1,6180339887498948482045868343656
381177203091798057628621354 4
8622705260462818902449 70
720720418939113748475
408807538689175212
663386222353693
179318006076 67
263544333890
8659593958
290563832
2661319 9
282902 67
78806 75
20876
8925
017
116
96
20
7
.
.
.

UMA JORNADA ÁUREA

SIGNIFICADOS PRODUZIDOS A PARTIR DE UM ESTUDO HISTÓRICO A RESPEITO DA RAZÃO ÁUREA: EM UMA PROPOSTA EDUCACIONAL

PATRICK STORCH SÓRIO & LÍGIA ARANTES SAD

FICHA CATALOGRÁFICA

FICHA CATALOGRÁFICA

FICHA CATALOGRÁFICA

FICHA CATALOGRÁFICA

A JORNADA DOS AUTORES

Serra - ES

Professor de Matemática do Ensino Fundamental e Médio na rede estadual de ensino. Licenciado em Matemática no Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Espírito Santo e Mestre pelo programa de Pós - Graduação em Ciências e Matemática (Educimat - Ifes). Atuou no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid/Capes) de 2012 a 2015 realizando práticas sobre o Ensino da Matemática na Educação Básica. É membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Pura, Matemática Aplicada e Educação Matemática (Gepemem - Ifes).

Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo e doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1999). Atualmente é professora titular, aposentada do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Espírito Santo. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, sendo professora de matemática no Instituto Federal e Tecnológico do Espírito Santo; e Professora do Programa de Pós-Graduação de Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT) do Ifes - campus Vila Velha, sendo membro - líder nos grupos de pesquisa Gepemem e GHMat. Pesquisa principalmente nos seguintes campos: história da matemática, educação matemática, epistemologia e diversidade cultural.

Vitória - ES

LISTA DE SIGLAS

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041893 9

AEC – Antes da Era Comum

HM – História da Matemática

HQ – História em Quadrinhos

DEMR – divisão em razão extrema e média

LISTA DE FIGURAS

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

SUMÁRIO

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

SUMÁRIO

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

1. INTRODUÇÃO

Este guia de ensino é produto educacional do estudo de mestrado intitulado “**Significados produzidos a partir de um estudo histórico a respeito da razão áurea: em uma proposta educacional”** desenvolvido entre os anos de 2022 e 2024, no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), com o objetivo de analisar as contribuições produzidas por estudantes a partir do trabalho com as tarefas elaboradas, bem como a sua potencialidade para uma proposta de ensino da razão áurea , no ensino médio, quanto à utilização da história da matemática no ensino e aprendizagem da razão áurea em tarefas, cujo princípio é a produção de significados como aspecto central para aprendizagem.

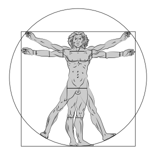
Neste Ebook, apresentamos a História da Matemática e propomos tarefas que promovam a utilização da razão áurea no processo educacional, com o objetivo de enriquecer a prática docente.

Neste Ebook, apresentamos sugestões de tarefas voltadas para aqueles que estão tendo o primeiro contato com a razão áurea. Iniciamos com algumas notas históricas sobre a razão áurea ao longo do tempo e, em seguida, sugerimos tarefas que exploram esse conceito, fundamentando-se na história da matemática. Além disso, incluímos uma história em quadrinhos que pode ser utilizada para desenvolver uma das tarefas, podendo ser trabalhada com uma folha de papel chamex. Por fim, oferecemos recursos para o(a) professor(a), como livros e pesquisas que abordam o tema, além de vídeos que podem ser utilizados no ensino e aprendizagem da Matemática, assim como trabalhos relacionados ao assunto.

Esperamos que você, professor(a), aproveite este material de forma potencial e possa adaptá-lo à sua realidade sempre que considerar necessário ao longo do processo de ensino.

Aproveitamos para agradecer a oportunidade de ter aplicado e validado as tarefas em turmas do Ensino Médio de uma escola da rede estadual no munícipio de Serra/ES, na qual o pesquisador atua.

Aproveite!
Os Autores.



2. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA UMA POTENCIALIDADE

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

A História da Matemática (HM) é oficialmente considerada como uma área de conhecimento que estuda o desenvolvimento da matemática ao longo do tempo. Envolve o estudo dos principais eventos, ideias e figuras que influenciaram o desenvolvimento da matemática. A HM pode ser útil para os educandos de diversas maneiras. Por exemplo, segundo Miguel (1997), Sad (2013) e Mendes (2015) ela pode ajudar a compreender o desenvolvimento de certas ideias matemáticas e como elas se tornaram o que são hoje. Além disso, HM pode fornecer uma perspectiva diferente sobre problemas matemáticos e sobre como resolvê-los.

Ao apresentar a trajetória da matemática, o professor poderá abordar os conceitos de forma mais eficiente e atual, pois estará de posse de um conhecimento histórico e cultural que lhe permitirá analisar a transformação dos conceitos matemáticos, explicar a importância dos grandes matemáticos para o desenvolvimento do pensamento matemático e ainda, fazer uma analogia com o mundo atual. Ao consultar os documentos oficiais é possível observar na BNCC, que na educação básica a HM “pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática” (BRASIL, 2018, p. 298).

Fazer uso de fatos históricos ou histórias envolvendo personagens históricos na aula de Matemática é considerado um recurso pedagógico mais que importante, pois ao fazer uso de fatos históricos na aula de Matemática, os professores não apenas introduzem os estudantes a um novo conteúdo, como também despertam o interesse deles para a história em geral, possibilitando que os estudantes possam reconhecer que a história por nós humanos e compreender melhor a realidade social das gerações que nos antecederam.

Miguel (1997), Sad (2013) e Mendes (2015) apontam possibilidades do uso da HM como uma ferramenta potencializadora a ser utilizada na prática docente. Para que as perguntas citadas pelos estudantes sejam respondidas, é importante que o professor seja dinâmico, inovador e que trabalhe com propostas que instiguem os estudantes, pois, conforme os anos passam, tende-se a questionar cada vez mais sobre a sua criação. Do mesmo modo,

> [...] a história da matemática permite que conheçamos melhor as relações dos homens com o conhecimento em diferentes culturas, tempos e contextos. Assim, ela torna-se forte candidata a fornecer respostas sobre as razões, motivações e necessidades de produção de conhecimentos matemáticos SILVA (2014, p. 48).

Neste sentido, Miguel (1997) e Mendes (2015 e 2022), abordam que estudos da HM tem se mostrado como um recurso bastante útil para o ensino de matemática, pois ela pode gerar uma boa dinâmica de sala de aula, um processo de ensino e aprendizagem mais interativo e uma maior compreensão do conteúdo lecionado. Isso se deve ao fato de que, com a presença da história da matemática o professor pode apresentar o conteúdo de forma contextualizada, ou seja, fazendo com que o estudante enxergue como o matemático de determinada época desenvolveu o conteúdo que está sendo apresentado em sala de aula, como ele chegou a determinadas conclusões, através de quais processos e de que forma ele fez isso.

> [...] a reconstrução histórica do conhecimento matemático passa a ter significativas implicações pedagógicas na construção dos conhecimentos cotidiano, escolar e científico dos nossos alunos, bastando para isso utilizarmos tais informações históricas numa perspectiva atual de geração do conhecimento matemático (MENDES, 2009, p. 10).

O apontamento realizado por Mendes enfatiza que não basta apenas o professor saber o conteúdo a ser ensinado, é necessário que a abordagem utilizada pelo professor seja atual, criativa e que prenda o interesse do estudante na atividade a ser realizada. Para tal, é importante que o professor domine metodologias de modo que torne o uso da história da matemática mais atraente. Diante disso, Mendes (2009) aponta que experiências devem ser orientadas pelos professores.

> Para que isso ocorra em sua plenitude, é necessário incorporar certa estruturação às atividades a serem realizadas pelos alunos, bem como a extensão das etapas de estudos que eles devem percorrer para atingir a aprendizagem de acordo com os objetivos do professor e do nível de ensino no qual estão inseridos. (MENDES, 2009, p.11)

Assim, por exemplo, o docente ao usar um software, uma dinâmica, vídeos, podcast, materiais manipulativos e fontes primárias deverá organizar e esquematizar a tarefa proposta ao estudante, de forma para que ele consiga viabilizar maneiras de superar as dificuldades que poderão surgir ao longo do seu desenvolvimento.

A maneira como a matemática é apresentada ao estudante, mais especificamente utilizando a HM, pode proporcionar algo muito mais do que um mero conglomerado de fórmulas. O tratamento por meio da história pode ser usado com vários objetivos. Segundo Miguel e Miorim (2011), a abordagem histórica dos conteúdos matemáticos serve como alicerce para se alcançar objetivos pedagógicos que levem os estudantes a enxergar, por exemplo:

> (1) a Matemática como uma criação humana;
> (2) as razões pelas quais as pessoas fazem Matemática;
> (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias Matemáticas;
> (4) as conexões existentes entre Matemática e filosofia, Matemática e religião, Matemática e lógica, etc.;
> (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias;
> (6) as percepções que os matemáticos tem do próprio objeto da Matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
> (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova. (Miguel; Miorim 2011, p. 53).

Encontramos reforço em D'Ambrosio (2000) quanto a história da matemática ter uma função pedagógica relevante, que é a de revelar o processo de construção do conhecimento matemático. A HM mostra que o conhecimento é fruto de um processo de interação entre o sujeito e o meio, de interação social, de diálogo entre os sujeitos. O autor destaca que a participação da HM no ensino tem as seguintes finalidades:

> (1) para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças, os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
>
> (2) para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade;
>
> (3) para destacar que essa Matemática teve origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;
>
> (4) para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequências socioculturais dessa incorporação (D’Ambrosio, 2000, p. 248)

A interface entre história e ensino da matemática pode promover o diálogo entre os professores de matemática e os historiadores, o que pode levar a uma maior compreensão dos objetos de estudo e à produção de materiais didáticos mais ricos e contextualizados.

Desde o período da Antiguidade há relatos a respeito de Razão Áurea, porém não é possível dizer com exatidão quando foi o seu surgimento. Estima-se que a Razão Áurea teve sua utilização em quase todos os impérios da antiguidade, em obras como a construção das pirâmides do Egito antigo, obras de arte e monumentos.

Segundo Contador:

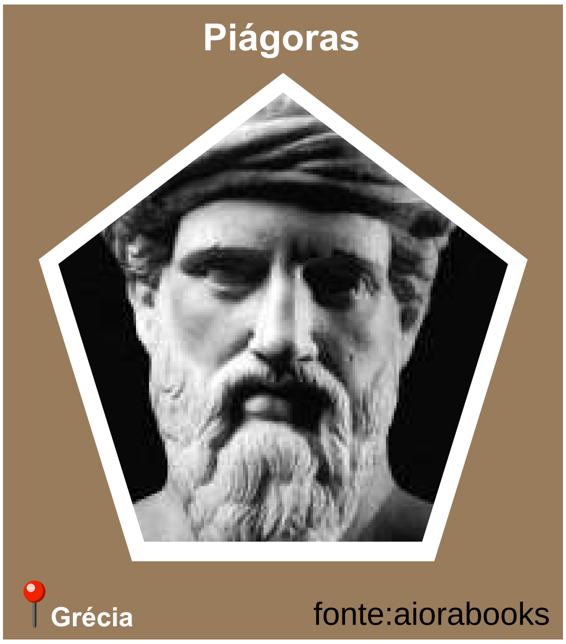
> Em desenhos primitivos ou rupestres encontra-se a proporção áurea, não que os nossos ancestrais tivessem tal consciência geométrica, mas com certeza a instruíram, na especulação de beleza e na forma das proporções (Contador, 2007, p. 97).

