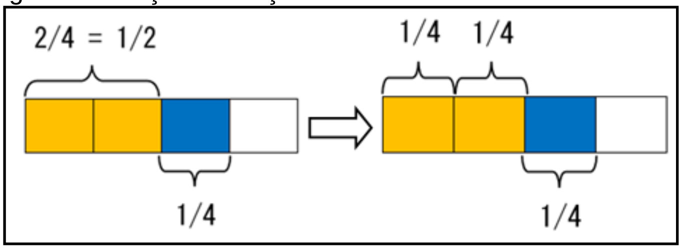
b) Frações com denominadores diferentes

Em situações de adição ou subtração de frações com denominadores diferentes é comum utilizar o mínimo múltiplo comum (mmc) para obter outras frações equivalentes de mesmo denominador e então seguir o procedimento da adição ou subtração de frações com denominadores iguais.

As conexões entre esses conceitos nem sempre são percebidas ou ensinadas para os estudantes, alguns aprendem o uso do mmc sem conectar ao processo de obtenção de frações equivalentes também presente no estudo de frações, restringindo a apenas um caminho resolutivo.

Na prática de adição de frações com denominadores diferentes, por exemplo de 1/2 + 1/4, a Figura 6 pode expressar uma melhor representação e compreensão desse tipo de operação.

Figura 6 - Adição de frações com denominadores diferentes



Fonte: a autora (2023).

Dessa forma, ao observar a parte que representa a metade da figura, ou seja 1/2 e em seguida a equivalência entre 1/2 e 2/4, pode-se concluir que cada parte de 1/2 representa 1/4 do todo, cuja soma entre 1/4 + 1/4 + 1/4 = 3/4, logo se chega ao resultado de que 1/2 + 1/4 = 3/4.Atividades como a da Figura 7, podem provocar uma melhor percepção do uso de frações equivalentes nesse processo operatório.

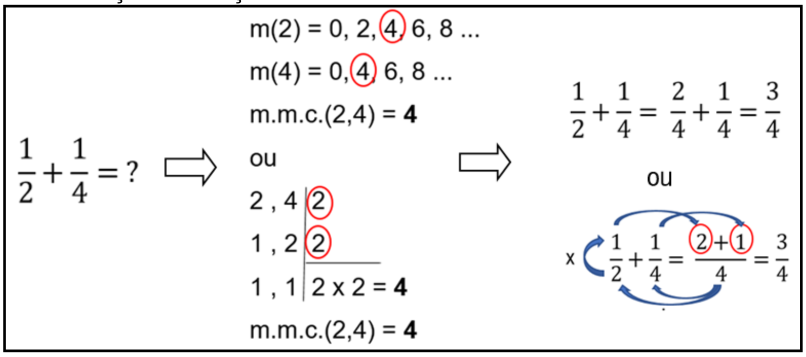
Figura 7 - Adição de frações com denominadores diferentes e frações equivalente

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{\blacksquare}{4}+\frac{1}{4}$$
$$=\frac{\blacksquare}{4}$$

Fonte: a autora (2023).

De outro modo, a apresenta essa operação a partir do uso do minimo mútiplo comum entre os denominadores, nesse caso.

Figura 8 **-** Adição de frações com denominadores diferentes usando o m.m.c.



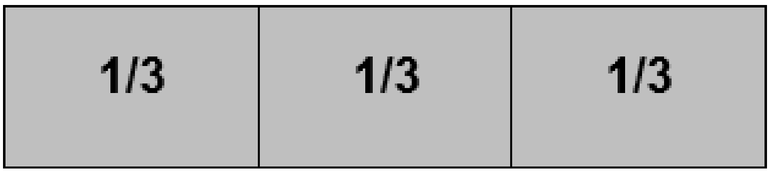
Fonte: a autora (2023).

Agora, em se tratando da operação de multiplicação de frações, deve-se levar em consideração que a natureza dos fatores são diferentes, um desempenha o papel de multiplicador e o outro de multiplicando. Nesse caso, é importante que o aluno reconheca o papel de cada um.No que diz respeito a multiplicação de frações, deve-se levar em consideração três situações: a primeira é a multiplicação de um numero natural por uma fração, a segunda é a de uma fração por um número natural e a terceira é a multiplicação de uma fração por outra fração.

a) Multiplicação de um número natural por uma fração

Tomando como exemplo 3 x 1/3, lê-se “três vezes um terço”. Por esse exemplo e considerando o todo como uma barra dividia em três partes, tem-se:

Figura 9 - Todo dividido em três partes iguais



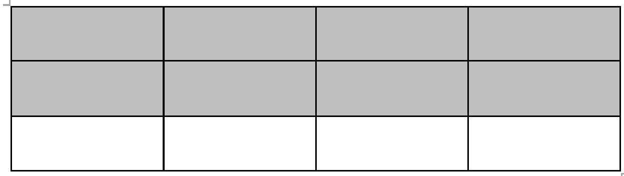
Fonte: a autora (2023).

Tomando três partes iguais, tem-se o todo, ou seja, a unidade. Dessa forma 3 x 1/3 = 1 (um).

b) Multiplicação de uma fração por um número natural

Na multiplicação de uma fração por um número natural, a considerar o exemplo 2/3 de 12, utilizando representação de figuras, se tem:

Figura 10 - Todo divido em doze partes iguais



Fonte: a autora (2023).

Das partes destacadas, duas filas representam oito partes, nesse caso temos: 2/3 x 12 = 8.

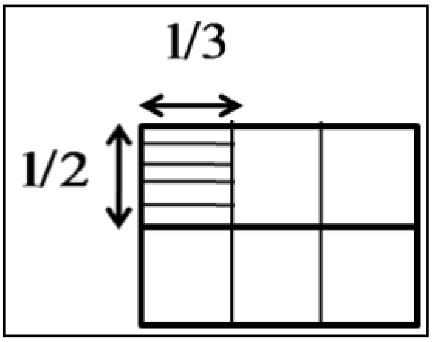
c) Multiplicação de uma fração por outra fração

Na multiplicação entre frações deve-se considerar casos do tipo genêrico a/b x c/d = a.c/b.d.

Na operação entre frações vamos considerar com exemplo: 1/2 x 1/3.

Para ilustrar essa operação, desenha-se um retângulo e divide-o em um número de partes retangulares conforme os denominadores das frações. O resutado é obtido conforme a área gerada pelos lados das frações, como mostra a figura 11.

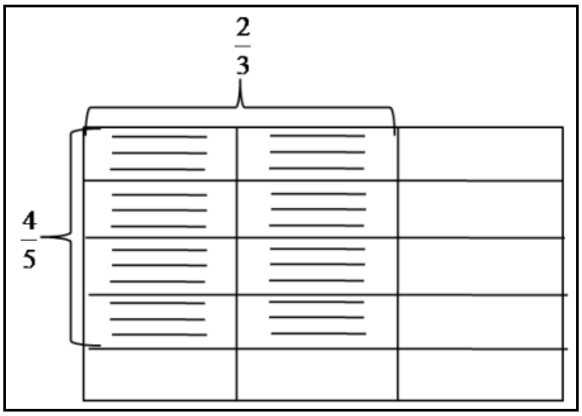
Figura 11 - Representação da multiplicação entre frações



Fonte: a autora (2023).

Dessa forma, temos 1/2 x 1/3 = 1/6. Em outro exemplo, 2/3x4/5. Conforme o mesmo procedimento, a representação geométrica a seguir melhor representa esta operação.

Figura 12 - Representação da multiplicação entre frações no segundo exemplo



Fonte: a autora (2023).

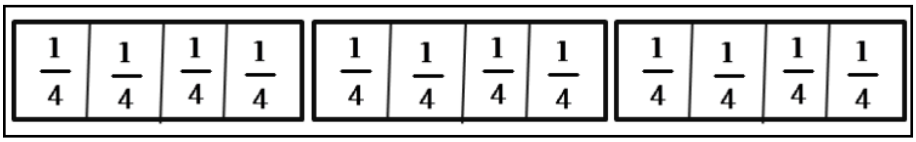
Assim, 2/3x4/5 = 8/15.

Dessa forma, podemos concluir que para realizar a multiplicação entre frações, realizamos a multiplicação entre os numeradores e a multiplicação entre os denominadores.Em relação a divisão envolvendo frações, vamos considerar oos casos: um nomero dividido por uma fração e divisão entre frações.Antes, é importante a compreensão de que dividir um número ***m*** por outro número ***n*** é saber quantas vezes ***n*** equivale a ***m***, lembrando que se ***m*** não é múltiplo de ***n*** a quantidade de vezes não é exata.

a) Divisão de um número por uma fração

Nesse caso, vamos considerar o exemplo 3 : 1/4. Ao dividir o 3 (três) inteiros em 4 (quatro) partes, de acordo com o denominador da segunda fração. Obtemos 12 vezes 1/4 conforme a figura abaixo.

Figura 13 - Representação geométrica da divisão de um inteiro por uma fração



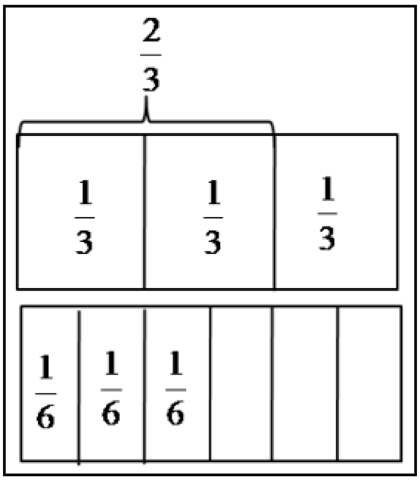
Fonte: a autora (2023).

Dessa forma, podemos concluir que 12 vezes 1/4 corresponde a 3 inteiros, ou seja, 3 : 1/4 = 12.

b) Divisão de uma fração por uma fração

Vamos considerar o exemplo 2/3 : 1/6. Dividindo um inteiro em 3 e em 6 partes, conforme está ilustrado abaixo. Observe que 2/3 equivale a 4 vezes 1/6 conforme a figura a seguir.

Figura 14 - Representação geométrica da divisão de uma fração por outra fração



Fonte: a autora (2023).

Portanto, podemos dizer que 4 vezes 1/6 equivale a 2/3, logo, 2/3 : 1/6 = 4.

3.3 ASPECTOS CURRICULARES SOBRE O ENSINO DE OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

O currículo define o que ensinar, o para quê ensinar, o como ensinar e as formas de avaliação, em estreita colaboração com a didática. O currículo é um projeto, cujo processo de construção e de desenvolvimento é interativo, abarcando várias dimensões e contextos – político, econômico, cultural, social, administrativo e acadêmico (Pacheco, 2005).

No artigo “O Cenário do Ensino de Matemática e o debate sobre o currículo de Matemática”, o autor Godoy (2012) segue a linha de pesquisa sobre Currículos, Ensino e Aprendizagem em Matemática do grupo de pesquisa em Educação Matemática (GEPEME). Onde seu propósito é revisar na história o meio de organização e o desenvolvimento curricular da matemática no Brasil.

Quando Rico (1997) propõe que “O debate sobre os fins da educação matemática no sistema educativo, em especial para o período de educação obrigatória. As questões que se desenvolvem não são triviais e afetam um nível de reflexão geral. As dimensões afetadas, quando se trata dos fins da Educação Matemática, são culturais, políticas, educativas e sociais”.

Ele relaciona as dimensões gerais que são cobradas pela sociedade em geral, acabam sendo distorcidas para cada indivíduo, pois cada um tem um objetivo diferente do que é proposto. Levando ainda em consideração que cada aluno já vem com habilidades e essas precisam ser aplicadas nas competências propostas para o aprendizado.

Sobre as “Dimensões Norteadoras do Currículo de Matemática”, o foco está na busca de componentes da matemática para permitir estruturar o sistema curricular, além dessa busca, há também a preocupação com o objeto da educação matemática. Quando Rico (1997) fala que “o currículo tem como intensão oferecer propostas concretas sobre: modos de entender o conhecimento; interpretar a aprendizagem; colocar em prática o ensino; valorizar a utilidade e domínio dos aprendizados realizados” que são prioritários para a organizar a reflexão curricular, porém de forma superficial admitindo uma riqueza de interpretação dando base ao conceito de currículo.

Em meados da década de 1950 no “Movimento da Matemática Moderna” o MMM, Pires (2000) relata que neste período houve discussões importantes sobre o ensino da matemática durante e após esse movimento. Já na década de 60 aconteceram mudanças significativas, com a finalidade de modernizar o ensino nesta área de conhecimento, fazendo as adequações necessárias na expansão industrial, para atender as exigências para que ocorresse o progresso tecnológico.

Ao decorrer dos anos o Currículo tem se estabelecido como tema que tem chamado a atenção de pesquisadores da área de educação matemática. Com base nos resultados dos estudos de Kilpatrick (1978), o Currículo mostra-se como tema promissor, devido ser uma das sete tendências temáticas a serem exploradas por pesquisadores no mundo.

Mesmo já tendo passado mais de 20 anos sobre essa afirmação, é eminente observar a regularidade com que o currículo se apresenta como tema de trabalhos no campo de educação matemática, especialmente no Brasil, comprovado pela publicação do ano de 2014, pela uma publicação de uma edição especial do periódico brasileiro “Boletim de Educação Matemática” (Bolema 2014), de repercussão internacional (Qualis A1), tratando especificamente da temática “Currículo na Educação Matemática”.

E com o passar do tempo, os currículos escolares atravessaram por inúmeras mudanças, até estarem em seu atual modelo. De acordo com Mello (2014), a educação brasileira iniciou de maneira invertida, pois no período da colonização portuguesa, no período do ano de 1808, foram desenvolvidos vários cursos de nível superior para suprir as exigências educacionais da alta corte da época, ao passo que 80% do restante da população apresentava-se analfabeta.

Segundo Becker (2012) e os resultados de seus estudos, mostram que os estudantes não conseguem diferenciar o que aprendem quando estudam matemática com o seu dia a dia, e acabam relacionando somente com as atividades que desenvolvem na escola.

3.3.1 Parâmetros Curriculares Nacionais e o estudo das operações com frações

Os currículos da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e do Ensino Médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (Brasil, 1996).

Com base nessas garantias legais o Governo Federal criou através de grupos direcionados, documentos abrangendo diretrizes para conduzir os ambientes educacionais em relação ao currículo, métodos e as práticas pedagógicas. Atualmente dentre os documentos oficiais mencionamos as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), e a mais atual e normativa Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) são normas obrigatórias para a Educação Básica que orientam o planejamento curricular das escolas e dos sistemas de ensino. Elas são discutidas, concebidas e fixadas pelo Conselho Nacional de Educação (CNE). Mesmo depois que o Brasil elaborou a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as Diretrizes continuam valendo porque os documentos são complementares: as Diretrizes dão a estrutura; a Base o detalhamento de conteúdos e competências.

Os PCN são diretrizes que norteiam os educadores, diretores e coordenadores escolares de acordo com as práticas no ensino, de maneira que torne o aprendizado o mais nivelado possível em todas as regiões do país, para tal fim, criou normas específicas para cada disciplina escolar, que auxiliam no desenvolvimento didático e metodológico no decorrer do ensino das mesmas.

Para a elaboração dos PCN foi levado em consideração as séries da educação básica, assim como todas as disciplinas obrigatórias, considerando também os temas transversais (Ética, Pluralidade Cultural, Meio Ambiente, Saúde, e orientação sexual) como sendo conhecimentos relevantes para a formação cidadã do aprendiz.

Nos PCN de matemática do terceiro e quartos ciclos do ensino fundamental temos várias orientações sobre a disciplina, com objetivos que indicam o que deve ser garantido aos alunos, direcionando qual o seu papel de cidadão político e social, direcionando aos estudantes sua capacidade de aplicar as diversas linguagens, incluindo a linguagem matemática.

Relacionado a matemática, são direcionados objetivos no decorrer do ensino fundamental, no documento são descritos os objetivos que levem os alunos a se apropriarem dos conhecimentos matemáticos para que eles compreendam e consigam resolver situações-problemas entre outros.

3.3.2 Base Nacional Comum Curricular e o estudo das operações com frações

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Que foi aprovada para o ensino fundamental no ano de 2017 para o ensino médio em 2018, e apresenta as dez competências que os estudantes devem adquirir ao longo da educação básica.

A criação de uma Base Nacional Comum Curricular tem o objetivo de garantir aos estudantes o direito de aprender um conjunto fundamental de conhecimentos e habilidades comuns – de norte a sul, nas escolas públicas e privadas, urbanas e rurais de todo o país. Este documento foi elaborado, tendo como base as DCN e os PCN, no entanto, enquanto a implementação da BNCC e das DCN são obrigatórias no meio educacional, os PCN são documentos que não são obrigatórios e serão utilizados apenas como documentos orientadores.

Para o aprendizado de matemática no ensino fundamental a BNCC deve ter comprometimento com o letramento matemático, que é o que certifica aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para o entendimento e a atuação no mundo. E devido a isso estabeleceu 8 competências específicas da área de matemática para o ensino fundamental, visando que os alunos percebam a matemática como uma ciência que apareceu devido a necessidade da humanidade servindo para ajudar na solução de situações problemas reais.

De acordo com a proposta da BNCC, o ensino de matemática precisa estar pautado, especialmente, na aplicação dos conceitos matemáticos a situações do dia a dia, proporcionando aos alunos a percepção relevante de estudar esses conceitos e futuramente aplicá-los em seu convívio social de maneira adequada (Brasil, 2018).

A respeito ao objeto matemático operações com frações, o documento lista entre as habilidades matemáticas que devem ser conhecidas pelos alunos a partir do 3º ano do ensino fundamental.

3.3.3 Competências ESPECÍFICAS da Matemática na BNCC

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. A BNCC apresenta cinco unidades temáticas, associadas, que levam a formulação de habilidades que serão desenvolvidas no decorrer do ensino fundamental, e cada uma delas pode receber ênfase diferentes que vai depender do ano de escolarização.

Para que essas habilidades que são previstas sejam desenvolvidas no ensino fundamental nos anos finais, é necessário levar em conta a prática e os conhecimentos matemáticos que já foram vividos pelos alunos. O Quadro 3 lista os objetos de conhecimento com suas respectivas habilidades que devem ser alcançadas no que se refere aos estudos de operações com frações no 6º ano, de acordo com os registros na BNCC.

Quadro 3 - Habilidade em operação com frações no 6º ano do Ensino Fundamental

OBJETOS DE CONHECIMENTOS	HABILIDADES
Frações: ler e escrever, representar, comparar e ordenar frações.	(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica. (EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
Comparar e compreender frações, identificar e obter frações equivalentes.	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
Reconhecer que os números racionais podem ser escritos na forma fracionária.	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica
Resolver problemas envolvendo frações e suas operações	(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
Resolver problemas envolvendo frações e suas operações	(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Fonte: Adaptado da BNCC (2017).

3.3.4 Sistema de Avaliação da Educação Básica e as operações com frações

Em nosso país realiza-se em âmbito nacional as provas: Provinha Brasil, Saeb, Enem e Prova Brasil. Tais avaliações são direcionadas para se obter informações referentes a qualidade do ensino que é ofertado aos estudantes dos vários níveis de ensino. O Governo Federal por meio do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) avalia o desempenho da aprendizagem das escolas públicas de todo o Brasil a cada dois anos com provas e questionários socioeconômicos, através do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) que é um conjunto de provas que são designadas aos estudantes da escola pública e também privadas com o objetivo de verificar os índices de qualidade do ensino do Brasil.

Com o passar do tempo as avaliações do Saeb sofreram várias mudanças até chegar nas matrizes referencias de hoje, tendo como base a BNCC que é responsável pela organização dos conteúdos que são utilizados em suas avaliações. Em 2005, a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), conhecida como Prova Brasil e a Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB), foram incorporadas ao SAEB.

Referente as matrizes referências ressaltamos que as mesmas não podem ser confundidas com currículos ou procedimentos metodológicos, pois são recortes dos conteúdos curriculares estabelecidos para determinada etapa ou ciclo escolar. As Matrizes de Referência de Matemática são formadas por eixos cognitivos e eixos do conhecimento. Os Eixos Cognitivos estão de acordo com as competências expressas na BNCC, nos os Eixos do Conhecimento, são utilizadas as mesmas cinco Unidades Temáticas da BNCC, que são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. As avaliações são realizadas nos 2º, 5º e 9º anos do ensino fundamental e na 3ª série do ensino médio. Relacionado a Matemática, os testes do 9º ano, tem como objetivo analisar as aprendizagens adquiridas no decorrer do 6º ao 9º ano do ensino fundamental. A distribuição percentual está presente na Tabela 1.

Tabela 1- Distribuição de itens no Teste de matemática do Saeb no 9º ano do ensino fundamental

EIXOS DO CONHECIMENTO	DISTRIBUIÇÃO PROPORCIONAL DE ITENS NO TESTE
NÚMEROS	26%
ÁLGEBRA	22%
GEOMETRIA	22%
GRANDEZAS E MEDIDAS	15%
PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	15%
TOTAL	100%

Fonte: Brasil (2018).

Para o Eixo de Conhecimento “Números” o qual abrange o conteúdo Frações, são utilizadas as mesmas cinco unidades temáticas da BNCC. Nos anos iniciais, esse Eixo contempla conhecimentos sobre os diferentes usos e significados dos números naturais e dos números racionais (nas representações decimal finita e fracionária), sua leitura, escrita, comparação, ordenação, composição e decomposição por meio da identificação e compreensão de características do Sistema de Numeração Decimal, incluindo a representação na reta numérica. Também contempla cálculos de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais, bem como a resolução de problemas envolvendo diferentes significados dessas operações, incluindo problemas de contagem.

Em algumas habilidades, espera-se medir se os alunos argumentam e justificam os procedimentos utilizados para a resolução de problemas e se avaliam a plausibilidade dos resultados encontrados. Quanto aos cálculos e resolução de problemas envolvendo números racionais, contempla adição e subtração na representação fracionária finita e, nos casos de multiplicação e divisão, o multiplicador deve ser natural e o divisor deve ser natural e diferente de zero; na representação fracionária, contempla apenas problemas que envolvam fração como resultado de uma divisão (quociente).

As escalas de proficiência que o Saeb dispõe, são instrumentos utilizados para medir o nível de desempenho dos alunos. Para o 9º ano em matemática, apresenta nove níveis de desempenho, onde cada nível tem uma variação de 25 unidades. O intervalo do primeiro ao nono nível varia de 200 a maior ou igual a 400, é importante observar que os níveis funcionam como degraus pois, para o aluno alcançar um determinado nível, ele precisa desenvolver as habilidades deste nível e todos os níveis anteriores (Brasil, 2020). Referente ao assunto de frações, as habilidades que contemplam este conteúdo na escala de proficiência, aparecem somente nos níveis 2,3,5,6 e presentes no quadro 4.

Quadro 4 - Escala de Proficiência de Matemática 9º ano do EF

NÍVEL	DESCRIÇÃO DO NÍVEL
Nível 1 Desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225	Não faz referência ao assunto de frações.
Nível 2 Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250	-Reconhecer a fração que corresponde a relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas. -Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três.
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	-Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por sete.
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	Não faz referência ao assunto de frações.
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	Associar uma fração com denominador 10 à sua representação decimal.
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	Reconhecer frações equivalentes
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375	-Determinar o quociente entre números racionais, representados na forma fracionária em situações-problema. -Determinar a soma de números racionais dados na forma fracionária e com denominadores diferentes. -Localizar na reta numérica um número racional, representado na forma de uma fração imprópria. -Associar uma fração à sua representação na forma decimal.
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 375 e menor que 400	Não faz referência ao assunto de frações.

Nível 9 Desempenho maior ou igual a 400	Não faz referência ao assunto de frações.

Fonte: Brasil (2020).

De acordo com as informações citadas, percebemos que para que os alunos alcancem os níveis 7 e 8, eles precisam adquirir as competências esperadas dos níveis anteriores e também as outras habilidades dos demais campos da matemática relacionado a frações. Desta forma percebemos que esses testes mostram preocupações em investigar os alunos se quando finalizarem o ensino fundamental tenham adquirido o conhecimento básico sobre frações.

3.4 PERCEPÇÃO DOS DOCENTES SOBRE O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES.

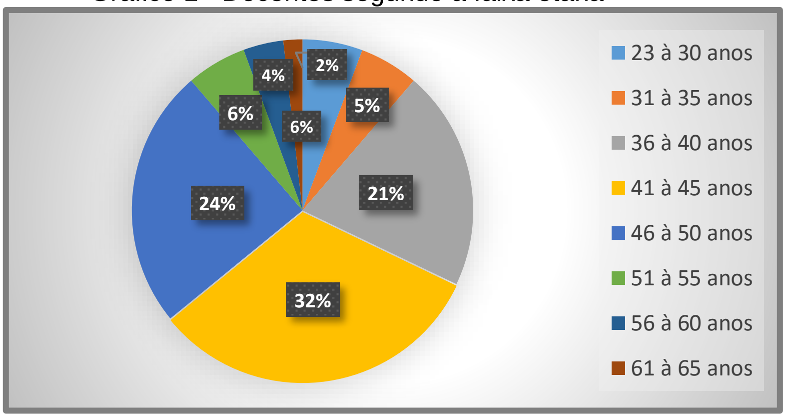
Nesta etapa apresentamos os resultados realizados na consulta a 53 professores de matemática em pleno exercício ou que já lecionaram o conteúdo do objeto matemático de operações básicas com frações nos seguintes municípios do estado do Pará, distribuídos da seguinte forma: 2 em Ananindeua, 1 em Abaetetuba, 6 em Tailândia, 11 em Breu Branco, 2 em Belém, 7 em Tucuruí, 19 em Parauapebas, 1 em Monte Alegre,1 em Eldorado de Carajás, 1 em Cametá, 1 em Curralinho e 1 em Jacundá, com a seguinte questão norteadora: “Quais dificuldades de aprendizagem alunos do 6º ano do ensino fundamental apresentam ao estudarem operações com fração, segundo os docentes?”

O questionário foi composto por questões que abrangeram um conhecimento geral de cada participante e também questões específicas sobre o objeto matemático. As análises obtidas a partir dos dados fornecidos nos permitiram traçar o perfil dos docentes e também identificar as dificuldades apresentadas por eles sobre as operações básicas com frações. Todos os pesquisados foram informados do caráter acadêmico da pesquisa e concordaram com a divulgação dos dados gerados a partir de suas respostas, por isso eles aceitaram o termo de consentimento livre e esclarecido – TCLE o qual esclarecia acerca de sua participação e da omissão dos dados pessoais por questões éticas. A proposta desta pesquisa foi baseada a partir de um diagnóstico qualitativo e quantitativo que foi desenvolvida através da análise dos depoimentos e informações obtidas no questionário proposto pelos autores. Dessa forma foi reunido por grupos com base na ideia principal, nas principais dificuldades de aprendizado sobre as quatro operações fundamentais com frações.

Para que fosse alcançado um público maior, a pesquisa foi lançada através da ferramenta Google Forms, pelo encaminhamento do link de acesso para cada participante. A aplicação do questionário ocorreu no mês de maio do ano de 2022 e a organização das informações se deu por meio de tabelas e gráficos promovendo assim as análises dos resultados obtidos. O mesmo foi dividido em duas partes, a primeira parte continha perguntas relacionadas a informações pessoais e acadêmica dos docentes a segunda parte eram perguntas sobre o objeto matemático, metodologias e avaliações aplicadas em sala.

A análise obtida a partir dos dados fornecidos permitiu aos autores traçar o perfil dos docentes e também identificar as dificuldades apresentadas por eles sobre as operações básicas com frações. Na análise dos resultados constatamos que 54,7% dos professores entrevistados são masculinos e apenas 45,3% feminino. Ao analisarmos o perfil dos professores entrevistados observamos que a maioria tem idade entre 41 e 45 anos, como mostra o Gráfico 1. Diante do exposto percebemos que a variação de idade entre os professores entrevistados está entre 23 e 65 anos.

Gráfico 1 - Docentes segundo a faixa etária



Fonte: a autora (2022).

De acordo com os dados da pesquisa percebemos que houve um grande avanço na formação acadêmica dos docentes no decorrer dos anos. De acordo com a mostra da pesquisa concluída pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), temos que:

> Censo Escolar da Educação Básica 2020 apresenta um crescimento no percentual de docentes com graduação e pós-graduação. No comparativo entre 2016 e 2020 houve um aumento de 34,6% para 43,4% no número de professores com pós-graduação. Essa elevação faz parte de uma das metas do Plano Nacional de Educação (PNE), que visa a aumentar o percentual de professores com pós-graduação e educação continuada para 50%.

A evolução no grau da escolaridade dos professores tem sido notória nos últimos anos, como mostra a pesquisa concluída pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), no comparativo entre 2016 e 2020. Essa elevação é parte de uma das metas do Plano Nacional de Educação (PNE), que visa a aumentar o percentual de professores com pós-graduação. A Tabela 2 mostra os percentuais dos professores entrevistados, podemos observar que todos os professores possuem formação superior e muitos estão dando continuidade aos estudos.

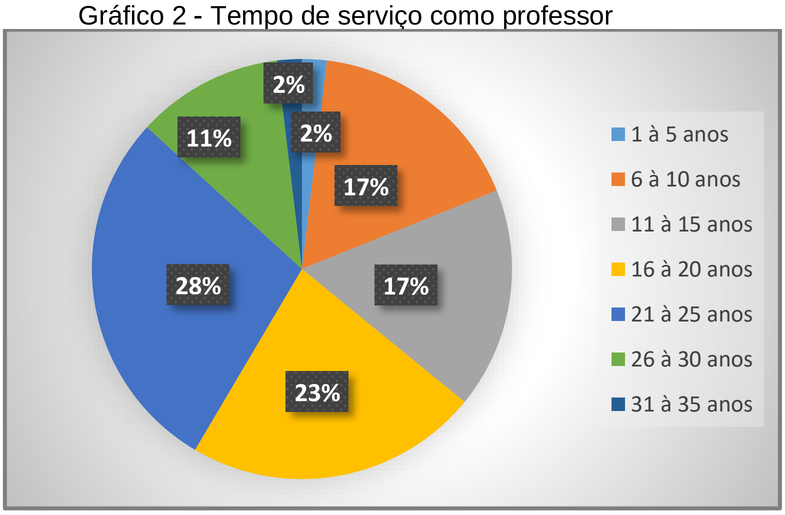
Tabela 2 - Formação acadêmica

Formação acadêmica	**Porcentagem**
Nível superior	100%
Especialização	84%
Mestrado	22,6%
Doutorado	5,6%

Fonte: a autora (2022).

O gráfico 2 apresenta os resultados referente ao tempo de serviço dos docentes analisados na pesquisa.

Gráfico 2 - Tempo de serviço como professor



Fonte: a autora (2022).

Em relação ao tempo de serviço dos docentes temos que 23% representam a faixa etária com maior tempo de serviço prestado. Podemos verificar de acordo com o gráfico 2, o levantamento sobre o desempenho profissional deles, compreendemos que há um ciclo para a carreira do professor e também há um ciclo para a sua vida profissional que pode ocorrer de forma coletiva ou individual. E segundo Huberman (2000, pág.31-36).

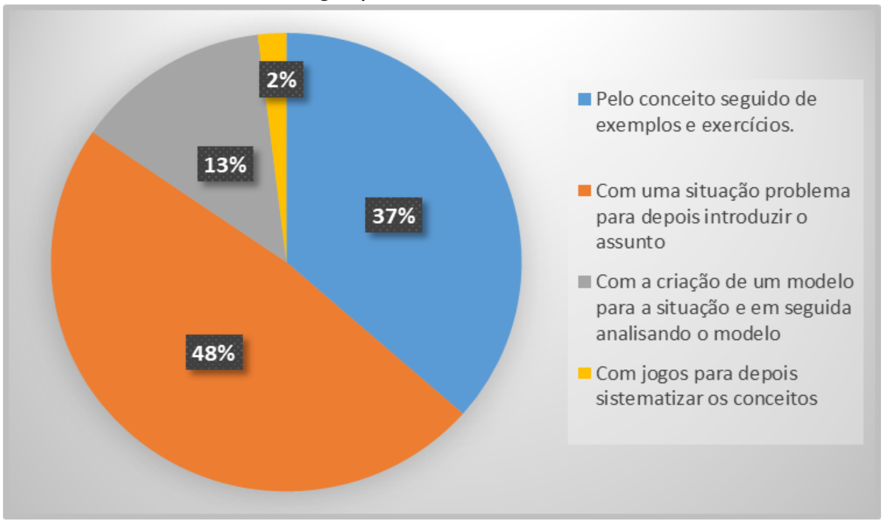
> Ao longo da trajetória profissional docente, os professores vivenciam o “Ciclo de vida profissional docente” organizado em fases que expressam como é a inserção do professor na carreira, seus medos, suas dúvidas, suas angústias e seus questionamentos que marcam essa etapa. (Huberman 2000,pág.31-36)

No gráfico 3, foi feito a análise sobre o questionamento “Qual a metodologia aplicada pelos docentes para a introdução dos conteúdos nas aulas de matemática”, temos que: 37% iniciam pelo conceito seguido de exemplos e exercícios e 48% com uma situação problema para depois introduzir o assunto, se considerarmos os outros 13% dos professores que iniciam com a criação de um modelo para analisar uma situação e 2%com jogos para depois sistematizar os conceitos. Consideramos um resultado positivo, pois segundo os PCNs:

> O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos — que admitem diferentes respostas em função de certas condições, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos (Brasil, 1998, p. 97).

No Gráfico 3, observa-se que a maioria dos professores investigados busca aprimorar suas metodologias por meio de uma abordagem mais dinâmica no início das aulas. Como educadores, reconhecemos que a escolha da metodologia tem um impacto significativo no sucesso do processo de ensino-aprendizagem. O Gráfico 3 refere-se especificamente às metodologias adotadas para iniciar as aulas de Matemática.

Gráfico 3 - Metodologia para iniciar as aulas de matemática

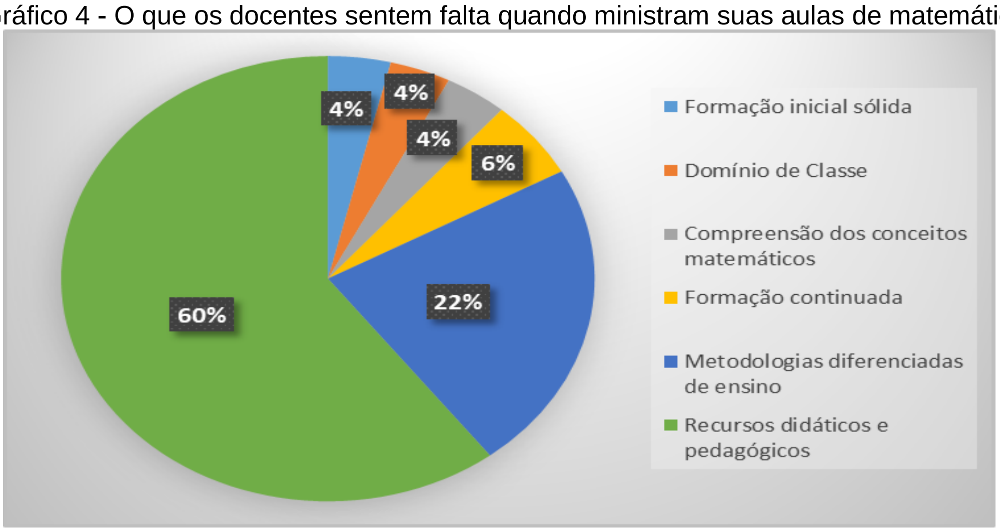


Fonte: a autora (2022).

Em relação aos recursos didáticos, apresentaremos a análise das respostas dadas pelos docentes sobre o que eles mais sentem falta, quando ministram aulas de matemática, entendemos que é de fundamental importância a metodologia e os recursos utilizados, no entanto sabemos que o ambiente escolar é desafiador e não há uma receita pronta, uma vez que os obstáculos são grandes.

Porém os Parâmetros Curriculares Nacionais “[...] discutem caminhos para “fazer Matemática” na sala de aula, destacando a importância da História da Matemática e das Tecnologias da Comunicação. Os dados presentes no Gráfico 4 nos mostram que a maior parte dos professores escolheram recursos didáticos e metodológicos, seguido do segundo maior percentual que foi metodologias diferenciadas de ensino.

Gráfico 4 - O que os docentes sentem falta quando ministram suas aulas de matemática



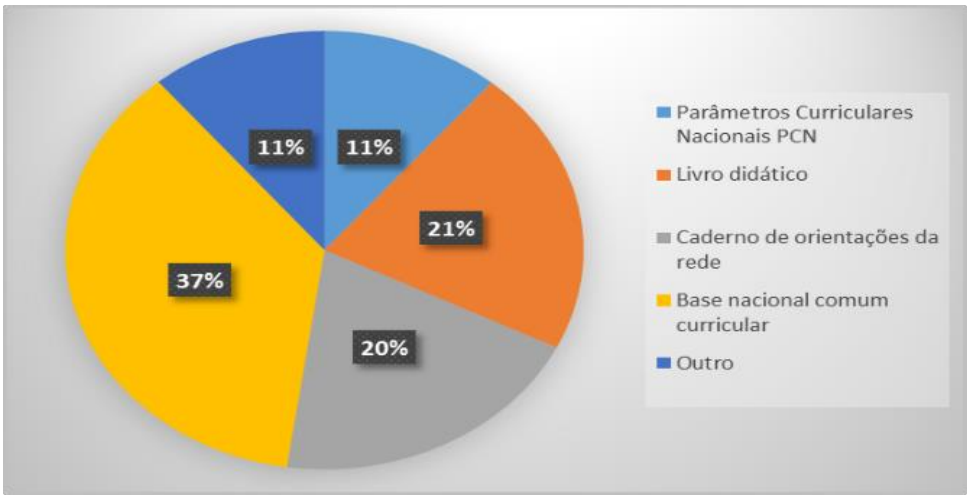
Fonte: a autora (2022).

Os dados mostram que 60% dos docentes investigados sentem falta de recursos didáticos e pedagógicos em suas aulas. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular BNCC

> Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (Brasil, 2018, P 298).

No gráfico 5 está registrado a fonte de onde os docentes selecionam os conteúdos de matemática ao iniciarem suas aulas.

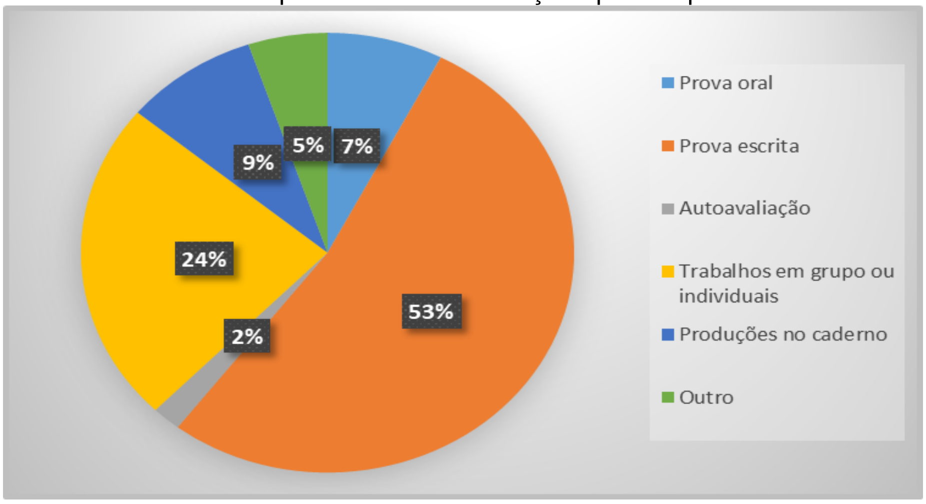
Gráfico 5 - Fontes selecionadas por docentes para a escolha dos conteúdos de matemática



Fonte: a autora (2022).

Sobre as fontes selecionadas por docentes na escolha dos conteúdos de matemática temos que 37% utilizam a Base nacional comum curricular como fonte de pesquisa. A BNCC se tornou o documento principal para regimentar os conteúdos a serem ministrados em cada série da educação básica, e de acordo com os professores analisados, verificamos que esse documento norteador tem sido adotado por estes profissionais da educação, como forma de seleção dos conteúdos matemáticos, permitindo assim que seus alunos possam ser capazes de desenvolver as habilidades mínimas das aprendizagens necessárias. No gráfico 6 está registrado as principais formas de avaliação aplicadas pelos docentes.

Gráfico 6 - Principais formas de avaliação aplicada por docentes



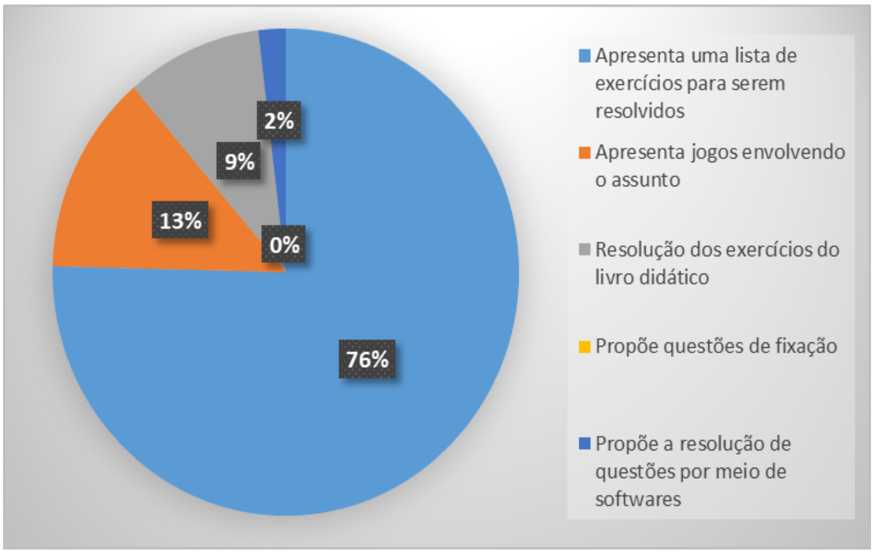
Fonte: a autora (2022).

Para análise das principais formas de avaliação aplicadas pelos docentes 53% afirmam que verificam através das provas escritas e 24% através de trabalhos em grupos e 7% aplicam prova oral e 9% através de produções no caderno. Percebemos que a maioria dos pesquisados aplicam mais de uma forma de avaliação e isso é muito importante, considerando que cada aluno tenha suas dificuldades ou potencialidades, e quando se aplica métodos diversificados para a avaliação tem-se um melhor diagnostico das aprendizagens que foram obtidas pelos alunos, assim como aquelas que necessitam serem mais aprofundadas.

Segundo Hoffmann (2001, p. 205), avaliar significa “acompanhar a construção do conhecimento”. A maneira de avaliar envolve as ligações constantes que auxiliam o discente nos caminhos que ele precisará trilhar para o desenvolvimento do conhecimento. Sobre a relação das estratégias geralmente utilizadas para fixação dos conteúdos ensinados, observamos que grande parte aplica várias técnicas para ajudar na fixação dos conteúdos propostos, e destacam-se a resolução de lista de exercícios com 76% e a resolução dos exercícios dos livros didáticos com 9% do total, já sendo uma prática bastante tradicional dentro do ensino.

Além destas principais, o Gráfico 7 mostra que não há informações referente as estratégias que visam o intuído de consolidar a aprendizagem através da utilização de jogos educativos e utilização de software para resolução de problemas envolvendo operações com fração.

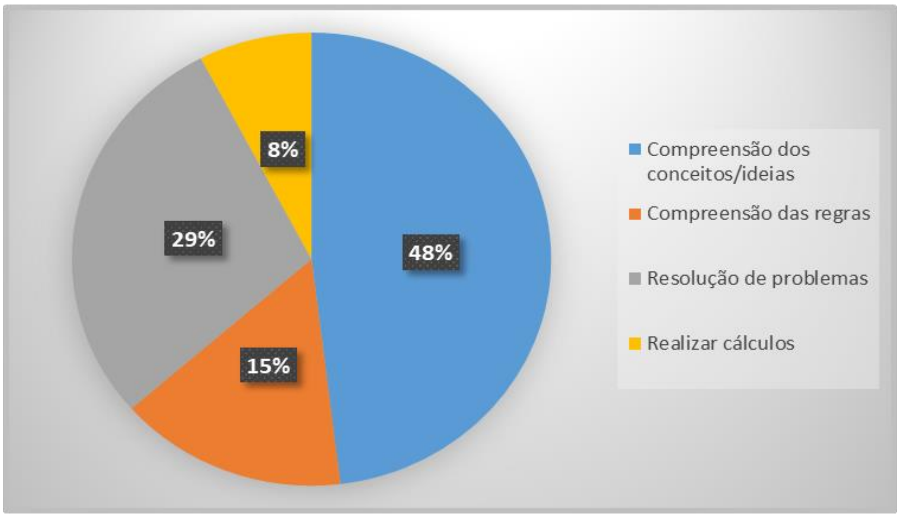
Gráfico 7 - Práticas para fixar o conteúdo ministrado



Fonte: a autora (2022).

No Gráfico 8 fica evidente que as maiores dificuldades dos discentes nas aulas de matemática estão relacionadas a compreensão de conceitos e ideias.

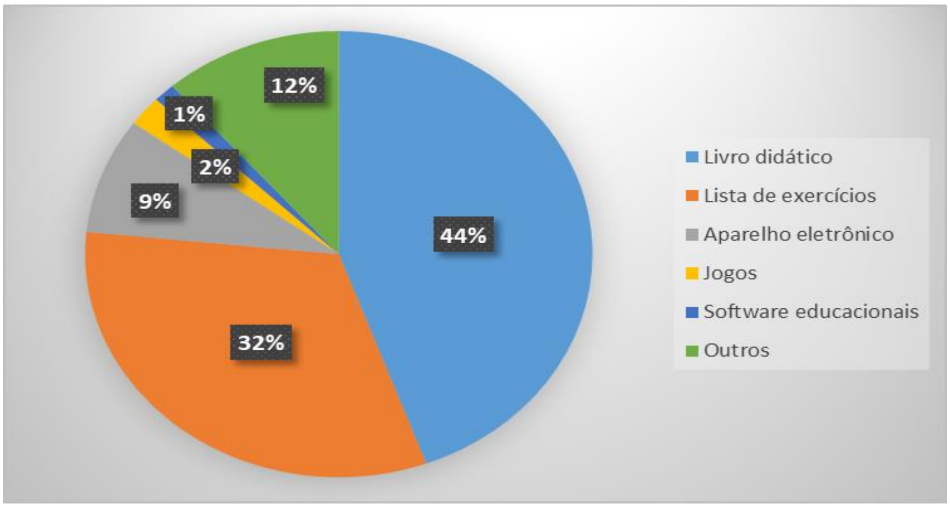
Gráfico 8 - Maiores dificuldades dos discentes nas aulas de matemática



Fonte: a autora (2022).

Sobre as maiores dificuldades apresentadas pelos discentes nas aulas de matemática 48% dos docentes relatam que a falta de compreensão dos conceitos e ideias é o que mais dificulta o aprendizado de matemática. De acordo com os PCN (Brasil 1998, p.101). Uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais. O Gráfico 9 apresenta os recursos didáticos metodológicos que os docentes trabalham em suas aulas com frações.

Gráfico 9 - Recursos didáticos metodológicos trabalhados nas aulas sobre operações com frações



Fonte: a autora (2022).

Analisando os recursos didáticos metodológicos aplicados em sala de aula sobre operações com frações 44,4% dos docentes afirmam que o mais trabalhado em sala de aula é o livro didático e 32,2% trabalham a lista de exercícios. Segundo Passos (2009, p. 78) observa que:

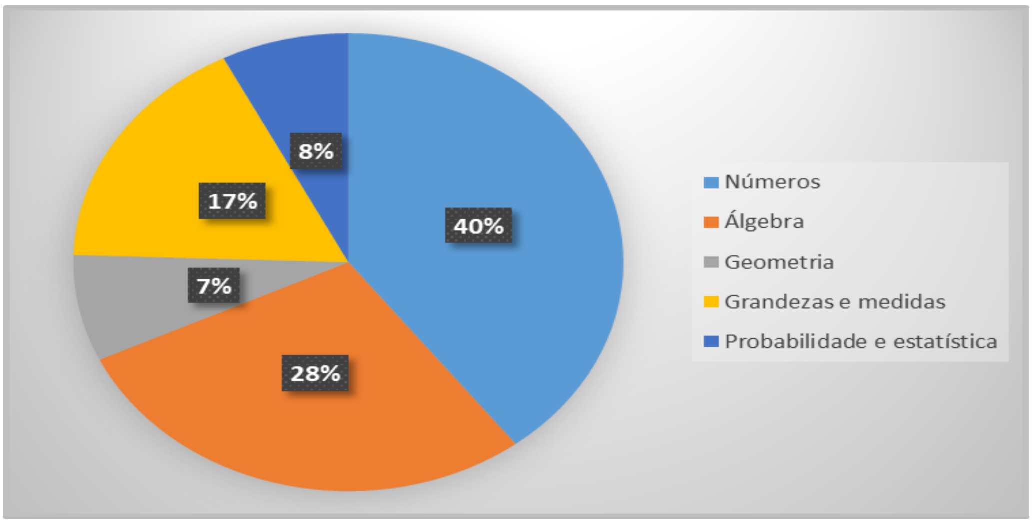
> os recursos didáticos nas aulas de matemática envolvem uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem. Entretanto, considero que esses materiais devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído. (Passos 2009, p.78)

Descobrimos durante a pesquisa no que se refere ao oferecimento de formação continuada, por parte das redes de ensino, que 62% dos professores, em algumas situações não tem acesso a esse tipo de formação, e conforme garantido pela LDB, em seu artigo 62, com base no relatório técnico do censo escolar de 2020, no Brasil houve um crescimento de docentes com formação continuada, apresentando um avanço de um total de 33,3%, no ano de 2016, para 39,9%, no ano de 2020 (INEP, 2021).

Verificamos que a maioria dos professores entrevistados atua em redes de ensino que frequentemente ou sempre oferecem formação continuada. Esse fator é considerado fundamental para a melhoria da qualidade do ensino nas escolas, uma vez que a formação continuada desempenha um papel essencial na qualificação profissional dos docentes. Além disso, trata-se de uma das metas estabelecidas no Plano Nacional de Educação (PNE).

Os dados analisados indicam que 72% dos profissionais pesquisados não consideram a matemática uma disciplina de difícil ensino. No entanto, esses mesmos docentes afirmam que a maioria de seus alunos demonstra desinteresse pela matéria. Parte dessas dificuldades pode estar relacionada à priorização de determinados blocos de conteúdos ao longo do ano letivo. Conforme identificado, a maioria dos professores tende a enfatizar alguns blocos específicos, conforme ilustrado no Gráfico 10, o que pode resultar em prejuízos na abordagem dos demais conteúdos.

Gráfico 10 - Blocos de conteúdos da matemática que o docente considera importante em suas aulas



Fonte: a autora (2022).

Os dados indicam que 40% dos docentes consideram o bloco “Números” como o conteúdo mais relevante em suas aulas. A maioria justifica essa escolha pelo fato de os números estarem presentes no cotidiano dos alunos, tornando-se, assim, essenciais no processo de ensino e aprendizagem. A seguir, serão apresentadas as análises sobre as dificuldades dos alunos na disciplina, segundo a percepção de seus professores, com base em suas experiências ao longo dos anos de docência.

A Tabela 3 apresenta as percepções dos docentes em relação às dificuldades dos alunos nas operações com frações. Para isso, os professores deveriam indicar o grau de facilidade ou dificuldade geralmente observado entre os estudantes ao estudarem os tópicos relacionados ao tema. Os resultados obtidos estão expressos em percentuais na referida tabela, a qual contém 36 tópicos que compõem o conteúdo de frações.

Tabela 3 - Grau de dificuldade ao ensinar frações

	CONTEÚDO	MUITO FÁCIL	FÁCIL	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL	NÃO COSTUMO ENSINAR
1	Ideias de fração	13,2%	67,9%	13,2%	3,8%	***1,9%***
2	Representação de frações	7,5%	77,4	9,4%	3,8%	***1,9%***
3	Identificação de frações em situações reais	9,4%	45,3	37,7%	5,7%	***1,9%***
4	Localização de frações na reta	1,9%	20,8%	56,6%	18,9%	***1,8%***
5	Leitura de frações	11,3%	75,5	9,4	1,9	***1,9***
6	Determinação de frações de quantidades discretas	1,8%	41,5%	47,2%	5,7%	***3,8%***
7	Determinação de frações de quantidades contínuas	1,8%	34%	54,7%	5,7%	***3,8%***
8	Frações próprias	4,9%	62,2%	21,6%	9,4%	***1,9%***
9	Frações impróprias	7,5%	58,5%	30,2%	1,9%	***1,9%***
10	Frações aparentes	0%	0%	30,2%	3,8%	***1,9%***
11	Números na forma mista	5,7%	30,2%	54,7%	7,5%	***1,9%***
12	Conversão de número misto em fração	7,5%	26,4%	60,4%	3,8%	***1,9%***
13	Frações equivalentes	5,6%	47,2%	43,4%	1,9%	***1,9%***
14	Como obter uma fração equivalente a outra fração	7,5%	37,7%	47,2%	5,7%	***1,9%***
15	Simplificações de frações	3,8%	37,7%	52,8%	3,8%	***1,9%***
16	Comparações de frações com denominadores iguais	9,4%	69,8%	17%	1,9%	***1,9%***

17	Comparações de frações com denominadores diferentes	3,8%	23,5%	57,5%	13,3%	***1,9%***
18	Adição de frações com denominadores iguais	20,8%	69,8%	5,6%	1,9%	***1,9%***
19	Adição de frações com denominadores diferentes	3,8%	22,6%	58,5%	13,2%	***1,9%***
20	Adição de fração com um número inteiro	3,8%	26,4%	60,4%	7,5%	***1,9%***
21	Subtração de frações com denominadores iguais	17%	69,8%	9,4%	1,9%	***1,9%***
22	Subtração de fração com número inteiro	4,8%	25,4%	61,4%	6,5%	***1,9%***
23	Multiplicação de um número natural por fração	7,5%	69,8%	17%	1,9%	***3,8%***
24	Multiplicação de fração por fração	9,4%	67,9%	15,1%	1,9%	***5,7%***
25	Frações e porcentagem	5,6%	22,6%	64,2%	3,8%	***3,8%***
26	Divisão de um número natural por fração	7,5%	28,3%	54,7%	5,7%	***3,8%***
27	Divisão de fração por fração	7,5%	30,2%	54,7%	3,8%	***3,8%***
28	Resolver problemas envolvendo frações em que se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte	5,7%	15,1%	66%	9,4%	***3,8%***
29	Resolver problemas envolvendo frações em que se conhece uma parte do todo e se deseja conhecer outra fração do todo.	3,8%	7,5%	73,6%	11,3%	***3,8%***
30	Resolver problemas envolvendo adição de frações com o mesmo denominador	9,4%	43,4%	39,6%	3,8%	***3,8%***

31	Resolver problemas envolvendo adição de frações com denominadores diferentes	3,8%	13,2%	71,7%	7,5%	***3,8%***
32	Resolver problemas envolvendo subtração de Frações com o mesmo denominador	9,4%	49%	34%	3,8%	***3,8%***
33	Resolver problemas envolvendo subtração de frações com denominadores diferentes	3,8%	18,9%	66%	7,5%	***3,8%***
34	Resolver problemas envolvendo multiplicação de frações	5,7%	37,7%	47,2%	5,7%	***3,8%***
35	Resolver problemas envolvendo divisão de frações	3,8%	22,5%	64,2%	5,7%	***3,8%***
36	Determinação do valor de expressões numéricas envolvendo frações.	3,8%	9,4%	66%	15,1%	***5,7%***

Fonte: a autora (2022).

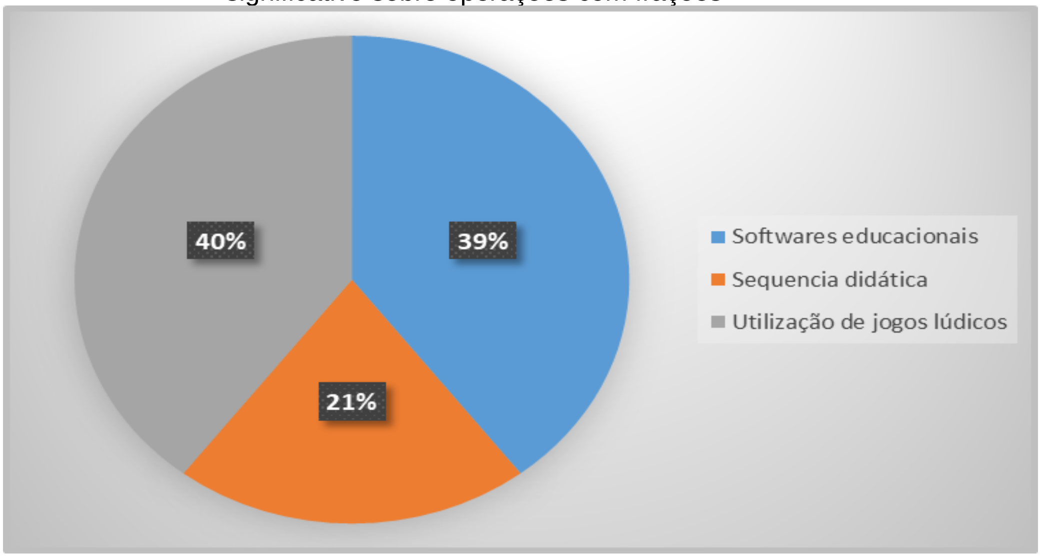
A análise do quadro revela que para os docentes os itens 4,7,11,12,14,15,17,19,20,22,25,26,27,28,29,31,33,34,35 e 36 são os que apresentam maior dificuldade para o entendimento dos alunos, percebemos que o nível de dificuldade vai aumentando consideravelmente quando analisamos as operações básicas com frações. Referente as dificuldades apresentadas pelos docentes ao ensinarem aos alunos nessas resoluções sobre essas operações fundamentais com frações, podemos destacar a resolução de questões com frações e porcentagem.

Segundo Gómez-Granel (1998) uma boa parcela dos erros cometidos pelos alunos deve-se ao fato do ensino ter sido baseado muito mais na aplicação de regras que na compreensão do significado. Os discentes não conseguem assimilar conhecimentos pois aprendem de maneira errônea manipulando símbolos sem conectar os sentidos aplicando somente regras que foram ensinadas.

Concluímos nossa pesquisa averiguando as sugestões dos próprios professores de recursos didáticos-metodológicos que os mesmos consideram possíveis para que se adquirir um melhor ensino/aprendizagem em relação ao assunto de operações com fração. Assim, obtivemos as seguintes sugestões apresentadas por meio do gráfico a seguir.

No Gráfico 11 são apresentados percentuais da pesquisa realizada a respeito da falta de recursos didáticos metodológicos sinalizado pelos professores para complementar suas aulas.

Gráfico 11 - Recursos didáticos metodológicos o docente sente falta para complementar o ensino significativo sobre operações com frações



Fonte: a autora (2022).

Os dados evidenciam quais recursos didático-metodológicos os docentes consideram insuficientes para a complementação de suas aulas. Entre eles, 39% relatam a carência de softwares educacionais e de jogos lúdicos. Destaca-se a importância de metodologias mais dinâmicas, capazes de engajar os alunos e tornar as aulas mais atrativas, contribuindo para a redução das dificuldades de aprendizagem. Dessa forma, observa-se que os professores reconhecem que a diversificação dos recursos didáticos amplia as oportunidades para um aprendizado mais eficaz.

3.5 ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE FRAÇÕES

Apresentaremos nesta seção um estudo realizado no que se refere as produções a nível stricto sensu, compreendidas entre o período de 2018 a 2022 com pesquisas direcionadas para o ensino e/ou aprendizagem de operações básicas com frações. Os mais variados olhares para este tema, são influenciados e assumem as mais diversas interpretações a partir das experiências, diagnósticos, estudos e experimentos dos pesquisadores.

Temos como objetivo analisar algumas estratégias didáticas e quais recursos metodológicos os pesquisadores aplicaram em seus trabalhos e também relacionar as dificuldades de aprendizagem relacionados a esse conteúdo para contribuir com o nosso experimento. Foram considerados 12 estudos sobre a problemática do processo de ensino-aprendizagem das frações.

Selecionamos os trabalhos nas plataformas do BDTD e no Catalogo de Teses e Dissertações da Capes, como também no Google Acadêmico com palavras chaves como: fração, operações com fração e ensino de fração. Nessa perspectiva, o quadro 5 apresenta uma breve análise sobre os estudos citados.

Quadro 5 - Quadro geral da revisão de estudos por categorias

Tipo de estudos	**Quantidade de estudos**	**Autor, ano**	**Título**
Estudo dos saberes para ensinar frações no ensino primário deste período	1	Diogo Ferreira Jandrey, 2022	A matemática do Ensino de frações na coleção “Matemática, Metodologia e Complementos” de Ruy Madsen Barbosa (1966).
Estudos diagnósticos sobre fração	1	Severino Roberto de Lima, 2020	Uma análise de questões de fração das provas do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO.
Estudos Experimentais	8	Kamilly Suzany Félix Alves, 2018	O ensino de frações por atividades.
		Francirley Moura Porto, 2019	Uma Engenharia Didática para o ensino das operações com frações e com produtos notáveis.

		Solange Ferreira dos Santos, 2019	O uso do Tangram como proposto no ensino de frações.
		Izaías Pinheiro de Souza Júnior, 2019	O ensino de frações para o 6º ano do ensino fundamental utilizando a resolução de problemas a partir da visão de Vergnaud.
		Deise Souza de Almeida Andrade, 2020	Dando sentido ao ensino-aprendizagem da adição de frações.
		Gesiel Alisson Martinho, 2020	O ensino de equivalência de frações para a compreensão das operações de adição e subtração.
		Maria Cláudia Schmitt Araújo, 2021	Uma discussão formal sobre frações na educação básica.
		Mario Alberto Zambrna Vernizzi, 2021	O ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária: Formação Continuada de professores.
Formação Continuada de Professores	1 estudo	Leandro Boszko, 2018	Os jogos digitais como qualificadores da aprendizagem de frações
Uso da tecnologia	2 estudos	Gabriel Cacau Boucinhas,2019	Uma abordagem didática para o ensino das operações básicas dos números fracionários e o uso de tecnologias digitais e não -digitais.

Fonte: a autora (2023).

3.5.1 Estudo dos saberes a ensinar e para ensinar frações no ensino primário deste período

As discussões sobre o currículo de matemática envolvem diversos especialistas, incluindo matemáticos, professores de matemática, psicólogos e lógicos. A reformulação desse currículo tornou-se um movimento de alcance internacional. No contexto do ensino da matemática, distinguem-se dois tipos de saberes fundamentais: os saberes a ensinar, que se referem ao conteúdo específico da disciplina, e os saberes para ensinar, que dizem respeito às metodologias e ferramentas utilizadas pelo professor. Com base nessas distinções, o Ghemat/Brasil (Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática, um instituto de pesquisa científica localizado em Santos, São Paulo) tem contribuído para a introdução e aprimoramento desses saberes no ensino da matemática. Esses dois tipos de saberes são interdependentes e constituem a base da prática docente na matemática.

Jandrey (2022) realizou um estudo sobre o ensino de frações na coleção “Matemática, Metodologia e Complementos de Ruy Madsen Barbosa (1996) e teve como objetivo geral, identificar elementos da matemática do ensino de frações na coleção de manuais “Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários” de Ruy Madsen Barbosa publicadas no ano de 1966 e quais ferramentas o autor sugere para o professor ensinar frações.