É sabido que o primeiro relato matemático, que temos acesso, a respeito da Razão Áurea foi escrito por Euclides de Alexandria, em sua obra Os Elementos, no livro VI, na definição 3 (EUCLIDES, 2009, p. 231) e também na proposição 30 (EUCLIDES, 2009, p. 263), na época ficando mais conhecida como Média Extrema Razão, mas é também conhecida posteriormente, como: segmento áureo, seção dourada e número de ouro.

4. ESTUDIOSOS

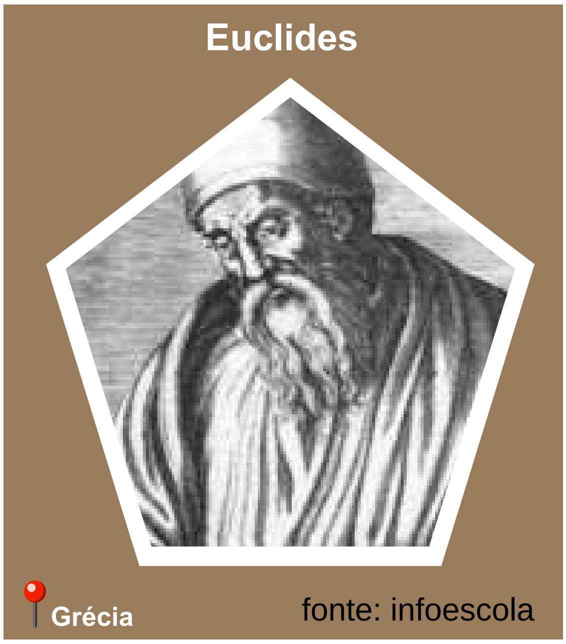
1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

Faremos uma breve linha histórica temporal dos principais nomes que contribuíram para a teorização da Razão Áurea, ao longo do tempo. São eles: , Pitágoras (c. 570 – c. 495 AEC.), Euclides de Alexandria (325 a.C. - 265 AEC.), Leonardo Fibonacci (1170 - 1240), Piero Della Francesca (c.1415 – 1492), Luca Pacioli (1445 – 1517), Johannes Kepler (1571 - 1630), Martin Ohm (1792 – 1872) e James Mark Mc.Ginnis Barr (1850 - 1950). Para ilustrar possíveis faces dos estudiosos usaremos imagens meramente ilustrativas.



Pitágoras de Samos é frequentemente descrito como o primeiro matemático puro. Ele é uma figura importante no desenvolvimento da matemática, mas sabemos relativamente pouco sobre suas realizações matemáticas. Ao contrário de muitos matemáticos gregos posteriores, onde pelo menos temos alguns dos livros que eles escreveram, não temos nada dos escritos de Pitágoras. A sociedade que ele liderava, metade religiosa e metade científica, seguia um código de segredo que certamente significa que hoje Pitágoras é uma figura misteriosa.

Euclides de Alexandria é o matemático mais proeminente da antiguidade, mais conhecido por seu tratado sobre matemática Os Elementos . A natureza duradoura de Os Elementos deve fazer de Euclides o principal professor de matemática de todos os tempos. No entanto, pouco se sabe sobre a vida de Euclides, exceto que ele ensinou em Alexandria, no Egito. Proclo, o último grande filósofo grego, que viveu por volta de 450 AEC.



Leonardo Pisano Fibonacci

Pisa - Itália

fonte: bbc

Leonardo Pisano Fibonacci, mais conhecido como Fibonacci nasceu por volta de 1170. Foi um membro da família Bonacci, nascido em Pisa - Itália. O fato de seu pai ter sido um comerciante e diplomático, levou-o a morar e ser criado no norte da África, favorecendo que percorresse alguns países como, Argélia, Egito, Síria, França e a própria Itália. Sua formação em matemática e passagens por países do mediterrâneo possibilitou-lhe constituir um arcabouço de saberes até então desconhecidos pelos europeus. Assim, ele teve a oportunidade de estudar e comparar diferentes sistemas numéricos e métodos de operações aritméticas. Com isso, Fibonacci ficou conhecido nos países europeus pelo seu papel na introdução dos algarismos indo-arábicos, sendo considerado um dos primeiros matemáticos destacados na Idade Média.

Piero Della Francesca (1420 – 1492) foi um pintor renascentista, nascido em Borgo San Sepolcro (hoje Sansepolcro, Itália), de acordo com O'Connor, EF Robertson e JV Field (2010) não é possível saber precisamente como ocorreu a formação escolar de Piero, mas é possível verificar que ele escreveu seus livros de matemática em italiano e não em latim, sugerindo que provavelmente não estudou latim na escola. Também fica claro que a escrita italiana de Piero carece de trajes oportunos, simples e básicos. Ele é reconhecido por ser um dos mais importantes pintores do Renascimento. Piero utilizou matemática direcionada à arte de pintar, para obter uma aparência tridimensional em suas pinturas a partir de obras com pinturas bidimensionais, ele queria mostrar que era possível levar a ciência para suas obras de arte

Piero della Francesca

Borgo Santo Sepolcro - Itália

Leonardo da Vinci

Vinci - Itália fonte:napratica

Leonardo da Vinci nasceu por volta de 1452 em uma pequena aldeia chamada Vinci perto de Florença, Itália, onde permaneceu até ter 16 ou 17 anos como aponta Antoccia et al. (2004). Segundo o autor citado anteriormente, Leonardo se muda para Florença, onde seu pai um tabelião coloca-o como aprendiz de um dos mais importantes artistas da época, Andrea del Verrocchio, (1435 - 1488) conhecido como escultor e pintor. O'Connor e Robertson (1996) e Antoccia (2004) convergem ao dizer que Leonardo passou cerca de doze anos de formação sistemática e de intensa experimentação.

Luca Pacioli nasceu na Itália, mais precisamente em Borgo San Sepolcro, provavelmente no ano de 1445. No início de sua juventude, Pacioli se muda de San Sepolcro para Veneza, em sua chegada a cidade Pacioli começou a trabalhar para um rico comerciante chamado Antonio Rompiasi, após ter seu conhecimento matemático notado pelo seu chefe acabou recebendo o convite do mesmo para que ele contribuísse na educação de seus filhos, O'Connor e Robertson (1999), Lívio (2006), e Bortolato (2011) apontam que durante esse tempo Pacioli trabalhou como tutor dos três filhos de Antonio Rompiasi que se chamavam: “Bartolomeo, Francesco e Paolo". No período em que trabalhou para Rompiasi aproveitou de sua estadia em Veneza e elevou seu conhecimento em matemática estudando em uma escola especializada.

Luca Bartolomeo de Pacioli

Sansepolcro - Itália fonte:espaccontabilidade

Johannes Kepler

Weil - Alemanha

fonte:revistagalileu

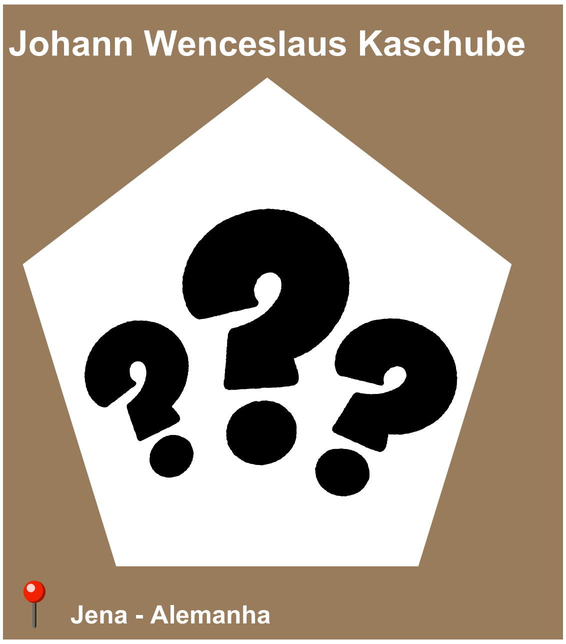
Johannes Kepler foi um matemático e astrônomo que nasceu na Alemanha por volta de 1571, é mais conhecido pelas três leis fundamentais do movimento planetário chamadas de Leis de Kepler, além dessa façanha realizou trabalhos no ramo da óptica e da geometria. Kepler nasceu na cidade de Weil der Stadt e mudou-se ainda pequeno para Leonberg. Kepler passou a infância vivendo com sua mãe uma dona de casa e teve sua educação inicial em uma escola na própria comunidade e mais tarde ingressou em um seminário próximo de sua casa, desejando ser ordenado, ele se matriculou na Universidade de Tübingen.

Leonhard Christoph Sturm (1669 - 1719) em sua obra utiliza o termo Guldenen Feċtion" (Corte de ouro). Como um jovem professor matheseos publicus, ele ensinou as crianças da nobreza na Ritterakademie (Academia dos Cavaleiros) e publicou trabalhos sobre arquitetura e matemática. Em 1694, Sturm, de 25 anos, foi nomeado para a cadeira de matemática na Ritterakademie Rudolph-Antoniana (Academia de Cavaleiros Rudolph-Antoniana), que havia ficado vaga. Seus deveres incluíam dar aulas de arquitetura civil e militar, que na época era considerada um ramo da matemática aplicada. Sturm foi enormemente produtivo. Ele escreveu pelo menos 40 tratados sobre teoria arquitetônica ao lado de textos teológicos, disputas e contribuições para matemática, museologia (antes de existir como ciência) e educação da nobreza.

Leonhard Christoph Sturm

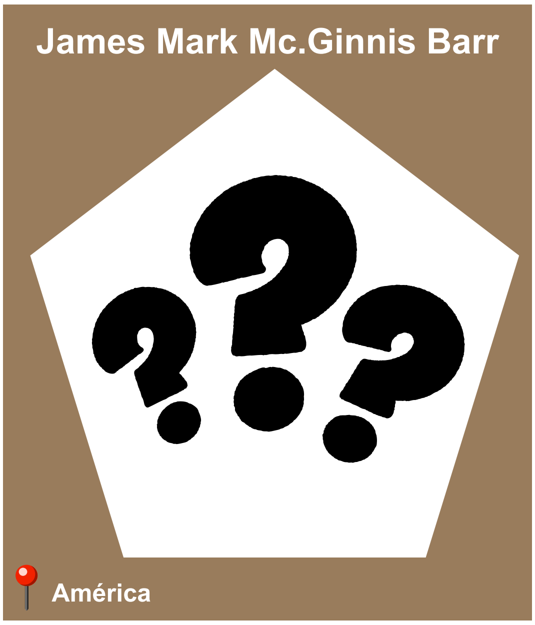
Altdorf - Alemanha

fonte:dumbartomoaks



Johann Wenceslaus Kaschube (16?? - 1727?) Tudo o que se sabe sobre este homem é que ele obteve um mestrado em Jena, viajou extensivamente pela Holanda, Inglaterra e França e mais tarde ocupou o cargo de pastor. Durante suas andanças, ele provavelmente se interessou por assuntos marítimos e, portanto, em seu meritório “Cursus mathematicus ou conceito claro das ciências matemáticas”, ele foi capaz de fornecer uma apresentação aprofundada da parte matemática da náutica. ciência que era incomum para um país sem litoral.

James Mark Mc.Ginnis Barr viveu entre (1871 - 1950), foi um engenheiro elétrico que propôs o símbolo (phi) como notação para Razão Áurea. Barr Nasceu na América e viveu em momentos distintos de sua vida entre as cidades de Nova York e Londres. Aparentemente as obras consultadas mostram que isso foi escrito pela primeira vez pelo jornalista britânico Theodore Andrea Cook (1867 - 1928).



5. LINHA TEMPORAL RAZÃO ÁUREA

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

Por meio de uma linha temporal pudemos passar por alguns dos principais estudiosos que dedicaram seu tempo ao longo da história para estudar um pouco o número de ouro, tais como: Pitágoras, Euclides, passando por alguns matemáticos na idade média como o italiano Leonardo Fibonacci, Piero della Francesca, Luca Pacioli, Leonardo da Vinci até chegarmos a Johannes Kepler, Martin Ohm e Mark Barr, quando a razão áurea passou a ser representada pelo símbolo phi φ.

A atração pela razão áurea vai muito além dos matemáticos. Artistas, músicos, arquitetos, dentistas, biólogos, psicólogos e historiadores têm debatido constantemente sua relevância. Podemos concluir que o número de ouro tem inspirado pensadores desde o Antigo Egito.

Assim, é possível elaborar uma linha do tempo que ilustre os principais protagonistas das mudanças e significados que a razão áurea ganhou ao longo da história.

Figura 1 - Linha temporal razão áurea

Fonte: Produzido pelo autor (2024)

6. UM POUCO SOBRE AS ATIVIDADES

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

A razão áurea, é um conceito matemático que aparece em diversos campos do conhecimento, incluindo a natureza, a arte e a arquitetura. As atividades propostas tem como propósito auxiliar os professores a introduzirem esse conceito de forma acessível e prática para estudantes do 1º ano do Ensino Médio. As atividades propostas buscam não apenas explicar a teoria por trás da razão áurea, mas também proporcionar aos estudantes oportunidades de aplicar esse conhecimento em situações concretas, favorecendo o aprendizado por meio da experimentação e da manipulação de formas geométricas.

As atividades sugeridas utilizam materiais simples, como folhas A4, régua, compasso e calculadora, permitindo que os professores apliquem as atividades em qualquer contexto escolar. Um dos pontos centrais deste guia é a construção do segmento áureo por meio de dobraduras, o que permite aos alunos observar e entender as proporções características da razão áurea de maneira simples e concreta. O professor terá à sua disposição orientações previstas e um passo a passo, garantindo uma aplicação eficaz, mesmo para aqueles que não possuem familiaridade com o tema. As atividades são estruturadas para integrar conceitos como proporção, equações de segundo grau e geometria, facilitando a compreensão gradual dos conteúdos.

Outra atividade de destaque envolve a sequência de Fibonacci e sua relação com a espiral áurea, conectando os alunos a um problema clássico de matemática. Utilizando a conhecida história dos coelhos de Fibonacci, a atividade de incentivo ao raciocínio lógico e a aplicação prática dos conceitos aprendidos. A sequência de atividades foi planejada para ser realizada tanto de forma colaborativa quanto individual, promovendo a participação ativa dos estudantes e o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas. O uso de tecnologias, como o software GeoGebra, também é sugerido, proporcionando uma abordagem mais dinâmica e interativa.

Por fim, o guia traz uma atividade que explora a construção do pentagrama regular, utilizando a razão áurea em sua estrutura. Nesta atividade, o professor poderá utilizar uma história em quadrinhos baseada no artigo “Caminhos de Integração Fértil nos Estudos entre Pitagóricos e Razão Áurea”, disponível no material didático, para enriquecer a experiência de aprendizado. A história foi criada para ilustrar, de maneira lúdica e acessível, a presença da razão áurea no pentagrama, facilitando a compreensão dos estudantes. Esse recurso adicional tem o objetivo de tornar o aprendizado mais envolvente e de demonstrar como a matemática pode ser explorado de forma criativa e estimulante. Esse recurso adicional tem o objetivo de tornar o aprendizado mais envolvente e de demonstrar como a matemática pode ser explorado de forma criativa e estimulante.

Ao utilizar a história em quadrinhos, os alunos poderão visualizar de maneira clara a aplicação da razão em figuras geométricas e entender como esse conceito está presente em diversos elementos ao nosso redor. Essa abordagem permite que o professor conecte o conteúdo matemático com aspectos visuais e narrativos, facilitando a compreensão de alunos que possuem diferentes estilos de aprendizagem.

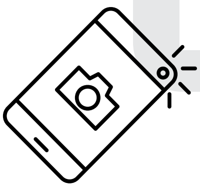
Dessa forma, o guia didático oferece uma combinação equilibrada entre teoria e prática, entre abstração matemática e experimentação concreta. O professor terá em mãos não apenas atividades realizadas e sequenciais, mas também recursos didáticos que poderão ser adaptados conforme as necessidades da turma. O objetivo final é que os alunos não apenas compreendam a razão áurea como conceito matemático, mas que desenvolvam uma apreciação mais ampla de como a matemática se relaciona com o mundo ao seu redor, incentivando um aprendizado significativo e duradouro.

Donald no País da Matemágica

Para iniciarmos nossa jornada pela Razão Áurea, convidamos você a embarcar em uma aventura matemática ao lado do Pato Donald! No curta-metragem "Donald no País da Matemática", produzido pela Disney em 1959, teremos a oportunidade de explorar conceitos matemáticos de forma lúdica e divertida.

Neste clássico da animação, Donald se vê envolvido em um mundo mágico onde números e formas geométricas ganham vida. Acompanhe o pato mais famoso do mundo em suas descobertas e desafios matemáticos, e prepare-se para se encantar com a beleza e a lógica da matemática!

Posicione a câmera no QR Code que te levará a essa jornada junto com Donald!



Da Animação à Geometria: Desvendando o valor numérico da Razão Áurea proposto por Euclides

"Lembram-se da nossa aventura com o Pato Donald no País da Matemática? Aquele curta-metragem nos apresentou de forma lúdica e divertida a beleza e a harmonia presentes em muitas formas da natureza e da arte, graças à Razão Áurea. Mas como essa proporção mágica é calculada? Para responder a essa pergunta, vamos nos aprofundar nos ensinamentos de um dos maiores matemáticos da história: Euclides.

"A razão áurea, também conhecida por “extrema razão e média”, despertou o interesse de Euclides de Alexandria cerca de XXX AEC. Sua formalização matemática remonta à Antiguidade Clássica, nos trabalhos de Euclides.. No Livro VI de sua obra Os Elementos, Euclides introduz o conceito de "extrema e média razão". De acordo com a definição, uma reta é cortada em extrema e média razão quando a razão entre o comprimento total da reta e o maior segmento é igual à razão entre o maior e o menor segmento (EUCLIDES, 2009, p. 231).

Nesta atividade, além de calcular o valor numérico dessa proporção, conhecida hoje como razão áurea, representada pela letra grega φ (phi), utilizaremos um fragmento do livro de Euclides publicado em 1700. Esse fragmento histórico será uma oportunidade para os alunos não só compreenderem o conceito matemático, mas também mergulharem na rica tradição dos estudos geométricos. O valor de φ, aproximadamente 1,618, será investigado por meio de cálculos que nos conectarão com esse conhecimento clássico.

Essa atividade visa não apenas desenvolver habilidades de cálculo e raciocínio lógico, mas também proporcionar uma perspectiva histórica e conceitual da matemática. Explorando como os antigos estudiosos definiram princípios fundamentais, os alunos terão a chance de entender a matemática sob uma nova luz, reconhecendo suas raízes profundas. Vamos, então, seguir os passos de Euclides e calcular a razão áurea!

O objetivo nesta atividade é calcular o valor numérico dessa proporção, conhecida como razão áurea e representada pela letra grega φ. Essa constante é uma solução fundamental de um problema geométrico que envolve a divisão de um segmento de reta, e seu valor aproximado é 1,618. Ao trabalhar com esse conceito, os alunos terão a oportunidade de conectar o pensamento matemático clássico com aplicações modernas, enquanto exploram a beleza subjacente às proporções geométricas que moldam o mundo ao nosso redor.

.

Com essa atividade, além de praticar habilidades de cálculo e raciocínio lógico, buscamos incentivar o entendimento histórico e conceitual da matemática, proporcionando uma visão mais ampla de como os antigos estudiosos estabeleceram o valo numérico para essa proporção que conhecemos hoje por razão áurea. Vamos, então, utilizar os passos de Euclides e calcular o valor da razão áurea por meio de uma equação do segundo grau

Objetivos

Compreender a definição clássica de razão áurea de acordo com Euclides, calcular o valor numérico da Razão Áurea a partir da construção geométrica e seguidamente utilizar esse valor numérico em novas explorações dessa razão

Materiais necessários:

- Folha de papel
- Fragmento dos "Elementos" de Euclides (livro VI, definições 3 e proposição 30)

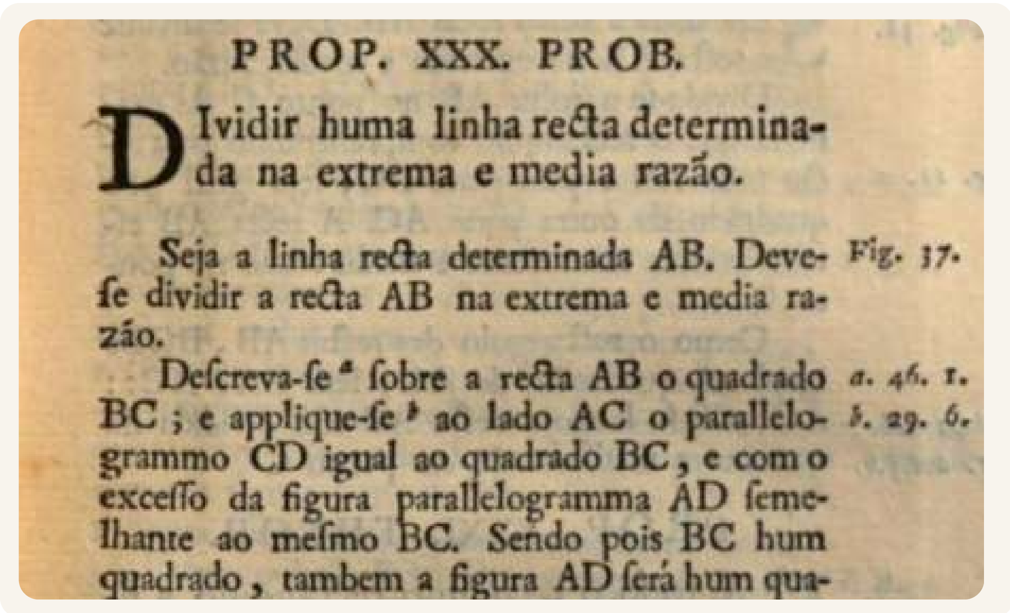
8.1 DESCOBRINDO O VALOR NUMÉRICO DA RAZÃO ÁUREA

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041893 9

O valor numérico para razão áurea pode ser obtido por um segmento, utilizando a definição de Euclides:

“Diz-se que uma linha reta é cortada na razão extrema e média quando, assim como a linha toda está para o maior segmento, o maior segmento está para o menor.” Euclides (2009, p. 263).