Para contribuir na construção da resposta do objetivo geral foram relacionados dois objetivos específicos: Identificar os saberes a ensinar fração nos manuais da coleção “Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários”; e Identificar os saberes para ensinar fração nos manuais da coleção “Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários” foi delimitado um período para este estudo no período de 1960 à1970.

Esta delimitação se obteve pela criação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação de 1961 e um ano anterior a unificação do ensino primário de 1º grau pela Lei Nº 5.692 de 1971, ambos considerados marcos importantes da história da educação brasileira. Desenvolveu sua pesquisa através da coleta de fontes realizada no Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina na página do grupo de pesquisa em História da Educação matemática (GHEMAT/Brasil).

Diante da ausência de fontes disponíveis, o autor selecionou a coleção de Ruy Madsen Barbosa, na qual identificou três manuais voltados à formação de professores. Para a análise, foram estabelecidas as seguintes categorias: saber a ensinar, saber para ensinar, sequência, graduação, significado, dispositivos didáticos e exercícios e problemas. O trabalho analisado foi organizado e dividido em cinco capítulos: O primeiro capítulo destinou-se à base teórica-metodológica, o qual foi o auxílio para discussão e análise dos manuais selecionados, integrado a esse capítulo foi utilizado as concepções do que é História da Educação Matemática.

No segundo capítulo foi realizado um levantamento chamado de estado do conhecimento, que auxiliou o autor na busca por trabalhos já realizados com a temática da pesquisa para averiguar quais os pontos em comuns e os pontos divergentes com esta pesquisa, que ocorreu em dois ambientes virtuais onde são reservadas teses e dissertações, o primeiro no Banco de Teses e Dissertações da Capes e o segundo realizado no Repositório Digital do GHEMAT/Brasil no site da Universidade Federal de Santa Catarina.

No capítulo 3 foi realizado um primeiro inventário que buscou no repositório digital do GHEMAT/Brasil, manuais que tinham orientações aos professores do ensino primário do período do MMM (Movimento da Matemática Moderna) de 1960 a 1970, sendo que ao final selecionariam as fontes que seriam analisadas. Já no capítulo 4 foi buscado descrever um breve percurso profissional do professor Ruy Madsen Barbosa, procurando indícios da participação deste professor no Grupo de Estudo do Ensino de Matemática (GEEM), e informações sobre sua carreira profissional que levaram a elaboração dos manuais didáticos “Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários”.

E no capítulo 5 foi destinado às análises, buscando identificar os saberes a ensinar e os saberes para ensinar frações nos manuais da coleção “Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários” de Ruy Madsen Barbosa (1966). A conclusão do autor foi que Ruy Madsen Barbosa foi um personagem influente no MMM no Brasil, sistematizou experiência através de livros e manuais, foi um dos precursores da introdução do conteúdo de matrizes no ensino secundário. Após as análises dos indícios encontrados sobre Ruy Madsen Barbosa, entendeu que faltam elementos que caracterizem o personagem, em estudo, em um expert do período do Movimento da Matemática.

O autor finaliza citando que durante a análise dos manuais percebeu a articulação entre os volumes da coleção de Ruy Madsen Barbosa podem trazer as informações sobre os indícios de uma matemática do ensino de frações nos manuais “Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários”. Assim com essa dissertação o autor buscou compor em conjunto outros pesquisadores que discutam a matemática do ensino de frações no período do Movimento da matemática Moderna, expandindo as discussões do grupo GHEMAT/Brasil e da História da Educação Matemática.

Na escolha de trabalhos referente aos estudos sobre diagnósticos sobre frações, foi analisado 1 trabalho indicando os seguintes aspectos: autor e ano da obra objetivos da pesquisa, metodologia utilizada, resultados encontrados e as conclusões dos autores. A pesquisa de Lima (2019) teve como objetivo analisar aspectos do conteúdo de fração presentes nas provas do SAETO de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e do 3º Ano do Ensino Médio, no período de 2011 a 2018. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, cujo método esteve ancorado na pesquisa bibliográfica e documental. As análises foram inspiradas na teoria dos registros de representação semiótica de Duval, dos significados de fração e características das quantidades propostos por Nunes et al.

Para esta pesquisa, foram mapeadas setenta questões de Matemática que tratam do conteúdo de fração no período de 2011 a 2018, dentre elas, destacamos que (vinte e cinco são do 5º Ano, trinta e seis do 9º Ano do Ensino Fundamental e, nove questões propostas ao 3º Ano do Ensino Médio), destas, foram analisadas dezesseis questões neste trabalho. Perante os estudos encontrados, selecionamos 16 estudos na categoria referente aos estudos experimentais sobre frações.

Nessa perspectiva, os trabalhos serão apresentados por ordem cronológica de publicação. Félix (2018) apresenta em seu trabalho os resultados de um estudo que teve como objetivo principal: avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática, tendo como base o “Ensino por Atividades que foi aplicada em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública de Belém do Pará, tendo como fundamentos a metodologia de pesquisa engenharia didática.

E como objetivos específicos: identificar as principais dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de Fração, bem como as metodologias de ensino utilizadas para abordar este conteúdo matemático, conhecer os aspectos da formação e os saberes de professores de matemática sobre frações, elaborar uma sequência de atividades para o ensino de Fração, analisar os efeitos e as contribuições desta sequência para a aprendizagem deste conteúdo, avaliar a participação destes alunos em aulas de matemática durante o desenvolvimento da sequência didática, avaliar o desempenho dos mesmos ao resolverem questões sobre Frações após a aplicação da sequência.

A autora teve como base para a metodológica desta pesquisa, os fundamentamos nos Princípios da Engenharia Didática, de Michele Artigue (1996), pois se apresenta adequada para tal proposta, visto que é uma metodologia de pesquisa com a finalidade de analisar situações didáticas. Desenvolveu sua pesquisa em quatro fases, onde a primeira fase denominou-se por análises Prévias, realizada a partir de um levantamento histórico pela consulta á docentes de matemática e a estudantes do 6º ano, sobre o processo de ensino e aprendizagem de fração.

A segunda fase considerada como: Concepção e análise a priori foi realizada nas análises prévias e pelo seu desempenho surgiu a proposta de uma sequência de atividades composta por 10 atividades para abordar e desenvolver o conteúdo de fração, 2 testes (pré-teste e pós-teste), e as análises a priori realizadas para cada atividade proposta. A terceira fase do estudo (experimentação), teve como campo investigativo uma escola pública da rede estadual de ensino do município de Belém do Pará, onde participaram 25 estudantes de uma turma do 6º ano do ensino fundamental.

E a quarta e última fase (análise a posteriori e validação), foi realizada por meio de análises das atividades e dos testes avaliativos mediante uma abordagem qualitativa e quantitativa. Foi direcionado pela autora referente ao conteúdo de fração três direcionamentos: Fração no Ensino de Matemática, o ensino de Fração na Escola e a Revisão dos Estudos acadêmicos acerca do processo de ensino e aprendizagem de Fração.

No tópico “Fração no Ensino de Matemática”, foi abordado os aspectos históricos sobre a evolução do conteúdo de Fração, sua definição formal e propriedades; em o ensino de Fração na Escola Básica, foi discutido as propostas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2008), os apontamentos dos Sistemas de Avaliação, no âmbito regional (SISPAE, 2015) e no âmbito nacional, do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep).

E no que se refere a Provinha Brasil, do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) aplicada em 2015; seguindo pela revisão de estudos, dividida em quatro categorias: Estudos sobre os cinco significados da Fração, Estudos Diagnósticos, Estudos Experimentais e Estudos sobre a formação de professores. Nas consultas aos docentes, foram consultados professores da rede pública de ensino paraense, atuantes no Ensino Fundamental, para obter informações sobre ensino de Fração, quais metodologias de ensino utilizam, quais os obstáculos de ensino e o grau de dificuldade em aprender que os alunos apresentam.

Em relação aos resultados obtidos, num primeiro plano, a autora percebeu e verificou estatisticamente um avanço dos alunos no desempenho em relação ao conteúdo de Frações, conhecendo as variadas operações e significados pertinentes a este conteúdo. O nível aproveitamento nos testes dos alunos que participaram da fase de Experimentação do estudo destaca o aproveitamento no que diz respeito a conhecimento adquirido do conteúdo, a sequência didática se mostra no âmbito escolar. Assim, afirmar a autora que, baseados nas análises, o experimento didático elaborado e aplicado ao ensino de Frações proporcionou aos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental um maior desempenho em Matemática.

Porto (2019) realizou um estudo sobre uma engenharia didática voltada ao ensino das operações com frações e produtos notáveis. A pesquisa foi classificada como pesquisa de campo, com base no processo de coleta de dados, e descritiva, de acordo com seus objetivos. Os sujeitos da pesquisa foram alunos do sexto e do oitavo anos do ensino fundamental, pertencentes a duas turmas de uma escola pública na cidade de Juruti-PA. O estudo teve como objetivo geral a elaboração, aplicação e análise de duas sequências didáticas: uma voltada para o ensino das operações com frações, com ênfase na representação figural, e outra destinada ao ensino dos produtos notáveis, explorando a relação com as áreas de retângulos.

E como objetivos específicos:

▪ fazer uma revisão teórica de algumas pesquisas que utilizam a Engenharia Didática como aporte teórico.

▪ elaborar, sob o aporte da Teoria das Situações Didáticas, duas sequências didáticas para o ensino dos conceitos de frações, área de figuras planas e produtos notáveis.

▪ aplicar as sequências didáticas em aulas da disciplina Matemática, com alunos das turmas do 6º e 8º anos do Ensino Fundamental.

▪ fazer a análise dos dados coletados na fase de aplicação das sequências didáticas

A metodologia adotada pelo autor da pesquisa foi a Engenharia Didática, permitindo a validação interna das atividades. Para a elaboração e análise das sequências didáticas, a pesquisa se fundamentou na Teoria das Situações Didáticas. As atividades que compuseram as sequências de ensino foram desenvolvidas com o objetivo de proporcionar aos alunos a vivência das fases de ação, formulação e validação. Durante a aplicação das atividades, o autor buscou intervir minimamente nas resoluções dos alunos, permitindo-lhes maior autonomia no processo de aprendizagem.

O autor no decorrer da aplicação da sequência percebeu que a representação figural para o sexto ano, ajudou na descoberta das propriedades das operações com frações, promovendo, portanto, uma aprendizagem a partir de algo mais próximo ao cotidiano deles. Observando também a necessidade de retomar alguns conteúdos na fase de institucionalização, pois ainda não haviam sido compreendidos de forma satisfatória por parte dos alunos, tais como o conceito de frações equivalentes e a regra relacionada à divisão de uma fração por outra.

Para o oitavo ano foi elaborada a sequência didática com estrutura para a abordagem dos produtos notáveis, e buscou garanti a aprendizagem desses conteúdos por meio da sua associação com áreas de figuras planas. O autor percebeu que os alunos desenvolveram satisfatoriamente a expansão dos produtos notáveis e que o desempenho foi melhor quando os itens das atividades envolviam somente números inteiros. A inclusão de frações em alguns itens das atividades influenciou negativamente o percentual de acertos, esse resultado tinha sido previsto na análise a priori das atividades, evidenciando um possível obstáculo didático.

Através da Engenharia Didática utilizada como metodologia, foi possível realizar todas as análises internas e, por este meio, foi possível verificar a validade das atividades concebidas, elaboradas e aplicadas. A contribuição da Teoria das Situações Didáticas permitiu que alunos participassem, associassem e refletissem a partir do desenvolvimento das atividades. Dessa maneira, diante do ambiente de investigação proporcionado para os alunos em sala de aula, foi oferecido, por meio das sequências didáticas, a estruturação de situações didáticas que apresentaram o potencial de permitir a sua reaplicação por outros professores/pesquisadores que tenham interesse em métodos de ensino não tradicionais.

O autor deixa como sugestão para outras pesquisas afins a utilização de outros recursos didáticos agregados às sequências didáticas. Sugere também como possível alternativa a utilização da calculadora científica com representação fracionária, que poderá ser útil na abordagem das operações com frações, em especial na operação de divisão, onde os alunos sentiram mais dificuldades, devendo possibilitar aos alunos uma melhor percepção das regras relacionadas a essas operações.

Na dissertação de Santos (2019), visando um ensino de frações mais significativo para os alunos e contribuindo para a superação das dificuldades nesse conteúdo, propôs-se o uso do Tangram como material manipulativo. Dessa forma, o estudo teve como objetivo apresentar uma sequência didática voltada ao ensino e à aprendizagem de frações, utilizando o Tangram como recurso pedagógico. A proposta buscou estabelecer relações entre as peças do quebra-cabeça e os conceitos de fração, equivalência, comparação e operações. Além disso, abordou aspectos históricos das frações no Antigo Egito, analisando as necessidades sociais da época que motivaram a construção desse conceito.

Foi realizado também um estudo teórico sobre a construção do Conjunto dos Números Racionais sobre duas perspectivas, a geométrica e a algébrica. A autora fez uma pesquisa sobre as dificuldades de ensino aprendizagem em fração e sobre a importância do uso do material manipulativo para uma aprendizagem significativa. O intuito principal de Santos (2019) foi elaborar um estudo teórico acerca dos conceitos de frações, bem como verificar as potencialidades do uso do Tangram para o ensino deste conceito.

Diante o exposto, a autora acima supracitada elencou os seguintes objetivos específicos:

- realizar um estudo teórico sobre frações, em especial a construção do Conjunto dos números racionais;
- analisar como o uso do Tangram pode contribuir para a aprendizagem do conceito de fração;
- elaborar uma sequência didática com atividades usando o Tangram para ensinar frações.

Santos (2019) dividiu a sua pesquisa em duas etapas: a pesquisa bibliográfica e a elaboração de uma sequência didática. Por ser uma pesquisa qualitativa, de caráter bibliográfico o autor buscou evidenciar através do levantamento de dados em livros, dissertações, teses e artigos científicos que possuíam como foco o material manipulativo no ensino de frações e quais as contribuições deste, em especial o Tangram, como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem de frações, ou seja, primeiramente foi feita uma revisão bibliográfica acerca de frações.

Em seguida foi proposta uma sequência didática cujas atividades têm como ponto de partida o Tangram.Com base nas pesquisas bibliográficas as atividades foram elaboradas e recriadas pela pesquisadora. Nos levantamentos realizados sobre o Tangram a autora confirma sua utilização, principalmente em construções geométricas. No entanto, quando há um crescimento satisfatório no uso de um material manipulativo para melhorar a aprendizagem, é natural que se busque uma forma de aplicá-lo em outros campos onde se encontra dificuldades enfrentadas por alunos e professores, seja para o ensino de geometria ou para o estudo de frações.

A autora ressalta que, para se obter os resultados que possam auxiliar os professores com maior garantia no uso do Tangram para o ensino de frações, precisa-se pesquisar o tema com maior rigor, realizar outras atividades e aplicá-las em sala de aula. A aplicação da sequência didática sugerida, em sala de aula, poderá nortear os próximos caminhos a serem percorridos no ensino de frações. Assim, faz-se necessário um estudo mais aprofundado do tema.

Santos (2019) destaca ainda que a presente dissertação contribuiu significativamente para a construção do seu saber, para a sua formação acadêmica e também na aquisição de novos conhecimentos específicos sobre o Tangram, a história da matemática e sobre as frações. Após essa pesquisa a autora cita que sua visão em relação à prática e ao uso de materiais manipuláveis como método no ensino de Matemática e especificamente em frações. E compreendeu que devemos sempre buscar melhorar nossa prática pedagógica e que a necessidade do conhecimento, com riquezas de detalhe, sobre qualquer assunto trabalhado em sala de aula deva ser objeto de busca pelo professor, assim como, enxergo o quanto a pesquisa é necessária na formação profissional do mesmo.

Em trabalhos futuros, Santos (2019) pretende realizar a aplicação desta sequência didática em salas de aula, retomando o problema sobre as dificuldades dos alunos em operar com frações, e comparar os resultados obtidos com a aplicação desta sequência e sem a aplicação da mesma, visando confirmar se o uso do Tangram no ensino de frações pode melhorar a aprendizagem dos alunos neste tema.

Na dissertação intitulada "O Ensino de Frações para o 6º Ano do Ensino Fundamental Utilizando a Resolução de Problemas a Partir da Visão de Vergnaud", Souza Júnior (2019) desenvolveu sua pesquisa com base na Engenharia Didática, fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993, 1996). Além disso, a construção do estudo incorporou a resolução de problemas aditivos, conforme proposto por Vergnaud (1981, 1983, 2009). Para a pesquisa, foi elaborada uma sequência didática com o objetivo de ampliar o campo conceitual dos alunos do 6º ano, abrangendo trinta estudantes do Ensino Fundamental, dentro do contexto do campo conceitual aditivo das frações.

Posteriormente, foi desenvolvido um instrumento de avaliação para a aplicação de pré e pós-testes, a fim de verificar a aprendizagem dos alunos. O autor utilizou como questionamento norteador: É possível desenvolver uma sequência didática sobre o conceito de frações que possibilite sensibilizar o sistema cognitivo dos alunos para o desenvolvimento deste conceito, uma vez que eles já tiveram algumas experiências didáticas sobre o assunto?

A sequência de aulas aplicada contemplou desde a conceitualização das frações até as operações de adição e subtração, considerando tanto denominadores iguais quanto diferentes. Como objetivo geral, o autor buscou desenvolver uma sequência didática que estimulasse de forma significativa o sistema cognitivo dos alunos, promovendo a compreensão e a construção do conceito de frações. Os objetivos específicos foram:

- Verificar se a sequência didática desenvolvida e aplicada surtiu o efeito desejado sobre a movimentação cognitiva dos alunos em relação ao campo aditivo em N e Q.

- Verificar, se possível, o grau de dificuldade dos problemas dos pré e pós testes com o objetivo de futuros estudos sobre superação destas dificuldades.

Souza Júnior (2019) pressupõe que, após o desenvolvimento da sequência didática, os alunos ampliem seu campo conceitual aditivo, demonstrando um melhor desempenho na resolução de problemas que envolvem tanto o conjunto dos números naturais quanto o conjunto dos números racionais. A metodologia adotada na pesquisa baseou-se na Engenharia Didática, a qual, segundo o autor, apresenta diferentes períodos de desenvolvimento ao longo do tempo. Além disso, o estudo utilizou a abordagem de ensino por meio da resolução de problemas, fundamentada na teoria de Vergnaud.

O primeiro passo foi a elaboração da sequência didática, depois a realização dos pré-testes com os alunos da turma para a verificação do grau de aprendizado e sensibilização apresentado pelos alunos. Após a realização do pré-teste houve o momento de aplicar a sequência didática, a qual foi realizada em 10 horas-aulas numa turma de 6º ano de uma escola privada no município de Ananindeua – Pará. Ao finalizar a aplicação da sequência foram feitos por parte dos alunos os pós-testes e assim iniciou-se o processo de verificação dos dados colhidos.

No capítulo 2, Souza Júnior (2019) apresenta o referencial teórico que foi utilizado para a elaboração de sua pesquisa ressaltando a abordagem da Engenharia

Didática que foi utilizada como base para a elaboração da sequência didática que compõe esta pesquisa e a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. No terceiro capitulo foi apresentada uma revisão de literatura abordando trabalhos diagnósticos e experimentais, onde buscou dar preferência para aqueles desenvolvidos por meio de sequencias didáticas. No quarto capitulo foi apresentado o plano de desenvolvimento do trabalho, assim como o detalhamento da metodologia empregada na pesquisa e análise da mesma.

Na conclusão, o autor apresentou a Tabela 4, que sintetiza os resultados dos 17 problemas de Vergnaud, tanto no conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$) quanto no conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$). A análise permitiu a observação das categorias 1 e 6, conforme descritas no tópico 4. A categoria 1 refere-se à operatoriedade nos pré e pós-testes aplicados em $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Q}$, enquanto a categoria 6 está relacionada às movimentações cognitivas, que podem ocorrer exclusivamente em $\mathbb{N}$, exclusivamente em $\mathbb{Q}$ ou em ambos os conjuntos numéricos.

Tabela 4 - Resumo de dados relativos às categorias 1 e 6. Pré-teste e pós-teste

Problema	Movimentação	
	Operatoriedade em N e Q	Sensibilidade em N ou Q
1	6,67% (2 em 30)	39,29% (11 em 28)
16	13,33% (4 em 30)	65,38% (17 em 26)
12	20% (6 em 30)	45,83% (11 em 24)
8	26,67% (8 de 30)	50% (11 de 22)
14	26,67% (8 em 30)	68,18% (15 em 22)
17	33,33% (10 em 30)	20% (4 em 20)
13	33,33% (10 em 30)	35% (7 em 20)
3	36,67% (11 de 30)	68,42% (13 de 19)
11	40% (12 em 30)	33,33% (6 de 18)
9	43,33% (13 em 30)	47,05% (8 de 17)
15	43,33% (13 em 30)	64,71% (11 em 17)
7	46,7% (14 em 30)	87,5% (14 em 16)
2	50% (15 em 30)	33,33% (5 de 15)
10	50% (15 em 30)	66,66% (10 de 15)
6	56,67% (17 em 30)	53,85% (7 em 13)
5	60,0% (18 em 30)	33,33% (4 em 12)
4	60,0% (18 em 30)	41,67% (5 em 12)

Fonte: a autora (2023).

De acordo com os dados apresentados na Tabela 4, o objetivo da sequência didática desenvolvida por Souza Júnior (2019) foi alcançado, uma vez que o percentual de acertos nos testes superou 50%. Cabe ressaltar que cada questão dos testes foi elaborada com base em uma das seis relações da estrutura aditiva propostas por Vergnaud (1996). Além disso, as questões de mesma numeração nos testes aplicados ao conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$) e ao conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) correspondiam à mesma estrutura conceitual.

Segundo o autor, a pesquisa evidenciou um alargamento do campo conceitual aditivo no conteúdo de frações entre os alunos participantes. Os resultados indicaram que mais de 50% dos estudantes apresentaram movimentação cognitiva, ou seja, demonstraram progresso na compreensão do conteúdo. Esse avanço sugere que esses alunos, inicialmente sem domínio do tema, passaram a compreendê-lo após a aplicação da sequência didática.

Além disso, o autor considera que esse tipo de análise pode auxiliar os professores na identificação e avaliação das movimentações cognitivas de seus alunos. Ao consultar esta dissertação ou o produto didático dela decorrente, os docentes poderão contar com uma base metodológica segura para essa verificação, contribuindo, assim, para o alcance dos objetivos propostos na elaboração do estudo.

No trabalho intitulado “O Ensino de equivalência de frações para compreensão das operações de adição e subtração”, Martinho (2020) teve como objetivo geral investigar como a ideia de equivalência de frações, com o apoio de materiais manipuláveis, poderia contribuir para a compreensão das operações de adição e subtração de frações, e objetivos específicos: investigar a compreensão dos estudantes sobre o conceito, a relação parte-todo; e as representações pictóricas e imagéticas das frações; investigar os modos pelos quais os estudantes compreendam o processo de equivalência de frações e sua relação com as operações de adição e subtração envolvendo esse tipo de número e; verificar as limitações e possiblidades da utilização de materiais didáticos (kit de frações e tiras) no processo de aprendizagem de frações e suas operações de adição e subtração, sob uma abordagem qualitativa de pesquisa em educação.

Foi aplicado para os estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental II, essa turma era formada por 38 estudantes sendo 26 meninas e 12 meninos., de uma escola da Rede Estadual de Minas Gerais localizada em Belo Horizonte. O autor elaborou uma sequência didática com nove tarefas que abordou os temas, “equivalência de frações, comparação de fração e operação de adição e subtração de frações". Para a realização das tarefas, foram necessárias 13 aulas de 50 minutos e, como material didático manipulável, o autor utilizou o "kit de frações no quadriculado e as tiras de frações".

O trabalho de Martinho (2020) foi organizado em quatro partes e distribuídas da seguinte forma: "Considerações Teóricas Iniciais", que foi dividida em três seções sendo que na primeira, foi apresentado algumas discussões referentes ao ensino e à aprendizagem de frações e os principais conceitos e significados de fração: Número, Relação parte-todo, medida, quociente, operador multiplicativo e razão. Na segunda seção, foi estabelecido algumas discussões relacionadas ao ensino de comparação e equivalência de frações, e, na terceira e última seção, foi desenvolvido algumas perspectivas para o ensino de frações, onde foi apresentado algumas dificuldades dos estudantes relacionadas a esse conteúdo.

Em relação aos materiais manipuláveis, foram divididos em duas seções, primeiramente foi definido sobre o que são esses materiais de acordo com Lorenzato (2006), Souza e Oliveira (2010). Após a definição, foi discutido sobre a importância da utilização desses materiais manipuláveis para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, onde em foi destacado algumas oportunidades que o professor e o estudante tiveram ao explorar esses materiais e, também, a importância de um bom planejamento ao optar por essa metodologia.

A segunda seção finalizou-se discutindo sobre a importância da utilização desses materiais para o processo de ensino e aprendizagem de frações. Para a coleta de dados, foram utilizados como instrumentos: (a) registro em vídeo para análise da interação, facilidades, dificuldades e comentários dos estudantes em duas aulas; (b) tarefas que foram recolhidas ao final de cada aula contendo as respostas dos estudantes; (c) diário de campo baseado no registro escrito e (d) gravador de áudio por meio do celular.

Em relação à análise dos dados, foi considerado os seguintes aspectos: contribuição e limitações dos materiais manipuláveis utilizados; aspectos atitudinais dos estudantes durante a realização das tarefas; habilidades relativas à comparação e a equivalência de frações, percebidas durante as tarefas; alguns aspectos da adição e subtração na perspectiva de equivalência de frações.

De acordo com os resultados, foi constatado pelo autor que o kit de frações no quadriculado ajudou a maioria dos estudantes a compreender e se apropriar dos conceitos matemáticos desenvolvidos. Gradativamente, esses estudantes conseguiram estabelecer uma relação entre as peças e as tarefas propostas, o que os instigou a abstrair as operações de adição e subtração de frações. Para a ocorrência da construção desse conhecimento, foi necessário fazer as devidas intervenções e criar questionamentos pertinentes que estimulassem a curiosidade dos estudantes, a fim de que eles formulassem hipóteses e conclusões a respeito do conceito trabalhado.

Assim, foi possível constatar que o material manipulável utilizado ajudou a maioria dos estudantes a compreender e se apropriar dos conceitos matemáticos desenvolvidos. Foi possível notar também que a maioria dos estudantes compreenderam o processo de equivalência de frações e relacionou esse processo com às operações de adição e subtração. O autor, com base na pesquisa, mostra a importância de se valorizar o conceito de equivalência de frações para a compreensão dessas operações. No entanto, ele compreende que todo o material manipulável tem suas fragilidades e limitações e não é o material em si que promoverá o aprendizado para o estudante, pois depende muito da forma como o professor ou professora conduz a tarefa.

A pesquisa de Andrade (2020), cujo título é "Dando sentido ao ensino aprendizagem da adição de frações", teve por objetivo propor uma sequência de atividades que facilite a compreensão dos procedimentos resolutivos da adição e subtração de frações, bem como analisar as resoluções de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental frente a essa sequência, a fim de perceber as suas contribuições para o ensino e aprendizagem da Matemática. Em busca de melhoria para o ensino, essa investigação matemática possui a natureza pragmática, com análises qualitativas no desenvolver das resoluções das atividades de 19 alunos na faixa etária entre 11 e 16 anos de uma Escola Estadual da Região Centro Sul Sergipano.

A sequência de atividades propostas foi composta por quatro atividades, sendo que a primeira delas diagnosticou o conhecimento dos alunos sobre frações e norteou a continuação das atividades; a segunda teve caráter instrutivo, a fim de intensificar o conhecimento a respeito das frações; a terceira atividade trata-se da aplicação de um material manipulável que viabiliza a compreensão do procedimento resolutivo da adição e subtração de frações e, por último, foi aplicada uma atividade de sistematização em que o aluno precisou se desprender do material e terá que registrar seu aprendizado a respeito das operações tratadas.

Andrade (2020) realizou um diagnóstico e a partir da análise dos resultados, elaborou uma sequência de atividades com o intuito de promover mudanças em concepções equivocadas sobre a equivalência de frações e o seu uso para se realizar operações, em particular, a adição e subtração de frações. A coleta de dados se deu em quatro etapas que aconteceram num período de seis aulas consecutivas de Matemática, incluídas no calendário letivo normal.

A coleta de dados se deu em meio a descrições e análise de situações vivenciadas, tendo como destaque evoluções tanto em ideias como em práticas do grupo participante durante os momentos de intervenção, junto a uma análise das respostas encontradas nas atividades. A atividade diagnóstica buscou sondar os conhecimentos prévios dos alunos a respeito da adição de frações e seus pré-requisitos (conceito de fração e equivalência de frações), seguida por uma atividade que também contemplou o conceito de fração e a adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes.

Como forma de auxílio para a concretização do procedimento resolutivo das operações foi manuseado pelos alunos um material didático composto por um retângulo branco (inteiro) e por peças coloridas que foram obtidas por partições de retângulos iguais ao inteiro, em forma e tamanho, cuja representação se deu por meio de frações e, em meio ao manuseio do material, os alunos foram orientados a registrar as observações de equivalências e de resolução de algumas adições e subtrações sugeridas em uma ficha de registros.

Toda essa trilha de aprendizagem possibilitou ao autor acima citado responder a seguinte questão que motivou a presente pesquisa: “De que maneira uma sequência de atividades contribui para o ensino e aprendizagem da adição e subtração de frações?”. Uma sequência de atividades que foge dos padrões de memorização de fórmulas, que prioriza a formação de ideias corretas para a construção do conhecimento, quando bem correspondida, conduz o aluno à aquisição de conhecimentos consistentes, que inclusive o faz perceber caminhos pertinentes de resolução.

Pela observação dos aspectos analisados, tanto escritos como orais, foi perceptível pelo autor que a vivência dessa sequência ofereceu oportunidades de familiarização dos alunos com a adição e subtração de frações, ele acredita também que vários mitos resolutivos foram desconstruídos.

Diante dos estudos, e as análises feitas e das discussões realizadas a partir da aplicação das atividades propostas, segundo Andrade (2020), é mostrado a maneira como uma sequência de atividade pode contribuir com este aprendizado, tendo como resposta da questão norteadora da pesquisa, pois a condução de um trabalho que possibilite ao aluno participar do processo, e os leve a tirar as próprias conclusões e percorrer o caminho para resolução das atividades, torna o processo marcante e Andrade(2020) acredita que será sempre lembrado de como se efetua essas operações, haja visto que houve uma preocupação em dar significado a cada uma das etapas.

Para finalizar a intervenção desta pesquisa, Andrade (2020) aplicou uma atividade final com o objetivo de verificar o desenvolvimento dos participantes da pesquisa em meio a interferência didática aplicada. Na análise de dados do trabalho do autor supracitado foi utilizada a abordagem da análise de erros segundo a perspectiva de Radatz (1980), que diz:

> A análise de erros parece ser um ponto de partida notável para pesquisas sobre o processo de ensino-aprendizagem de matemática. A análise de erros deve ser considerada uma estratégia de pesquisa promissora para esclarecer algumas questões fundamentais do aprendizado de matemática. (RADATZ, 1980, p. 16, tradução do autor).

Andrade (2020) deu início a sua intervenção tentando mostrar as dificuldades dos alunos em relação a adição de frações, analisou os erros cometidos na avaliação diagnóstica e tentou intervir a fim de buscar soluções estratégicas para melhorar a compreensão desse objeto de estudo. Essa pesquisa foi de cunho construtivista, pois a exploração do erro será para aprimorar o processo de ensino e de aprendizagem no tocante a adição e subtração de frações.

Mediante os resultados desta pesquisa, o autor sentiu a necessidade de fazer mais intervenções como essas nos diversos conteúdos matemáticos para tentar sanar várias dificuldades no ensino da Matemática. E espera que essa pesquisa possa impulsionar várias outras que servirão de complementos para que os alunos possam melhor se relacionar com números racionais, incluindo outras formas de representação.

Araújo (2021) em sua dissertação intitulada “Uma discussão formal sobre frações na educação básica” se propôs a fazer uma discussão formal acerca do ensino de frações no ensino fundamental – anos finais. Para isso, fez uma discussão formal de frações utilizando de argumentos e axiomas geométricos e tem por objetivo geral definir formalmente frações e derivar resultados que garantam a validade das operações básicas de frações contribuindo para estabelecer fundamentos que auxiliem o processo de ensino-aprendizagem de frações na Educação Básica.

Para alcançar tal fim, propôs os seguintes objetivos específicos:

• definir precisamente frações, através de axiomas de geometria, como um ponto na reta dos números.

• enunciar e demonstrar resultados que caracterizam frações e suas quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

• comparar e discutir uma definição formal de frações em contraste com os conceitos de fração apresentados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e em livros didáticos usados no Brasil e no exterior.

• elaborar atividades didáticas que contemplem o conceito de frações e algumas de suas operações.

O autor estruturou sua dissertação da seguinte maneira: No Capítulo 2 apresenta a definição precisa de fração escolhida para este trabalho, bem como a demonstração e discussão de resultados obtidos a partir desta definição. No Capítulo 3 foi feita uma análise comparativa de alguns livros didáticos do Ensino Fundamental - Anos Finais em relação aos conceitos desenvolvidos no Capítulo 2.

Alguns pontos da última versão da BNCC (Brasil, 2017) em relação às habilidades correspondentes ao ensino de frações também são comentados neste capítulo e no Capítulo 4 traz uma proposta de sequência didática para o ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental, com o uso de Tangram. A autora propôs uma sequência didática utilizando como base os resultados e conceitos expostos até então.

A pesquisa e a escrita do trabalho de Araújo (2021), concomitante com as aulas do mestrado, serviram como base da autora para uma reflexão profunda acerca de sua prática pedagógica na totalidade, não apenas no ensino de frações. Durante a pesquisa, foi percebido pela autora que os livros didáticos analisados possuem pontos positivos e satisfatórios inclusive em relação às discussões formais acerca de frações, assim como a ausência de conceitos básicos extremamente necessários a seu ponto de vista.

De maneira geral, após este período do curso de mestrado, foi percebido pela autora que, em muitos casos, os professores de matemática apenas transmitiam conhecimentos, sem propiciar aos estudantes questionamentos nem ativar neles o pensamento crítico ou despertar a curiosidade. O ensino-aprendizagem da Matemática na escola é muitas vezes uma reprodução de técnicas de forma especialmente mecânica.

Araújo (2021) compreende que, para que os estudantes possam ir além, é preciso fazer com que eles se sintam engajados. Explicar o porquê dos conceitos que está se ensinando pode ser uma forma de encorajar este engajamento. Este trabalho foi em parte realizado durante a pandemia de Covid-19, ressalta a autora. Nestes tempos de pandemia e com os efeitos das aulas "on-line", apontou a necessidade de retomar conceitos básicos para a real compreensão e significação do aprendizado.

Entendeu também que o aluno deve ser protagonista do processo e não apenas coadjuvante e certamente, a educação está entre as áreas mais afetadas por este período pandêmico e, com a gradual retomada das aulas presenciais, nós, professores, precisamos estimular e encorajar nossos alunos a se dedicarem. Além de uma contribuição acadêmica na forma de dissertação, o impacto em sua prática docente desta pesquisa em particular e do curso de mestrado em Matemática em Rede foram de grande importância para o seu aprimoramento na condição de professora de Matemática do Ensino Básico.

Em se tratando da Formação Continuada de Professores, Vernizzi (2021) apresenta em sua dissertação sobre "O ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária: formação continuada de professores", quatro sequências didáticas, para o ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária, para ser discutida com docentes que trabalham com as séries iniciais do Ensino Fundamental II.

Por meio da revisão bibliográfica o autor supracitado encontrou um número pequeno de pesquisas que tratam dessas operações. Além disso observou a falta de autonomia de professores para elaborar atividades desse tipo, o que o levou a ideia de investigar para responder a seguinte questão: quais conhecimentos professores de matemática mobilizam a respeito do ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária durante a discussão de uma sequência de ensino para o sexto ano do Ensino Fundamental?

Para responder à questão norteadora e atingir os objetivos Vernizzi (2021) optou pela Engenharia Didática de segunda geração como metodologia de pesquisa. Dessa forma, esse autor focou nas operações na concepção parte-todo, partindo das representações de figuras geométricas planas, por ser a mais comum tanto nos livros didáticos quanto na prática dos professores, embora as demais concepções possam aparecer durante as soluções. Na pesquisa de Vernizzi (2021), foi elaborada e aplicada uma sequência didática a um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental II elaborada com base nas sequências apresentadas por Camilo (2009) e Pereira (2011), já aplicadas com alunos.

Para melhor organizar a sequência que foi discutida com os professores Vernizzi (2021) se baseou na teoria dos Campos Conceituais, tendo em vista que foi tratado do campo aditivo e multiplicativo, além da teoria dos Registros de Representações Semióticas, pois o registro das representações fracionárias tem sua construção iniciada nas séries iniciais do ensino fundamental, que apresentamos no que segue.

A realização do estudo de Vernizzi (2021) teve como objetivo investigar, por meio de sequências didáticas envolvendo as quatro operações com frações e também problemas que mobilizam operações com frações, os conhecimentos dos professores participantes quanto a abordagem com seus alunos quanto as operações com números fracionários, assim como capacitar professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental II, em uma formação continuada, por meio da análise de uma sequência didática para o ensino das operações fundamentais com números racionais em sua representação fracionária de modo a buscar discutir novos caminhos para o ensino e, em decorrência, minimizar as dificuldades que os alunos apresentam na aprendizagem dessas operações.

Foram propostas diversas situações problemas, em que professores, mobilizando a concepção parte-todo, buscassem a solução de cada atividade apresentando ao final uma regra operatória. As análises dos dados foram obtidas por meio do instrumento diagnóstico pelas quatro sequências que foram respondidas por seis professores participantes. Analisando os resultados gerais, o autor verificou que durante as interações ocorridas entre os participantes e o pesquisador, ficou bastante evidente a importância de o professor ter clareza do assunto que está sendo ensinado, pois dependendo da atuação do professor e de suas devolutivas, o diálogo poderá ou não conduzir o aluno a refletir e compreender realmente o conteúdo que está sendo ensinado.

O referido autor constatou que as atividades realizadas em grupos foi um ponto positivo e muitas das concepções foram expostas pelas conversas entre os participantes durante a resolução das atividades. Um aspecto negativo percebido está relacionado à formação ter sido feita de forma remota, devido ao atendimento aos protocolos do COVID-19, entendeu que na forma presencial poderia ter captado com mais riqueza de detalhes as discussões. Segundo Vernizzi (2021) a sequência didática vai de encontro a essa aprendizagem por memorização, uma vez que possibilitou aos professores participantes que os alunos podem construir significados a regras operatórias referentes aos números fracionários.

Afirma também, que para essa amostra de sujeitos, a aplicação desta sequência lhe permitiu observar mudanças, por parte dos professores, na forma de ensinar regras operatória dos números fracionários. Em relação ao uso da tecnologia, Boszko (2018) elaborou sua dissertação sobre “Os jogos digitais como qualificadores da aprendizagem de frações”, que teve como objetivo geral investigar os benefícios no processo de aprendizagem de frações evidenciados com o uso de jogos digitais com diferentes representações semióticas dos números fracionários, alicerçados em objetivos específicos como: introduzir o jogo digital na aula de frações; desmistificar a visão estereotipada da matemática por parte dos alunos; aproximar os conceitos trabalhados com o cotidiano do aluno; estimular o trabalho em grupo; associar diferentes representações semióticas a um mesmo número fracionário, reduzir a cronologia do processo cognitivo.

Essa dissertação se insere na linha de pesquisa “Tecnologias de Informação, Comunicação e Interação aplicadas ao Ensino de Ciências e Matemática, cujo a sequência didática foi aplicada para uma turma do oitavo ano de uma escola indígena de ensino fundamental. O tópico que foi abordado na sequência didática foi aplicado em turmas do sexto ano, mas por uma questão étnico-cultural, as sequências normais dos conteúdos programáticos acabaram ficando fragilizadas. Outro fator que foi levado em consideração neste trabalho foi a falta de contato deles com as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) porém deve-se relevar a observação de que houve fácil assimilação destes quando apresentados a eles.

Boszko (2018) organizou a sua dissertação da seguinte forma: no capítulo 2 foi discutido sobre frações elencando algumas dificuldades que os alunos enfrentam no processo de aprendizagem deste conteúdo. No capítulo 3 foi discutido os referenciais relativos a tecnologias e educação, o jogo como recurso didático, a matemática e o cotidiano, a importância da fração no conhecimento matemático e a teoria de representação semiótica.

Na metodologia o autor falou sobre as atividades desenvolvidas no decorrer do estudo, bem como a culminância da aplicação do produto educacional. Conforme o observado na pesquisa por meio da ludicidade dos jogos é possível o desenvolvimento da aprendizagem. Com o uso destes, os educandos aprimoram o trabalho em grupo, o respeito a normas e regras, e estimula a interação entre os pares. O “aprender” passa a ser um processo divertido e desejado.

Com o desenvolver do trabalho, o autor concluiu que o ensino, mesmo quando baseado na metodologia tradicional, pode ser complementado, utilizando-se de outras metodologias. Atentando-se ao fato de que o ensino é uma situação complexa. Dessa maneira o autor entende que não há um manual de procedimentos corretos a ser seguido, ou seja, a metodologia de aula caracteriza-se por ser mutável e requerer adaptações. Considerando que cada turma possui características distintas e que cada aluno apresenta particularidades em relação aos demais, é essencial reconhecer que os estudantes trazem consigo conhecimentos influenciados por seu contexto histórico e social. Esse contexto, por sua vez, nem sempre coincide com a realidade do professor.

E como resultado o referido autor afirma que seu trabalho colaborou significativamente para o processo de processo de aprendizagem de conteúdos relativos a frações, identificando de que maneira esta sequência contribuiu para o processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos relacionados a este conteúdo em especial o de parte-todo e suas equivalências, podendo ser utilizada como um recurso didático pedagógico pelos profissionais da educação quando trabalharem com estes conceitos. Por fim o autor destaca que esta dissertação é acompanhada de um produto educacional que reúne o material utilizado nos encontros e a sequência didática desenvolvida, o qual encontra-se disponível no portal Educapes, no endereço <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/206989>.

3.6 ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

O ensino da matemática é uma parte fundamental da realidade humana, estando presente em diversas áreas da vida cotidiana. No ambiente escolar, sua presença é ainda mais intensa, tornando-se essencial que seja compreendido de forma significativa para garantir um ensino eficaz e um desenvolvimento adequado no processo de ensino-aprendizagem. A abordagem dos números racionais em sua representação fracionária está consolidada no currículo de Matemática desde os anos iniciais até os anos finais do Ensino Fundamental.

Esse conteúdo desempenha um papel fundamental, pois possibilita aos alunos a construção do conhecimento necessário para compreender que os números naturais, por si só, não são suficientes para resolver determinadas situações matemáticas que lhes são apresentadas. De acordo com Campos e Rodrigues (2007), em relação a aptidão de contar, que o homem já exercia, não foi eficaz para responder à questão de quantas vezes uma grandeza era maior que a outra, surgiu o número racional. Com efeito, Caraça (2010) apresenta esse princípio a partir do momento em que o homem encontra complicações para representar uma razão não exata.

> Em geral, sempre que feita a subdivisão da unidade em n partes iguais, uma dessas partes caiba m vezes na grandeza a medir, a dificuldade surge sempre que, e só quando, m não seja divisível por n, isto é, no caso da impossibilidade da divisão (Caraça, 2010, p. 34).

Críticas a respeito do ensino da matemática tem surgido no decorrer dos anos e como consequências foram surgindo metodologias como alternativas para a melhoria do desenvolvimento desse aprendizado. As alternativas propostas possuem suas características próprias, assim como organização e seu desenvolvimento. As metodologias alternativas foram denominadas por Tendências em Educação Matemática nomeadas como: Uso da História da Matemática, Modelagem, Uso de jogos, Etnomatemática, Uso das tecnologias de comunicação, Investigação Matemática e Resolução de Problemas.

No que diz respeito a Atividades Experimentais (AE) relacionadas a Operações com Frações, voltado para adição de frações com denominadores iguais para uma turma do 6º ano do ensino fundamental, serão apresentadas algumas possibilidades. Objetivando proporcionar a percepção de um campo investigativo, as atividades estão voltadas ao desenvolvimento da autonomia do aluno em relação ao entendimento dos conteúdos propostos, provocando a percepção do aluno para novos caminhos que sejam capazes de auxiliar nas aprendizagens matemática a partir de aulas dinâmicas e atrativas.

As atividades por experimentação desenvolvem um papel de muita importância no ensino de matemática, pois contribui na elaboração do conhecimento, aprimorando a relação entre professores e alunos e proporcionando aos estudantes o acesso ao trabalho científico (Santos, 2014).

A aplicação desta metodologia investigativa em sala de aula gera mudanças no ambiente, onde o professor atua como intermediador do conhecimento e os alunos se tornam os protagonistas no desenvolvimento e das descobertas das definições do conteúdo estudado. Segundo Azevedo e Carvalho (2009), não é apropriado a utilização de roteiros prontos no decorrer das aulas experimentais, o importante é mostrar o problema ou a questão a ser respondida e permitir que o aluno aplique seu raciocínio para alcançar a uma solução, levando-o assim a refletir.

Baseando-se nas pesquisas de Gambera e Vital (2016), evidencia-se que o conhecimento de frações, em determinada ocasião do trajeto escolar, é necessário, e, se não for bem compreendido, poderá atrapalhar o progresso de conteúdos vindouros. De acordo com o PCN (Brasil, 1998, p. 102), a orientação é que se dê atenção diferenciada aos ensinos dos números racionais, nas suas representações fracionária e decimal. Conforme Valera (2003), diz que para o conteúdo ser bem compreendido pelos alunos, o professor precisa dispor de uma metodologia que favoreça a reconhecimento do significado de fatos, princípios e relações matemáticas.

Ausubel (2003) aponta que o fundamento da aprendizagem significativa

> Consiste no fato de que novas ideias expressas de forma simbólica (a tarefa de aprendizagem) se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe (a estrutura cognitiva deste numa determinada área de matérias), de forma não arbitrária e não literal, e que o produto desta interação ativa e integradora é o surgimento de um novo significado, que reflete a natureza substantiva e denotativa deste produto interativo (Ausubel, 2003, p. 71).

De acordo com Sá (2019), os métodos de ensino de matemática baseados na experimentação, assim como outras tendências matemáticas, apresentam uma estrutura que enfatiza a atividade por meio da conceituação e da redescoberta. O autor classifica as atividades experimentais conforme seus objetivos em duas categorias: conceituação e redescoberta. Essas atividades são desenvolvidas seguindo os seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.

A atividade de conceituação tem como objetivo orientar o estudante na observação e identificação da ocorrência de um determinado tipo de situação ou objeto matemático. Por outro lado, a atividade de redescoberta direciona o aluno à identificação e formulação de relações ou propriedades associadas a um conceito, objeto ou operação matemática.

De acordo com Sá (2019) as Tendências não são discordantes entre sim e nem geram conflitos com o ensino de Matemática por AE. Assim, o ensino de matemática por AE: 1) não deve ocorrer de forma improvisada; 2) não dispensa a participação ativa do docente durante a sua realização; 3) não deve ser utilizado após se ministrar exposição sobre o conteúdo; 4) não deve ser utilizado para verificar a validade de um resultado já estudado; 5) não dispensa do docente o conhecimento do assunto a ser trabalhado e 6) não deve ser utilizado como reforço de assunto explorado.

Estas observações em relação ao ensino de matemática por AE é adequada conforme as características do ensino de matemática por AE em Sá (2019) que são: 1) é diretivo; 2) tem compromisso com o conteúdo; 3) tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo; 4) é estruturado; 5) é sequencial; 6) não está necessariamente associado à resolução de problemas; 7) leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes; 8) os resultados são institucionalizados ao final da AE; 9) não dispensa a participação ativa do docente; 10) é adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos e 11) é iterativo entre estudantes e docente.

Desta forma, o ensino de matemática por AE é um método didático que tem seu desenvolvimento através da execução de atividades que envolve materiais concretos ou ideias desenvolvidas pelo professor objetivando mostrar aos alunos a direção de conhecimentos sobre conteúdos matemáticos específicos ao finalizar as atividades propostas, de acordo com resultados adquiridos e análises e reflexões dos resultados que foram obtidos.

3.6.1 Descrição das atividades experimentais

Segue uma atividade por redescoberta envolvendo adição de frações com denominadores iguais que pode ser desenvolvida pelos alunos do 6º ano do ensino fundamental.

Título: adição de frações com denominadores iguais.

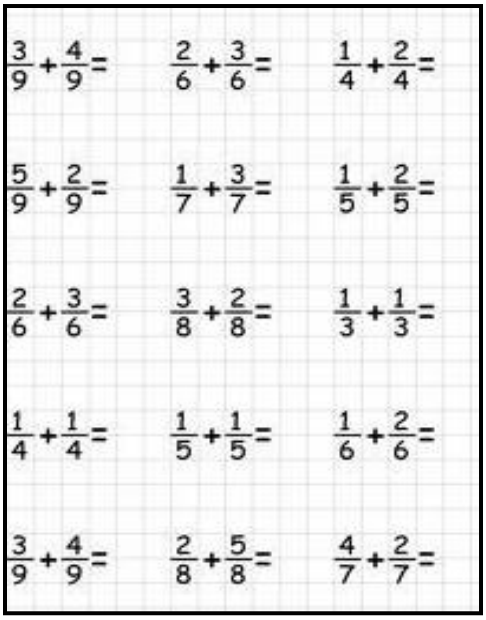
Objetivo: encontrar uma maneira de determinar a adição de frações com denominadores iguais.

Material: atividade impressa folha A4, caneta ou lápis.

Procedimento: cada área das figuras representa uma fração de um inteiro, faça a soma das frações utilizando uma figura para cada soma.

A figura 15 apresenta soma de frações com mesmo denominador

Figura 15 - Exemplos de soma entre frações com denominadores iguais

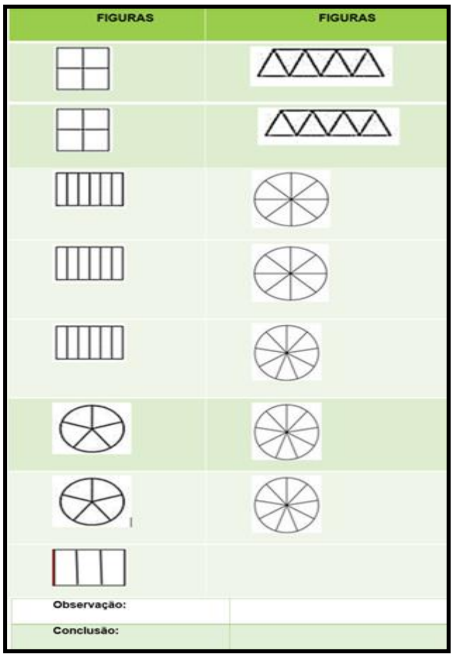


$\frac{3}{9}+\frac{4}{9}=$	$\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=$	$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=$
$\frac{5}{9}+\frac{2}{9}=$	$\frac{1}{7}+\frac{3}{7}=$	$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=$
$\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=$	$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=$	$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=$	$\frac{1}{6}+\frac{2}{6}=$
$\frac{3}{9}+\frac{4}{9}=$	$\frac{2}{8}+\frac{5}{8}=$	$\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=$

Fonte: a autora (2023

Será necessária a utilização da ficha de apoio conforme a figura 16.

Figura 16 - ficha de apoio



Fonte: a autora (2023).

Essa AE tem o propósito de propiciar a compreensão dos alunos em relação aos conceitos de frações em operações práticas no uso de figuras que representam frações, que somando frações com denominadores iguais, apenas os numeradores serão adicionados e os denominadores serão apenas repetidos, trazendo a construção do conhecimento. Dessa forma ZOMPERO (2010) afirma que é necessário trazer para a sala de aula situações de descobertas que tenham sentido para o aluno, que se estabeleça em problemas reais e desafiadores, para que ele desenvolva o desejo de refletir, e buscar respostas, sobre que está investigando.

Os alunos podem chegar a apresentar dificuldades em relação a compreensão da atividade, se não perceberem em cada figura após chegarem ao resultado das somas, a permanência do mesmo denominador em cada figura que representa o todo e até mesmo a aplicar a adição tanto no numerador quanto no denominador. Os estudos de Merlini (2005) mostram que as estratégias previstas para a resolução de atividades podem admitir erros dos alunos ao realizarem as operações de adições com frações, devido se confundirem com os termos das frações propostas.

A metodologia a partir de AE possui grande potencial no desenvolvimento intelectual dos alunos pelo modo que proporciona a compreensão de determinado conceito matemático ou não. A descoberta faz parte da metodologia por AE, através da atividade relativa as operações com frações apresentada anteriormente, a adição com denominadores iguais se compõe de maneira mais significativa a partir da representação com figuras.

Esta atividade tem por objetivo proporcionar boa aprendizagens por AE, onde os alunos consigam desenvolver autonomia e melhores compreensões dos conceitos matemáticos. Esta pode ser aplicada a alunos do 6º ano do ensino fundamental. Portanto, o ensino por AE representa um importante caminho para o desenvolvimento de importante aprendizagens, como é o caso de operações com frações.

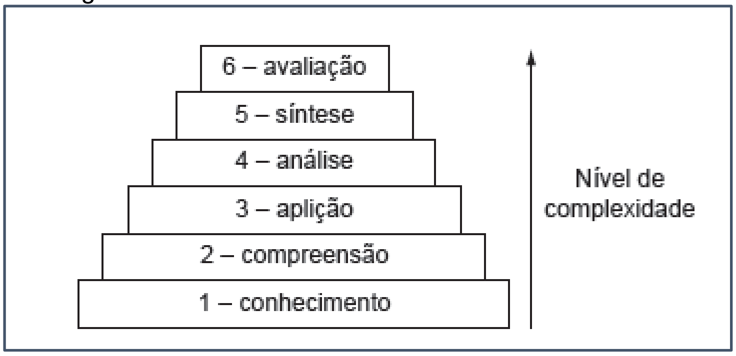
3.7 TAXONOMIA DE BLOOM

Utilizamos muitos instrumentos que já fazem parte do plano de ensino didático-pedagógico, onde levamos em consideração sua organização, estrutura e seu direcionamento para os objetivos propostos de como se deve proceder no processo de avaliação. E a Taxonomia de Bloom é um instrumento que tem como objetivo identificar objetos que estão relacionados ao desenvolvimento cognitivo, suas competências e atitudes, facilitando assim o processo de ensino e aprendizagem. Segundo Conklin (2005),

> a Taxonomia de Bloom e sua classificação hierárquica dos objetivos de aprendizagem têm sido uma das maiores contribuições acadêmicas para educadores que, conscientemente, procuram meios de estimular, nos seus discentes, raciocínio e abstrações de alto nível (higher order thinking), sem distanciar-se dos objetivos instrucionais previamente propostos (Conklin, 2005).

A Taxonomia de Bloom está dividida em 6 níveis: Conhecimento, Compreensão, Aplicação, Síntese, Análise e Avaliação. Onde esses níveis tem seus graus de dificuldade mais eminentes a cada nível que sucede o anterior como o esquema apresentado abaixo:

Figure 17 Estrutura da Taxonomia de Bloom



Fonte: Enfermeiro Nogueira: Taxionomia de Bloom

A ideia central da taxonomia sobre o que os professores almejam é que os discentes entendam baseado nos objetivos de ensino, o avanço do nível de menor a maior complexidade de aprendizado. Os níveis propostos na Taxonomia de Bloom seguem uma ordem sucessiva de entendimento, e espera-se que sempre que um nível seja dominado antes que alcance o próximo.

A utilização da Taxonomia de Bloom é uma forma de elaboração de questões que contemplam as habilidades que se esperam para cada situação problema. Para Krathwohl (2002), geralmente os objetivos declaram o que é esperado que os discentes aprendam e esquecem de explicitar, de forma coerente, o que eles deverão ser capazes de realizar com aquele conhecimento.

A Taxonomia de Bloom foi publicada no ano de 1956, por um grupo de psicólogos da Universidade de Chicago recebendo o nome do Presidente do Comitê, Benjamim Bloom doutor em Educação pela Universidade de Chicago, foi o criador da Taxonomia de Bloom (1913-1999). A mesma Trata-se de uma taxonomia que classifica os domínios da aprendizagem, e está direcionada pelos domínios cognitivo, afetivo e psicomotor. O mais aplicado pelos docentes baseia-se no modelo cognitivo com seus 6 diferentes níveis de classificação.

Quadro 6 - Domínio cognitivo de Bloom e seus seis níveis

Domínio cognitivo de Bloom-Esse domínio da taxonomia de Bloom refere-se à área intelectual dos alunos. Além disso, o domínio cognitivo compreende seis níveis ou subáreas que devem ser levados em consideração: conhecimento, compreensão, aplicação, análise, síntese e avaliação.	
Conhecimento:	esse nível refere-se ao conhecimento que os alunos devem ter sobre dados específicos e às formas e meios de tratar esses dados. Geralmente trata-se de elementos que devem ser memorizados.
Compreensão	para os alunos, esse nível consiste em capturar o sentido direto de uma comunicação, de um fenômeno ou da apreciação de um fato que aconteceu. Também cabe destacar que esse nível é subdividido em outros três níveis: transferência (trocar uma forma de informação por outra), interpretação (explicar o conceito de maneira personalizada) e extrapolação (determinar possíveis resultados ou consequências).
Aplicação	esse nível se refere à capacidade de aplicar as informações aprendidas em um caso ou problema real ou levantado hipoteticamente.
Análise	Nesse ponto, é quando as diferentes partes de um mesmo problema devem ser divididas para serem analisadas minuciosamente. Assim, compreendemos três tipos de análise: análise de elementos (identificar os elementos que compõem um todo), análise de relacionamentos (capturar os relacionamentos existentes no mesmo evento) e análise de princípios organizacionais (identificar linhas mestres que sustentam a estrutura do problema).
Síntese	refere-se à verificação dos elementos que compõem um todo, ou seja, a verificação das diferentes partes que compõem o problema ou situação a ser avaliada.
Avaliação	esse último nível inclui a atitude crítica que os alunos devem ter diante dos fatos que compõem o problema.

Fonte: Elaboração da autora, 2022

A Taxonomia de Bloom mesmo revisada continua com seus seis itens, sendo direcionados por verbos. No quadro 7 estão apresentados os verbos da Taxonomia de Bloom.

Quadro 7 - Verbos no domínio cognitivo da Taxonomia de Bloom

Conhecimento	Compreensão	Aplicação	Análise	Síntese	Avaliação
Listar	Esquematizar	Utilizar	Resolver	Defender	Elaborar
Relembrar	Relacionar	Implementar	Categorizar	Delimitar	Desenhar
Reconhecer	Explicar	Modificar	Diferenciar	Estimar	Produzir
Identificar	Demonstrar	Experimentar	Comparar	Selecionar	Prototipar
Localizar	Parafrasear	Calcular	Explicar	Justificar	Traçar
Descrever	Associar	Demonstrar	Integrar	comparar	Idear
Citar	Converter	Classificar	Investigar	Explicar	Inventar

Fonte: Adaptada Taxionomia de Bloom/Amplifica

Percebemos também que geralmente os graus de dificuldades das questões inicia-se sempre do nível com maior facilidade até chegar no grau de maior dificuldade, possibilitando assim que os educandos alcancem o aprendizado proposto, tendo como base o nível anterior. Quando elaboramos questões, precisamos levar em consideração a importância da resolução de problemas nas aulas de matemática de como a utilização de questões bem elaboradas e criativas dentro dos níveis adequados, o contexto vivenciado pelos alunos de maneira que eles consigam desenvolver a atividade proposta aplicando suas habilidades.

Este método de ensino e aprendizagem facilita a compreensão dos alunos, desenvolvendo o aprendizado de maneira significativa. Referente a nossa pesquisa a Taxonomia de Bloom esteve presente no aspecto avaliativo e na organização das atividades que foram executadas: pré-teste, aplicação da sequência didática, atividade de aprofundamento e o pós-teste, possibilitando momentos de compreensão e adequações.

3.8 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

As dificuldades estão presentes em sala de aula quando o assunto é frações. Falta de recursos, necessidades de formação continuada e materiais adequados são alguns dos motivos que tornam permanente esse cenário. Um material muito presente na sala de aula do (a) professor (a) de matemática é o livro didático, por essa razão, esta pesquisa conduziu a análise de dez livros didáticos de matemática do Plano

Nacional do Livro Didático (PNLD) com foco no 6º ano do ensino fundamental voltado ao objeto matemático operações básicas com frações.

Para um melhor aproveitamento do livro didático, deve-se considerar sua estrutura e modo de abordagem dos objetos de conhecimento. Assim, será interesse observar como as atividades envolvendo operações básicas com frações estão organizadas no livro didático. Esta sessão apresenta resultados de um estudo sobre análise de livros didáticos de matemática do 6º ano, realizado pela autora na disciplina “a resolução de problemas no processo de ensino, aprendizagem e avaliação de matemática”, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará.

O PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) desde 1997, já citavam a importância de utilizar o livro didático nas escolas brasileiras. Como já é frequente a utilização desse recurso pedagógico nas escolas, é necessário que ele seja aplicado de maneira eficaz.

> O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento (Brasil, 1998, p. 67).

Ao analisar livros didáticos é comum reconhecer equívocos em sua estrutura, nas abordagens conceituais e nas atividades propostas, muitas vezes por falta de revisão. Por isso, diversificar os livros pode fornecer um arsenal de repertório sobre o saber e possibilidades de aprendizagens. Na análise dos livros didáticos, foram considerados 10 livros de matemática do 6º ano com foco em frações. Para esta análise foram consideradas as atividades e proposições metodológicas presentes nos livros.

Os livros utilizados foram consultados em uma base compartilhada pelo drive:https://drive.google.com/folderview?id=1NpbHHyDhtu07eKi_r6Yx3hzYZTlV3aYp, disponibilizado pelo professor mediador da disciplina “resolução de problemas no processo de ensino, aprendizagem e avaliação de matemática”. Entre o rol de livros disponíveis, foram escolhidos os livros: Teláris Matemática, Descobrindo e Aplicando a Matemática, Vontade de Saber Matemática, Matemática, A Conquista da

Matemática, Caderno do Futuro, Araribá Mais Matemática, Matemática Compreensão e Prática, Matemática Bianchini e Projeto Teláris.

O critério de escolha dos livros foi pautado apenas no nível de ensino, ou seja, o 6º ano do ensino fundamental. No processo de análise foi utilizada uma ficha com critérios bem definidos conforme as orientações do professor responsável pela disciplina. Nas análises, os livros foram identificados da seguinte forma: L1 (livro 1), L2 (livro 2), L3 (livro 3), L4 (livro 4), L5 (livro 5), L6 (livro 6), L7 (livro7), L8 (livro 8), L9 (livro 9) e L10 (livro 10). Após a realização das análises e preenchimento das fichas, as informações coletadas foram tabuladas e organizada em quadros com resumos de cada item examinado nas literaturas.

Os insumos gerados também possibilitaram a escrita de um relatório conforme os roteiros apresentados na sequência. O objeto matemático de estudo investigado foi frações. No quadro 1 está disponibilizado os dados sobre as informações dos livros didáticos, como: Título do livro, Autor, Editora, Ano e Quantidades de páginas. O guia do Livro Didático é elaborado pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) sendo este uma ferramenta muito importante para o auxílio do professor na análise de livros. Neste documento contém orientações importantes de como deve ser utilizado o livro didático em sala de aula e também de que forma devemos analisá-los.

> É preciso observar, no entanto, que as possíveis funções que um livro didático pode exercer não se tornam realidade, caso não se leve em conta o contexto em que ele é utilizado. Noutras palavras, as funções acima referidas são histórica e socialmente situadas e, assim, sujeitas a limitações e contradições. Por isso, tanto na escolha quanto no uso do livro, o professor tem o papel indispensável de observar a adequação desse instrumento didático à sua prática pedagógica e ao seu aluno (Brasil, 2007, p.12).

As obras analisadas são dos últimos seis anos conforme a Tabela 5, período correspondente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo que estabelece as aprendizagens essências a cada etapa da educação básica.

Tabela 5 - Informações técnicas sobre os livros didáticos

Livros	**Título do livro**	Autor	**Editora**	**Ano**	Quantidade de Páginas
L1	Teláris Matemática	Luiz Roberto Dante	Ática	2018	33
L2	Descobrindo e aplicando a Matemática	Alceu dos santos Mazzieiro/Paulo	DIMENSÃO	2015	22

		Antônio Fonseca Machado			
L3	Vontade de Saber Matemática	Joamir Souza/Patrícia Moreno Pataro	FTD	2012	33
L4	Matemática	Trilhas Sistema de Ensino	FTD	2018	30
L5	A Conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Júnior/Benedicto Castrucci	FTD	2018	38
L6	Caderno do Futuro	Jorge Daniel Silva/Valter dos Santos Fernandes/Orlando Donizete Mabelini	IBEP	2013	14
L7	Araribá Mais Matemática	Mara Regina Garcia Gay/Willian Raphael Silva	MODERNA	2018	27
L8	Matemática Compreensão e Prática	Ênio Silveira	MODERNA	2015	27
L9	Matemática Bianchini	Edwaldo Bianchini	MODERNA	2015	50
L10	Projeto Teláris	Luiz Roberto Dante	ÀTICA	2015	38

Fonte: a autora (2022).

A Tabela 6 mostra a quantidade de questões por níveis da Taxonomia de Bloom. De acordo com as informações do quadro temos que os livros analisados tiveram questões envolvendo todos os níveis, exceto o L6 que no nível de avalição e síntese não apresentaram nenhuma questão. As análises mostraram que o nível aplicações e análises presentaram maior quantidade de questões e o nível com a menor quantidade de questões foi o de síntese.

A Taxonomia de Bloom descreve e estabelece relações entre um objeto específico de estudo, explorando seu conteúdo e características com o propósito de determinar um objetivo educacional. Trata-se de uma teoria de ensino que oferece suporte aos professores na elaboração de planos de aula, visando aprimorar o desempenho educacional. Essa taxonomia enfatiza três domínios fundamentais do aprendizado: cognitivo, afetivo e psicomotor.

Conklin (2005), afirma que os objetivos de aprendizagem da classificação hierárquica na Taxonomia de Bloom, são uma das maiores colaborações para os professores, pois estimulam os alunos ao raciocínio e concepção de um nível mais elevado.

Tabela 6 - Quantidade de questões por níveis da Taxonomia de Bloom

Livros	**Conhecimento**	**Compreensão**	**Aplicação**	**Análise**	**Avaliação**	**Síntese**	**Total**
1	14	35	58	28	10	11	56
2	10	6	23	2	4	3	6
3	27	18	52	12	14	6	29
4	17	8	20	6	3	3	7
5	13	12	26	22	10	6	5
6	4	4	35	2	-	-	5
7	10	8	26	15	4	8	1
8	16	8	48	18	6	3	9
9	8	11	47	32	6	9	28
10	15	11	36	14	5	8	8

Fonte: a autora (2022).

Na tabela anterior, referente as questões por níveis da Taxonomia de Bloom, temos em relação ao nível 1(conhecimento) que envolve: reconhecer e lembrar de fatos, termos, conceitos básicos ou perguntas sem necessariamente entender o que elas querem dizer. Referente as atividades propostas nos livros analisados, foi possível perceber que são apresentadas poucas questões sobre esse primeiro nível. E como a Taxonomia de Bloom se baseia na ideia de que o aluno para avançar para o próximo nível é necessário que ele tenha o domínio do conhecimento do nível anterior, essa transição é dificultada.

Sobre o nível 2 (compreensão), esta engloba a demonstração de um entendimento de ideias e fatos, organização, comparação, tradução, interpretação das principais ideias. As questões apontam uma quantidade reduzida referente a esse nível. No nível 3 (Aplicar), os alunos usam informações propostas em novas circunstâncias, como por exemplo resolução e interpretação de problemas propostos com base nos seus conhecimentos prévios. Conforme os dados desta análise, as questões relativas a esse nível são as que estão com maior frequência nos livros analisados.

Fica explicito que os autores, na elaboração dos livros não dão muita ênfase para os níveis 1 e 2 da Taxonomia de Bloom, e esperam que os alunos tenham a habilidade correspondente ao nível 3 de aplicar esse conhecimento. Quando esse nível é proposto pelos autores para os estudantes, espera-se que eles já tenham consolidado os conhecimentos dos níveis anteriores.

Em relação ao nível 4 (análise) espera-se que o aluno faça ligações entre as ideias propostas, perceba as diferenças de opiniões discrepantes e averiguar novas evidências, determinando a validez de uma hipótese. Entre as atividades propostas, há uma quantidade reduzida referente a esse nível, onde 20% deles contém apenas 2 questões e somente a obra “Matemática Bianchini” apresenta uma quantidade maior de questões As questões do nível 5 da Taxonomia de Bloom (avaliação) estão relacionadas à capacidade dos alunos de defender opiniões, emitir julgamentos de valor sobre as informações apresentadas e justificar suas ideias e a qualidade do trabalho com base em critérios estabelecidos.

Observa-se, entretanto, que há uma escassez de questões desse nível, sendo que apenas uma obra, Caderno do Futuro, não apresenta nenhuma questão correspondente. Esse cenário sugere que os alunos podem enfrentar limitações que dificultam sua progressão para níveis mais avançados de aprendizagem. O nível 6 (criação ou síntese) corresponde ao estágio mais elevado da taxonomia, no qual se pressupõe que, quanto mais alto o objetivo de aprendizagem, maior será o desenvolvimento cognitivo do aluno. Esse nível representa o topo da pirâmide e envolve a criação de trabalhos originais, permitindo que os estudantes construam, ilustrem, investiguem e elaborem novas ideias.

As análises indicam que a maioria das obras não contempla atividades desse nível, sendo a quantidade de questões propostas bastante reduzida. Ademais, a obra Caderno do Futuro não apresenta nenhuma questão nesse nível. A ausência de atividades dessa natureza pode ser prejudicial ao processo educacional, pois limita o desenvolvimento da criatividade dos alunos e restringe a ampliação de seus conhecimentos. Na tabela 7, é apresentada a quantidade de questões sobre o “Contexto Matemático e Contexto não Matemático”, o conhecimento matemático assim como seus objetivos é defendido pela BNCC, de modo que os estudantes possam compreender esse aprendizado e sejam capazes de resolver problemas do dia a dia.

Conforme as obras analisadas, a maioria dos autores já fazem essa aplicação em suas obras, ou seja, questões com essas características. Dessa forma, embora todas as obras apresentem questões deste tipo, apenas o livro “Teláris Matemática” contém a maioria de suas questões com contextualização matemática, proporcionando aos alunos a possibilidade de modelar e resolver problemas propostos ou até mesmo criá-los. Como o livro didático é um dos principais recursos que auxilia o professor em sua didática, este material precisa de maior atenção em relação a questões contextualizadas.

Pois essas atividades possibilitam ao aluno discussões, reflexões e elaborações dos conceitos matemáticos. Com base nos autores Vilela e Fonseca (2014), é possível perceber a importância da sintonia entre os livros didáticos e os documentos oficiais, mas na grande maioria das obras essa abordagem aparece em pequena quantidade, apresentam de forma artificial, separada dos conteúdos de matemática, estimulando somente a motivação ou ilustração, não integrando o conhecimento proposto a vivencia dos alunos.

Tabela 7 - Quantidade de questões sobre o Contexto Matemático

Livros	**Contexto matemático**	**Contexto não matemático**
L1	110	46
L2	39	7
L3	57	72
L4	26	31
L5	40	45
L6	27	18
L7	21	50
L8	51	48
L9	58	70
L10	44	44

Fonte: a autora (2022).

Na tabela 7, a maioria dos autores apresenta uma quantidade reduzida de questões de múltipla escolha, sendo que o L2, L4, L6 e L8 não utiliza nenhuma questão deste tipo e os demais apenas uma pequena quantidade. Questões dessa natureza apresentam suas vantagens, pois possibilitam a avaliação direta de habilidades como compreender conceitos e princípios, raciocinar, aplicar informações, interpretar informações e analisar dados.

Os livros também apresentam poucas atividades do tipo Prova Brasil, apenas o L1 aplica uma quantidade a mais que os outros, sendo ainda considerado a minoria. Nos livros L2, L4 e L6 não trabalham nenhuma questão deste tipo. De acordo com o PDE (Plano de Desenvolvimento e Educação), a Prova Brasil objetiva examinar a Educação Básica e investigar a diversidade e especificidade das escolas.

As questões do tipo Prova brasil tornam possíveis avaliar as competências construídas e as habilidades evoluídas assim como identificar as dificuldades de aprendizagem, preparando assim os estudantes para a avaliação nacional. Sobre as questões tipo Prova Brasil com descritores, há poucas registradas nas obras analisadas. Nos livros L2, L4, L6 e L8 não apresentam nenhuma questão desse tipo. Os descritores apresentam uma associação entre os conteúdos curriculares e as operações com cálculos mentais que precisam ser desenvolvidas pelos estudantes, traduzindo assim as competências e habilidades que se esperam deles.

Tabela 8 - Quantidade de questões de múltipla escolha, Tipo Prova Brasil e Tipo Prova Brasil com descritor

Livros	**Múltipla escolha**	**Tipo Prova Brasil**	**Tipo prova Brasil por descritor**
L1	21	21	6
L2	-	-	-
L3	9	9	4
L4	-	-	-
L5	2	2	2
L6	-	-	-
L7	4	4	2
L8	1	1	-
L9	4	4	3

Fonte: a autora (2022).

O quadro 8 retrata a quantidade de questões sobre informações gerais do objeto matemático, foi detectado que nos livros analisados foi o de quantidade de questões sobre possibilidades de mais soluções com uma quantidade mínima e apenas no L6 e L7 não contemplou nenhuma questão. Os demais questionamentos não foram encontrados.

Quadro 8 - Quantidade de questões sobre informações gerais

Livros	**Informações desnecessárias**	**Excesso de informações**	**Falta de informações**	**Possibilidade de mais soluções**	**Questões sem solução**
L1	-	-	-	7	-
L2	-	-	-	3	-
L3	-	-	-	9	-
L4	-	-	-	7	-
L5	-	-	-	7	-
L6	-	-	-	-	-
L7	-	-	-	-	-
L8	-	-	-	4	-
L9	-	-	-	7	-
L10	-	-	-	3	-

Fonte: a autora (2022).

O quadro 9 apresenta questões de avaliação de larga escala, entre estas, as questões de escola militar não foram contempladas em nenhum dos livros analisados, as questões presentes em concursos foram encontradas nos livros L8 e L9. As questões de Olímpiadas foram apresentadas no L1, L2, L3 e L7, e sobre Matemática Recreativa não encontramos nos L6, L8 e L9.

Quadro 9 - Questões de Avaliação de larga escala

Livros	**Olímpiadas**	**Matemática Recreativa**	**Concursos**	**Escola Militar**
L1	4	5	-	-
L2	2	1	-	-
L3	3	-	-	-
L4	-	3	-	-
L5	-	1	-	-
L6	-	-	-	-

L7	1	2	-	-
L8	-	-	1	-
L9	-	-	3	-
L10	-	1	-	-

Fonte: a autora (2022).

A avaliação em larga escala no âmbito escolar tem como finalidade fortalecer o processo de ensino aprendizagem e o Plano Nacional de Educação de 1997 afirma que:

> Instituir mecanismos de avaliação interna e externa, em todos os segmentos do Sistema Nacional de Educação, com a participação de todos os envolvidos no processo educacional, através de uma dinâmica democrática, legítima e transparente, que parte das condições básicas para o desenvolvimento do trabalho educativo até chegar a resultados socialmente significativos (PLANO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – proposta da sociedade brasileira, 1997, p.33).

As questões referentes a matemática recreativa aparecem em pequena quantidade nos livros analisados, porém nos livros L3, L6, L8 e L9 não apresentam nenhuma dessas questões. Essas informações mostram que a ausência dessas atividades pode estar contribuindo para o distanciamento dos alunos para o gosto pela matemática, devido a não compreensão.

Segundo Bezerra (2021) pela visão metodológica, questões sobre “Matemática Recreativa” podem ser de grande significância para promover o aprendizado do ensino de matemática em sala de aula com a história da matemática, estimular o entretenimento e entusiasmo e também servir como meio de divulgação da matemática fora do ambiente escolar. Sobre as questões de “Concurso” apresentadas nas atividades propostas nos livros analisados, os livros L8 e L9 apresentaram pouquíssimas questões com essa característica. Esse tipo de questão é importante para proporcionar aos alunos a experiência do exercício com itens de processos seletivos. Não foi encontrada nenhuma questão nas obras analisadas referente ao seletivas militares.

O quadro 10 apresenta os tipos de linguagens das questões analisadas, conforme a “Linguagem não imperativa”, nesse caso predominou na análise de todos os livros e devido o L1 conter mais questões, foi o livro que apresentou uma quantidade maior nesse sentido.

Quadro 10 - Tipos de linguagem das questões

Livros	Imperativa	Não imperativa	Outros aspectos
L1	46	110	-
L2	13	33	-
L3	35	94	-
L4	14	43	-
L5	35	50	-
L6	23	22	-
L7	32	39	-
L8	49	50	-
L9	52	76	-
L10	52	36	-

Fonte: a autora (2022).

A maioria dos livros utilizam a “Linguagem não imperativa”, fator positivo para o desenvolvimento dos alunos. As questões imperativas apresentam sua estrutura e morfologia especificas, provocando uma ordem e assim acabam dificultando a compreensão dos alunos.

As questões com linguagens imperativas geram de certa forma obrigações e de uma forma direta indica algo que precisa ser feito, impedindo assim que os alunos usem sua criatividade e interpretações para resolver as questões. Segundo Morgan (1995) é preciso que os alunos sejam capacitados para estar em compatibilidade com as possibilidades do uso da matemática e estimulá-los a fazerem suas próprias escolhas, buscando um melhor entendimento do texto, fazendo com que eles utilizem sua própria linguagem e poder apresentar suas ideias de acordo com a compreensão matemática obtida.

Apenas os livros L1, L2, L3 e L7 apresentam questões do tipo "Olimpíadas" analisadas neste estudo, as quais diferem das questões no estilo da Prova Brasil. O principal objetivo dessas questões é estimular o aprendizado da matemática por meio da resolução de situações-problema, incentivando o interesse tanto dos alunos quanto dos professores. A resolução desse tipo de questão exige raciocínio lógico e o desenvolvimento de estratégias específicas. No entanto, apenas os livros L1, L2, L3 e L7 apresentam um número reduzido dessas questões, enquanto os demais não as contemplam. Esses resultados sugerem possíveis dificuldades no desenvolvimento dos níveis de compreensão exigidos por esse tipo de exame, o que pode impactar negativamente a formação dos estudantes.

3.8.1 Limitações relativa ao processo de análise dos livros didáticos

No processo de análise dos livros didáticos, é importante destacar algumas limitações que cercaram esta pesquisa. A primeira delas foi o tempo, devido ao objeto matemático ser abrangente a todo conteúdo de operações com frações, a análise feita não obteve um resultado com melhores resultados e o tempo maior para as conclusões. A limitação a partir da amostra de dez exemplares de livros didáticos analisados, impossibilitou assim um resultado mais significativo, precisaríamos de um tempo maior para desenvolvermos uma análise mais precisa considerando outros exemplares, visando maiores comparativos e resultados.

O processo de busca demandou um tempo maior para a investigação, permitindo a obtenção de observações relevantes a partir das análises realizadas. Destaca-se a importância da avaliação criteriosa dos livros didáticos para garantir um fluxo adequado nas atividades pedagógicas e no planejamento do professor.

As análises evidenciaram que muitos autores não seguem integralmente as orientações estabelecidas nos documentos oficiais da educação, optando por uma abordagem baseada na repetição de conteúdos. Essa prática diverge das diretrizes educacionais, que recomendam a resolução de atividades por meio da investigação, utilizando contextos que se aproximam da realidade dos estudantes.

Apesar da reconhecida influência dos livros didáticos na educação, especialmente no direcionamento das práticas em sala de aula, muitos deles não estão em conformidade com essas recomendações. O estudo possibilitou uma análise detalhada das estruturas desses materiais e das atividades relacionadas ao ensino de frações. Diante desse cenário, torna-se evidente que a utilização de um único livro como fonte exclusiva de pesquisa é insuficiente. A diversificação das referências é essencial, pois proporciona uma abordagem mais ampla e favorece um processo de ensino, aprendizagem e avaliação mais significativo.

4 CONCEPÇÃO E ANÁLISE *A PRIORI*

Nossas concepções e análise *a priori* abordam a organização das atividades adequadas para a turma selecionada como amostra desta pesquisa. Dessa forma, com base em situações identificadas por meio da revisão bibliográfica, foram considerados fatores que podem contribuir diretamente para as dificuldades enfrentadas pelos alunos na resolução de operações básicas com frações. A partir dessas informações, foram selecionados procedimentos pedagógicos voltados para atender às necessidades específicas da turma, visando proporcionar uma aprendizagem significativa desse conteúdo.

4.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção, serão apresentadas as concepções matemáticas das operações básicas com frações por meio do ensino baseado em atividades experimentais, conforme proposto por Sá (2019, 2020), Mafra e Sá (2022, 2023) e Mafra, Fossa e Sá (2022). Além disso, será descrita a sequência didática a ser aplicada aos alunos do 6º ano de uma escola municipal da rede pública do município de Parauapebas, no estado do Pará. Com o objetivo de desenvolver atividades adequadas para a turma selecionada como amostra desta pesquisa, foram analisadas situações identificadas na revisão bibliográfica, a fim de compreender os fatores que podem contribuir para as dificuldades dos alunos na resolução de operações básicas com frações.

Com base nessas informações, foram selecionados procedimentos pedagógicos que buscam atender às necessidades específicas da turma, promovendo, assim, uma aprendizagem significativa desse conteúdo. Para o desenvolvimento da sequência didática, foram elaborados os seguintes instrumentos: testes diagnósticos contendo 12 questões cada. Dois desses testes serão aplicados com a finalidade de avaliar a aprendizagem ocorrida ao longo da sequência didática, sendo utilizados na forma de pré-teste e pós-teste.

Além disso, a sequência didática inclui seis atividades experimentais, com um número variável de questões (entre 10 e 24), organizadas com base nas operações básicas com frações, bem como seis atividades adicionais, contendo 10 questões cada, voltadas ao aprofundamento desse conteúdo. Outro instrumento diagnóstico adotado nesta pesquisa será um questionário socioeducacional (Apêndice A), cujo objetivo é investigar possíveis influências de fatores socioeconômicos e educacionais na aprendizagem dos alunos participantes.

As atividades que compõem a sequência didática proposta abrangem os seguintes tópicos relacionados ao conteúdo de frações: adição de frações com o mesmo denominador; subtração de frações com o mesmo denominador; adição de frações com denominadores diferentes; subtração de frações com denominadores diferentes; multiplicação de frações; e divisão de frações. Além disso, será utilizado um questionário socioeducacional como instrumento diagnóstico, com o objetivo de analisar se fatores socioeconômicos e educacionais exercem influência no processo de aprendizagem dos alunos participantes da pesquisa.

Teste Geral (Pré-Teste e Pós-Teste)

Título: Operações básicas com fração

Objetivo: Averiguar o desempenho dos alunos ao resolverem operações básicas com frações.

Material: Roteiro da atividade, caneta ou lápis e lista de questões.

Procedimento: Entregar uma cópia da folha de teste para cada aluno e solicitar que resolvam os problemas:

Resolva as questões a seguir.

1-Calcule as adições com frações.

a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$

b) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em perceber que não se deve somar os denominadores. Essa dificuldade será devido os mesmos somarem os numeradores e automaticamente são conduzidos a mesma ideia com os denominadores.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo que os denominadores são repetidos, não terão dificuldade para resolver a questão.

2-Miriam e Cecília saíram juntas de um mesmo ponto. Miriam andou $\frac{1}{8}$ de quilômetro e Cecília andou $\frac{3}{8}$ de quilômetro. Qual fração representa quanto de quilômetros foram no total caminhado por elas?

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em perceber que não se deve somar os denominadores. Essa dificuldade será por causa dos mesmos somarem os numeradores e automaticamente são conduzidos a mesma ideia com os denominadores.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo que os denominadores são repetidos, não terão dificuldade para resolver a questão.

3- Quanto é?

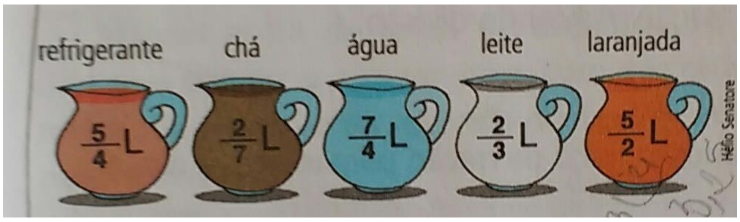
a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$

b) $\frac{4}{5} + \frac{1}{2} =$

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em perceber que não se deve somar os numeradores antes de transformar os denominadores pelo processo do m.m.c. Essa dificuldade será por causa dos mesmos somarem os numeradores e automaticamente são conduzidos a mesma ideia com os denominadores. uma vez que já desenvolveram essa prática na questão anterior.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo que é necessário fazer o processo do m.m.c. para efetuar os cálculos, não terão dificuldade para resolver a questão.

4- Observe as jarras da tia Januária e o que há em cada uma delas.



Se misturarmos o conteúdo das jarras de leite e de chá que fração do litro obteremos?

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em perceber que não se deve somar os numeradores antes de transformar os denominadores pelo processo do m.m.c. Essa dificuldade será por causa dos mesmos somarem os numeradores e automaticamente são conduzidos a mesma ideia com os denominadores. uma vez que já desenvolveram essa prática na questão anterior.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo que é necessário fazer o processo do m.m.c. para efetuar os cálculos, não terão dificuldade para resolver a questão.

5- Calcule:

a) $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} =$ b) $\frac{3}{6} - \frac{2}{6} =$

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em perceber que não se deve subtrair os denominadores. Essa dificuldade será por causa dos mesmos subtraírem os numeradores e automaticamente são conduzidos a mesma ideia com os denominadores.

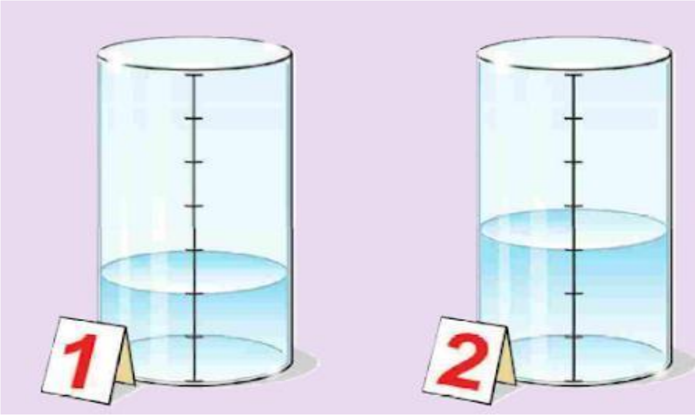
Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo que os denominadores são repetidos, não terão dificuldade para resolver a questão.

6- Que fração vamos obter se subtrairmos $\frac{3}{20}$ da fração $\frac{11}{20}$?

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em perceber que não se deve subtrair os denominadores. Essa dificuldade será devida os mesmos subtraírem os numeradores e automaticamente são conduzidos a mesma ideia com os denominadores.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo que se subtrai somente os numeradores e que os denominadores serão repetidos, não terão dificuldade para resolver a questão.

7-As duas vasilhas são iguais e estão com suco de hortelã.



Quanto a segunda vasilha tem a mais do que a primeira?

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em perceber que não se deve subtrair os denominadores. Essa dificuldade acontece pois os mesmos subtraem os numeradores e automaticamente são conduzidos a mesma ideia com os denominadores.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo que se subtrai somente os numeradores e que os denominadores serão repetidos, não terão dificuldade para resolver a questão.

8- Uma lata de achocolatado "pesa" 3/4 kg. Qual é o "peso" de 8 latas?

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em perceber que há um princípio multiplicativo, e provavelmente não conseguirão responder, ou se conseguirem responder, talvez somem os numeradores.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo o princípio multiplicativo das frações, não terão dificuldade para resolver a questão.

9-Em uma sala de aula, verificou-se que $\frac{2}{3}$ dos alunos praticam esportes. Desses alunos que praticam esportes, $\frac{3}{4}$ praticam voleibol. Qual fração dos alunos da sala que pratica voleibol?

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em perceber que há um princípio multiplicativo de frações, e provavelmente não conseguirão responder, ou se conseguirem responder, talvez subtraiam os numeradores.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo o princípio multiplicativo das frações, não terão dificuldade para resolver a questão

10- Calcule o resultado das expressões a seguir:

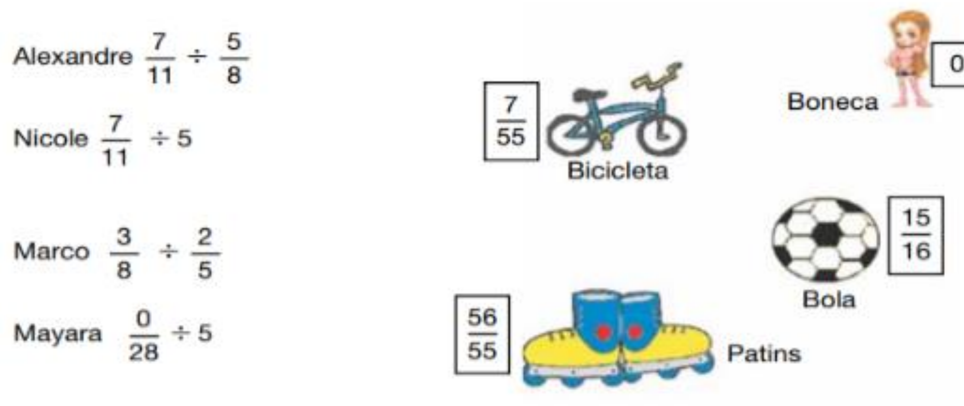
a) $\frac{2}{7}$ **:** $\frac{1}{5}$ =

b) $\frac{3}{4}$ **:** $\frac{2}{3}$ =

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em desenvolver essa divisão, e provavelmente não conseguirão responder, ou se conseguirem responder, dividam os numeradores e os denominadores entre si.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo a regra para dividir frações, não terão dificuldade para resolver a questão

11-No Dia das Crianças foi realizada uma gincana onde cada participante tinha que resolver uma divisão de fração e o resultado correspondia a um presente. Descubra qual presente cada criança ganhou.



Alexandre? _______________

Nicole? __________________

Marco? __________________

Mayara? _________________

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em desenvolver essa divisão, e provavelmente não conseguirão responder, ou se conseguirem responder, dividam os numeradores e os denominadores entre si.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo a regra para dividir frações, não terão dificuldade para resolver a questão.

12- Rui tem 1/4 de bolo e quer dividi-lo em 6 partes iguais. Que fração do bolo representará cada parte que Rui obtiver após a divisão de 1 /4 de bolo?

Análise a *priori* do pré-teste: Nesta questão os alunos terão dificuldade em desenvolver essa divisão, e provavelmente não conseguirão responder, ou se conseguirem responder, dividam os numeradores e os denominadores entre si.

Análise a *priori* do pós-teste: Os alunos já entendendo a regra para dividir frações, não terão dificuldade para resolver a questão.

4.1.2 ATIVIDADES

A sequência didática a ser aplicada no ensino das operações básicas com frações é composta por 12 atividades, seguindo o modelo de ensino por atividades experimentais, conforme proposto por Sá (2019). Além disso, será utilizada uma lista de exercícios de aprofundamento, destinada ao desenvolvimento das habilidades relacionadas ao conteúdo de operações básicas com frações.

ATIVIDADE 01

Título: Adição de Frações com mesmo denominador
Objetivo: Descobrir uma maneira de realizar adição de frações com o mesmo denominador
Material: roteiro da atividade, lista de questões, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva cada questão da lista de questões a seguir

1) Rodrigo toma 1 / 3 de litro de suco de laranja de manhã e 1/ 3 de litro durante o almoço. Que parte de um litro de suco ele consome diariamente?
2) Luana foi viajar. No primeiro dia ela percorreu 1/3 do caminho, no segundo dia mais 1/3. Qual é a fração que representa a distância que Luana percorreu?
3) Se você tivesse 1/4 de uma caixa de chocolates e ganhasse mais 1/4 da mesma caixa de chocolates com que fração dessa caixa de chocolates você ficaria?
4) Ana está pintando sua casa. No sábado ela pintou 1/ 4 da casa e no domingo pintou mais 1/ 4. Que fração representa a parte pintada da casa?
5) Rafaela comeu 1/ 5 de pizza de calabresa e Fernando 2/ 5 da mesma pizza. Que fração da pizza representa o total que eles comeram?
6) Maria dividiu uma melancia em 6 partes iguais. Ela comeu 1/ 5 da melancia e seu irmão 2/5. Que fração representa a parte da melancia que foi comida?
7) Um motorista saiu de Parauapebas para Marabá. No primeiro dia, percorreu 2/6 da distância que separa as duas cidades e no segundo dia, 3/6 dessa mesma distância. Qual é a fração que representa a distância percorrida após os dois dias de viagem realizados pelo motorista?
8) Ana tomou 2/6 de uma lata de refrigerante e Pedro 1/6 do mesmo refrigerante, qual a fração que representa quanto do refrigerante foi bebido?
9) João comprou 2/7 de um bolo de chocolate e ganhou 3/7 do mesmo bolo, que fração representa a quantidade de bolo que ele ficou?
10) Para ir de casa à escola, Helena percorre 2/7 de quilômetro e Cristina 3/7 de quilômetro. Que fração representa a quantidade de quilômetros que Helena e Cristina percorrem?

Questão	Operação realizada	Resultado
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Descubra uma maneira de obter os resultados sem fazer os desenhos:

Conclusão:

Análise a priori da atividade 1

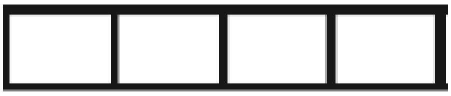
A atividade proposta aborda a adição de frações com denominadores iguais, com a expectativa de que os alunos identifiquem uma estratégia para somar essas frações e reconheçam a existência de uma regra para a realização dessas operações. A atividade é composta por 10 problemas e será iniciada com um exemplo utilizando figuras geométricas para facilitar a compreensão dos estudantes. O tempo estimado para o desenvolvimento dessa atividade é de uma aula de 45 minutos. Para auxiliar no entendimento do conceito, serão apresentados exemplos geométricos no quadro, conforme os exemplos 01 e 02.

Exemplo 01:

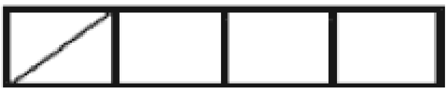
Rodrigo dividiu uma torta em 6 pedaços. Desses pedaços ele comeu 1/4 e seu irmão João também comeu 1/4 da torta. Que fração representa a parte da torta que Rodrigo e João comeram juntos?

Considere, como um inteiro, o retângulo abaixo, representando a torta.

Dividindo o inteiro em seis partes iguais, obtemos a seguinte figura:

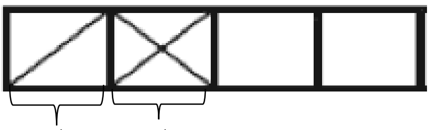


Representando a fração 1/6, temos:



$\frac{1}{4}$

Em seguida, destacamos a fração $\frac{1}{4}$



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

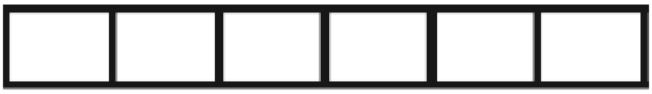
Observando a figura, podemos concluir que a parte da torta que Rodrigo e João comeram corresponde a $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$.

Exemplo 02

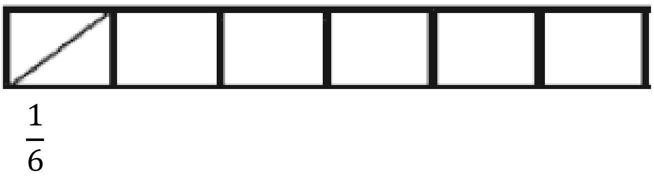
Numa fazenda em Belém do Pará, 2/6 da área total foi destinada para a plantação de soja, enquanto 3/6 da área total foi destinada ao cultivo de milho. Qual é a fração da área total da fazenda que está ocupada com a cultura de soja e milho?

Considere, como um inteiro, o retângulo abaixo, representando a área total.

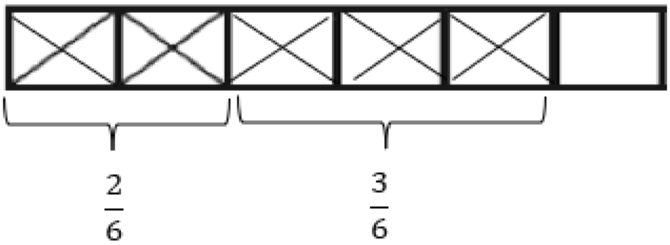
Dividindo o inteiro em seis partes iguais, obtemos a seguinte figura:



Representando a fração 1/6, temos:



Em seguida, destacamos as frações $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{6}$



Observando a figura, podemos concluir que a área total da fazenda que está ocupada corresponde a $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$.

Ao final da atividade estaremos descrevendo as possíveis observações que os alunos poderão fazer:

Quadro 11 - Observações da atividade 01

OBSERVAÇÕES	**VALIDADE**
Soma os numeradores e repete o denominador	Válida e desejada
Soma os números de cima e escreve de novo o que está embaixo	Válida e não desejada
Quando eu resolvo, só o numerador que muda, o de baixo fica na mesma.	Válida e não desejada
Soma os de cima e soma também os de baixo	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

As possíveis conclusões que os alunos poderão chegar são as seguintes:

Quadro 12 - Previsão das conclusões da atividade 01

CONCLUSÕES	VALIDADE
Para adicionar duas frações de mesmo denominador basta adicionar os numeradores e repetir o denominador.	Válida e desejada
Adiciona os numeradores e conserva o mesmo denominador.	Parcialmente Válida e desejada
Mantém o mesmo denominador.	Inválida e não desejada
Soma-se os numeradores e também os denominadores.	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

ATIVIDADE 02

Título: Subtração de Frações com mesmo denominador
Objetivo: Descobrir uma maneira de realizar subtração de frações com o mesmo denominador
Material: roteiro da atividade, lista de questões, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva cada questão da lista de questões a seguir

1) Pedro comprou 2/3 de uma barra completa de chocolate e comeu 1 /3 da barra de chocolate completa, que fração da barra completa de chocolate restou?
2) Maria tem 2/3 de pedaços de bolo de chocolate, e comeu 1/3 desses pedaços, que fração representa o que restou do bolo?
3) Em um zoológico, 3/4 dos animais é mamífero e 1 /4 são répteis. Qual a fração que representa a diferença de mamífero para répteis?
4) Jaime e Carla pegaram um lagarto em seu quintal. Seu comprimento da cabeça até o final da cauda é de 3/4 de metro e o comprimento de sua cauda é de 1/4 de metro. Qual é o comprimento do lagarto sem a cauda?
5) Um ônibus de viagem iria percorrer 3/5 de um percurso em uma viagem para São Paulo em um dia, sendo que pela manhã percorreria 2/5 desse percurso. Qual fração representa o percurso que ainda está faltando para concluir do dia de viajem?
6) Ganhei 3/5 de uma torta de morango e dei 2/5 da torta que ganhei para minha amiga Lara, que fração representa o que restou dessa torta?
7) Ana tem 4/6 de uma caixa de lápis e perde 1/6 dessa caixa, que fração da caixa de lápis ela ficou?
8) Maurício ganhou um pacote contendo 4/6 de biscoitos, comeu 1/6 desses biscoitos. Qual fração representa o que sobrou dos biscoitos?

9) Num passeio ao parque, 5/7 que participaram são homens e 3/7 são mulheres. Qual fração representa o total de homens que foram a mais que total de mulheres?
10) Jorge vai fazer uma viagem de carro com origem em São Paulo (SP) e destino em Belém (PA). Ele percorreu 5/7 do trajeto até a 1ª parada, e depois mais 3/7 do percurso até a 2ª parada. Que fração representa a parte do trajeto que ele ainda tem de percorrer?

Questão	Operação realizada	Resultado
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Descubra uma maneira de obter os resultados sem fazer os desenhos:

Conclusão:

Análise a priori da atividade 2

A atividade proposta sobre subtração de frações com denominadores iguais tem como objetivo auxiliar os alunos na identificação de um método para realizar essa operação, permitindo-lhes compreender a existência de uma regra matemática específica para sua execução. A atividade é composta por 10 problemas e será introduzida por meio de um exemplo que utiliza figuras geométricas como recurso visual para a resolução.

O tempo estimado para sua aplicação é de uma aula de 45 minutos. Acredita-se que os alunos alcançarão os resultados esperados, uma vez que a representação por meio de formas geométricas contribuirá para a compreensão do processo de subtração. Além disso, ao completarem o quadro proposto, poderão visualizar de forma estruturada a sequência dos cálculos realizados e os resultados obtidos. Para aprimorar ainda mais a compreensão do conceito, serão apresentados exemplos geométricos no quadro, conforme ilustrado nos exemplos 01 e 02.

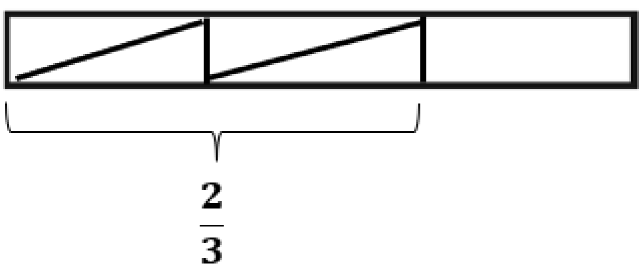
Exemplo 01

Ana tem 2/3 de pedaços de torta de morango, ela comeu 1/3 desses pedaços, que fração representa o que restou da torta?

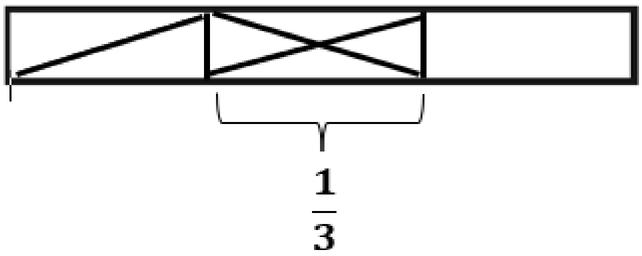
Considere, como um inteiro, o retângulo abaixo, representando a torta de morango.

Dividindo o inteiro em três partes iguais, obtemos a seguinte figura:

Representando a fração 2/3, através de um traço temos:



Em seguida, destacamos a fração $\frac{1}{3}$, destacando através de um traço no sentido contrário da figura já tracejada, temos:



Observando a figura, podemos concluir que a parte da torta que restou para Ana corresponde a $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

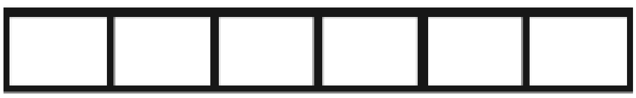
Exemplo 02

> **Dona Benta repartiu um bolo e deu 4/6 para seus sobrinhos Felipe e Tiago. Felipe ganhou 1/6 do bolo. Que fração do bolo Tiago ganhou?**

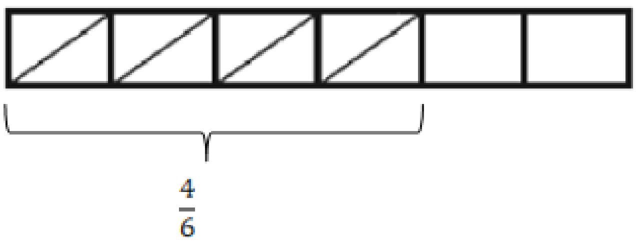
Solução apresentada:

Considere, como um inteiro, o retângulo abaixo, representando o bolo.

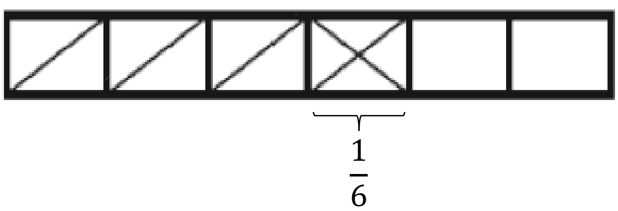
Dividindo o inteiro em seis partes iguais, obtemos a seguinte figura:



Representando a fração 4/6, através de um traço temos:



Em seguida, destacamos a fração $\frac{1}{6}$, destacando através de um traço no sentido contrário da figura já tracejada, temos:



Observando a figura, podemos concluir que a parte do bolo que Tiago ganhou corresponde a $\frac{4}{6}$ - $\frac{1}{6} = \frac{3}{6}$.

Ao final da atividade estaremos descrevendo as possíveis observações que os alunos poderão fazer:

Quadro 13 - Previsão das observações da atividade 02

OBSERVAÇÕES	VALIDADE
Subtrai os numeradores e repete o denominador	Válida e desejada
Faz uma conta de menos com os números de cima e repete os números de baixo	Válida e não desejada
Conserva o número de baixo	Válida e não desejada
Faz um conta de menos com os números de cima e depois com os números de baixo	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

As possíveis conclusões que os alunos poderão chegar são as seguintes:

Quadro 14 - As possíveis conclusões para a atividade 02

CONCLUSÕES	VALIDADE
Para subtrair duas frações com mesmo denominador, basta subtrair os numeradores e conservar o denominador	Válida e desejada
Subtraímos o numerador da primeira fração pelo numerador da segunda fração e conservando mesmo denominador.	Parcialmente Válida e desejada
Não faz conta com os números de baixo só repete os mesmos	Parcialmente válida e não desejada
Subtrai tanto os números de cima das frações quanto os números de baixo	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

ATIVIDADE 03

TÍTULO: Adição de Frações com denominadores diferentes
Objetivo: Descobrir uma maneira de realizar adição de frações com denominadores diferentes
Material: roteiro da atividade, lista de questões 3, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva cada questão da lista 3 de questões.

1) Ana comprou uma garrafa contendo 1/2 de um litro de suco e ganha outra garrafa com 1/3 de um litro do mesmo suco, qual fração representa o total de suco ela tem agora?
2) Numa fazenda em Castanhal, 1/2 da área total foi destinada para a plantação de milho, enquanto 1/3 da área total foi destinada para o cultivo de frutas regionais. Qual é a fração da área total da fazenda que está ocupada com o cultivo de frutas e milho?
3)Ana tem 1/2 de uma barra de chocolate e Roberta, 1/3 dessa mesma barra de chocolate. Que fração da barra de chocolate as duas tem juntas?
4) João comeu 2/3 de uma pizza e sua amiga Ana comeu 1/4 da mesma pizza, que fração representa o total da pizza elas comeram?
5) Uma empresa vai construir uma nova sede, ela vai destinar 2/3 do terreno para estacionamento, 1/4 do terreno para construção do prédio e o restante para área verde. Qual é a fração do total do terreno a ser ocupado pelo estacionamento e construção do prédio juntos?
6) Felipe está lendo um livro. Em um dia, ele leu 2/3 do livro e, no dia seguinte, leu 1/4 do livro. Qual a fração que representa a quantidade de páginas que já foram lidas por ele?
7) Bruna ganhou 1/3 do total de uma caixa de chocolates no sábado e no domingo ganhou mais 2/4 do total dessa mesma barra, qual fração representa quanto da barra de chocolates ela ganhou nesses dois dias?
8)Para fazer um trabalho escolar Daniel usou 1/3 de uma folha de cartolina e sua irmã Ana usou 2/4 da mesma folha. Que fração da folha de cartolina foi usada por Daniel e por Ana?
9) João irá receber um *tablet* em seu aniversário, como presente de seu pai e avós. Sabendo que seu pai pagará 1/3 do valor e seus avós 2/4 e o restante sairá do seu cofrinho, qual é a fração que representa o valor pago pelo pai e avós do menino juntos?
10) Para chegarem ao parque de diversões, Pedro percorre 3/5 de quilômetros e Tiago 2/6 de quilômetros. Que fração representa a quantidade de quilômetros que Pedro e Tiago caminharam?
11) Uma costureira, ao fazer uma blusa, usou 3/5 de metro de fita azul e 2/6 de metro de fita vermelha. Quantos metros ela usou no total?
12) Cristina tem 3/5 de um metro de tecido. Fátima tem 2/6 do mesmo metro de tecido. Qual fração do tecido tem as duas juntas?

Questão	Operação realizada	Resultado
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Descubra uma maneira de obter os resultados sem fazer os desenhos:

Conclusão:

Análise a priori da atividade 3

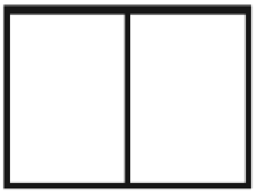
Nesta atividade, será abordada a adição de frações com denominadores diferentes, visando possibilitar que os alunos descubram estratégias para realizar essa operação, observando e registrando os métodos utilizados. A atividade é de nível regular, e, embora possam enfrentar dificuldades, espera-se que os alunos consigam encontrar os resultados com o auxílio de representações geométricas. A presença de denominadores diferentes pode gerar desafios adicionais, pois as regras para essa operação diferem daquelas aplicadas à adição de frações com denominadores iguais. A atividade 3 é composta por 12 problemas e será desenvolvida ao longo de duas aulas de 45 minutos cada. Para facilitar a compreensão dos conceitos abordados, serão apresentados exemplos geométricos no quadro, conforme ilustrado nos exemplos 01 e 02.

Exemplo 01:

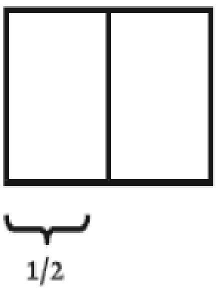
Em um sítio em Castanhal, 1 / 2 da área total foi destinada para a plantação de milho, enquanto 1/3 da área total foi destinada ao cultivo de frutas diversas. Qual é a fração da área total da fazenda que está ocupada com a cultura de milho e frutas?

fazenda que vai ser utilizada para a plantação de milho e frutas.

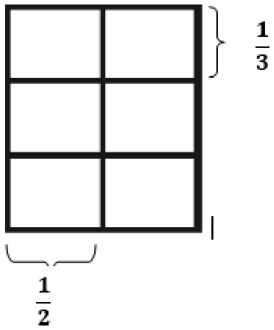
Dividindo o inteiro em duas partes iguais, obtemos a figura abaixo.



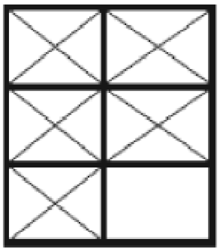
Representando a fração 1/ 2 na figura, temos:



Em seguida, dividindo novamente o inteiro em traços no sentido horizontal representando a fração 1/3, obtemos a figura abaixo:



Observando a figura, podemos concluir que 1/ 2 corresponde a 3 retângulos da figura e que 1/3 corresponde a 2 retângulos. Destacando os resultados correspondentes a 1/ 2 e 1/3 na figura obtemos:



Observando a figura, podemos concluir que 1/2 mais 1/3 correspondem a 5 retângulos da figura que está dividida em seis partes. Assim temos que a fração total da área ocupada da fazenda por milho e frutas é de:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}.$$

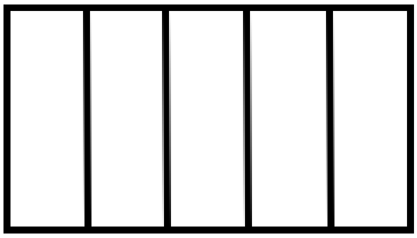
Exemplo 02:

Ana Maria está lendo um livro. Em um dia, ela leu 3/5 do livro e, no dia seguinte, leu 2/6 do mesmo livro. Qual a fração do livro que ela já leu?

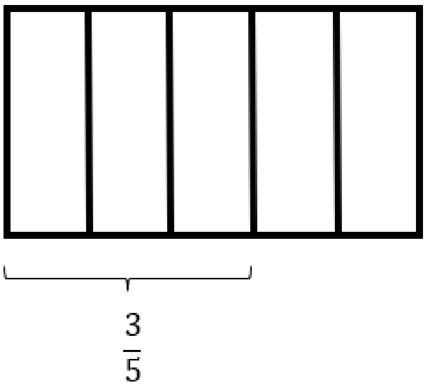
Solução apresentada:

Considerando o retângulo abaixo como um inteiro, representando o livro.

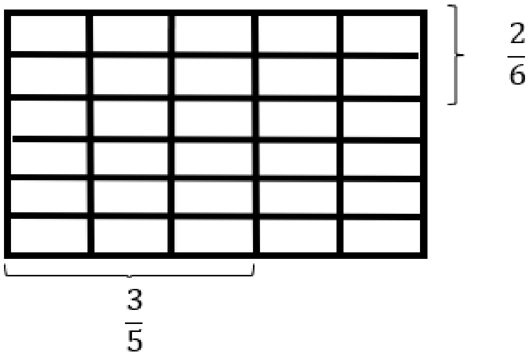
Dividindo o inteiro em cinco partes iguais no sentido vertical, obtemos a figura abaixo.



Representando a fração 3/5 na figura, temos:



Em seguida, dividindo novamente o inteiro em traços no sentido horizontal representando a fração 2/6, obtemos a figura abaixo:



Observando a figura, podemos concluir que 3/5 corresponde a 18 retângulos da figura e que 2/6 corresponde a 10 retângulos, e como a figura está dividida em trinta partes, podemos concluir que 3/5 mais 2/6 correspondem a 28 retângulos da figura.

Assim temos que a fração que representa a parte do livro lida é de:

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{6} = \frac{28}{30}.$$

Ao final da atividade estaremos descrevendo as possíveis observações que os alunos poderão fazer:

Quadro 15 - Previsão das observações da atividade 03

OBSERVAÇÕES	VALIDADE
Multiplica os denominadores para ser o novo denominador. Multiplica cruzado o numerador com denominador e soma os resultados para ser o novo numerador	Não válida
Faz uma conta de vezes dos números de baixo para colocar embaixo da nova fração. Em seguida, faz uma conta de vezes do número de cima da primeira fração pelo número de baixo da segunda fração e faz outra conta de vezes do número de cima da segunda fração pelo número de baixo da primeira fração, então, a adição dos resultados dessas duas contas de vezes resulta no número que fica em cima da nova fração.	Válida e não desejada
Para somar frações com denominadores diferentes, devemos multiplicar o numerador da primeira fração com o denominador da segunda e somar a multiplicação do denominador da primeira com o numerador da fração.	Válida e desejada

Fonte: a autora (2023).

As possíveis conclusões que os alunos poderão chegar são as seguintes:

Quadro 16 - Previsão de conclusões da atividade 03

CONCLUSÕES	VALIDADE
Para somar duas frações com denominadores diferentes basta realizar uma multiplicação com os denominadores, o resultado será o novo denominador. Após fazemos a multiplicação do numerador da primeira fração pelo denominador	Válida e desejada

da segunda fração, fazendo a soma e o resultado será o novo denominador.	
Realizamos uma multiplicação com os denominadores, com a resposta formamos o novo denominador. Depois, multiplicamos o numerador da primeira pelo denominador da segunda e multiplicamos o numerador da segunda pelo numerador da primeira. Em seguida, fazemos a soma dos numeradores finais.	Válida e não desejada
Realizamos uma multiplicação com os denominadores	Inválida e não desejada
Realizamos uma adição com os denominadores, o resultado forma um denominador novo. Depois multiplicamos os numeradores	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

ATIVIDADE 04

Título: Subtração de Frações com denominadores diferentes
Objetivo: Descobrir uma maneira de realizar subtração de frações com denominadores diferentes.
Material: roteiro da atividade, lista de questões 4, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva cada questão da lista 4 de questões

1) Uma balsa percorreu 1/2 de um percurso. Quanto ela ainda precisa percorrer para completar 1/3 do percurso?
2) José tem 1/2 dos carros de brinquedo de uma coleção. Seu irmão Raimundo perdeu 1/3 dos carros da coleção dele. Que fração representa a quantidade de carros que sobrou?
3) Antônio levou 1/2 de um chocolate para a escola, mas só comeu 1/3. Que fração do chocolate Augusto não comeu?
4) João e Maria ganharam 2/3 de uma quantia por um trabalho que fizeram. Após separarem o valor de cada um, João ficou com 1/4 do valor recebido. Que fração representa a quantia que Maria ficou?
5) Em um tanque de combustível em que sua capacidade máxima é de 2/3 de volume, já está com 1 /4 de combustível preenchido. Qual fração representa quanto falta para completar sua capacidade máxima?
6) Se você tem 2/3 de um litro de leite e derrama 1/4 desse leite, qual fração representa o que restou do leite?

7) Juliana comprou uma torta de maça contendo 1/2 de pedaços, dos quais comeu 2/5 dessa torta, qual fração representa o que sobrou da torta?
8) Da população de uma cidade 1/ 2 votou na eleição para prefeito. Dos quais 2 /5 das pessoas que votaram são mulheres. Que fração representa os votos dos homens?
9) A cidade de Santa Helena participou da eleição onde 1/2 da população votou para prefeito. Sabendo que 2/5 das pessoas que votaram são homens. Que fração representa a quantidade de votos das mulheres?
10)Júlia precisa percorrer 3/4 de um percurso, já caminhou 2/5 desse percurso, qual fração representa o que falta para ela concluir o percurso?
11) Alcione já percorreu 3/4 de uma distância. Quanto ela ainda tem de percorrer para completar 2/5 da distância?
12) Aurora tem 3/4 de uma penca de bananas (12 unidades). Dá a Alice 2/5 dessa penca de banana. Que fração representa a quantidade da penca de banana que Aurora ficou?

Questão	**Operação realizada**	**Resultado**
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Descubra uma maneira de obter os resultados sem fazer os desenhos:
Conclusão:

Análise a priori da atividade 4

Nesta atividade abordaremos subtrações com frações com denominadores diferentes, esperamos que os alunos encontrem uma maneira de desenvolver esta subtração observando e registrando a forma que encontrou para efetuar esta operação. Esta atividade é de nível regular, e esperamos que os alunos, ainda que tenham dificuldades, encontrem os resultados com o apoio das figuras geométricas, com a presença de denominadores diferentes podem gerar nos alunos conflitos, devido as regras serem diferentes das subtrações com mesmos denominadores.

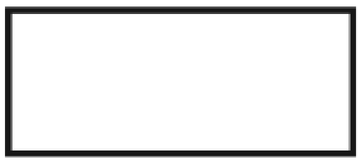
A atividade 4 possui 12 problemas e pretendemos utilizar o tempo determinado de 2 horas aulas de 45 minutos cada para seu desenvolvimento. Apresentaremos aos alunos exemplos geométricos escritos no quadro para uma melhor compreensão de como realizar a subtração com as frações, e assim viabilizar a eles o desenvolvimento da atividade mesmo sem conhecer a regra. Estaremos propondo a seguinte imagem desenhada no quadro conforme o exemplo 01 e o exemplo 02:

Exemplo 01:

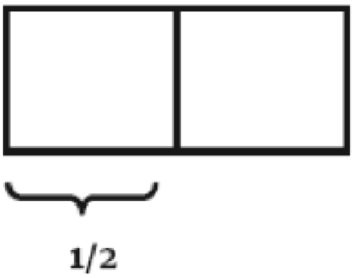
De uma caixa de bombons, foi distribuído 1/ 2 dos bombons para Luiz Carlos ficou com 1/4. Com que fração da caixa de bombons Fabiana ficou?

Solução apresentação:

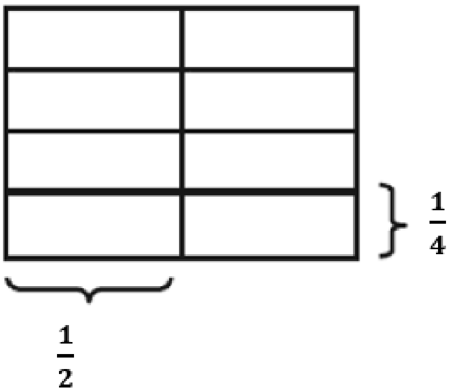
Considerando o retângulo abaixo como um inteiro para representar uma caixa de bombons que será repartida.



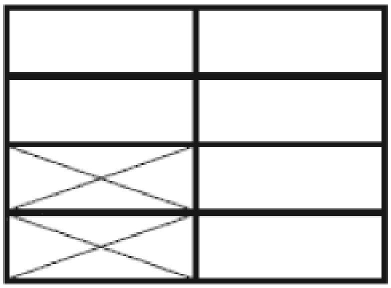
Logo após, dividimos o inteiro ao meio no sentido vertical, obtendo assim a figura abaixo.



Fazendo novamente a divisão do inteiro em traços no sentido horizontal representando a fração 1/ 4 e destacando os retângulos correspondentes a cada fração, obtemos a figura abaixo.



Observando a figura acima observamos que 1/ 2 equivale a 4 retângulos da figura e que 1/4 corresponde a 2 retângulos, concluindo-se que 1/ 2 menos 1/ 4, representados em retângulos corresponde a 2 retângulos; obtemos assim, a figura abaixo.



Fazendo a observação da figura que está dividida em 8 partes, e a parte marcada corresponde a 2/8.

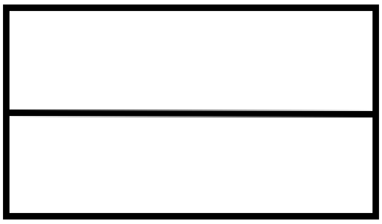
Logo a fração da caixa de bombons que Fabiana ficou foi: $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$.

Exemplo 02:

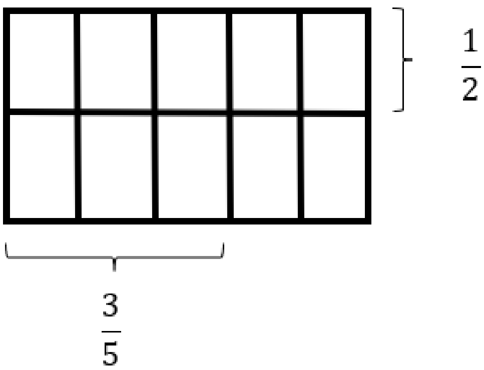
Patrícia ganhou 3/5 de uma barra de chocolate de sua amiga Júlia, ela já comeu 1/2 dessa barra de chocolate. Que fração da barra de chocolate Patrícia ainda tem?

Considerando o retângulo abaixo como um inteiro para representar a barra de chocolate que será repartida.

Logo após, dividimos o inteiro ao meio no sentido horizontal, obtendo assim a figura abaixo.



Fazendo novamente a divisão do inteiro em traços no sentido vertical representando a fração 3/5 e destacando os retângulos correspondentes a cada fração, obtemos a figura abaixo.



Observando a figura acima que está dividida em dez partes, temos que 3/5 equivale a 6 retângulos da figura e que 1/2 corresponde a 5 retângulos, concluindo-se que 3/5 menos 1/ 2, representados em retângulos corresponde a 1 retângulo.

Logo a fração que representa a barra de chocolate que Patrícia ainda tem é:

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{10}\ .$$

Ao final da atividade estaremos descrevendo as possíveis observações que os alunos poderão fazer:

Quadro 17 - Previsões das observações da atividade 04

OBSERVAÇÕES	VALIDADE
Fizemos uma multiplicação com os números de baixo para colocar embaixo da nova fração. Depois, fizemos outra conta de vezes com o número de cima da primeira fração pelo número de baixo da segunda fração multiplicamos o número de cima da segunda fração pelo número de baixo da primeira fração, aí fazemos a conta de menos dos resultados dessas duas multiplicações e encontramos o número que fica em cima da nova fração.	Válida e desejada
Para subtrair fração com denominadores diferente devemos multiplicar o numerador da primeira fração com o denominador da segunda e subtrair a multiplicação do denominador da primeira com o numerador da fração.	Válida e não desejada
Faz uma conta de menos com os números de cima e multiplica os números de baixo	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

As possíveis conclusões que os alunos poderão chegar são as seguintes

Quadro 18 - Previsões das conclusões da atividade 04

CONCLUSÕES	VALIDADE
Para subtrair duas frações com denominadores diferentes basta realizar uma multiplicação com os denominadores, o resultado será o novo denominador. Após fazemos a multiplicação do numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração, fazemos a subtração e o resultado será o novo denominador.	Válida e desejada
Realizamos a multiplicação dos denominadores, encontrando o novo denominador. Em seguida, multiplicamos o numerador da primeira pelo	Válida e não desejada

denominador da segunda e multiplicamos o numerador da segunda pelo numerador da primeira. Por fim, fazemos a subtração dos numeradores finais.	
Realizamos a multiplicação com os denominadores	Inválida e não desejada
Realizamos uma conta de subtração e depois outra de multiplicação	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

ATIVIDADE 05

Título: Multiplicação de frações
Objetivo: Descobrir uma maneira de realizar multiplicação de frações.
Material: Roteiro da atividade, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva as questões abaixo:

1) Você dedica 1/ 2 do tempo livre para estudar. Desse tempo de estudo, você gasta 1/3 estudando matemática. Qual é a fração do tempo livre que você utiliza para estudar matemática?
2) Em uma garrafa de água cabem 1/3 de litro. Quantos copos de 1 /4 de litro cabem nessa garrafa?
3) Uma jarra de água está preenchida com 1/5da sua capacidade. Lucas tomou 1/2 da água que havia na jarra. Que fração da jarra representa o que ele bebeu?
4) O carro de Joana estava com 2/5 da capacidade do tanque de gasolina. Indo para o trabalho, ela gastou 1/4 dessa gasolina. Escreva a fração que representa o total de gasolina que ela gastou?
5) Num recipiente, havia 2/3 de litro de leite, quando retirei 1/5 dessa quantidade, qual a fração do litro que representa a quantidade retirada?
6) Uma piscina está com 3/4 de água. Para fazer uma reforma serão retirados 1/ 6 dessa água. Que fração corresponde à água que será retirada dessa piscina?
7) Um padeiro usou 1/3 da farinha que estava em um saco na segunda-feira e
3/5 do que restou na terça. Que fração da farinha que estava no saco foi
utilizada na terça-feira?
8)Marina sempre separa 1/2 do salário para realizar investimentos na bolsa de valores. Do valor separado para os investimentos, ela reservou 2/4 para fundos imobiliários, e o restante foi investido em ações. A fração que representa a parte do salário que está comprometida com o investimento em ações é?

9) Lucas é proprietário de 4/5 de um terreno e pretende construir uma casa que vai ocupar 5/7 de sua parte. A casa construída por Lucas vai ocupar que fração do terreno?

10) Você dedica 5/6 do tempo livre para estudar. Desse tempo de estudo, você gasta 2/3 estudando Matemática. Qual é a fração do tempo livre que você utiliza para estudar Matemática?

11) Uma jarra de suco está preenchida com 3/4 da sua capacidade. Fabiana tomou 2/5 do suco que havia na jarra. Que fração da jarra representa o que ela bebeu?