Figura 1 – Fragmentos de uma versão do livro Elementos de Euclides em português de 1768



PROP. XXX. PROB.

Dividir huma linha recta determinada na extrema e media razão.

Seja a linha recta determinada AB. Deve-ſe dividir a recta AB na extrema e media razão. Fig. 37.

Deſcreva-ſe[a] ſobre a recta AB o quadrado BC; e applique-ſe[b] ao lado AC o parallelogrammo CD igual ao quadrado BC, e com o exceſſo da figura parallelogramma AD ſemelhante ao meſmo BC. Sendo pois BC hum quadrado, tambem a figura AD ſerá hum qua-

a. 46. 1.
b. 29. 6.

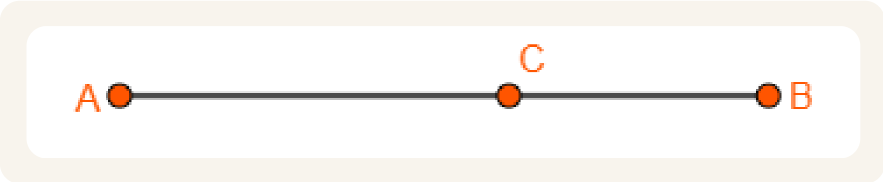
Fonte: Euclides (1768)

Então, a razão (divisão) do segmento maior com o segmento menor é a razão áurea.

De acordo com a definição, utilizando a razão, proporção e equação do segundo grau, obtenha o valor numérico da razão áurea.

DESCOBRINDO O VALOR NUMÉRICO DA RAZÃO ÁUREA

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041893939



Note que podemos escrever essa definição da seguinte forma:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{a} + \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$$

Suponhamos que $\frac{a}{b} = x$, substituindo temos:

$$1 + \frac{1}{x} = x$$

Multiplicando por em ambos os lados, obtemos:

$$\mathbf{x + 1 = x^2}$$

Organizando a equação encontramos:

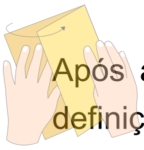
$$\mathbf{x^2 - x - 1 = 0}$$

Após obter a equação do segundo grau, vamos calcular qual valor encontramos para x’ e x”. Lembre-se por se tratar de um segmento de reta não podemos encontrar um valor **negativo.**

9. JORNADA III

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

Da Geometria Euclidiana à Arte do Origami: Explorando a Razão Áurea por Dobraduras"



Após a atividade anterior, na qual exploramos o valor numérico da razão áurea, utilizando a definição de Euclides, vamos agora, nos aproximar desse número por meio de uma prática geométrica manual: a dobradura. A proposta desta atividade é fazer com que os estudantes à descoberta empírica da razão áurea, utilizando uma folha de papel A4 e técnicas simples de dobragem. Esse método oferece uma forma intuitiva e acessível de visualizar uma das proporções matemáticas mais icônicas e intrigantes, que, além de sua relevância histórica, está presente em diversos contextos artísticos e naturais.

A escolha pela dobradura como ferramenta didática traz diversos benefícios. Ela possibilita aos participantes uma abordagem tátil e visual da matemática, diferente das rotinas abstratas e algorítmicas tradicionais. Nesse exercício, os participantes são convidados a explorar, de maneira prática, como a geometria pode emergir do simples ato de manipular o papel, dando-lhes a oportunidade de observar a razão áurea de forma concreta e mensurável. O uso da dobradura permite compreender a relação entre segmentos de reta de maneira intuitiva, sem a necessidade de ferramentas complexas, reforçando a compreensão da proporção áurea em um contexto mais aplicado.

A atividade envolve o cálculo da razão áurea a partir da medição dos segmentos resultantes da dobragem, que será feita seguindo um passo a passo. A partir do ponto em que os segmentos são medidos, será possível calcular a razão entre eles, que pode se aproximar do valor 1,618, demonstrando, assim, a presença da razão áurea. Além disso, essa metodologia promove uma reflexão sobre o processo de construção geométrica, aproximando os participantes de uma experiência que remete às práticas matemáticas dos antigos estudiosos, mas com uma abordagem moderna e acessível.

Ao final, os participantes não apenas terão compreendido o conceito da razão áurea de forma teórica, mas também terão vivenciado um processo prático de descoberta e experimentação, utilizando a dobradura como um objeto educacional.

Objetivos

- Reforçar o conceito de Razão Áurea: consolidar os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores, aplicando-os em um contexto prático, assim será possível, desenvolver habilidades especiais, como: medição de segmentos e dobraduras;
- Promover a criatividade e o raciocínio lógico: estimular a capacidade de resolução de problemas e a busca por soluções inovadoras.

Materiais necessários

- Papel Chamex ou outro tipo de papel fino e resistente (sugestões: papel sulfite, papel para origami, papel colorido) em diferentes tamanhos (A3, A4, etc.)
- Régua
- Lápis
- Tesoura (opcional, caso seja necessário cortar o papel)

Observação

A utilização de diferentes tamanhos de papel permitirá explorar a escalabilidade da Razão Áurea. Veremos que, independentemente do tamanho inicial da folha, o retângulo final sempre apresentará a mesma proporção. Essa característica universal da Razão Áurea é uma das razões pelas quais ela é tão presente na natureza e na arte.

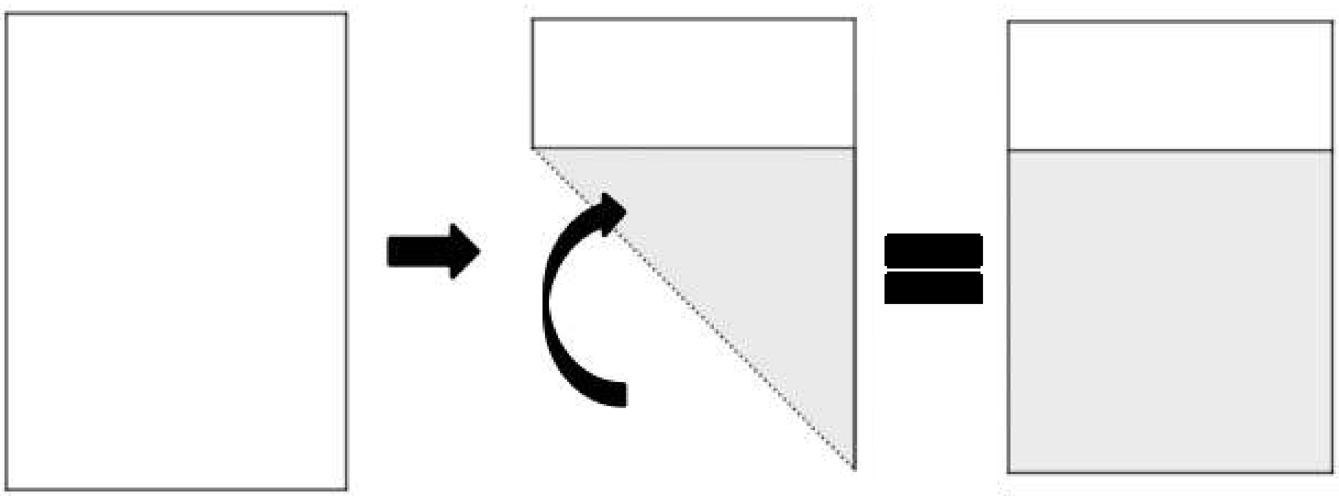
9.1 DA GEOMETRIA EUCLIDIANA À ARTE DO ORIGAMI: EXPLORANDO A RAZÃO ÁUREA POR DOBRADURAS"

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

Utilizando a dobradura, marque o lado menor de uma folha A4 na proporção áurea.

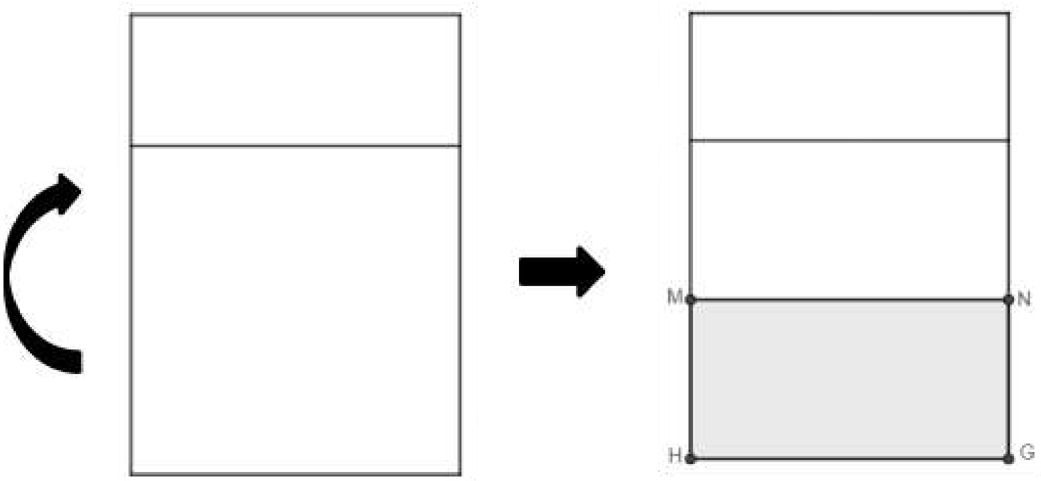
1° PASSO

Dobre a ponta da folha A4 até a sua lateral, de modo a obter um quadrado



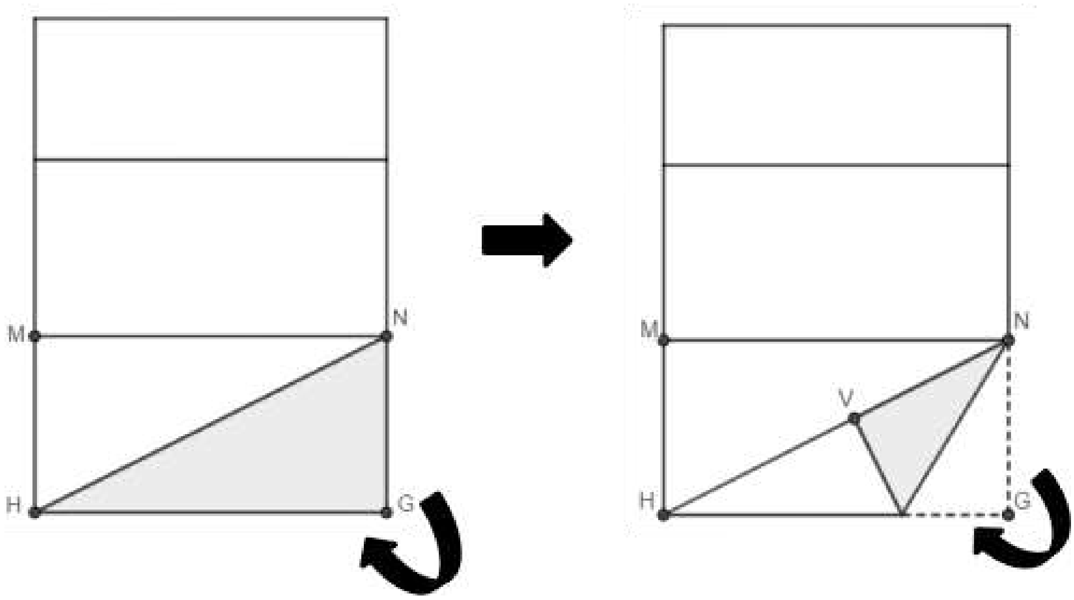
2° PASSO

Considere os dois vértices H e G inferiores do quadrado. Inicialmente, dobre o quadrado ao meio, obtendo os pontos M e N.