12) De uma folha de papel de seda, Rodrigo só tem 2/3. Dessa parte, ele usou 4/5 para fazer um remendo em sua pipa. Que fração da folha de papel de seda ele usou para remendar a pipa?

Questão	**Operação realizada**	**Resultado**
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Descubra uma maneira de obter os resultados sem fazer os desenhos:

Conclusão:

Análise a priori da atividade 5

Nesta atividade, será abordada a operação de multiplicação de frações, com o objetivo de conduzir os alunos à descoberta de um método para realizar essa operação, incentivando-os a observar e registrar uma regra para o cálculo do produto de frações. Trata-se de uma atividade de nível regular, na qual os alunos podem enfrentar dificuldades, especialmente devido à diferença conceitual entre a multiplicação de frações e a multiplicação de números naturais, uma vez que o resultado nem sempre representa um aumento.

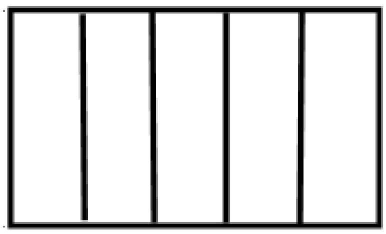
A atividade é composta por 12 problemas sobre multiplicação de frações e será desenvolvida ao longo de duas aulas de 45 minutos cada. Para facilitar a compreensão, serão apresentados exemplos geométricos no quadro, auxiliando os alunos na realização da multiplicação de frações, mesmo sem o conhecimento prévio da regra. Dessa forma, espera-se que os estudantes desenvolvam a atividade intuitivamente antes de formalizar a regra. Serão propostas imagens ilustrativas no quadro, conforme os exemplos 01, 02 e 03.

Exemplo 01

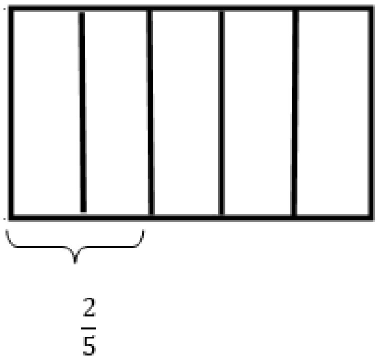
Numa festa foi repartido um bolo e no final sobrou 2/5 dele. Se André comeu 1 /4 do que sobrou, qual a fração do bolo que André comeu?

Considerando o retângulo abaixo como um inteiro, representando o bolo.

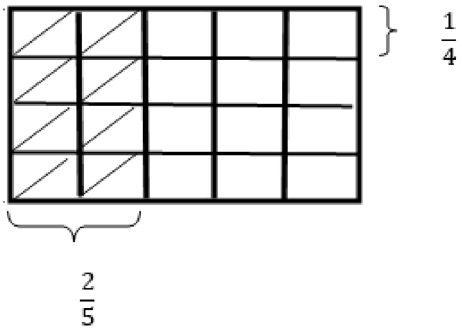
Dividindo o inteiro em 5 partes iguais no sentido vertical, obtemos a figura abaixo:



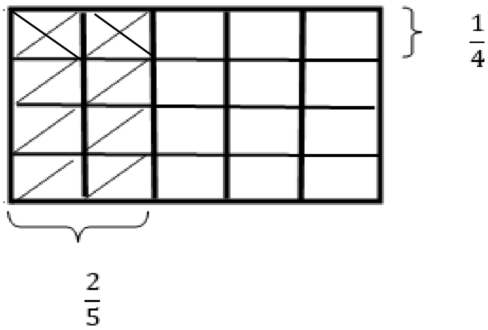
Representando a fração 2/ 5, temos:



Em seguida, dividimos 2/5 em 4 partes iguais no sentido horizontal obtendo a figura abaixo:



Destacando uma das partes da figura, temos:



Observando a figura que está dividida em vinte partes, podemos concluir que a parte destacada a um quarto de dois quintos, corresponde a dois retângulos.

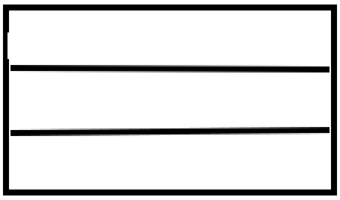
Assim, foi possível concluirmos que a fração que representa a parte do bolo que André comeu é: $\frac{2}{5} \text{ x } \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$.

Exemplo 02

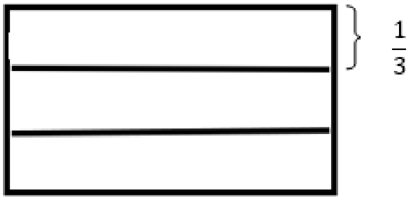
Uma jarra de suco está preenchida com 1/3 da sua capacidade. Fabiana tomou 1/5 do suco que havia na jarra. Que fração da jarra representa o que ela bebeu?

Considerando o retângulo abaixo como um inteiro

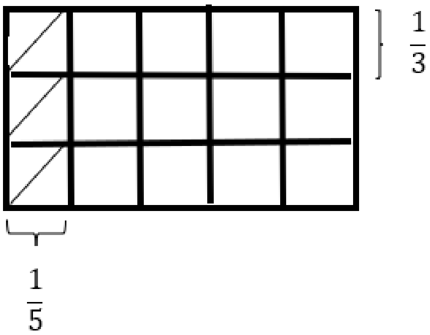
Dividindo o inteiro em 3 partes iguais no sentido horizontal, obtemos a figura abaixo:



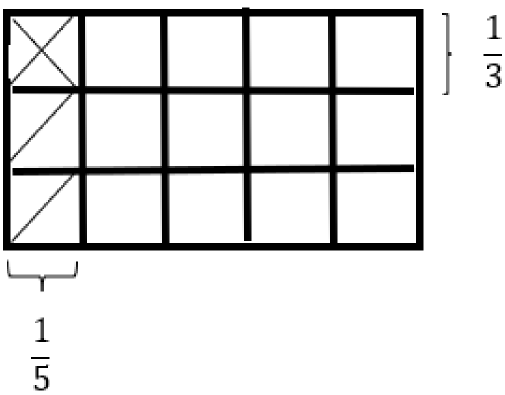
Representando a fração 1/ 3, temos:



Em seguida, dividimos a figura no sentido vertical, obtendo a fração 1/5 de acordo com a figura abaixo:



Destacando uma das partes da figura, temos:



Observando a figura que está dividida em quinze partes, podemos concluir que a parte destacada a um quinto de um terço, corresponde a um retângulo. Assim, foi possível concluirmos que a fração que representa a quantidade de suco que Fabiana bebeu é : $\frac{1}{3}$ X $\frac{1}{5} = \frac{1}{15}$.

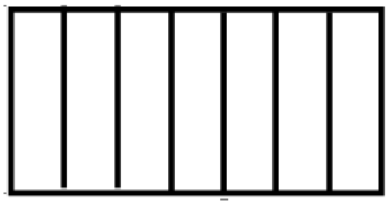
Exemplo 03

Num recipiente, havia 5/7 de litro de uma substancia, quando retirei 3/5 dessa quantidade. Qual a fração do litro que representa a quantidade retirada?

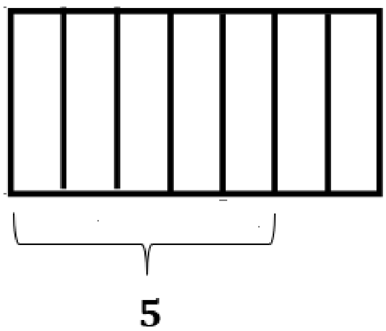
Solução apresentada:

Considerando o retângulo abaixo como um inteiro

Dividindo o inteiro em 7 partes iguais no sentido vertical, obtemos a figura abaixo:

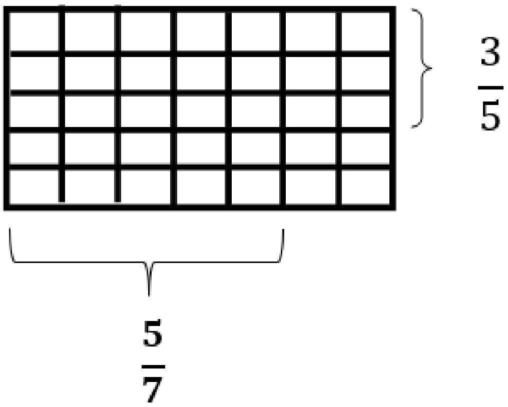


Representando a fração 5/7, temos:

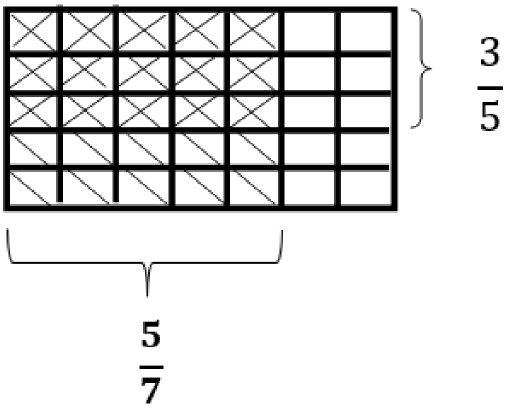


$$\frac{5}{7}$$

Em seguida, dividimos a figura no sentido horizontal, obtendo a fração 3/5 de acordo com a figura abaixo:



Destacando 3 das partes da figura, temos:



Observando a figura que está dividida em trinta e cinco partes, podemos concluir que a parte destacada a três quintos de cinco sétimos, corresponde a quinze retângulos. Assim, foi possível concluirmos que $\frac{5}{7}$ x $\frac{3}{5} = \frac{15}{35}$.

Ao final da atividade estaremos descrevendo as possíveis observações que os alunos poderão fazer:

Quadro 19 - Previsões das observações da atividade 05

OBSERVAÇÕES	VALIDADE
Devemos multiplicar o numerador com numerador e denominador com denominador	Válida e desejada
Multiplicamos os números de cima depois multiplicamos os números de baixo	Válida e desejada

Multiplicamos os números de cima	Inválida e não desejada
Multiplicamos os números de cima e repetimos os de baixo	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

As possíveis conclusões que os alunos poderão chegar são as seguintes:

Quadro 20 - Previsão de conclusões da atividade 05

CONCLUSÕES	VALIDADE
Para multiplicar duas frações devemos multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador.	Válida e desejada
Multiplicamos os numeradores e os denominadores.	Válida e não desejada
Multiplicamos os numeradores e somamos os denominadores	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

ATIVIDADE 06

Título: Divisão de Frações
Objetivo: Descobrir uma maneira de realizar divisão de frações.
Material: roteiro da atividade, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva as questões a baixo:

1) Pedro comprou 1 quilograma de carne moída. Essa quantidade foi colocada em pacotes de 1/ 2 quilograma cada. Quantos pacotes foram feitos?
2) Joana quer dividi 1 de uma caixa de lápis de cor que ganhou, em 1/ 2 de pacotes. quantos lápis ela vai colocar em cada pacote?
3) Renata comprou 1 metro de fita e repartiu em pedaços de 1/2 metro cada. Quantos pedaços de fita ela obteve?
4) Com 1 litros de suco, quantas garrafinhas de 1/2 de litro consigo encher?
5) Fabiana preparou 1/2 litro de refresco. Quantas canecas de 1/4 de litro ela pode encher com esse refresco?
6) Na classe de Vanessa, 1/2 dos alunos vão participar do campeonato de futebol da escola. Os alunos serão divididos em 1/4 de equipes. Que fração dos alunos da classe representará cada equipe?

7) Em um copo cabe 1/2 de litro de água. Quantos desses copos são necessários para encher uma jarra na qual cabe 1/4 de litro de água?
8) Um dos ingredientes de uma receita de bolo é 1/2 de quilograma de castanhas. Com 1/4 de quilograma de castanhas, dá para fazer quantas receitas?
9)Rui tem 2/3 de pizza e quer dividi-lo em partes do tamanho de 1/6. Que fração da pizza representa cada parte que Rui obterá?
10) Em uma garrafa de água cabem 2 /3 de litro. Quantos copos de 1 /6 de litro cabem nessa garrafa?
11) Lourdes tem 2/3 de um bolo inteiro. Ele preenche exatamente 1/6 do recipiente. Qual a fração que representa quanto do bolo caberá no recipiente inteiro?
12) José tem 2/3 de uma coleção de figurinhas. Elas completam exatamente 1/6 de um álbum. Qual a fração que representa quanto da coleção de figurinhas preencherá o álbum inteiro?
13) Ana tem 3/4 de um pacote de biscoitos. Eles enchem exatamente 2/8 de um pote. Que fração representa quanto do pacote de biscoitos encherá o pote inteiro?
14) Carlos precisa de 3/4 de uma lata de tinta para pintar 2/ 8 de uma parede, que fração da parede ele pode pintar com uma lata de tinta?
15) Em uma garrafa de água cabem 3/ 4 de um litro. Quantos copos de 2/8 de litro cabem nessa garrafa?
16) Em uma fábrica, a produção de leite é colocada em um recipiente e depois distribuída em potes de 3/4 da capacidade do recipiente. Sabendo que um dos recipientes está com 2/8 da capacidade, quantos potes serão necessários para colocar todo o doce desse recipiente?
17) Joana tem uma caneca com capacidade para 5/ 6 de litros de água. Que fração dessa caneca ela encherá com 2/ 3 de litro de água?
18) O professor Lauro propôs que seu aluno João que fizesse a seguinte divisão: 5/6: 2/3, qual foi a resposta de João?
19) Maria tem uma jarra com capacidade para 5/6 de litro. Quantos copos de 2/3 cabem nessa jarra?
20) Quantas vezes 5/6 do metro de areia branca para construção cabem em 2/3 de metro de areia?
21) Seu João comprou 2/3 kg de pirarucu para vender em seu mercadinho em pacotes de 5/6. Que fração que representa quantos pacotes de pirarucu seu João colocou para vender?
22) Pedro comprou 2/3 kg de queijo prato e pediu para que fosse embalado em porções de 5/6 de kg. Que fração representa quantas porções foram necessárias para embalar o queijo?
23) Lourdes tem 2/3 de um bolo inteiro. Ele preenche exatamente 5/6 do recipiente. Quanto do bolo caberá no recipiente inteiro?
24) Paulo tem 2/3 de uma coleção de figurinhas. Elas completam exatamente 5/6 de um álbum. Quanto da coleção de figurinhas preencherá o álbum?

Questão	Operação realizada	Resultado
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		

Descubra uma maneira de obter os resultados sem fazer os desenhos:

Conclusão:

Análise a priori da atividade 6

A atividade proposta aborda a operação de divisão de frações, com o objetivo de levar os alunos a descobrir um método para realizar essa operação por meio da observação, do registro de estratégias e da compreensão da regra específica para a divisão de frações. Essa atividade é considerada de nível avançado, uma vez que os alunos podem enfrentar dificuldades na resolução, mesmo com o auxílio de representações geométricas. Isso ocorre porque podem, equivocadamente, aplicar a mesma regra utilizada para a divisão de números naturais.

A atividade é composta por 24 problemas de divisão de frações e será desenvolvida ao longo de três aulas de 45 minutos cada. Para facilitar a compreensão do conceito, serão apresentados exemplos geométricos no quadro, auxiliando os alunos na realização da operação, mesmo antes do conhecimento formal da regra. Dessa forma, pretende-se que os estudantes desenvolvam a atividade de forma intuitiva antes de sistematizar a regra. Serão propostas ilustrações no quadro, conforme os exemplos 01, 02 e 03.

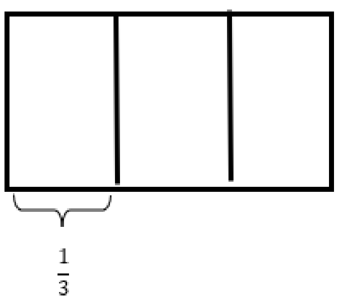
Exemplo 01

Da rodoviária de São Paulo saem ônibus da empresa Viação cambuí a cada 1/3 de horas para fazer uma viagem para o Pará. Quantos ônibus dessa empresa saem do terminal em uma hora?

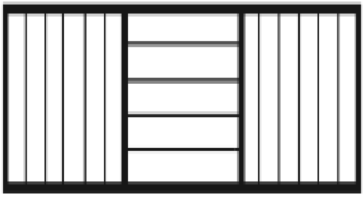
Solução apresentada:

Considerando o retângulo abaixo como um inteiro, representando a hora a ser distribuída.

Em seguida, dividimos o inteiro em 3 partes iguais, representando a fração $\frac{1}{3}$, obtendo a seguinte figura abaixo.



Em seguida, representando a fração 1/3, destacando através de traços no sentido vertical e horizontal alternados em cada retângulo da figura, obtemos:



Observando a figura, podemos concluir que cada retângulo corresponde a 1/3 da hora. Portanto, dividindo 1 hora por 1/3, representados em retângulos através de traços, corresponde a 3 retângulos.

Logo, temos que $1 : \frac{1}{3} = 3$.

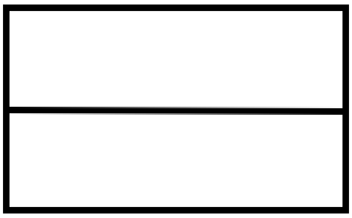
Exemplo 02

Em uma jarra de suco cabem 1 / 2 de litro. Quantos copos de 1 /4 de litro cabem nessa jarra?

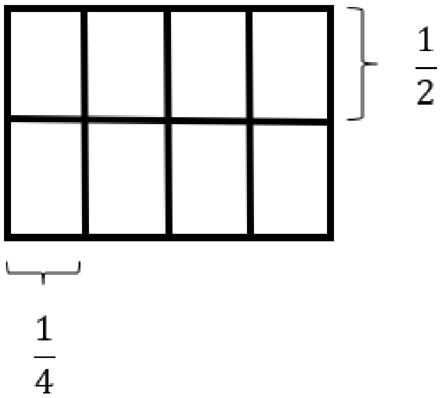
Solução apresentada:

Considerando o retângulo abaixo como um inteiro, representando a jarra de suco que vai ser repartida.

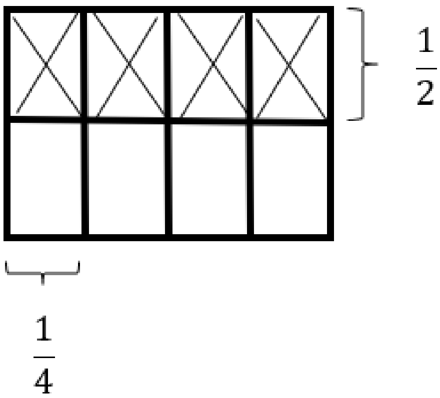
Em seguida, dividimos o inteiro em 2 partes iguais, representando a fração $\frac{1}{2}$, obtendo a seguinte figura abaixo.



Em seguida, dividimos novamente a figura através de traços no sentido horizontal, representando a fração 1/ 4, obtemos a figura abaixo.



Observando a figura verificamos que 1/2 corresponde 4 retângulos e 1/ 4 corresponde a 2 retângulos. Representando a fração 1/ 4 que corresponde a 2 retângulos na parte em destaque da fração 1/ 2 por meio de traços, obtemos a figura:



Observando a figura podemos concluir que 1/4, representado por dois retângulos cabem 2 vezes em 1/2.Logo podemos concluir que: $\frac{1}{2}$ **:** $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ = 2

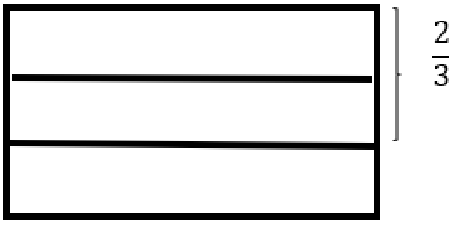
Exemplo 03:

Marcos comprou 2/3 kg de presunto e pediu para que fosse embalado em porções de 5/6 de kg. Que fração representa quantas porções foram necessárias para embalar o presunto?

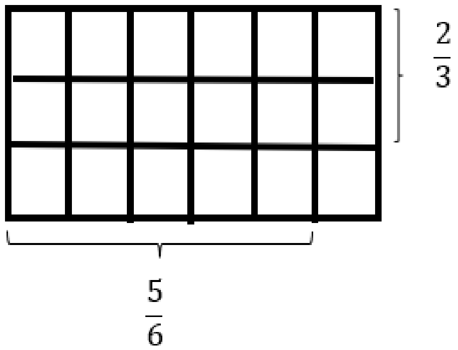
Solução apresentada:

Considerando o retângulo abaixo como um inteiro, representando o presunto que vai ser repartido.

Em seguida, dividimos o inteiro em 3 partes iguais no sentido horizontal, representando a fração $\frac{2}{3}$, obtendo a seguinte figura abaixo.



Em seguida, dividimos novamente a figura através de traços no sentido vertical, representando a fração 1/ 6, obtemos a figura abaixo.



Observando a figura verificamos que 2/3 corresponde 12 retângulos e 5/6 corresponde a 15 retângulos. Representando a fração 2/ 3 que corresponde a 12 retângulos e que a fração 5/6 corresponde a 15 retângulos.

Podemos concluir que: $\mathbf{\frac{2}{3} : \frac{5}{6}} = \mathbf{\frac{12}{15}}$.

Ao final da atividade estaremos descrevendo as possíveis observações que os alunos poderão fazer:

Quadro 21 - Previsão das observações da atividade 06

OBSERVAÇÕES	VALIDADE
Multiplica cruzado e inverte	Válida e desejada
Realizamos uma conta de vezes com a primeira fração pela segunda fração ao contrário	Válida e desejada
Temos que inverter a segunda fração	Válida e não desejada

Conserva a primeira fração e divide pela segunda fração.	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

As possíveis conclusões que os alunos poderão chegar são as seguintes:

Quadro 22 - Previsão de conclusões da atividade 06

CONCLUSÕES	**VALIDADE**
Para dividir as duas frações invertemos a segunda fração e multiplicamos pela primeira.	Válida e desejada
Para dividir as duas frações multiplicamos a primeira pela segunda invertida.	Válida e desejada
Para dividir as duas frações vamos multiplicar o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração e o denominador da primeira fração pelo numerador da segunda.	Válida e desejada
Para dividir as duas frações invertemos a segunda para multiplicar.	Válida e não desejada
Divide a primeira fração pela segunda fração invertida	Inválida e não desejada

Fonte: a autora (2023).

ATIVIDADES DE APROFUNDAMENTOS

As atividades de aprofundamento têm como objetivo aprimorar as habilidades relacionadas às operações básicas com frações. Serão aplicadas seis atividades, cada uma contendo dez questões, proporcionando aos alunos a oportunidade de consolidar e desenvolver essas competências de forma mais eficaz.

ATIVIDADE 07

Título: Adição de fração com denominadores iguais
Objetivo: Aprofundar conhecimentos referentes as operações com Frações.
Material: roteiro da atividade, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva cada questão da lista abaixo:

1) Pedro foi à feira com certa quantia. Gastou 1/3 dessa quantia na banca de frutas e 2/3 dessa quantia na banca de verduras e legumes. Que fração da quantia inicial Joana gastou nessas duas bancas?
2) Um motorista saiu de Fortaleza para Brasília. No primeiro dia, percorreu 1/3 da distância que separa as duas cidades e no segundo dia, 1/ 3 dessa mesma distância. Qual é a fração que representa a distância após os dois dias de viagem?
3)Sandra comprou duas pizzas pequenas, uma de calabresa e a outra de queijo. Da primeira ela comeu 2/4 e da segunda conseguiu comer 1 /4, considerando que as pizzas são do mesmo tamanho. Que fração representa a quantidade total de pizzas que Sandra comeu?
4) O pai de Alice fez uma pizza para ela e seu irmão. Ela comeu 2/5 da pizza e Paulo comeu 1/5. Que fração representa o total de pizzas que eles comeram?
5) Um atleta decide treinar correndo numa determinada pista de corrida. No primeiro dia corre 3/6 da pista, no segundo 2/6 e no terceiro dia 1/6. Que fração representa quantas voltas ele deu no total na pista?
6) Um canteiro de margaridas ocupa 1/6 de um terreno e outro de rosas ocupa 3/6 desse mesmo terreno. Qual é a fração que representa a parte ocupada pelos dois canteiros?
7) Para ir de casa à escola, Helena percorre 1/7 de quilômetro e Cristina 3/7 de quilômetro. Que fração representa a quantidade de quilômetros que Helena e Cristina percorrem?
8)Uma dona de casa serviu o café da manhã e repartiu o pão para os seus filhos. Seu filho mais velho comeu 1/7 e o mais novo comeu 5/7. Que fração do pão eles comeram juntos?
9) Júlia e Renato foram comer pizza, Júlia comeu 1/8 e Renato 1/8 de uma pizza de calabresa. Que fração da pizza eles comeram juntos?
10) Ana e Vitória trabalham em uma confecção de camisetas. Em um determinado dia, Ana produziu 7/9 da produção total de camisetas da fábrica e Vitória produziu 4/9. Qual a fração que a quantidade de camisetas que Ana e Vitória produziram juntas?

Análise a priori da atividade 07*:* Espera-se que, nesta atividade, os alunos não encontrem dificuldades para resolver as questões, uma vez que já tiveram contato com esse tipo de exercício ao longo da sequência didática aplicada. Dessa forma, presume-se que tenham desenvolvido as habilidades necessárias para realizar a adição de frações com denominadores iguais de maneira eficaz.

ATIVIDADE 08

Título: subtração de frações com denominadores iguais
Objetivo: Aprofundar conhecimentos referentes as operações frações.
Material: roteiro da atividade, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva cada questão da lista abaixo:
1) Para chegarem à escola Silvia percorre 3/5 de quilômetros e Sandra 1/5 de quilômetro. Que fração representa a quantidade de quilômetros que Silvia percorre a mais que Sandra?
2) A fazenda de seu Francisco perde-se de vista. Ele reservou 8/12 de sua fazenda para a agricultura, sendo que 2/12 foi para o plantio de milho. Que fração da reserva ficou para o plantio de feijão?
3) Em um loteamento foram vendidos 9/15 lotes a prazo e a vista, sendo que 7/15 desses lotes foram vendidos à vista. Que fração do loteamento foi vendido a prazo?
4) João e Maria ganharam 5/8 de uma torta. João ganhou 3/8. Que fração da torta Maria ganhou?
5) Para completar um álbum de figurinhas, Leila contribuiu com 5/6 das figurinhas enquanto Sandra contribuiu com 2/6 das figurinhas. Com que fração Sandra contribuiu a mais que Leila?
6) Em uma lanchonete restam 8/10 de um bolo para serem vendidos, no final da tarde foram vendidos 5/10. Que fração do bolo não foi vendida?
7) Dona Maria repartiu uma torta e deu 4/6 para seus sobrinhos Felipe e Tiago. Felipe ganhou 1/6 da torta. Que fração da torta Tiago ganhou?
8) Paulo e Ana ganharam 5/8 de uma torta. Paulo ganhou 3/8. Que fração da torta Ana ganhou?
9) Miguel ganhou 4/5 dos bombons de uma caixa e comeu 1/5 desses bombons. Que Fração dos bombons ele ainda tem?
10) Maria e Joana trabalham em uma confecção de camisetas. Em um determinado dia, Maria produziu 5/11 da produção total de camisetas da fábrica e Joana produziu 4/11. Qual a fração que representa a quantidade de camisetas que Maria produziu a mais que Joana?

Análise a priori da atividade 08*:* É provável que os alunos não enfrentem dificuldades nesta atividade, uma vez que sua estrutura é semelhante àquela previamente desenvolvida. Assim, espera-se que consigam resolvê-la conforme o esperado, aplicando os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores.

ATIVIDADE 09

Título: Adição de frações com denominadores diferentes
Objetivo: Aprofundar conhecimentos referentes as operações frações.
Material: roteiro da atividade, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva cada questão da lista abaixo:

1)Numa área florestal, 1/2 da área total foi destinada para a plantação de eucalipto, enquanto 13 da área total foi destinada a plantação de café. Qual é a fração da área florestal está ocupada com a cultura de eucalipto e café?
2)Joana foi à feira com certa quantia. Gastou 1/2 dessa quantia na banca de frutas e 1/3 dessa quantia na banca de verduras e legumes. Que fração da quantia inicial Joana gastou nessas duas bancas?
3) André foi a uma loja de doces e comprou uma caixa com 12 doces para seus dois sobrinhos. Leandro comeu 2/4 desses doces e Rafael comeu 1 /3 dos doces. Que fração representa quantos docinhos eles comeram no total?
4)Marcos e Rui fizeram 1/ 2 dos pontos de uma partida de basquete. Rui fez 1/ 4 dos pontos da partida. Que fração de pontos dessa partida representa os pontos feito por Marcos e Rui?
5)Uma escola oferece aos seus alunos duas atividades em educação física: basquete e vôlei. Entre os alunos da escola, 2/ 4 se inscreveram em basquete e 1/ 6 em vôlei. Que fração corresponde ao total de alunos inscritos?
6)Um atleta decide treinar correndo numa determinada pista de corrida. No primeiro dia corre 1/3 da pista, no segundo 2/5. Que fração representa quantas voltas ele deu no total na pista?
7) Um fazendeiro semeia 2/7 de sua fazenda com milho e 1/5 com soja. Qual é a fração que representa o total semeado?
8) Regina vai percorrer um trajeto de carro em 2 dias. No primeiro dia, vai percorrer 2/8 do trajeto; no segundo dia, ela vai percorrer 3/5. Qual é a fração que representa o trajeto que ela já percorreu?
9)Roberto tem uma fazenda na qual plantou soja. Ele vendeu toda a produção para três cooperativas da seguinte maneira:

- ✓ 1/4 para a Cooperativa A
- ✓ 1/3 para a Cooperativa B
- ✓ 5/12 para a Cooperativa C

Que fração representa a quantidade de soja que Roberto vendeu para as Cooperativas A e B?

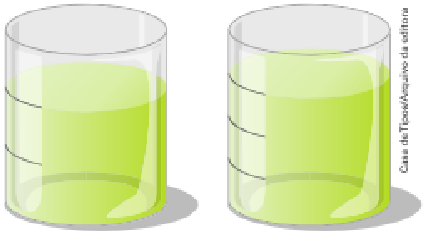
10) Um pintor usou 2/5 de uma lata de tinta para pintar as portas de uma casa e 1/3 da mesma lata para pintar as janelas. Que fração representa a quantidade de tinta que estava na lata e foi usada?

Análise a priori da atividade 09*:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes já não apresentem muita dificuldade, pelo fato de já terem resolvida outras parecidas envolvendo adição e subtração de fração com denominadores diferentes.

ATIVIDADE 10

Título: Subtração de frações com denominadores diferentes
Objetivo: Aprofundar conhecimentos referentes as operações frações.
Material: roteiro da atividade, caneta ou lápis.
Procedimento: Resolva cada questão da lista abaixo:

1) Roberto Carlos e Ronaldinho fizeram 1/ 2 dos gols de uma partida de futebol de salão. Roberto Carlos fez 1/ 6 dos pontos da partida. Que fração de pontos representa os pontos que Ronaldinho marcou?
2) Carla e Bruna preencheram juntas 1/ 2 do álbum de figurinhas. Carla preencheu 1/ 5 das figurinhas. Qual a fração do álbum de figurinhas que Bruna preencheu?
3) Pedro levou 7/8 de um chocolate para a escola, mas só comeu 1/ 6. Que fração do chocolate Pedro não comeu?
4) Do sítio do seu Joaquim, foi reservado 2/3 para a plantação de hortaliças e mandioca, sendo que 1/4 foi para o plantio de mandioca. Que fração da reserva ficou para o plantio de hortaliças?
5) Um trem percorreu 1/2 de um percurso. Quanto ela ainda precisa percorrer para completar 3/4 do percurso?
6) As duas vasilhas são iguais e estão com suco de hortelã. Aproximadamente quanto a segunda vasilha tem a mais do que a primeira?



7) Das pessoas que estavam em uma barraca de pastel, 4/5 eram homens. Se 1/2 das pessoas que estavam na barraca usava óculos e apenas homens usavam óculos, que fração das pessoas que estava na barraca de pastel representa os homens que não usavam óculos?
8) Em uma sala, sabe-se que $\frac{1}{4}$ dos estudantes é formado por meninos.
Do total de meninos, sabe-se que $\frac{2}{3}$ não são filhos únicos. A fração que representa o total de estudantes que são meninos e não são filhos únicos é?
9) Sandra e Maria trabalham em uma confecção de camisetas. Em um determinado dia, Sandra produziu 7/9 da produção total de camisetas da fábrica e Maria produziu 3/5. Qual a fração que a quantidade de camisetas que Sandra produziu a mais que Maria?

10) Uma costureira comprou uma peça de fita. Gastou 2/ 9 numa toalha e 1/7 num lençol. Que fração representa o que restou da peça?

Análise a priori da atividade 10*:* Espera-se que, nesta atividade, os estudantes não enfrentem grandes dificuldades, pois já tiveram experiência prévia com atividades semelhantes envolvendo a adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Dessa forma, acredita-se que, ao aplicarem o cálculo do mínimo múltiplo comum (MMC), sejam capazes de resolver as operações de maneira adequada.

ATIVIDADE 11

Título: Multiplicação de frações

Objetivo: Aprofundar conhecimentos referentes as operações frações.

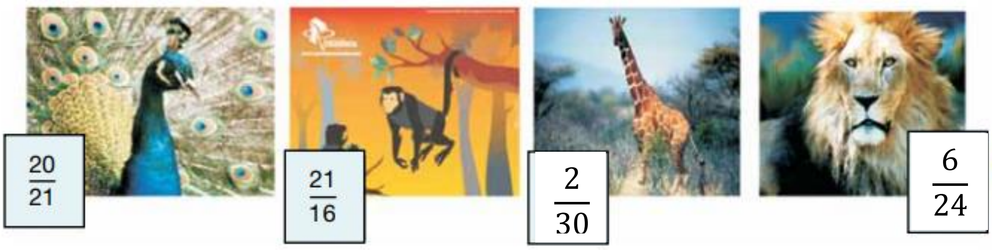
Material: roteiro da atividade, caneta ou lápis.

Procedimento: Resolva cada questão da lista abaixo:

1) Ana dedica 1/ 2 do seu tempo livre para estudar. Desse tempo de estudo, ela gasta1/5 estudando matemática. Qual é a fração do tempo livre que ela utiliza para estudar matemática?

2) No passeio ao parque, Alexandre levou 4/5 da sua merenda. No final do dia, ele havia comido 1/3 da merenda. Que fração da merenda ele comeu no parque?

3) Em um passeio ao zoológico, cada criança brincou com um animal. Descubra o animal que cada criança brincou, calculando o valor das expressões.



Joana $\frac{5}{3} \cdot \frac{4}{7} =$	Giovana $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} =$	Denise $\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{2} =$	Otávio $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{8} =$

4) Em uma entrevista feita com os alunos, verificou-se que 5/8 são ouvintes da rádio do colégio. Desses alunos, apenas 4/15 gostam de MPB. Qual é a fração dos alunos que ouvem a rádio do colégio e gostam de MPB?

5) Na sala do 6º ano, durante o intervalo, 4/6 dos alunos praticaram algum esporte. Desses alunos, 4/5 jogaram basquete. Que fração dos alunos da classe jogou basquete?
6) Com uma máquina fotocopiadora, João fez a cópia de uma figura diminuindo seu tamanho para 2/3 do original. Em seguida, ele fez uma 2ª cópia reduzindo o tamanho para 4/7 do tamanho da 1ª cópia. Que fração do tamanho original ficou a 2ª cópia?
7) Em uma sala, sabe-se que 1/4 dos estudantes é formado por meninos. Do total de meninos, sabe-se que 2/3 não são filhos únicos. A fração que representa o total de estudantes que são meninos e não são filhos únicos é?
8) Em uma escola, sabe-se que 1/8 dos estudantes faltou à aula no dia do simulado. Dos estudantes que faltaram à prova, 2/5 justificaram a ausência junto à coordenação, como, por exemplo, por meio de um atestado médico. Nessas condições, a fração que representa o total de estudantes que justificaram a ausência na prova em relação aos estudantes da escola é?
9) Lucas é proprietário de 4/5 de um terreno e pretende construir uma casa que vai ocupar 2/3 de sua parte, ou seja 2/3 de 4/5 do terreno. A casa construída vai ocupar que fração do terreno?
10) Uma receita de torta de banana e aveia leva 3 /4 de xícara de aveia em flocos. Você está preparando 1 /2 de receita. Que fração representa a quantidade de aveia que de ser usada?

Análise a priori da atividade 11: Espera-se que, nesta atividade, os estudantes não enfrentem dificuldades, uma vez que já tiveram experiências prévias com esse tipo de exercício ao longo da sequência didática proposta.

ATIVIDADE 12

Título: Divisão de frações

Objetivo: Aprofundar conhecimentos referentes as operações frações.

Material: roteiro da atividade, caneta ou lápis.

Procedimento: Resolva cada questão da lista abaixo:

1) Na cozinha há um copo que totalmente cheio pode conter 1/ 4 de litro de um líquido. Para encher um litro desse líquido são necessários quantos copos?

2) Ana tem $1/4$ de um pacote de biscoitos. Eles enchem exatamente $2/3$ de um pote. Quanto do pacote de biscoitos encherá o pote inteiro?

3) Na festa de aniversário de Júlia sobraram 6/10 de um bolo. Júlia dividiu igualmente o que sobrou do bolo entre suas 3 melhores amigas. Que fração do bolo que sobrou cada amiga de Júlia ganhou?

4) Na classe de Vanessa, 2/3 dos alunos irão participar do campeonato de futebol da escola. Os alunos serão divididos em 4 equipes. Que fração dos alunos da classe representará cada equipe?
5) No período de propaganda eleitoral na televisão, cada candidato tem 1/8 de horas em um espaço na televisão para fazerem igualmente sua propaganda. Quantos vereadores fizeram propaganda em uma hora de programação?
6) Em uma garrafa de suco cabem 3 / 4 de litro. Quantos copos de 1 /4 de litro cabem nessa garrafa?
7) Pedro tem uma jarra com capacidade para 2/5 de litro. Quantos copos de 1/5 cabem nessa jarra?
8) Maria tem $1/3$ de um bolo inteiro. Ele preenche exatamente $1/2$ do recipiente. Quanto do bolo caberá no recipiente inteiro?
9)Na cozinha há um copo que totalmente cheio pode conter $1/4$ de litro de um líquido. Para encher um litro desse líquido são necessários quantos copos?
10) Quantos copos com capacidade igual a 1 /4 de litro cabem em uma vasilha com capacidade igual a 3 litros?

Análise a priori da atividade 12: Espera-se que, nesta atividade, os estudantes não enfrentem dificuldades, pois já tiveram experiências anteriores com esse tipo de exercício ao longo da sequência didática proposta.

Análise a priori geral das atividades de aprofundamento

A atividade proposta aborda conteúdos relacionados às operações com frações, com o objetivo de possibilitar que os alunos aprofundem seus conhecimentos nesses tópicos. Trata-se de uma atividade de nível regular, e espera-se que os estudantes sejam capazes de responder às questões apresentadas. A mesma é composta por 60 questões envolvendo operações com frações e será desenvolvida ao longo de seis horas-aula, com duração de 45 minutos cada.

5 EXPERIMENTAÇÃO

Nesta seção, são apresentados os momentos da experimentação, detalhando a aplicação da sequência didática, que constitui uma das etapas da pesquisa. Os experimentos foram conduzidos em uma escola pública municipal localizada em Parauapebas, no estado do Pará, que atende alunos do Ensino Fundamental I e II nos turnos matutino (07:00–10:45), intermediário (11:00–14:45) e vespertino (15:00–18:45). A escola está situada em uma região periférica do município e conta com uma infraestrutura regular, embora algumas áreas necessitem de reformas.

De maneira geral, as salas de aula são amplas e climatizadas, proporcionando um ambiente adequado para o desenvolvimento das atividades. A instituição de ensino em questão é considerada de grande porte devido ao elevado número de estudantes matriculados e ao expressivo quadro de profissionais da educação. Para a realização da pesquisa, o primeiro passo foi estabelecer diálogo com a direção escolar, apresentando os objetivos e os procedimentos do estudo. A equipe técnica demonstrou receptividade, assinou o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e forneceu suporte essencial para a condução do experimento.

Em seguida, entrou-se em contato com o professor de Matemática responsável pelas turmas do 6º ano, ao qual foram explicadas as atividades a serem desenvolvidas e os objetivos do estudo. O docente aceitou prontamente a proposta e disponibilizou a turma do 6º ano 04, do turno vespertino, composta por 35 alunos, para a realização das atividades. No dia 5 de março de 2024, foi realizado um encontro com a equipe gestora da escola, composta pelo diretor e pelo coordenador pedagógico. Durante a reunião, foi apresentado o termo de autorização, que deveria ser assinado pelo diretor, assim como o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

Aproveitou-se a ocasião para conhecer a turma participante e explicar a relevância da pesquisa. Foi informado aos gestores e alunos que o estudo integra o Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, no qual os pesquisadores estão envolvidos. O objetivo da pesquisa é ministrar conteúdos relacionados às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações utilizando uma abordagem metodológica diferenciada da tradicional. Na oportunidade, foi questionado aos alunos presentes se estariam dispostos a contribuir, participando dos encontros e desenvolvendo as atividades propostas. Todos manifestaram concordância e interesse. Assim, foi entregue o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido para que os estudantes levassem aos responsáveis, solicitando assinatura e devolução na aula seguinte. A pesquisa foi conduzida no período de 6 de março a 18 de abril de 2024, totalizando 14 encontros, conforme apresentado no Quadro 23 a seguir.

Quadro 23 - Roteiro da Experimentação

DATAS	ENCONTROS	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	TEMPO DE DURAÇÃO
06/03/24	1º	Questionário sócio econômico Teste Diagnóstico / Pré-teste	90 min
07/03/24	2º	Atividade 01: Adição de fração com denominadores iguais Atividade de Aperfeiçoamento de adição de fração com mesmo denominador.	90 min
08/03/24	3º	Atividade 02: Subtração de fração com denominadores iguais. Atividade de Aperfeiçoamento de adição de fração com mesmo denominador.	90 min
12/03/24	4º	Atividade 03: Adição de fração com denominadores diferentes	45 min
14/03/24	5º	Atividade 03: Adição de fração com denominadores diferentes (continuação)	90 min
21/03/24	6º	Atividade de Aperfeiçoamento de adição de fração com denominadores diferentes.	45 min
22/03/24	7º	Atividade 04: subtração de fração com denominadores diferentes	45 min
01/04/24	8º	Atividade 04: subtração de fração com denominadores diferentes (continuação)	45 min
02/04/24	9º	Atividade de Aperfeiçoamento de subtração de fração com denominadores diferentes.	90 min
04/04/24	10º	Atividade 05: Multiplicação de fração	90 min
11/04/24	11º	Atividade de Aperfeiçoamento de multiplicação de fração.	45 min
12/04/24	12º	Atividade 06: Divisão de fração	90 min
15/04/24	13º	Atividade de Aperfeiçoamento sobre divisão de fração.	90 min
18/04/24	14º	POS-TESTE – GERAL	90 min

Fonte: a autora (2024).

É fundamental destacar que, ao longo de toda a pesquisa, foram realizados registros sistemáticos por meio de anotações em diário de aula e fichas de acompanhamento, elaboradas por Sá (2018). Esses registros abrangeram todas as etapas do estudo, incluindo a aplicação do pré-teste, o desenvolvimento das atividades da Sequência Didática, a resolução das questões de aprofundamento e a aplicação do pós-teste. A documentação desses processos possibilitou uma descrição detalhada da condução de cada fase da pesquisa.

Durante a execução da experimentação, foi necessário realizar ajustes no roteiro previamente estabelecido devido a diversos fatores. Entre os principais, destacam-se a aplicação das atividades avaliativas no período de 25 a 29 de março, a "Paralisação Nacional" ocorrida em 5 de abril e a situação da escola, que, à época, apresentava um quadro docente incompleto. Como consequência, os alunos permaneciam na instituição apenas até o terceiro horário e, posteriormente, eram liberados.

Para a aplicação da Sequência Didática, os estudantes foram organizados em nove grupos. Observou-se que três desses grupos demonstraram elevado engajamento na realização das atividades, enquanto os demais apresentaram dificuldades na resolução das questões propostas. Além disso, verificou-se um alto índice de faltas entre alguns alunos, o que impactou o andamento das atividades.

5.1 PRIMEIRO ENCONTRO – QUESTIONÁRIO SOCIOEDUCACIONAL E PRÉ-TESTE

O primeiro encontro com a turma ocorreu no dia 06 de março de 2024 das 15h00min às 16h30min com a participação de 35 estudantes. Neste período aplicamos o questionário socioeducacional e o pré-teste relacionado ao objeto de estudo da sequência didática. O questionário foi elaborado para coletar informações socioeconômico dos alunos, composto por 22 questões que coletaram informações sobre o perfil socioeconômico dos estudantes como: informações pessoais, escolaridade dos responsáveis, informações sobre o gosto pela matemática, hábito de estudo, quem auxilia nas atividades de matemática fora da escola, afinidade com a matemática e atividades econômicas e a metodologia do professor de matemática.

Por meio do pré-teste, coletamos informações sobre os conhecimentos prévios dos estudantes em relação à adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. A seguir, detalharemos essas informações. Prosseguimos com a aplicação do questionário socioeducacional, a turma inicialmente era composta por 35 alunos, conforme a lista de frequência. No entanto, no dia em que o questionário foi aplicado, apenas 32 alunos estavam presentes. Ao longo das aulas, mais três alunos se juntaram à turma, totalizando 38 alunos. Para nossas análises, consideramos apenas as 28 informações dos alunos que participaram de todas as etapas e mostraremos a seguir os resultados da aplicação do questionário socioeducacional de acordo com o perfil dos alunos que participaram da pesquisa.

5.2 PERFIL DOS ESTUDANTES

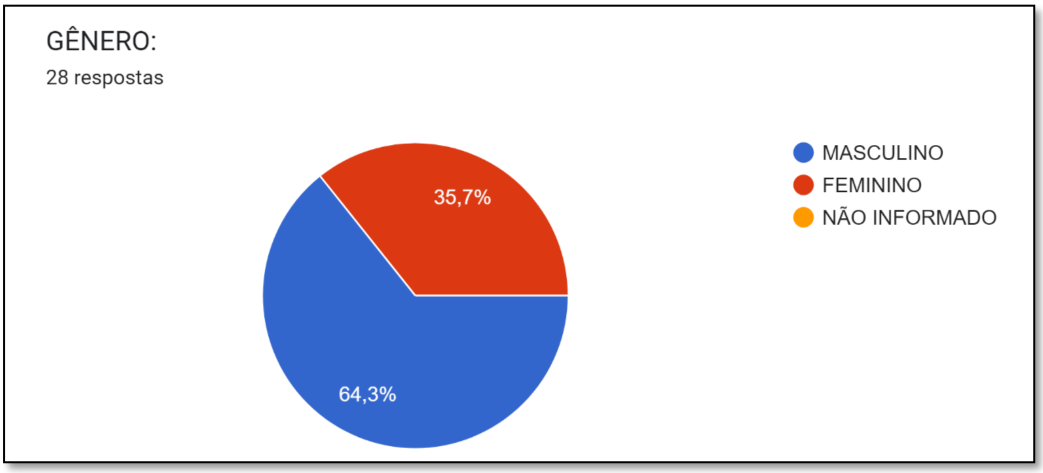
Iniciamos essa análise com a apresentação da distribuição por gênero dos estudantes que estiveram presentes no primeiro encontro.

Quadro 24 - Distribuição dos estudantes por gênero

GÊNERO	Nº DE ESTUDANTES	PERCENTUAL (%)
Masculino	18	64,3%
Feminino	10	35,7%

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 12 - Distribuição dos estudantes por gênero.



Fonte: a autora (2024).

Referente à faixa etária obtivemos os resultados apresentados no quadro 2.

Quadro 235 - Idade dos estudantes

IDADE (EM ANOS)	Nº DE ESTUDANTES	PERCENTUAL (%)
10	2	7%
11	18	64%
12	8	29%

Fonte: a autora (2024).

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), no artigo 32, o ensino fundamental é obrigatório e possui duração de nove anos, devendo ser oferecido gratuitamente pelas escolas públicas. Além disso, a legislação estabelece que a criança deve iniciar seus estudos aos seis anos de idade. Dessa forma, espera-se que os estudantes do 6º ano do ensino fundamental tenham, em média, 11 anos de idade, desde que não haja distorção idade/ano escolar.

Os dados coletados junto aos alunos pesquisados indicam que apenas 64% deles possuem a idade adequada para o ano em que estão matriculados.

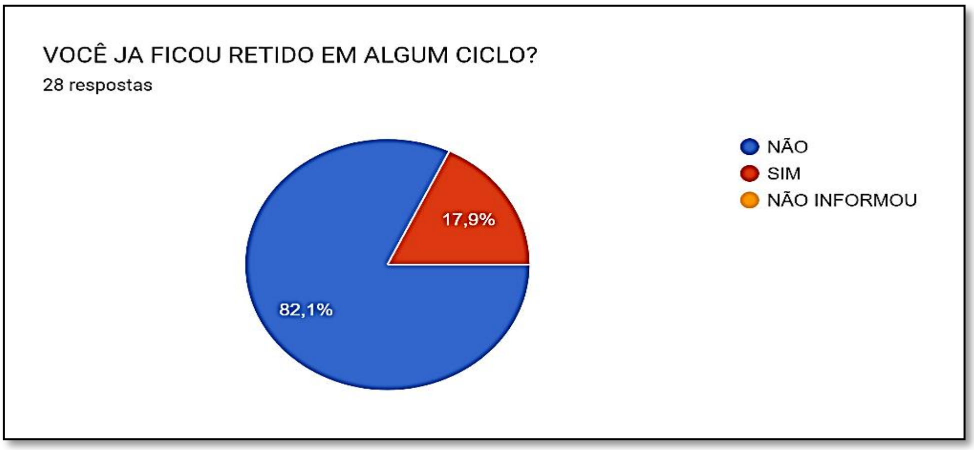
Verificou-se também que 100% dos estudantes frequentam instituições públicas de ensino. Essa informação foi essencial para compreender o perfil dos alunos que participaram da pesquisa, considerando que todos estudaram sob o mesmo currículo e passaram por processos avaliativos similares. Além disso, buscou-se analisar o índice de estudantes repetentes, conforme apresentado no Quadro 26 a seguir.

Quadro 246 - Alunos repetentes

REPETENTES	NÚMERO DE ALUNOS	%
Sim	5	17,9
Não	23	82,1
Não informou	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 13 - Alunos repetentes



Fonte: a autora (2024).

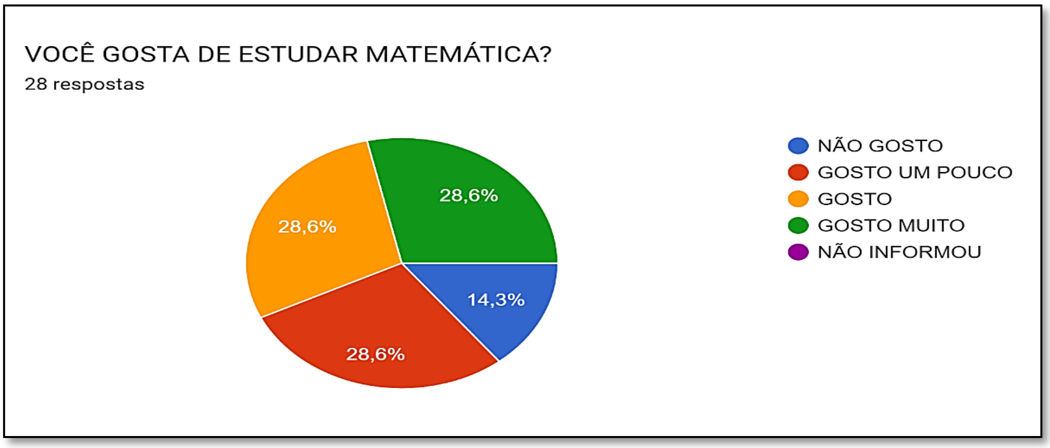
Relacionado a área de matemática, perguntamos se os estudantes gostavam da disciplina, obtemos as seguintes informações:

Quadro 257 - Gosto pela matemática

GOSTA DE MATEMÁTICA	Nº DE ESTUDANTES	PERCENTUAL (%)
Não gosto	4	14,2
Gosto um pouco	8	28,6
Gosto	8	28,6
Gosto muito	8	28,6
Não informou	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 14 - Gostar de estudar matemática



Fonte: a autora (2024).

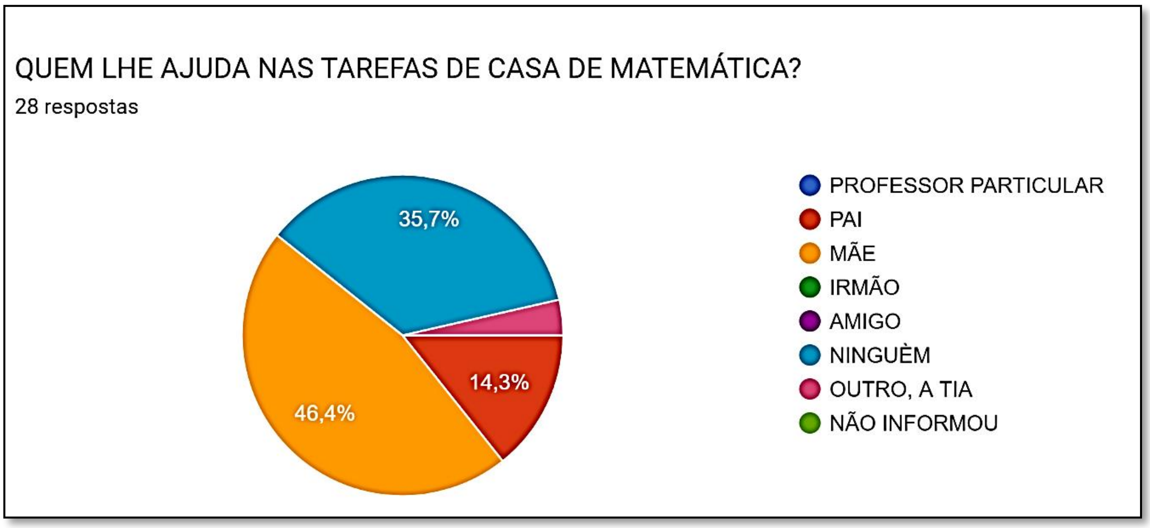
Os resultados obtidos indicaram um equilíbrio nas respostas dos alunos em relação à afinidade com a disciplina de Matemática. Observou-se que 28,6% dos estudantes afirmaram gostar da matéria, enquanto outros 28,6% declararam gostar pouco e a mesma porcentagem relatou gostar muito. Apenas uma minoria, correspondente a 14,2% dos alunos, declarou não gostar de Matemática. No quadro a seguir, apresentamos informações sobre o apoio que os estudantes recebem na realização de suas tarefas de Matemática.

Quadro 26 – Ajuda nas tarefas de matemática

AJUDA NAS TAREFAS DE MATEMÁTICA	NÚMERO DE ALUNOS	%
Professor particular	10	35,7
Pai	4	14,3
Mãe	13	46,4
Irmão	0	0
Amigos	0	0
Ninguém	0	0
Outro	1	3,6
Não informou	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 15 - Ajuda nas tarefas de matemática



Fonte: a autora (2024).

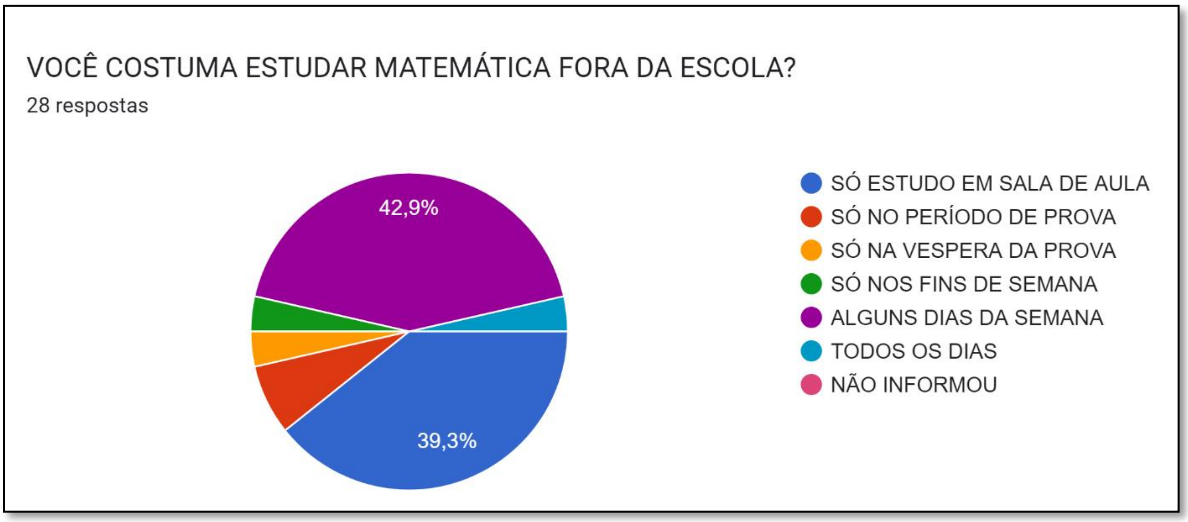
Os dados analisados revelam que 64,3% dos alunos pesquisados recebem auxílio na realização de suas tarefas escolares por parte da mãe, do pai ou de outras pessoas, enquanto 35,7% não contam com qualquer tipo de suporte. A ausência desse apoio pode impactar negativamente o desempenho acadêmico dos estudantes. Ressalta-se a importância da participação da família no processo educativo, uma vez que, conforme estabelecido pelo Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), é dever da família contribuir para o desenvolvimento escolar dos filhos. Quando questionados sobre a frequência com que estudam matemática fora do ambiente escolar, a maioria dos alunos afirmou que o fazem apenas no período de provas, conforme demonstrado a seguir.

Quadro 27 – Costume de estudar matemática fora da escola

COSTUMA ESTUDAR MATEMÁTICA FORA DA ESCOLA	Nº DE ESTUDANTES	PERCENTUAL (%)
Só estudo em sala de aula	11	39,3
Só no período de prova	2	7,1
Só na véspera da prova	1	3,6
Só nos fins de semana	1	3,6
Alguns dias da semana	12	42,9
Todos os dias	1	3,6
Não informou	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 16 - Costume de estudar matemática fora da escola



Fonte: a autora (2024).

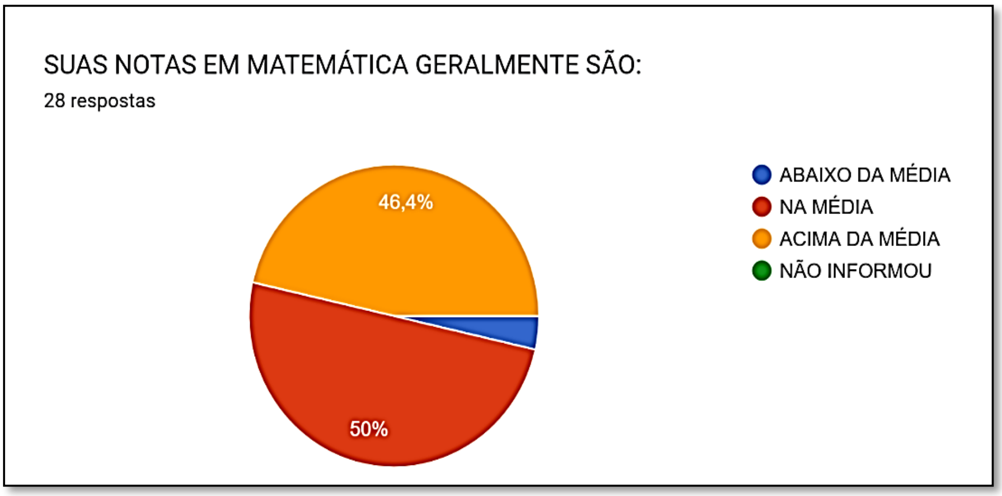
Os dados analisados evidenciam que a regularidade dos estudos dos alunos fora do ambiente escolar é bastante limitada, uma vez que apenas 3,6% demonstram assiduidade em suas práticas de estudo. Esse fator pode estar diretamente relacionado às dificuldades frequentemente observadas em sala de aula. A partir dessa análise, identificamos um cenário preocupante em relação à forma como os estudantes se preparam para as avaliações. A seguir, são apresentados os dados referentes ao desempenho dos alunos nas avaliações de Matemática.

Quadro 30 - Conceito em matemática

CONCEITO EM MATEMÁTICA	NÚMERO DE ALUNOS	%
Abaixo da média	13	46,4
Na média	14	50
Acima da média	1	3,6

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 17 - Conceito em matemática



Fonte: a autora (2024).

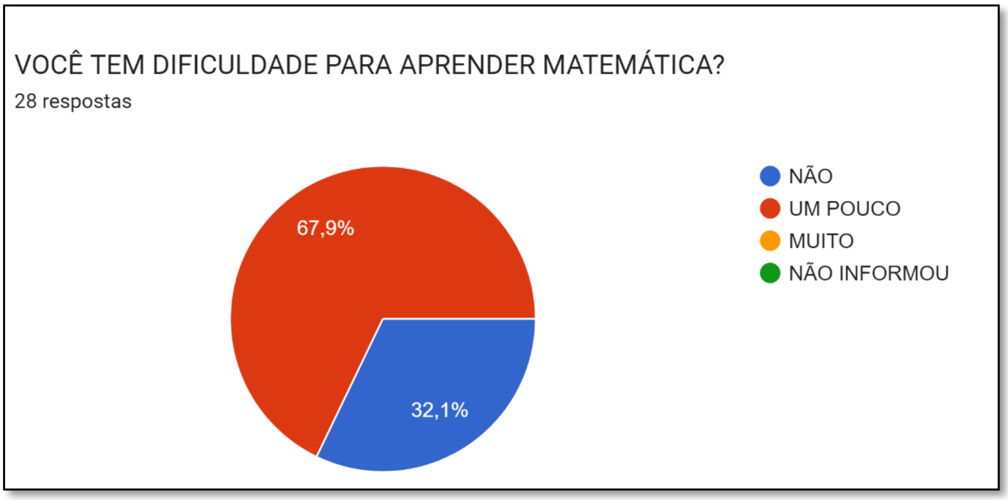
A seguir, são apresentados os dados referentes às dificuldades enfrentadas pelos alunos no aprendizado de Matemática.

Quadro 281 - Dificuldades para aprender matemática

AULAS DE MATEMÁTICA DESPERTAM O INTERESSE EM APRENDER OS CONTEÚDOS	NÚMERO DE ALUNOS	%
Não	9	32,1
Um pouco	19	67,9
muito	0	0
Não informou	0	0
TOTAL	28	100

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 18 - Dificuldades para aprender matemática



Fonte: a autora (2024).

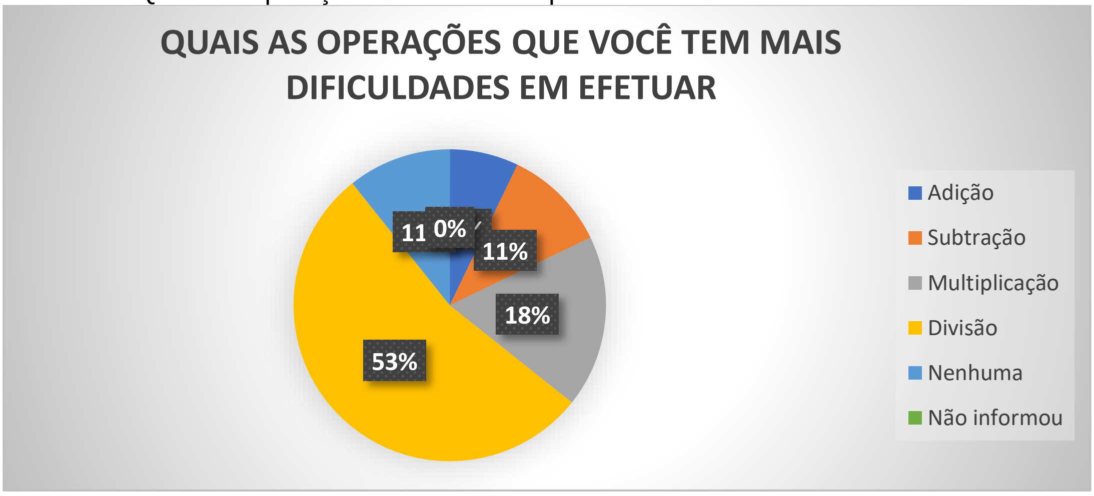
Os dados analisados revelam que 67,9% dos estudantes relatam ter alguma dificuldade em aprender matemática. Ao comparar esses resultados com informações anteriores, nas quais a maioria dos alunos declarou gostar da disciplina, identificamos uma correlação entre o grupo de estudantes que demonstram interesse por Matemática e aqueles que enfrentam dificuldades no aprendizado. A seguir, apresentamos os dados referentes às operações matemáticas em que os estudantes encontram maior dificuldade.

Quadro 292 – Operação matemática com maior dificuldade

OPERAÇÃO	NÚMERO DE ALUNOS	%
Adição	2	7
Subtração	3	11
Multiplicação	5	18
Divisão	15	53
Nenhuma	3	11
Não informou	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 19 - Quais as operações matemáticas que você tem mais tem dificuldades em efetuar?



Fonte: a autora (2024).

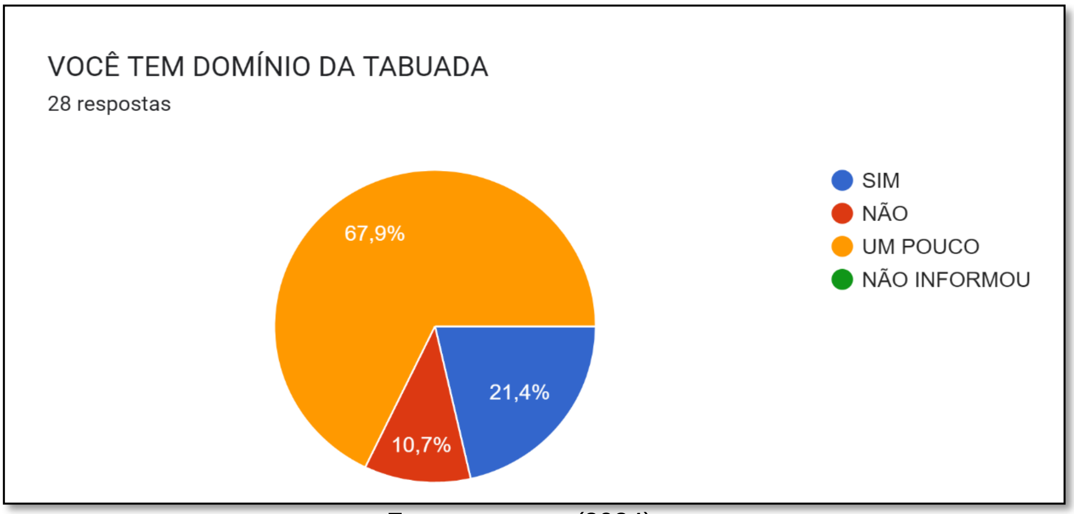
Os dados apontam que a operação de divisão é aquela em que os alunos apresentam maior dificuldade, o que evidencia a necessidade de uma abordagem diferenciada para esse conteúdo no processo de ensino. A seguir, serão apresentados os dados relacionados ao domínio dos estudantes sobre a tabuada.

Quadro 303 - Domínio dos alunos referente a tabuada

VOCÊ TEM DOMINIO DA TABUADA	NÚMERO DE ALUNOS	%
Sim	6	21,4
Não	3	10,7
Um pouco	19	67,9

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 20 - Domínio dos alunos referente a tabuada



Fonte: a autora (2024).

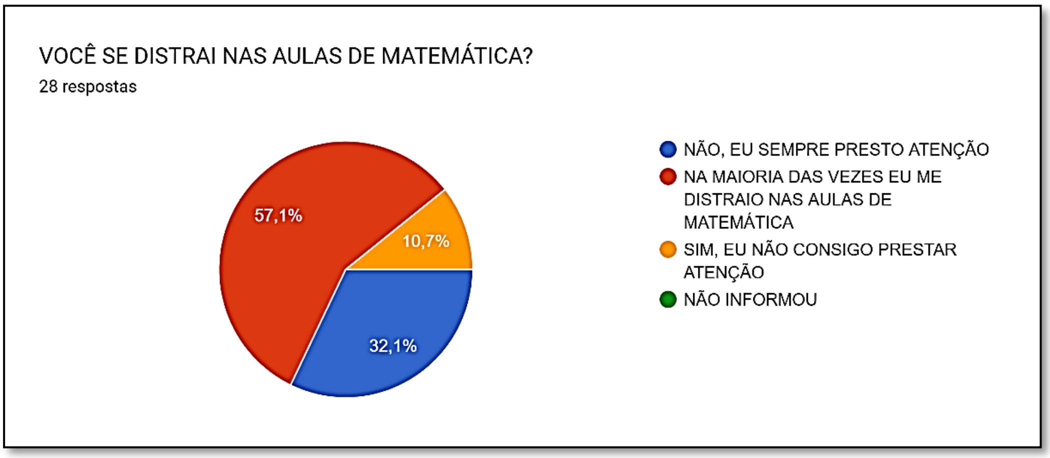
A falta de domínio da tabuada é um dos principais fatores que contribuem para as dificuldades dos estudantes na aprendizagem matemática. Essa lacuna, originada nos anos iniciais do ensino fundamental, pode gerar obstáculos que perduram ao longo da vida escolar, acadêmica e profissional dos alunos. Diante disso, é fundamental que os educadores adotem estratégias didáticas eficazes para promover o desenvolvimento dessa habilidade essencial. Além disso, ao serem questionados sobre possíveis distrações durante as aulas de matemática, verificou-se que muitos alunos relatam dificuldade em manter a atenção, especialmente quando as aulas não despertam seu interesse, conforme indicado pelos dados apresentados no Quadro 34.

Quadro 314 - Distração durante as aulas de matemática

DISTRAÇÃO DURANTE AS AULAS	Nº DE ESTUDANTES	PERCENTUAL %
Não, eu sempre presto atenção	9	32,2
Sim, eu não consigo prestar atenção	3	10,7
Às vezes, quando a aula não está interessante	16	57,1

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 21 - Distração durante as aulas de matemática



Fonte: a autora (2024).

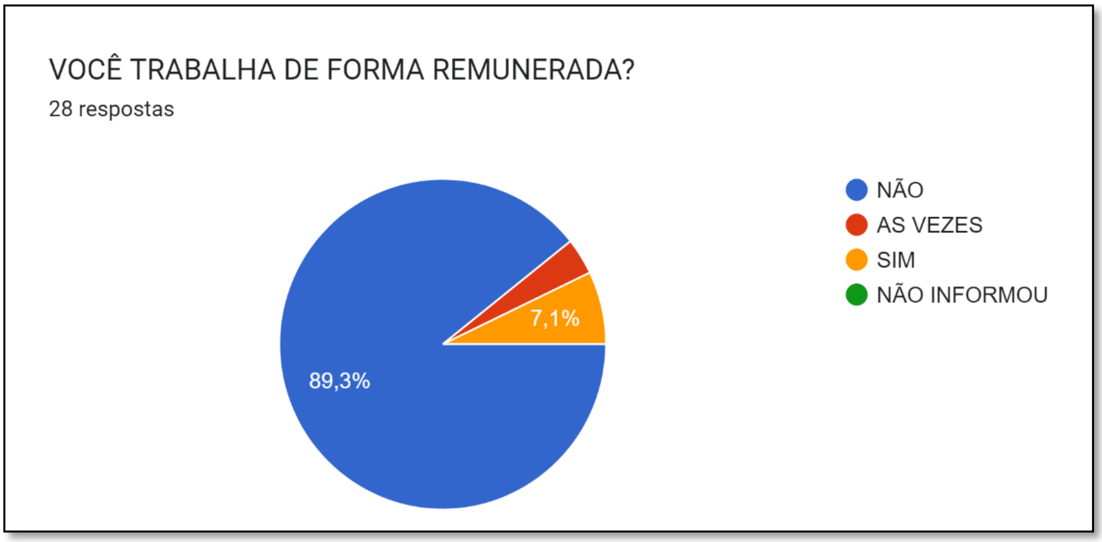
A seguir, temos o índice de estudantes que trabalham de forma remunerada.

Quadro 325 - Exercício de atividade remunerada

TRABALHA DE FORMA REMUNERADA	NÚMERO DE ALUNOS	%
As vezes	1	3,6
Sim	2	7,1
Não	25	89,3
Não informou	0	0

Fonte: Experimentação (2024)

Gráfico 22 - Exercício de atividade remunerada



Fonte: a autora (2024).

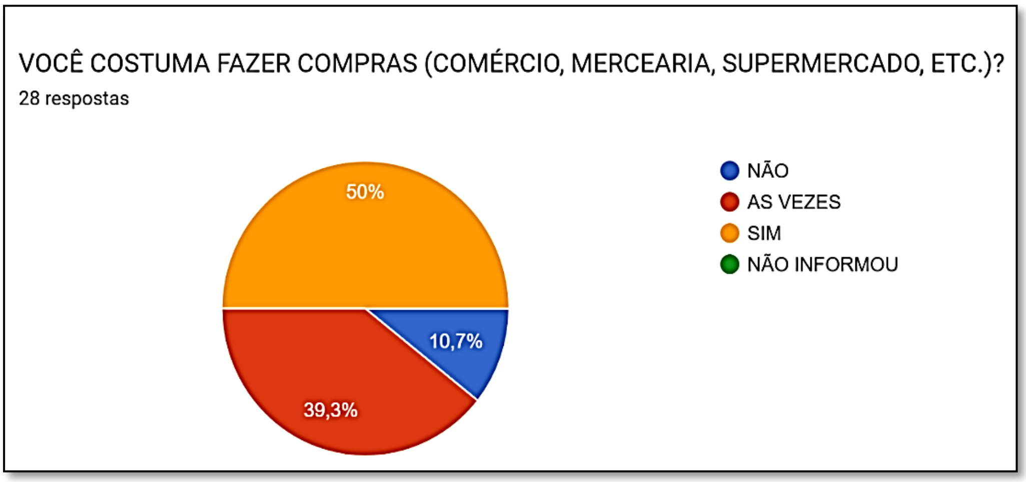
Os dados analisados indicam que apenas 10,7% dos alunos pesquisados exercem alguma atividade remunerada. Cabe ressaltar que a legislação brasileira proíbe o trabalho infantil para menores de 13 anos, independentemente de ser remunerado ou não, com o objetivo de resguardar os direitos e o bem-estar das crianças e adolescentes. A seguir, apresentam-se os índices relacionados ao hábito de realização de compras pelos estudantes.

Quadro 336 - Hábito de fazer compras

COSTUMA FAZER COMPRAS	NÚMERO DE ALUNOS	PERCENTUAL %
As vezes	11	39,3
Sim	14	50
Não	3	10,7
Não informado	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 23 - Hábito de fazer compras



Fonte: a autora (2024).

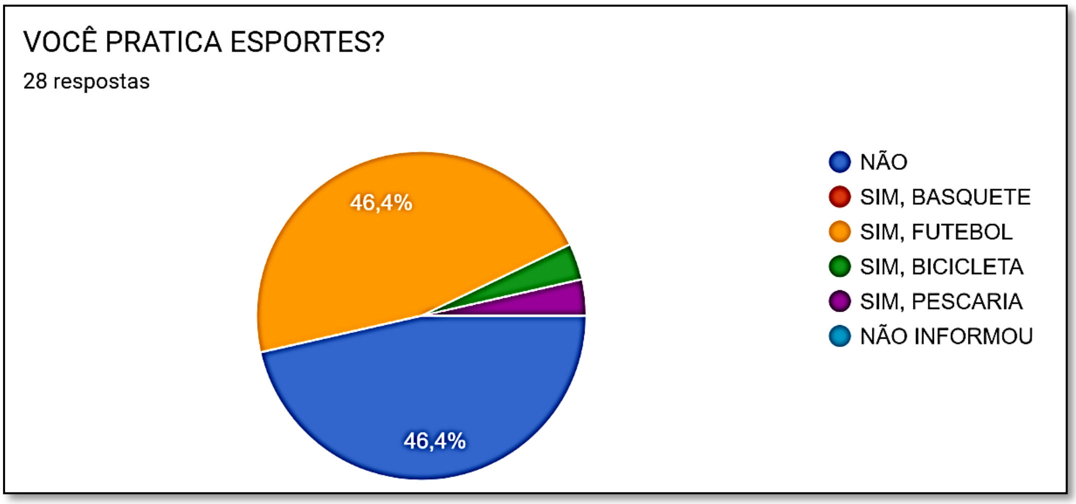
Com base nos dados apresentados, podemos inferir que a maioria dos alunos (89,3%) possui experiência em realizar compras. Esse dado é relevante, uma vez que o contato com dinheiro frequentemente envolve operações matemáticas, como adição, subtração, multiplicação e divisão. Essa familiaridade com transações financeiras pode contribuir para a compreensão das atividades propostas durante a aplicação da sequência didática. Quando questionados sobre a prática de esportes, a maioria afirmou que sim, conforme evidenciado no quadro a seguir.

Quadro 347 – Prática de esporte

PRÁTICA ESPORTE	Nº DE ESTUDANTES	PERCENTUAL (%)
Sim	15	53,6
Não	13	46,4
Não informou	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 24 – Prática de esportes



Fonte: a autora (2024).

Dentre os esportes mencionados, os estudantes relataram a prática de futebol (13 estudantes), bicicleta (1 estudante) e pescaria (1 estudante). No que diz respeito à escolaridade dos responsáveis, constatou-se que os estudantes tinham conhecimento sobre a formação educacional de seus pais ou responsáveis, conforme os dados a seguir.

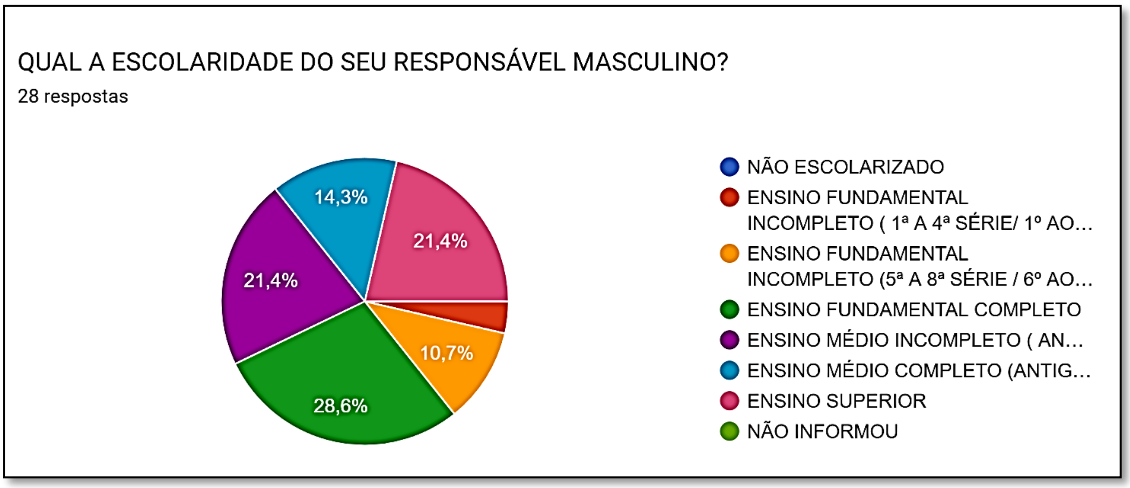
Quadro 358 – Escolaridade do responsável masculino

ESCOLARIDADE	Nº DE ESTUDANTES	PERCENTUAL (%)
Não escolarizado	0	0
Ensino Fundamental Incompleto (1ª a 4ª série/1º ao 5º ano)	1	3,6
Ensino Fundamental Incompleto (5ª a 8ª série/6º ao 9º ano)	3	10,7
Ensino Fundamental Completo	8	28,6
Ensino Médio Incompleto (antigo 2º grau)	6	21,4

Ensino Médio Completo (antigo 2º grau)	4	14,3
Ensino Superior	6	21,4
Não informou	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 25 – Escolaridade do responsável masculino



Fonte: a autora (2024).

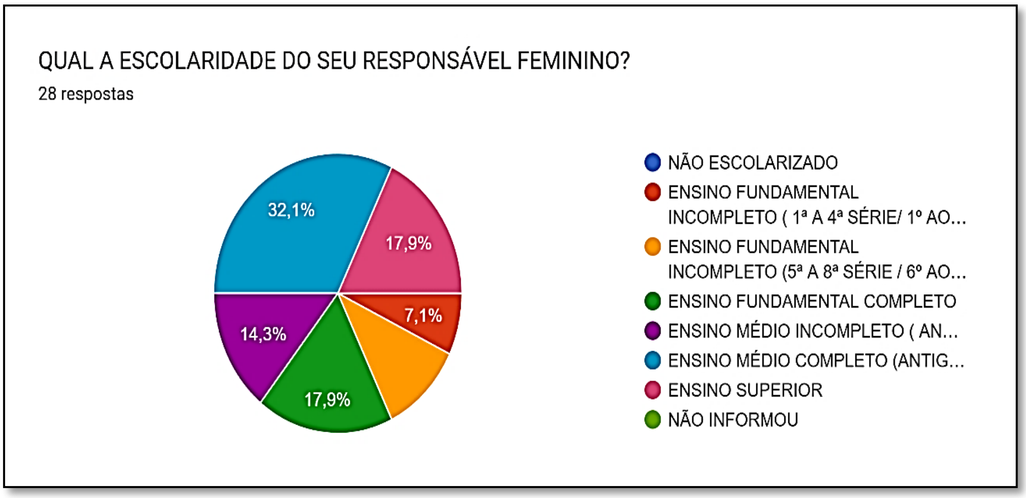
No que diz respeito à escolaridade das responsáveis do sexo feminino, foram registradas as seguintes informações.

Quadro 369 – Escolaridade do responsável feminino

ESCOLARIDADE	Nº DE ESTUDANTES	PERCENTUAL (%)
Não escolarizado	0	0
Ensino Fundamental Incompleto (1ª a 4ª série/1º ao 5º ano)	2	7,1
Ensino Fundamental Incompleto (5ª a 8ª série/6º ao 9º ano)	3	10,7
Ensino Fundamental Completo	5	17,9
Ensino Médio Incompleto (antigo 2º grau)	4	14,3
Ensino Médio Completo (antigo 2º grau)	9	32,1
Ensino Superior	5	17,9
Não informado	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 26 – Escolaridade do responsável masculino



Fonte: a autora (2024).

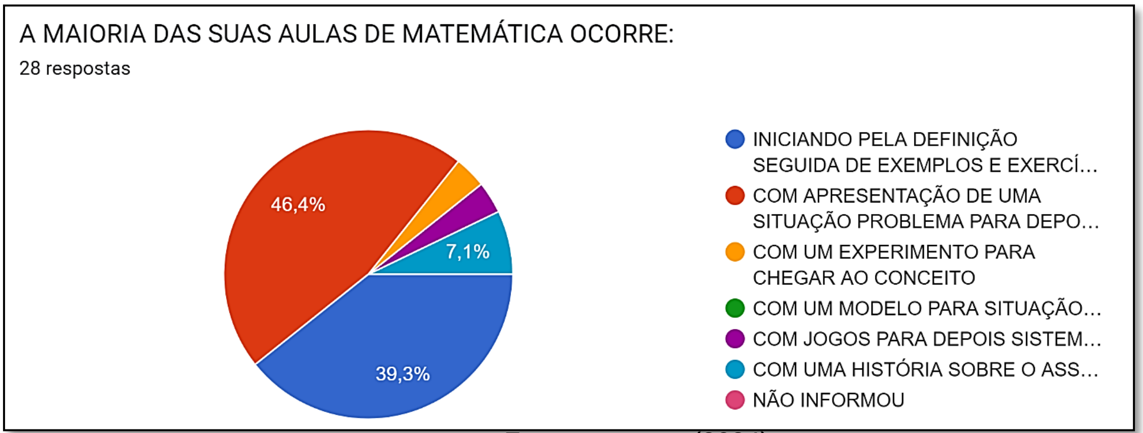
A seguir, apresentamos os métodos utilizados pelos professores ao iniciar suas aulas de Matemática.

Quadro 370 - Prática metodológica para início das aulas de matemática segundo os discentes

MÉTODOS UTILIZADOS	NÚMERO DE ALUNOS	%
Iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios	11	39,3
Iniciaram com a história do assunto para depois explorar os conceitos	2	7,1
Iniciam com um experimento para chegar ao conceito	1	3,6
Iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto	13	46,4
Iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo	0	0
Iniciaram com jogos para depois sistematizar os conceitos	1	3,6
Não informado	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 27 - Prática metodológica para início das aulas de matemática segundo os discentes.



Fonte: a autora (2024).

No que diz respeito à maneira como os professores iniciam suas aulas de Matemática, verificou-se que apenas 39,3% dos estudantes afirmaram que eles começam com a definição, acompanhada de exemplos e exercícios. Por outro lado, 62,7% dos discentes relataram que os professores iniciam utilizando a história da matemática, situações-problema, experimentos ou jogos.

Essa abordagem está alinhada com o que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) sugerem: Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática' (BRASIL, 1998, p. 39-40).

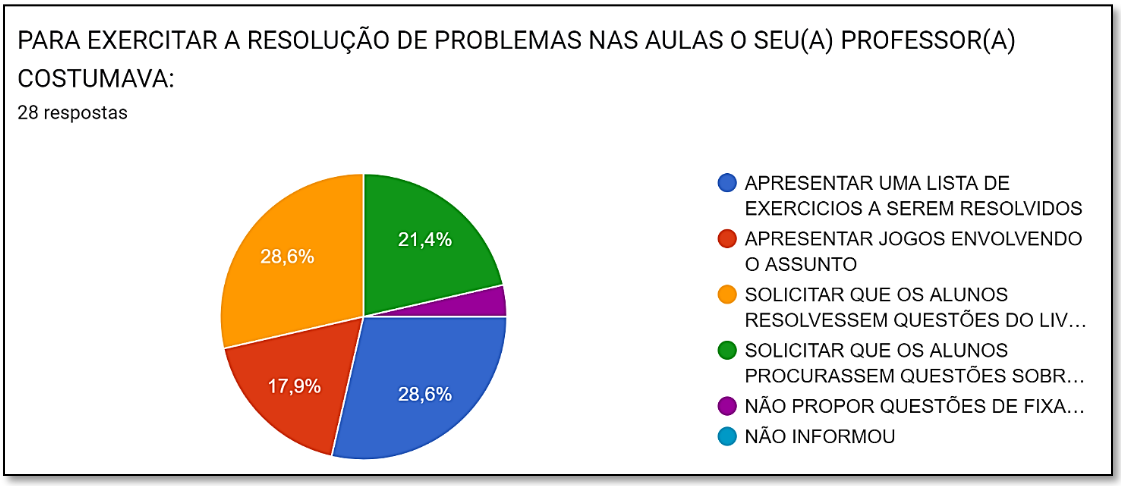
Apresentamos a seguir os dados referentes aos recursos pedagógicos que os professores utilizam para a fixação dos conteúdos matemáticos.

Quadro 381 - Recursos utilizados pelo professor nas aulas de matemática

RECURSOS PEDAGÓGICOS UTILIZADOS	NÚMERO DE ALUNOS	%
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	8	28,6
Apresentar jogos envolvendo o assunto	5	17,9
Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático	8	28,6
Não propunha exercícios de fixação	1	3,6
Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver	6	21,4
Não informou	0	0

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 28 - Recursos utilizados pelo professor na aula de matemática



Fonte: a autora (2024).

No que se refere aos recursos pedagógicos utilizados pelos professores para a fixação do conteúdo, constatamos, com base nas informações da pesquisa, que os docentes adotam uma variedade de métodos de ensino. Acreditamos que essa diversificação contribui para facilitar a aprendizagem dos estudantes. De acordo com os métodos sugeridos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), é recomendado o uso de várias formas de avaliação, que devem contemplar também explicações, justificativas e argumentações orais. Esses aspectos revelam facetas do raciocínio que muitas vezes não ficam evidentes nas avaliações escritas (BRASIL, 1998, p. 55). Recomenda-se, portanto, a diversificação dos recursos utilizados, a fim de promover o envolvimento dos alunos nesse contexto.

Os resultados do questionário socioeducacional foram fundamentais para uma melhor compreensão do perfil dos alunos envolvidos na pesquisa. A análise dos dados revelou que alguns estudantes manifestam desinteresse pela disciplina de Matemática, principalmente devido à dificuldade em resolver as atividades propostas. No entanto, observou-se que muitos, apesar dos desafios enfrentados, demonstram disposição para aprender, evidenciando a importância de metodologias que favoreçam a compreensão e o engajamento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem.

5.3 APLICAÇÃO DO PRÉ-TESTE

Após a aplicação do questionário socioeducacional, realizamos o pré-teste com o objetivo de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos sobre operações com frações. O pré-teste foi composto por onze questões abrangendo adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Ao entregar a atividade, solicitamos que os estudantes lessem atentamente as questões e respondessem com base em seus conhecimentos sobre o conteúdo. Observamos certa agitação entre os alunos, que manifestaram insegurança ao afirmar que não sabiam como resolver as questões, pois não haviam estudado ou não se lembravam do tema. No entanto, incentivamos a leitura cuidadosa das perguntas, sugerindo que poderiam ser capazes de solucionar algumas delas.

Ressaltamos que se tratava de uma atividade diagnóstica, sem impacto em suas avaliações, e reforçamos a importância de respondê-la com seriedade. Durante a realização do pré-teste, 30 estudantes participaram, dedicando aproximadamente 40 minutos à resolução das questões. Apesar das dificuldades, todos demonstraram empenho em responder conforme suas possibilidades. Após a coleta dos testes, convidamos os alunos a participarem das próximas aulas de Matemática, nas quais abordaríamos operações com frações por meio de uma metodologia diferenciada. Percebemos que demonstraram curiosidade e grande expectativa em relação às aulas futuras. Os dados coletados serão analisados na próxima seção da pesquisa, denominada Análise a posteriori e validação.

Quadro 392 - Resultado do pré-teste

Questão			**acertos**	**erros**	**em branco**
1	**a**		11	11	6
	b		11	10	7
2			7	5	16
3	**a**		2	19	7
	b		2	20	6
4			1	10	17
5	**a**		6	18	4
	b		6	18	4
6			0	15	13
7			0	14	14
8			0	14	14

9			0	6	22
10	**a**		0	13	15
	b		0	12	16
11	**a**		1	8	19
	b		3	5	20
	c		5	5	18
	d		7	2	19

Fonte: a autora (2024).

Conforme observado na análise do pré-teste, nenhum estudante obteve acertos nas questões 6, 7, 8, 9 e 10, as quais abordavam subtração de frações com denominadores iguais e diferentes, multiplicação de frações e divisão de frações. Esse resultado evidencia a falta de conhecimento prévio ou a dificuldade em recordar esses conteúdos por parte dos alunos. Entretanto, nas questões que envolviam adição de frações com denominadores iguais, houve um índice de acertos significativamente maior, o que sugere que os estudantes possuem maior familiaridade com essa operação em comparação às demais.

5.4 SEGUNDO ENCONTRO

Em 7 de março de 2024, ocorreu o segundo encontro, no período das 15h às 17h. Inicialmente, a turma era composta por 35 alunos; contudo, ao longo da experimentação, três novos estudantes foram incorporados, totalizando 38 participantes. Dentre esses, dez alunos não terão seus dados considerados nesta pesquisa, pois não responderam ao questionário socioeducacional, ao pré-teste ou ao pós-teste nos dias em que foram aplicados. No entanto, todos os estudantes da turma participaram das atividades propostas sempre que estavam presentes.

Durante esse período, foi aplicada a primeira atividade, cujo objetivo era desenvolver a regra para a resolução de operações de adição de frações com denominadores iguais, utilizando métodos geométricos para solucionar situações-problema. Essa atividade contou com a participação de 31 estudantes. Para a aplicação da atividade 1, organizamos a turma em nove grupos: oito grupos com quatro alunos cada e um grupo com dois alunos. Esses grupos foram denominados como Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4, Grupo 5, Grupo 6, Grupo 7, Grupo 8 e Grupo 9.

Em seguida, distribuímos uma cópia impressa da atividade para cada aluno de seu respectivo grupo. Solicitamos que todos os membros de cada grupo participassem da resolução das atividades, com o objetivo de promover discussões sobre estratégias de resolução e preenchimento da atividade proposta.

No início, os estudantes demonstraram bastante interesse, mas também apresentaram algumas distrações. Nesse momento, enfatizamos a importância da concentração e, em seguida, iniciamos as orientações sobre como elaborar o desenho geométrico para resolver a atividade. Além disso, explicamos como preencher o quadro de registro das questões, conforme solicitado ao final da atividade. Para ilustrar o processo, fizemos uma demonstração no quadro branco, mostrando a resolução da primeira questão e como preencher o referido quadro de registros.

Após a demonstração no quadro sobre o procedimento para resolver por meio do desenho, os estudantes compreenderam rapidamente e iniciaram a construção dos desenhos para cada situação-problema. Conforme solicitado inicialmente, eles fizeram um rodízio para a realização das resoluções, ou seja, cada membro do grupo resolveu uma questão até que todos tivessem resolvido. Dessa forma, todos participaram e contribuíram para a efetivação da atividade.

Para concluir a atividade, após os estudantes terem feito os registros, solicitamos que lessem novamente o objetivo e elaborassem um conceito para a regularidade que haviam percebido nas resoluções. Verbalmente, eles conseguiram explicar o que observaram, mas levaram algum tempo para chegar a uma conclusão em grupo.

Quanto à escrita, notamos que enfrentam dificuldades em ler e escrever. Portanto, orientamos com exemplos e perguntas que pudessem auxiliá-los na construção de uma conclusão conceitual por escrito. O Quadro 43 a seguir apresenta as transcrições das conclusões escritas por cada grupo.

Quadro 403 - Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 1

GRUPO	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	VALIDADE
Grupo 1	Quando somei as frações, os denominadores continuam sendo igual.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
Grupo 2	Nas somas das frações com mesmos denominadores, não muda o denominador.	Válida, não prevista e desejada

Grupo 3	Na soma de fração com o mesmo denominador, o denominador repete.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 4	Na soma das frações com o mesmo denominador, o denominador nunca muda.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 5	Na fração o denominador nunca muda, porque ele é o todo da fração.	Inválida, não prevista e não desejada
Grupo 6	Na soma de fração com mesmo denominador, o denominador nunca muda.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 7	Quando somamos frações com denominadores iguais, os denominadores não mudam.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 8	Quando somamos com frações com denominadores iguais, os denominadores não mudam.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 9	Na soma de fração com o mesmo denominador, o denominador repete.	Válida, não prevista e desejada

Fonte: a autora (2024).

Após a apresentação das conclusões por todos os grupos, reunimo-nos no quadro branco para discuti-las. Nesse momento, alcançamos a etapa de institucionalização, que corresponde à fase final do ensino por meio de atividades. Durante essa etapa, orientamos os estudantes na compreensão de que, ao somar frações com denominadores iguais, deve-se somar os numeradores e manter o mesmo denominador. Além disso, realizamos a classificação das conclusões com base em sua validade em relação à institucionalização da primeira atividade.

Quadro 414 – Percentual da Classificação das Observações da Atividade 1

<table>
<tr><th colspan="2">Classificação das Observações</th><th>Frequência Absoluta</th><th>Frequência Relativa (%)</th><th>Validade</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Válidas</td><td>Válida, prevista e desejada</td><td>0</td><td>0%</td><td rowspan="3">78%</td></tr>
<tr><td>Válida, não prevista e não desejada</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td>Válida, não prevista e desejada</td><td>7</td><td>78%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Parcialmente Válidas</td><td>Parcialmente válida, prevista e não desejada</td><td>0</td><td>0%</td><td rowspan="2">11%</td></tr>
<tr><td>Parcialmente válida, não prevista e não desejada</td><td>1</td><td>11%</td></tr>
</table>

Inválidas	Inválida, prevista e não desejada	0	0%	11%
	Inválida, não prevista e não desejada	1	11%	
Total		9	100%	100%

Fonte: a autora (2024).

Com base no quadro apresentado, observa-se que nenhum grupo formulou uma conclusão totalmente válida, conforme o esperado. Um dos grupos chegou a uma conclusão considerada inválida, não prevista e não desejada. Os demais grupos elaboraram conclusões classificadas como válidas ou parcialmente válidas; no entanto, não conseguiram expressar por escrito que a operação realizada consistia na adição dos numeradores com a conservação do denominador. Apesar disso, a maioria dos estudantes compreendeu corretamente que era necessário somar apenas os numeradores de cada fração, preservando o denominador comum.

Diante das dificuldades observadas na transcrição do raciocínio, enfatiza-se a importância do momento de institucionalização. Durante essa etapa, é fundamental formular a conclusão em conjunto com a turma, aprimorando as ideias e conceitos que surgiram ao longo da atividade. Após a conclusão da Atividade 1, procedemos com a entrega da Atividade de Aprimoramento, que abordou a soma de frações com mesmo denominador, cujo objetivo foi aprofundar os conhecimentos adquiridos durante a realização da atividade anterior.

Organizamos a turma de maneira que todos fizessem individualmente, em seguida, entregamos uma cópia da atividade para cada estudante e explicamos que se tratava de uma revisão da primeira atividade realizada. Os alunos deveriam responder com base no conceito que haviam aprendido. A execução da atividade pareceu de fácil resolução para a maioria dos grupos. Quando surgiam dúvidas, eles recorriam à professora-pesquisadora para esclarecê-las.

5.5 TERCEIRO ENCONTRO

O terceiro encontro foi realizado no dia 8 de março de 2024 (sexta-feira), das 15h45 às 17h05, com a participação de 27 alunos. Durante esse encontro, aplicamos a segunda atividade, cujo objetivo era estabelecer a regra para a resolução de operações de subtração de frações com denominadores iguais, utilizando representações geométricas como ferramenta para solucionar as situações-problema.

Ao chegarmos à sala de aula para a aplicação da atividade, os alunos já estavam organizados nos mesmos grupos formados no dia anterior. A divisão foi mantida da seguinte forma: oito grupos compostos por quatro alunos cada e um grupo com dois alunos. Ressalta-se que seis estudantes que participaram da atividade anterior estiveram ausentes, enquanto dois alunos que haviam faltado anteriormente compareceram. Esses alunos foram inseridos nos grupos que necessitavam de integrantes, garantindo o equilíbrio na participação das atividades.

Posteriormente, procedeu-se à distribuição de uma cópia impressa da atividade para cada grupo. Além disso, solicitamos que todos os membros de cada grupo participassem da resolução das atividades, com o objetivo de promover discussões sobre as estratégias de resolução e preenchimento da atividade proposta. Durante a atividade, notamos que os estudantes demonstraram interesse e concentração, estando menos dispersos.

Reforçamos a importância de manter essa concentração e, em seguida, orientamos sobre a elaboração do desenho geométrico para a resolução da atividade. Além disso, explicamos como preencher o quadro de registro das questões solicitado ao final da atividade. Para ilustrar, realizamos uma demonstração no quadro branco, mostrando a resolução da primeira questão e como preenchê-la no referido quadro de registros.

Após a demonstração no quadro sobre o procedimento para resolver por meio do desenho, os estudantes compreenderam rapidamente e iniciaram a construção dos desenhos para cada situação-problema. Conforme solicitado anteriormente, eles adotaram um sistema de rodízio para a realização das resoluções, mas como os alunos não mantinham a concentração e ficavam muito dispersos, eles acabaram resolvendo individualmente e só após foram compartilhando os resultados com grupo, e assim todos participaram e contribuíram para a efetivação da atividade.

Para concluir a atividade, após os registros, solicitamos que os estudantes revisassem o objetivo e elaborassem um conceito para a regularidade que haviam percebido nas resoluções. Embora verbalmente os alunos tenham conseguido explicar o que observaram, levaram algum tempo para chegar a uma conclusão em grupo. No que diz respeito à escrita, observamos novamente que os estudantes enfrentaram dificuldades ao expressar por escrito a conclusão a que haviam chegado. No entanto, conseguiram elaborar a conclusão com mais facilidade, considerando que já haviam feito algo semelhante na atividade anterior.

Ainda assim, foi necessário fornecer orientação para que alguns grupos conseguissem redigir sua conclusão. Em seguida, procedemos à organização das transcrições das conclusões elaboradas por cada grupo no quadro 45.

Quadro 425 – Conclusões registradas na Atividade 2

GRUPO	TRANSCRIÇÃO DAS OBSERVAÇÕES REGISTRADAS	VALIDADE
Grupo 1	Quando eu subtraí as frações com mesmo denominador, os denominadores continuam sendo os mesmos.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 2	Quando for fazer uma subtração de frações com os denominadores iguais, ele não mudou.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
Grupo 3	Na subtração de fração com o mesmo denominador, denominador repete.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 4	Quando eu fiz a conta de menos nas frações com o mesmo denominador, os denominadores não mudaram.	Parcialmente válida, não prevista e desejada
Grupo 5	Eu fiz o cálculo na conta de menos de fração com o mesmo denominador, eu percebi que o denominador fica o mesmo.	Parcialmente válida, não prevista e desejada
Grupo 6	Na subtração de fração com o denominador igual, diminui os numeradores e os denominadores se repete.	Válida, prevista e desejada
Grupo 7	Para resolver as subtrações de fração com o mesmo denominador, o denominador repete.	Válida, prevista e desejada
Grupo 8	Na subtração com frações com denominador igual, o denominador não muda, o que muda é apenas o numerador.	Parcialmente válida, não prevista e desejada.

Fonte: a autora (2024).

Após a apresentação e análise conjunta com a turma das conclusões elaboradas pelos grupos, a Atividade 2 foi institucionalizada. Esse momento é de suma importância para a efetivação da atividade, pois, junto com a turma, formalizou-se que, para subtrair frações com denominadores iguais, é necessário subtrair os numeradores e manter (repetir) o mesmo denominador. O Quadro 45 a seguir detalha os resultados dessas conclusões na atividade 2.

Quadro 436 - Percentual da Classificação das Conclusões da Atividade 2

Classificação das Conclusões		Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)	Validade
Válidas	Válida, prevista e desejada	2	25%	50%
	Válida, não prevista e desejada	2	25%	
	Válida, não prevista e não desejada	0	0%	
Parcialmente Válidas	Parcialmente válida, prevista e não desejada	1	12,5%	50%
	Parcialmente válida, não prevista e desejada	3	37,5%	
Inválidas	Inválida, prevista e não desejada	0	0%	0%
	Inválida, não prevista e não desejada	0	0%	
Total		8	100%	100%

Fonte: a autora (2024)

Com base nos resultados apresentados, observamos que três grupos chegaram a uma conclusão parcialmente desejada, enquanto dois grupos formalizaram uma conclusão válida que não estava prevista mais desejada e um grupo chegou à conclusão parcialmente válida que não estava prevista e nem desejada. A partir daí, observa-se que a turma compreendeu, ainda que parcialmente em alguns casos, que a subtração de frações envolve apenas a diferença entre os numeradores, mantendo o mesmo denominador.

Ao concluir esse momento de institucionalização, observamos que a experiência com as duas atividades permitiu aos alunos uma compreensão mais sólida: em operação de subtração com frações cujos denominadores são iguais, basta subtrair os numeradores e manter o mesmo denominador.

Isso é um resultado positivo, e o entusiasmo demonstrado pela turma durante toda a atividade contribuiu para esse sucesso. Após a conclusão da Atividade 2, procedemos com a entrega da Atividade de Aprimoramento, cujo objetivo foi aprofundar os conhecimentos adquiridos durante a realização da atividade anterior.

Organizamos a turma de maneira que todos fizessem individualmente, em seguida, entregamos uma cópia da atividade para cada estudante e explicamos que se tratava de uma revisão da primeira atividade realizada. Os alunos deveriam responder com base no conceito que haviam aprendido.

Concentrou-se na operacionalização de subtração de frações com denominadores iguais. que abordou a subtração de frações, a execução da atividade foi de fácil resolução para os grupos, devido a experiencia da atividade anterior. Todos os estudantes iniciaram a resolução das questões, e esclarecemos dúvidas à medida que surgiam.

5.6 QUARTO ENCONTRO

No dia 12 de março de 2024, realizamos o quarto encontro, que ocorreu das 15h45 às 17h05, com a participação de 27 estudantes, embora quatro estivessem ausentes. Durante a condução do experimento, enfrentamos desafios relacionados à assiduidade dos alunos. O início das atividades foi postergado em aproximadamente 25 minutos, pois alguns estudantes estavam participando de uma atividade de História em outra sala. Destaca-se que os alunos já estavam organizados nos grupos previamente estabelecidos, o que facilitou a organização da sala. No entanto, devido ao tempo disponível, não foi possível concluir a terceira atividade nesse encontro, sendo necessária a sua continuidade na aula seguinte.

5.7 QUINTO ENCONTRO

No dia 14 de março de 2024, às 15h, retomamos a resolução da terceira atividade, que não pôde ser concluída no encontro anterior. Estavam presentes 27 alunos. O objetivo dessa atividade era estabelecer um procedimento operacional para a adição de frações com denominadores diferentes. A atividade foi composta por 12 situações-problema, distribuídas em três exemplares de cada um dos seguintes tipos:

- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, com a e b ≠ 0;
- $\frac{b}{a} + \frac{1}{c}$, com a e c ≠ 0;
- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, com a e b ≠ 0
- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$, com b e d ≠ 0

Em seguida, distribuímos novamente uma cópia da atividade para cada grupo e solicitamos a participação ativa de todos os membros na resolução das questões. O objetivo era fomentar a discussão entre os estudantes sobre as estratégias de resolução, preencher a atividade proposta e, ao final, formular uma conclusão.

Observamos que os grupos enfrentaram dificuldades significativas para identificar padrões e formular a regra de adição de frações com denominadores diferentes. Para auxiliar nesse processo, inicialmente demonstramos no quadro branco a resolução da primeira questão utilizando representações geométricas. Em seguida, os alunos foram instruídos a retomar a atividade a partir do ponto em que haviam interrompido no encontro anterior, buscando sua conclusão.

Após a demonstração no quadro sobre o procedimento para resolver por meio do desenho, os estudantes apresentaram maior tranquilidade na resolução da atividade. No entanto, precisaram de auxílio para construir o desenho por conta própria na segunda questão. Observou-se que houve dificuldade de percepção inicial, como já havíamos previsto, uma vez que trabalhar com denominadores diferentes exige um pouco mais de raciocínio na construção do desenho.

Para esclarecer as dúvidas decorrentes da resolução da primeira questão, realizamos uma demonstração adicional sobre como construir o desenho geométrico, exemplificando com a segunda, terceira e quarta questão. Com essas construções, os estudantes conseguiram compreender e assim, começaram a construir os desenhos para cada situação-problema seguinte. Ressaltamos que mesmo assim surgiam dúvidas e que íamos até o grupo para ajudá-los.

A partir da atividade 2, adotamos uma nova estratégia, pois percebemos que os alunos estavam dispersos durante a realização da atividade. Em vez de contribuírem com seus colegas, esperavam que eles terminassem, ficavam muito dispersos, então entregamos uma atividade para cada aluno. Dessa forma, todos tentavam resolver simultaneamente, compartilhando os resultados com o grupo ao longo do processo.

Nas atividades anteriores, estávamos aplicando a atividade de aprimoramento logo após o término da primeira atividade, mas percebemos a necessidade a partir da atividade 3, aplicar separadamente, pois os alunos precisaram de mais tempo para a execução da atividade proposta.

Então a partir da atividade 3, decidimos aplicar a atividade de aprimoramento separadamente, pois notamos que os alunos necessitavam de mais tempo para a execução da tarefa, uma vez que ela apresenta um grau de dificuldade mais elevado, conseguimos concluir a atividade às 16h25min.

Os grupos iniciaram suas construções, e à medida que as dúvidas surgiam, procurávamos ajudá-los. Assim como nas atividades anteriores, enfatizamos a importância de resolverem as questões de forma colaborativa, para que todos os integrantes do grupo pudessem compreender e solucionar os problemas.

Após a conclusão das resoluções da segunda parte, devolvemos as resoluções da primeira parte aos respectivos grupos, solicitando que registrassem as mesmas conforme instruído ao final da segunda parte. Com os registros feitos, pedimos que os grupos revisassem o objetivo entre si e elaborassem um conceito para a regularidade percebida nas resoluções

Durante a expressão verbal, os alunos conseguiram explicar o que observaram, embora tenham levado algum tempo para chegar a uma conclusão em grupo. No entanto, em relação à escrita, notamos as mesmas dificuldades anteriores: organizar e expressar um pensamento de maneira escrita. Por isso foi necessário que orientássemos com exemplos para a elaboração de suas conclusões por escrito. O quadro 46 a seguir apresenta as transcrições das conclusões elaboradas por cada grupo.

Quadro 447 – Conclusões registradas na Atividade 3

GRUPO	TRANSCRIÇÃO DAS OBSERVAÇÕES REGISTRADAS	VALIDADE
Grupo 1	Eu multipliquei os denominadores diferentes e formei um novo denominador, multiplica os numeradores pelos denominadores, soma os numeradores depois, e os denominadores novos ficou o mesmo.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 2	Os denominadores eu multipliquei formando um novo denominador, multiplica pelo numerador o denominador da outra fração, faz nas duas, somamos os novos numeradores e repetimos o novo denominador.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 3	Na adição de fração com denominadores diferentes, multiplicamos os denominadores para criar outro denominador, depois multiplica o numerador pelo	Parcialmente Válida, não prevista e não desejada

	denominador da outra fração, faz na outra também, e fica denominador novo.	
Grupo 4	Para resolver a soma das frações de denominadores, multipliquei os denominadores para gerar outro denominador, pequei o denominador novo e dividi com o velho.	Inválida, não prevista e não desejada
Grupo 5	Multiplicamos os denominadores, tem um novo denominador atual, multiplica os numeradores contrário dos denominadores aí soma, o novo denominador repete.	Parcialmente Válida, não prevista e desejada
Grupo 6	Os denominadores multiplica.	Inválida, prevista e não desejada
Grupo 7	Multiplica os denominadores, depois multiplica pelo numerador os denominadores da outra fração, e soma os novos numeradores e repete o denominador.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 8	Na soma de frações com denominadores diferentes, nós multiplicamos os denominadores e multiplica os numeradores e soma.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
Grupo 9	Os denominadores se multiplicam e multiplica pelo numerador.	Inválida, não prevista e não desejada.

Fonte: a autora (2024).

Conforme observado nas atividades anteriores, a Atividade 3 foi institucionalizada por meio de uma apresentação e análise conjunta das conclusões elaboradas pelos grupos. Os dados do quadro anterior evidenciam a dificuldade dos alunos em formalizar suas conclusões por escrito. Dois grupos não conseguiram completar toda a atividade e necessitaram de apoio para expressar seu entendimento; contudo, mesmo com auxílio, não foram capazes de estruturar suas conclusões de forma clara.

A partir dessa análise, foi possível verbalizar e registrar o conceito de adição de frações com denominadores diferentes. Para realizar essa operação, multiplicamos os denominadores para obter um denominador comum. Em seguida, multiplicamos o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda e o numerador da segunda fração pelo denominador da primeira. Por fim, somamos os numeradores resultantes. O Quadro 47 apresenta a validação das conclusões da Atividade 3.

Quadro 458 - Percentual da Classificação das Conclusões da Atividade 3

<table>
<tr><th colspan="2">Classificação das Conclusões</th><th>Frequência Absoluta</th><th>Frequência Relativa (%)</th><th>Validade</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Válidas</td><td>Válida, prevista e desejada</td><td>0</td><td>0%</td><td rowspan="3">33,4%</td></tr>
<tr><td>Válida, não prevista e desejada</td><td>3</td><td>33,4%</td></tr>
<tr><td>Válida, não prevista e não desejada</td><td>0</td><td>0%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Parcialmente Válidas</td><td>Parcialmente válida, prevista e não desejada</td><td>0</td><td>0%</td><td rowspan="2">11,1%</td></tr>
<tr><td>Parcialmente válida, não prevista e desejada</td><td>1</td><td>11,1%</td></tr>
<tr><td>Parcialmente válida, não prevista e não desejada</td><td>2</td><td>22,2%</td><td>22,2%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Inválidas</td><td>Inválida, prevista e não desejada</td><td>1</td><td>11,1%</td><td rowspan="2">33,3%</td></tr>
<tr><td>Inválida, não prevista e não desejada</td><td>2</td><td>22,2%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Total</td><td>9</td><td>100%</td><td>100%</td></tr>
</table>

Fonte: a autora (2024).

Conforme evidenciado no quadro acima, nenhum dos grupos conseguiu formalizar uma conclusão válida, conforme previsto e desejado. Dois grupos apresentou uma conclusão inválida, enquanto os outros formalizaram uma conclusão parcialmente válida, pois não conseguiram expressar adequadamente seu entendimento. Embora os estudantes tenham demonstrado bom desempenho na resolução das questões, enfrentam grandes dificuldades ao expressar suas ideias por escrito.

É relevante ressaltar que esse resultado diz respeito a escrita da conclusão. Ao analisar as resoluções das questões, fica evidente que a maioria dos estudantes conseguiu identificar as características de resolução de situações que envolvem a adição de frações com denominadores diferentes. Eles resolveram as questões corretamente por meio de desenhos geométricos.

5.8 SEXTO ENCONTRO

No dia 21 de março de 2024, das 15h45 às 17h05, realizamos o sexto encontro, com a participação de 28 alunos. A experimentação ficou suspensa por quase uma semana devido à mudança no horário dos professores e à necessidade de ceder duas aulas de matemática para que a professora de português desenvolvesse um trabalho com os alunos. Nesse encontro, aplicamos a atividade de aprofundamento relacionada à Atividade 3, composta por dez questões.

O objetivo era consolidar os conhecimentos adquiridos sobre a soma de frações com denominadores diferentes. Para a realização da atividade, foi estabelecido um tempo de 50 minutos, e o método adotado foi individual, permitindo que cada aluno resolvesse as questões de forma autônoma, aplicando os conceitos previamente trabalhados em grupo.

Para isso, distribuímos uma cópia do material com as questões para cada aluno, logo em seguida reiteramos que a atividade consistia em questões que eles resolveriam aplicando os conhecimentos adquiridos no encontro anterior sobre adição de frações com denominadores diferentes, e enfatizamos que poderiam utilizar diretamente a regra aprendida ou recorrer ao desenho geométrico para as resoluções. Além disso, deixamos claro que qualquer dúvida poderia ser esclarecida por nós. Pedimos calma e atenção para interpretar cada questão adequadamente.

Durante o desenvolvimento das resoluções, os alunos apresentaram dúvidas relacionadas à compreensão de algumas questões (questões 08 e 09). Por isso, precisamos intervir em alguns momentos individualmente e, em outros, envolvendo toda a turma caso estivessem com a mesma dúvida. Todos estiveram concentrados durante o tempo de resolução.

Ao finalizar o período estipulado, todos haviam concluído suas atividades, e logo após informamos que resolveríamos todas as questões com eles no quadro branco. Isso permitiria que identificassem eventuais erros em suas resoluções, verificassem se interpretaram corretamente todas as questões e tirassem dúvidas que não puderam ser esclarecidas durante a atividade. Faltando 20 minutos para encerrar a aula (pois eles demoraram mais do que o tempo previsto para resolverem a atividade), iniciamos as resoluções no quadro. Esse momento foi muito proveitoso, pois os estudantes puderam interagir, fazer observações e corrigir eventuais equívocos. O mais importante é que houve interesse e participação por parte deles, e relataram que estavam gostando e conseguindo aprender com essas atividades. Encerramos as resoluções agradecendo a participação de todos no encontro daquele dia.

5.9 SÉTIMO ENCONTRO

No dia 22 de março de 2024 aconteceu o sétimo encontro com duração de 45 minutos (15h00min às 15h40min) com a participação de 23 alunos. O objetivo dessa atividade era determinar uma abordagem operacional para subtrair duas frações com denominadores diferentes. A atividade consistia em 12 situações-problemas, sendo três problemas de cada exemplo a seguir:

- $\frac{1}{a}$ - $\frac{1}{b}$, com a e b ≠ 0;
- $\frac{b}{a}$ - $\frac{1}{c}$, com a e c ≠ 0;
- $\frac{1}{a}$ - $\frac{1}{b}$, com a e b ≠ 0
- $\frac{a}{b}$ - $\frac{c}{d}$, com b e d ≠ 0

Essa atividade foi elaborada para incentivar os estudantes a construírem a regra para a resolução das operações de subtração de frações com denominadores diferentes, utilizando o desenho geométrico para resolver as situações-problemas. Ressaltamos que os alunos sempre nos esperavam nos grupos que foram organizados desde o início. Após distribuímos uma cópia do material para cada aluno e solicitamos que todos lessem com atenção, pois tratava-se de uma atividade com situações-problemas semelhantes às questões da Atividade 3.

Em seguida, apresentamos no quadro para a turma como seria a resolução da primeira questão com o auxílio da representação geométrica proposta. Questionamos se os estudantes tinham alguma dúvida e, como já havíamos previsto, devido à relação deles com os desenhos trabalhados nas atividades anteriores, não apresentaram dúvidas. No entanto, para fins de fixação, resolvemos também a segunda e a terceira questão juntamente com eles. Devido ao tempo insuficiente, tivemos que encerrar até aqui e combinamos dar continuidade no próximo encontro.

5.10 OITAVO ENCONTRO

Após o sétimo encontro, houve um intervalo de oito dias sem aplicação da experimentação devido às avaliações bimestrais que ocorreram entre os dias 25 e 29 de março. Como resultado desse período sem aula, retomamos a Atividade 4, revisitando os exemplos por meio dos desenhos geométricos para reforçar os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto.

No dia 01 de abril de 2024 ocorreu o oitavo encontro com duração de 90 minutos (15h00min às 16h25min) e estavam presentes 22 alunos. Orientamos, os grupos que resolvessem as questões sempre com atenção às resoluções geométricas. O objetivo era que, a partir dessas resoluções, eles pudessem descobrir uma maneira de obter os resultados desejados sem depender exclusivamente dos desenhos. Estabelecemos um período de 45 minutos para que realizassem as resoluções, fizessem os registros e chegassem a conclusões.

Assim que iniciaram as resoluções percebemos que os grupos conseguiram associar a regra de subtração de frações com denominadores diferentes, com a mesma regra da adição, que foi aplicada na atividade anterior. Observar que a diferença estava em subtrair os numeradores em vez de somá-los é um passo importante. Com esse entendimento, eles conseguiram resolver todas as questões da Atividade 4. Mesmo com algumas dúvidas surgindo, o fato de terem aplicado a regra é um progresso significativo.

Após as resoluções, solicitamos que os grupos registrassem suas respostas no quadro designado e também escrevessem suas conclusões ao final da atividade. Faltando cerca de 25 minutos para encerrarmos a aula, iniciamos a sistematização dessa atividade com a turma. Cada grupo apresentou suas conclusões, e a partir delas, formalizamos o conceito de que, para subtrair frações com denominadores diferentes, multiplicamos os denominadores para obter o novo denominador. Em seguida, multiplicamos o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda e o numerador da segunda fração pelo denominador da primeira. Por fim, subtraímos os numeradores resultantes. O Quadro 48 a seguir apresenta as transcrições das conclusões escritas por cada grupo.

Quadro 469 – Conclusões registradas na Atividade 4

GRUPO	TRANSCRIÇÃO DAS OBSERVAÇÕES REGISTRADAS	VALIDADE
Grupo 1	Subtraindo frações de denominadores diferente, primeira coisa multipliquei os denominadores, depois somei o numerador que tinha multiplicado pelo denominador, que diminuiu e deu o resultado.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 2	Primeiro multiplica os denominadores, o resultado é o novo denominador, depois multiplica com o numerador o denominador da outra fração, o resultado diminui a fração	Válida, não prevista e desejada
Grupo 3	Multiplicamos os denominadores formando um novo, multiplica o numerador pelo outro denominador e novas frações com denominadores iguais, subtraímos as novas frações e sai o resultado.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 4	Multipliquei os denominadores, multipliquei os numeradores pelo da outra fração, assim veio o resultado.	Inválida, não prevista e não desejada
Grupo 5	Na subtração de denominadores diferentes os denominadores se multiplicam e tem um novo denominador e multiplica o numerador da fração pelo outro denominador, multiplica o numerador de novo pelo outro e depois subtrai.	Válida, não prevista e desejada
Grupo 6	Pegamos os denominadores e faz a conta de vezes, e depois pegamos o denominador pelo numerado.	Inválida, não prevista e não desejada
Grupo 7	Os denominadores são multiplicados aí dividimos os denominadores.	Inválida, não prevista e não desejada
Grupo 8	Multiplica os denominadores forma um novo, depois multiplica numerador pelo denominador da outra fração, faz a mesma coisa de novo, depois subtrai o resultado.	Válida, prevista e desejada
Grupo 9	Primeira coisa multipliquei os denominadores que surgiu um denominador, depois somei com numerador que deu um novo numerador, que deu o resultado.	Inválida, não prevista e não desejada.

Fonte: a autora (2024).

Com base na análise das informações contidas no quadro, fica evidente, mais uma vez, a dificuldade que esses estudantes enfrentam ao formalizar conclusões de maneira clara e precisa. Embora nas resoluções fique claro o entendimento deles sobre a regra, apenas um grupo conseguiu escrever uma conclusão válida, prevista e desejada. Quatro grupos apresentaram conclusões válidas, não previstas e desejadas e quatro grupos escreveram conclusões inválidas.

Partindo dessa análise, podemos formalizar verbalmente e transcrever o conceito de que, para subtrair frações com denominadores diferentes, multiplicamos os denominadores para obter o novo denominador. Em seguida, multiplicamos o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda e o numerador da segunda fração pelo denominador da primeira. Por fim, subtraímos os numeradores resultantes. O Quadro 49 a seguir apresenta as transcrições das conclusões escritas por cada grupo.

Quadro 50 - Percentual da Classificação das Conclusões da Atividade 4

Classificação das Conclusões		Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)	Validade
Válidas	Válida, prevista e desejada	1	11%	55,5%
	Válida, não prevista e desejada	4	44,5%	
	Válida, não prevista e não desejada	0	0%	
Parcialmente Válidas	Parcialmente válida, prevista e não desejada	0	0%	0%
	Parcialmente válida, não prevista e desejada	0	0%	
	Parcialmente válida, não prevista e não desejada	0	0%	0%
Inválidas	Inválida, prevista e não desejada	0	0%	44,5%
	Inválida, não prevista e não desejada	4	44,5%	
Total		9	100%	100%

Fonte: a autora (2024).

Dessa forma, pode-se concluir que a maioria dos alunos conseguiu elaborar uma conclusão correta em relação ao total de participantes da atividade. É importante reiterar que esse resultado se refere especificamente à formulação escrita da conclusão. Além disso, ao analisar as resoluções das questões, observa-se que os estudantes foram capazes de identificar corretamente as características necessárias para solucionar problemas envolvendo a subtração de frações com denominadores diferentes.

5.11 NONO ENCONTRO

No nono encontro, realizado em 2 de março de 2024, das 15h00min às 16h25min, tivemos a participação de 23 estudantes. Dentre eles, quatro alunos não haviam participado da atividade anterior, o que nos levou a reforçar o método de resolução de subtração de frações com denominadores diferentes. Durante a aula, os alunos foram relembrando o conteúdo da atividade anterior e conseguiram desenvolver a nova atividade proposta. Sempre que surgiam dúvidas, eles recorriam a nós, e prontamente esclarecíamos todas as questões.

Durante essa sessão, focamos na atividade de aprofundamento relacionada à atividade 4, com o objetivo de consolidar os conhecimentos adquiridos sobre subtração de frações com denominadores diferentes. Inicialmente, explicamos os detalhes da atividade do dia e enfatizamos a importância da concentração e do esforço para obter bons resultados. Distribuímos uma cópia da atividade para cada estudante, que a resolveram individualmente dentro do prazo de 45 minutos. Após essa etapa, nos preparamos para desenvolver a resolução da atividade no quadro branco, acompanhando os estudantes.

Novamente, os alunos precisaram de um tempo adicional. Eles conseguiram finalizar às 16h10min. Para resolver as questões, solicitamos mais 20 minutos da próxima aula, e a professora permitiu que ficássemos. No quadro, resolvemos todas as questões junto com os alunos, esclarecendo quaisquer dúvidas que ainda pudessem existir. Quando percebiam que haviam cometido erros, eles mesmos faziam as correções. Encerramos o encontro desse dia às 17h00min, agradecendo a excelente participação de todos, o empenho na resolução da atividade e o desejo de aprender mais sobre subtração de frações com denominadores diferentes.

5.12 DÉCIMO ENCONTRO

No dia 4 de abril de 2024, foi realizado o décimo encontro, com duração de 90 minutos (das 16h25 às 18h), contando com a participação de 23 alunos. O objetivo dessa atividade era possibilitar que os estudantes descobrissem um método para a multiplicação de frações, desenvolvendo a regra a partir da resolução de problemas. A atividade foi composta por 12 situações-problema, distribuídas em três exemplos de cada um dos seguintes tipos:

- $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{a}$
- $\frac{a}{b}$ x $\frac{1}{c}$
- $\frac{1}{c}$ x $\frac{c}{b}$
- $\frac{a}{b}$ x $\frac{c}{d}$

Elaboramos essa atividade com o objetivo de incentivar os alunos a construir a regra para a resolução das operações de multiplicação de frações, utilizando representações geométricas para solucionar situações-problema. Ressalta-se que os estudantes permaneceram nos grupos previamente organizados desde o início do experimento. Cada aluno recebeu uma cópia do material, sendo orientado a ler atentamente e a interagir com os colegas dentro de seu grupo, promovendo a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento.

Em seguida, apresentamos no quadro como seria a resolução da primeira e segunda questão com o auxílio da representação geométrica proposta. Perguntamos se os alunos tinham alguma dúvida; no entanto, não apresentaram dúvidas em relação ao desenvolvimento das questões. As dificuldades encontradas estavam relacionadas a tabuada de multiplicação pois a maioria dos alunos não tinha domínio. Durante a aula, orientamos os grupos a resolverem as questões com atenção às resoluções geométricas, permitindo que pudessem descobrir uma maneira de obter os resultados desejados sem depender exclusivamente dos desenhos.

Após as resoluções, orientamos os grupos a registrarem suas respostas no quadro designado e a escreverem suas conclusões ao final da atividade.

Aproximadamente 30 minutos antes do término da aula, iniciamos a sistematização dessa atividade com a turma. Cada grupo apresentou suas conclusões, e a partir delas, formalizamos o conceito de que, para multiplicar duas frações, devemos multiplicar o numerador pelo numerador e o denominador pelo denominador. O Quadro 51 a seguir apresenta as transcrições das conclusões escritas por cada grupo.