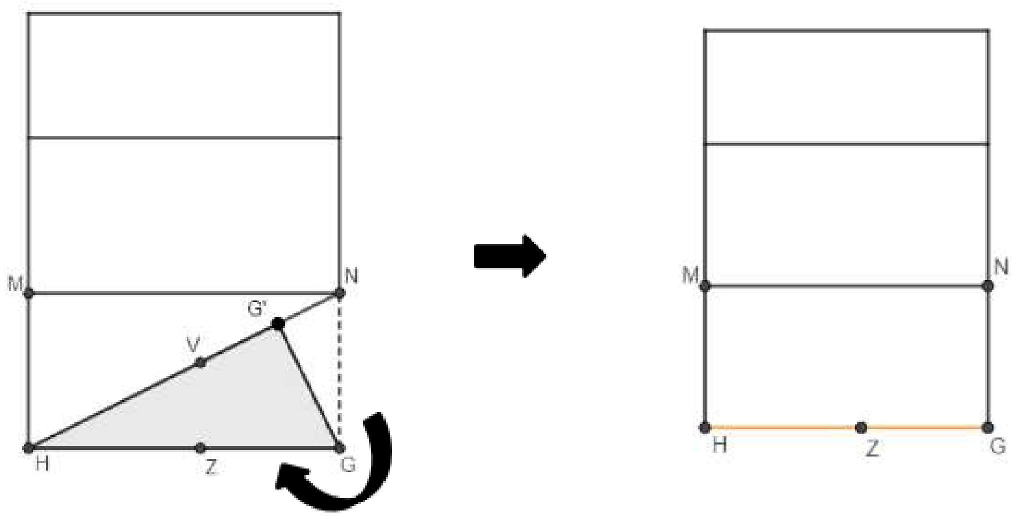
3º PASSO

Dobre a diagonal do retângulo que contém os vértices H e G e em seguida dobre o segmento GN até a diagonal MN e marque o ponto V.



4º PASSO

Dobre o lado HG (igual uma asa de avião) sobre a diagonal HN, marcando o ponto Z coincidente ao ponto V sobre o lado HG.



5º PASSO

Com a régua meça o segmento HZ e ZG e anote nesse espaço.

HZ = **ZG =**

6º PASSO

Calcule a razão (divisão) entre HZ e ZG.

$$\frac{HZ}{ZG} =$$

10. JORNADA IV

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041 8939

"Da Abstração à Construção: Aproxime-se da Razão Áurea com Régua e Compasso"

O uso do compasso e da régua para calcular a razão áurea oferece uma abordagem diferente e mais rigorosa em comparação com a dobradura. Através de uma sequência de construções geométricas, os alunos serão levados a dividir um segmento de reta de maneira que o maior segmento seja aproximadamente 1,618 vezes o menor, demonstrando assim a divisão em "extrema e média razão", conforme definido por Euclides. Essa atividade não apenas desenvolve habilidades de geometria prática.

Nas atividades anteriores, exploramos a Razão Áurea por diferentes caminhos: através dos rigorosos cálculos de Euclides e da arte intuitiva do origami. Agora, nos aprofundaremos ainda mais na geometria clássica, utilizando ferramentas tão simples quanto poderosas: a régua e o compasso. Com essas duas ferramentas, construiremos geometricamente um segmento de reta dividido na proporção áurea, aproximando-nos assim do seu valor numérico de forma visual e precisa.

A realização dessa construção exige precisão e concentração, e, ao final, os estudantes serão capazes de medir os segmentos resultantes e calcular sua razão. A experiência de trabalhar com régua e compasso oferece uma maneira concreta de visualizar e calcular a razão áurea, proporcionando uma conexão entre o valor numérico da razão áurea, sendo alcançado, utilizando somente régua e compasso. Dessa forma será possível reforçar para o estudantes a importância das ferramentas clássicas no desenvolvimento do conhecimento geométrico ao longo da história.

JORNADA IV

1,618033988749894848204586834365638117720309179805762862135448622705260462818902449707207204189 39

"Da Abstração à Construção: Aproxime-se da Razão Áurea com Régua e Compasso"

Objetivos

Encontrar o segmento áureo por meio de régua e compasso bem como o seu valor numérico

Materiais necessários

- Régua
- Compasso
- Folha chamex A4

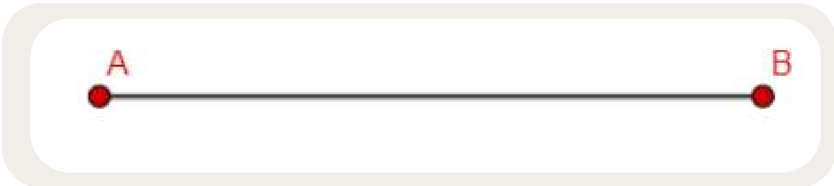
Observação

Alguns estudantes talvez nunca tiveram contato com o compasso, é importante que o professor (a) apresente ao as características de um compasso e de como utiliza-lo da melhor maneira.

10.1 DA ABSTRAÇÃO À CONSTRUÇÃO: APROXIME-SE DA RAZÃO ÁUREA COM RÉGUA E COMPASSO

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

Dado um segmento AB qualquer, construa com régua e compasso o segmento áureo, conforme os passos a seguir:



1. Coloque a ponta seca do compasso em A, com abertura maior do que ; trace um arco para cima e para baixo do segmento AB;

2. Coloque a ponta seca do compasso em B com a mesma abertura anterior; trace um arco para cima e para baixo do segmento ;

3. Una os pontos onde os arcos se cruzam por um segmento de reta;

4. Marque o ponto médio M, onde o segmento de reta intersecta ;

5. Prolongue a reta que contém o segmento , com a ponta seca do compasso em B e abertura; trace um arco que intersecta a reta que contém e marque o ponto C;

6. Coloque a ponta seca do compasso em B com abertura maior do que , e trace um arco para cima e para baixo do segmento

7. Coloque a ponta seca do compasso em C, com abertura maior do que ; trace um arco para cima e para baixo do segmento ;

8. Una os pontos onde os arcos se cruzam por um segmento de reta perpendicular a em B;

9. Com a ponta seca em B e comprimento , marque o pondo D na reta perpendicular a em B;

10. Ligue os pontos A e D, D e B e B e A com um segmento de reta obtendo, assim, o triângulo ABD;

11. Coloque a ponta seca do compasso no ponto D do triângulo e abra até o ponto B. Use este raio para marcar o ponto E na hipotenusa do triângulo;

12. Com a ponta seca do compasso no vértice A, abra-o até o ponto E marcado na hipotenusa, e use este raio para marcar o ponto F no segmento .

13. Com a régua, meça a medida do segmento e, de , com o auxílio da calculadora, determine a razão de por .

14. O ponto F é o ponto que divide o segmento em duas partes, onde o maior segmento é 1,618... vezes o menor;

De tal modo, obtemos o ponto F que divide o segmento AB em média e extrema razão.

11. JORNADA V

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041893 9

"Dos Mistérios dos Pitagóricos à Aventura em Quadrinhos: Desvendando a Razão Áurea"

Já exploramos a Razão Áurea por meio de algumas perspectivas: algebricamente, régua e compasso e por meio de dobraduras. Agora, convidamos você a embarcar em uma nova jornada, desta vez pelas páginas de uma história em quadrinhos inspirada em um artigo científico sobre a relação entre os pitagóricos, o pentagrama e a Razão Áurea escritos pelos autores e publicado nos anais do Seminário Nacional da História da Matemática no ano de 2023.

Os pitagóricos, uma escola filosófica da Grécia Antiga, eram fascinados pelos números e pelas formas geométricas. Para eles, os números não eram apenas ferramentas para contar, mas sim a essência de todas as coisas. Um dos símbolos mais importantes para os pitagóricos era o pentagrama, uma estrela de cinco pontas formada por cinco segmentos de reta de mesmo comprimento. Dentro desse pentagrama, encontra-se uma proporção especial, a Razão Áurea.

Nesta atividade, o estudante irá poderá visualizar o mundo dos pitagóricos através de uma história em quadrinhos (HQ) criada a partir do artigo ”XXXXXXX “. A HQ utiliza uma linguagem acessível e divertida para apresentar conceitos complexos como a Razão Áurea e a filosofia pitagórica. Ao longo da história, você acompanhará o caminho percorrido por Pitágoras até a criação de sua escola e a utilização do símbolo do Pentagrama utilizado pelos pitagóricos descobrindo a importância do pentagrama e da Razão Áurea para essa antiga escola de pensamento.

Após a leitura dessa HQ, o estudante poderá confeccionar o símbolo dos pitagóricos a partir de uma simples folha de papel A4, com o auxilio de um vídeo explicativo de como confeccionar um pentagrama, o estudante aprenderá um passo a passo para construir um pentágono regular e, a partir dele, o símbolo do pentagrama, utilizado pela escola pitagórica. Ao longo dessa construção, você poderá observar as relações entre os diferentes segmentos do pentagrama e identificar a presença da Razão Áurea, por meio da razão entre determinados segmentos proposto na atividade final.

"Dos Mistérios dos Pitagóricos à Aventura em Quadrinhos: Desvendando a Razão Áurea"

Já exploramos a Razão Áurea por meio de algumas perspectivas: algebricamente, régua e compasso e por meio de dobraduras. Agora, convidamos você a embarcar em uma nova jornada, desta vez pelas páginas de uma história em quadrinhos inspirada em um artigo científico sobre a relação entre os pitagóricos, o pentagrama e a Razão Áurea escritos pelos autores e publicado nos anais do Seminário Nacional da História da Matemática no ano de 2023.

Os pitagóricos, uma escola filosófica da Grécia Antiga, eram fascinados pelos números e pelas formas geométricas. Para eles, os números não eram apenas ferramentas para contar, mas sim a essência de todas as coisas. Um dos símbolos mais importantes para os pitagóricos era o pentagrama, uma estrela de cinco pontas formada por cinco segmentos de reta de mesmo comprimento. Dentro desse pentagrama, encontra-se uma proporção especial, a Razão Áurea.

Nesta atividade, o estudante irá poderá visualizar o mundo dos pitagóricos através de uma história em quadrinhos (HQ) criada a partir do artigo ”CAMINHOS DE INTEGRAÇÃO FÉRTIL NOS ESTUDOS ENTRE PITAGÓRICOS E RAZÃO ÁUREA“. A HQ utiliza uma linguagem acessível e divertida para apresentar conceitos complexos como a Razão Áurea e a filosofia pitagórica. Ao longo da história, você acompanhará o caminho percorrido por Pitágoras até a criação de sua escola e a utilização do símbolo do Pentagrama utilizado pelos pitagóricos descobrindo a importância do pentagrama e da Razão Áurea para essa antiga escola de pensamento.