Quadro 471– Conclusões registradas na Atividade 5

GRUPO	TRANSCRIÇÃO DAS OBSERVAÇÕES REGISTRADAS	VALIDADE
Grupo 1	Para descobri o resultado das multiplicações de frações, eu multipliquei os denominadores e os numeradores e consegui o resultado.	Válida, prevista e desejada
Grupo 2	Na fração de multiplicação, multiplicamos os numeradores e multiplicamos os denominadores.	Válida, prevista e desejada
Grupo 3	Para resolve multiplicação de frações primeiro: multiplicamos os numeradores e depois os denominadores.	Válida, prevista e desejada
Grupo 4	Para multiplica fração, multiplica os números de cima e depois os debaixo.	Válida, prevista e não desejada
Grupo 5	Para eu descobri o resultado da conta de multiplicação de frações, a primeira coisa eu peguei os denominadores e fiz a conta de multiplicação e de numeradores também fiz a conta de multiplicação.	Válida, não prevista e não desejada
Grupo 6	Primeiro multipliquei os numeradores e depois os denominadores	Válida, prevista e desejada
Grupo 7	Para multiplica as frações e multiplica os números de cima e os números debaixo.	Válida, prevista e não desejada
Grupo 8	Primeiro multipliquei o denominador depois o numerador que deu o resultado.	Válida, prevista e desejada
Grupo 9	Para resolver multiplicação de frações primeiro multiplicamos os numeradores e depois os denominadores.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: a autora (2024)

Quadro 482 Percentual da Classificação das Conclusões da Atividade 5

Classificação das Conclusões		Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)	Validade
Válidas	Válida, prevista e desejada	6	67%	100%
	Válida, prevista e não desejada	2	22%	
	Válida, não prevista e não desejada	1	11%	
Parcialmente Válidas	Parcialmente válida, prevista e não desejada	0	0%	0%
	Parcialmente válida, não prevista e desejada	0	0%	
	Parcialmente válida, não prevista e não desejada	0	0%	0%
Inválidas	Inválida, prevista e não desejada	0	0%	0%
	Inválida, não prevista e não desejada	0	0%	
Total		9	100%	100%

Fonte: a autora (2024).

Com base nos resultados apresentados, observamos que todos os grupos chegaram a conclusões válidas. A atividade permitiu que os alunos desenvolvessem suas próprias conclusões, evidenciando a eficácia do processo de aprendizagem. Ao concluir esta fase de institucionalização, constatamos que a experiência proporcionou aos alunos uma compreensão mais sólida sobre a operação de multiplicação de frações, que pode ser realizada por meio da multiplicação do numerador pelo numerador e do denominador pelo denominador. Este resultado é positivo, e o entusiasmo demonstrado pelos alunos ao alcançar a conclusão esperada foi um fator significativo para o sucesso da atividade.

5.13 DÉCIMO PRIMEIRO ENCONTRO

No décimo encontro, realizado em 11 de março de 2024, das 15h00min às 17h05min, contamos com a participação de 24 estudantes, sendo que seis estavam ausentes no encontro anterior. Em virtude disso, revisamos alguns exemplos e a conclusão da atividade anterior. Vale destacar que houve uma interrupção na experimentação devido à "Paralisação Nacional" no dia 05 de abril, além da minha ausência por motivos pessoais.

Durante esse encontro, realizamos uma atividade de aprofundamento relacionada à atividade 5, com o objetivo de consolidar os conhecimentos adquiridos sobre multiplicação de frações. Iniciamos a sessão explicando a dinâmica da atividade do dia e enfatizamos a importância da concentração e do empenho para alcançar bons resultados.

Distribuímos uma cópia da atividade para cada estudante presente, uma vez que ela foi realizada de forma individual. Estabelecemos um tempo de 50 minutos para a resolução das questões, o qual foi aceito por todos. Durante esse período, a maioria dos estudantes demonstrou dedicação em resolver as atividades, e aqueles que haviam faltado buscaram auxílio para a resolução das questões.

Às 16h, todos os estudantes haviam concluído suas resoluções. Em seguida, nos dirigimos ao quadro branco para resolver as questões em conjunto, esclarecendo eventuais dúvidas. Quando os estudantes percebiam erros em suas respostas, corrigiam-nos de forma autônoma. O encontro foi encerrado às 17h00min, com agradecimentos pela participação e pelo desempenho de todos os presentes.

5.14 DÉCIMO SEGUNDO ENCONTRO

No dia 12 de abril de 2024, realizou-se o décimo segundo encontro, com duração de 90 minutos (das 16h25min às 18h00min), e contou com a participação de 20 alunos. O objetivo dessa atividade era fazer com que os alunos descobrissem uma maneira de dividir frações, elaborando a regra com base na resolução de problemas.

A atividade era composta por 24 situações-problemas, sendo quatro problemas de cada exemplo a seguir:

- 1: $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$
- $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$
- $\frac{3}{4} : \frac{2}{8}$
- $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$
- $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$

O propósito desta atividade foi estimular os alunos a desenvolverem a regra para resolver operações de divisão de frações, utilizando representações geométricas para solucionar problemas. Durante a atividade, os alunos permaneceram em seus grupos, os quais estavam desde o início da experimentação. Distribuímos uma cópia do material para cada aluno e solicitamos que lessem com atenção cada problema e interagissem em seus grupos

Em seguida, apresentamos no quadro a resolução das duas primeiras questões com o auxílio da representação geométrica proposta, percebemos a necessidade de resolver mais uma questão, pois os alunos ainda tinham dúvidas. Surgiram questionamentos em relação ao desenvolvimento das questões, e eles acharam estranho ter que resolver a divisão utilizando o método da multiplicação.

Após compreenderem a abordagem, se concentraram para as resoluções, as principais dificuldades estavam novamente relacionadas à tabuada de multiplicação, já que a maioria dos alunos não tinha domínio completo desse conceito. Durante a aula, orientamos os grupos a resolverem as questões com atenção às abordagens geométricas, permitindo que descobrissem maneiras de obter os resultados desejados sem depender exclusivamente dos desenhos.

Após as resoluções, orientamos os grupos a registrarem suas respostas no quadro designado e a escreverem suas conclusões ao final da atividade. Aproximadamente 20 minutos antes do término da aula, iniciamos a sistematização dessa atividade com a turma, como tínhamos 24 questões, o tempo não foi suficiente para essa conclusão. Então combinamos finalizar essas correções no próximo encontro.

5.15 DÉCIMO TERCEIRO ENCONTRO

No dia 15 de abril de 2024, ocorreu o décimo terceiro encontro, com duração de 135 minutos (das 15h00min às 17h05min), e contamos com a participação de 29 alunos. Nessa ocasião, dedicamos mais tempo, pois estávamos finalizando as correções no quadro referentes à atividade 6. Em seguida, aplicamos a atividade de aprofundamento relacionada à mesma atividade.

Continuamos com a apresentação das conclusões de cada grupo. A partir delas, formalizamos o conceito de que, para dividir duas frações, devemos multiplicar o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração e o denominador da primeira fração pelo numerador da segunda. O Quadro 53 a seguir apresenta as transcrições das conclusões escritas por cada grupo.

Quadro 493 – Conclusões registradas na Atividade 6

GRUPO	TRANSCRIÇÃO DAS OBSERVAÇÕES REGISTRADAS	VALIDADE
Grupo 1	Para obter os resultados das frações de divisão, eu multipliquei o numerador da fração 1 pelo denominador da fração 2, e o inverso que deu o resultado.	Válida, prevista e não desejada
Grupo 2	Para dividir a fração precisamos multiplicar o numerador pelo denominador pela segunda fração e depois multiplica o denominador pelo denominador da segunda.	Válida, prevista e desejada
Grupo 3	Na divisão de frações primeiro: multiplicamos o numerador da fração 1 pelo denominador da fração 2 e depois multiplicamos o denominador da fração 1 pelo numerador da fração 2.	Válida, prevista e desejada
Grupo 4	Para dividir a fração eu multiplico o numerador decima para o número debaixo e depois o número debaixo para cima.	Válida, prevista e não desejada
Grupo 5	Para dividir as frações eu multipliquei o numerador primeiro pelo denominador segundo e depois	Válida, não prevista e não desejada

	eu multipliquei o denominador primeiro pelo numerador segundo.	
Grupo 6	Para dividir as frações, temos que multiplicar o numerador da fração 1 com o denominador da fração 2 e depois multiplica o denominador da fração 1 com o numerador da fração 2.	Válida, não prevista e não desejada
Grupo 7	Primeiro eu vou multiplicar o numerador pelo denominador, vou multiplica o numerador pelo denominador.	Válida, não prevista e não desejada
Grupo 8	Para dividir as frações devemos multiplicar o número decima pelo debaixo e depois pelo debaixo pelo decima.	Válida, prevista e não desejada
Grupo 9	Para dividir as frações devemos multiplicar número decima pelo debaixo e o debaixo pelo decima.	Válida, prevista e não desejada.

Fonte: a autora (2024).

Quadro 504 - Percentual da Classificação das Conclusões da Atividade 6

Classificação das Conclusões		Frequência Absoluta	Frequência Relativa (%)	Validade
Válidas	Válida, prevista e desejada	2	22%	100%
	Válida, prevista e não desejada	4	44,5%	
	Válida, não prevista e não desejada	3	33,5%	
Parcialmente Válidas	Parcialmente válida, prevista e não desejada	0	0%	0%
	Parcialmente válida, não prevista e desejada	0	0%	
	Parcialmente válida, não prevista e não desejada	0	0%	0%
Inválidas	Inválida, prevista e não desejada	0	0%	0%
	Inválida, não prevista e não desejada	0	0%	
Total		9	100%	100%

Fonte: a autora (2024).

Com base nos resultados obtidos, observamos que todos os grupos chegaram a conclusões válidas. A atividade proporcionou aos alunos a oportunidade de desenvolver suas próprias soluções. Ao concluir esta fase de institucionalização, verificamos que a experiência contribuiu para uma compreensão mais sólida da operação de divisão de frações. Para tanto, os alunos aprenderam que é necessário multiplicar o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração e o denominador da primeira fração pelo numerador da segunda. Esse resultado revelou-se significativo, indicando que a aplicação de atividades que envolvem diferentes métodos favorece um aprendizado mais eficaz, o que, por sua vez, contribuiu diretamente para o sucesso dos alunos.

5.16 DÉCIMO QUARTO ENCONTRO

No dia 18 de abril de 2024, realizou-se o último encontro com a turma, com duração de 90 minutos (das 15h00min às 16h30min), e contamos com a participação de 28 alunos. Nessa ocasião, aplicamos o pós-teste da nossa sequência didática, que tinha a mesma quantidade de questões do pré-teste.

Explicamos aos alunos que esse teste continha as mesmas questões do pré-teste, ou seja, 11 problemas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão de frações com denominadores iguais e diferentes. O objetivo era analisar e observar se houve evolução na capacidade deles em resolver problemas desse tipo.

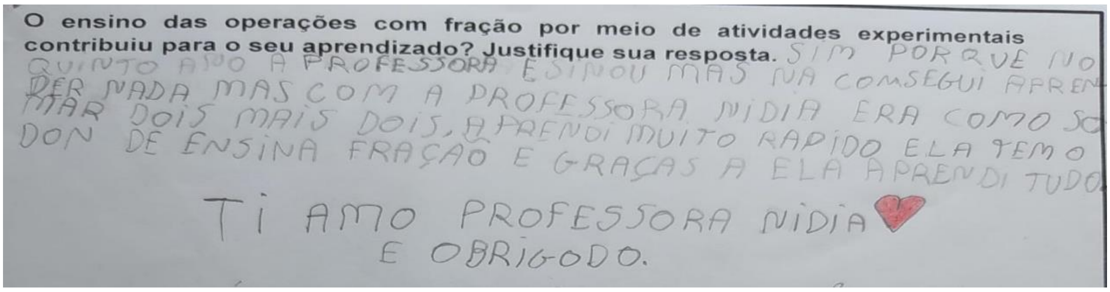
Durante a aplicação do teste, observamos que alguns alunos apresentaram dúvidas específicas nas questões 3, 4, 7, 8, 9 e 11. Embora tenhamos fornecido orientações dentro do possível, verificamos que algumas incertezas ainda persistiam. Para esclarecer essas questões, realizamos uma nova explanação no quadro, abordando as questões 3 e 4, que tratavam da adição de frações com denominadores diferentes. A aplicação do teste ocorreu de maneira satisfatória, uma vez que todos os alunos demonstraram empenho na resolução das questões.

Com base nos resultados apresentados, observamos que todos os estudantes presentes resolveram o teste com atenção e responsabilidade, não deixando questões em branco, mesmo quando suas respostas estavam incorretas. Além disso, cada aluno escolheu a abordagem que considerava mais propícia para resolver as questões, levando em conta as habilidades desenvolvidas durante as atividades da sequência didática.

Após a finalização da aplicação do pós-teste, e nossas considerações direcionadas aos alunos, entregamos a eles uma folha para que registrassem suas opiniões sobre as aulas que tiveram durante esse período. Gostaríamos de registrar nesta seção algumas opiniões escritas pelos estudantes sobre as aulas que participaram.

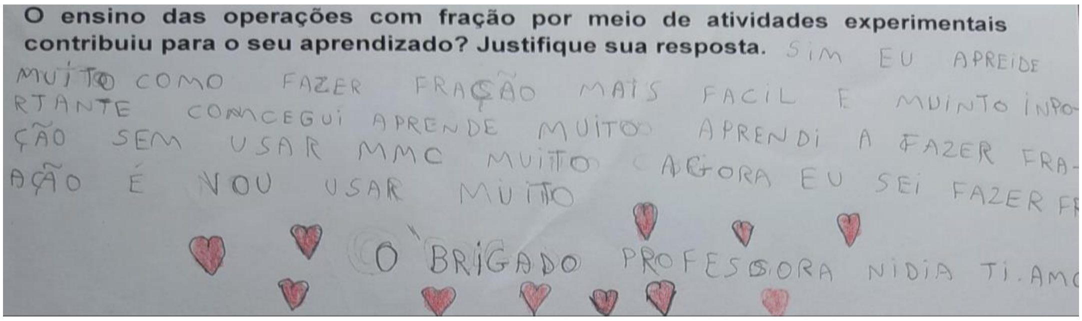
Após a aplicação do pós-teste, realizamos nossas considerações finais e agradecimentos à turma. Em seguida, distribuímos uma folha com a seguinte pergunta: “O ensino das operações com frações por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta.” Nesse momento, os alunos realizaram uma autoanálise das aulas e expuseram suas opiniões. Não recebemos críticas, o que nos deixou muito satisfeitos. O carinho e a gratidão expressos pelos alunos em suas respostas evidenciaram a importância de buscar outras metodologias que facilitem o aprendizado. Foi uma experiência extremamente gratificante.

A seguir, apresentamos algumas considerações dos alunos sobre a realização da experimentação.


O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta. SIM PORQUE NO QUINTO ANO A PROFESSORA ESINOU MAS NA COMSEGUI APRENDER NADA MAS COM A PROFESSORA NIDIA ERA COMO SOMAR DOIS MAIS DOIS, APRENDI MUITO RAPIDO ELA TEM O DON DE ENSINA FRAÇAO E GRAÇAS A ELA APRENDI TUDO

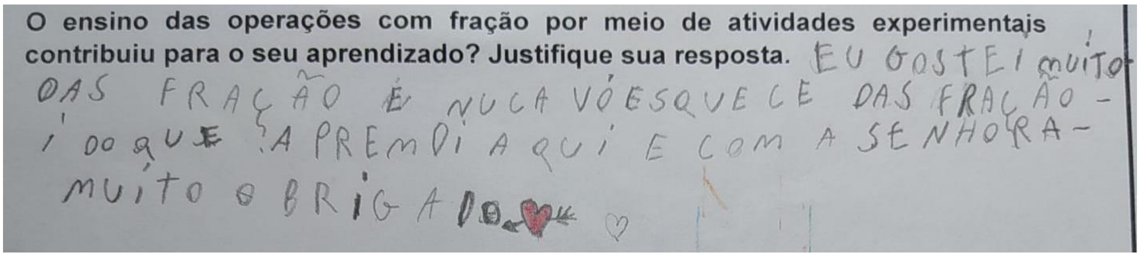
TI AMO PROFESSORA NIDIA
E OBRIGODO.

Sim, porque no quinto ano a professora ensinou, mas não consegui aprender nada, mas com a professora Nídia, era como somar dois mais dois, aprendi muito rápido, ela tem o dom de ensinar fração e graças a ela aprendi tudo.

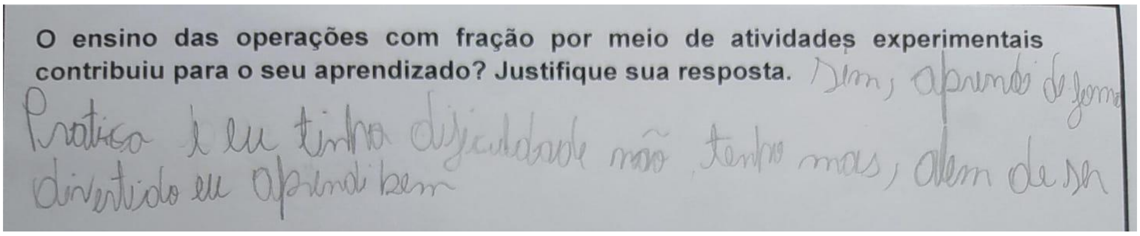

O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta. SIM EU APREIDE MUITO COMO FAZER FRAÇÃO MAIS FACIL E MUINTO INPORTANTE COMCEGUI APRENDE MUITO APRENDI A FAZER FRAÇÃO SEM USAR MMC MUITO AGORA EU SEI FAZER FRAÇÃO É VOU USAR MUITO

O BRIGADO PROFESSORA NIDIA TI.AM

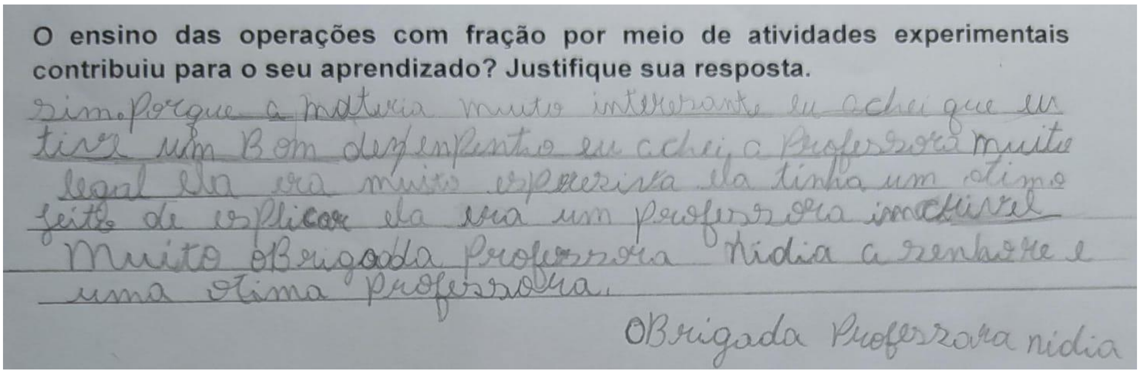
Sim, eu aprendi muito como fazer fração mais fácil e muito importante, consegui aprender muito, aprendi a fazer fração sem usar m.m.c, muito agora eu sei fazer fração e vou usar muito.


O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta. EU GOSTEI MUITO DAS FRAÇÃO É NUCA VÓESQUECE DAS FRAÇÃO - I DO QUE APREMDI AQUI E COM A SENHORA - MUITO OBRIGADO

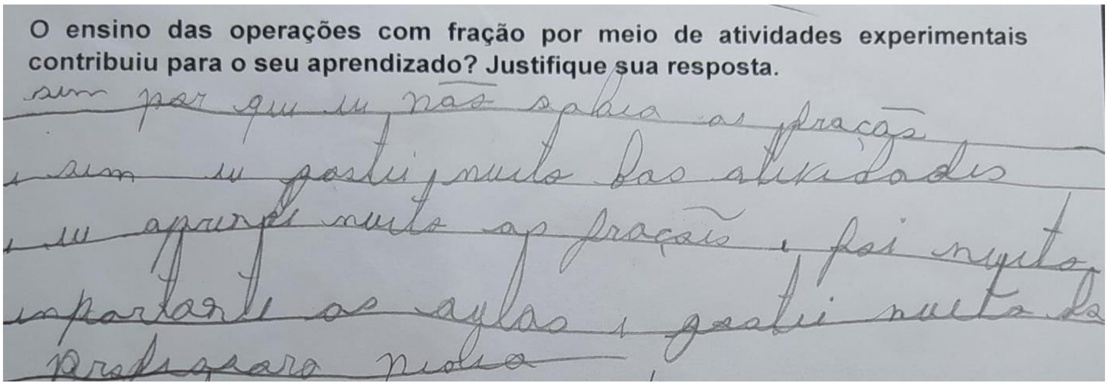
Eu gostei muito das frações e nunca vou esquecer das frações e do que aprendi aqui e com a senhora.


O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta. Sim, aprendi de forma Pratica e eu tinha dificuldade não tenho mas, alem de ser divertido eu Aprendi bem

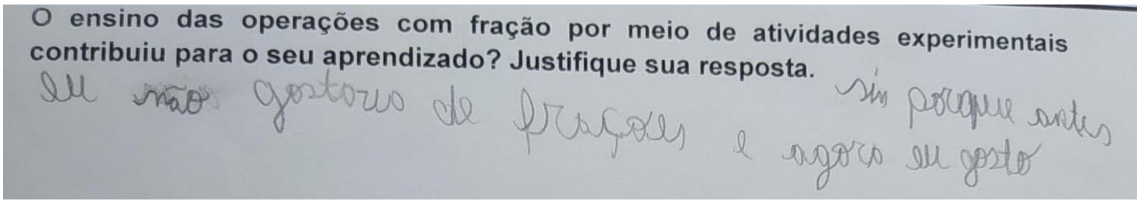
Sim, aprendi de forma prática e eu tinha dificuldade não tenho mais, além de ser divertido eu aprendi bem.


O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta.
sim. Porque a materia muito interessante eu achei que eu tive um Bom dezempentio eu achei a Professora muito legal Ela era muito espressiva ela tinha um otimo jeito de esplicar ela era um professora incrivel Muito OBrigada Professora Nidia a senhora e uma otima professora.
OBrigada Professora nidia

Sim, porque a matéria é muito interessante, eu achei que eu tive um bom desempenho, eu achei a professora muito legal, ela era muito expressiva, ela tinha um ótimo jeito de explicar, ela era uma professora incrível.

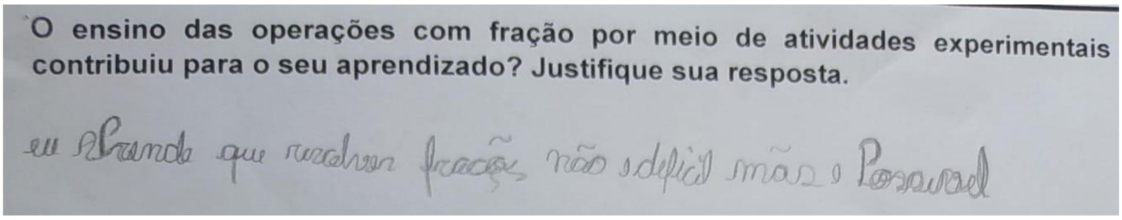

O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta.
sim por que eu nas sabia as fraçãs e sim eu gostei muito das atividadis e eu aprendi muito as fraçãos e foi muito importante as aulas e gostei muito da professora nidia

Sim, por que eu não sabia as frações, e sim eu gostei muito das atividades e eu aprendi muito as frações e foi muito importante as aulas e gostei muito da professora.


O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta.

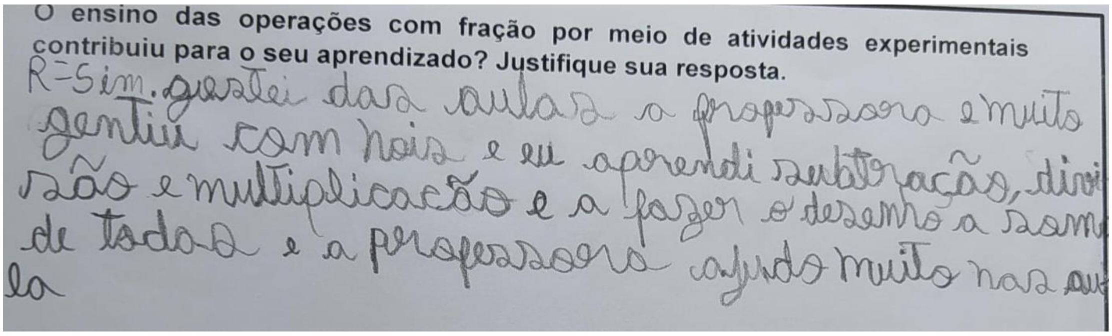
eu ~~não~~ gostava de frações sim porque antes e agora eu gosto

Sim porque antes eu não gostava de frações e agora eu gosto.


O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta.

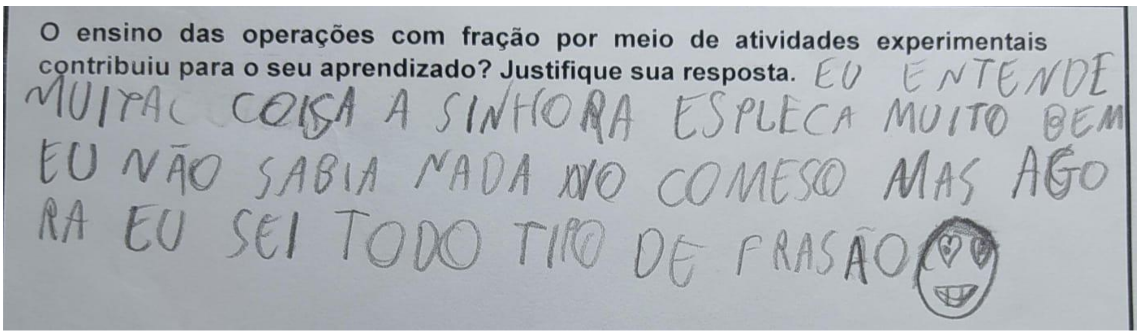
eu Aprendi que resolver frações não é dificil mas é Possivel

Eu aprendi que resolver frações não é difícil, mas é possível.


O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta.

R=Sim. gostei das aulas a professora é muito gentiu com nois e eu aprendi subtração, divi são e multiplicação e a fazer o desenho a soma de todos e a professora ajudo muito nas au la

Sim, eu gostei das aulas a professora é muito gentio conosco, e eu aprendi subtração, divisão, e multiplicação e a fazer o desenho a soma de todos e a professora ajudou muito nas aulas.


O ensino das operações com fração por meio de atividades experimentais contribuiu para o seu aprendizado? Justifique sua resposta. EU ENTENDE MUITAC COISA A SINHORA ESPLECA MUITO BEM EU NÃO SABIA NADA NO COMESO MAS AGO RA EU SEI TODO TIPO DE FRASÃO

Eu entendi muita coisa, a senhora explica muito bem, eu não sabia nada no começo, mas agora eu sei tudo de fração.

Para nós, cada feedback referente às aulas foi extremamente gratificante, pois evidenciou a importância de oferecer aulas diferenciadas aos nossos alunos. Observamos que as aulas experimentais tiveram um impacto significativo, não apenas no processo de aprendizagem, mas também na vida de cada estudante. A seguir, apresentamos uma análise da frequência dos discentes durante o experimento.

Neste tópico, analisamos os efeitos da participação dos 28 estudantes no desempenho na resolução de problemas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão de frações, com denominadores iguais e diferentes. A frequência dos discentes está apresentada no Quadro 55, no qual utilizamos "P" para indicar a presença do estudante e "F" para indicar a ausência em alguma das atividades.

Quadro 515 - Participação dos estudantes nas atividades

Estudante	Encontros de aulas														Freq.
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º	14º	
E_1	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E_2	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	0%
E_3	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	93%
E_4	P	P	F	P	F	F	F	F	F	P	P	P	P	P	57%
E_5	P	P	F	F	F	F	F	F	P	F	F	F	F	P	28%
E_6	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	F	P	P	86%
E_7	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	F	F	F	F	64%
E_8	P	P	P	P	P	P	P	F	F	F	P	P	P	P	78%
E_9	P	F	F	P	P	P	F	F	P	P	P	F	P	P	64%
E_{10}	P	P	P	P	P	P	F	P	F	P	P	P	P	P	86%
E_{11}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E_{12}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	93%
E_{13}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E_{14}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E_{15}	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	93%
E_{16}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E_{17}	P	P	P	F	P	P	P	F	F	F	F	P	P	P	64%
E_{18}	P	F	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	86%
E_{19}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	F	F	P	P	78%
E_{20}	P	P	P	F	P	P	F	F	P	F	P	F	P	P	71%
E_{21}	P	F	P	F	F	P	F	F	F	F	P	F	P	P	43%
E_{22}	P	P	F	F	P	P	F	F	F	P	F	F	F	F	36%
E_{23}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E_{24}	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	100%
E_{25}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E_{26}	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	0%
E_{27}	P	F	P	F	P	F	F	P	P	F	F	F	F	P	36%
E_{28}	P	P	P	P	F	F	P	F	F	F	P	P	F	P	50%

E_{29}	P	P	P	P	P	P	F	F	P	P	F	F	P	P	71%
E_{30}	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	0%
E_{31}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E_{32}	P	P	F	P	F	F	F	F	F	P	P	P	P	P	57%
E_{33}	P	P	P	P	P	P	P	F	F	F	P	P	P	P	78%
E_{34}	P	P	F	F	P	F	F	P	F	P	P	F	P	P	43%
E_{35}	P	F	P	P	F	F	P	P	F	P	P	F	P	P	36%
E_{36}	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	93%
E_{37}	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	F	P	P	86%
E_{38}	F	F	F	F	F	P	F	P	P	F	F	F	F	F	21%

Fonte: a autora (2024).

Com base nas informações fornecidas, podemos observar que a turma inicialmente contava com 38 alunos matriculados. No entanto, durante o período de experimentação, houve transferências e desistências de três alunos, resultando em 35 alunos frequentes. Outro ponto relevante é que a escola onde a experimentação foi realizada recebe alunos de bairros próximos, os quais dependem do transporte escolar oferecido pela prefeitura para se deslocarem até a instituição. Devido a essa dependência, a ausência do transporte resulta na falta dos alunos que dele necessitam.

Além desse fator, outros motivos contribuíram para que apenas 9 alunos participassem integralmente da experimentação, representando 23% da amostra desta pesquisa. Os 29 alunos que faltaram em alguma atividade correspondem a 76% da amostra. Portanto, como explicitado no quadro acima, nem todos os 38 alunos estiveram presentes nos dias em que foram aplicados o questionário socioeducativo, o pré-teste e o pós-teste. Por essa razão, consideramos para a análise do trabalho apenas os 28 estudantes que estiveram presentes nesses dias.

5.17 CONSIDERAÇÕES SOBRE A REALIZAÇÃO DA EXPERIMENTAÇÃO

A fase de experimentação da pesquisa ocorreu de 06/03/2024 a 18/04/2024. Durante esse período, realizamos 14 encontros com a turma, contando com o apoio contínuo da direção e coordenação da escola. O professor da turma também nos prestou total suporte, permitindo a conclusão do experimento mesmo com o encerramento do 1º bimestre do ano letivo.

Enfrentamos alguns obstáculos, como o quadro de professores incompleto, a liberação dos alunos após o recreio, paralisações, ausências dos alunos por motivos de saúde e viagens, mudanças no horário das aulas e o período das avaliações bimestrais. No entanto, observamos que, ao longo da experimentação, os alunos se mostraram atenciosos e motivados em sua participação e desenvolvimento nas atividades. Esse engajamento pode ser atribuído à metodologia de ensino diferenciada que utilizamos, baseada em atividades e resolução de problemas com o auxílio de desenho geométrico.

Os relatos dos alunos indicavam que estavam aprendendo de maneira fácil e prazerosa. A organização da turma em grupos revelou-se uma estratégia eficaz de interação entre os alunos, contribuindo para um bom entendimento do objeto matemático abordado e para o alcance dos objetivos propostos. Durante o desenvolvimento das atividades, identificamos alguns obstáculos enfrentados pelos discentes, como dificuldades em leitura, escrita e interpretação, além da falta de hábito em resolver problemas.

Apesar disso, os estudantes demonstraram interesse em seguir as orientações de cada atividade, o que possibilitou um avanço considerável na resolução de problemas envolvendo operações com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão). Na seção seguinte, apresentamos a análise a posteriori e a validação do experimento.

6 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Esta seção tem como objetivo apresentar os resultados obtidos na fase de experimentação, considerando o desempenho de cada participante no desenvolvimento da sequência de atividades descrita na seção anterior. Além disso, são exibidos os resultados das análises a posteriori das atividades propostas. O confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori permitirá a validação da sequência, com base nos resultados obtidos e nas hipóteses previamente apresentadas.

As análises a posteriori baseiam-se na produção dos alunos, considerando o desempenho em sala de aula, no pré-teste e no pós-teste, aplicados antes e após a experimentação. Os registros dos alunos nos roteiros de atividade serão avaliados quanto à superação de dificuldades, habilidade de criar estratégias de resolução de problemas, realização de cálculos matemáticos, elaboração de conclusões e regras com uma linguagem matemática adequada, além de seus erros, apoiarão nossas análises.

6.1 RESULTADOS E ANÁLISES DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE

Neste tópico temos como objetivo, identificar se houve progresso ou não na aprendizagem das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações por meio da aplicação da sequência didática. Para isso, analisaremos os percentuais de acertos, erros e questões deixadas em branco pelos estudantes que participaram do experimento. Nesta análise, consideramos ACERTO quando o estudante apresentou uma resolução com resultado correto, ERRO quando apresentou uma resolução com resultado incorreto e EM BRANCO quando o estudante não apresentou nenhuma resolução.

Quadro 52 - Desempenho por questão no pré-teste e no pós-teste.

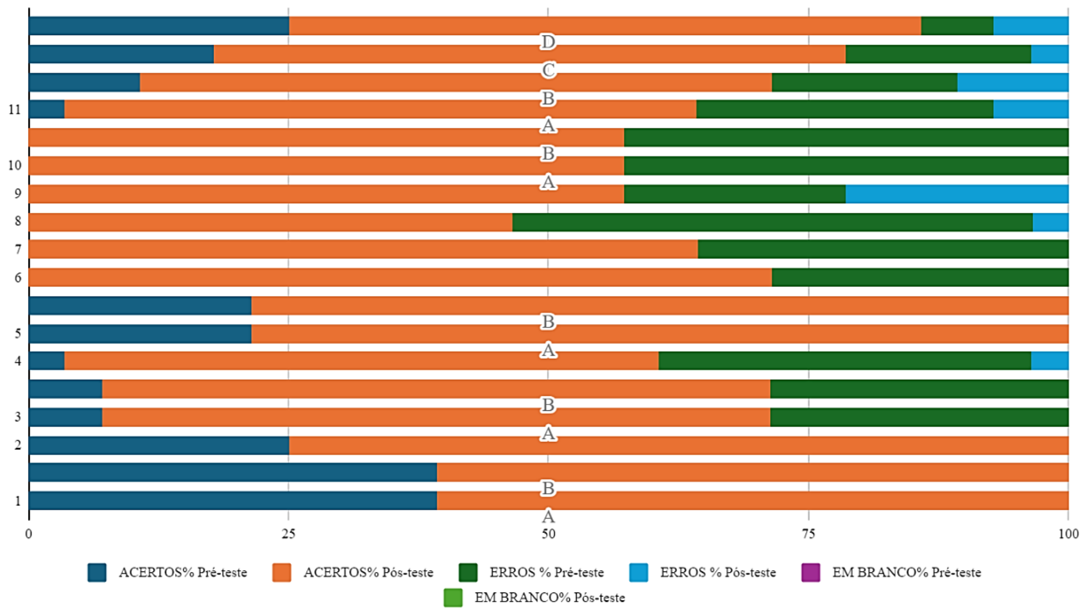
QUESTÕES		ACERTOS%		ERROS %		EM BRANCO%	
		Pré-teste	**Pós-teste**	**Pré-teste**	**Pós-teste**	**Pré-teste**	**Pós-teste**
1	**A**	39,3	89,3	39,3	10,7	21,4	0
	B	39,3	89,3	35,6	10,7	25,1	0
2		25,1	82,2	17,9	3,5	57,0	14,3
3	**A**	7,0	64,3	67,9	35,7	25,1	0

	B	7,0	64,3	71,5	35,7	21,5	0
4		3,5	57,1	35,8	32,3	60,7	10,6
5	**A**	21,5	85,7	64,5	14,3	14,0	0
	B	21,5	85,7	64,5	14,3	14,0	0
6		0	71,4	53,5	28,6	46,4	0
7		0	64,3	50,0	35,7	50,0	0
8		0	46,5	50,0	53,5	50,0	0
9		0	57,2	21,4	42,8	78,6	0
10	**A**	0	57,2	46,5	42,8	53,5	0
	B	0	57,2	42,8	39,3	57,2	3,5
11	**A**	3,5	60,7	28,6	35,8	67,9	3,5
	B	10,7	60,7	17,9	35,8	71,4	3,5
	C	17,9	60,7	17,9	32,3	64,2	7,0
	D	25,1	60,7	7,0	32,3	67,9	7,0

Fonte: a autora (2024).

Com base nos resultados apresentados no quadro sobre o desempenho por questão no pré e pós-testes de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações, observa-se uma redução considerável nos erros em todas as questões. Isso indica, de modo geral, uma melhora significativa no desempenho dos alunos após a aplicação das atividades que fizeram parte da sequência didática. No entanto, é válido destacar que, em questões envolvendo adição ou subtração com denominadores diferentes, os estudantes demonstraram necessitar de maior esforço em comparação com as questões com denominadores iguais.

Gráfico 29 - Desempenho por questões no pré-teste e no pós-teste



Fonte: a autora (2024).

Diante dos dados apresentados graficamente, é possível verificar, de forma mais clara, o desempenho dos estudantes em cada questão no pré-teste e no pós-teste. Conforme mencionado anteriormente, houve um aumento significativo nos percentuais de acertos nas questões, bem como uma diminuição no número de questões deixadas em branco. As questões 8, 9 e 10 apresentaram um menor número de acertos no pós-teste, com percentuais entre 40% e 60%.

Em contrapartida, o percentual de acertos nas demais questões foi superior a 60%, indicando um rendimento positivo decorrente da aplicação da sequência didática. Os resultados indicam que as questões 1(a,b), 2 e 5(a,b) tiveram os maiores percentuais de acertos no pós-teste, pois envolviam a adição ou subtração de frações com denominadores iguais e eram questões do tipo “diretas”, exigindo apenas a aplicação da regra para obtenção do resultado.

No pré-teste, as questões 6, 7, 8, 9 e 10(a, b) não tiveram nenhum acerto. Isso pode ser justificado pelo fato de os estudantes ainda não se lembrarem do significado de alguns termos e não terem estudado o conteúdo relacionado a essas questões com precisão, ou seja, adição e subtração com denominadores iguais e diferentes, multiplicação e divisão de frações. No entanto, no pós-teste, observou-se um avanço significativo em relação ao pré-teste, especialmente nas questões que haviam obtido 0% de acertos no pré-teste. No pós-teste, os percentuais de acertos nessas mesmas questões variaram entre 50% e 70%.

De maneira geral, pode-se afirmar que os estudantes demonstraram êxito em todas as questões abordadas. A seguir, serão apresentados os percentuais de acertos, erros e questões não respondidas pelos estudantes que realizaram os testes. Ou seja, será fornecido um quadro comparativo dos resultados de ambos os testes, detalhando o desempenho de cada aluno.

Quadro 5753 - Desempenho geral por estudante nas operações com frações

ESTUDANTE	ACERTO%		ERRO%		EM BRANCO%	
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
E1	38,9	94,5	61,1	5,5	0	0
E2	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez
E3	0	44,4	0	55,6	100	0
E4	27,8	88,9	22,2	11,1	50	0
E5	0	Não fez	0	Não fez	100	Não fez
E6	11,1	66,7	0	27,8	88,9	5,5
E7	27,8	Não fez	44,4	Não fez	27,8	Não fez

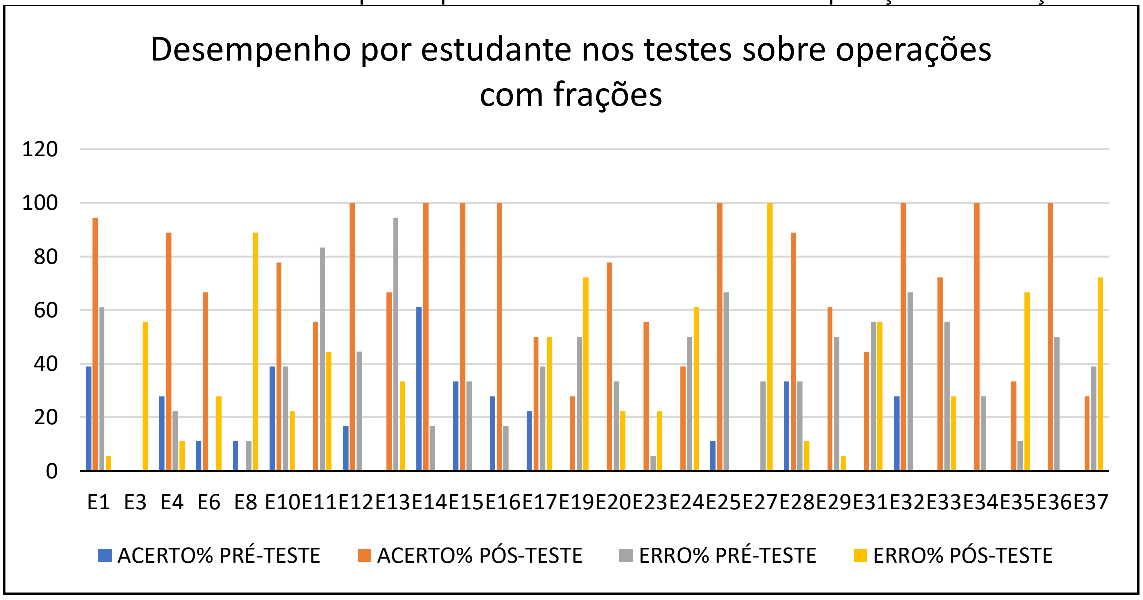
E8	11,1	5,6	11,1	83,3	77,8	11,1
E9	Não fez	33,3	Não fez	66,7	Não fez	0
E10	38,9	77,8	38,9	22,2	22,2	0
E11	0	55,6	83,4	44,4	16,6	0
E12	16,6	100	44,5	0	38,9	0
E13	0	72,2	94,5	27,8	5,5	0
E14	61,2	100	16,6	0	22,2	0
E15	33,4	100	33,3	0	33,3	0
E16	27,8	100	16,6	0	55,6	0
E17	22,2	50	38,9	50	38,9	0
E18	Não fez	38,9	Não fez	61,1	Não fez	0
E19	0	27,8	50	72,2	50	0
E20	0	77,8	33,3	22,2	66,7	0
E21	Não fez	50	Não fez	38,9	Não fez	11,1
E22	0	Não fez	100	Não fez	0	Não fez
E23	0	55,6	5,6	22,2	94,4	22,2
E24	0	38,9	50	61,1	50	0
E25	11,1	100	66,7	0	22,2	0
E26	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez
E27	0	0	33,3	100	66,7	0
E28	33,4	88,9	33,3	11,1	33,3	0
E29	0	61,1	50	5,6	50	33,3
E30	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez
E31	0	44,4	55,6	55,6	44,4	0
E32	27,8	100	66,6	0	5,6	0
E33	0	72,2	55,6	27,8	44,4	0
E34	0	100	27,8	0	72,2	0
E35	0	33,3	11,1	66,7	88,9	0
E36	0	100	50	0	50	0
E37	0	27,8	38,9	72,2	61,1	0
E38	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez

Fonte: a autora (2024).

No quadro acima, estão registrados os resultados de todos os estudantes que realizaram os testes. No entanto, conforme relatado ao longo deste trabalho, a turma era composta por alunos de diferentes bairros que necessitavam de transporte escolar para se deslocarem até a escola, além de ausências por motivos de saúde e viagem.

Por esses motivos, nem todos os estudantes que participaram do pré-teste realizaram o pós-teste e vice-versa. Ainda assim, consideramos importante registrar tais resultados. No gráfico abaixo, elaboramos um comparativo apenas dos estudantes que estiveram presentes em ambos os testes.

Gráfico 30 - Desempenho por estudante nos testes sobre operações com frações



Fonte: a autora (2024).

A análise do gráfico revela a evolução dos estudantes na aprendizagem das operações com frações. Apenas os discentes E17, E19, E24, E31, E35 e E37 apresentaram um rendimento inferior a 50%. No entanto, os índices de acertos indicam que todos os discentes demonstraram progresso em relação ao pré-teste.

Destaca-se também a redução no número de estudantes que deixaram questões em branco. No pré-teste, com exceção do discente E1, que foi o único a resolver todas as questões, e dos estudantes E2, E9, E18, E21, E26, E30 e E38, que não realizaram o pré-teste, os demais deixaram questões em branco. No pós-teste, essa situação se repetiu apenas com os estudantes E6, E9, E21, E23 e E29. Além disso, os estudantes E2, E5, E7, E22, E30 e E38 não realizaram o pós-teste. Esses dados indicam a confiança que os discentes desenvolveram ao longo da fase de experimentação.

A evidência de uma significativa evolução nos resultados dos discentes, decorrente das atividades da sequência didática aplicada, é claramente perceptível. À luz desses resultados, é possível concluir que a sequência didática gerou impactos positivos, gratificantes e bem-sucedidos na resolução das questões envolvendo operações com frações, conforme demonstrado nos testes.

6.2 TEMPO DE REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES

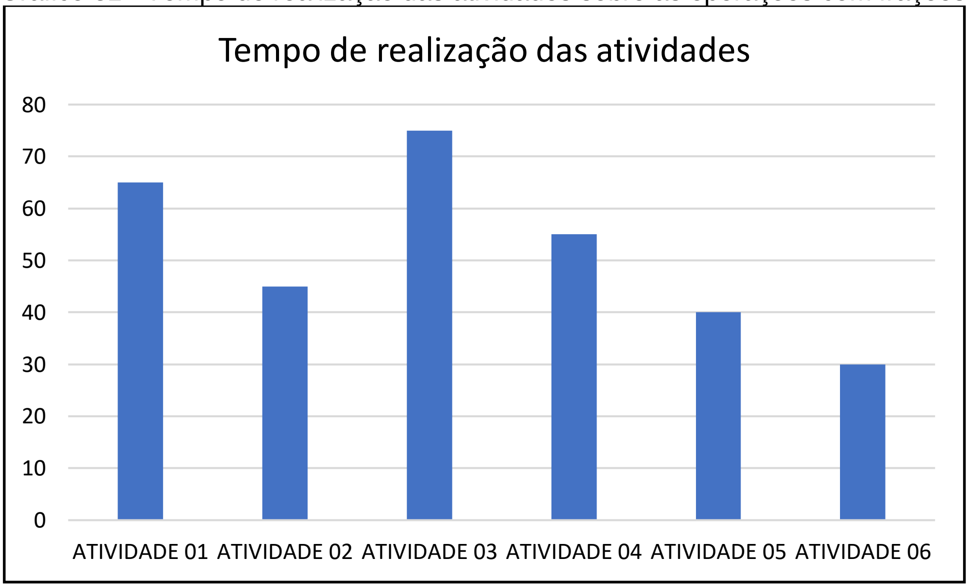
Durante a aplicação da Sequência Didática, observamos uma diminuição nas atividades de redescoberta ao longo do tempo, conforme ilustrado no quadro a seguir.

Quadro 548 - Tempo de realização das atividades sobre as operações com frações.

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	TEMPO DE REALIZAÇÃO
Atividade 01: Adição de fração com denominadores iguais	65 min
Atividade 02: Subtração de fração com denominadores iguais.	50 min
Atividade 03: Adição de fração com denominadores diferentes	75 min
Atividade 04: subtração de fração com denominadores diferentes	55 min
Atividade 05: Multiplicação de fração	40 min
Atividade 06: Divisão de fração	30 min

Fonte: a autora (2024).

Gráfico 31 - Tempo de realização das atividades sobre as operações com frações.



Fonte: a autora (2024).

Os dados apresentados no gráfico 31 indicam que, ao longo da realização das atividades de redescoberta, o tempo necessário para que os alunos completem as tarefas e cheguem a uma conclusão diminui progressivamente. Este achado corrobora a observação de Sá (1999), que afirma ser perfeitamente viável trabalhar com situações investigativas em sala de aula, uma vez que o tempo investido no início da investigação é compensado ao longo do processo de aprendizagem.

6.3- ANÁLISE DE ERROS NO PÓS-TESTE

Durante a análise dos testes, observou-se que as dificuldades na interpretação de problemas e os erros identificados no pré-teste persistiram também no pós-teste. A determinação precisa da operação a ser realizada diante de um problema se mostrou um obstáculo para alguns discentes, o que comprometeu a resolução correta das questões. Isso nos leva a concluir que esses alunos não possuem o hábito de resolver problemas de maneira sistemática.

Outro tipo de erro identificado refere-se aos cálculos numéricos, com estudantes cometendo equívocos em operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Neste estágio da pesquisa, será realizada uma análise detalhada desses erros, com o objetivo de identificar suas causas subjacentes. Para essa análise, foram estabelecidas quatro categorias de erros, conforme ilustrado no quadro a seguir.

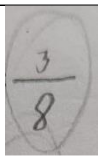
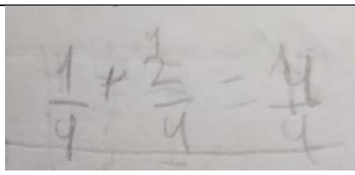
Quadro 559 - Tipos de erros que foram cometidos nas questões do Pós-Teste

Erros	Características
e1	Utilizar regras indevidamente
e2	Interpretar de maneira equivocada a contextualização
e3	Realizar cálculos incorretos
e4	Resposta incompleta
e5	Não respondeu

Fonte: a autora (2024).

Nos quadros a seguir, apresentaremos a análise dos erros cometidos pelos estudantes no pós-teste, organizados por questão. A questão Q1 abrange dois itens relacionados à adição de frações com denominadores iguais, sem contexto contextualizado. Para resolver essas questões, os estudantes precisavam recordar o conceito e a regra para somar frações com denominadores iguais, conforme foi abordado na sequência didática.

Quadro 6056 - Resumo de erros da questão 01

Calcule as adições com frações				
Itens		Estudante	Resolução	Erros
A	$\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$	E08 E31		e1-Utilizar regras indevidamente
B	$\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$	E27		e3-Realizar cálculos incorretos

Fonte: a autora (2024).

A correção dos testes e a análise dos erros na questão Q1 revelaram que, embora a maioria dos estudantes tenha respondido corretamente, utilizando as regras e realizando as operações aditivas entre frações de forma adequada, ainda ocorreram erros (e1 e e3) por parte de alguns alunos, conforme discriminado no quadro acima.

O erro e1, que consiste na aplicação indevida das regras, foi observado nos itens a e b, onde os alunos, utilizaram erroneamente a regra de adição de frações com denominadores iguais, somando não apenas os numeradores, mas também os denominadores. O estudante E27, nos itens a e b, somou os numeradores de maneira incorreta. Possivelmente, o erro desse estudante pode ser atribuído à falta de atenção ou ao nervosismo decorrente da situação de teste.

Quadro 571 - Resumo de erros da questão 02

Miriam e Cecília saíram juntas de um mesmo ponto. Miriam andou $\frac{1}{8}$ de quilômetros e Cecília andou $\frac{3}{8}$ de quilômetro. Qual fração representa quanto de quilômetros foram no total caminhado por elas?		
Estudante	Resolução	Erros
E6, E8, E23, E27, E31	Deixaram a questão em branco	e5-Não respondeu

Fonte: a autora (2024).

A análise dos testes e a correção dos erros na questão Q2 revelaram que, embora a maioria dos estudantes tenha respondido corretamente, aplicando as regras e realizando as operações aditivas entre frações de maneira adequada, ainda houve a ocorrência do erro (e6). Este erro foi identificado em cinco alunos que não responderam à questão, conforme indicado no quadro acima. Este resultado sugere que esses alunos não conseguiram compreender o problema ou não souberam como resolvê-lo. No quadro a seguir será apresentado, a frequência desses estudantes nos encontros que foi desenvolvida a sequência didática, voltada para adição de frações com denominadores iguais.

Quadro 582 - Frequência dos estudantes nas aulas de adição de frações com denominadores iguais.

Estudantes	Atividade 01- Adição de frações com denominadores iguais	Freq.
E_1	P	100%
E_3	P	100%
E_4	P	100%
E_6	P	100%
E_8	P	100%
E_{10}	P	100%
E_{11}	P	100%
E_{12}	P	100%
E_{13}	P	100%
E_{14}	P	100%
E_{15}	P	100%
E_{16}	P	100%
E_{17}	P	100%
E_{19}	P	100%
E_{20}	P	100%
E_{23}	P	100%
E_{24}	P	100%
E_{25}	P	100%
E_{27}	P	100%
E_{28}	P	100%
E_{29}	P	100%
E_{31}	P	100%
E_{32}	P	100%
E_{33}	P	100%
E_{34}	P	100%
E_{35}	P	100%
E_{36}	P	100%
E_{37}	P	100%

Fonte: a autora (2024).

Ao analisar o desempenho dos estudantes nos testes de adição de frações com denominadores iguais e a frequência no período, observou-se que, embora todos os alunos estivessem presentes, o estudante E27 não conseguiu resolver nenhuma questão, tanto no pré-teste quanto no pós-teste. Das questões que tentou responder, errou todas e deixou as demais em branco no pré-teste. No pós-teste, também não apresentou bom desempenho, errando 100% das questões.

Por outro lado, o estudante E8 obteve um desempenho superior no pré-teste (11,1% de acerto), mas apresentou uma regressão no pós-teste, com apenas 5,6% de acerto. Esses resultados sugerem que os alunos podem não ter assimilado adequadamente o conhecimento necessário para desenvolver a habilidade de adicionar frações com denominadores iguais. Com base nos dados de desempenho individual dos estudantes nos testes de adição de frações com denominadores iguais, optou-se por uma análise por faixas de acerto, visando uma visualização mais clara dos resultados.

Para tanto, as faixas de acerto foram classificadas da seguinte forma: abaixo do desejado para estudantes com percentual de acerto entre 0% e 49%; adequado para aqueles com percentual de acerto entre 50% e 69%; acima do desejado para os que obtiveram entre 70% e 89%; e bem acima do desejado para aqueles com percentual de acerto entre 90% e 100%. Com essas faixas estabelecidas, foi elaborado o quadro a seguir.

Quadro 593 - Faixas de acerto por estudante nos testes de adição de fração com denominadores iguais questão 1-A e B.

Faixa de acerto em percentual	Categoria	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
0 – 49	Abaixo do desejado	96,4%	28,6%
50 – 69	Adequado	3,6%	17,8%
70 – 89	Acima do desejado	0%	21,4%
90 -100	Bem acima do desejado	0%	32,2%

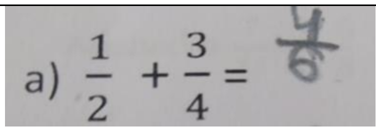
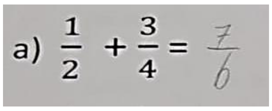
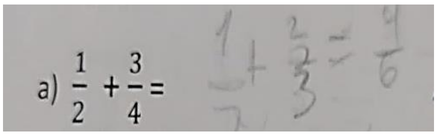
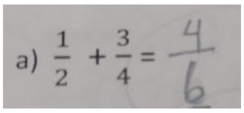
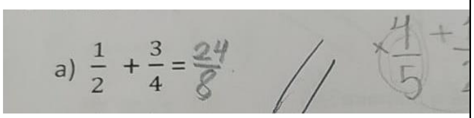
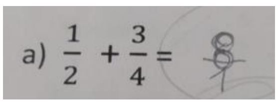
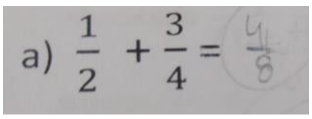
Fonte: Pesquisa de campo (2024).

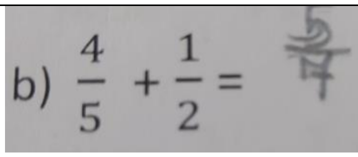
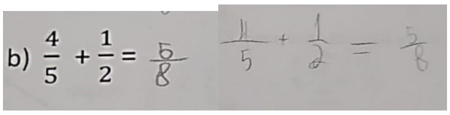
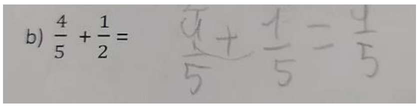
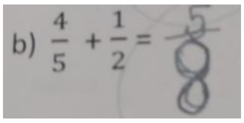
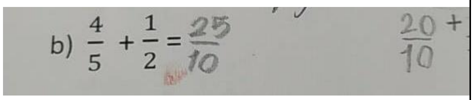
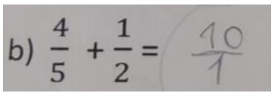
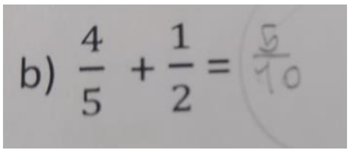
Ao analisar o desempenho dos estudantes nas questões de adição de frações com denominadores iguais, observamos uma redução significativa na quantidade de alunos com desempenho abaixo do esperado. Em contrapartida, houve um aumento considerável no percentual de estudantes com desempenho adequado, que passou de 3,6% para 17,8% do total da amostra.

Além disso, constatou-se um aumento na proporção de estudantes que apresentaram desempenho acima do desejado ou bem acima do desejado, com o percentual de estudantes acima do desejado subindo de 0% para 21,11%, e o percentual de estudantes bem acima do desejado no pós-teste aumentando de 0% para 32,2%.

Adicionalmente, observou-se um aumento considerável na confiança e autonomia dos estudantes na resolução das questões, após a implementação da sequência didática. Esses resultados nos permitem inferir que a sequência didática foi eficaz em promover o desenvolvimento das habilidades relacionadas à adição de frações com denominadores iguais, uma vez que houve evolução significativa no desempenho dos estudantes nas questões propostas nos testes.

Quadro 604 - Resumo de erros da questão 03

Quanto é?				
Itens		Estudante	Resolução	Erros
	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	E8,E31, E23,E19 E11 E27 E24 E03 E33 E35	      	e3-Realizar cálculos incorretos. e3-Realizar cálculos incorretos. e1- Utiliza regras indevidamente. e3- Realiza cálculos incorretos. e1- Utiliza regras indevidamente. e3- Realiza cálculos incorretos. e1- Utiliza regras indevidamente.

	$\frac{4}{5}+\frac{1}{2}$	E8,E31,E23,E19		e3-Realiza cálculos incorretos
		E11		e1- Utiliza regras indevidamente.
		E27		e1- Utiliza regras indevidamente.
		E24		e3- Realiza cálculos incorretos.
		E03		e1- Utiliza regras indevidamente.
		E33		e3- Realiza cálculos incorretos.
		E35		e1- Utiliza regras indevidamente.

Fonte: a autora (2024).

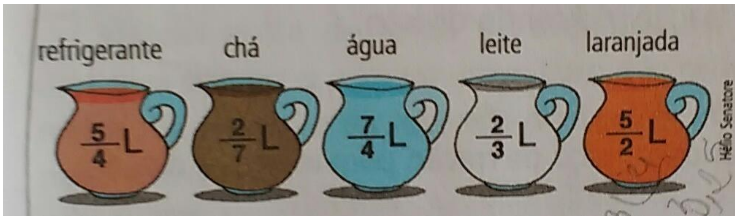
A análise dos testes e a correção dos erros na questão Q3 revelaram que, embora boa parte dos estudantes tenha respondido corretamente, aplicando as regras e realizando as operações aditivas entre frações com denominadores diferentes de maneira adequada, ainda ocorreram os erros (e1 e e3) por parte de dez estudantes, conforme discriminado no quadro acima.

O erro e1, que consiste na utilização indevida de regras, ocorreu nos itens a e b. Nestes itens, alguns alunos, conforme apresentado no quadro acima, utilizaram a regra aditiva de frações com denominadores iguais para resolver a adição de frações com denominadores diferentes e, além disso, misturaram as duas regras no momento da resolução.

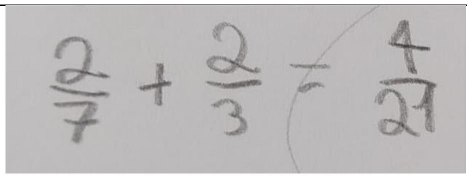
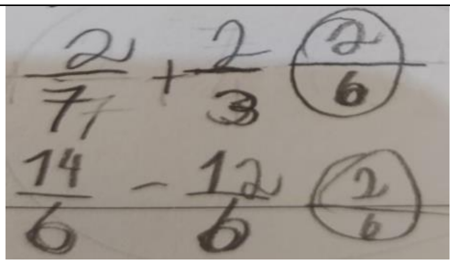
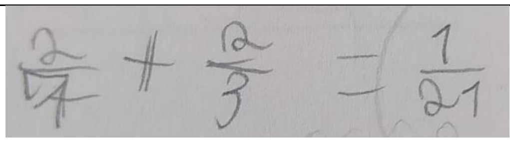
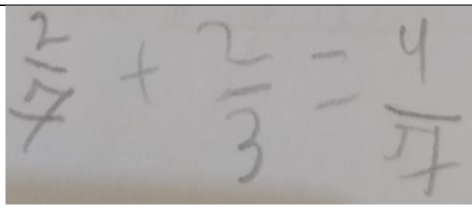
Por exemplo, os estudantes E03 e E35, no item b, multiplicaram os denominadores diferentes para obter o denominador resultante e somaram os numeradores para obter o numerador final. A ocorrência do erro e3, que consiste na realização de cálculos incorretos, foi observada nos dois itens. Os estudantes cometeram erros de cálculo, possivelmente devido à falta de atenção ou nervosismo causado pelo teste, ou ainda pela falta de base matemática em alguns conteúdos.

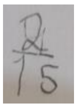
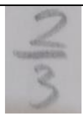
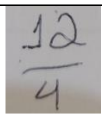
Quadro 615 - Resumo de erros da questão 04

Observe as jarras da tia Januária e o que há em cada uma delas.



Se misturarmos o conteúdo das jarras de leite e de chá que fração do litro obteremos?

Estudante	Resolução	Erros
E08, E23	Deixaram a questão em branco	e5-Não respondeu
E11, E31		e3- Realiza cálculos incorretos.
E13		e1-Utiliza regras indevidamente
E24		e1-Utiliza regras indevidamente
E33		e3-Realiza cálculos incorretos
E27		e3- Realiza cálculos incorretos.

E35, E19, E06	 ,  ,  ,	e2-Interpreta de maneira equivocada a contextualização

Fonte: Experimentação (2024).

A análise dos testes e a correção dos erros na questão Q4 revelaram que, embora boa parte dos estudantes tenha respondido corretamente, aplicando as regras e realizando as operações aditivas entre frações com denominadores diferentes de maneira adequada, ainda ocorreram os erros (e1, e3, e6) por parte de nove estudantes, conforme discriminado no quadro acima.

O erro e1, que consiste na utilização indevida de regras, foi observado neste item. Os alunos E35 e E13 utilizaram a regra aditiva de frações com denominadores iguais para resolver a adição de frações com denominadores diferentes, misturando as duas regras no momento da resolução. Por exemplo, multiplicaram os denominadores diferentes para obter o denominador resultante e somaram os numeradores aplicando a regra de soma com denominadores iguais para obter o numerador final, cometendo assim o erro no resultado.

A ocorrência do erro e3, que consiste na realização de cálculos incorretos, foi observada na resolução dos alunos E24, E31, E11 e E27. Os estudantes cometeram erros de cálculo, possivelmente devido à falta de atenção ou nervosismo causado pelo teste, ou ainda pela falta de base matemática em alguns conteúdos.

Ainda houve a ocorrência do erro (e5). Este erro foi identificado em dois alunos que não responderam à questão. Este resultado sugere que esses alunos não conseguiram compreender o problema ou não souberam como resolvê-lo. No quadro a seguir será apresentado, a frequência desses estudantes nos encontros que foi desenvolvida a sequência didática, voltada para adição de frações com denominadores diferentes.

Quadro 626 - Frequência dos estudantes nas aulas de adição de frações com denominadores diferentes.

Estudante	Atividade -adição de frações com denominadores diferentes			Freq.
	4º	5º	6º	
E_1	P	P	P	100%
E_3	P	P	P	100%
E_4	P	F	F	33,4%
E_6	P	P	P	100%
E_8	P	P	P	100%
E_{10}	P	P	P	100%
E_{11}	P	P	P	100%
E_{12}	P	P	P	100%
E_{13}	P	P	P	100%
E_{14}	P	P	P	100%
E_{15}	P	P	P	100%
E_{16}	P	P	P	100%
E_{17}	F	P	P	66,6%
E_{19}	P	P	P	100%
E_{20}	F	P	P	66,6%
E_{23}	P	P	P	100%
E_{24}	P	P	P	100%
E_{25}	P	P	P	100%
E_{27}	F	P	F	33,4%
E_{28}	P	F	F	33,4%
E_{29}	P	P	P	100%
E_{31}	P	P	P	100%
E_{32}	P	F	F	33,4%
E_{33}	P	P	P	100%
E_{34}	F	P	F	33,4%
E_{35}	P	F	F	33,4%
E_{36}	P	P	P	100%
E_{37}	P	P	P	100%

Fonte: Experimentação (2024)

Ao analisar o desempenho dos estudantes nos testes de adição de frações com denominadores diferentes, juntamente com a frequência durante o período, observou-se que, embora os alunos E4, E17, E20, E28, E32, E34 e E35 tenham faltado a dois encontros, apresentaram um bom desempenho no pré-teste e no pós-teste, alcançando até 100% de acertos, como mostra o quadro 64, apresentado anteriormente. O único estudante que não conseguiu resolver nenhuma questão foi o E27, tanto no pré-teste quanto no pós-teste.

Ao analisar o desempenho dos estudantes nas questões de adição de frações com denominadores diferentes, observamos uma redução significativa na quantidade de alunos com desempenho abaixo do esperado. Em contrapartida, houve um aumento considerável no percentual de estudantes com desempenho adequado, que passou de 3,6% para 17,8% do total da amostra.

Além disso, constatou-se um aumento na proporção de estudantes que apresentaram desempenho acima do desejado ou bem acima do desejado, com o percentual de estudantes acima do desejado subindo de 0% para 21,11%, e o percentual de estudantes bem acima do desejado no pós-teste aumentando de 0% para 32,2%.

Além disso, observou-se um aumento considerável na confiança e autonomia dos estudantes na resolução das questões, após a realização da sequência didática. Esses resultados nos permitem inferir que a sequência didática foi eficaz em promover o desenvolvimento das habilidades relacionadas à adição de frações com denominadores diferentes, uma vez que houve evolução considerável no desempenho dos estudantes nas questões propostas nos testes. Com essas faixas estabelecidas, foi elaborado o quadro a seguir.

Quadro 637 - Faixas de acerto por estudante nos testes de adição de fração com denominadores diferentes.

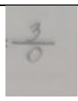
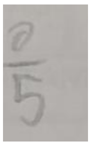
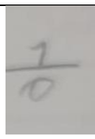
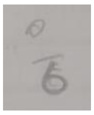
Faixa de acerto em percentual	Categoria	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
0 – 49	Abaixo do desejado	100%	10,7%
50 – 69	Adequado	0%	0%
70 – 89	Acima do desejado	0%	89,3%
90 -100	Bem acima do desejado	0%	0%

Fonte: Experimentação (2024).

Ao avaliar o desempenho dos estudantes em questões envolvendo a adição de frações com denominadores diferentes, constatou-se uma expressiva diminuição no número de alunos com rendimento inferior ao esperado. Paralelamente, verificou-se um notável aumento no percentual de estudantes que alcançaram um desempenho superior ao desejado, passando de 0% para 89,3% da amostra analisada.

Esses dados indicam que a sequência didática aplicada foi eficaz no desenvolvimento das competências relacionadas à adição de frações com denominadores diferentes, evidenciado pela melhora significativa no desempenho dos alunos nas atividades avaliativas.

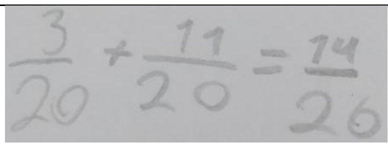
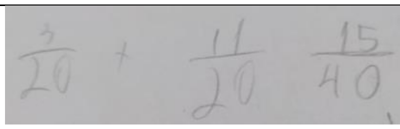
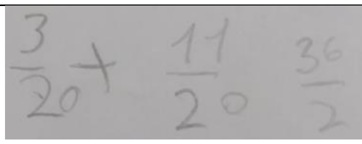
Quadro 648 - Resumo de erros da questão 05

Calcule:				
Itens		Estudante	Resolução	Erros
A	$\frac{4}{5} - \frac{1}{5}$	E11, E31, E08 E27	 	e3-Realizar cálculos incorretos.
B	$\frac{3}{6} - \frac{2}{6}$	E11, E31, E08 E27	 	e3-Realizar cálculos incorretos.

Fonte: Experimentação (2024).

A correção dos erros na questão Q5 revelou que, embora grande parte dos alunos tenha acertado, quatro deles, citados acima, utilizaram as regras indevidamente nos itens a e b. Os alunos E11, E31 e E08 subtraíram tanto o numerador quanto o denominador, cometendo assim erros em seus resultados. O aluno E27, aplicou a regra para os denominadores, porém errou na subtração nos numeradores. Talvez esses alunos não tenham prestado atenção no momento da resolução ou não saibam subtrair os números corretamente.

Quadro 659 - Resumo de erros da questão 06

Que fração vamos obter se subtrairmos $\frac{3}{20}$ da fração $\frac{11}{20}$?		
Estudante	Resolução	Erros
E19, E20, E24		e2-Interpreta de maneira equivocada a contextualização.
E11		e3- Realiza cálculos incorretos.
E27		e3- Realiza cálculos incorretos.

Fonte: Experimentação (2024).

Ao analisar os erros na questão Q6, observamos que a maioria dos alunos respondeu corretamente. No entanto, quatro alunos, mencionados anteriormente, aplicaram incorretamente as regras nos itens a e b. Os alunos E19, E20 e E24 somaram o numerador em vez de subtrair, enquanto os alunos E11 e E27 apresentaram erros em seus resultados.

É possível que esses alunos não tenham prestado a devida atenção durante a resolução ou não dominem adequadamente a subtração de números. O quadro a seguir apresenta a frequência dos estudantes durante os encontros em que foi aplicada a sequência didática voltada para a subtração de frações com denominadores iguais.

Quadro 660- Frequência dos estudantes nas aulas de subtração de frações com denominadores iguais.

Estudantes	Subtração de frações com denominadores iguais	Freq.
E_1	P	100%
E_3	F	0%
E_4	F	0%
E_6	P	100%
E_8	P	100%
E_{10}	P	100%
E_{11}	P	100%
E_{12}	P	100%

E_{13}	P	100%
E_{14}	P	100%
E_{15}	P	100%
E_{16}	P	100%
E_{17}	P	100%
E_{19}	P	100%
E_{20}	P	100%
E_{23}	P	100%
E_{24}	P	100%
E_{25}	P	100%
E_{27}	P	100%
E_{28}	P	100%
E_{29}	P	100%
E_{31}	P	100%
E_{32}	F	0%
E_{33}	P	100%
E_{34}	F	0%
E_{35}	P	100%
E_{36}	P	100%
E_{37}	P	100%

Fonte: a autora (2024).

Ao analisar o desempenho dos estudantes nos testes de subtração de frações com denominadores iguais e a frequência no período, observou-se que somente os alunos E3, E4, E32 e E34 estiveram ausentes, mas apresentaram um bom desempenho na realização do pós-teste. Cabe destacar que, antes da aplicação do pós-teste, foi realizada uma revisão geral sobre os procedimentos necessários para a realização de operações com frações. Esses resultados sugerem que, apesar das ausências, esses alunos foram capazes de assimilar de forma satisfatória o conhecimento necessário para desenvolver a habilidade de subtração de frações com denominadores iguais.

Com base nos dados de desempenho individual dos estudantes nos testes de subtração de frações com denominadores iguais, optou-se por uma análise por faixas de acerto, visando uma visualização mais clara dos resultados. Para tanto, as faixas de acerto foram classificadas da seguinte forma: *abaixo do desejado* para estudantes com percentual de acerto entre 0% e 49%; *adequado* para aqueles com percentual de acerto entre 50% e 69%; *acima do desejado* para os que obtiveram entre 70% e 89%; e *bem acima do desejado* para aqueles com percentual de acerto entre 90% e 100%. Com essas faixas estabelecidas, foi elaborado o quadro a seguir.

Quadro 671 - Faixas de acerto por estudante nos testes de subtração de fração com denominadores iguais.

Faixa de acerto em percentual	Categoria	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
0 – 49	Abaixo do desejado	100%	17,,8%
50 – 69	Adequado	0%	0%
70 – 89	Acima do desejado	0%	82,2%
90 -100	Bem acima do desejado	0%	0%

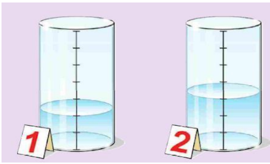
Fonte: a autora (2024)

Ao avaliar o desempenho dos estudantes em questões de subtração de frações com denominadores iguais, verificou-se uma expressiva diminuição no número de alunos com desempenho abaixo do esperado. Paralelamente, houve um aumento significativo no percentual de estudantes que alcançaram desempenho superior ao desejado, passando de 0% para 82,2% da amostra total.

Além disso, observou-se uma melhora substancial na confiança e na autonomia dos alunos ao resolver as questões, após a implementação da sequência didática. Esses achados indicam que a sequência didática utilizada foi eficaz no desenvolvimento das habilidades relacionadas à subtração de frações com denominadores iguais, evidenciada pela evolução significativa no desempenho dos estudantes nas avaliações realizadas.

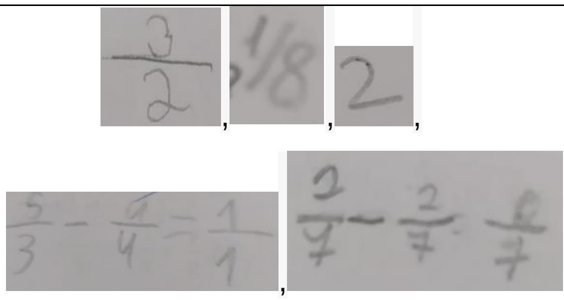
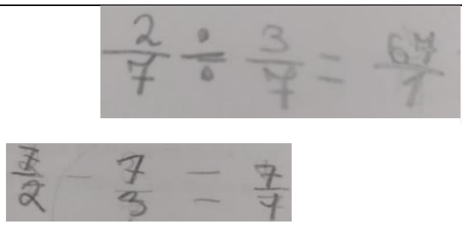
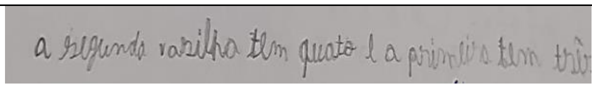
Quadro 68 - Resumo de erros da questão 07

As duas vasilhas são iguais e estão com suco de hortelã.



Quanto a segunda vasilha tem a mais do que a primeira?

Estudante	Resolução	Erros

E35,E20,E27, E19, E31		e3- Realiza cálculos incorretos
E08, E13		e3- Realiza cálculos incorretos
E20		e2- Interpretar de maneira equivocada a contextualização

Fonte: a autora (2024)

Na correção e análise dos erros da questão Q7, observamos que, embora a maioria dos alunos tenha respondido corretamente, utilizando as regras e realizando corretamente as operações de subtração de frações com denominadores diferentes, ainda ocorreram erros (e1, e2 e e3) por parte de oito alunos, conforme apresentado no quadro acima. Em relação ao erro e1, que consiste na utilização inadequada das regras, alguns alunos, como os estudantes E08 e E13, utilizaram de maneira equivocada a regra para o cálculo de subtração de frações com denominadores diferentes.

O estudante E08 tentou aplicar a regra de divisão de frações para resolver a questão. Já o estudante E13 errou ao tentar subtrair as frações sem utilizar a regra adequada, seja por falta de atenção ou por não compreender como proceder corretamente, resultando em uma fração incorreta e, consequentemente, em um cálculo errado. O estudante E31 subtraiu os numeradores corretamente, mas os escreveu de forma errada, o que sugere falta de atenção. O estudante E20 cometeu o erro e2, pois não aplicou a regra e respondeu de maneira aleatória.

Quanto ao erro e3, os estudantes E35, E20 e E27 apenas forneceram uma resposta sem utilizar a regra, errando a questão ao tentar resolver mentalmente, sem aplicar a regra necessária. Os estudantes E19 e E31, ao analisarem as imagens, escreveram as frações de forma incorreta e desenvolveram seus cálculos de maneira errada. Possivelmente, esses erros ocorreram por falta de atenção ou por não terem compreendido a questão proposta. O quadro a seguir apresenta a frequência dos estudantes durante os encontros em que foi aplicada a sequência didática voltada para a subtração de frações com denominadores diferentes.

Quadro 693 Frequência dos estudantes nas aulas de subtração de frações com denominadores diferentes.

Estudantes	Atividade 01- Subtração de frações com denominadores diferentes	Freq.
E_1	P	100%
E_3	P	100%
E_4	F	0%
E_6	P	100%
E_8	P	100%
E_{10}	F	0%
E_{11}	P	100%
E_{12}	P	100%
E_{13}	P	100%
E_{14}	P	100%
E_{15}	P	100%
E_{16}	P	100%
E_{17}	P	100%
E_{19}	P	100%
E_{20}	P	100%
E_{23}	P	100%
E_{24}	P	100%
E_{25}	P	100%
E_{27}	F	0%
E_{28}	P	100%
E_{29}	F	0%
E_{31}	P	100%
E_{32}	F	0%
E_{33}	P	100%
E_{34}	F	0%
E_{35}	P	100%
E_{36}	P	100%
E_{37}	P	100%

Fonte: a autora (2024).

Ao analisar o desempenho dos estudantes nos testes de subtração de frações com denominadores diferentes, bem como sua frequência ao longo do período, constatou-se que apenas os alunos identificados como E4, E10, E27, E29, E32 e E34 estiveram ausentes nesses encontros. Apesar disso, esses estudantes apresentaram um bom desempenho no pós-teste. Ressalta-se que, antes da aplicação do pós-teste, foi realizada uma revisão abrangente dos procedimentos relacionados às operações com frações.

Esses resultados indicam que, mesmo diante das ausências, os alunos foram capazes de assimilar de maneira eficaz os conhecimentos necessários para desenvolver a habilidade de subtração de frações com denominadores diferentes. Com base nos dados de desempenho individual dos estudantes nos testes de subtração de frações com denominadores diferentes, optou-se por uma análise por faixas de acerto, visando uma visualização mais clara dos resultados.

Para tanto, as faixas de acerto foram classificadas da seguinte forma: abaixo do desejado para estudantes com percentual de acerto entre 0% e 49%; adequado para aqueles com percentual de acerto entre 50% e 69%; acima do desejado para os que obtiveram entre 70% e 89%; e bem acima do desejado para aqueles com percentual de acerto entre 90% e 100%. Com essas faixas estabelecidas, foi elaborado o quadro a seguir.

Quadro 704 - Faixas de acerto por estudante nos testes de subtração de fração com denominadores diferentes.

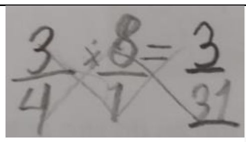
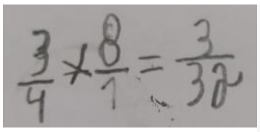
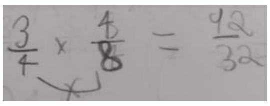
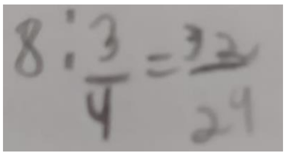
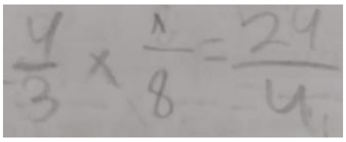
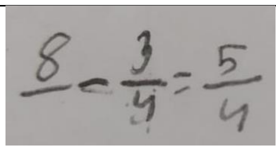
Faixa de acerto em percentual	Categoria	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
0 – 49	Abaixo do desejado	100%	32,2%
50 – 69	Adequado	0%	67,8%
70 – 89	Acima do desejado	0%	0%
90 -100	Bem acima do desejado	0%	0%

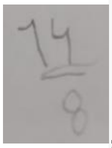
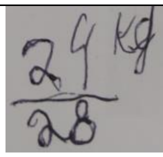
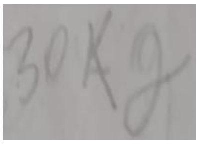
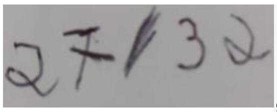
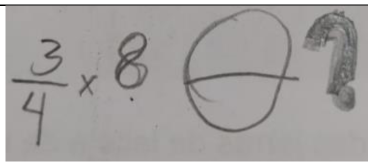
Fonte: a autora (2024)

A análise do desempenho dos estudantes em questões de subtração de frações com denominadores diferentes revelou uma redução significativa no número de alunos com rendimento abaixo do esperado. Simultaneamente, constatou-se um aumento expressivo no percentual de estudantes que alcançaram desempenho satisfatório, que passou de 0% para 67,8% da amostra analisada.

Adicionalmente, foi possível observar uma melhora notável na confiança e na autonomia dos alunos na resolução das questões após a implementação da sequência didática. Esses resultados sugerem que a sequência didática aplicada foi eficaz no aprimoramento das habilidades relacionadas à subtração de frações com denominadores diferentes, como evidenciado pela progressão significativa no desempenho dos estudantes nas avaliações realizadas.

Quadro 715 - Resumo de erros da questão 08

Uma lata de achocolatado “pesa” 3/4 kg. Qual é o “peso” de 8 latas?		
Estudante	Resolução	Erros
E3,E28,E13,E20,E19	, ,   	e3-Realiza cálculos incorretos
E31		e2- Interpretar de maneira equivocada a contextualização

E35, E17, E27, E06	, ,  ,	e3- Realiza cálculos incorretos
E24,E4,E11,E08		e5-Não respondeu

Fonte: a autora (2024)

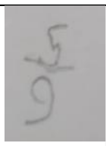
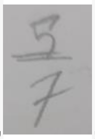
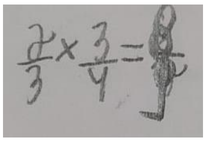
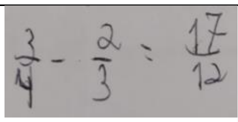
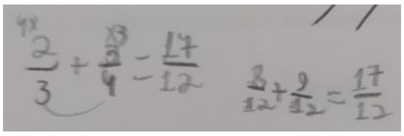
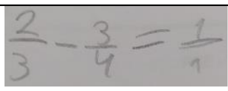
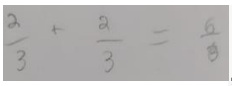
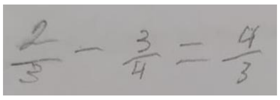
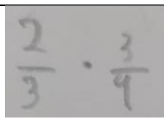
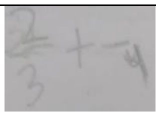
Nas análises e correções da questão Q8, observamos que metade dos alunos respondeu corretamente, utilizando as regras e realizando adequadamente as operações de multiplicação de frações. No entanto, a outra metade da turma apresentou erros (e1, e2, e3 e e6), conforme indicado no quadro acima.

Em relação ao erro e1, que consiste na utilização inadequada das regras, os alunos E3, E28, E13, E19 e E20 aplicaram equivocadamente a regra para o cálculo de multiplicação de frações, utilizando a regra de divisão de frações. Provavelmente, houve confusão na aplicação correta da regra.

Os estudantes E35, E17, E27 e E06 cometeram o erro e2, pois não aplicaram as regras e resolveram a questão mentalmente, fornecendo apenas a resposta final de forma equivocada. Isso demonstra falta de atenção ou uma possível incompreensão da resolução correta. O estudante E20 também cometeu o erro e2, respondendo de maneira aleatória sem aplicar a regra.

Os alunos E24, E4, E11 e E08 não resolveram a questão, indicando que não compreenderam como realizar a multiplicação de frações.

Quadro 726 - Resumo de erros da questão 09

Em uma sala de aula, verificou-se que $\frac{2}{3}$ dos alunos praticam esportes. Desses alunos que praticam esportes, $\frac{3}{4}$ praticam voleibol. Qual fração dos alunos da sala que pratica voleibol?		
Estudante	Resolução	Erros
E35,E11,E06,E01	, , 	e1-Utiliza regras indevidamente
E06,E20	, 	e2- Interpretar de maneira equivocada a contextualização
E08,E19,E37, E04	, , 	e3- Realiza cálculos incorretos
E27,E29	,	e5-Não respondeu
E29		e4-Resposta incompleta

Fonte: a autora (2024).

Nas correções e análises da questão Q9, observou-se que, embora a maioria dos alunos tenha respondido corretamente e feito as conclusões adequadas, ainda houve 12 alunos que cometeram erros. Esses alunos utilizaram as regras de forma inadequada.

Notamos que os alunos E35 e E11 aplicaram incorretamente a regra de soma de frações, somando numeradores e denominadores. Além disso, o aluno E11 cometeu um erro adicional ao somar os denominadores, evidenciando que não aprenderam corretamente como resolver a multiplicação de frações. Já os estudantes E01 e E28 cometeram o mesmo erro, aplicando a regra de divisão de frações para resolver a multiplicação. Eles devem ter se confundido no momento da execução.

O estudante E04 simplesmente tentou subtrair as frações sem demonstrar nenhum entendimento sobre a questão. Além de errar os cálculos, não conseguiu interpretar a questão. Os estudantes E06 e E20 aplicaram a regra de soma de frações com denominadores diferentes. Embora tenham aplicado a regra corretamente, acreditamos que cometeram erros devido à falta de atenção ou à incompreensão da questão.

Os estudantes E08 e E19 cometeram dois erros, identificados como e2 e e3. Isso pode ter ocorrido devido à falta de compreensão da questão ou à ausência de aprendizado adequado sobre como resolver problemas de multiplicação. Os estudantes E27 e E29 iniciaram a resolução da questão, mas não a concluíram.

Isso pode ter ocorrido possivelmente pela falta de atenção ou nervosismo acometido por se tratar de um teste, ou também, pela falta de base matemática em alguns conteúdos. O quadro a seguir apresenta a frequência dos estudantes durante os encontros em que foi aplicada a sequência didática voltada para a multiplicação de frações.

Quadro 737 - Frequência dos estudantes nas aulas de multiplicação de frações.

Estudantes	Atividade 01- Multiplicação de frações.		Freq.
E_1	P	P	100%
E_3	P	P	100%
E_4	P	P	100%
E_6	P	F	50%
E_8	F	P	50%
E_{10}	P	P	100%
E_{11}	P	P	100%
E_{12}	P	F	50%
E_{13}	P	P	100%
E_{14}	P	P	100%
E_{15}	P	P	100%
E_{16}	P	P	100%
E_{17}	F	F	0%
E_{19}	F	F	0%

E_{20}	F	P	50%
E_{23}	P	P	100%
E_{24}	P	P	100%
E_{25}	P	P	100%
E_{27}	F	F	0%
E_{28}	P	P	100%
E_{29}	P	F	50%
E_{31}	P	P	100%
E_{32}	P	P	100%
E_{33}	F	P	50%
E_{34}	F	F	0%
E_{35}	P	P	100%
E_{36}	P	P	100%
E_{37}	P	F	50%

Fonte: a autora (2024)

A análise do desempenho dos estudantes nos testes de multiplicação de frações, associada à sua frequência ao longo do período, revelou que os alunos identificados como E6, E8, E12, E20, E29, E33 e E37 estiveram ausentes em apenas um dos encontros. Por outro lado, os estudantes identificados como E17, E19, E27 e E34 não participaram de nenhum dos encontros. Dentre esses, apenas o estudante E33 obteve bom desempenho no pós-teste, enquanto os demais apresentaram resultados insatisfatórios, o que sugere que suas ausências impactaram negativamente no aprendizado. Em contraste, os alunos que participaram regularmente dos encontros apresentaram um bom desempenho.

Esses dados evidenciam que a frequência regular é um fator crucial para alcançar os resultados esperados, uma vez que as ausências podem comprometer significativamente a assimilação dos conhecimentos necessários para o desenvolvimento da habilidade de multiplicação de frações.

Com base nos dados de desempenho individual dos estudantes nos testes de multiplicação de frações, optou-se por organizar os resultados em faixas de acertos, de forma a proporcionar uma visualização mais clara e detalhada. As faixas foram definidas conforme os seguintes critérios: abaixo do esperado para percentuais de acerto entre 0% e 49%; adequado para percentuais entre 50% e 69%; acima do esperado para percentuais entre 70% e 89%; e bem acima do esperado para percentuais entre 90% e 100%. A partir dessa classificação, foi elaborado o quadro apresentado a seguir.

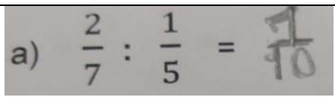
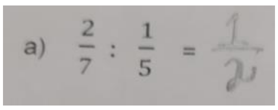
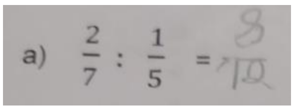
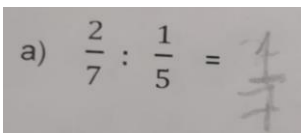
Quadro 748 - Faixas de acerto por estudante nos testes de multiplicação de frações.

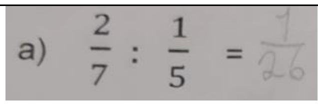
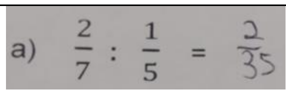
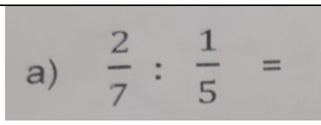
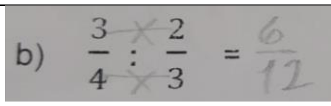
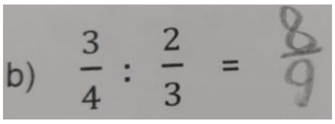
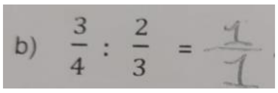
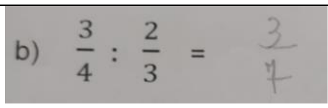
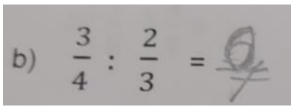
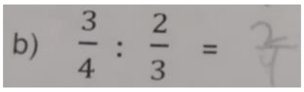
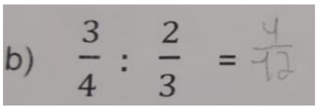
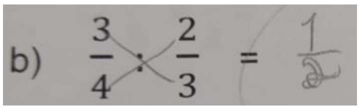
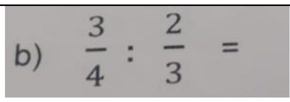
Faixa de acerto em percentual	Categoria	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
0 – 49	Abaixo do desejado	100%	42,9%
50 – 69	Adequado	0%	57,1%
70 – 89	Acima do desejado	0%	0%
90 -100	Bem acima do desejado	0%	0%

Fonte: a autora (2024)

A análise do desempenho dos estudantes em questões de multiplicação de frações indicou uma redução significativa no número de alunos com desempenho abaixo do esperado. Paralelamente, houve um aumento considerável no percentual de estudantes que alcançaram desempenho adequado, passando de 0% para 57,1% da amostra avaliada. Esses resultados indicam que a sequência didática implementada foi eficaz no desenvolvimento das habilidades relacionadas à multiplicação de frações, conforme evidenciado pela melhora substancial no desempenho dos estudantes nas avaliações realizadas.

Quadro 759 - Resumo de erros da questão 10

Calcule o resultado das expressões a seguir:			
Itens	Estudante	Resolução	Erros
A)	E03, E33,E37 E13,E24,E17,E27,E35	   	e3-Realizar cálculos incorretos.

			
	E08, E19, E06,		e1-Utilizar regras indevidamente
	E29		e5- Não respondeu
B)	E3,E6,E8,E19 E13 E24	  	e1-Utilizar regras indevidamente
	E37,E17,E27,E35,E33	    	e3-Realizar cálculos incorretos.
	E29		e5-Não respondeu

Fonte: a autora (2024).

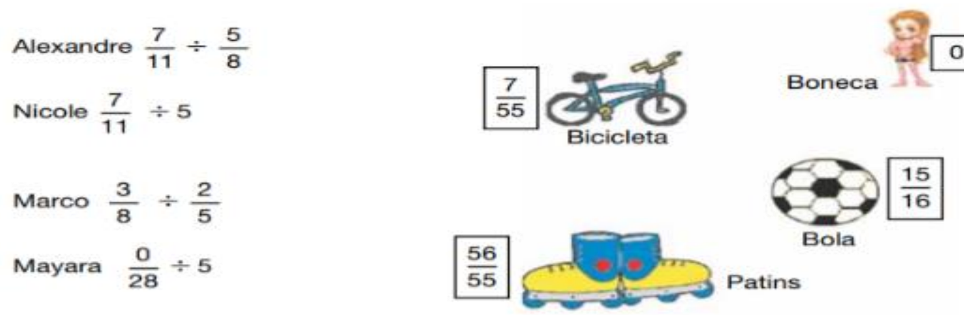
Após concluir as correções e análises da questão Q10, observamos que a turma apresentou um desempenho equilibrado em termos de acertos e erros. Dos 16 alunos, pouco mais de 50% acertaram a questão, demonstrando as habilidades necessárias para a execução correta. Por outro lado, 43%, aproximadamente 12 alunos, cometeram erros conforme descrito no quadro acima.

Em relação ao erro e1 do item a, os estudantes E3, E33, E37, E24, E17, E27 e E35 cometeram o mesmo equívoco, respondendo aleatoriamente e apresentando resultados desconexos com a questão. Os estudantes E8, E13, E19 e E6 cometeram o erro e3 ao aplicarem a regra de multiplicação de frações corretamente, mas esqueceram de inverter a segunda fração, que é a regra para divisão de frações.

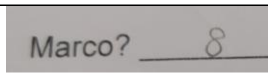
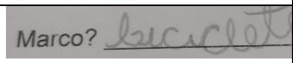
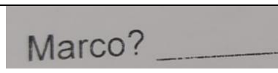
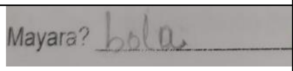
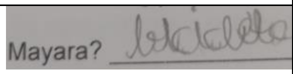
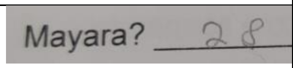
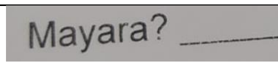
Este erro parece ter sido causado por falta de atenção durante a resolução da atividade. O estudante E29 cometeu o erro e6, não respondendo à questão, possivelmente devido à falta de atenção durante o teste ou à falta de base matemática sobre o conteúdo proposto.

No que se refere ao erro e1 do item b, os estudantes E3, E6, E8, E19 e E13 aplicaram a regra de multiplicação de frações em vez de aplicarem a regra de divisão de frações. O estudante E24 resolveu a questão subtraindo as frações, enquanto os alunos E17, E27, E33, E35 e E37 apresentaram respostas aleatórias e incorretas. O estudante E29 não respondeu à questão, possivelmente por falta de entendimento ou por não possuir os conhecimentos necessários sobre divisão de frações.

Quadro 76 - Resumo de erros da questão 11

<table>
<tr><td colspan="5">No Dia das Crianças foi realizada uma gincana onde cada participante tinha que resolver uma divisão de fração e o resultado correspondia a um presente. Descubra qual presente cada criança ganhou.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">Itens</td><td>Estu-dante</td><td>Resolução</td><td>Erros</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>E3,E23 ,E19, E35, E24,</td><td>Alexandre? BiciCLETA</td><td>e2-Interpreta de maneira equivocada a contextualização.</td></tr>
</table>

Alexandre	$\frac{7}{11} : \frac{5}{8}$	E8	Alexandre? $\frac{7}{55}$	e1- Utilizar regras indevidamente
		E10, E27	Alexandre? bola	e2-Interpreta de maneira equivocada a contextualização.
		E37	Alexandre? 4	e3-Realizar cálculos incorretos.
		E29	Alexandre? ______	e5-Não respondeu
Nicole	$\frac{7}{11} : 5$	E23, E19,E3 ,E35 E27	Nicole? PATINS	e2-Interpreta de maneira equivocada a contextualização.
		E8	Nicole? $\frac{56}{55}$	e1-Utilizar regras indevidas
		E24, E17	Nicole? BONECA //	e3-Realizar cálculos incorretos.
		E37	Nicole? 11	e3-Realizar cálculos incorretos.
		E29	Nicole? ______	e5-Não respondeu
Marco	$\frac{3}{8} : \frac{2}{5}$	E24	Marco? BICICLETA	e3-Realizar cálculos incorretos.
		E10	Marco? Patins //	e3-Realizar cálculos incorretos.

		E37			e3-Realizar cálculos incorretos.
		E17			e3-Realizar cálculos incorretos.
		E29			e5-Não respondeu
Mayara	$\frac{0}{28} : 5$	E10			e3-Realizar cálculos incorretos.
		E17			e3-Realizar cálculos incorretos.
		E37			e3-Realizar cálculos incorretos.
		E29			e5-Não respondeu

Fonte: a autora (2024)

Com relação as análises dos erros na resolução da questão Q11 sobre Divisão de Frações, temos que:

Na análise do item “a”, foram identificados os seguintes erros:

- ✓ Estudantes E3, E23, E19, E35 e E24: No item “a” da questão, esses estudantes não apresentaram cálculos. Todos escreveram a mesma resposta, sugerindo que resolveram a questão mentalmente ou simplesmente adivinharam a resposta.
- ✓ Estudante E8: Embora tenha apresentado um cálculo, a resposta fornecida está incorreta. Acreditamos que o erro se deve à falta de atenção ao responder à questão.

- ✓ Estudantes E10 e E27: Ambos chegaram à mesma resposta incorreta e não apresentaram os cálculos realizados.
- ✓ Estudante E37: Apresentou um cálculo, porém, a resposta está errada.
- ✓ Estudante E29: Não respondeu à pergunta. Acreditamos que este estudante, assim como os demais mencionados, não adquiriu as
- ✓ habilidades necessárias para realizar a divisão de frações.

Na análise do item “b”, foram identificados os seguintes erros:

- ✓ Estudantes E23, E19, E3, E35 e E27: Esses estudantes chegaram à mesma resposta, mas não apresentaram cálculos. Acreditamos que não prestaram a devida atenção ao responder a questão.
- ✓ Estudante E8: Apresentou um cálculo incorreto, demonstrando falta de conhecimento necessário para a resolução adequada do problema.
- ✓ Estudantes E24 e E17: Ambos chegaram à mesma resposta, supomos que responderam aleatoriamente, sem desenvolver nenhum cálculo.
- ✓ Estudante E37: Escreveu um número isolado como resposta, o que também está incorreto. Acreditamos que este estudante não adquiriu as habilidades necessárias.
- ✓ Estudante E29: Não respondeu à questão, possivelmente devido à falta de conhecimento adequado para resolver problemas de divisão de frações.

Na análise do item “c”, foram identificados os seguintes erros:

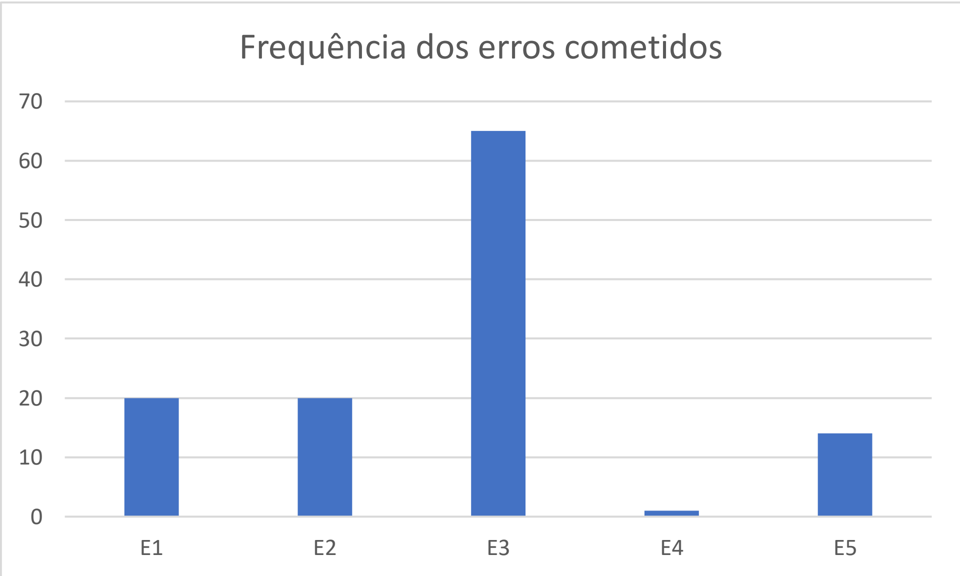
- ✓ Estudantes E24, E10, E37, E17 e E29: Esses estudantes apresentaram erros aleatórios, sugerindo que adivinharam as respostas devido à falta de domínio das habilidades necessárias para a resolução adequada.
- ✓ Estudante E29: Não respondeu à questão, o que pode indicar que não adquiriu os conhecimentos necessários para resolver problemas de divisão de frações.

No item "d", foram identificados os seguintes erros:

- ✓ Estudantes E17 e E37: Apresentaram cálculos incorretos, indicando que não aprenderam adequadamente como realizar a divisão de frações.
- ✓ Estudante E29: Não respondeu à questão, o que pode sugerir que não adquiriu os conhecimentos necessários para resolver problemas de divisão de frações.

Os alunos precisam de muita atenção ao resolver questões de matemática, principalmente na leitura da questão para uma boa interpretação. No gráfico a baixo traz um resumo dos tipos de erros cometidos nas questões abordadas nesta análise de erros.

Gráfico 32 - Frequência dos erros cometidos



Fonte: a autora (2024)

Com base nos dados apresentados no gráfico 32, observa-se que a maioria dos erros cometidos pelos alunos decorre de cálculos incorretos das operações básicas de frações. Isso indica que, durante a execução das atividades, os alunos frequentemente cometem erros, mesmo tendo acerto no decorrer das atividades desenvolvidas, evidenciando assim uma falta de domínio das operações matemáticas necessárias para a resolução adequada das tarefas. Além disso, há casos de discentes que já vieram das séries iniciais com um déficit de aprendizagem das quatro operações.

Outro erro bastante recorrente foi o e1, isto é, a utilização de regras indevidas para resolver questões aditivas de frações. Houve estudantes que aplicaram a regra de resolver adição e subtração de frações com denominadores iguais em operações com denominadores diferentes e vice-versa, assim como, misturar as duas regras para resolver uma dessas operações. O quadro a seguir apresenta a frequência dos estudantes durante os encontros em que foi aplicada a sequência didática voltada para a divisão de frações.

Quadro 771 - Frequência dos estudantes nas aulas de divisão de frações.

Estudantes	Divisão de frações.		Freq.
E_1	P	P	100%
E_3	P	P	100%
E_4	P	P	100%
E_6	F	P	50%
E_8	F	P	50%
E_{10}	P	P	100%
E_{11}	P	P	100%
E_{12}	P	P	100%
E_{13}	P	P	100%
E_{14}	P	P	100%
E_{15}	P	P	100%
E_{16}	P	P	100%
E_{17}	P	P	100%
E_{19}	F	P	50%
E_{20}	F	P	50%
E_{23}	P	P	100%
E_{24}	P	P	100%
E_{25}	P	P	100%
E_{27}	F	F	0%
E_{28}	P	F	50%
E_{29}	P	F	50%
E_{31}	P	P	100%
E_{32}	P	P	100%
E_{33}	F	P	50%
E_{34}	F	P	50%
E_{35}	F	P	50%
E_{36}	P	P	100%
E_{37}	F	P	50%

Fonte: a autora (2024)

A análise do desempenho dos estudantes nos testes de divisão de frações, em conjunto com sua frequência ao longo do período, revelou que os alunos identificados como E6,E8,E19, E20, E27, E28,E33 E34, E35 e E37 estiveram ausentes em determinados encontros. Dentre esses, apenas os estudantes E20, E28 e E34 obtiveram bom desempenho no pós-teste, enquanto os demais apresentaram resultados insatisfatórios, sugerindo que a ausência durante os encontros impactou negativamente o processo de aprendizagem.

Em contrapartida, os estudantes que participaram regularmente das atividades demonstraram desempenho satisfatório. Esses resultados destacam a importância da frequência regular como um fator determinante para o alcance dos objetivos de aprendizagem, uma vez que as ausências podem comprometer significativamente a assimilação dos conhecimentos necessários para o desenvolvimento da habilidade de divisão de frações.

Com base nos dados de desempenho individual dos estudantes nos testes de divisão de frações, optou-se por organizar os resultados em faixas de acertos, de forma a proporcionar uma visualização mais clara e detalhada. As faixas foram definidas conforme os seguintes critérios: abaixo do esperado para percentuais de acerto entre 0% e 49%; adequado para percentuais entre 50% e 69%; acima do esperado para percentuais entre 70% e 89%; e bem acima do esperado para percentuais entre 90% e 100%. A partir dessa classificação, foi elaborado o quadro apresentado a seguir.

Quadro 782 - Faixas de acerto por estudante nos testes de multiplicação de frações.

Faixa de acerto em percentual	Categoria	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
0 – 49	Abaixo do desejado	100%	14,3%
50 – 69	Adequado	0%	0%
70 – 89	Acima do desejado	0%	85,7%
90 -100	Bem acima do desejado	0%	0%

Fonte: a autora (2024)

A análise do desempenho dos estudantes em questões de divisão de frações indicou uma redução significativa no número de alunos com desempenho abaixo do esperado. Paralelamente, houve um aumento considerável no percentual de estudantes que alcançaram desempenho acima do desejado, passando de 0% para 85,7% da amostra avaliada. Esses resultados sugerem que a sequência didática aplicada foi eficaz no aprimoramento das habilidades relacionadas à divisão de frações, como demonstrado pela significativa melhoria no desempenho dos estudantes nas avaliações realizadas.

6.4 ANÁLISE A POSTERIORI DAS ATIVIDADES PROPOSTAS E VALIDAÇÃO

Nesta seção, apresentamos os resultados da análise a posteriori do experimento. Para nossa análise, utilizamos as informações registradas durante a experimentação. As observações e conclusões feitas pelos estudantes durante a aplicação das atividades foram classificadas nas seguintes categorias: válidas e desejadas; válidas e não desejadas; parcialmente válidas; parcialmente válidas e não desejadas; inválidas e não formuladas. A seguir, apresentamos o quadro com as classificações das conclusões elaboradas pelos alunos nas atividades executadas.

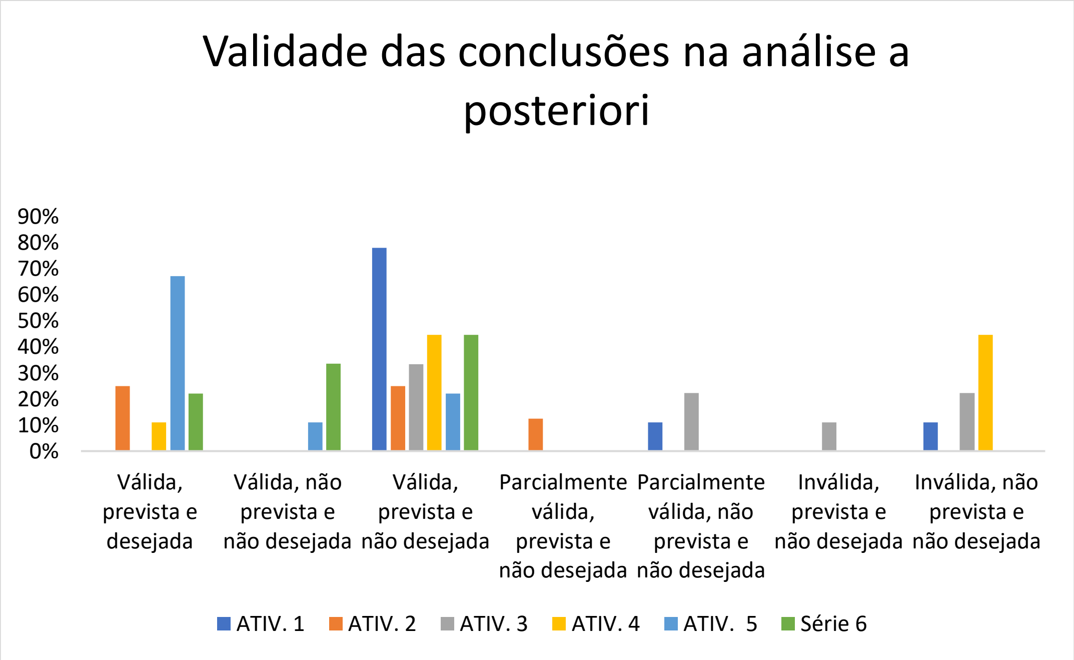
Quadro 793 - Validade das conclusões na análise a posteriori

VALIDADE E CONCLUSÃO	ATIVIDADES					
	1	2	3	4	5	6
Válida, prevista e desejada	0%	25%	0%	11%	67%	22%
Válida, não prevista e não desejada	0%	0%	0%	0%	11%	33,5%
Válida, prevista e não desejada	78%	25%	33,4%	44,5%	22%	44,5%
Parcialmente válida, prevista e não desejada	0%	12,5%	0%	0%	0%	0%
Parcialmente válida, não prevista e desejada	0%	37,5%	11,1%	0%	0%	0%
Parcialmente válida, não	11%	0%	22,2%	0%	0%	0%

prevista e não desejada						
Inválida, prevista e não desejada	0%	0%	11,1%	0%	0%	0%
Inválida, não prevista e não desejada	11%	0%	22,2%	44,5%	0%	0%

Fonte: a autora (2024)

Gráfico 33 -Validade das conclusões na análise a posteriori

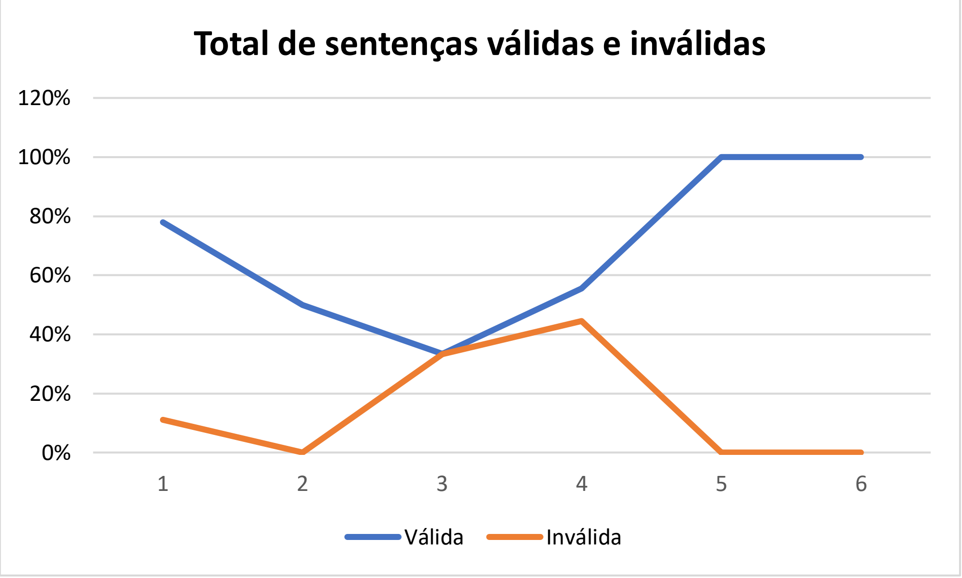


Fonte: a autora (2024).

Com base nos dados analisados, observa-se um progresso significativo dos estudantes nas conclusões ao longo do experimento. As conclusões inicialmente classificadas como parcialmente válidas ou inválidas diminuíram, sendo substituídas por conclusões válidas. É importante destacar que a elaboração de conclusões é uma das dificuldades frequentemente mencionadas nos estudos. Portanto, mesmo com a presença de classificações como ‘parcialmente válida’ e ‘não desejada’, reconhecemos um avanço considerável por parte dos estudantes, o que evidencia o sucesso do experimento.

Nosso experimento foi composto por seis atividades de ensino aplicadas a nove grupos de 3, 4 e 5 alunos, totalizando 54 observações no final da aplicação. Com base nos dados apresentados no gráfico 34, podemos observar que a maioria das conclusões dadas pelos estudantes foram consideradas parcialmente válidas e não desejadas, seguidas por válidas e não desejadas. No gráfico subsequente, realizamos a consolidação de todas as proposições válidas e inválidas para facilitar a comparação e análise das diferenças.

Gráfico 34 - Total de sentenças válidas e inválidas

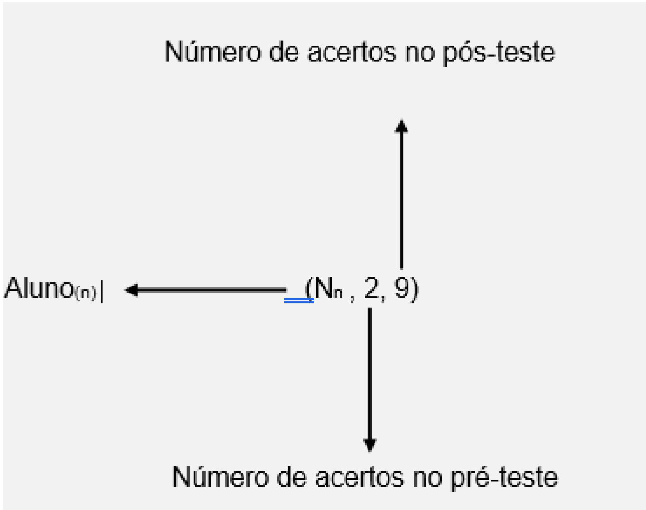


Fonte: a autora (2024).

É importante destacar que, apesar de 45% das conclusões em nosso experimento tenham sido inválidas, elas desempenharam um papel crucial durante o processo de institucionalização e contribuíram significativamente para o aprendizado dos estudantes.

6.5 RELAÇÃO ENTRE FATORES SOCIOECONÔMICOS, A MATEMÁTICA E O DESEMPENHO DOS ESTUDANTES NOS TESTES

Para demonstrar a correlação entre os resultados dos testes, foram analisadas algumas variáveis obtidas no diagnóstico inicial do experimento. Essas variáveis surgiram a partir das informações apresentadas nos questionários socioeconômicos dos participantes do estudo. As informações contidas neles referem-se ao número de acertos de cada estudante no pré e pós-teste, formando a terna (E_n; nota pré-teste; nota pós-teste), conforme o exemplo abaixo. No quadro 84, está relacionando o gosto pela matemática com quem lhe ajuda nas tarefas escolares.



Quadro 804 - Correlação gosto pela matemática e ajuda nas tarefas escolares

Respostas		Você gosta de estudar Matemática?			
		Não gosto	Gosto um pouco	Gosto	Gosto muito
Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?	Professor particular				
	Pai		(A_{4}, 05, 15) (A_{6}, 02, 12)		(A_{32},05,18) (A_{36},0,18)
	Mãe		(A_1, 07, 17) (A_{3}, 0, 10) (A_{20},0,14) (A_{23},0,12) (A_{31},0,08)	(A_{8}, 02, 03) (A_{12}, 03, 17) (A_{19}, 0, 07) (A_{24},0,8) (A_{33},0,13) (A_{37},0,05)	(A_{28},06,16)
	Amigo da escola			(A_{14},11,18) (A_{16}, 05, 18)	
	Ninguém	(A_{10}, 07, 14) (A_{34},0,18)	(A_{11}, 0, 10)	(A_{17},04,11)	(A_{14},11,18) (A_{15}, 06, 18)

					(A_{25},2,17) (A_{27},0,01) (A_{29},0,10)
	Outro	(A_{35},0,18)			

Fonte: a autora (2024)

Para esta análise, foram registrados os resultados apenas dos alunos que responderam ao diagnóstico e aos dois testes, pois, conforme relatado ao longo desta pesquisa, houve estudantes que não participaram de todos os testes. A primeira observação refere-se à questão do gosto pela matemática e quem ajuda os estudantes nas tarefas de casa. Conforme apresentado no quadro acima, 11% dos estudantes responderam que não gostam de matemática, 28,5% disseram que gostam pouco, 32% gostam e 28,5% gostam muito. Em relação à pergunta sobre quem auxilia nas tarefas de casa, a maioria afirmou que recebe ajuda da mãe, correspondendo a 43% do total.

Outros 32,5% dos alunos realizam as tarefas escolares sozinhos, 14% recebem ajuda do pai, 2% são auxiliados por amigos e 1% respondeu outros. Entre esses alunos, a maioria apresentou bom desempenho na comparação entre o pré-teste e o pós-teste. Apresentamos a seguir os dados referentes ao gosto pelos estudos, à dificuldade em aprender matemática e ao desempenho nos testes.

Quadro 815 - Correlação dificuldade para aprender e gosto pela matemática

Respostas		Você tem dificuldade para aprender Matemática?		
		Sim	Um pouco	Não
Você gosta de estudar Matemática?	Não gosto		(A_{03}, 0, 10) (A_{10}, 07, 14) (A_{35}, 0, 08)	
	Gosto um pouco		(A_{01}, 07, 17) (A_{04}, 05, 16) (A_{06}, 02, 12) (A_{11}, 0, 10) (A_{23}, 0, 12) (A_{29}, 0, 10)	(A_{20}, 0, 14)

			(A_{31}, 0, 08) (A_{34}, 0, 18)	
	Gosto		(A_{08}, 02, 03) (A_{13}, 0, 13) (A_{16}, 05, 18) (A_{17}, 04, 11) (A_{24}, 0, 08) (A_{33}, 0, 13) (A_{37}, 0, 05)	(A_{19}, 0, 07)
	Gosto muito		(A_{12}, 03, 17)	(A_{14}, 11, 18) (A_{15}, 06, 18) (A_{25}, 02, 17) (A_{27}, 0, 01) (A_{28}, 06, 16) (A_{32}, 05, 18) (A_{36}, 0, 18)

Fonte: a autora (2024).

No Quadro 85, observa-se que nenhum dos alunos relatou ter dificuldade em aprender matemática; 68% afirmaram ter um pouco de dificuldade e apenas 32% indicaram não ter nenhuma dificuldade. Verificou-se também que 89% dos estudantes gostam de matemática (gostam, gostam pouco ou gostam muito), enquanto apenas 11% declararam não gostar da disciplina. Além disso, constatou-se que a maioria desses alunos obteve um bom desempenho no pós-teste.

Especificamente, 25% dos alunos (A_{14}, A_{15}, A_{20}, A_{25}, A_{28}, A_{32} e A_{36}) gostam de matemática e não apresentam dificuldades em aprender a disciplina, todos eles demonstraram um bom desempenho no pós-teste. A seguir, analisaremos a relação entre as seguintes questões: “Com que frequência você estuda matemática fora da escola?” e “Como geralmente são suas notas em Matemática?”.

Quadro 826 – Correlação notas em matemática e estudo fora da escola

Respostas		Suas notas em Matemática geralmente são:		
		Abaixo da média	Na média	Acima da média
Com que frequência você estuda matemática fora da escola?	Todo dia			(A_{36}, 0, 18)
	somente nos finais de semana			(A_{10}, 07, 14)
	Só na véspera da prova			(A_{37}, 0, 05)
	Não estudo fora da escola			
	Alguns dias da semana		(A_{04}, 05, 15) (A_{06}, 02, 12) (A_{19}, 0, 07) (A_{24}, 0, 08) (A_{29}, 0, 10)	(A_{01}, 07, 17) (A_{12}, 03, 17) (A_{13}, 0, 13) (A_{14}, 11, 18) (A_{16}, 05, 18) (A_{25}, 02, 17) (A_{32}, 05, 18)
	Só estudo em sala de aula	(A_{34}, 0, 18)	(A_{03}, 0, 10) (A_{08}, 02, 03) (A_{11}, 0, 10) (A_{17}, 04, 11) (A_{20}, 0, 14) (A_{23}, 0, 12) (A_{27}, 0, 01) (A_{31}, 0, 08)	(A_{15}, 06, 18) (A_{33}, 0, 13)
	Só no período de prova		(A_{35}, 0, 08)	(A_{28}, 06, 16)

Fonte: a autora (2024).

Referente aos dados do quadro acima, observa-se que 3,5% dos alunos, que equivalente a um aluno, afirma estudar todos os dias, apresentando notas acima da média, conforme esperado para alunos que se dedicam aos estudos. Entre os alunos que estudam apenas em sala de aula, totalizando 39% dos alunos, os estudantes A_{34}, A_{08} e A_{27}, apresentam resultados abaixo da média, o que é esperado para alunos que não estudam diariamente.

Os demais, apesar de estudarem somente em sala de aula, apresentam resultados na média e acima da média, apresentaram um bom desempenho em seus testes. Dois alunos que afirmam estudar apenas nos fins de semana e na véspera das provas apresentam resultados distintos: o aluno A_{37} apresentou baixo rendimento, conforme esperado por não estudar o suficiente, enquanto o aluno A_{10}, apesar de não se dedicar aos estudos, obteve um bom resultado.

Os demais alunos, representando 43% do total, que estudam apenas alguns dias da semana, apresentam notas acima da média, apesar de não alcançarem o resultado esperado, tiveram bons desempenhos nos testes propostos. No quadro seguinte, veremos a relação entre as respostas das perguntas “Você trabalha de forma remunerada?” e “Você costuma fazer compras (comércio, mercearia, supermercado, etc.)?”

Quadro 837 – Correlação fazer compras e trabalho remunerado

Respostas		Você costuma fazer compras (comércio, mercearia, supermercado, etc.)?		
		Não	As vezes	Sim
Você trabalha de forma remunerada?	Não	(A_{03}, 0, 10) (A_{31}, 0, 08) (A_{34}, 0, 18)	(A_{04}, 05, 16) (A_{08}, 02, 03) (A_{10}, 07, 14) (A_{11}, 0, 10) (A_{13}, 0, 13) (A_{14}, 11, 18) (A_{17}, 04, 11) (A_{19}, 0, 07) (A_{28}, 06, 16) (A_{32}, 05, 18) (A_{36}, 0, 18)	(A_{06}, 02, 12) (A_{12}, 03, 17) (A_{15}, 06, 18) (A_{16}, 05, 18) (A_{20}, 0, 14) (A_{23}, 0, 12) (A_{24}, 0, 08) (A_{25}, 02, 17) (A_{29}, 0, 10) (A_{33}, 0, 13) (A_{35}, 0, 08) (A_{37}, 0, 05)
	Às vezes			(A_{27}, 0, 01)
	Sim			(A_{01}, 07, 17)

Fonte: a autora (2024)

De acordo com os dados, apenas três dos entrevistados não têm o hábito de fazer compras. Os estudantes A_{01} e A_{27} relataram ter experiência em trabalho remunerado e ocasionalmente fazem compras. Além disso, 93% dos alunos, totalizando 25 indivíduos, têm o hábito de fazer compras, mas não trabalham. A maioria desses alunos teve um bom desempenho no pós-teste, com exceção dos alunos A_{08}, A_{27} e A_{37}, que apresentaram desempenho insatisfatório. A seguir, apresentamos os dados referentes à escolaridade dos responsáveis, tanto masculinos quanto femininos, e o desempenho dos alunos.

Quadro 848 - Correlação entre as escolaridades dos responsáveis

Respostas		Qual a escolaridade da sua responsável feminino?					
		Não escolari-zado	Fundamental Completo	Fundamental Incompleto	Ens. Médio incompleto	Ens. Médio Completo	Superior
Qual a escolaridade do seu responsável masculino?	Não escolarizado						
	Fundamental Completo		(A_{14},11, 18) (A_{03}, 0, 10) (A_{16},05, 18)	(A_{04}, 05, 16) (A_{32}, 05, 18)	(A_{20}, 0, 14)	(A_{31}, 0,08)	
	Fundamental Incompleto			(A_{23}, 0, 12) (A_{27}, 0, 01) (A_{36}, 0, 18)		(A_{11}, 0,10)	
	Ens. Médio incompleto		(A_{08}, 02, 03)		(A_{19}, 0, 07) (A_{25}, 2,17) (A_{35}, 0,08)	(A_{01},07,17) (A_{33}, 0,13) (A_{37}, 0,05)	
	Ens. Médio Completo					(A_{13}, 0,13) (A_{29}, 0,10)	(A_{10},7,14)
	Superior					(A_{15}, 06, 18) (A_{28}, 06, 16)	(A_{02},2,12) (A_{17},4,11) (A_{24}, 0,8) (A_{34},0,18)

Fonte: Experimentação (2024)

Os dados contidos no quadro 88 indicam que os estudantes A02, A17, A24 e A34 informaram que seus responsáveis, tanto do gênero masculino quanto feminino, concluíram o ensino superior. No pré-teste, o desempenho desses alunos foi baixo, acertando entre 0 a 4 questões. Já no pós-teste, seus desempenhos foram significativamente melhores, com acertos entre 8 a 18 questões. Não houve casos de pais não escolarizados. Os demais alunos, cujos pais possuem escolaridade de nível fundamental ou médio, completo ou incompleto, apresentaram resultados bastante variados.

6.6 TESTE EXATO DE FISHER

Nesta etapa, analisamos as associações entre as variáveis do questionário socioeducacional e os resultados dos testes, visando identificar os fatores que influenciaram o desempenho dos alunos. Para isso, utilizamos o teste exato de Fisher, uma ferramenta estatística crucial para avaliar precisamente a significância de uma associação entre duas variáveis categóricas. Segundo Silva (2023), o teste exato de Fisher é recomendado para amostras pequenas. Nomeado em homenagem ao seu inventor, Ronald Fisher, este teste fornece um valor exato, sem a necessidade de técnicas de aproximação.

Atualmente, diversos softwares estatísticos podem realizar cálculos automaticamente, facilitando e agilizando o processo. Para auxiliar em nossas análises, utilizamos o JAMOVI, um software acessível e gratuito. Nas análises, consideramos as seguintes hipóteses:

$\mathbf{H_0}$: A variável X não influencia a variável Y

$\mathbf{H_1}$: A variável X influencia a variável Y

Adotamos um nível de significância de 5%. Portanto, um valor de p menor que 0,05 indica um resultado a favor da hipótese H1, ou seja, há associação entre as variáveis. Se o valor de p for maior que 0,05, não há associação significativa.