Após a leitura dessa HQ, o estudante poderá confeccionar o símbolo dos pitagóricos a partir de uma simples folha de papel A4, com o auxilio de um vídeo explicativo de como confeccionar um pentagrama, o estudante aprenderá um passo a passo para construir um pentágono regular e, a partir dele, o símbolo do pentagrama, utilizado pela escola pitagórica. Ao longo dessa construção, você poderá observar as relações entre os diferentes segmentos do pentagrama e identificar a presença da Razão Áurea, por meio da razão entre determinados segmentos proposto na atividade final.

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

"Dos Mistérios dos Pitagóricos à Aventura em Quadrinhos: verificando a Razão Áurea"

Objetivos

- Encontrar segmentos áureo no pentagrama confeccionado meio de dobraduras;
- Identificar o valor numérico da razão áurea no pentagrama.

Material Necessário

- Papel chamex A4
- Celular
- Projetor

Materiais a mais

CAMINHOS DE INTEGRAÇÃO FÉRTIL NOS ESTUDOS ENTRE PITAGÓRICOS E RAZÃO ÁUREA

RESUMO

Artigo

HQ

Como construir o pentágono

11.1 VERIFICANDO A RAZÃO ÁUREA POR MEIO DE UM PENTAGRAMA

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

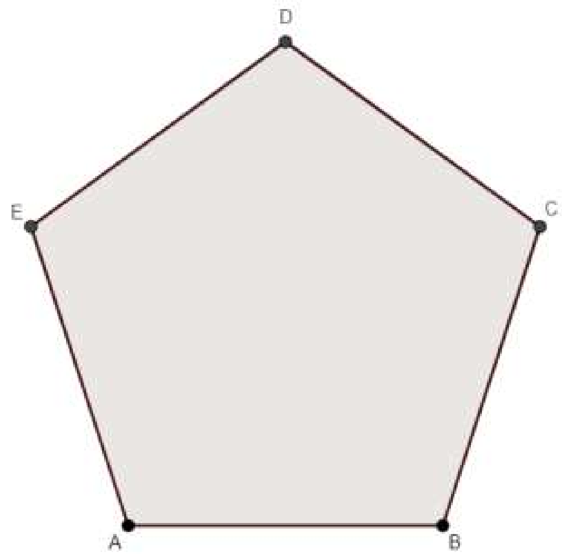
1ª ETAPA

Pedir os estudantes Conhecer um pouco da história do pentagrama e seu uso pela escola pitagórica, por meio da utilização da história em quadrinhos.

2ª ETAPA

Assistir o vídeo como construir um pentágono regular utilizando dobraduras para confecciona-lo de acordo com a (figura 1).

Posicione a câmera no QR Code que te levará ao vídeo de como confeccionar um pentágono regular

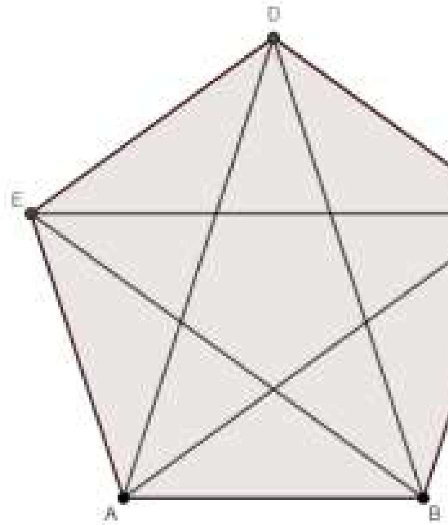


VERIFICANDO A RAZÃO ÁUREA POR MEIO DE UM PENTAGRAMA

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041893 9

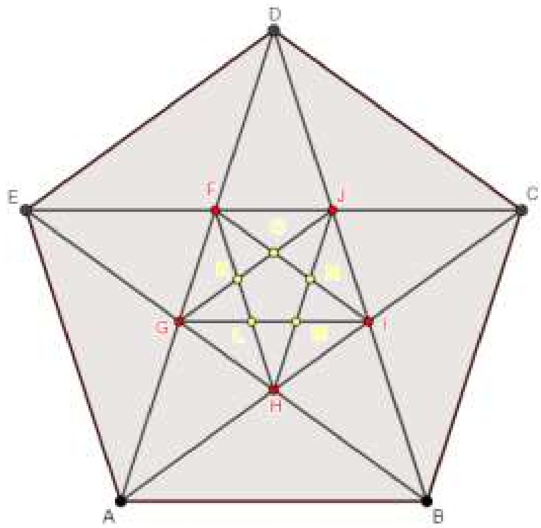
3ª ETAPA

Ao confeccionar o pentágono utilizando uma régua traçamos as diagonais desse pentágono (figura 2).



4ª ETAPA

Em seguida marque os pontos F, G, H, I, J, de acordo com a (figura 3).



5ª ETAPA

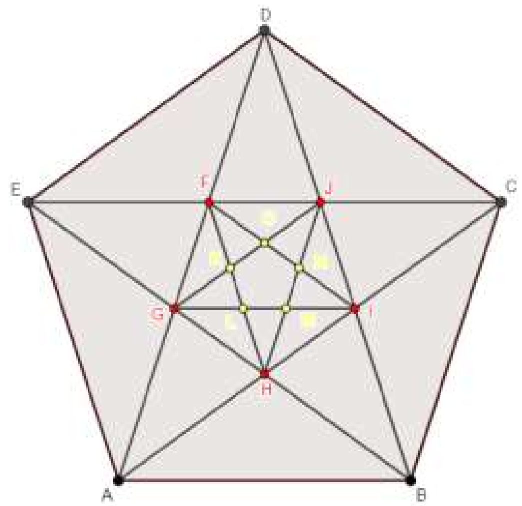
Calcule as razões dos segmentos:

$$\frac{\overline{DA}}{\overline{DG}} = \qquad \frac{\overline{DB}}{\overline{DI}} =$$

$$\frac{\overline{DG}}{\overline{DF}} = \qquad \frac{\overline{DJ}}{\overline{DI}} =$$

6ª ETAPA

Agora, vamos construir novas diagonais de acordo com a (figura 4).



7ª ETAPA

Vamos repetir o mesmo passo da 5ª etapa, mas agora para os segmentos:

$$\frac{\overline{FH}}{\overline{FL}} = \qquad\qquad \frac{\overline{FI}}{\overline{FN}} =$$

$$\frac{\overline{FL}}{\overline{FK}} = \qquad\qquad \frac{\overline{FN}}{\overline{FO}} =$$

QUESTIONÁRIO

1 – Se continuarmos realizando o mesmo processo para os outros pentágonos esse valor aparecerá? Por que você acha que isso acontece?

____

____

____

____

____

2 – Após realizar essa tarefa, você acha que os pitagóricos sabiam da existência desse número (razão áurea)? Explique com suas palavras.

____

____

____

____

____

Além dos Coelhos: Desvendando os Mistérios da Sequência de Fibonacci e a razão Áurea

Na atividade anterior, tivemos a oportunidade de explorar o conceito da razão áurea e sua relação entre os pitagóricos e o pentagrama. O ponto de partida dessa investigação é um problema clássico, proposto por Leonardo Fibonacci no seu famoso livro Liber Abaci, publicado em 1202. O problema dos coelhos, como ficou conhecido, descreve uma situação hipotética de reprodução em que, partindo de um casal de coelhos, quantos pares podem ser gerados ao longo de 12 meses, assumindo que cada casal gera um novo casal por mês e que esses coelhos se tornam férteis a partir do segundo mês. A solução para esse problema dá origem à sequência de Fibonacci, uma sequência numérica em que cada termo é a soma dos dois anteriores.

Ao analisar essa sequência, observamos que, à medida que os números crescem, a razão entre dois termos consecutivos começa a se aproximar da razão áurea, o famoso número 1,618. Essa descoberta surpreendente demonstra uma conexão profunda entre padrões naturais e matemáticos. Nesta atividade, vamos utilizar essa sequência para calcular o valor aproximado da razão áurea dividindo os termos da sequência de Fibonacci gerados ao longo de 12 meses. O objetivo é mostrar, de forma prática, como essa aproximação se revela com números simples, ligados a um contexto realista e didática.

Agora que conhecemos a sequência e seu comportamento ao longo de um ano, propomos um desafio aos estudantes: estender o período de observação por mais 8 meses e calcular a sequência de Fibonacci até o 20º mês. O objetivo é que, ao repetir o processo de dividir um termo pelo anterior, os alunos percebam que essa aproximação à razão áurea se torna cada vez mais precisa com o aumento dos termos. Essa nova etapa da atividade permitirá que os estudantes investiguem se o padrão observado continua a se manter ao longo do tempo e como a matemática pode ser usada para revelar proporções que estão presentes tanto em fenômenos da natureza quanto em construções humanas.

Por meio dessa investigação, os alunos serão convidados a refletir sobre o que ocorre com os valores obtidos quando se aumentam os meses e os pares de coelhos gerados. Além de reforçar o conceito da razão áurea, essa abordagem prática e investigativa ajuda a consolidar a ideia de que a matemática não é apenas uma disciplina abstrata, mas uma ferramenta poderosa para compreender padrões e regularidades no mundo ao nosso redor.

JORNADA VI

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041893 9

Além dos Coelhos: Desvendando os Mistérios da Sequência de Fibonacci e a razão Áurea

Objetivos

- Compreender a Sequência de Fibonacci: explorar a sua origem e as suas propriedades;
- Verificar se há a relação entre a sequencia de Fibonacci e a Razão Áurea;
- Desenvolver habilidades de cálculo entre razões;
- Interpretar os resultados obtidos e identificar se há padrões nessa sequência.

Materiais necessários

- Calculadora
- Celular

Observação

Com esta atividade, os alunos poderão vivenciar a matemática de forma mais dinâmica e engajadora, explorando a relação entre a matemática e a natureza, e desenvolvendo habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas.

O problema a seguir proposto por Leonardo Fibonacci no livro Liber Abaci (1202),figura abaixo, motivou a criação da Sequência de Fibonacci.

De acordo com o problema proposto em seu livro por Leonardo , responda

Figura 1 - Liber Abaci

fonte: Liber Abaci (1202)

Ao longo dos anos esse problema obteve traduções e chegou-se no que conhecemos hoje como problema dos coelhos.

“Um homem pôs um casal de filhotes de coelhos num lugar cercado de muro por todos os lados. Quantos casais de coelhos podem ser gerados a partir desse casal em um ano se, supostamente, todo mês cada casal dá à luz a um novo casal, que é fértil, a partir do segundo mês e não há mortes de coelhos?”

Diante do exposto vamos tentar calcular a quantidade de coelhos gerados a partir de um casal inicial de coelhos.

12.1 ALÉM DOS COELHOS: DESVENDANDO OS MISTÉRIOS DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI E A RAZÃO ÁUREA

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

Complete o quadro abaixo com a quantidade de pares de coelhos obtidos até o décimo segundo mês?

1º mês	2º mês	3º mês	4º mês	5º mês	6º mês	7º mês	8º mês	9º mês	10º mês	11º mês	12º mês
1	1	2	3	5	8	13					

1 Escreva a sequência obtida no tópico anterior do número de pares de coelhos, referente aos doze primeiros meses.

2. Observando essa sequência, existe alguma relação existente entre esses termos? Se sim, você consegue explicar?

3. Agora, vamos fazer outra tarefa, iremos dividir os coelhos gerados em um dado mês e dividi-lo pela quantidade de coelhos obtidas no mês anterior, abaixo mostraremos três exemplos e você em seguida calculará o restante.

$$\frac{2^{\underline{o}}\,mês}{1^{\underline{o}}\,mês} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{3^{\underline{o}}\,mês}{2^{\underline{o}}\,mês} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{4^{\underline{o}}\,mês}{3^{\underline{o}}\,mês} = \frac{3}{2} = 1,5$$

4. Após ter calculado obtido à razão entre os coelhos gerados, quais valores você encontrou?

5. Agora, e se repetirmos o processo até o 20º mês? Quantos pares de coelhos serão formados?

13º mês	14º mês	15º mês	16º mês	17º mês	18º mês	19º mês	20º mês

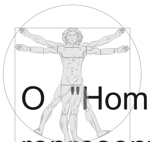
6. Após ter encontrado a quantidade de pares de coelhos até o 20º mês. Vamos repetir o mesmo processo efetuado na parte 4. O que acontecerá quando calcularmos a razão entre esses novos coelhos gerados?

7. O que acontece quando aumentamos os meses e os coelhos gerados e dividimos pela quantidade gerada no mês anterior? Quais valores encontramos?

13. JORNADA VII

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041893 9

Uma Viagem ao Renascimento: buscando a proporção “perfeita” do Homem Vitruviano para o corpo humano



O "Homem Vitruviano", criado por Leonardo da Vinci por volta de 1490, é uma das representações mais célebres da relação entre arte, ciência e matemática. Baseado nos escritos do arquiteto romano Vitruvius, Da Vinci utilizou esse desenho para ilustrar a ideia de que o corpo humano segue proporções harmoniosas e universais, refletindo uma ordem matemática presente na natureza. Inserindo um homem em um círculo e um quadrado, Da Vinci buscou demonstrar a simetria e as proporções perfeitas do corpo, um conceito que dialoga diretamente com a ideia da razão áurea.

Leonardo da Vinci, em seus estudos sobre o corpo humano, acreditava que essa razão poderia ser observada em diversas partes do corpo, desde a relação entre a altura total e a distância do umbigo ao chão, até proporções menores como a medida entre a mão e o braço. Esses estudos revelam uma profunda conexão entre o corpo humano e os princípios matemáticos, mostrando como a matemática pode ser uma ferramenta para compreender tanto o mundo físico quanto o estético.

Nesta atividade, os estudantes terão a oportunidade de explorar essas proporções ao medir diferentes partes do corpo de seus colegas e comparar as razões obtidas com os ideais propostas por Leonardo da Vinci e a razão áurea. Ao registrar medidas como a altura, o comprimento do braço e a distância do umbigo ao chão, será possível avaliar o quanto essas proporções se aproximam daquelas que Da Vinci ao criar Vitruvius considerou ideal. Além de reforçar a importância da precisão matemática, a atividade oferece uma aplicação prática de conceitos como razão e proporção em um contexto corporal.

Ao final da atividade, os alunos poderão não apenas verificar se as proporções do corpo humano moderno se aproximam daquelas sugeridas por Da Vinci, mas também refletir sobre como a diversidade corporal desafia e complementa esses padrões. Essa atividade, portanto, não apenas introduz conceitos matemáticos de forma prática, mas também promove uma discussão mais ampla sobre o que é considerado "ideal" e como a matemática pode tanto revelar padrões universais quanto celebrar a singularidade de cada pessoa.

14. JORNADA VII

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

Uma Viagem ao Renascimento: Buscando a proporção “perfeita” do Homem Vitruviano para o corpo humano

Com esta atividade, os estudantes terão a oportunidade de vivenciar a matemática de forma ativa e significativa, descobrindo a beleza e a importância da Razão Áurea em mais um contexto, dessa vez associado ao corpo humano. Esta atividade pode ser adaptada para diferentes níveis de ensino, ajustando a complexidade dos cálculos e das análises de acordo com a série a ser trabalhada.

Objetivos

- Desenvolver o conceito da razão áurea por meio das razões do corpo humano;
- Verificar a relação da razão áurea entre as medidas do corpo humano.

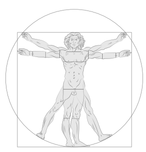
Materiais necessários:

- Fitas métricas
- Calculadoras
- Celular

Observação

Com esta atividade, você poderá vivenciar a matemática de forma prática e divertida, descobrindo a beleza e a harmonia presentes nas proporções do corpo humano e nas obras de arte de Leonardo da Vinci. É importante que o professor enfatize para os estudantes que essa atividade não tem nenhuma ligação com a beleza humano e sim apenas uma ideia proposta por Leonardo da Vinci.

Acesse a atividade clicando no homem Vitruviano



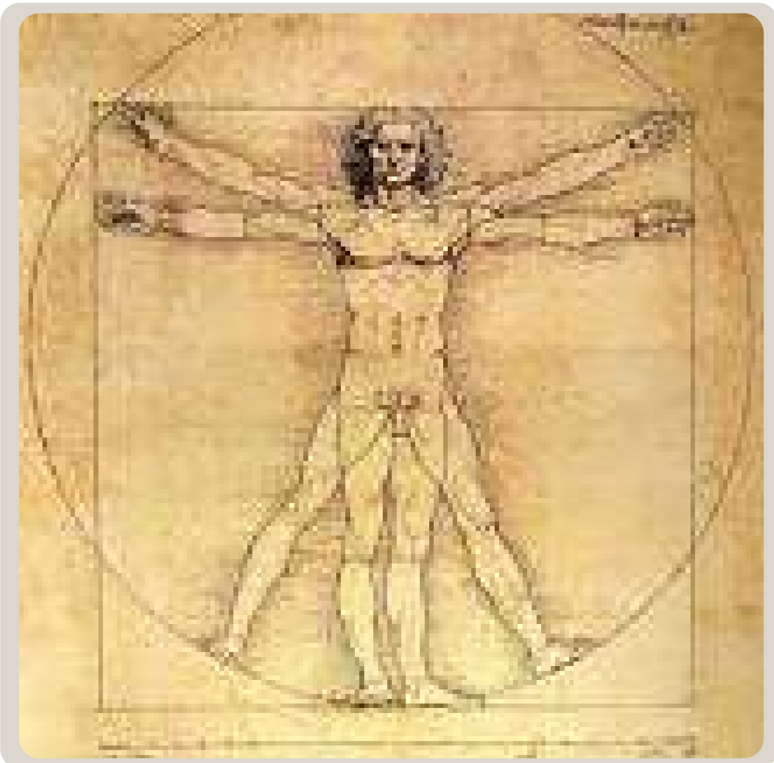
14.1 UMA VIAGEM AO RENASCIMENTO: BUSCANDO A PROPORÇÃO "PERFEITA" DO HOMEM VITRUVIANO PARA O CORPO HUMANO

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

O "Homem Vitruviano" é uma famosa obra de Leonardo da Vinci, criada por volta de 1490, que ilustra os princípios da proporção áurea e os ideais de beleza e simetria do corpo humano. O desenho é acompanhado por notas escritas pelo próprio Leonardo baseadas nos escritos do arquiteto romano Vitruvius.

Na obra, um homem nu é desenhado dentro de um círculo e um quadrado sobrepostos. Os braços e as pernas do homem estão estendidos de forma que toquem as extremidades do círculo e do quadrado, demonstrando a ideia de que o corpo humano pode ser inscrito tanto no círculo quanto no quadrado, mantendo proporções harmônicas

O "Homem Vitruviano" é uma representação icônica dos estudos anatômicos e das teorias de proporção de Leonardo da Vinci, que buscava compreender não apenas a forma externa do corpo humano, mas também suas proporções matemáticas e sua relação com o mundo ao seu redor.



Conhecendo um pouco a história do Homem Virtruviano, vamos estudar as proporções do corpo humano do colega. Reúnem-se em grupos e tirem as medidas dos colegas de acordo com a tabela abaix

Medidas do Corpo					
Altura (a)					
Dedo médio até o ombro (b)					
Umbigo até o chão (c)					
Dedo médio até o cotovelo (d)					
Lábios até o queixo (e)					
Ponta do Nariz até os lábios (f)					
Razões obtidas	**Resultados obtidos**				
$R_1 = \frac{a}{c}$					
$R_2 = \frac{a}{b}$					
$R_3 = \frac{a}{b}$					
Média das razões					

1 - O que podemos concluir, observando o resultado das razões encontradas na questão anterior?

____

____

____

15. AMPLIANDO A JORNADA

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041893 9

Caro professor, você que deseja explorar esse tema de forma abrangente ou isolada em uma determinada atividade, como por exemplo, somente o estudo do pentagrama ou a sequencia de Fibonacci, é importante utilizar diferentes recursos didáticos que possibilitem aos estudantes compreender tanto a matemática por trás da razão áurea quanto suas aplicações práticas no mundo real. Portanto, este tópico tem como objetivo apresentar sugestões de vídeos e leituras de livros, além de orientar onde encontrar esses materiais, para enriquecer o estudo da razão áurea em sala de aula.

Lembramos a você que a utilização de vídeos são uma ferramenta poderosa para introduzir conceitos abstratos de maneira visual e acessível. No YouTube, por exemplo, escolhemos alguns vídeos que abordam alguns estudiosos: Leonardo da Vinci, Luca Pacioli, Pitágoras e Leonardo Fibonacci que contribuíram de alguma forma no estudo da razão áurea, curiosidades sobre a razão áurea, além de aplicações dos conteúdos estudados no cotidiano.

Ao integrar esses recursos – vídeos, leituras e atividades práticas – o professor não conseguirá apenas explicar o conceito da razão áurea de maneira clara, mas também mostrar sua aplicação no mundo real e ao longo da história. Dessa forma, permitiremos aos estudantes compreender a matemática de forma lúdica, conectando-a com a arte, a história e a natureza. O uso de diferentes ferramentas pedagógicas enriquece a experiência de aprendizagem, tornando o estudo da razão áurea mais dinâmico e relevante para os estudantes.

Para que isso ajude na imersão do assunto a respeito da razão áurea listamos abaixo alguns vídeos e leituras de livros para que o professor possa aprofundar no assunto e leva-lo para sala de aula.

15.1 AMPLIANDO A JORNADA - VÍDEOS

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

A vida de Luca Pacioli

Neste vídeo, o Prof. Dr. Alan Sangster nos conta um pouco sobre a vida de Luca Pacioli, desde o seu nascimento, incluindo sua relação com Leonardo da Vinci, que fez a ilustração de seu livro De Divina Proportione.

Quatro aspectos fascinantes da vida de Pitágoras

A @bbcnews traz quatro aspectos fascinantes a respeito de Pitágoras

A OBRA E A GENIALIDADE DE LEONARDO DA VINCI

Há 501 anos, falecia o inventor, arquiteto, cientista e pintor de alguns dos quadros mais famosos do mundo. Conheça a história e a obra de Leonardo Da Vinci. Esse é um pequeno vídeo trazido pelo canal @Canalhistorybrasil

1,6180339887498948482045868343656381177203091798057628621354486227052604628189024497072072041893

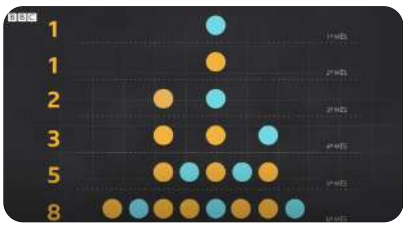
Como utilizar a Sequência de Fibonacci no design gráfico

Nesta aula @leobeckerdesign ensina como utilizar a Sequência de Fibonacci em seus designs, tornando seus projetos mais sólidos e harmoniosos. Esta sequência é muito utilizada em diversos segmentos da nossa vida, e aqui vamos abordar como ela impacta no design. Você pode utilizá-la para criar logos, interfaces e uma infinidade de aplicações.

O número usado por “Deus” para criar o Mundo

O @fatosdesconhecidos traz a existência de um número que está presente simplesmente em tudo? Da ponta do seu nariz à sua nuca, do centro da Via Láctea até sua extremidade, do miolo do girassol ao fim de sua pétala? Não? Qual seria esse número?

O que é a sequência de Fibonacci e por que é chamada de 'código secreto da natureza’



Neste vídeo, a @bbcnews explica a fascinante história da sequência de Fibonacci e a sua relação próxima com um outro número também muito famoso: o número de ouro, também conhecido como proporção áurea por seu vínculo com a natureza e a beleza.

The Golden Ratio: Is It Myth or Math?

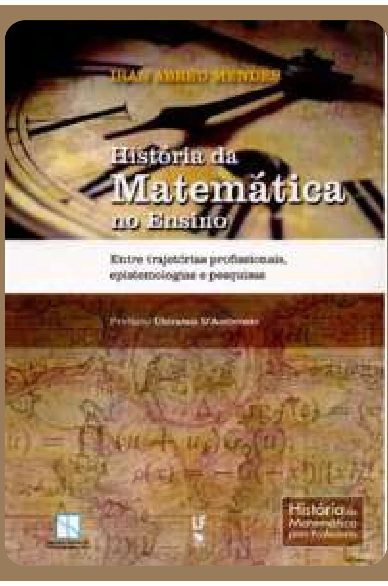
15.2 AMPLIANDO A JORNADA - LIVROS

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

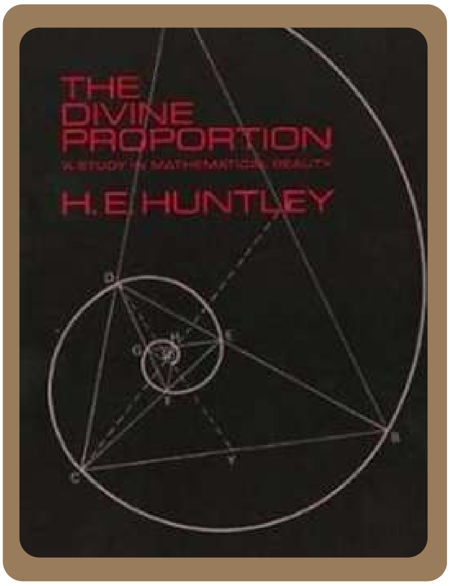
Procurando tornar seu livro fácil e atraente, a autora não se deixa levar pelo trivial. Mantém um tratamento matemático rigoroso e consegue relacionar o tema com tópicos centrais dos programas atuais. Temos, assim, um livro de grande originalidade e qualidade.

O mundo está repleto de beleza. Quantas são as belezas que se escondem por trás de coisas tão simples, como um simples girassol ou as pétalas de uma flor. O que poderia haver em comum entre um caracol e uma galáxia? quanta matemática está escondida por trás de tanta beleza, simplicidade e, também, complexidade? este livro não tem a pretensão de responder a estas questões, mas de acender uma centelha de curiosidade ao leitor e o convidar para uma agradável leitura em um livro que conecta a matemática, a história, as artes e a natureza. Dois assuntos constituem a essência deste livro: a sequência de fibonacci e o número de ouro

Primeiro livro de história da matemática propriamente brasileiro, em linguagem objetiva e com ilustrações, apresenta um olhar crítico sobre o modo como a história da matemática tem sido contada ao longo dos tempos. Para tanto, aborda os sistemas matemáticos desenvolvidos desde a Mesopotâmia até o século XIX, passando pelo Egito antigo, a Grécia clássica, a Idade Média, a chamada Revolução Científica e os debates dos século XVIII. A autora mostra que diferentes práticas matemáticas coexistiram desde sempre, dando soluções diversas para problemas semelhantes.

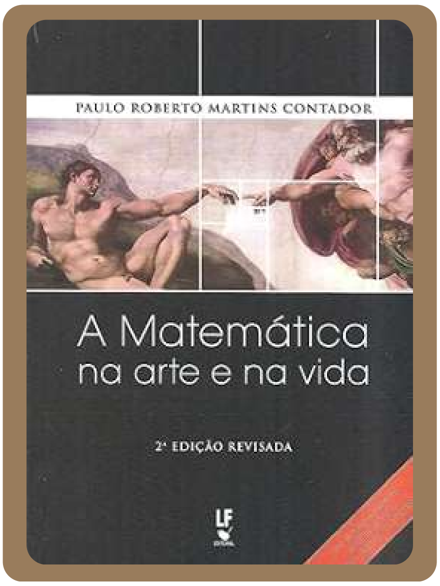


Neste livro, o autor retoma suas reflexões sobre a possibilidade de encaminhar uma prática em Educação Matemática que valorize a investigação histórica como um exercício da pesquisa na sala de aula, que esteja estabelecido como um princípio de ensino, de aprendizagem da matemática e de sua socialização no âmbito escolar. Nessa perspectiva pedagógica, ele reitera considerações já apresentadas em outras publicações suas, a respeito do desenvolvimento de projetos de investigação histórica em sala de aula, na intenção de oferecer ao professor contribuições que o orientem no sentido de oportunizar aos estudantes um exercício construtivo de uso das informações históricas na aprendizagem matemática e na sua formação educativa. Os capítulos que compõem este livro são resultantes de estudos, pesquisas e reflexões realizadas entre 2003 e 2013.



Usando fórmulas matemáticas simples, a maioria tão básica quanto o teorema de Pitágoras e exigindo apenas um conhecimento muito limitado de matemática, o professor Huntley explora a fascinante relação entre geometria e estética. Poesia, padrões como o triângulo de Pascal, filosofia, psicologia, música e dezenas de figuras matemáticas simples estão listados para mostrar que a "proporção divina" ou "proporção dourada" é uma característica de geometria e análise que desperta a resposta de ecos na psique humana. Quando avaliamos uma obra de arte esteticamente satisfatória, de acordo com sua formulação, estamos fazendo com que ela se adapte a um padrão cujo contorno é estabelecido em figuras geométricas simples, e é a análise desses bonecos que forma o núcleo do livro do professor Huntley.

O autor descortina uma paisagem de riquíssima ascendência histórica e cultural, conduzindo o leitor a um percurso aonde vão desfilando múltiplas contribuições de visões e realizações da Estética, da Arquitetura, da Filosofia, da Matemática e das Ciências Naturais no empenho de expressar em forma de obras ou sistemas explicativos e de análise a apreensão pelo ser humano daquilo que o envolve no meio ambiente, na sociedade, no cosmo e manifesta-se em sua percepção do mundo como beleza, harmonia, simetria, ordem, padrões, equilíbrio dinâmico, coesão e coerências de articulação e organicidade. Os atores que nesse cenário apresentam-se vão dos microscópicos seres oceânicos chamados radiolários, das flores e frutos, dos caracóis aos ciclones e galáxias.



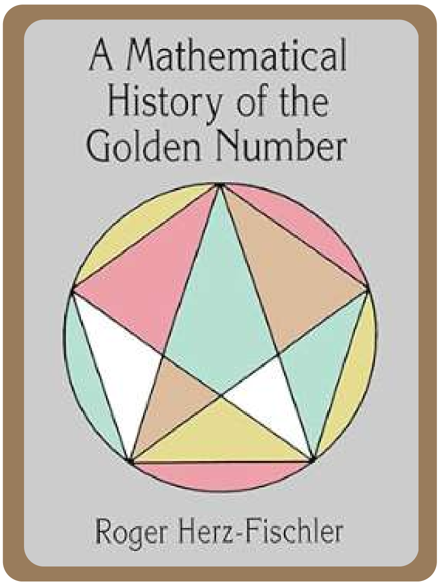
AMPLIANDO A JORNADA - LIVROS

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

Esta curiosíssima relação matemática, conhecida universalmente como "razão áurea", ou "proporção divina", foi definida por Euclides há mais de dois mil anos, em virtude de sua importância na construção do pentagrama, símbolo a que se atribui propriedades mágicas. Desde então a razão áurea mostrou-se propensa a aparecer em uma variedade de suportes: espirais das conchas de moluscos, pétalas de girassóis, cristais ou formas de galáxias de bilhões de estrelas. Estudiosos de psicologia investigam se a razão áurea seria a mais prazerosa proporção estética existente. O fato é que os criadores das Grandes Pirâmides, do Parthenon e mestres da arte e das ciências a utilizam há séculos. Obras de Leonardo Da Vinci como a Mona Lisa e A última ceia atestam a presença dessa proporção, explorada até nas tramas do best seller O código Da Vinci , de Dan Brown. Começa com os pitagóricos, defensores da tese de que esta proporção revelaria segredos de Deus. Passa pelo astrônomo Johannes Kepler, que considerava esse número um dos maiores tesouros da geometria, e por pensadores medievais como o matemático Leonardo Fibonacci de Pisa, autor da famosa sequência Fibonacci.

O primeiro estudo completo e aprofundado das origens da divisão em razão extrema e média (DEMR) - "o Número de Ouro" - este texto mapeia cada aspecto do desenvolvimento histórico deste importante conceito matemático, desde sua primeira aparição inequívoca nos Elementos de Euclides até o século XVIII.

Os leitores encontrarão uma análise detalhada do papel do DEMR nos Elementos e de suas implicações históricas. Isso é seguido por uma discussão de outros tópicos matemáticos e de propostas de comentaristas modernos sobre a relação desses conceitos com o DEMR



REFERENCIAS

1,61803398874989484820458683436563811772030917980576286213544862270526046281890244970720720418939

BORTOLATO, Q – 1509-2009: una riflessione in occasione dei 500 anni della Divina Proportione di Luca Pacioli.

CONTADOR, Paulo. Roberto. Martis. A matemática na arte e na vida. São Paulo: Livraria da Física, 2013

EUCLIDES. Os Elementos. Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

Fischler-Herz, Roger.: **A Mathematical History of the Golden Number**. New York, Dover publications, Inc., 199

HUNTLEY, H. E. A. **Divina Proporção: um ensaio sobre a beleza na matemática.** Tradução: Luís Carlos Ascêncio Nunes. – Brasília: Editora da UNB, 1985.

LÍVIO, Mario. Razão Áurea: a história de Fi, um número surpreendente, 6 ed.Rio de Janeiro: Record, 2006, p. 13.

MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. Campinas: Zetetiké, v. 5, n. 8, 1997

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria. Angela**. História na Educação Matemática: propostas e desafios.** 1ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 200p. – (Tendências em Educação Matemática, 10)

MENDES, Iran. Abreu. História da Matemática no Ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. v. 01. 320p

O'CONNOR, JJ; ROBERTSON, EF. Biografias de matemáticos na internet: Disponível em:

ROQUE, Tatiana. História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 4ª reimpressão. Rio de Janeiro: Zahar, 2012

ZAHN, Maurício. Sequência de Fibonacci e o número de ouro. Rio de Janeiro - RJ: Editora Ciência Moderna Ltda, 2011.

.

EDUCIMAT

INSTITUTO FEDERAL
ESPÍRITO SANTO

Gepemem