6.6.1. Associação entre o gosto pela matemática e o hábito de estudar

Neste momento, analisamos a relação entre o interesse pela matemática e o hábito de estudo dos estudantes fora da escola. Utilizaremos o teste exato de Fisher para verificar se há uma associação significativa entre essas variáveis. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H0): Não há associação entre o gosto pela matemática e o hábito de estudar matemática.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e o hábito de estudar matemática.

Tabela 9 - Contingência entre o gosto pela matemática e o hábito de estudar

	Hábito de estudar matemática						
Gosto pela matemática	**ALGUNS DIAS DA SEMANA**	**SÓ ESTUDO EM SALA DE AULA**	**SÓ NOS FINS DE SEMANA**	**SÓ NA VESPERA DA PROVA**	**SÓ NO PERÍODO DE PROVA**	**TODOS OS DIAS**	**Total**
GOSTO MUITO	4	2	0	0	1	1	8
GOSTO UM POUCO	4	4	0	0	0	0	8
NÃO GOSTO	0	2	1	0	1	0	4
GOSTO	4	3	0	1	0	0	8
Total	12	11	1	1	2	1	28

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.345
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Utilizando o teste exato de Fisher, foi obtido um valor p de 0,34, considerando o nível de significância de 0,05 ($\alpha = 0,05$). Observamos que o valor p é superior ao nível de significância ($p > 0,05$), o que indica que a hipótese nula (H0) não deve ser rejeitada. Portanto, com base nos dados, não há evidências suficientes para concluir que existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e a frequência de estudos dos estudantes fora da escola.

6.6.2. Associação entre o gosto pela matemática e o auxílio nas tarefas extraclasse.

Nesta etapa, analisamos a relação entre o gosto e o auxílio nas tarefas de matemática. Utilizaremos o teste exato de Fisher para verificar se há uma associação significativa entre essas variáveis. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H0): Não há associação entre o gosto pela matemática e o auxílio nas tarefas.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e o auxílio nas tarefas.

Tabela 10 - Tabelas de Contingência entre gosto de estudar e auxilio de parentes.

	Auxilia nas tarefas				
Gosto pela matemática	**PAI**	**MÃE**	**NINGUÈM**	**OU TIO, TIA**	**total**
GOSTO MUITO	2	1	5	0	8
GOSTO UM POUCO	2	4	2	0	8
NÃO GOSTO	0	1	2	1	4
GOSTO	0	7	1	0	8
Total	4	13	10	1	28

Testes χ^2

		Valor	p
Teste Exato de Fisher			0.032
N	28		

Fonte: a autora (2024)

Pelos dados, observamos que o valor obtido de p foi 0,032, considerando o nível de significância de 0,05 (α = 0,05). Observamos que o valor p é inferior ($p < 0,05$), o que significa que a hipótese Nula (H_0) deve ser rejeitada. Portanto, pelos dados, podemos concluir que há uma associação estatisticamente significativa entre as variáveis, logo, existe uma relação entre o gosto pela matemática e o auxílio nas tarefas de estudo dos alunos fora da escola.

6.6.3. Associação entre o gosto pela matemática e as notas dos estudantes.

O objetivo desta análise é verificar a existência de uma associação significativa entre o interesse pela matemática e as notas dos estudantes. Para isso, utilizaremos o teste exato de Fisher, que nos permitirá determinar a significância dessa associação entre as variáveis. As hipóteses propostas para esta análise são as seguintes:

Hipótese Nula (H_0): Não há entre o gosto pela matemática e as notas dos estudantes

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e as notas dos estudantes.

Tabela 11 - Contingência entre o gosto pela matemática e as notas dos estudantes

	Notas			
Gosto pela matemática	**ACIMA DA MÉDIA**	**NA MÉDIA**	**ABAIXO DA MÉDIA**	**Total**
GOSTO MUITO	7	1	0	8
GOSTO UM POUCO	1	7	0	8
NÃO GOSTO	1	2	1	4
GOSTO	4	4	0	8
Total	13	14	1	28

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.012
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Pelos dados, observamos que o valor obtido de p foi 0,012, considerando o nível de significância de 0,05 ($\alpha = 0{,}05$). Observamos que o valor p é inferior ($p < 0{,}05$), o que significa que a hipótese Nula (H_0) deve ser rejeitada. Portanto, pelos dados, podemos concluir que há uma associação estatisticamente significativa entre as variáveis, logo, existe uma relação entre o gosto pela atemática e o resultado das notas dos estudantes.

6.6.4. Associação entre o gosto pela matemática e a distração nas aulas de matemática.

Vamos analisar a relação entre o interesse pela matemática e a distração dos estudantes nas aulas de matemática. Utilizaremos o teste exato de Fisher para verificar se há uma associação significativa entre essas variáveis. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre o gosto pela matemática e o interesse dos estudantes nas aulas.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e o interesse dos estudantes nas aulas.

Tabela 12 - Contingência entre o gosto pela matemática e a distração nas aulas de matemática

	Distração			
Gosto pela matemática	**NÃO, EU SEMPRE PRESTO ATENÇÃO**	**NA MAIORIA DAS VEZES EU ME DISTRAIO NAS AULAS DE MATEMÁTICA**	**SIM, EU NÃO CONSIGO PRESTAR ATENÇÃO**	**Total**
GOSTO MUITO	5	2	1	8
GOSTO UM POUCO	1	6	1	8
NÃO GOSTO	0	3	1	4
GOSTO	3	5	0	8
Total	9	16	3	28

Testes χ^2

	Valor	**p**
Teste Exato de Fisher		0.142
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Pelos dados, observamos que o valor obtido de p foi 0,142, considerando o nível de significância de 0,05 ($\alpha = 0,05$). Observamos que o valor p é superior ($p > 0,05$), o que significa que a hipótese Nula (H_0) não deve ser rejeitada. Portanto, pelos dados, não há evidências suficientes para concluir que há uma associação significativa entre as variáveis, logo, não há relação entre o gosto e a distração nas aulas de matemática.

6.6.5. Associação entre o auxílio nas tarefas de matemática e o hábito de estudo dos alunos fora da escola.

Utilizando o teste exato de Fisher, verificaremos se existe uma associação entre o auxílio nas tarefas de matemática e o hábito de estudo dos alunos fora da escola. Para tanto, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre o auxílio nas tarefas de casa de matemática e a frequência de estudo dos estudantes fora da escola.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre o auxílio nas tarefas de casa de matemática e a frequência de estudo dos estudantes fora da escola.

Tabela 13 - Contingência entre o auxílio nas tarefas de matemática e o hábito de estudo dos alunos fora da escola

Tabelas de Contingência

	auxílio nos estudos				
Hábito de estudo	**PAI**	**MÃE**	**NINGUÈM**	**OUTRO, A TIA**	**Total**
TODOS OS DIAS	1	0	0	0	1
ALGUNS DIAS DA SEMANA	3	5	4	0	12
SÓ ESTUDO EM SALA DE AULA	0	6	5	0	11
SÓ NOS FINS DE SEMANA	0	0	1	0	1
SÓ NA VESPERA DA PROVA	0	1	0	0	1
SÓ NO PERÍODO DE PROVA	0	1	0	1	2
Total	4	13	10	1	28

Tabelas de Contingência

	auxílio nos estudos				
Hábito de estudo	PAI	MÃE	NINGUÈM	OUTRO, A TIA	Total

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.118
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Verificamos, pelos dados, que o valor de p obtido foi 0,118, ou seja, (p > 0,05). Como o nível de significância considerado é de 0,05 (α = 0,05), a hipótese nula (H0) não deve ser rejeitada. Dessa forma, não há evidências de uma relação significativa entre o auxílio nas tarefas de matemática e a frequência de estudo dos estudantes fora da escola.

6.6.6. Associação entre as notas de matemática e o hábito de estudo dos alunos fora da escola.

Nesta etapa, analisaremos a relação entre as notas e da frequência de estudo dos alunos fora da escola. Utilizaremos o teste exato de Fisher para verificar se há uma associação significativa entre essas variáveis. Para tanto, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre as notas e a frequência de estudo dos alunos fora da escola

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre as notas e a frequência de estudo dos alunos fora da escola.

Tabela 14 - Contingência entre as notas de matemática e a frequência de estudo fora da escola

Tabelas de Contingência

Hábito de estudo	Notas			Total
	ACIMA DA MÉDIA	NA MÉDIA	ABAIXO DA MÉDIA	
TODOS OS DIAS	1	0	0	1
ALGUNS DIAS DA SEMANA	7	5	0	12
SÓ ESTUDO EM SALA DE AULA	2	8	1	11
SÓ NOS FINS DE SEMANA	1	0	0	1
SÓ NA VESPERA DA PROVA	1	0	0	1
SÓ NO PERÍODO DE PROVA	1	1	0	2
Total	13	14	1	28

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.233
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Pelos dados, observamos que o valor de p obtido foi 0,233, ou seja, ($p > 0,05$). Como o nível de significância considerado é de 0,05 ($\alpha = 0,05$), a hipótese nula (H0) não deve ser rejeitada. Dessa forma, não há evidências de uma relação significativa entre as variáveis, logo, não existe uma relação entre as notas de matemática e a frequência de estudo dos alunos fora da escola.

6.6.7. Associação entre a distração dos alunos nas aulas de matemática e o hábito de estudo fora da escola.

O objetivo desta análise é verificar a relação entre a distração nas aulas de matemática e a frequência de estudo fora da escola. Utilizaremos o teste exato de Fisher para determinar se existe associação significativa entre essas variáveis. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre a distração nas aulas de matemática e a frequência de estudo fora da escola

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre a distração nas aulas de matemática e a frequência de estudo fora da escola.

Tabela 15 - Contingência entre a distração nas aulas e o hábito de estudo fora da escola

	Hábito de estudo						
Distração nas aulas	**TODOS OS DIAS**	**ALGUNS DIAS DA SEMANA**	**SÓ ESTUDO EM SALA DE AULA**	**SÓ NOS FINS DE SEMANA**	**SÓ NA VESPERA DA PROVA**	**SÓ NO PERÍODO DE PROVA**	**Total**
NÃO, EU SEMPRE PRESTO ATENÇÃO	1	5	3	0	0	0	9
NA MAIORIA DAS VEZES EU ME DISTRAIO NAS AULAS DE MATEMÁTICA	0	6	6	1	1	2	16
SIM, EU NÃO CONSIGO PRESTAR ATENÇÃO	0	1	2	0	0	0	3
Total	1	12	11	1	1	2	28

Testes χ^2

	Valor	**p**
Teste Exato de Fisher		0.848
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Nesta análise específica, foi observado um valor p de 0,468, considerando um nível de significância de 5% ($\alpha = 0,05$). Observa-se que esse valor é superior ao nível de significância ($p > 0,05$), o que indica que a hipótese Nula (H_0) não deve ser rejeitada. Desse modo, com base nos dados, não existem evidências suficientes para concluirmos que há uma associação significativa entre a distração nas aulas de matemática e o hábito de estudo fora da escola.

6.6.8. Associação entre as notas de matemática e o auxílio nas tarefas de casa.

O objetivo desta análise é verificar a associação entre as notas de matemática e ou auxilio nas tarefas de casa. Utilizaremos o teste exato de Fisher para verificar se existe associação significativa entre essas variáveis. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre a as notas de matemática e ou auxilio nas tarefas de casa

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre a as notas de matemática e ou auxilio nas tarefas de casa.

Tabela 16 - Contingência entre as notas de matemática e o auxílio nas tarefas de casa

Quem auxilia nas tarefas de casa	Notas			Total
	ACIMA DA MÉDIA	NA MÉDIA	ABAIXO DA MÉDIA	
PAI	2	2	0	4
MÃE	6	7	0	13
NINGUÈM	5	4	1	10
OUTRO, A TIA	0	1	0	1
Total	13	14	1	28

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.913
N	28	

Fonte: a autora (2024).

Os resultados indicam que não há associação significativa entre as notas de matemática e o auxílio nas tarefas de casa. Utilizando o teste exato de Fisher, foi obtido um valor de p igual a 0,913, considerando um nível de significância de 0,05 ($\alpha = 0,05$). Observamos que o valor de p é superior ao nível de significância ($p > 0,05$), o que significa que a hipótese nula (H0) não deve ser rejeitada. Portanto, com base nos dados, não há evidências suficientes para concluir que existe uma associação significativa entre essas variáveis.

6.6.9. Associação entre o interesse dos alunos nas aulas de matemática e o auxílio nas tarefas de casa.

Nesta etapa, buscamos verificar a existência de uma associação significativa entre o auxílio nas tarefas de matemática e o interesse nas aulas. Utilizaremos o teste exato de Fisher para realizar essa verificação. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre o auxílio nas tarefas de matemática e o interesse nas aulas.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre o auxílio nas tarefas de matemática e o interesse nas aulas.

Tabela 17 - Contingência entre o interesse nas aulas e o auxílio nas tarefas de matemática

	Distração			
Quem auxilia nas tarefas de casa	**NÃO, EU SEMPRE PRESTO ATENÇÃO**	**NA MAIORIA DAS VEZES EU ME DISTRAIO NAS AULAS DE MATEMÁTICA**	**SIM, EU NÃO CONSIGO PRESTAR ATENÇÃO**	**Total**
PAI	2	2	0	4
MÃE	3	10	0	13
NINGUÈM	4	3	3	10
OUTRO, A TIA	0	1	0	1
Total	9	16	3	28

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.128
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Pelo teste exato de Fisher, foi obtido o valor p de 0,128, considerando o nível de significância de 0,05 (α = 0,05). Notamos que o valor p é superior ao nível de significância ($p > 0,05$), o que significa que a hipótese Nula (H_0) não deve ser rejeitada. Portanto, pelos dados, não há evidências suficientes para concluir que há uma associação significativa entre a distração nas aulas de matemática e o auxílio nas tarefas de casa.

6.6.10. Associação entre as notas de matemática e a distração nas aulas.

O objetivo desta análise é verificar a associação entre as notas de matemática e a distração nas aulas. Utilizaremos o teste exato de Fisher para verificar se existe associação significativa entre essas variáveis. Para tanto, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre a as notas de matemática e a distração nas aulas.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre a as notas de matemática e a distração nas aulas.

Tabela 18 - Contingência entre as notas de matemática e a distração nas aulas

	Notas			
Distração nas aulas	**ACIMA DA MÉDIA**	**NA MÉDIA**	**ABAIXO DA MÉDIA**	**Total**
NÃO, EU SEMPRE PRESTO ATENÇÃO	7	2	0	9
NA MAIORIA DAS VEZES EU ME DISTRAIO NAS AULAS DE MATEMÁTICA	6	10	0	16
SIM, EU NÃO CONSIGO PRESTAR ATENÇÃO	0	2	1	3
Total	13	14	1	28

Testes χ^2

	Valor	gl	p
χ^2	14.0	4	0.007
N	28		

Fonte: a autora (2024)

Os resultados indicam que há uma associação significativa entre as notas de matemática e a distração nas aulas. Utilizando o teste exato de Fisher, foi obtido um valor de p igual a 0,007, considerando um nível de significância de 0,05 ($\alpha = 0,05$). Observamos que o valor de p é inferior ao nível de significância ($p < 0,05$), o que significa que a hipótese nula (H0) deve ser rejeitada. Portanto, com base nos dados, há evidências suficientes para concluir que existe uma associação significativa entre essas variáveis.

6.6.11. Associação entre o gosto pela matemática e as notas do pós-teste.

Nesta etapa, verificaremos a associação entre o interesse pela matemática e a nota do pós-teste. Utilizaremos o teste exato de Fisher para determinar se existe uma associação significativa entre essas variáveis. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre o gosto pela matemática e a nota do pós-teste.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e a nota do pós-teste.

Tabela 19 - Contingência entre gosto pela matemática e as notas do pós-teste

	Pós teste													
Gosto pela matemática	**1**	**3**	**5**	**7**	**8**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**16**	**17**	**18**	**Total**
GOSTO MUITO	1	0	0	0	1	1	1	0	2	0	0	1	1	8
GOSTO UM POUCO	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	3	8
NÃO GOSTO	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	4
GOSTO	0	0	0	0	2	0	0	1	0	2	1	1	1	8
Total	1	1	1	1	3	3	1	2	2	2	2	3	6	28

Testes χ^2

	Valor	**p**
Teste Exato de Fisher		0.684
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Os resultados indicam que não há uma associação significativa entre o interesse pela matemática e a nota do pós-teste. Utilizando o teste exato de Fisher, foi obtido um valor de p igual a 0,684 considerando um nível de significância de 0,05 ($\alpha = 0{,}05$). Observamos que o valor de p é superior ao nível de significância ($p > 0{,}05$), o que significa que a hipótese nula (H0) não deve ser rejeitada. Portanto, com base nos dados, não há evidências suficientes para concluir que existe uma associação significativa entre essas variáveis.

6.6.12. Associação entre o auxílio nas tarefas de matemática e as notas do pós-teste.

O objetivo desta análise é verificar a associação entre o auxílio nas tarefas de matemática e a nota do pós-teste. Utilizaremos o teste exato de Fisher para determinar se existe uma associação significativa entre essas variáveis. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre o auxílio nas tarefas de casa de matemática e a nota do pós-teste.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre o auxílio nas tarefas de casa de matemática e a nota do pós-teste.

Tabela 20 - Contingência entre a nota do pós-teste e o auxílio nas tarefas

Tabelas de Contingência

	Pós teste													
Quem auxilia nas tarefas de casa	**1**	**3**	**5**	**7**	**8**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**16**	**17**	**18**	**Total**
PAI	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	4
MÃE	0	0	0	1	3	1	0	1	0	2	2	0	3	13
NINGUÈM	1	0	0	0	0	2	1	0	1	0	0	2	3	10
OUTRO, A TIA	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Total	1	1	1	1	3	3	1	2	2	2	2	3	6	28

Testes χ^2

	Valor	**p**
Teste Exato de Fisher		0.055
N	28	

Fonte :a autora (2024)

Os resultados indicam que não há uma associação significativa entre o interesse pela matemática e a nota do pós-teste. Utilizando o teste exato de Fisher, foi obtido um valor de p igual a 0,055, considerando um nível de significância de 0,05 ($\alpha = 0,05$). Observamos que o valor de p é superior ao nível de significância ($p > 0,05$), o que significa que a hipótese nula (H0) não deve ser rejeitada. Portanto, com base nos dados, não há evidências suficientes para concluir que existe uma associação significativa entre essas variáveis.

6.6.13. Associação entre o hábito de estudar matemática e as notas do pós-teste.

O objetivo desta análise é verificar a associação entre o auxílio nas tarefas de matemática e a nota do pós-teste. Utilizaremos o teste exato de Fisher para determinar se existe uma associação significativa entre essas variáveis. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre o auxílio nas tarefas de casa de matemática e a nota do pós-teste.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre o auxílio nas tarefas de casa de matemática e a nota do pós-teste.

Tabela 21 - Contingência entre a nota do pós-teste e o hábito de estudar matemática.

	Pós teste													
Hábito de estudar matemática	**1**	**3**	**5**	**7**	**8**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**16**	**17**	**18**	**Total**
ALGUNS DIAS DA SEMANA	1	1	0	0	1	1	0	2	2	0	1	0	3	12
SÓ ESTUDO EM SALA DE AULA	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	2	3	11
SÓ NOS FINS DE SEMANA	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
SÓ NA VESPERA DA PROVA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
SÓ NO PERÍODO DE PROVA	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2
TODOS OS DIAS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Total	1	1	1	1	3	3	1	2	2	2	2	3	6	28

Testes χ^2

	Valor	**p**
Teste Exato de Fisher		0.499
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Os resultados mostram que não há associação significativa entre a frequência de estudo dos alunos fora da escola e a nota do pós-teste. Pelo teste exato de Fisher, foi obtido o valor p de 0,499, considerando o nível de significância de 0,05 (α = 0,05). Notamos que o valor p é superior ao nível de significância ($p > 0{,}05$), o que significa que a hipótese Nula (H_0) não deve ser rejeitada. Portanto, pelos dados, não há evidências suficientes para concluir que há uma associação significativa entre as duas variáveis.

6.6.14. Associação entre as notas de matemática e as notas do pós-teste.

O objetivo desta análise é verificar a associação entre as notas de matemática e as notas do pós-teste. Utilizaremos o teste exato de Fisher para determinar se existe uma associação significativa entre essas variáveis. Para isso, propomos as seguintes hipóteses:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre as notas de matemática e as notas do pós-teste.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe uma associação significativa entre as notas de matemática e as notas do pós-teste.

Tabela 22 - Contingência entre a notas de matemática e as notas do pós-teste.

	Pós teste													
Notas	1	3	5	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	Total
ACIMA DA MÉDIA	1	0	0	0	3	2	1	0	2	1	0	1	2	13
NA MÉDIA	0	1	1	1	0	1	0	2	0	1	2	2	3	14
ABAIXO DA MÉDIA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Total	1	1	1	1	3	3	1	2	2	2	2	3	6	28

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.458
N	28	

Fonte: a autora (2024)

Os resultados mostram que não há associação significativa entre as notas de matemática e as notas do pós-teste. Pelo teste exato de Fisher, foi obtido o valor p de 0,458, considerando o nível de significância de 0,05 (α = 0,05). Notamos que o valor p é superior ao nível de significância ($p > 0,05$), o que significa que a hipótese Nula (H_0) não deve ser rejeitada. Portanto, pelos dados, não há evidências suficientes para concluir que há uma associação significativa entre as duas variáveis.

6.6.15. Síntese do teste exato de Fisher.

No quadro a seguir, apresentamos um resumo dos resultados do teste exato de Fisher (p) para as variáveis analisadas:

Quadro 859 - Resumo do Teste Exato de Fisher

VARIÁVEIS	VALOR-P DE FISHER	HIPÓTESE
Gosto pela matemática X Hábito de estudos	p = 0,340	Não houve
Gosto pela matemática X Auxilio nas tarefas extraclasse	p = 0,032	Houve associação
Gosto pela matemática X Nota dos estudantes	p = 0,012	Houve associação
Gosto pela matemática X Distração nas aulas	p = 0,142	Não houve
Auxílio nas tarefas extraclasse matemática X Frequência de estudo fora da escola	p = 0,118	Não houve
Notas de matemática X hábito de estudo fora da escola	p = 0,233	Não houve
Distração nas aulas de matemática X Hábito de estudo fora da escola	p = 0,848	Não houve
Notas de matemática X Auxilio nas tarefas extraclasse	p = 0,913	Não houve
Distração nas aulas de matemática X Auxílio nas tarefas extraclasse	p = 0,128	Não houve
Notas de matemática X Distração nas aulas.	p = 0,007	Houve associação

Fonte: a autora (2024).

A análise dos dados indica que os fatores socioeconômicos não exercem uma influência significativa no desenvolvimento acadêmico dos estudantes. No entanto, observou-se uma associação significativa entre o desenvolvimento dos alunos e duas variáveis específicas: o gosto pela disciplina de matemática e as notas dos estudantes. Esses resultados sugerem que esses dois fatores podem ter um impacto mais direto no desempenho acadêmico dos alunos do que suas condições socioeconômicas.

Quadro 860 - Resumo do Teste Exato de Fisher com resultados do Pós-Teste

VARIÁVEIS	VALOR-P DE FISHER	HIPÓTESE
Gosto pela matemática X Nota do pós-teste	p = 0,684	Não houve
Auxílio nas tarefas extraclasse X Nota do pós-teste	p = 0,055	Não houve
Frequência de estudo fora da escola X Nota do pós-teste	p = 0,499	Não houve
Notas de matemática X Notas do pós-teste	p = 0,458	Não houve

Fonte: a autora (2024)

Os resultados estatísticos obtidos através do teste exato de Fisher comprovam que os fatores socioeconômicos não influenciaram significativamente o desempenho dos alunos nos testes. Ao confrontarmos as notas dos alunos no pré-teste e no pós-teste, observamos que o desempenho dos estudantes melhorou significativamente após a aplicação da sequência didática para as operações com frações. Portanto, entendemos que a sequência didática foi eficaz e atingiu o objetivo desejado.

6.7 TESTE DE HIPÓTESE

Nesta subseção, apresentaremos os resultados do Teste de Hipótese com o intuito de avaliar a eficácia da Sequência Didática (SD) aplicada ao Ensino de Operações com Frações, por meio da análise da diferença nas notas dos testes. Nosso objetivo é fornecer uma base objetiva para determinar se a SD atingiu seu propósito educacional, contribuindo para o aprimoramento contínuo dos métodos de ensino e aprendizagem em um campo essencial como a matemática.

Tabela 23 - Diferença de desempenho entre as médias dos testes

Alunos	**NOTA no Pré-Teste** $(\mathbf{X})$	**NOTA no Pós-Teste** $(\mathbf{Y})$	**DIFERENÇA (d):** $(\mathbf{Y}-\mathbf{X})$	$\boldsymbol{d-\bar{D}}$	$(\boldsymbol{d-\bar{D}})^2$
A1	7	17	10,00	-0,18	0,03188776
A2	0	10	10,00	-0,18	0,03188776
A3	5	16	11,00	0,82	0,6747449

A4	2	12	10,00	-0,18	0,03188776
A5	2	3	1,00	-9,18	84,2461735
A6	7	14	7,00	-3,18	10,1033163
A7	0	10	10,00	-0,18	0,03188776
A8	3	17	14,00	3,82	14,6033163
A9	0	13	13,00	2,82	7,96045918
A10	11	18	7,00	-3,18	10,1033163
A11	6	18	12,00	1,82	3,31760204
A12	5	18	13,00	2,82	7,96045918
A13	4	11	7,00	-3,18	10,1033163
A14	0	7	7,00	-3,18	10,1033163
A15	0	14	14,00	3,82	14,6033163
A16	0	12	12,00	1,82	3,31760204
A17	0	8	8,00	-2,18	4,74617347
A18	2	17	15,00	4,82	23,2461735
A19	0	1	1,00	-9,18	84,2461735
A20	6	16	10,00	-0,18	0,03188776
A21	0	10	10,00	-0,18	0,03188776
A22	0	8	8,00	-2,18	4,74617347
A23	5	18	13,00	2,82	7,96045918
A24	0	13	13,00	2,82	7,96045918
A25	0	18	18,00	7,82	61,1747449
A26	0	8	8,00	-2,18	4,74617347
A27	0	18	18,00	7,82	61,1747449
A28	0	5	5,00	-5,18	26,817602

$\sum$	**65,0**	**350,0**	**285,0**	**-**	**464,11**
$\bar{X}$	**2,32**				
$\bar{Y}$	**12,50**				
$\bar{D}$	**10,18**				

Fonte: a autora (2024).

Conforme os dados apresentados na tabela anterior, as médias de acertos no pré-teste ($\overline{\boldsymbol{X}}$), no pós-teste ($\overline{\boldsymbol{Y}}$), e da diferença entre e pré-teste e pós-teste ($\overline{\boldsymbol{D}}$) são respectivamente: 2,32; 12,5; e 10,18.

Considerando $n = 28,$ o próximo passo é calcular a variância (s^2) da diferença entre as notas dos testes, utilizando a seguinte expressão:

$$\mathrm{s}^2 = \frac{\sum(d - \overline{D})^2}{n - 1}$$

Assim, a variância da diferença entre as notas dos testes é:

$$\mathrm{s}^2 = \frac{464{,}11}{27} \cong 17{,}19$$

Em seguida, calculamos o desvio padrão (S) da diferença entre as notas dos testes, dado pela expressão:

$$\mathrm{S}_d = \sqrt{s^2}$$

Portanto, o desvio padrão da diferença é:

$$\mathrm{S}_d = \sqrt{17{,}19} \cong 4{,}15$$

O erro padrão da diferença entre as médias é dado por:

$$\mathrm{S}_{\bar{d}} = \frac{S_d}{\sqrt{n - 1}}$$

Dessa forma, temos que:

$$\mathrm{S}_{\bar{d}} = \frac{4{,}15}{\sqrt{28 - 1}}$$

$$\mathrm{S}_{\bar{d}} \cong 0{,}8$$

Por fim, o valor de *t* é calculado pela expressão:

$$\boldsymbol{t} = \frac{\overline{\boldsymbol{X}} - \overline{\boldsymbol{Y}}}{\mathbf{S}_{\bar{\boldsymbol{d}}}}$$

Substituindo os valores:

$$t = \frac{2{,}32 - 12{,}5}{0{,}8}$$

$$t = \frac{-10{,}18}{0{,}8}$$

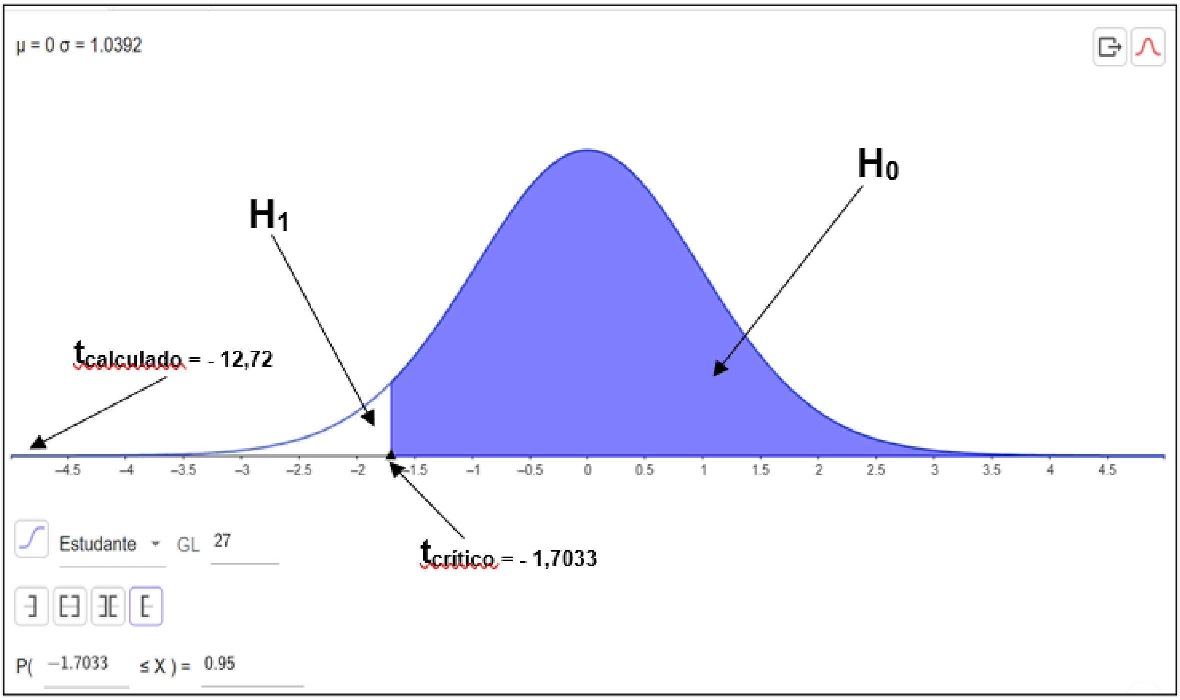
$$t = -12{,}72$$

A análise da diferença nas notas entre o pré-teste e o pós-teste da Sequência Didática para o Ensino de Operações com Frações exige a formulação de hipóteses nulas e alternativas, a definição de um nível de significância, a seleção do teste estatístico adequado e a interpretação dos resultados. Assim, com os dados obtidos, o próximo passo é testar as hipóteses. Dessa forma, consideramos:

- **Hipótese Nula (H_0):** $\mu_1 \geq \mu_2$, ou seja, não há diferença significativa entre as notas antes e depois da aplicação da Sequência Didática.
- **Hipótese Alternativa (H_1):** $\mu_1 < \mu_2$, ou seja, há diferença significativa entre as notas antes e depois da aplicação da Sequência Didática.

Em seguida, apresentamos o gráfico de hipótese, um recurso visual que facilita a interpretação dos resultados do teste estatístico. Esse gráfico ilustra as distribuições das amostras sob a hipótese nula e destaca as regiões críticas, permitindo verificar se os resultados observados são estatisticamente significativos. Nesse contexto, utilizaremos o gráfico de hipótese para analisar a diferença nas notas do pré-teste e pós-teste da nossa sequência didática sobre operações com frações, com o objetivo de avaliar sua eficácia educacional.

Gráfico 35 - Diagrama t de Student (Teste de Hipótese)



Fonte: a autora (2024).

Trata-se de um teste unilateral à esquerda com nível de significância $\alpha = 0{,}05$ (5%). Nesse contexto, o valor calculado de *t* é extremamente baixo, $t_{calculado} = -12{,}72$, enquanto o valor crítico de $t_{crítico} = -1{,}7033$, com 27 graus de liberdade. Como o valor calculado de *t* é significativamente menor que o valor crítico (*-12,72* < *-1,7033*.), há evidências estatísticas para rejeitar a hipótese nula. Em outras palavras, os dados fornecem um forte suporte para a hipótese alternativa, demonstrando uma diferença significativa na média testada.

Dessa forma, podemos concluir que a aplicação da Sequência Didática resultou em uma clara melhoria no desempenho e na compreensão das operações com frações. Isso sugere que os alunos assimilaram efetivamente os conceitos ensinados e foram capazes de aplicar o conhecimento de maneira mais eficaz no pós-teste em comparação com o pré-teste.

6.8- CONFRONTO ENTRE AS ANÁLISES A PRIORI E A POSTERIORI

Para alcançar as conclusões desta pesquisa, cujo objetivo foi analisar os efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada em atividades experimentais e resolução de problemas sobre o ensino da adição e subtração de frações, focando na aprendizagem dos aspectos conceituais e procedimentais de estudantes do 6º ano do ensino fundamental, procederemos nesta seção com a análise a priori e a posteriori de cada atividade de aprendizagem proposta. Serão utilizadas as informações geradas durante a experimentação, incluindo registros em fichas de observação e anotações realizadas pelos estudantes. Os quadros a seguir apresentam o confronto entre as atividades experimentadas 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Ressalta-se que as atividades de aprofundamento não foram analisadas, pois tinham como único objetivo consolidar o conhecimento adquirido nas atividades de aprendizagem.

No quadro a seguir, apresentamos o confronto entre a análise a priori e a posteriori como parte do processo de validação da sequência didática.

Quadro 871 - Validação da Sequência Didática

Atividade	Análise a priori	Análise a posteriori	Validação
1	Prevê-se que os alunos enfrentem dificuldades iniciais para compreender o método de ensino e a estratégia de resolução, uma vez que esta será a primeira atividade da sequência didática envolvendo o desenho geométrico. No entanto, espera-se que a novidade como ferramenta de ensino motive os alunos, levando-os a prestar atenção às orientações iniciais do professor e à interação em dupla para resolver as questões propostas. Com o avanço das atividades, os alunos devem ser capazes de identificar a regra para a adição de frações com denominadores iguais, resolvendo as questões finais com maior agilidade. Quanto às questões que solicitam explicações sobre a resolução sem o uso do desenho, antecipa-se que, por ser a primeira atividade da sequência, os alunos terão dificuldades em expressar sua compreensão da regra de forma textual, utilizando linguagem mais coloquial e informal, influenciada pelo seu cotidiano.	Como previsto, os estudantes enfrentaram dificuldades iniciais devido à novidade da metodologia e por ser a primeira atividade da sequência. No entanto, demonstraram interesse e atenção durante a resolução da primeira questão. Após a demonstração da segunda, os grupos conseguiram resolver as demais questões de forma autônoma, compreendendo a regra para a adição de frações com denominadores iguais e respondendo mais rapidamente às questões finais. Quanto à solicitação de uma conclusão escrita, os grupos apresentaram dificuldades na formulação. Apenas um dos cinco grupos conseguiu expressar uma conclusão válida, enquanto a maioria entendeu que para somar frações com denominadores iguais basta somar os numeradores e manter o denominador. Dos nove grupos, sete deles forneceram conclusões válidas, mas não previstas. De modo geral, todos formularam alguma conclusão, mesmo que incorreta, demonstrando interesse, participação e autonomia cognitiva.	**Positiva**
2	Para esta atividade, que envolve a subtração de frações com denominadores iguais, espera-se que os alunos já estejam familiarizados com a metodologia e o uso do desenho geométrico. No entanto, por se	Os estudantes demonstraram maior interesse e concentração no início da atividade, com menos dispersão. Após a demonstração do procedimento de resolução por meio do	Positiva

	tratar de uma operação que exige uma estratégia diferenciada para o desenho, prevê-se que os alunos apresentem dificuldades iniciais. Acredita-se, contudo, que essas dificuldades serão superadas por volta das questões 4 e 5, quando os alunos começarão a perceber a regra e a resolver as questões sem o uso do desenho. Espera-se, ainda, que a maioria dos alunos consiga resolver com sucesso as 10 questões da sequência didática e construir a regra para a resolução desse tipo de problema.	desenho, compreenderam rapidamente e começaram a elaborar os desenhos para cada situação-problema. Como esperado, nas primeiras questões, identificaram a regra para a subtração de frações com denominadores iguais. Além disso, todos os grupos, assim como na atividade anterior, conseguiram elaborar com facilidade uma conclusão válida.	
3	As atividades envolvendo operações com frações de denominadores diferentes tendem a apresentar maior dificuldade de compreensão, pois o uso do desenho geométrico difere da operação de adição com denominadores iguais. Nesse caso, os alunos devem utilizar linhas e colunas para representar as partes do inteiro correspondentes a cada fração. Assim, espera-se que, inicialmente, os alunos encontrem mais dificuldades e levem mais tempo para entender a regra. Presume-se também uma maior necessidade de orientação do professor e de interação entre os alunos para que cheguem a um consenso sobre a resolução. Acredita-se que a regra será compreendida entre a 7ª e a 8ª questão da sequência.	Os estudantes demonstraram grande interesse em compreender o procedimento de resolução por meio do desenho. No entanto, conforme previsto, os grupos enfrentaram maiores dificuldades e levaram mais tempo para entender a regra sem o uso do desenho, uma vez que o trabalho com denominadores diferentes exige maior raciocínio na construção do gráfico. Após a demonstração de duas questões adicionais, os alunos começaram a resolver as questões de forma autônoma, elaborando os desenhos para cada situação-problema. Embora todos os grupos tenham concluído as resoluções, houve significativa dificuldade na elaboração da conclusão solicitada.	Positiva
4	Na atividade que envolve a subtração de frações com denominadores diferentes, os alunos aplicarão a experiência adquirida nas atividades de adição de frações com denominadores diferentes, o	Ainda no início da atividade, os estudantes perceberam que se tratava de subtração de frações com denominadores diferentes. Nas primeiras cinco questões, associaram o procedimento à regra da adição de frações com	Positiva

	que deve facilitar a compreensão e resolução da tarefa. Assim, acredita-se que, nas primeiras questões, alguns alunos já sejam capazes de identificar a regra para resolver as questões propostas.	denominadores diferentes, observando que a diferença estava na subtração dos numeradores, em vez de sua soma, como ocorre na adição. Cada dupla apresentou suas conclusões, e seis delas conseguiram elaborar uma conclusão escrita válida.	
5	Na atividade referente à multiplicação de frações, espera-se que os estudantes apliquem o conhecimento previamente adquirido por meio das atividades propostas, o que deve contribuir para uma compreensão mais clara e para a resolução eficiente das tarefas. Desse modo, acredita-se que, já nas primeiras questões, os alunos consigam reconhecer e aplicar a regra necessária para solucionar os problemas apresentados.	Logo no início da atividade, os estudantes identificaram que se tratava de operações de multiplicação de frações. Conforme previsto, nas questões iniciais, associaram o procedimento à regra correspondente, reconhecendo a necessidade de multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador. Todos os grupos foram capazes de elaborar uma conclusão escrita consistente e adequada.	Positiva
6	Na atividade relacionada à divisão de frações, espera-se que os estudantes apliquem os conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores, facilitando tanto a compreensão quanto a resolução da tarefa. Considerando a semelhança entre a regra da divisão e a da multiplicação de frações, acredita-se que, desde as primeiras questões, os alunos sejam capazes de identificar e utilizar corretamente o procedimento adequado para resolver os problemas propostos.	Desde o início da atividade, os estudantes reconheceram que a resolução da divisão de frações envolvia a aplicação de uma regra semelhante à da multiplicação de frações. Nas primeiras questões, compreenderam que, para dividir frações, era necessário realizar uma multiplicação, com a diferença de que a segunda fração deveria ser invertida antes da operação. Assim, os alunos associaram o procedimento à regra específica para divisão de frações, entendendo que deveriam multiplicar o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda e o denominador da primeira pelo numerador da segunda. Todos os grupos elaboraram uma conclusão escrita coerente e válida.	Positiva

Fonte: a autora (2024).

As análises comparativas realizadas no Quadro 91, entre as análises a priori e a posteriori da sequência didática proposta para o ensino das operações com frações, evidenciam uma conclusão positiva. Isso nos leva a concluir que a aplicação da sequência didática teve um efeito favorável no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, a sequência didática se apresenta como uma alternativa eficiente para a prática em sala de aula, proporcionando melhorias no ensino das operações com números inteiros para os alunos do 6º ano do ensino fundamental.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir este estudo, cujo objetivo principal consistiu em investigar os impactos da aplicação de uma sequência didática baseada em atividades experimentais no ensino das operações com frações, evidenciando a aprendizagem de estudantes do 6º ano do ensino fundamental em uma escola da rede pública na cidade de Parauapebas, estado do Pará, buscou-se responder à seguinte questão de pesquisa: "De que forma o ensino das operações com frações, por meio de atividades experimentais, influencia o processo de ensino e aprendizagem e no desempenho da resolução de questões sobre o assunto, junto a estudantes do 6º ano do ensino fundamental?".

Para abordar essa problemática e validar os achados da pesquisa, adotou-se uma metodologia fundamentada nos princípios da engenharia didática, a qual se desdobra em quatro etapas: análises preliminares, análise a priori, experimentação e análise a posteriori. A revisão bibliográfica contemplou doze estudos sobre o ensino de frações, categorizados em três eixos: diagnósticos, teóricos e experimentais. A análise desses estudos foi fundamental para a compreensão do estado do conhecimento sobre o objeto matemático investigado.

Outra etapa relevante da pesquisa consistiu na análise das informações obtidas por meio de entrevistas com docentes, abordando aspectos relacionados à formação profissional e às práticas pedagógicas adotadas no ensino de frações. Os dados revelaram que, embora os professores possuam ampla experiência no magistério e estejam familiarizados com diversas abordagens metodológicas para o ensino desse conteúdo, tais estratégias são pouco utilizadas na prática pedagógica cotidiana. Em geral, observou-se que a maioria dos docentes inicia suas aulas com a apresentação de uma situação-problema para, em seguida, introduzir o tema. No entanto, ainda há prevalência do ensino tradicional, caracterizado pela exposição conceitual seguida da resolução de exemplos e da aplicação de exercícios estruturados.

Além disso, constatou-se que os estudantes enfrentam dificuldades significativas relacionadas às operações com frações, especialmente no que tange ao cálculo de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, o que impacta diretamente o desempenho nas quatro operações fundamentais. Também foram identificadas dificuldades associadas à leitura, compreensão e interpretação de situações-problema que envolvem tais operações, evidenciando a necessidade de estratégias pedagógicas mais direcionadas ao desenvolvimento dessas habilidades.

A análise da participação dos alunos durante a aplicação da sequência didática revelou que, inicialmente, os estudantes apresentaram dificuldades em virtude da adoção de uma abordagem metodológica inovadora. Entretanto, ao longo das atividades, tais desafios foram gradualmente superados, o que se refletiu no aumento significativo das notas obtidas no pós-teste em comparação ao pré-teste.

A correlação entre as variáveis do questionário socioeducacional, que incluiu fatores como interesse por Matemática, suporte para realização de tarefas escolares, dificuldade em aprender, desempenho acadêmico, estudos extraclasse, participação em atividades cotidianas como compras ou trabalho remunerado, escolaridade dos responsáveis, hábito de estudo, notas dos estudantes, distração durante as aulas e nível de interesse, indicou que apenas duas dessas variáveis apresentaram influência estatisticamente significativa nos resultados (distração x notas e interesse por Matemática x notas). Esse achado reforça a conclusão de que a abordagem pedagógica baseada em atividades experimentais desempenhou um papel fundamental para o êxito do experimento, conforme evidenciado estatisticamente.

Os resultados obtidos evidenciam um avanço significativo no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, especialmente na capacidade de resolver problemas que envolvem operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes, além das operações de multiplicação e divisão de frações.

Verificou-se que o ensino das operações com frações se torna mais significativo quando os estudantes constroem os conceitos por meio de representações geométricas. Essa abordagem favoreceu o desenvolvimento de conceitos operatórios e facilitou a transição para a resolução algébrica das operações com frações. Ademais, permitiu a superação de dificuldades iniciais, especialmente na soma e subtração de frações com denominadores diferentes. Dentre os principais avanços alcançados, destacam-se:

- Evolução das pontuações dos estudantes: a média de acertos aumentou de 12,5% no pré-teste para 62,7% no pós-teste, evidenciando o impacto positivo da metodologia adotada;
- Avanço significativo no aprendizado e desempenho: a análise comparativa entre as avaliações a priori e a posteriori indicou progresso substancial;
- Redução do tempo necessário para a execução das atividades;

- Diferença estatisticamente significativa nas pontuações: a análise de hipótese confirmou uma variação relevante entre os resultados obtidos antes e após a implementação da sequência didática.

Diante do cenário dinâmico da aprendizagem matemática, este estudo destacou os impactos positivos do ensino baseado em atividades experimentais no aprendizado das operações com frações, evidenciado por sua aplicação e resultados obtidos. Contudo, os achados representam um ponto de partida, abrindo perspectivas para novas investigações que possam aprofundar e ampliar a compreensão sobre os benefícios do ensino de Matemática mediado por atividades experimentais.

Dessa forma, este estudo não esgota as possibilidades do tema, mas, ao contrário, incentiva a continuidade das pesquisas sobre as múltiplas dimensões da Educação Matemática. A pesquisa realizada contribui para o fortalecimento da teoria sustentada pelo professor Doutor Pedro Franco de Sá, referente ao ensino de Matemática por meio de atividades experimentais. Espera-se que os resultados desta investigação estimulem novos estudos sobre a temática, considerando que a aplicação prática demonstrou a eficácia dessa metodologia para o desenvolvimento de conhecimentos e habilidades de forma concreta pelos estudantes.

Por fim, este estudo resultou na elaboração de um produto educacional intitulado "O Ensino das Operações com Frações por Meio de Atividades Experimentais", concebido para auxiliar professores e estudantes na melhoria do processo de ensino-aprendizagem. Os achados reforçam a viabilidade e a eficácia da sequência didática proposta, além de fornecer subsídios para futuras pesquisas sobre metodologias inovadoras no ensino de Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. Ag; SILVA, M. J. F. da. Engenharia didática: evolução e diversidade. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.

ALVES, Kamilly Suzany Félix. **O ensino de frações por atividades.** 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém-Pará, 2018.

ANDRADE, Deise Souza de Almeida. **Dando sentido ao ensino-aprendizagem da adição de frações.** 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal de Sergipe, Sergipe, 2020.

ANDRINI, A. VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática**. – 3ª ed. renovada – São Paulo: Editora do Brasil, 2012-(Coleção praticando matemática), p.178.

ARAÚJO, Maria Cláudia Schmitt. **Uma discussão formal sobre frações na educação básica.** 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Blumenau, Blumenau, 2021.

ARTIGUE, M. (1988): "Ingénierie Didactique". Recherches en Didactique des Mathématiques.Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308.

ARTIGUE, M. (1996) "**Engenharia Didáctica**", DIDÁTICA DAS MATEMÁTICAS. Brun, J. (Org.). Lisboa: Instituto Piaget.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003. v. 1.

AZEVEDO, M. C. P. S.; CARVALHO, A. M. P. **Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula**. Ensino de ciências: unindo a pesquisa e a prática. São Paulo: Cengage Learning, 2009.

BARBOSA, R. M. **Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários.** São Paulo. L.P.M. Editora. Vol. I. 1966a. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159302. Acesso em: 15 nov. 2022.

BECKER,F. **Educação e construção do conhecimento**.2 ed. Porto Alegre: Penso,2012.

BERLINGOFF, Willian. P.; GOUVÊA, Fernando. Q. **A matemática através dos tempos:** um guia fácil e prático para professores e entusiastas. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BEZERRA, Maria da Conceição. **A matemática recreativa e suas potencialidades didático pedagógicas à luz da teoria da objetivação**. 217 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN, 2021.

BIANCHINNI, Edwaldo. **Matemática Bianchinni**,8ª edição. São Paulo:Moderna,2015

BIANCHINI, Edwaldo – **Matemática - 6º ano-manual do professor**, 6 edição - São Paulo:Moderna, 2006, vol. 1, p.190-191.

BOUCINHAS, Gabriel Cacau. **Uma abordagem didática para o ensino das operações básicas dos números fracionários e o uso de tecnologias digitais e não-digitais**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Centro de Tecnologia e Ciências, Instituto de Matemática e Estatística, Rio de Janeiro, 2019.

BOSZKO, Leandro. **Os jogos digitais como qualificadores da aprendizagem de frações.** 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2018.

BOYER, C.B. MERZBACH, U. C. **História da matemática**. Trad. HELENA CASTRO. São Paulo: Blucher, 2012.

BOYER, C. B., **História da Matemática.** Tradução Elza F. Gomide. 2ª Ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1996.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. Sao Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL**.** *Base Nacional Comum Curricular: educação infantil e ensino fundamental*. Brasília, 2018. Disponível em: http://www.bncc.mec.gov.br/. Acesso em: 04 de fevereiro de 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Escalas de proficiência do SAEB. Brasília, DF: INEP, 2020.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Guia de Livros Didáticos PNLD 2008: Matemática. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Guia de Livros Didáticos. PNLD 2008. Matemática. Brasília: MEC, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, p. 67, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais -** Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília, DF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1996. p.142.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 7. ed. Lisboa: Gradiva, 2010. ISBN 978-9726626169.

CAMILO, C. R. **Operações com números fracionários:** adição e subtração por meio da concepção parte-todo. (Especialização em Educação Matemática). PUC-SP, 2009.

CARNEIRO,Vera Clotilde Garcia. Engenharia Didática:Um Referencial para Ação Investigativa e para Formação de Professores de Matemática. Zetetiké, Campinas-Unicamp,v.13.n.23,2005,p.85-118.

CENTURION, M. JAKUBOVIC. J. **Matemática: teoria e contexto**, 6º ano/Marília Centurion, José Jakubovic.-1 ed.- São Paulo: Saraiva, 2012, p.136.

CONKLIN, J. A taxonomy for learning, teaching and assessing: a revision of Blooms's taxonomy of educacional objectives. Educational Horizons, v. 83, n. 3, p. 153-159, 2005

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Matemática**,6º ano ensino fundamental.3ª edição. São Paulo:àtica,2018

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris**: Matemática Ensino Fundamental 2,2ª edição. São Paulo: Ática,2015

GÁLVEZ, G. A Didática da Matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed, 1996.

GAMBERA, A. R.; VITAL, C. **Possibilidade para o ensino de frações**: relato de uma experiência com o GeoGebra. XII Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, v. 12, 2016.

GAY, Maria Regina Garcia; SILVA, Willian Raphael. **Araribá mais Matemática**, 1ª edição. São paulo:Moderna,2018

GODOY, E. V. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática**, 2012.

GÓMEZ-GRANEL, J. **Os erros no ensino de Matemática: a importância da compreensão sobre a aplicação de regras.** 1998.

GOUVÊA, Maria Cristina. **A história das frações: da antiguidade ao ensino atual**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

HOFFMANN, Jussara. Avaliar para promover: as setas do caminho. Porto Alegre : Ed. Meditação,2001,p.205.

HUBERMAN, M. **O ciclo de vida profissional dos professores**. In: NÓVOA, A. (org.). Vidas de professores. 2. ed. Porto: Porto, 2000. p. 31-62.

IFRAH, G. **Os Números: a história e uma grande invenção**. 11. ed. Trad. STELLA MARIA DE FREITAS SENRA. São Paulo: Globo, 2010.

IFRAH, G.. História Universal dos Algarismos: **a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Tomo 1. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1997 (a).

JANDREY, Diogo Ferreira. **A matemática do ensino de frações na coleção "Matemática, metodologia e complementos" de Ruy Madson Barbosa (1996)**. *Dissertação de Mestrado em Educação Matemática* – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PGGEduMat), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Campo Grande – MS, 2022.

JÚNIOR, J.R. G, CASTRUCCI, B.A **Conquista da Matemática**, 6º ano/José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci.-Ed.renovada. - São Paulo: FTD, 2009 - (Coleção a conquista da matemática), p.164.

JUNIOR, José Ruy Giovanni; CASTRUCCI, Benedicto. **A Conquista da Matemática**, 4ª. edição. São Paulo :FTD,2018.

KILPATRICK,W.H. **Educação para uma civilização em mudança**.16º ed.Trad.Noemy Rudolfer.São Paulo: Melhoramentos,1978.

KRATHWOHL, D. R. A revision of Bloom's taxonomy: an overview. **Theory in Practice**, v. 41, n. 4, p. 212-218, 2002.

LIMA, Severino Roberto de. **Uma análise de questões de fração das provas do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO.** 2020.

LOPES, A. J. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando tentamos lhes Ensinar Frações. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008.

LORENZATO,Sérgio. **O laboratório de Ensino de matemática na formação de professores**. Campinas.SP: Autores Associados,2006.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: Machado, S. D. A. (Org.) Educação Matemática: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, p.233 - 247, 2008.

MACHADO, S. "**Engenharia Didática**". In: Educação Matemática – uma introdução. Machado, S. (Org.). São Paulo: Educ, 1999.

MARTINHO, Gesiel Alisson. **O ensino de equivalência de frações para a compreensão das operações de adição e subtração.** 2020. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, Belo Horizonte, 2020.

MELLO,G.N. **Currículo da Educação Básica no Brasil**: concepções e políticas.São Paulo:CEESP,2014.Disponívelem: <www.ceesp.sp.gov.br/comunicado.phd?id=321. Acesso em 20 de março de 2022.

MERLINI, V. L. **O conceito de frações em seus diferentes significados**; um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª série do Ensino Fundamental. 2005, 238 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MORGAN, Candia. **Learning to write mathematically**. Proceedings of the British Society for Research in Mathematics Learning, Birmingham University, pp. 19-24, 1995.

PACHECO, J. A. **Estudos curriculares**. Para a compreensão crítica da educação. Porto Editora, 2005.

PAIS, L. C. (2001) "**Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**", 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

PASSOS, José. **Os recursos didáticos nas aulas de matemática: uma análise sobre o papel dos materiais no processo de ensino-aprendizagem.** 2009. p. 78.

PEREIRA, J. V. A. **As operações de multiplicação e divisão de números fracionários: um estudo com alunos do sexto ano.** Monografia (Especialização em Educação Matemática). PUC-SP, 2011.

PERRIN-GLORIAN, M. J**.** Lingénierie didactique a l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formação des enseignants. in Margolinas etall. (org.): En amont et en aval des ingénieries didactiques, XVª École d´Été de Didactique desMathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). **Recherches em Didactique desMathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, p. 57-78, 2009.

PIRES,C.M.C.Matemática: currículos de matemática: da organização linear à ideia de rede.São Paulo:FTD,2000.

POMMER, Wagner Marcelo. **A Engenharia didática em sala de aula**: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as equações diofantinas lineares. [São Paulo: s. n., 2013].

PORTO, Francirley Moura. **Uma engenharia didática para o ensino das operações com frações e com produtos notáveis**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - ProfMat) — Universidade do Estado do Pará, Santarém, 2019.

RADATZ, Hendrik. Students' Errors in the Mathematical Learning Process: a survey. For the Learning of Mathematics, v. 1, n.1, p.16-20, July 1980.

RICO,L**.Bases Teóricas del Currículo de Matemáticas em Educación Secundária.** Madrid: Editorial Sínteses, 1997.

SÁ, P. F. de. **As atividades experimentais no ensino de matemática**. **REMATEC**, *[S.l.]*, v. 15, n. 35, p. 143–162, 2020. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n.15.p143-162.id290. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/99. Acesso em: 12 mai. 2023.

SÁ, P. Franco de; MAFRA, J. R. Souza.; FOSSA, J. Andew. **O ensino de matemáticapor atividades experimentais na educação matemática**: The teaching of mathematicsthrough experimental activities in mathematics education. **Revista Cocar**, *[S. l.]*, n.14, 2022. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5498. Acesso em: 10 ago. 2023.

SÁ, Pedro Franco de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC**, *[S. l.]*, v. 15, n. 35, p. 143–162, 2020. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/99. Acesso em: 15 set. 2023.

SÁ, Pedro Franco de; ALVES, Kamilly Suzany Félix. **O ensino de frações por atividades.** Belém: SBM; XII EPAEM, 2019.

SÁ. P.F. **Possibilidades do ensino de Matemática por Atividades**. Belém: **SINEPEM**, 2019 Disponível em http://sinepem.sbempara.com.br/file/V7.pdf

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SANTOS, C. P; TEIXEIRA, R. C. **Jornal das Primeiras Matemáticas Frações** (parte 1), 2015.

SANTOS, M. F. "**A experimentação na área de ciências e o processo de ensino aprendizagem**." Monografia de especialização. Universidade tecnológica federal do Paraná. Diretoria de pesquisa e pós-graduação especialização em ensino de ciências. Campos Medianeira, 2014.

SANTOS, Solange Ferreira dos. **O uso do Tangram como proposta no ensino de frações.** 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal de Goiás, Regional Jataí, Jataí, GO, 2019.

SILVA, Dejaci Soares da. **Resolução de problemas aditivos: um ensino por atividades experimentais.** 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Belém, 2023.

SILVA, M. J. F.; **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 295 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo, Brasil.1997.

SILVA, J. D.; FERNANDES, V.r dos S.; MABELINI, O.D. **Caderno do Futuro**,3ª edição. São Paulo:IBEP,2013

SILVEIRA, Ênio. **Matemática Compreensão e Prática**, 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO. Patrícia Rosana Moreno. **Vontade do saber matemática**, 2ªedição. São Paulo: FTD,2012.

SOUZA JUNIOR, Izaias Pinheiro de. **O ensino de frações para o 6º ano do ensino fundamental utilizando a resolução de problemas a partir da visão de Vergnaud**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) — Universidae do Estado do Pará. Belém, 2019.

SOUZA, Giselle Costa de; OLIVEIRA, José Damião Souza de. O uso de materiais manipuláveis e jogos no ensino de Matemática. 2010. Disponível em:<http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T11_CC468.pdf>. Acesso em: 26 ago.2019.

STRUIK, D. J**. A história da matemática**. São Paulo: Editora Nacional, 1987. p. 53.

TRILHAS, Sistema de ensino. **Matemática: Ensino Fundamental II 6º ano**,1ª edição. São Paulo:FTD,2018

VERNIZZI, Mario Alberto Zambrana. **O ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária: Formação Continuada de professores.** 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In BRUN, J. ***Didácticada matemáticas***. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. P.280.

VERGNAUD, G. Piaget e Vigotsky: convergências e controvérsias. **Revista do Geempa**, Porto Alegre, n. 2, p.77-83, nov. 1993.

VERGNAUD, G. Quel ques problèmes theóriques de la didactique apropos d'unexample: les structures additives. **Atelier International d'Eté: Réchercheen Didactique de la Physique**. La Londeles Maures, França, 26 de junho a 13 de julho. 1983.

VERGNAUD, Gérard. **L'enfant, la mathématique et la réalité**: problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. P. Lang, 1981.

ZOMPERO, A. F. **A docência e as atividades de experimentação no ensino de ciências nas séries inciais do ensino fundamental**. Artigo disponível em: if.ufmt.br/eenci/?go=artigos&idEdicao=30. Acesso em: 04 de setembro de 2022.

APÊNDICE A: QUESTIONÁRIO SOCIOEDUCACIONAL

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

CENTRO DE CIÊNCIASSOCIAIS E EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a),

Neste momento estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, para tanto necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo para o êxito deste trabalho. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato. Muito obrigado!

1- Número da chamada: _______________

2- Idade: _______anos

3- Gênero: ( ) Masculino ( ) Feminino

4- Série: ____Ano

5- Quem é seu responsável masculino?
( ) Pai ( ) Avô ( )Tio ( ) Irmão ( ) Não tenho ( ) Outro. Quem? __________

6- Quem é seu responsável feminino?
( ) Mãe ( ) Avó ( )Tia ( ) Irmã ( ) Não tenho ( ) Outra. Quem? ___________

7- Qual a escolaridade de seu responsável masculino?
( ) Superior ( ) Médio ( ) Fundamental ( ) Fundamental incompleto ( ) Não estudou

8- Qual a escolaridade de seu responsável feminino?
( ) Superior ( ) Médio ( ) Fundamental ( ) Fundamental incompleto ( ) Não estudou

9- Seu responsável masculino trabalha?
( ) Sim ( ) Não

10- Seu responsável feminino trabalha?
( ) Sim ( ) Não

11- Você trabalha de forma remunerada? _________com que? ____________________________________

12- Você faz algum curso?
( ) Informática ( ) Língua estrangeira ( ) Outro. Qual? ______________________

13- Você gosta de Matemática?
( ) Não gosto ( ) Suporto ( ) Gosto um pouco ( ) Adoro

14- Você tem dificuldade para aprender matemática?
( ) Não ( ) Um pouco ( ) Muita

15- As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?
( ) Sim ( ) Não ( ) Às vezes

16- Suas notas em matemática geralmente são:
( ) PP ( ) PR ( ) PM

17- Com que frequência você estuda matemática fora da escola?
( ) Todo dia
( ) Somente nos finais de semana
( ) Só no período de prova
( ) Só na véspera da prova
( ) Não estudo fora da escola.

18- Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?
( ) Professor particular
( ) Família
( ) Amigo
( ) Ninguém
( ) Outros.
Quem? _________________________

19- Você se distrai nas aulas de matemática?
( ) Sim ( ) Não ( ) Às vezes

20- Tipo de escola que estuda?
( ) Municipal ( ) Estadual ( ) Federal ( ) Particular ( ) Outra. Qual? ___________

21- Você está em dependência?
( ) Não ( ) Sim. Se sim, qual (is) disciplina (s)? ________________________

APÊNDICE B - FICHA PARA ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

Itens	
Título do livro	
Autor	
Editora	
Ano	
Conteúdo	
Quantidade de páginas sobre o assunto	
Quantidade de questões por nível da taxonomia de Bloom	
Quantidade de questões por nível **Conhecimento** da taxonomia de Bloom	
Quantidade de questões por nível **Compreensão** da taxonomia de Bloom	
Quantidade de questões por nível **Aplicação** da taxonomia de Bloom	
Quantidade de questões por nível **Análise** da taxonomia de Bloom	
Quantidade de questões por nível **Avaliação** da taxonomia de Bloom	
Quantidade de questões por nível **Criação ou síntese** da taxonomia de Bloom	
Quantidade de questões de contexto matemático	
Quantidade de questões de contexto não matemático	
Quantidade de questões de múltipla escolha	
Quantidade de questões do tipo Prova Brasil	

Quantidade de questões do tipo Prova Brasil por descritor associado ao tema da dissertação	
Quantidade de questões com informações desnecessárias	
Quantidade de questões com excesso de informações	
Quantidade de questões com falta de informações	
Quantidade de questões com possibilidade de mais de uma solução	
Quantidade de questões sem solução	
Quantidade de questões de olimpíadas	
Quantidade de questões de matemática recreativa	
Quantidade de questões de concurso	
Quantidade de questões tipo Escola Militar	
Quantidade de questões que podem ser resolvidas por métodos diversos além do algorítmico	
Quantidade de questões com linguagem imperativa adotada no enunciado das questões	
Quantidade de questões com linguagem não imperativa adotada no enunciado das questões	
Outros aspectos	
Observações	

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem