

Luanne Lima Ferreira
Rodolfo Chaves
Ana Elisa Santiago

LER, PRODUZIR e ENUNCIAR:

O desenvolvimento do

Pensamento Combinatório

em Práticas Educativas Investigativas
na Educação Alimentar





Vitória – ES





Editora do Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Espírito Santo

R. Barão de Mauá, nº 30 – Jucutuquara

29040-689 – Vitória – ES

www.edifes.ifes.edu.br | editora@ifes.edu.br

Reitor: Jadir José Pela

Pró-Reitor de Administração e Orçamento: Lezi José Ferreira

Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional: Luciano de Oliveira Toledo

Pró-Reitora de Ensino: Adriana Pionttkovsky Barcellos

Pró-Reitor de Extensão: Lodovico Ortlieb Faria

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação: André Romero da Silva

Coordenador da Edifes: Adonai José Lacruz

Conselho Editorial

Aline Freitas da Silva de Carvalho * Aparecida de Fátima Madella de Oliveira * Eduardo Fausto Kuster Cid * Felipe Zamborlini Saiter * Filipe Ferreira Ghidetti. * Gabriel Domingos Carvalho * Jamille Locatelli * Marcio de Souza Bolzan * Mariella Berger Andrade * Ricardo Ramos Costa * Rosana Vilarim da Silva * Rossanna dos Santos Santana Rubim * Viviane Bessa Lopes Alvarenga.

Revisão de texto:	Projeto gráfico:	Diagramação:	Capa:	Imagem de capa:
Frederico Pitanga Pinheiro	Tácio Santana Galego	Tácio Santana Galego	Tácio Santana Galego	Tácio Santana Galego

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca do Campus Vila Velha)

F383L Ferreira, Luanne Lima

Ler, produzir e enunciar: o desenvolvimento do pensamento combinatório em práticas educativas investigativas na educação alimentar. Luanne Lima Ferreira, Rodolfo Chaves, Ana Elisa Santiago. / Vitória: Edifes Acadêmico, 2024.

102 p. : il. col., 30 cm.

Inclui bibliografia.

Série: Propostas de Formação, n. 03.

ISBN: 978-85-8263-892-7 (E-Book).

DOI: DOI: 10.36524.

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, 2024. Grupo de Estudos e Pesquisas e Modelos dos Campos Semânticos e Educação Matemática.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3. Professores – Formação. I. Chaves, Rodolfo. II. Santiago, Ana Elisa. III. Título. IV. Instituto Federal do Espírito Santo.

CDD 23 – 510

Valéria Rodrigues de Oliveira CRB6/ES-477

Esta obra está licenciada com uma Licença Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 Brasil.





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância
Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

LUANNE LIMA FERREIRA

PRODUTO EDUCACIONAL

LER, PRODUZIR E ENUNCIAR:

**O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMBINATÓRIO EM
PRÁTICAS EDUCATIVAS INVESTIGATIVAS NA EDUCAÇÃO ALIMENTAR**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Centro de Referência em Formação e em Educação do Instituto Federal do Espírito Santo como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em 17 de julho de 2024

COMISSÃO EXAMINADORA

Rodolfo Chaves
Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes
(Presidente da Banca Examinadora)

Ana Elisa Santiago
Escola Superior de Educação
Instituto Politécnico de Coimbra
(Coorientadora)

Sandra Aparecida Fraga da Silva
Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes
(Membro interno)

Alexandre Krüger Zocolotti
Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes
(Membro externo)

Clovis Lisboa dos Santos Junior
Universidade do Estado da Bahia – Uneb
(Membro externo)

Autores



Luanne Lima Ferreira – Professora efetiva da Sedu, atuando nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Mestre em Educação em Ciências e Matemática (Educimat/Ifes). Especialista em Docência Superior pela Faculdade do Vale Cricaré (FVC – São Mateus/ES) e Especialista em Metodologia de Ensino de Matemática e Física pela Faculdade São Gabriel da Palha. Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia (Uneb), Campus X – Teixeira de Freitas/BA. Membro do Grupo

de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8613448621874787>

E-mail: prof.luannelima@gmail.com

Rodolfo Chaves – Professor Titular do Instituto Federal do Espírito Santo. Pós-doutor em Educação Matemática e Ensino de Física (UFSM). Doutor e Mestre em Educação Matemática (UNESP/Rio Claro). Pesquisador e Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelos dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem). Integrante da Rede de Pesquisas e Desenvolvimento em Educação Matemática (Sigma-t); Atua na formação de Professores e de processos de Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática.



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3213154166347387>

E-mail: rodolfochaves20@gmail.com



Ana Elisa Esteves Santiago – Doutorada em Didática da Matemática pela Universidade de Salamanca, Espanha. Licenciada em Matemática pela Universidade de Coimbra. Tem lecionado unidades curriculares na área da Matemática e da Educação Matemática em diversas instituições de Ensino Superior, desde 2005. Leciona atualmente na Escola Superior de Educação de Coimbra (Esec). Desenvolve a sua investigação na área da História da Matemática, Educação Financeira e ensino da Matemática

nos primeiros anos.

Curriculo: <https://www.cienciavita.pt/portal/B313-9F4D-365A>

E-mail: asantiago@esec.pt



Descrição Técnica do Produto Educacional

Nível de Ensino a que se destina o produto – Educação Básica.

Área de Conhecimento – Ensino.

Público-Alvo – Professores que ensinam matemática na educação básica e licenciandos em matemática.

Categoria deste produto – Material Didático/Instrucional (PTT1).

Finalidade – Contribuir para práticas educativas e à formação de professores de matemática da educação básica e a quem mais possa interessar.

Proposta do Produto – Apresentar, discutir e refletir acerca de possíveis propostas de práticas educativas voltadas ao desenvolvimento do pensamento combinatório na educação básica.

Organização do Produto – O produto foi organizado em seis blocos e cada um deles constituído por um ou mais capítulos. Em todos os capítulos mantivemos a intencionalidade de convidar o(a) educador(a) a refletir a respeito do processo de desenvolvimento do pensamento combinatório dos estudantes, fornecendo subsídios para propor práticas educativas, com perspectiva investigativa em sua sala de aula, primando pelo exercício de se trabalhar em grupo adotando o princípio da dialogicidade e da colaboração.

Registro de Propriedade Intelectual – Ficha Catalográfica com ISBN e Licença Creative Commons (Educaapes).

Disponibilidade – Irrestrita, mantendo-se o respeito à autoria do produto, não sendo permitido uso comercial por terceiros.

Divulgação – Meio digital.

URL – Produto disponível no site do Educimat (www.educimat.ifes.edu.br) e no repositório Educaapes (www.educaapes.capes.gov.br).

Processo de Validação – Validado em plenárias do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem), na banca de defesa da dissertação e em classe da disciplina de Didática da Matemática, ministrada na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra, no âmbito do projeto de mobilidade internacional desenvolvido pelo Educimat/Ifes.





Descrição Técnica do Produto Educacional

Impacto – Este produto possui médio impacto - PTT gerado no Programa, aplicado no sistema, mas não foi transferido para algum segmento da sociedade.

Inovação – Médio teor inovativo - combinação e/ou compilação de conhecimentos pré-estabelecidos.

Origem do produto – Monografia de dissertação intitulada “Conhecimentos produzidos por estudantes do ensino médio envolvendo pensamento combinatório, a partir de práticas educativas investigativas”, desenvolvida no mestrado profissional em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Ifes.





Não basta saber ler que 'Eva viu a uva'. É preciso compreender qual a posição que Eva ocupa no seu contexto social, quem trabalha para produzir a uva e quem lucra com esse trabalho.

Paulo Freire





SUMÁRIO

Apresentação	9
Bloco 1 - Ensaio teórico-metodológico	16
Pensamento Combinatório na perspectiva do Modelo do Campo Semânticos	17
Práticas Educativas Investigativas	19
Bloco 2 - Não sei quem você é, preciso saber!	21
Bloco 3 - Práticas Educativas Investigativas: Disparadores para a produção de significados e de conhecimentos matemáticos e não matemáticos.	25
Prática Educativa Investigativa 1:	28
Possibilidades no café da manhã	
Prática Educativa Investigativa 2:	39
Combinações Nutricionais e Realidade Social: Desafios do Almoço Saudável.	
Prática Educativa Investigativa 3:	49
O cuidado com o arranjo dos alimentos no cardápio escolar.	
Prática Educativa Investigativa 4:	58
Combinando frutos e frutas	
Bloco 4 - Práticas Educativas Investigativas para além da forma: Disparadores para produção de significados e de conhecimentos matemáticos e não matemáticos.	66
Prática Educativa Investigativa 5:	68
Possibilidades de um pequeno-almoço saudável e económico	
Prática Educativa Investigativa 6:	73
Pequeno almoço em Equilíbrio: Combinações possíveis e Proporções nutritivas.	
Prática Educativa Investigativa 7:	78
Almoço nutritivo em Tempos de Fome: Dados, Desafios e Possibilidades	
Prática Educativa Investigativa 8:	84
Almoço equilibrado: Combinações possíveis, proporções nutritivas e menu económico.	
Bloco 5 :O caminho se faz ao caminhar.	89
Bloco 6 :Material Complementar	91
Tarefa 1	94
Tarefa 2	96
Tarefa 3	97
Tarefa 4	99
Tarefa 5	101
Referências	102





Apresentação

Caríssimo educador ou educadora,

Esta obra não se configura como um livro didático com a pretensão de propor a análise combinatória como algo pronto e acabado a ser ensinado e aprendido, isso porque não inclui propostas didáticas e também não se dirige a atender a estrutura imposta por documentos oficiais da educação brasileira, que há muito já deixaram de funcionar como instrumentos orientadores, restringindo-se a amarrações burocráticas que tolhem o direito constitucional de liberdade de cátedra em prol de atender a interesses internacionais que prendem e restringem a ação educativa a avaliações de larga escala, amarrando as ações do docente a habilidades, competências, desenvolvimento de capacidades, descritores etc. Assim, não é de forma alguma um objeto mecânico para ensinar uma matemática hegemônica, uma ferramenta para ensinar para a matemática!

Dessa forma, o que este material representa então? Respondemos: uma possível proposta que, embora ligada ao currículo da educação básica, propõe o desenvolvimento do pensamento combinatório como uma indicação de pensamento, como uma forma de produzir significado, enquanto a combinatória passe a ser compreendida como um processo e não como um produto, pois é possível dar sentido à combinatória de muitas maneiras diferentes, sendo o pensamento combinatório apenas uma delas. Ou seja, partimos da premissa de que o desenvolvimento do pensamento combinatório é um meio (e não um fim) para um processo educacional mais amplo, que envolve uma proposta crítica, reflexiva, que leve ao engajamento, fazendo com que os estudantes reflitam sobre os seus hábitos alimentares e, sobretudo, que permita que se explicita na escola os modos de produção de significado da rua, produzindo legitimidade, dentro da escola, para os modos de produção de significado da rua – como ato político e ato pedagógico – afim de propor novos modos de produção de significado que se juntam aos da rua, ao invés de substituí-los (Lins, 1999).

Este ebook foi elaborado no decorrer do desenvolvimento de uma pesquisa de mestrado intitulada “Conhecimentos produzidos por estudantes do ensino médio envolvendo pensamento combinatório, a partir de práticas educativas investigativas” (Ferreira, 2024). Assim sendo, as Práticas Educativas Investigativas (PEI) que compõem este material foram (i) planejadas e desenvolvidas com a participação dos integrantes do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem), (ii) aplicadas e validadas em uma classe do segundo ano do ensino médio de uma escola pública brasileira capixaba – Escola Estadual Professora Maria de Lourdes Santos Silva – e (iii) reaplicadas em âmbito internacional em uma turma de mestrado em Ensino de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico – Escola Superior de Educação de Coimbra do Instituto Politécnico de Coimbra.

Ressaltamos que, em certos momentos deste ebook, apresentaremos relatos de nossas experiências com o intuito de evidenciar algumas possibilidades que possam surgir durante o processo de aprendizagem dos estudantes.





À vista disso, segue então uma breve caracterização dos capítulos que compõe este ebook – *Ler, produzir e enunciar: o desenvolvimento do pensamento combinatório em práticas educativas investigativas na educação alimentar*.

Nossa obra está dividida em seis blocos e cada um deles é constituído por um ou mais capítulos. Em todos os capítulos, mantivemos a intencionalidade de convidar o educador e a educadora a refletir a respeito do processo de desenvolvimento do pensamento combinatório dos estudantes, fornecendo subsídios para propor práticas educativas, com perspectiva investigativa em sua sala de aula, primando pelo exercício de se trabalhar em grupo, adotando o princípio da dialogicidade e da colaboração.

No primeiro bloco – *Ensaio teórico-metodológico* – apresentamos o pensamento combinatório na perspectiva do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e, em seguida, abordamos as Práticas Educativas Investigativas (PEI) alicerçadas nas ideias basilares do MCS, como aportes teórico-metodológicos.

O segundo bloco – *Não sei quem você é, preciso saber!* – contém um único capítulo, no qual disponibilizamos um conjunto de tarefas que tem o objetivo de investigar os hábitos alimentares dos estudantes, para posteriormente adaptar as PEI com a sua realidade.

O terceiro bloco – *Práticas Educativas Investigativas: Disparadores para a produção de significados e de conhecimentos matemáticos e não matemáticos* – é constituído por quatro capítulos e em cada um elencamos a educação alimentar e nutricional e algumas ideias matemáticas. Eles estão organizados da seguinte maneira:





Capítulo	Tema matemático	Tema não-matemático
Prática Educativa Investigativa 1: Possibilidades no café da manhã	Árvore das possibilidades	Monotomia Alimentar
Prática Educativa Investigativa 2: Combinações Nutricionais e Realidade Social: Desafios do Almoço Saudável	Princípio fundamental da contagem	Segurança Alimentar
Prática Educativa Investigativa 3: O cuidado com o arranjo dos alimentos no cardápio escolar	Arranjo	Programa Nacional de Alimentação Escolar
Prática Educativa Investigativa 4: Combinando frutos e frutas	Combinação	Frutíferas Nativas

No primeiro capítulo, discutimos de forma intuitiva as ideias e os objetos matemáticos que permitem pensar e refletir criticamente a respeito dos alimentos ingeridos no café da manhã, debatendo a monotomia alimentar. No segundo capítulo, também intuitivamente, abordamos o princípio fundamental da contagem como uma possível ferramenta que leve à discussão a segurança alimentar e nutricional no Brasil. Em seguida, apresentamos algumas ideias matemáticas que podem auxiliar na disposição ordenada de alimentos a fim de garantir um cardápio diversificado, saudável, equilibrado e nutritivo na escola. Por último, desenvolvemos uma abordagem, por meio dos agrupamentos, da importância da combinação adequada de frutos para uma alimentação saudável e equilibrada. Todas as PEI presentes nesses capítulos foram elaboradas e analisadas na perspectiva do MCS e dos princípios norteadores das PEI, com vistas a subsidiar o desenvolvimento do pensamento combinatório, estimulando a produção de significados matemáticos e não matemáticos durante o processo.

O quarto bloco – *Práticas Educativas Investigativas para além da forma: Disparadores para produção de significados e de conhecimentos matemáticos e não matemáticos* – é composto por quatro capítulos. Os vários capítulos dessa sessão foram estruturados para atender à realidade dos estudantes portugueses, por isso as tarefas estão adaptadas ao contexto cultural lusitano (língua, moeda, hábitos alimentares etc.). Em cada seção desse capítulo, procuramos utilizar o desenvolvimento do pensamento combinatório como uma potencialidade para pensar e produzir outras possíveis propostas de educação, como, por exemplo, educação financeira, educação socioambiental e educação matemática crítica.





O quarto bloco está organizado da seguinte maneira:

Capítulo	Tema matemático (conexões internas)	Tema não matemático (conexões externas)
Prática Educativa Investigativa 5: Possibilidades de um pequeno-almoço saudável e económico.	Árvore de possibilidades, números e operações.	Educação alimentar e nutricional, educação financeira.
Prática Educativa Investigativa 6: Pequeno almoço em Equilíbrio: Combinações possíveis e Proporções nutritivas.	Árvore de possibilidades, números e operações, unidade de medidas, dados, proporção	Educação alimentar e nutricional, educação financeira.
Prática Educativa Investigativa 7: Almoço nutritivo em tempos de fome: dados, desafios e possibilidades	Árvore de possibilidades, princípio fundamental da contagem, números e operações, comparação, dados, estatística.	educação alimentar e nutri- cional, educação estatística, educação sobre desigualdade social e económica, tecnologia
Prática Educativa Investigativa 8: Almoço equilibrado: combinações possíveis, proporções nutritivas e menu económico.	Árvore de possibilidades, princípio fundamental da contagem, números e operações, proporção, fração, comparação, dados, gráfico de setor, orçamento.	Educação alimentar e nutricional, educação financeira.

Ressaltamos que cada PEI também pode ser adaptada para atender ao contexto dos estudantes brasileiros.

O quinto bloco – *O caminho se faz ao caminhar* – contém um capítulo apenas, no qual abordamos nossas considerações finais.

O sexto e último bloco – Material Complementar – propõe tarefas que têm por objetivo estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório dos estudantes em situações problemas do dia a dia. Essas tarefas, com focos diferentes relacionados ao pensamento combinatório, possuem a meta de auxiliar o professor a avançar com as discussões matemáticas iniciadas durante a aplicação das PEI.





Resta encerrar esta apresentação lembrando que

Mais do que um grito em prol da liberdade, as práticas propostas visam romper com valores que nos atrelam ao instinto de rebanho, comprometendo-se com a possibilidade de se produzir conhecimento em prol da liberdade enquanto fim. O respeito à vida, ao indivíduo, ao coletivo, e, conseqüentemente, ao meio ambiente são princípios balizadores deste trabalho, da mesma forma que o afrontamento ao autoritarismo (Chaves, 2004, p. vii).





Prefácio

Em lembrança às nossas inquietações e preocupações, vivenciadas durante nossas trajetórias profissionais, pensamos neste ebook como um conjunto de ideias que possa se opor à educação meritocrática, burocrática, oca e bancária e aos seus dispositivos de controle, como, por exemplo, à proposta de se educar para a matemática, que se apresenta de forma positivista, cujo objetivo é o controle e a defesa de uma educação para o consumo de valores, ideias e mercadorias – portanto, de verdades fabricadas que comparam o desempenho dos estudantes brasileiros aos estudantes com perfil socioeconômico parecido em países com o mesmo perfil do Brasil para fixar, alijar e propagar a máxima meritocrática de que o desempenho dos estudantes brasileiros, em todos os estratos sociais, é pífio e muito abaixo da média, no que se refere ao aprendizado de matemática.

Partindo disso, propomos incentivar um trabalho que enfatize a maneira intuitiva de resolver problemas que envolvam análise combinatória e, portanto, o desenvolvimento do pensamento combinatório. A partir dessa intenção, dirigimos este ebook aos educadores e às educadoras da educação básica que ensinam matemática, convidando-os a refletir conjuntamente a respeito de possíveis processos de se trabalhar a partir da análise combinatória, oferecendo subsídios para propor práticas educativas investigativas (PEI) em suas salas de aula, tendo como referencial o Modelo dos Campos Semânticos (MCS).

Os documentos oficiais brasileiros propõem que o ensino da análise combinatória ocorra no 4º, 5º e 8º ano do ensino fundamental e, no que tange ao ensino médio, que se faça presente sem indicação de seriação, mas sendo comumente trabalhado na segunda série. Embora não coadunemos com os lastros teóricos e epistemológicos basilares dos documentos oficiais da educação brasileira – bem como com a sua concepção neoliberal e muito menos com a forma impositiva imputada para colocá-la em marcha como dispositivo de controle nas escolas –, é inegável que tais normativas se constituem como instrumentos burocráticos que visam atender aos interesses das propostas de avaliação em larga escala vigentes nas escolas brasileiras, sejam elas públicas ou privadas.

Por isso mesmo, as PEI apresentadas nesta obra, mesmo que mantenham uma relação intrínseca aos conteúdos programáticos, acabam por romper com o assujeitamento de alunos e de professores, exaltando valores de convivência igualitária, de colaboração e de solidariedade (Chaves, 2004).

Nessa perspectiva, nós nos distanciamos das concepções que orientam os documentos curriculares brasileiros, bem como dos fundamentos ideológicos do positivismo, e assim nos pautamos nos princípios libertários de uma proposta que se opõe à concepção panóptica de educação. Logo, ao optarmos por trabalhar com PEI e ao adotarmos como alicerce epistemológico o Modelo dos Campos Semânticos, nos pautamos em uma ação política que propõe romper com a dicotomia oprimido e opressor, ao passo que os estudantes, em contato com a realidade de seu ambiente, não só ampliem o seu espectro em relação à aprendizagem, mas também possam vir a desenvolver atitudes criativas no que diz respeito ao mundo à sua volta, enquanto que os educadores e as educadoras, nesse processo, passam a exercer a posição de promotores de uma educação que possa





levar à incorporação de uma análise de uma realidade (socio)ambiental para que se oponham àquela educação na qual o estudante é treinado para ignorar as consequências de seus atos, pensando globalmente, mas agindo localmente.

A par disso, numa dimensão pedagógica, nos preocupamos que as ideias matemáticas possam surgir a partir da necessidade de se obter respostas à situação que se está investigando e, dessa maneira, que essas ideias possam se constituir como objetos no processo de construção de significados e de conhecimentos. Sendo assim, vislumbramos apresentar um conjunto de PEI referenciado epistemologicamente pelo MCS e que por meio do desenvolvimento do pensamento combinatório permita aos estudantes produzirem significados para a análise combinatória e o seu cotidiano, tendo como ponto de partida os seus hábitos alimentares, promovendo a produção de conhecimentos matemáticos e não matemáticos em sala de aula.

A findar, recordamos que, na nossa intenção, este material não tem a finalidade de ensinar operações combinatórias, mas, sim, de estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, valorizando as maneiras distintas de operar. Assim, propomos um conjunto de PEI que possa servir de apoio para impulsionar (transformar) possíveis práticas pedagógicas em sala de aula, buscando incentivar um trabalho que enfatize a maneira intuitiva de resolver problemas envolvendo o desenvolvimento do pensamento combinatório. Além disso, como registro importante, esta produção permite mudanças e flexibilidade, a depender do contexto e dos interesses daquele(a) que irá aplicá-lo, desenvolvê-lo e replicá-lo. Afinal,

Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos. [...]
(Lins, 1999, p. 85).

Não escondemos que pesa a angústia de tal responsabilidades. Novos atores, novos cenários...

Coimbra, maio de 2024.

Os autores.



Ensaio teórico-metodológico

[...] Defendo também que a adoção de pressupostos teóricos deve ter impacto na vida profissional da pessoa, e isto é válido tanto para o pesquisador quanto para o profissional de sala de aula.

Não basta citar autores (mesmo os tendo lido, pior se não os lemos) apenas para obter legitimidade acadêmica ou profissional. O papel da reflexão teórica deve sempre ser o de nos oferecer a oportunidade de fazermos escolhas, e estas escolhas nos dão a oportunidade de refinarmos nosso olhar e de tornarmos mais bem definido nosso projeto profissional (Lins, 1999, p. 93).

Pensamento Combinatório na perspectiva do Modelo dos Campos Semânticos

Primeiro, para os não familiarizados com o assunto, espero criar uma oportunidade para que entendam em que consiste a “questão epistemológica”; ao mesmo tempo, espero convencê-los da importância, para a Educação Matemática, de discutir-se noções como “conhecimento” e “significado”, em particular em relação à Matemática e à aprendizagem. Para aqueles já familiarizados com o tema, esta introdução tem o papel de esclarecer alguns pontos que são básicos em minha posição epistemológica (Lins, 1993, p. 75).

Considerando que “o cálculo combinatório é um procedimento matemático que, fazendo uso de algumas regras de enumeração, permite a contagem expedita dos diferentes modos de agrupar objectos ou descrever acções que impliquem construção de sequências ou caminhos” (Amaral, Gomes, Palhares, 2011, p. 127) , e que “a Matemática é um texto, e não conhecimento; tem-se conhecimento apenas na medida em que pessoas se dispõem a enunciar este texto” (Lins, 1994, p. 29), entendemos que a análise combinatória é um texto que possui uma das seguintes características:

- (i) **Estruturas e Relações Discretas:** "estruturas discretas" são aquelas em que os elementos podem ser contados individualmente, isso inclui conjuntos finitos, como diferentes tipos de alimentos em um plano alimentar diário. As "relações discretas" se referem a como esses elementos se relacionam de maneira definida e específica, como a interação entre diferentes nutrientes em um plano alimentar.
- (ii) **Contagem:** envolve métodos para determinar o número de maneiras de selecionar, de organizar ou de combinar elementos de um conjunto. Isso inclui o princípio aditivo (maneiras distintas e mutuamente exclusivas de fazer uma escolha), como, por exemplo, quantas maneiras existem para escolher entre 6 opções de frutas e 4 opções de vegetais; e o princípio multiplicativo (quando a seleção pode ser realizada em etapas sucessivas, onde a escolha de uma etapa não interfere na outra), como, por exemplo, quantas maneiras existem para escolher 3 tipos de frutas num cardápio de 10 opções.
- (iii) **Organização:** envolve as diferentes maneiras de organizar ou de dispor os elementos. Isso inclui arranjos (organizações ordenadas de elementos), como a ordem das refeições num plano alimentar, e combinações (seleções de elementos sem considerar a ordem), como a seleção de ingredientes para uma salada.
- (iv) **Análise de conjuntos finitos:** investigar um número finito de elementos, como os diferentes pratos de um menu, ou todas as possíveis combinações de refeições que incluem pelo menos uma fonte de proteína, um vegetal e um carboidrato.
- (v) **Elementos considerados individualmente:** elementos que são distintos e que podem ser separados, como diferentes tipos de alimentos numa lista de compras ou os nutrientes específicos em cada refeição.

Importa destacar que, para nós, o que é ou não análise combinatória fica definido neste contexto: há acordos permanentemente negociados e diferentes grupos (culturas) vão "adotar" textos distintos. Nós adotamos posição similar a Lins (1994a), que postula que a **análise combinatória é um texto** que possui uma das características mencionadas anteriormente e que o **pensamento combinatório é um entre outros modos de produzir significados para a combinatória**. Além disso, consideramos conhecimento combinatório sempre que se enuncie, que se fale um conhecimento relativo a esse texto.

“[...] um conhecimento consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo em que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autorizando a dizer o que diz)” (Lins, 2012, p. 12, destaques do original).

“[...] significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz significado” (Lins, 2012, p.28).

A partir do referido anteriormente, consideramos que o pensamento combinatório pode ser entendido como uma indicação de pensamento, como uma forma de produzir significado, enquanto a combinatória pode ser entendida como algo a ser compreendido, pois é possível dar sentido à combinatória de muitas maneiras diferentes, sendo o pensamento combinatório apenas uma delas.

Como concebera Lins em relação ao pensamento algébrico, o pensamento combinatório é uma forma de organizar o mundo modelando situações. Em Lins (1992), o pensamento combinatório pode ser entendido como uma possível intenção, isso é, “[...] ‘uma maneira pela qual quero fazer as coisas’, mesmo nos casos em que os conceitos ou métodos necessários para levar a cabo essa intenção não estão disponíveis ou desenvolvidos [...]” (Lins, 1992, p. 11, destaques do original).

Práticas Educativas Investigativas

A PEI é uma prática pautada nos princípios libertários, segundo uma leitura a partir de um autor, que fazemos e que possibilita aos envolvidos no processo, subverter o que está posto, desestabilizando os mecanismos de controle de uma proposta pedagógica panóptica (Chaves, 2004, p. 170, destaque do original).

Para o desenvolvimento de uma PEI, é fundamental “[...] o papel de livre-pensador (que instiga o aluno a exercer o direito de experimentar, confrontar, agir e pensar por si só e a fazer escolhas)” (Chaves, 2004, p. 156, destaque do original). Desse modo, ao trabalharmos com uma PEI, nos propomos a romper com a dicotomia oprimido e opressor, visto que “o caráter colaborativo emerge e o professor exerce um papel extremamente importante neste processo: orientando” (Ibid., 2004, p. 169).

Assim, ao optarmos por trabalhar com PEI, adotamos uma ação política que visa romper com o sujeitamento de alunos e de professores, exaltando valores de convivência igualitária e de solidariedade, e que está pautada nos sete princípios norteadores proposto por Chaves (2004):

O primeiro princípio – o da liberdade de expressão – pertinente ao professor; consiste em deixar que o aluno fale, que produza incertezas e que discuta o erro como forma de propiciar a construção de novos aprendizados.

O segundo princípio – o da ordem natural (primeiro surge o problema e depois o instrumental para enfrentá-lo) – consiste em permitir que o conteúdo surja a partir da necessidade de se obter respostas para a situação que se está investigando.

O terceiro princípio – o colaborativo – consiste em assinalar o tipo de interferência que o professor realiza nos grupos. Sua participação é fundamental na organização do processo, o que não significa que ele deva centralizar informações, nem tampouco que deva passá-las aos alunos como algo pronto e acabado; pois, com este mesmo posicionamento, o professor não perde de vista que não há o caminho, a verdade; mas que existem verdades e caminhos que devem ser discutidos, refletidos e negociados.

O quarto princípio – o da integração – consiste em facultar que ocorra uma discussão conjunta com diversas áreas do conhecimento, não se tratando mais de um trabalho de Matemática ou de Física.

O quinto princípio – o da intervenção – é estratégico, consiste em implementar uma PEI voltada para situações locais que envolvam o aluno e o seu habitat (escola, comunidade, família etc.), de tal forma que ele possa utilizar a Matemática como uma ferramenta, um conjunto de técnicas que o possibilite construir conhecimentos que lhe permitam intervir nestas situações locais, com o propósito de operar possíveis transformações nos quadros socioambientais apresentados.

O sexto princípio – o do dispositivo tático – consiste em desenvolver a produção de conflitos, incertezas e confrontos que propiciem a construção de conhecimentos para se contrapor às verdades impostas pela produção de conhecimentos que minimizam, ocultam ou mascaram os problemas típicos das questões socioambientais existentes.

O sétimo princípio – o da liberdade enquanto fim – como expressão genuína da criatividade e de espontaneidade dos indivíduos no processo de aprendizagem dos conhecimentos tem grande relevância em uma PEI (Ibid., p. 127-130.).

Chaves (2004) defendia a ideia de que um estudante, em contato com a realidade de seu ambiente, não só amplia o seu espectro em relação à aprendizagem, mas também desenvolve atitudes criativas em relação ao mundo à sua volta. Nesse processo, os professores passam a exercer a posição de promotores de uma educação que possa levar à incorporação da análise de

uma realidade (socio)ambiental, para que se oponham àquela educação na qual o estudante é treinado para ignorar as consequências de seus atos.

Compreendemos que o foco é investigar o processo e analisar os possíveis conflitos gerados à produção do conhecimento, pois é no processo que o professor pode gerar incertezas e, a partir dessas incertezas, estimular o estudante a buscar novas descobertas que possam produzir novas verdades e valores, possibilitando que ele intervenha no mundo e mude a sua realidade (Chaves, 2004).

Diante do exposto, entendemos que ao implementarmos uma PEI abordando questões voltadas para a educação alimentar e nutricional, “com a intenção de desestabilizar a inércia mantenedora do sistema educacional que, a serviço do capital, educa para o consumo, adestra e sujeita o indivíduo a partir de seus dispositivos de manutenção de poder” (Chaves, 2004, p. 159), possibilitaremos, principalmente, a sustentação dos princípios da integração, da colaboração e da liberdade de expressão.

Bloco 2

Não sei quem você é, preciso saber!

Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos (Lins, 1999, p. 85).

Questionário Inicial

Objetivo:

Investigar hábitos alimentares dos estudantes para posteriormente adaptar as PEI à sua realidade.

Materiais necessários:

Questionário impresso;

Lápis ou caneta;

Borracha.

Questionário:

[Clique aqui para acessar o Questionário](#)



Caríssimo educador ou educadora,

Propomos a aplicação do questionário “Não sei como você é, preciso saber!” (Figura 1) para que seja possível ter pelo menos uma noção da realidade dos educandos. A partir dos dados produzidos, será possível adaptar as PEI contidas neste ebook às preferências alimentares da sua classe, pois “É importante que o que acontece em sala de aula sirva para ampliar o mundo dos alunos, e não apenas para ensinar o que os livros didáticos, tantas vezes mal informados, dizem que deve ser ensinado!” (Lins, 2014, p. 20).

Figura 1 - Questionário Inicial: Não sei quem você é, preciso saber!

Não sei quem você é, preciso saber!					
SOBRE SEUS HÁBITOS ALIMENTARES					
1. Quantas vezes você come por dia?					
2. Quais os alimentos presentes em seu café da manhã?					
3. Quais alimentos você inclui regularmente no seu almoço?					
4. O que você costuma jantar?					
5. Quais são suas frutas e legumes favoritos?					
6. Quais frutas você come durante o dia?					
7. Que tipo de proteína animal você come mais? (boi, frango, porco, peixe, ovo)					
8. Se você é vegetariano, que tipo de proteína você consome?					
9. Qual <i>fast food</i> você consome?					
10. Pensando nos seguintes alimentos: frituras, embutidos como mortadela e linguiça, doces, balas, bolos. Você costuma comer alguns deles? Quais?					
11. Você realiza atividade física fora da escola? Qual atividade você realiza?					
12. Em média, com que frequência você faz as seguintes refeições no último mês? (marque com um X no local apropriado):					
Refeição	Todos os dias	5-6 vezes na semana	3-4 vezes na semana	1-2 vezes na semana	Nunca
Café da manhã					
Lanche da manhã					
Almoço					
Lanche da tarde					
Jantar					
Ceia (Lanche antes de dormir)					
13. Você identifica a presença da matemática em situações que envolva uma alimentação saudável?					
() Sim () Não					
Se sua resposta foi sim, dê exemplos.					

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).



Professor ou professora, sugerimos que, ao concluir o questionário, você adapte as PEI de acordo com as preferências alimentares de seus estudantes. O objetivo é compreender os hábitos alimentares dos estudantes e ajustar as PEI para que elas estejam alinhadas com esses hábitos, garantindo que as práticas reflitam a realidade da sua turma.

Ressaltamos: A proposta aqui não é apenas identificar os hábitos alimentares dos estudantes, mas também o (re)planejamento de práticas educativas investigativas interessantes e relevantes para os alunos, para que se possa constituir um espaço comunicativo no qual os significados da rua possam ter legitimidade (Lins, 1999, p. 92).



Bloco 3

**Práticas Educativas Investigativas:
Disparadores para a produção de significados e
de conhecimentos matemáticos e não matemáticos**

Não é apenas a aplicabilidade da Matemática que está em jogo, mas a possibilidade de mostrarmos que no mundo real não há essa exatidão que normalmente exigimos em nossas aulas (Chaves, 2005, p. 126).

Caríssimo educador ou educadora,

Pensamos que durante o desenvolvimento das PEI que compõem este bloco seja possível aflorar as seguintes ideias:

(1) a condição *sine qua non* do papel do livre-pensador é instigar o estudante a exercer o direito de experimentar, de confrontar, de agir e de pensar por si só e a fazer escolhas (Chaves, 2004);

(2) romper com a dicotomia oprimido e opressor, pois o caráter colaborativo pode estar presente e ser preponderante em todas as práticas, exaltando valores de convivência igualitária e de solidariedade, possibilitando que você exerça o papel de orientador das práticas (Chaves, 2004) em um processo de descentramento, tal como proposto no MCS;

(3) explicitar, na escola, modos de produção de significados da rua, produzindo legitimidade dentro do ambiente para modos de produção de significados da rua (como ato político e ato pedagógico), propondo novos modos de produção de significados, juntando aos significados da rua, ao invés de substituí-los (Lins, 1999);

(4) colocar em curso

Uma Matemática atual, que trate de questões reais, que dialogue com a realidade da comunidade na qual estão inseridos e traga o mundo para eles. Desejamos que esses estudantes percebam que a Matemática está muito presente em suas vidas e em seu cotidiano, por meio das tecnologias atuais e desenvolvendo um currículo dinâmico, atual e interessante, além de articulado com as demais áreas (ES, 2020, p. 2)

(5)

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (Brasil, 2017b, p. 535).

Além de buscar uma interface entre os princípios norteadores das PEI, as noções elementares do MCS e a matemática escolar, as práticas em questão visam possibilitar que o estudante possa observar quais conhecimentos envolvendo pensamento combinatório são produzidos por ele durante um processo de ensino e de aprendizagem pautado em práticas educativas investigativas.

Destacamos que não especificamos uma quantidade de aulas necessárias para o desenvolvimento das PEI, pois não operamos por tal espectro, visto que cada sala de aula é um mundo diferente. Entretanto, em nossa experiência, foi necessário um total de 12 aulas de 50 minutos. Durante a primeira e a segunda PEI, utilizamos duas aulas. Já para as duas últimas PEI, utilizamos quatro aulas. Em consonância com o MCS, entendemos que o desenvolvimento de tais PEI em outras



salas de aula constituirá novos modos de produção de significados, novos intervalos de tempo e novas realidades. Dessa forma, você professor ou professora tem a liberdade de usar e de alterar as PEI de acordo com as demandas de seus estudantes, sejam elas socioculturais e/ou socioambientais.

Ressaltamos que as PEI contidas neste bloco possuem a intencionalidade de te convidar a refletir a respeito de um processo – o processo de produção de significado no desenvolvimento do pensamento combinatório –, oferecendo subsídios para propor novas PEI em sua sala de aula.

ATENÇÃO



Caríssimo educador ou educadora, lembre-se:

Os significados e os conhecimentos produzidos, além de serem da ordem da fala, são múltiplos e isso implica que significados produzidos por um(a) estudante não necessariamente serão produzidos por outro(a)s e daí surge a importância do diálogo e da apresentação em plenária, para que se possibilite que espaços comunicativos sejam compartilhados, mesmo que as falas não convirjam.

Lembre-se também:

É importante estimular os participantes a falarem, afinal, “[...] conhecimento é do domínio da fala, e não do texto” (Lins, 1994a, p. 29). Como diz o educador matemático Luiz Roberto Ribeiro Baldino, “aprende quem fala e ensina quem escuta!”. Para que o(a) estudante possa vir a se tornar um(a) protagonista no processo, é fundamental ouvi-lo(a) e dialogar, abandonando o tom homilético. É necessário um convite a chamá-lo(a) à coautoria e à coparticipação do processo.



Prática Educativa Investigativa 1

Possibilidades no café da manhã

Objetivos:

Apresentar e discutir ideias matemáticas que envolvam árvores de possibilidades ou diagrama de árvore, com a intenção de analisar e de discutir a respeito de alimentos ingeridos no café da manhã.

Materiais necessários:

Televisor ou equipamento data show;

Material impresso (PEI);

Lápis ou caneta;

Borracha;

Lápis coloridos;

Pincel.

Prática Educativa Investigativa:

[Clique aqui para acessar a PEI](#)



Figura 2 – PEI 1: Tarefa 1 a 3

1) Após a leitura do texto, discuta com seus colegas qual a função dos carboidratos, proteínas, vitaminas, fibras e gorduras. Caso necessário, pesquisem na internet.

2) Quais alimentos você inclui regularmente no seu café da manhã? Você o considera saudável?

3) Complete a tabela listando carboidratos, proteínas e frutas que você costuma consumir no café da manhã.

O meu café da manhã

Carboidrato	Proteína	Fruta

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A primeira tarefa (Figura 2) tem como objetivo incentivar o aluno a redigir as suas compreensões sobre os nutrientes, seja a partir dos textos lidos ou das aulas de ciências. Na segunda tarefa (Figura 2), busca-se promover um diálogo em sala de aula sobre os hábitos alimentares da turma. Na terceira tarefa (Figura 2), o objetivo é que a maneira como os alunos listam e quantificam os alimentos possa produzir significados para a composição nutricional da sua primeira refeição do dia. Entendemos que o desenvolvimento dessas tarefas, aliado à discussão do texto *Você faz um café da manhã adequado?*, permitirá aos estudantes produzirem significados para os gêneros alimentícios que devem ser ingeridos café da manhã.

Figura 3 – PEI 1: Tarefa 4

4) Observando a tabela construída na questão anterior, responda: (i) Qual grupo de alimentos no qual você apresentou **mais** opções? (ii) Qual grupo de alimentos no qual você apresentou **menos** opções? (iii) Justifique apontando os motivos pelos quais você listou **mais** ou **menos** opções.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na quarta tarefa (Figura 3), o objetivo é promover a produção de significados relativos à distribuição de alimentos em diferentes grupos nutricionais. Aqui, é possível que as respostas sejam dadas em termos de números de itens listados em cada grupo alimentar. Isso pode ajudar a perceber padrões dietéticos e identificar áreas que necessitam de maior diversificação para alcançar um

equilíbrio nutricional adequado. Então, além de listar os alimentos (tarefa 3), os estudantes poderão contar quantas opções de cada grupo apresentou para comparar e analisar a distribuição dos nutrientes em sua primeira refeição.

Durante o desenvolvimento da nossa interação, nas tarefas de 1 a 4, identificamos a importância de se discutir a relação dos hábitos alimentares com a cultura de um grupo social. Desse modo, sugerimos que, ao conduzir essa tarefa, seja proposto um ambiente de reflexão a respeito da alimentação como uma prática cultural, que reflete tradições, valores, crenças e identidade de um povo.

Figura 4 - PEI 1: Tarefa 5

5) De acordo com o texto, um café da manhã equilibrado, deve ser composto por 1 (uma) fonte de carboidrato, 1 (uma) fonte de proteína e 1 (uma) fonte de fruta. Sendo assim, admitindo os conjuntos abaixo e os alimentos de sua preferência, monte um "café da manhã adequado"

Carboidratos

Pão integral

Pão Francês

Batata doce

Proteína

Ovos

Queijo

Fruta

Banana

Mamão

Laranja

Um café da manhã adequado

Carboidrato	Proteína	Fruta

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na tarefa 5 (Figura 4), no desenvolvimento do pensamento combinatório, objetiva-se que o estudante elabore e organize uma única maneira para a composição do café da manhã, levando em consideração todas as possibilidades de carboidrato, de proteínas e de frutas.

Após a criação das possibilidades, é recomendável questionar os alunos perguntando, por exemplo,

o seguinte: "Se você mantivesse a proteína e a fruta escolhidas, haveria outra opção para o café da manhã?" Esse tipo de pergunta pode estimular os estudantes a constituírem novas combinações e a ampliar as suas opções de escolha para a primeira refeição do dia.

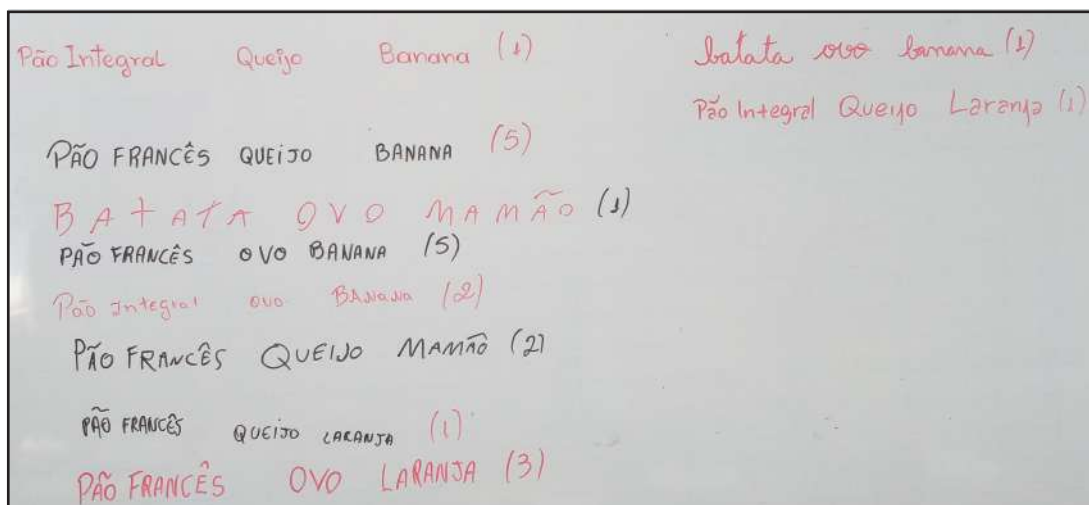
Figura 5 - PEI 1: Tarefa 6

6) Compare seu "café da manhã adequado" com os de seus colegas.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na tarefa 6 (Figura 5), o objetivo é que os estudantes, ao compararem o seu próprio café da manhã com os dos colegas, possam explorar outras combinações, com o propósito de, na medida do possível, procurar quebrar a monotonia alimentar e discutir as suas preferências alimentares pessoais. Recomendamos que as diversas opções de café da manhã da turma sejam listadas explicitamente no quadro (Figura 6), permitindo que os estudantes analisem todas as possibilidades elaboradas. Professor(a), com a sua participação/interação, os estudantes poderão explorar e elaborar todas as combinações possíveis de alimentos para o café da manhã com os alimentos disponíveis.

Figura 6 - PEI 1: Opções de café da manhã da turma listadas no quadro



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 7 - PEI 1: Tarefa 7

7) Se pedíssemos para um aluno de outra turma, montar uma opção para o café da manhã, existiria alguma possibilidade desse prato ser diferente dos que nós listamos? Justifique.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na tarefa 7 (Figura 7), o objetivo é que os estudantes listem o total de combinações possíveis de alimentos para o café da manhã. Professor(a), em nossa intervenção, no desenvolvimento da tarefa 7, alguns estudantes começaram a operar aritmeticamente (Figura 7, Figura 8, Figura 9). Sendo assim, sugerimos que ofereça um espaço para que os estudantes possam compartilhar suas ideias, dúvidas, questionamentos e as maneiras de operar, afinal, eles podem produzir outros significados a partir das enunciações de seus companheiros(as).

Figura 8 - PEI 1: Resolução apresentada pelo participante Kakaty

[RE_{1.757}] – Kakaty – Professora, não era mais fácil fazer logo a multiplicação para saber a quantidade?
 [RE_{1.758}] – Izaque – É, era melhor.
 [RE_{1.759}] – Nordeste – Como assim? Explica pra gente, por favor.
 [...]
 [RE_{1.762}] – Kakaty – Multiplicar todos por todos.
 [RE_{1.763}] – Nordeste – Kakaty, o que aconteceria se multiplicássemos todos por todos?
 [RE_{1.764}] – Kakaty – Ia saber quantos.
 [RE_{1.765}] – Emebê – Mas multiplicar o que por todos? Todos o quê?
 [RE_{1.766}] – Izaque – Aqui ó... as possibilidades.
 [...]
 [RE_{1.845}] – Kakaty – Para chegar à solução, era somente multiplicar. Para saber quantas variedades, somente multiplicar. De carboidratos tinham três, então só pegar o três vezes, as proteínas que tinham: duas. Que era o ovo e queijo, e de frutas tinham três, três variedades.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 9 - PEI 1: Resolução apresentada pelo participante Park Ian

[RE_{1.863}] – Nordeste – A Park Ian disse que não multiplicaria. O que você fez?
 [RE_{1.864}] – Park Ian – No pão integral, eu fiz uma setinha, e aqui [apontando para o queijo] deu três.
 [RE_{1.865}] – Nordeste – Então o pão integral com o ovo, gerou três possibilidades.
 [RE_{1.866}] – Nordeste – Anota do lado, como você fez.
 [RE_{1.867}] – Kakaty – O pão integral com queijo também.
 [RE_{1.868}] – Park Ian – O pão integral com o queijo também deu três. E aí, eu fiz, o pão francês tanto o ovo quanto o queijo que também cada um deu três. Eu fui contando, cada um dá três, no final, somando tudo, dá 18 também.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 10 - PEI 1: Tarefa 8

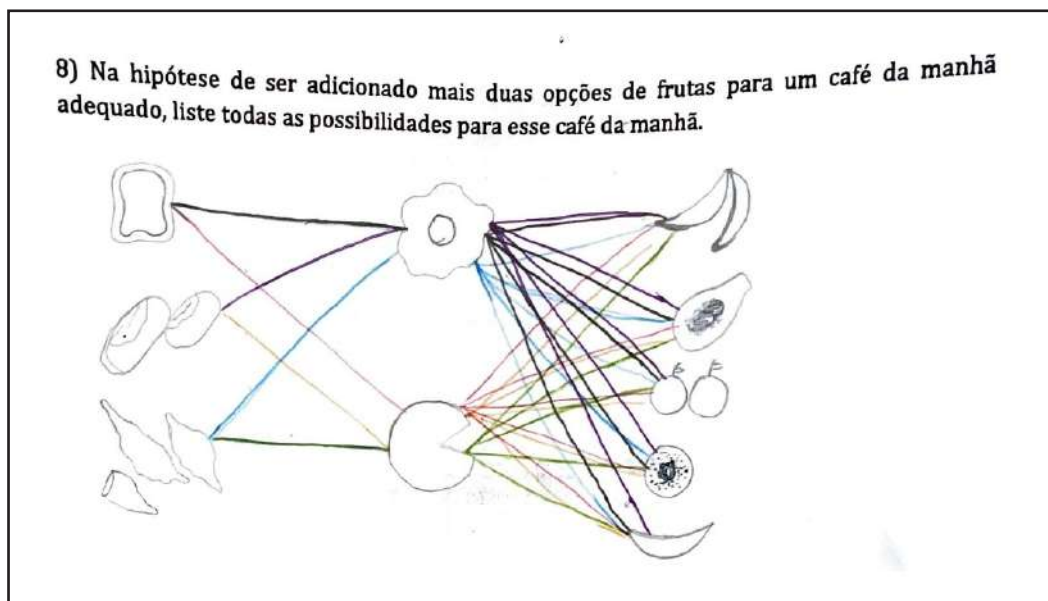
8) Na hipótese de ser adicionado mais duas opções de frutas para um café da manhã adequado, liste todas as possibilidades para esse café da manhã.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).



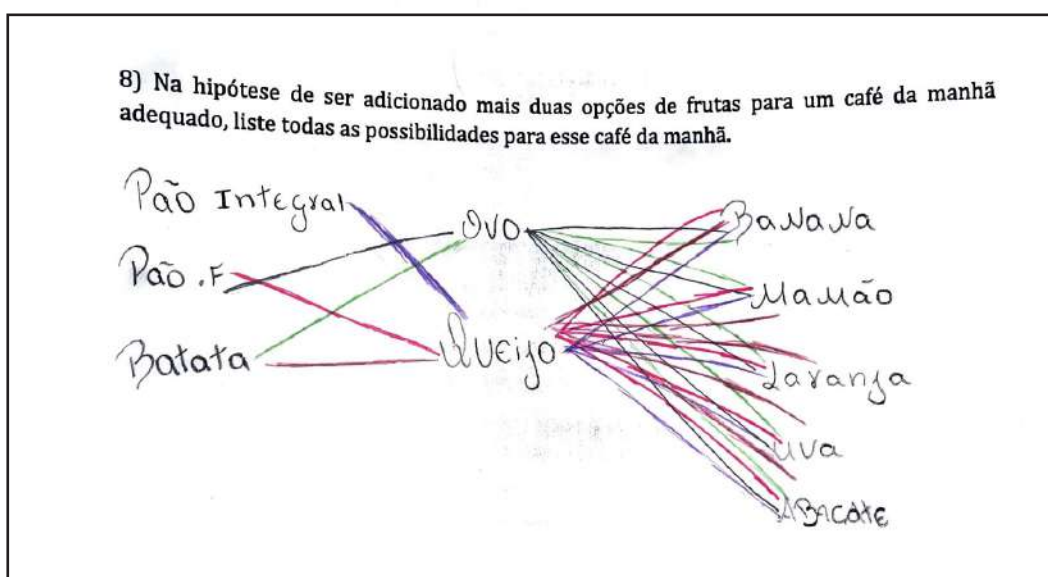
Na tarefa 8 (Figura 10), o objetivo é que os estudantes explorem as diferentes combinações de alimentos, levando em consideração as novas opções de frutas. Em nossa interação, no desenvolvimento da tarefa 8, os participantes, mesmo o professor não sugerindo quaisquer formas de representação, apresentaram diversas interpretações, como desenhos (Figura 11), esquemas (Figura 12), notação (Figura 13), diagramas (Figura 11, Figura 12). Logo, sugerimos incentivar a criação de representações próprias e estimular os estudantes a interpretar as diversas representações matemáticas presentes em classe.

Figura 11 - Resolução por meio de figuras apresentada pela participante Isabelly



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 12 - Resolução por meio de diagrama apresentada pela participante Vitória



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

8) Na hipótese de ser adicionado mais duas opções de frutas para um café da manhã adequado, liste todas as possibilidades para esse café da manhã.

C	P	F
C 1	P 1	F 1
C 2	P 2	F 2
C 3	P 1	F 3
	P 2	F 4
	P 2	F 5

$3 \times 2 \times 5 = 30$

C	P	F
C 1	P 1	F 1 = 5
C 2	P 1	F 2 = 5
C 3	P 1	F 3 = 5
C 1	P 2	F 4 = 5
C 2	P 2	F 5 = 5
C 3	P 2	F 6 = 5

$5 = 30$

Na tarefa 9 (Figura 14), o objetivo é promover a reflexão dos participantes em relação à monotonia alimentar. Os estudantes podem compreender que, ao repetirem constantemente as mesmas escolhas alimentares, estão restringindo as possíveis combinações, o que pode resultar em monotonia alimentar e na perda de oportunidades de explorar combinações nutritivas e saborosas. A matemática poderá surgir como uma ferramenta que ajuda a visualizar e a compor as diferentes combinações alimentares, incentivando a diversificação e a criação de refeições nutritivas e saborosas.

Você já ouviu falar em monotonia alimentar? Antes de prosseguir, pesquise a respeito.

9) Será que escolher sempre as mesmas opções de alimentos para o café da manhã pode levar à monotonia alimentar e ao desperdício de outras possíveis combinações?

Você já ouviu falar do *Guia Alimentar para a População Brasileira*? Não? Sugerimos então que vá a página eletrônica do Ministério da Saúde (https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-brasil/publicacoes-para-promocao-a-saude/guia_alimentar_populacao_brasileira_2ed.pdf/view) e leia o documento.



65  84  $\div$ 07 $<$ $\times$ 2  3  $\div$ $+$ 26 $\sqrt{}$



Durante a nossa intervenção, no desenvolvimento da tarefa 9, a maioria dos estudantes desconhecia o termo “monotonia alimentar”. Portanto, sugerimos a apresentação do *Guia Alimentar para a População Brasileira*¹, com o propósito de abordar e de discutir a monotonia alimentar, visto que no desenvolvimento das tarefas antecedentes é possível que os estudantes identifiquem e relatem intuitivamente a monotonia alimentar em seus hábitos alimentares.

Figura 15 – PEI 1: Tarefa 10

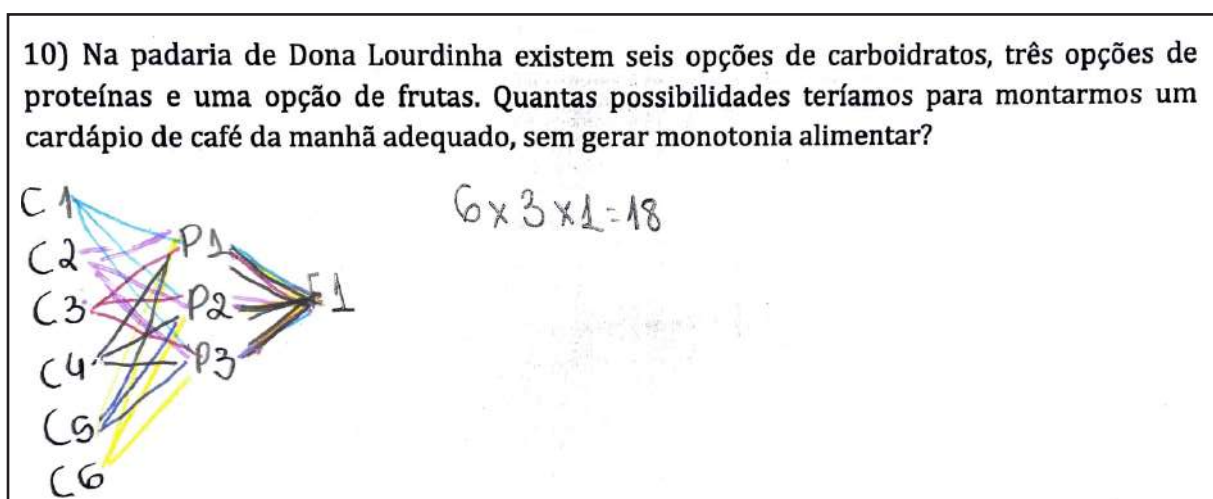
10) Na padaria de Dona Lourdinha existem seis opções de carboidratos, três opções de proteínas e uma opção de frutas. Quantas possibilidades teríamos para montarmos um cardápio de café da manhã adequado, sem gerar monotonia alimentar?

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na tarefa 10 (Figura 15), diferentemente das tarefas anteriores, o objetivo é que os estudantes quantifiquem o total de combinações possíveis para montar um cardápio de café da manhã adequado, levando em consideração as opções disponíveis de carboidratos, de proteínas e de frutas, sem gerar monotonia alimentar.

Em nossa intervenção, no desenvolvimento da tarefa 10, surgiram diferentes maneiras de operar (Figura 16, Figura 17, Figura 18) e os participantes produziram significados intuitivos em relação à árvore de possibilidades, ao princípio multiplicativo e ao princípio aditivo. Nesse contexto, recomendamos observar a maneira de operar de cada participante e incentivá-los a desenvolver e a investigar a sua própria abordagem.

Figura 16 – PEI 1: Resolução apresentada pela participante Monique



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

¹ https://gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-brasil/publicacoes-para-promocao-a-saude/guia_alimentar_populacao_brasileira_2ed.pdf/@download/file

Figura 17 - PEI 1: Resolução apresentada pelo participante Kakaty

10) Na padaria de Dona Lourdinha existem seis opções de carboidratos, três opções de proteínas e uma opção de frutas. Quantas possibilidades teríamos para montarmos um cardápio de café da manhã adequado, sem gerar monotonia alimentar?

6 carboidratos $\times$ 3 proteínas $\times$ 1 fruta = 18 possibilidades

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 18 - PEI 01: Resolução apresentada pelo participante Isaque

10) Na padaria de Dona Lourdinha existem seis opções de carboidratos, três opções de proteínas e uma opção de frutas. Quantas possibilidades teríamos para montarmos um cardápio de café da manhã adequado, sem gerar monotonia alimentar?

6 C 18 Possibilidades
3 P
1 F

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A nossa intervenção nos levou ao entendimento de que, no decorrer do conjunto de tarefas desta Prática Educativa Investigativa (PEI 1) - Possibilidades do Café da Manhã, com o estímulo do desenvolvimento do pensamento combinatório, foi possível observar que diversos significados não matemáticos foram produzidos.

Nossa leitura é de que, ao passo que o(a)s estudantes discutam a respeito de alimentos ingeridos no café da manhã, seja possível debater ideias matemáticas que envolvam intuitivamente a árvore de possibilidades. Esse processo, além de oportunizar a produção de significados (intuitivamente) para a árvore de possibilidades, um dos objetivos desta PEI, pode desencadear a produção de outros significados matemáticos, especificamente para o princípio multiplicativo e o princípio aditivo. Afinal, “[...] em salas de aula sempre acontece algo novo, não pensado anteriormente, algo que oferece outras oportunidades para outros processos de produção de significados ocorrerem” (Santos; Viola, 2020, p. 44).

Ao término desta PEI, antes da aplicação da PEI 2, explicamos aos estudantes que o esquema desenvolvido por alguns é conhecido na matemática como diagrama de árvore ou árvore de possibilidades.

Professor ou professora, caso opte por desenvolver uma PEI com base nesta nossa prática, sugerimos que verifique a possibilidade de propor aos estudantes tarefas que permitam explorar a construção da árvore da possibilidade - um exemplo pode ser encontrado no



Bloco 6 - “Material Complementar - Tarefa 1”. O objetivo das tarefas é estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes possam compreender que, ao mapear as diferentes ramificações em diversos cenários, estão evidenciando escolhas disponíveis para uma tomada de decisão.



Prática Educativa Investigativa 2

Combinações Nutricionais e Realidade Social: Desafios do Almoço Saudável

Objetivos:

Abordar, juntamente com o desenvolvimento do pensamento combinatório, a segurança alimentar e nutricional nos espaços comunicativos promovidos, para que os estudantes possam produzir significados matemáticos e não matemáticos em relação a essa temática.

Discutir o princípio fundamental da contagem como ferramenta matemática que pode contribuir para a gestão adequada dos alimentos, garantindo a disponibilidade e o acesso regular de alimentos nutritivos para a população.

Materiais necessários:

Televisor ou equipamento data show com áudio;

Material impresso (PEI);

Lápis ou caneta;

Borracha;

Pincel.

Prática Educativa Investigativa:

[Clique aqui para acessar a PEI](#)



Caríssimo educador ou educadora,

[...] através de tais práticas [...] promovemos, juntamente com os alunos, a construção de conhecimentos a serviço de uma melhor forma de vida (Chaves, 2005, p. 171)

Antes de iniciar a resolução das quatro tarefas que compõe esta PEI, sugerimos a leitura do texto *Na medida certa: Como montar um prato equilibrado?*. Após a leitura, sugerimos que promova um diálogo em sala referente aos alimentos ingeridos pela classe durante o almoço, ao passo que os estudantes possam refletir e analisar os seus hábitos alimentares, identificando mudanças necessárias para desenvolver uma alimentação saudável.

Tal diálogo poderá promover a produção de significados não matemáticos, possibilitando que outras legitimidades apareçam a partir dos aspectos culturais em que cada estudante está inserido.

Com a intenção de valorizar o indivíduo e a sua vontade (Chaves, 2005), propomos que a primeira tarefa seja resolvida individualmente. Em seguida, como consequência da sua própria decisão – escolha da proteína animal – e não como causa, sugerimos que organize a classe em grupo de no máximo quatro estudantes – os grupo devem ser compostos por membros que tenham a mesma proteína animal. Essa dinâmica possivelmente criará uma inquietação nos estudantes, que estarão em um grupo que não escolheram ou com o qual não têm intimidade, mas permitirá ao aluno “esforça-se para respeitar seu movimento natural, sua espontaneidade, as características de sua personalidade, objetivando desenvolver sua independência e seu espírito crítico” (Chaves, 2005, p. 171),



Figura 19 - PEI 2: Conjunto de Alimentos

Além do texto “Prato Saudável”, admita os seguintes conjuntos, para responder as próximas questões:

Verduras



Alface



Brócolis



Proteínas de Origem Animal



Carne de boi



Frango



Ovos



Peixe

Proteínas de Origem Vegetal



Feijão



Grão de bico

Legumes



Beterraba



Chuchu

Carboidratos



Arroz



Batata

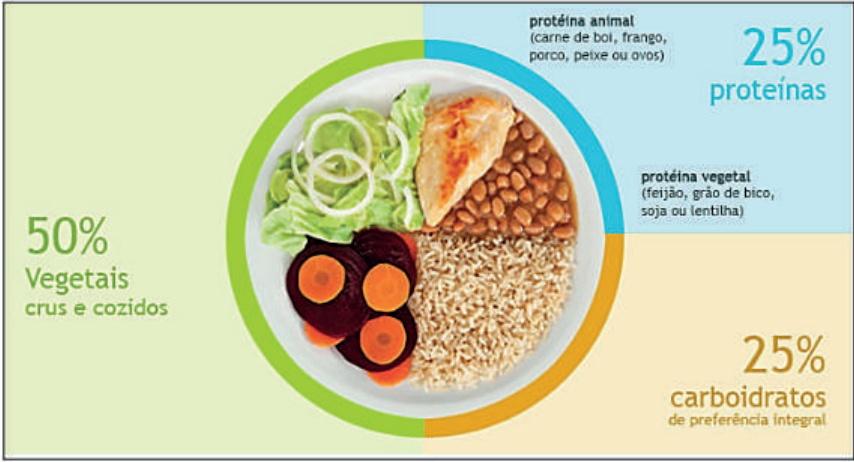


Milho

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

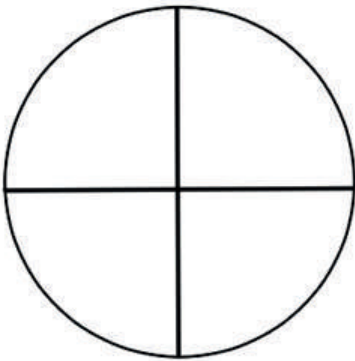
Figura 20 - PEI 2: Tarefa 1

1) O texto informa que o prato deve ser dividido em quatro partes, na qual: 50% devem ser compostos por vegetais e legumes, 25 % por carboidratos e 25% por proteínas, como mostra a figura a seguir:



Sendo assim, admitindo os conjuntos dados e os alimentos de sua preferência, monte teu "prato para o almoço".

Lembre-se: Devem ser consumidos apenas uma opção de proteína animal, uma opção de proteína vegetal, uma opção de carboidrato, uma opção de verdura e uma opção de legumes.



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na tarefa 1 (Figura 20), o objetivo é estimular que os alunos expressem as suas preferências alimentares, o que poderá possibilitar uma discussão sobre escolhas alimentares pessoais, diversidade de alimentos e hábitos alimentares saudáveis. Além disso, os estudantes, ao compartilharem a sua composição com os colegas, poderão observar outras maneiras possíveis de combinar alimentos, levando em consideração a diversidade de alimentos disponíveis e as preferências individuais.

Em nossa intervenção, no desenvolvimento da tarefa 1, alinhados com a discussão do texto proposto, os estudantes produziram alguns significados não matemáticos na elaboração de um prato saudável, especificamente ao que se refere às funções dos nutrientes presentes em suas escolhas (Figura 21).

Figura 21 - Produção de significados não matemáticos

[RE 2.936] – Nordeste – *Por que vocês acham que tem essa obrigação? Uma de carboidrato, uma de proteína animal e uma de vegetal, e os legumes serem livre?*

[...]

[RE 2.938] – Kakaty – *Eu acho que é por excesso. Por exemplo, se eu pegar um prato e encher de arroz e encher de batata. E tem gente que pensa: “ah, é batata”, mas aí enche o prato de uma quantidade muito grande e faz mal à saúde*

[RE 2.939] – Nordeste – *Carboidrato no organismo vira o que?*

[RE 2.940] – Kemilly – *Açúcar.*

[RE 2.941] – Kakaty – *Às vezes a pessoa acha que por não sentir doce, não tem o açúcar e tem.*

[RE 2.942] – Nordeste – *Muito bem.*

[RE 2.943] – Kemilly – *Às vezes a pessoa não quer comer doce, mas come muito carboidrato.*

[RE 2.944] – Nordeste – *Boa! Às vezes a pessoa não come doce porque faz mal, mas pesa no carboidrato.*

[RE 2.945] – Queixada – *Eu não como doce porque a minha família é diabética.*

[RE 2.946] – Nordeste – *E como é o consumo de carboidrato?*

[RE 2.947] – Queixada – *Só como pão e biscoito.*

[...]

[RE 2.950] – Park Ian – *Professora, eu percebi que a gente falando aqui das diferenças, que nenhuma da gente colocou nem rúcula, nem milho, nem batata, nem grão de bico e nem chuchu.*

[RE 2.951] – Nordeste – *E por que você acha que isso aconteceu? Um fator?*

[RE 2.952] – Park Ian – *Entre grão de bico e feijão, todo mundo prefere mais feijão. E os outros porque não gostam.*

[RE 2.953] – Isaque – *É um fator cultural, questão da cultura.*

[RE 2.954] – Kakaty – *Mas depende, professora. Por exemplo, se tivesse uma opção de massa, macarrão, eu ia colocar. Então é uma questão de escolha e variedade.*

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Assim, sugerimos que, ao conduzir essa tarefa, você explore a interdisciplinaridade, proponha um ambiente de discussão sobre como cada alimento pode contribuir para o funcionamento do nosso organismo, ao passo que os estudantes possam refletir como a alimentação impacta diretamente em nosso estilo de vida.

Figura 22 - PEI 2: Tarefa 2

2) Reúna com três colegas que escolheram a mesma proteína animal que você e analise as seguintes questões:

a) Algum colega de teu grupo montou um prato idêntico ao teu? Quantos?

b) Algum colega de teu grupo montou prato diferente do teu? Se sim, pontue a(s) diferença(s) existente(s) entre o teu prato e o de teus colegas.

	Tem no teu prato e não tem no do teu colega	Tem no prato do teu colega e não tem no teu
Colega ₀₁		
Colega ₀₂		
Colega ₀₃		

c) Se um outro colega aparecesse com um novo prato com a mesma proteína de origem animal, teríamos a possibilidade desse prato, ser diferente do teu e dos outros três colegas? Justifique.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).



Na tarefa 2 (Figura 22), o objetivo é promover a análise comparativa entre os pratos elaborados por diferentes colegas que escolheram a mesma proteína animal, ao passo que poderão perceber a variabilidade ou a tendência de escolhas semelhantes dentro do grupo. Essa análise poderá possibilitar a compreensão das preferências individuais, da criatividade na composição dos pratos e da variedade de combinações possíveis mesmo com a mesma proteína animal escolhida.

Em nossa intervenção, no desenvolvimento da tarefa 2, alguns estudantes, ao analisarem as diferenças existentes entre os pratos presentes no grupo, produziram significados em relações aos números e às operações aritméticas (porcentagem).

Figura 23 – Significados produzidos em relação aos números e às operações aritméticas

[RE 2.905] – Nordeste – *Olhem, naquele grupo ali, Monique e o Vitor, os pratos estão idênticos. Todos pontuaram as diferenças? Vamos lá.*
 [RE 2.906] – Queixada – *Boaaaaa (e aplaude).*
 [RE 2.907] – Kakaty – *Mas olha, o nosso está 50% igual.*
 [...]

 [RE 2.916] – Emebê – *Nordeste, aqui eles estão falando que o prato deles está 50% igual.*
 [RE 2.917] – Kakaty – *Carboidrato e proteína.*
 [RE 2.918] – Emebê – *Mais alguém aconteceu isso?*
 [RE 2.919] – Vinho – *Aqui também está.*
 [RE 2.920] – Park Ian – *Professora, a depender é mais que 50%.*
 [RE 2.921] – Kakaty – *É porque a nossa proteína é a mesma, frango. E o nosso carboidrato é arroz. Mas o meu e o dela têm alface e couve.*
 [RE 2.922] – Park Ian – *Ela colocou alface, eu também coloquei alface, mas coloquei couve.*

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Sendo assim, sugerimos que se ofereça um espaço para que os estudantes possam compartilhar as suas ideias, dúvidas, questionamentos e maneiras de operar, afinal, eles podem produzir outros significados a partir das enunciações de outros estudantes.

Figura 24 – PEI 2: Tarefa 3

3) Considerando que não mude a proteína animal do seu prato, discuta com teus colegas:

Lembre-se: Devem ser consumidos apenas uma opção de proteína animal (já escolhida), uma opção de proteína vegetal, uma opção de carboidrato, uma opção de verdura e uma opção de legumes.

a) Quantos pratos saudáveis diferentes vocês podem montar alterando os outros alimentos.

b) Se você pudesse retirar os alimentos que tu não gostas, mantendo pelo menos um de cada grupo, quantas possibilidades tens para construir o teu “prato” para o almoço? Justifique.

c) Faça uma comparação da quantidade de pratos que consegues montar na alternativa **a** e na **b**. Essa quantidade difere ou não? Explique porque isso acontece.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

O objetivo da tarefa 3 (Figura 24) é que os estudantes possam explorar a variedade de combinações possíveis ao manter a proteína animal constante e variar os outros alimentos, além de compreender como as preferências individuais podem influenciar na escolha dos alimentos e na diversidade de pratos saudáveis. Professor(a), especificamente na tarefa 3(c), é possível incentivar a produção de significados sobre as escolhas alimentares e a quantidade de pratos que podem ser preparados por meio dessas escolhas.

Figura 25 – Produção de significados sobre as escolhas alimentares e a quantidade de pratos que podem ser preparados por meio dessas escolhas

[RE 2.970] – Emebê – *Uma pergunta aqui, a gente deixou os vegetais livres. Teve gente que escolheu usar nenhum, teve gente que escolheu todos, teve gente que escolheu um ou dois. Mas, se tivéssemos feito igual aos carboidratos, tem que escolher uma opção, teríamos mais pratos iguais ou menos?*

[RE 2.971] – Isaque – *Bem mais pratos iguais.*

[RE 2.972] – Kemilly – *A maioria ia escolher alface.*

[RE 2.973] – Isaque – *Por causa de tanta variedade de legumes, acaba tendo mais variedades.*

[RE 2.974] – Nordeste – *Então, quando eu tiver uma opção de legumes e verduras, a quantidade de pratos iguais seria maior.*

[RE 2.975] – Queixada – *Maiores.*

[RE 2.976] – Isaque – *Isso.*

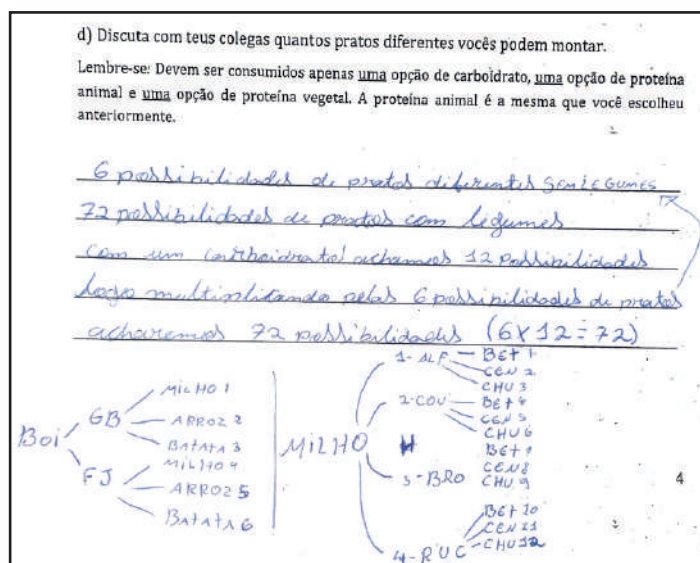
[RE 2.977] – Nordeste – *Se eu restringir uma opção de verdura e legumes, as possibilidades seriam diferentes.*

[RE 2.978] – Park Ian – *Professora, se aqui fosse só alface, ia ter mais igual.*

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

No desenvolvimento da tarefa 3, em nossa interação, alguns estudantes aplicaram o princípio multiplicativo sem recorrer à ideia de algoritmo (Figura 26, Figura 27), como uma mera aplicação de fórmula, como fruto de um processo analítico ao compararem e ao comporem pratos envolvendo as opções de verduras, de legumes, de proteína animal, de proteína vegetal e de carboidratos. Outros estudantes, também como maneira de operar, optaram por esboçar os diagramas de árvore (Figura 28).

Figura 26 – PEI 2: Resolução apresentada pelo participante Queixada



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 27 - PEI 2: Resolução apresentada pelo participante Favi

d) Discuta com seus colegas quantos pratos diferentes vocês podem montar.

Lembre-se: Devem ser consumidos apenas uma opção de carboidrato, uma opção de proteína animal e uma opção de proteína vegetal. A proteína animal é a mesma que você escolheu anteriormente.

~~72~~ pratos diferentes, ou seja, 72 possibilidades de pratos diferentes

Multiplica o número de possibilidades em cantinadas sem verdura e legume, com o número de possibilidades de verdura e legumes sem proteínas e carboidratos, que seria $6 \times 12 = 72$ possibilidades.

3ci {

 GB = Arroz

 Botata

 Milho

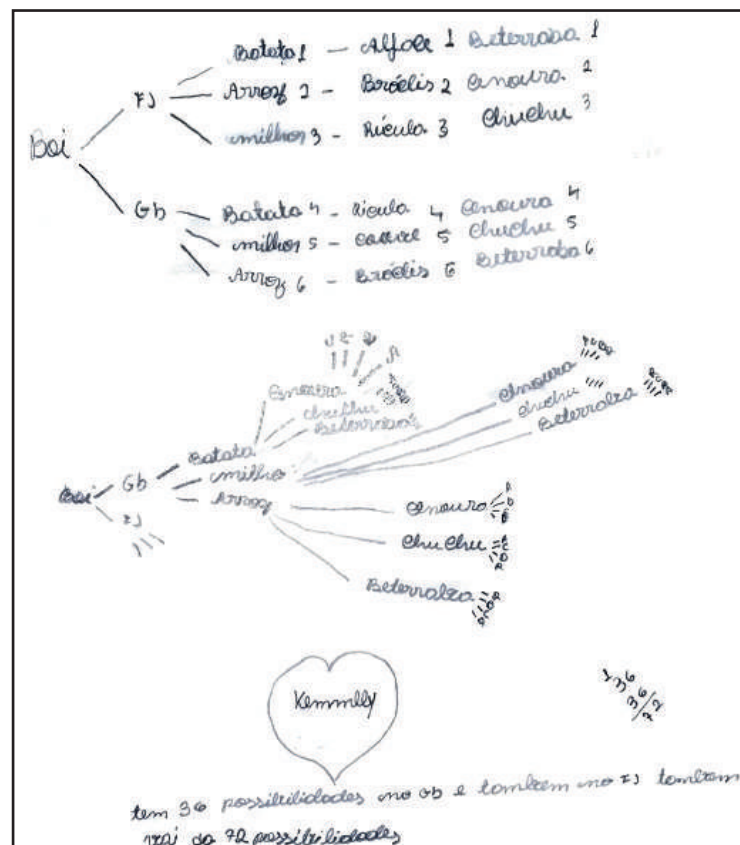
 FJ = Arroz

 Botata

 Milho

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 28 - PEI 2: Resolução apresentada pelo participante Kemilly



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).



Figura 29 – PEI 2: Tarefa 4

- 4) Embora existam inúmeras opções para um prato saudável, muitos brasileiros não têm acesso a nenhuma dessas possibilidades, como é possível observar no texto a seguir:

“Em 2022, o Segundo Inquérito Nacional sobre Insegurança Alimentar no Contexto da Pandemia de Covid-19 no Brasil apontou que 33,1 milhões de pessoas não têm garantido o que comer — o que representa 14 milhões de novos brasileiros em situação de fome. Conforme o estudo, mais da metade (58,7%) da população brasileira convive com a insegurança alimentar em algum grau: leve, moderado ou grave”.

(Fonte: Agência Senado, Disponível <https://www12.senado.leg.br/noticias/infomaterias/2022/10/retorno-do-brasil-ao-mapa-da-fome-da-onu-preocupa-senadores-e-estudiosos> Acesso: 04 de dezembro de 2022)



Além do texto e vídeo supracitados, utilizem a internet para obter maiores informações. Em seguida, responda as próximas questões.

- De acordo com sua compreensão, o que pode contribuir para uma segurança alimentar adequada a sua casa ou a escola?
- Uma das consequências da insegurança alimentar é o aumento da fome. Discuta com seus colegas possíveis fatores que desencadeou esse aumento no Brasil. Após a discussão: (i) aponte alguns desses fatores; (ii) cite algumas iniciativas que o poder público tem realizado para garantir a segurança alimentar aos brasileiros; (iii) liste pelo menos 3 (três) ações que possam ser realizadas e/ou promovidas pelo poder público para que esse cenário brasileiro possa mudar.
- Quais medidas que o governo do estado do Espírito Santo tem tomado para garantir que todas as pessoas que vivam em solo capixaba tenham acesso a alimentos nutritivos e seguros?

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na tarefa 4, com o propósito de abordar e de discutir a insegurança alimentar, sugerimos a apresentação do vídeo *Como o Brasil produz tanto e tem tanta fome?*. Tal discussão poderá promover a produção de significados para a matemática como uma ferramenta que pode contribuir para a gestão adequada dos alimentos, garantindo a disponibilidade e o acesso regular de alimentos nutritivos para a população. Além disso, a reflexão e a discussão sobre questões relacionadas à segurança alimentar no Brasil poderão incentivar os estudantes a pensarem em soluções e ações concretas que podem ser realizadas para promover mudanças positivas em suas comunidades e no país como um todo.

A nossa intervenção nos levou ao entendimento de que, no decorrer do conjunto de tarefas desta Prática Educativa Investigativa (PEI 2) – Combinações Nutricionais e Realidade Social: Desafios do Almoço Saudável, a maneira como os estudantes discutiam a constituição de um prato saudável, com o estímulo do desenvolvimento do pensamento combinatório, oportunizou a eles constituírem

como objeto: (a) a constituição de um prato saudável; (b) o princípio multiplicativo; (c) o uso da árvore de possibilidades como algo legítimo à produção de significados matemáticos e não matemáticos; (d) as respectivas funções dos nutrientes na composição de um prato. Com isso, podemos verificar que os nossos atores produziram significados matemáticos e não matemáticos a partir do que fora proposto e, portanto, produziram conhecimento, operando em mais de um campo semântico, utilizando mais de uma maneira de operar e, portanto, diversificando as lógicas de operações.

Ao término desta PEI, antes da aplicação da PEI 3, explicamos aos estudantes que a forma de operar desenvolvida por alguns é conhecida na matemática como princípio multiplicativo da contagem.

Se uma decisão A pode ser tomada de m maneiras diferentes e, tomada a decisão A, outra decisão B pode ser tomada de n maneiras diferentes, então o total de maneiras de tomar as decisões A e B, sucessivamente, é $m \times n$.

Professor(a), caso opte por desenvolver uma PEI com base nesta nossa prática, sugerimos que verifique a possibilidade de propor aos estudantes tarefas que explorem a produção de significados para o princípio fundamental da contagem - um exemplo pode ser encontrado no Bloco 6 - "Material Complementar - Tarefa 2". O objetivo das tarefas é estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes compreendam que, ao organizar, listar ou quantificar o total de combinações possíveis em situações que envolvem múltiplos eventos, eles estão evidenciando e analisando todas as possibilidades disponíveis para auxiliá-los em uma tomada de decisão.



Prática Educativa Investigativa 3

O cuidado com o arranjo dos alimentos no cardápio escolar

Objetivo:

Convidar os estudantes a discutirem e a analisarem o cardápio escolar, com base no Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE), utilizando a matemática como uma ferramenta que auxilie na disposição ordenada de alimentos para garantir um cardápio diversificado, saudável, equilibrado e nutritivo.

Materiais necessários:

Televisor ou equipamento data show com áudio;
Material impresso (PEI);
Cardápio escolar;
Lápis ou caneta;
Borracha;
Pincel.

Prática Educativa Investigativa:

[Clique aqui para acessar a PEI](#)



Caríssimo educador ou educadora,

É importante destacar que,

“[...] segundo a perspectiva linsiana, quando falamos de significados e produção de significado – principalmente quando estamos nos referindo a [sic] Matemática –, admitimos que significados não-matemáticos estejam em discussão de maneira legítima e não apenas significados matemáticos” (Silva, 2022, p. 87).

À vista disso, com o intuito de promover a produção de significados não-matemáticos, sugerimos que se inicie a presente PEI apresentando o Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE). Tal apresentação pode ser realizada por meio do vídeo *PNAE (Programa Nacional de Alimentação Escolar)*. Após a apresentação do vídeo, propomos a leitura do texto introdutório na PEI 3 (Figura 30).

Figura 30 – PEI 3: Texto Introdutório



Programa Nacional de Alimentação Escolar

O Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE) é um eixo fundamental para a garantia da Segurança Alimentar e Nutricional no país, calcado no emprego da alimentação saudável e adequada, compreendendo o uso de alimentos variados, seguros, que respeitem a cultura, as tradições e os hábitos alimentares saudáveis; desenvolvimento de ações de educação alimentar e nutricional; o direito à alimentação escolar, visando a garantir segurança alimentar e nutricional dos alunos, com acesso de forma igualitária, respeitando as diferenças biológicas entre idades e condições de saúde dos alunos que necessitem de atenção específica e aqueles que se encontram em vulnerabilidade social.

Para tanto, o Programa exige a designação de Nutricionista Responsável Técnico, elaboração de cardápios que respeitem as necessidades nutricionais, os hábitos alimentares e a cultura alimentar da localidade, sempre observando as orientações do Ministério da Saúde sobre a promoção da saúde por meio da alimentação.

Fonte: <https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/pnae>. Acesso: 19 de junho de 2023.

A Coordenação Técnica de Alimentação e Nutrição, com o apoio de nutricionistas do CECANE/UnB, elaborou o texto referente às ações de alimentação e nutrição da Resolução CD/FNDE nº 38, de 16 de julho de 2009 (disponível em: https://www.fnde.gov.br/phocadownload/programas/alimentacao_escolar/nota_tecnica_res038_2009.pdf), a fim de promover uma alimentação escolar mais saudável, bem como incorporar as recomendações dos grupos de trabalho do PNAE (teste de aceitabilidade, referências nutricionais e de lista de alimentos básicos).

PNAE
(Programa Nacional de Alimentação Escolar)



<https://www.youtube.com/watch?v=0GNvvi2CW0I>

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Com base em nossa interação, entendemos que a apresentação dos textos (escrito e visual) possibilitará aos estudantes estabelecer uma intrínseca comparação entre a desnutrição e o desenvolvimento escolar.

Figura 31 – Comentário apresentado pela participante Kemmily

Kemmily – Às vezes a criança não tem uma alimentação em casa e não tem na escola também. Como ela vai ficar ali com o estomago doendo? Ela não vai prestar atenção nas aulas.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).



Desse modo, sugerimos que se ofereça um espaço para que os estudantes possam compartilhar suas opiniões, indagações como “O que vocês acham do Programa Nacional de Alimentação para a Educação? A alimentação (ou falta dela) interfere no aprendizado? É importante para vocês terem essas refeições na escola? ou O que acham da presença da nutricionista na escola?” podem auxiliar nesse processo.

Nesse momento, também é possível estimular o(a)s participantes a refletirem sobre as políticas públicas e educacionais e a elevação dos índices de desigualdades socioeconômicas, étnicas e culturais.

Figura 32 – PEI 3: Cardápio escolar

Observe o cardápio, referente ao mês de maio, da Escola Maria de Lourdes Santos Silva.

Segunda – feira	Terça - feira	Quarta - feira	Quinta - feira	Sexta - feira
01/05/2023	02/05/2023	03/05/2023	04/05/2023	05/05/2023
FERIADO	Carne bovina em cubos Macarrão alho e óleo Legumes no vapor	Estrogonofe de frango Arroz Salada de beterraba Laranja	Pernil acebolado Farofa de cebola Arroz e feijão Suco de abacaxi	Frango ensopado Arroz e feijão Salada de alface Banana
08/05/2023	09/05/2023	10/05/2023	11/05/2023	12/05/2023
Omelete de forno (conoura e queijo) Arroz e feijão Salada de couve	Carne moída com batata Arroz Salada de açaieira	Isca de frango acebolada Farofa de cenoura Arroz e feijão Melancia	Carne bovina cubos ao molho de tomate Abobrinha refogada Arroz e feijão Maçã	Moqueca de peixe Banana da terra com coentro Arroz e feijão Salada de tomate
15/05/2023	16/05/2023	17/05/2023	18/05/2023	19/05/2023
Isca de pernil Farofa de cebola Arroz e feijão Suco de abacaxi	Sobrecoxa de frango desossada assada Macarrão alho e óleo Arroz e feijão	Feijão tropeiro (feijão, farinha de mandioca, linguiça, couve, ovo, banana da terra) Arroz Vinagrete	Frango ensopado Polenta Couve refogada Maçã	Isca bovina Arroz e feijão Abóbora cozida com cheiro verde Banana
22/05/2023	23/05/2023	24/05/2023	25/05/2023	26/05/2023
Carne moída com chuchu Arroz e feijão	Estrogonoff de frango Arroz Salada de beterraba crua	Isca de Pernil acebolada Arroz e feijão Salada de cenoura Abacaxi	Feijão tropeiro (feijão, farinha de mandioca, linguiça, couve, ovo, banana da terra) Arroz Vinagrete	Salpicão de frango (repolho, cenoura, molho branco e cheiro verde) Arroz e feijão Laranja
29/05/2023	30/05/2023	31/05/2023		
Carne moída refogada Arroz e feijão Salada de cenoura	Frango ensopado Purê de abóbora Arroz e feijão	Carne bovina em cubos ensopada com batata Arroz e feijão Banana		

Fonte: Escola Professora Maria de Lourdes Santos Silva.

Além da Nota técnica nº 01/2009, outras notas que regulam o cardápio da alimentação escolar foram elaboradas ao longo dos últimos anos. Você pode encontrá-las e ler no site do [Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação \(https://www.gov.br/fnde/pt-br\)](https://www.gov.br/fnde/pt-br). Convidamos você a ler a (i) **Nota Técnica nº 1897361/2020**, que estabelece a aquisição de gêneros alimentícios diversificados produzidos em âmbito local e pela agricultura familiar, a (ii) **Nota Técnica nº 04/2013**, que propõe a inclusão de pescado na alimentação escolar e a (iii) **Nota Técnica nº 1879810/2020**, que apresenta alterações nos aspectos nutricionais,

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Após tal discussão, sugerimos a leitura do cardápio escolar (Figura 32) e o estabelecimento de um espaço comunicativo para que os estudantes possam comparar a alimentação fornecida na escola e a proposta de uma alimentação saudável estabelecida pelo PNAE. Recomendamos que se escolha uma semana do cardápio escolar e que se analisem questões como a inclusão obrigatória de alimentos fonte de ferro em pelo menos quatro dias da semana e de alimentos fontes de Vitamina A em pelo menos três dias da semana.

Figura 33 – PEI 3: Texto "Você Sabia?"

Você sabia?

[...], os valores per capita sofreram reajuste e passaram a vigorar da seguinte forma:

a) R\$ 0,41 (quarenta e um centavos de Real) para os estudantes matriculados na Educação de Jovens e Adultos - EJA;

b) R\$ 0,50 (cinquenta centavos de Real) para os estudantes matriculados no ensino fundamental e no ensino médio;

c) R\$ 0,72 (setenta e dois centavos de Real) para estudantes matriculados na pré-escola, exceto para aqueles matriculados em escolas localizadas em áreas indígenas e remanescentes de quilombos;

d) R\$ 0,86 (oitenta e seis centavos de Real) para os estudantes matriculados em escolas de educação básica localizadas em áreas indígenas e remanescentes de quilombos;

e) R\$ 1,37 (um Real e trinta e sete centavos de Real) para os estudantes matriculados em escolas de tempo integral com permanência mínima de 7h (sete horas) na escola ou em atividades escolares, de acordo com o Censo Escolar do INEP;

f) R\$ 1,37 (um Real e trinta e sete centavos de Real) para os estudantes matriculados em creches, inclusive as localizadas em áreas indígenas e remanescentes de quilombos;

IV - para os estudantes contemplados no Programa de Fomento às Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral, haverá complementação financeira de forma a totalizar o valor per capita de R\$ 2,56 (dois Reais e cinquenta e seis centavos);

V - para os estudantes que frequentam, no contraturno, o AEE, o valor per capita será de R\$ 0,68 (sessenta e seis centavos de Real);

Independente da etapa e da modalidade de ensino, se o estudante estiver em carga horária integral, o valor per capita considerado é de R\$ 1,37.

Em carga horária parcial, independente da etapa e da modalidade (exceto creche), o valor per capita considerado é de R\$ 0,86 no caso de estudantes matriculados em escolas localizadas em terras indígenas e remanescentes de quilombos.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Após a análise do cardápio escolar, sugerimos a leitura da tabela “Você sabia?” (Figura 33), incluída na PEI 3. Nesse momento, educador(a), você tem a oportunidade de promover a reflexão a respeito das desigualdades sociais. Podes mencionar, por exemplo, a diferença entre o custo de uma refeição estudantil e o custo de uma refeição de um juiz, de um senador, de um desembargador etc.

Tal dinâmica possibilitará, além da produção de significados não matemáticos, o desenvolvimento do princípio da integração, que consiste em viabilizar discussões conjuntas com diversas áreas do conhecimento, não se tratando mais de uma aula na qual a matemática é o centro do processo, mas de uma ferramenta de leitura do mundo, como postula Chaves (2004).

Esta PEI é constituída de três tarefas e, após as possíveis discussões supracitadas, sugerimos iniciar as resoluções.

Figura 34 – PEI 3: Tarefa 1

1. Agora, gostaríamos que você nos informasse:

a) Em ordem de preferência, quais as duas refeições que mais lhe agradam na primeira semana? E na segunda semana?

Tabela 01

Primeira Semana	
Primeira refeição	Segunda refeição

Tabela 02

Segunda Semana	
Primeira refeição	Segunda refeição

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A tarefa 1 tem por objetivo ordenar as refeições de acordo com uma classificação específica (ordem de preferência), o que envolve a análise, a organização e a interpretação de informações.

Figura 35 – PEI 3: Tarefa 24

2. Analisando a primeira semana de maio, e considerando "o emprego da alimentação saudável e adequada, compreendendo o uso de alimentos variados, seguros [...]" (Artigo 2, Lei nº 11.947), responda:

- Quantos cardápios referentes à primeira semana poderiam ser formados, se nenhuma refeição pode ser repetida?
- Supondo que no cardápio, terça-feira e quarta-feira correspondam a sua primeira e segunda refeição escolhida anteriormente (questão 1, tabela 1), respectivamente. Quantas possibilidades de cardápio distintos teríamos para esta semana?
- Ainda na primeira semana, se a terça-feira contemplar uma de suas duas refeições preferidas, quantas possibilidades de cardápio distintos teríamos para esta semana?
- Faça uma comparação da quantidade de cardápios montados nos itens a, b, e c, essa quantidade difere? Se existir diferença, explique porque isso acontece.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A proposta da tarefa 2 é incentivar os estudantes a analisar e a quantificar o número total de cardápios que podem ser criados, levando em consideração que a ordem das refeições é relevante e que nenhuma refeição pode se repetir. Essa tarefa não apenas utiliza ferramentas matemáticas, mas também estimula a reflexão sobre como organizar cardápios seguindo critérios específicos de saúde e variedade alimentar. Além disso, ela explora diferentes situações e suas implicações na contagem de possibilidades.

Professor(a), especificamente na tarefa 2 d, os estudantes têm a oportunidade de analisar como fixar determinadas refeições em dias específicos do cardápio afeta o número total de possíveis escolhas. Portanto, sugerimos questioná-los sobre o impacto da fixação das refeições na terça-feira e na quarta-feira na quantidade total de cardápios e como a escolha de uma das refeições preferidas para terça-feira influencia o número total de cardápios distintos. Tais indagações poderão auxiliá-los na produção de significados matemáticos.

Em nossa interação na tarefa 2, os estudantes, no desenvolvimento do pensamento combinatório, apresentaram diferentes formas de operar, como pode-se observar na Figura 36, na Figura 37 e na Figura 39.

Figura 36 – PEI 3: Resolução apresentada pelo participante Izaque

2. Analisando a primeira semana de maio, e considerando "o emprego da alimentação saudável e adequada, compreendendo o uso de alimentos variados, seguros [...]" (Artigo 2, Lei nº 11.947), responda:

- Quantos cardápios referentes à primeira semana poderiam ser formados, se nenhuma refeição pode ser repetida?

24

4

Na primeira dia tenho 4 possibilidades de escolha
 Na segunda 3
 Na terceira 2
 Na quarta 1
 multiplicando tudo da 24, número de possibilidades

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 37 – PEI 3: Resolução apresentada pelo participante Favi

c) Ainda na primeira semana, se a terça-feira contemplar uma de suas duas refeições preferidas, quantas possibilidades de cardápio distintos teríamos para esta semana?

$CB - PA - E - FE$
 $CB - PA - FE - E$
 $E - PA - CB - FE$
 $E - PA - FE - CB$
 $FE - PA - CB - E$
 $FE - PA - E - CB$

→ Se uma refeição só na terça mudar varia o cardápio logo me dando 3 refeições com 2 tipos de pratos serão $6 \times 2 = 12$ cardápios

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 38 – Resolução apresentada pela participante Julieta

c) Ainda na primeira semana, se a terça-feira contemplar uma de suas duas refeições preferidas, quantas possibilidades de cardápio distintos teríamos para esta semana?

$T \quad Q \quad Q \quad S$
 $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$ possibilidades

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 39 – PEI 3: Resolução apresentada pelo participante Park Ian

c) Ainda na primeira semana, se a terça-feira contemplar uma de suas duas refeições preferidas, quantas possibilidades de cardápio distintos teríamos para esta semana?

2 possibilidades → para Terça-feira
 12 → para a semana

$T \quad Q \quad Q \quad S$
 $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

É possível que, durante o desenvolvimento do pensamento combinatório, alguns estudantes apresentem dúvidas em qual campo semântico operar. Logo, propomos constantemente o exercício de interação dialógica (Figura 40), visto que tal atitude poderá facultar aos estudantes resolver um problema emergente.



Figura 40 – Exercício de interação dialógica

[RE 3.474] – Jeon Jimin – *Vai ser 4 x 4.*
 [RE 3.475] – Jhope – *4 x 4?*
 [RE 3.476] – Jeon Jimin – *Dá 16. A gente pode fazer o método da multiplicação ou ligar. Se ela começar, não pode usar a mesma. Então, vai ser 4 x 3?!*
 [RE 3.477] – Jhope – *Entendi, Jeon Jimin.*
 [RE 3.478] – Jeon Jimin – *Sim, mas como a gente vai multiplicar?*
 [RE 3.479] – Nordeste – *E aqui, meninas?*
 [RE 3.480] – Jhope – *São 4 pratos. Ai, por exemplo, como Jeon Jimin falou aqui. Esse prato não poderia ser com ele mesmo.*
 [RE 3.481] – Nordeste – *Isso. Vocês podem recorrer à árvore das possibilidades, lembram? Se esse for servido no primeiro dia, quem pode ser servido no primeiro, quem pode ser servido no segundo e quem pode ser servido no último?*
 [RE 3.482] – Jeon Jimin – *Vamos colocar. Qual nome dos pratos pra colocar?*
 [RE 3.483] – Jhope – *Coloca...*
 [RE 3.484] – Jeon Jimin – *Vou por P1 e assim por diante.*
 [RE 3.485] – Jhope – *Isso.*
 [RE 3.486] – Jeon Jimin – *P1 foi na terça e aí na quarta vai ser...*
 [...]
 [RE 3.487] – Enrolado – *E o total?*
 [RE 3.488] – Jeon Jimin – *9?*
 [RE 3.489] – Enrolado – *Por que 9?*
 [RE 3.490] – Jeon Jimin – *Vai ser 1x3x4... 12?*
 [RE 3.491] – Enrolado – *Essas aqui são as formas que você encontrou no final.*
 [RE 3.492] – Jeon Jimin – *Como assim?*
 [RE 3.493] – Enrolado – *Aqui é uma opção, aqui é outra, aqui é outra.*
 [RE 3.494] – Jeon Jimin – *Sim*
 [RE 3.495] – Enrolado – *Total?*
 [RE 3.496] – Jeon Jimin – *6*
 [RE 3.497] – Enrolado – *Isso foi pensando nesse prato sendo o primeiro. Mas quantos pratos você tem?*
 [RE 3.498] – Jeon Jimin – *4*
 [RE 3.499] – Enrolado – *Então vai acontecer isso quantas vezes?*
 [RE 3.500] – Jeon Jimin – *4. Então 4x6?*
 [RE 3.501] – Enrolado – *Isso.*
 [RE 3.502] – Jeon Jimin – *Dá 24.*

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 41 – PEI 3: Tarefa 3

- 3) Sabendo que o PNAE orienta que a mesma proteína não seja servida em dias consecutivos.
- De quantas maneiras o cardápio referente a primeira semana de maio pode ser montado?
 - De quantas maneiras o cardápio referente a segunda semana de maio pode ser montado?

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A tarefa 3 (Figura 41) é uma continuação da proposta da tarefa 2 e nela buscou-se estimular os estudantes a explorarem a criação de cardápios de forma organizada. No entanto, foi introduzida uma nova restrição: garantir que a mesma proteína não seja servida em dias consecutivos. Isso desafia os estudantes a considerar não apenas a variedade de refeições ao longo da semana, mas também a distribuição equitativa das proteínas ao longo dos dias. O objetivo é que os estudantes, no desenvolvimento do pensamento combinatório, utilizem ferramentas matemáticas para resolver problemas do mundo real na escola, promovendo ao mesmo tempo a conscientização sobre hábitos alimentares saudáveis e a importância da diversidade nutricional (Figura 42, Figura 43).

Figura 42 - Resolução apresentada pela participante Park Ian

3. Sabendo que o PNAE orienta que a mesma proteína não seja servida em dias consecutivos.

a. De quantas maneiras o cardápio referente a primeira semana de maio pode ser montado?

T Q Q S

B

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 8$

$2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 4$

$8 + 4 = 12$

12 possibilidades

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 43 - Resolução apresentada pela participante Julieta

b. De quantas maneiras o cardápio referente a segunda semana de maio pode ser montado?

S | T | Q | Q | S

2 3 1 2 1 = 12

2 3 2 1 1

2 3 2 1 1

3 2 2 1 1

3 2 2 1 1

3 2 2 1 1

$6 \times 12 = 72$

72 possibilidades

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A nossa leitura é de que, ao passo que os estudantes discutem e analisam o cardápio escolar com base no Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE), e construam um cardápio utilizando a matemática como uma ferramenta que auxilie na disposição ordenada de alimentos para garantir um cardápio diversificado, saudável, equilibrado e nutritivo, seja possível discutir ideias matemáticas que envolvam intuitivamente a análise combinatória. Esse processo, além de oportunizar a produção de significados para a árvore de possibilidades, o princípio multiplicativo e o princípio aditivo, pode desencadear a produção de outros significados matemáticos, especificamente para a operação de arranjo, de modo intuitivo (Figura 38, Figura 39, Figura 42, Figura 43).

Ao término desta PEI, antes da aplicação da PEI 4, explicamos aos estudantes que a forma de operar desenvolvida por alguns é conhecida na matemática como (i) princípio aditivo da contagem e (ii) fatorial.

Princípio aditivo da contagem: para dois ou mais conjuntos finitos disjuntos, ou seja, conjuntos que não têm elementos em comum, então o número total de elementos na união desses conjuntos é a soma do número de elementos de cada conjunto.

O fatorial de um número natural n (indicado por $n!$) é o produto de todos os números inteiros positivos menores ou iguais a n .

Caso você opte por desenvolver uma PEI com base nesta nossa prática, sugerimos que verifique a possibilidade de propor aos estudantes tarefas que explorem o princípio multiplicativo para situações ordenadas de objetos – um exemplo pode ser encontrado no Bloco 6 – “Material Complementar – Tarefa 3”. O objetivo das tarefas é estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes compreendam que, ao organizar informações de maneira ordenada para cada etapa, será possível visualizar diferentes possibilidades e tomar decisões com base nessas organizações.



Prática Educativa Investigativa 4

Combinando frutos e frutas

Objetivos:

Promover, por meio dos agrupamentos feitos, uma reflexão da importância da combinação adequada de frutos para uma alimentação saudável e equilibrada.

Debater a respeito do consumo de frutas nativas, propondo o entendimento da necessidade do poder público para assegurar a produção, a exportação e o consumo de frutíferas nativas em prol da segurança alimentar.

Materiais necessários:

Televisor ou equipamento data show;

Material impresso (PEI);

Lápis ou caneta;

Borracha;

Pincel.

Prática Educativa Investigativa:

[Clique aqui para acessar a PEI](#)



Caríssimo educador ou educadora,

Antes de iniciar a resolução das cinco tarefas que compõe esta PEI, sugerimos a apresentação do vídeo *O poder das frutas – alimento contém vitaminas e nutrientes essenciais*, seguido pela leitura do texto introdutório “Grupo das Frutas” (Brasil, p. 77-78).

Compreendemos que os estudantes, quando assistirem ao vídeo e lerem o texto, poderão despertar interesse pelo tema e produzir significados em relação à importância das frutas na alimentação e aos benefícios nutricionais que elas oferecem.

Figura 44 – PEI 4: Tarefa 1 e 2

Considere o seguinte conjunto “Frutos” para responder as questões:

Abacaxi



Acerola



Laranja



Melancia



1) Quais possibilidades de consumir dois frutos diferentes no dia podem ser feitas, independente do horário? Liste todas as possibilidades e destaque as que você consumiria.

Dois frutos diários

Fruto 1	Fruto 2

2) Quais possibilidades de consumir três frutos diferentes no dia podem ser feitas? Liste todas as possibilidades e destaque as que você consumiria.

Três frutos diários

Fruto 1	Fruto 2	Fruto 3

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A tarefa 1 e a tarefa 2 (Figura 44) têm por objetivo promover a reflexão sobre as opções de consumo de frutas, incentivando os estudantes a considerarem diferentes combinações e escolhas alimentares saudáveis. Ao destacarem as possibilidades de consumo pessoal, a tarefa poderá tornar-se mais envolvente e pessoal para os estudantes, além de convidá-los a pensar criativamente e criticamente sobre as suas preferências alimentares ao considerarem a variedade nutricional oferecida por diferentes frutas.

Ao listarem todas as possibilidades de consumir dois frutos (tarefa 1) e três frutos (tarefa 2) diferentes no dia, os estudantes, no desenvolvimento do pensamento combinatório, poderão perceber que há possibilidades repetidas e daí a importância de considerar ou não a ordem das escolhas ao calcular o número total de possibilidades. Veja um exemplo do que ocorreu durante a nossa interação:

Figura 45 – PEI 4: Diálogo

- [RE_{s.1018}] – Nordeste – *O que você entendeu? Fala pra mim.*
 [RE_{s.1019}] – Favi – *Tipo, não pode o fruto 1, o fruto 2. Ou só no fruto 1 ou só no fruto 2.*
 [RE_{s.1020}] – Vifa – *São 24.*
 [RE_{s.1021}] – Favi – *Eu sei que são 24, mas não tem vinte e quatro espaço.*
 [RE_{s.1022}] – Nordeste – *Se não der, lista no lado. Mas são 24?*
 [RE_{s.1023}] – Vifa – *é 4x3x2x1.*
 [RE_{s.1024}] – Nordeste – *Eu quero escolher dois. Dois frutos diferentes.*
 [RE_{s.1025}] – Fábio – *Aqui vai dar 24?*
 [RE_{s.1026}] – Vifa – *Calma, não é desse jeito. Espera.*
 [RE_{s.1027}] – Favi – *Dá 12.*
 [RE_{s.1028}] – Vifa – *Dá 12.*
 [RE_{s.1029}] – Favi – *Sim, porque não pode repetir.*
 [RE_{s.1030}] – Vifa – *Se a gente escolher abacaxi como fruto 1, vai ter três possibilidades como fruto 2. Se a gente escolher acerola, vai ter três possibilidades. Se escolher a laranja, 3 possibilidades. 3+3+3+3, dá 12.*
 [RE_{s.1031}] – Emebê – *Dá 12?*
 [RE_{s.1032}] – Vifa – *Se a gente escolher o abacaxi como fruto 1, vai ter 3 possibilidades para ser o fruto 2.*
 [RE_{s.1033}] – Emebê – *Perfeito.*
 [RE_{s.1034}] – Vifa – *Mesma coisa com a acerola, mesma coisa com a laranja, mesma coisa com a melancia, caso for o fruto 1.*
 [RE_{s.1035}] – Emebê – *Mas lembre que é independente do horário. Por exemplo, se o abacaxi vier aqui ou vir aqui, faz diferença?*
 [RE_{s.1036}] – Vifa – *Mas não pode repetir.*
 [RE_{s.1037}] – Favi – *Independente do horário.*
 [RE_{s.1038}] – Big Man – *Se você escolher abacaxi e acerola e você comer acerola e abacaxi, independente da hora que você comer cada um, você comeu abacaxi e acerola no dia.*

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Professor(a), mesmo que as tarefas 1 e 2 inicialmente solicitem uma listagem das possibilidades, você poderá indagar aos estudantes como eles chegariam ao resultado por meio do princípio multiplicativo (Figura 46). Tal dinâmica poderá auxiliá-los no desenvolvimento das tarefas seguintes.



Figura 46 - Diálogo

[RE 6.36] – Nordeste – Isso. Você analisou os casos e somou todas as possibilidades. Mas também tem uma forma de fazer multiplicando.

[RE 6.37] – Favi – Oh, professora, também pode colocar o número total sem a repetição e depois dá para dividir o resultado por 2.

[RE 6.38] – Nordeste – Isso, vamos lá. O total sem repetição dá quanto?

[RE 6.39] – Favi – 12.

[RE 6.40] – Nordeste – E divide por 2 por quê?

[RE 6.41] – Favi – Porque são as repetições

[RE 6.42] – Nordeste – As possibilidades repetem quantas vezes?

[RE 6.43] – Favi – duas.

[RE 6.44] – Nordeste – Isso. [...] Esse dois não tem nada a ver. Por que são 2 frutos. Esse dois é porque cada possibilidade aparece quantas vezes?

[RE 6.45] – Favi/Vifa/Park Ian/Khemilly: 2.

[RE 6.46] – Vifa – Se pudesse repetir, o abacaxi teria 3, a acerola também teria 3, a laranja também seria 3 e a melancia também teria 3. Ficaria $3+3+3+3$.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 47 - PEI 4: Tarefa 3

3) Se adicionássemos ao conjunto Frutos os elementos Melão e Uva, quantas possibilidades de ingerir dois frutos diferentes teríamos? E de três frutos diferentes?



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A tarefa 3 (Figura 47) tem por objetivo estimular a reflexão de como adicionar novos elementos a um conjunto afeta o número total de possibilidades (Figura 48).

Figura 48 - PEI 4: Resolução do participante Izaque

3) Se adicionássemos ao conjunto Frutos os elementos Melão e Uva, quantas possibilidades de ingerir dois frutos diferentes teríamos? E de três frutos diferentes?

6.5

$$\frac{30}{2!} = \underline{15}$$

6.5.4

$$\frac{120}{3!} = \underline{20}$$

$$\frac{120}{6}$$

15 opções usando 2 Frutas
NÃO se importando com a ordem

20 opções usando 3 frutas
NÃO se importando com a ordem

$$\frac{360}{24} = \frac{120}{8} = \frac{30}{6} = \frac{45}{3}$$

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

No desenvolvimento do pensamento combinatório, os estudantes poderão perceber a relação entre conjuntos e as suas combinações, bem como a importância de considerar todas as opções ao resolver problemas de contagem.

Figura 49 - PEI 4: Tarefa 4

4) Converse com seus colegas e expliquem quantas possibilidades de ingerir quatro frutos diferentes podem ser feitos (i) utilizando o conjunto de quatro frutos e (ii) de seis frutos.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A tarefa 4 (Figura 49) tem por objetivo, no desenvolvimento do pensamento combinatório, estimular os estudantes a operarem aritmeticamente, ao passo que compreendam a importância da ordem dos elementos e da escolha de subconjuntos. Além disso, a questão poderá fomentar a dialogicidade entre colegas, permitindo que discutam e verifiquem os seus cálculos juntos.

Figura 50 - PEI 4: Tarefa 5

5) Agora, além do conjunto Frutos, considere o conjunto "Complementos":

Abacaxi Acerola Laranja



Melancia Melão Uva



Chia Couve Gengibre



Hortelã Manjeriçao Mel



a) Se quero fazer um suco com um fruto e um complemento, quantas possibilidades temos?

b) Quantas possibilidades para fazer um suco com dois frutos e um complemento existem?

c) Quantas possibilidades para fazer um suco com dois frutos e dois complementos existem?

d) Quantas possibilidades para fazer um suco com três frutos e dois ingredientes do conjunto "Complementos" existem?

e) Considerando todas as possibilidades montados nos itens , c, d, você consumiria algum desse suco? Justifique sua resposta.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A tarefa 5 tem por objetivo estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório dos estudantes e ajudá-los a perceber como diferentes subconjuntos (frutos e complementos) podem ser combinados para criar várias possibilidades. Professor(a), você poderá incentivar os estudantes a usarem ferramentas como tabelas e diagramas para organizar e visualizar combinações e, por conseguinte, o princípio multiplicativo para chegar ao mesmo resultado (Figura 51, Figura 52).

Figura 51 - PEI 4: Resolução do participante Min Yoongi

a) Se quero fazer um suco com um fruto e um complemento, quantas possibilidades temos?

e	AB	AC	LA	ME	WE	UV	6 • 6 = 36
c	AB	AB	LA	ME	ME	UV	
G	AB	AB	LA	ME	ME	UV	
H	AB	AB	LA	ME	ME	UV	
M	AB	AB	LA	M	ME	UV	
ME	AB	AC	LA	M	ME	UV	

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 52 – PEI 4: Resolução do participante Favi

b) Quantas possibilidades para fazer um suco com dois frutos e um complemento existem?

$$\frac{6}{F_1} \cdot \frac{5}{F_2} \cdot \frac{6}{C} = \frac{180}{2} = 90 \text{ possibilidades}$$

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na Tarefa 5(e), os estudantes poderão refletir criticamente sobre as combinações disponíveis e justificar as suas escolhas com base em suas preferências, gostos e necessidades individuais. Essa análise crítica incentiva os estudantes a aplicar a matemática em situações práticas e a tomar decisões fundamentadas.

Figura 53 – PEI 4: Tarefa 6

6) Com o auxílio da internet, responda:

- Os frutos podem ser classificados em nativos e não nativos. Do conjunto “Frutos” quais frutos são nativos do Brasil?
- Qual a consequência do aumento de produção de frutíferas nativas para a Segurança Alimentar?
- Como consumir mais frutos sem pesar muito no bolso?

Você já ouviu falar do Programa Plantas para o futuro? Não? Sugerimos então que visite a página eletrônica do Ministério do Meio Ambiente (< <https://antigo.mma.gov.br/biodiversidade/conservacao-e-promocao-do-uso-da-diversidade-genetica/plantas-para-o-futuro.html> >) e leia o documento.



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

O objetivo da tarefa 6 (Figura 53) é incentivar os estudantes a pesquisar e a refletir sobre diferentes aspectos relacionados aos frutos, como a sua classificação, o impacto na segurança alimentar e as formas acessíveis de consumo.

Professor(a), nesse momento, é possível debater sobre o consumo de frutas nativas, discutindo as ações do poder público diante da necessidade de assegurar a produção, a exportação e o consumo de frutíferas, visando à segurança alimentar. Um exemplo é o Programa Nacional de Fortalecimento da Agricultura Familiar (Pronaf), instituído pela Resolução nº 2.191/1995, que oferece apoio financeiro aos agricultores familiares. Esse grupo é responsável pela maior parte dos empregos no campo e pela maior parcela do apoio financeiro às atividades agropecuárias, exercidas com o emprego direto da força de trabalho do produtor e da sua família.

Além disso, a tarefa 6 busca promover a produção de significados sobre a importância da diversidade de frutas na alimentação e a sua contribuição para a segurança alimentar.

Professor(a), caso opte por desenvolver uma PEI com base nesta nossa prática, sugerimos que verifique a possibilidade de propor aos estudantes tarefas que explorem o princípio multiplicativo para situações não ordenadas de objetos – um exemplo pode ser encontrado no Bloco 6 – “Material Complementar – Tarefa 4”. O objetivo das tarefas é estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes compreendam que, ao organizar, criar ou escolher um subconjunto de elementos de um conjunto em que a ordem não importa, é possível visualizar diversas combinações possíveis e tomar decisões com base nessas combinações.



Bloco 4

**Práticas Educativas Investigativas para além da forma:
Disparadores para produção de significados e de
conhecimentos matemáticos e não matemáticos.**

É que a educação matemática de nossos alunos deve corresponder a uma “educação PELA Matemática” e não uma “educação PARA A Matemática” (Lins, 2020, p.15)

Caríssimo(a) educador(a),

Gostaríamos de compartilhar algumas reflexões a respeito de como a mobilidade internacional desempenhou um papel fundamental na constituição deste bloco "Práticas Educativas Investigativas para além da forma: Disparadores para produção de significados e de conhecimentos matemáticos e não matemáticos".

Primeiramente, a interação com colegas e professores de diferentes origens culturais e educacionais durante o período de mobilidade internacional ampliou nossa compreensão a respeito das necessidades e desafios enfrentados pelos estudantes em diferentes contextos, como Portugal e Brasil.

Essas interações permitiram compartilhar e aprender a respeito de diferentes práticas educativas, metodologias de ensino e abordagens pedagógicas utilizadas nos respectivos países. Essa troca influenciou diretamente a seleção e a elaboração das PEI apresentadas nos capítulos seguintes, permitindo que fossem adaptadas e contextualizadas para beneficiar os estudantes tanto de Portugal quanto do Brasil.

A imersão em um ambiente educacional internacional também aumentou nossa sensibilidade em relação às diferenças culturais, sociais e contextuais entre os países envolvidos. Essa conscientização nos levou a uma abordagem mais reflexiva na adaptação das PEI, garantindo que fossem adequadas às especificidades educacional e cultural portuguesa.

A mobilidade internacional promoveu uma cultura de colaboração e cooperação entre todos os participantes, incentivando-nos a trabalhar juntos na busca de objetivos comuns. Essa colaboração facilitou a adaptação das PEI elencadas no terceiro bloco e permitiu a constituição deste quarto bloco, visando trazer novas perspectivas para o processo de ensino e aprendizagem em diferentes contextos, incluindo Portugal e Brasil.

Ressaltamos, que as PEI contidas neste bloco, possuem a intencionalidade de te convidar a refletir a respeito de um processo – o processo de produção de significado no desenvolvimento do pensamento combinatório, oferecendo subsídios para pensar e produzir outras possíveis propostas de educação, como, por exemplo, educação financeira, educação socioambiental, educação matemática crítica etc.

ATENÇÃO

Caríssimo(a) educador(a), lembre-se:

Os significados e conhecimentos produzidos, além de serem orais, são múltiplos e isso implica que significados produzidos por um(a) estudante não necessariamente serão produzido(a)s por outro(a)s e daí surge a importância do diálogo e da apresentação em plenária, para que se possibilite que espaços comunicativos sejam compartilhados, mesmo que os diálogos não convirjam.



Prática Educativa Investigativa 5

Possibilidades de um pequeno-almoço saudável e económico

Objetivos:

Apresentar e discutir ideias matemáticas, através do desenvolvimento do pensamento combinatório, que permitam a contagem de elementos, com a intenção de analisar e discutir a respeito de escolhas conscientes e económicas ao comprar ingredientes para compor um pequeno almoço saudável.

Materiais necessários:

Televisor ou equipamento Data show;

Material impresso (PEI);

Lápis ou caneta;

Borracha;

Lápis coloridos;

Pincel.

Prática Educativa Investigativa:

[Clique aqui para acessar a PEI](#)



em grupo quanto nas apresentações individuais em grande grupo; (c) produzirem significados para os géneros alimentares que devem ser ingeridos no pequeno-almoço.

Figura 56 - PEI 05: Tarefa 3

3) Depois de discutirem em grande grupo os dados obtidos na turma, completa a tabela seguinte registando os alimentos que a tua turma costuma consumir ao pequeno almoço, com maior regularidade.

O pequeno almoço da turma

Alimento	Contagem	Frequência absoluta

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na terceira tarefa (Figura 56), o objetivo é que a forma como os alunos realizarem a contagem dos alimentos, permita começar a operar aritmeticamente. É possível que, ao realizar a contagem dos alimentos, os alunos utilizem diferentes formas de representação, como desenhos, esquemas, diagramas e notações. Professor, nesse contexto, torna-se importante a sua intervenção para orientar os alunos a explorarem essas diferentes abordagens.

Figura 57 - PEI 05: Tarefa 4 e 5

4) Tendo em conta o texto que leste e os dados que obtivemos na tabela, consideras que o teu pequeno almoço é saudável? E o da tua turma? Justifica.

5) Qual é o alimento que a tua turma consome mais? E que consome menos?

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na quarta tarefa (Figura 57), ao discutir a respeito de alimentos ingeridos no pequeno-almoço, sugerimos que se proponha um ambiente reflexivo sobre a alimentação como uma prática cultural. Ora, na quinta tarefa (Figura 57), busca-se relacionar os alimentos mais ou menos consumidos como expressão das influências socioculturais. Tais tarefas objetivam não apenas abordar questões nutricionais, mas também abre espaço para discutir os hábitos alimentares em diferentes contextos sociais e culturais, e das influências que moldam nossas escolhas alimentares.





Figura 58 - PEI 05: Tarefa 6

6) Observa o panfleto seguinte e constrói, em grupo, um menu de pequeno-almoço com um custo máximo de 10 euros. Tenta ser o mais económico possível.

Item	Preço
Manga	€ 0,88
Leite	€ 0,89
Chocolite	€ 3,78
Pão	€ 0,25
Margarina	€ 2,08
Torrão	€ 2,99
Ovos	€ 0,23
Yogurte	€ 2,39
Maçã	€ 0,23

ENDEREÇO: RUA DA ESCOLA, 7689-123- COIMBRA

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na sexta tarefa (Figura 58), o objetivo é estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório ao solicitar que os alunos elaborem um menu mais económico para o pequeno-almoço, respeitando um limite de gastos de 10 euros. Essa tarefa visa fomentar a discussão de ideias matemáticas relacionados ao agrupamento de elementos e à otimização de recursos dentro de condições específicas.

Este processo, alinhado ao desenvolvimento das tarefas 7, 8, 9 e 10 (Figura 59), pode desencadear a produção de significados relacionados com a educação financeira, tais como, (a) a produção de significado para consumo e consumismo, indo ao encontro da ideia de sociedade de consumidores assumida em Bauman³ (2008), bem como os impactos sociais e ambientais dessas práticas. (b) a produção de significados para necessidades e desejos, indo ao encontro ao referencial de educação financeira (REF) português.

³ Pode-se dizer que o “consumismo” é um tipo de arranjo social e resultante da reciclagem de vontades, desejos e anseios humanos rotineiros [...] De maneira distinta do consumo, que é basicamente uma característica e uma ocupação dos seres humanos como indivíduos [...] (Bauman, 2008, p. 41)

Figura 59 - PEI 05: Tarefa 7 ao 10

- 7) Qual foi o pequeno almoço mais económico?
- 8) Qual foi o pequeno almoço mais saudável? Justifica.
- 9) Todos os menus incluem uma fonte de hidrato de carbono, uma fonte de proteína e uma fruta? Se não, qual seria a tua sugestão para cada um dos menus?
- 10) Na tua opinião, qual é o menu mais económico e saudável?

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Ao discutir, o menu mais saudável, ou o mais económico, é possível observar as justificações dos alunos às diferentes possibilidades formadas e assim observar os significados produzidos à educação financeira.

No desenvolvimento da tarefa dez, sugerimos que se ofereça um espaço para que os alunos possam partilhar ideias, dúvidas, questionamentos e as maneiras de operar, afinal, eles podem produzir outros significados a partir das enunciações dos colegas.

Tal Prática, de carácter interdisciplinar (ciências da natureza) com possíveis conexões internas (números e operações) e possíveis conexões externas (educação alimentar e nutricional, educação financeira) à matemática, pretende estimular e propor aos estudantes, reflexões relativas aos seus hábitos alimentares, referentes à primeira refeição do dia, com o intuito de discutir, através do desenvolvimento combinatório, escolhas conscientes, económicas e sustentáveis ao comprar ingredientes para compor um pequeno-almoço saudável.



Prática Educativa Investigativa 6

Pequeno almoço em Equilíbrio: Combinações possíveis e Proporções nutritivas.

Objetivos:

Apresentar e discutir ideias matemáticas que envolvam, através do desenvolvimento do pensamento combinatório, a contagem de elementos, a árvore de possibilidades, e a proporção, com a intenção de analisar e discutir a respeito de escolhas proporcionalmente saudáveis e económicas ao comprar ingredientes para compor um pequeno-almoço saudável.

Materiais necessários:

Televisor ou equipamento Data show;
Material impresso (PEI);
Lápis ou caneta;
Borracha;
Lápis coloridos;
Pincel.

Prática Educativa Investigativa:

[Clique aqui para acessar a PEI](#)



Figura 61 - PEI 06: Tarefa 5

5) De acordo com o texto, um pequeno almoço equilibrado, deve ser composto por 1 (uma) fonte de hidrato de carbono, 1 (uma) fonte de proteína e 1 (uma) fonte de fruta. Sendo assim, admitindo os conjuntos abaixo e os alimentos de tua preferência, elabora um “pequeno almoço adequado”

Hidrato de carbono	Proteína	Fruta
Pão integral 	Ovos 	Banana 
Pão de Bico 	Queijo 	Morango 
Croassaint 		Maça 

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na tarefa 5 (Figura 61), no desenvolvimento do pensamento combinatório, objetiva-se que o estudante elabore e organize uma única maneira para a composição do pequeno almoço, levando em consideração todas as possibilidades de hidratos de carbono, proteínas e frutas.

Durante a elaboração das possibilidades, é provável que surjam várias formas de representação, como a escrita por extenso, desenhos ou árvores de possibilidades. Deste modo, recomendamos que incentive os estudantes (i) a criação de representações próprias, (ii) a compartilhar suas ideias em sala de aula, (iii) a interpretar as diversas representações matemáticas que surgem em sala de aula. Tal dinâmica poderá incentivar o pensamento crítico e criativo.

Após a criação das possibilidades, é recomendável questionar os alunos, por exemplo, perguntando: Se mantivesses a proteína e fruta escolhidas, haveria outra opção para o pequeno-almoço? Esse tipo de pergunta pode estimular os alunos a constituir novas combinações e ampliar suas opções de escolha para pequeno almoço.

Figura 62 - PEI 06: Tarefa 6

6) Compara o teu “pequeno almoço adequado” com os dos teus colegas.

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na tarefa 6 (Figura 62), o objetivo é que os alunos, ao compararem seus próprios pequeno-almoço com os dos colegas, possam explorar outras combinações e discutir as suas preferências alimentares pessoais. Recomendamos que as diversas opções de pequeno almoço da turma sejam elencadas explicitamente no quadro, permitindo que os estudantes analisem todas as possibilidades elaboradas. Professor, com a sua intervenção, os alunos poderão explorar e elaborar todas as combinações possíveis de alimentos para o pequeno-almoço com os alimentos disponíveis.

Figura 63 - PEI 06: Tarefa 7

7) Observa agora as calorias de cada alimento por cada 100g.

Calorias por cada 100g	
 Pão integral - 247 kcal	 Queijo - 402 kcal
 Pão de bico - 248kcal	 Banana - 105 kcal
 Croissant- 86 kcal	 Morango - 33 kcal
 Ovos - 147 kcal	 Maça- 52 kcal

a) Constrói, agora, um pequeno-almoço em que o máximo seja de 600 calorias – valor considerado saudável.

b) Quantas possibilidades de pequeno-almoço existem até esse número de calorias?

c) Através dos preços dos produtos dados a seguir, procura entre as possibilidades já encontradas anteriormente, a possibilidade com menor custo, tendo em conta que o teu pequeno-almoço é de 100g..

Preço por kg dos produtos	
 Pão integral – 2,76€/ kg	 Queijo – 4,19 €/kg
 Pão de bico – 2,57 €/ kg	 Banana – 1,28 €/ kg
 Croissant- 5,57 €/ kg	 Morango – 3,98 €/ kg
 Ovos – 2,48 (12 uni) – 1 ovo = 100g	 Maça- 1,98 €/ kg

d) Será que a possibilidade com o menor número de calorias é a mesma com o custo mais baixo? Justifica a tua resposta.

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).





Na tarefa 7 (a, b) (Figura 63), considerando que o pensamento combinatório é uma maneira de organizar o mundo ao modelar situações, pode-se explorar o pensamento combinatório ao desafiar os estudantes a planejarem refeições. Cada aluno possui uma lista de alimentos com as suas respectivas quantidades de calorias por porção, e o objetivo é combinar esses alimentos de maneira que não ultrapassem uma restrição calórica de 600 calorias. Essa tarefa não só incentiva a criatividade na escolha dos alimentos, mas também instiga o planejamento e organização para elaborar a possibilidade.

Durante a etapa de combinação de alimentos, é provável que os alunos tenham opiniões divergentes sobre quais alimentos incluir, procurando negociar e tomar decisões em grupo para chegar a um consenso. Professor, nessa etapa, a sua intervenção torna-se crucial, pois permite a discussão, reflexão e negociação dos diferentes caminhos a serem seguidos (Chaves, 2004). Essa dinâmica poderá desencadear a comunicação, resolução de conflitos e trabalho em equipa.

Na tarefa 7 (c, d) (Figura 63), ao considerar os preços dos alimentos e as quantidades necessárias para compor o pequeno almoço, os alunos terão que calcular o custo de cada possibilidade do pequeno almoço e identificar qual delas tem o menor custo total. Essa dinâmica, poderá aflorar o pensamento proporcional, visto que, para calcular o custo por grama de cada alimento, possivelmente os alunos recorrerão à multiplicação e à divisão. Professor, também poderá aproveitar para incentivar a produção de significados para a unidade de medida, visto que, uma das possibilidades de resolução da tarefa é a conversão das unidades para uma análise dos custos.

Tal tarefa, estimula os alunos a analisar e comparar os custos das diferentes opções de pequeno almoço para identificar aquela com o menor custo total, isso poderá levá-los a refletir sobre a importância de estabelecer um orçamento pessoal e de priorizar gastos de acordo com suas necessidades e recursos disponíveis. A análise dos custos também abre espaço para discutir a relação entre hábitos alimentares saudáveis e financeiramente sustentáveis – os alunos podem refletir sobre como fazer escolhas nutritivas e económicas ao mesmo tempo.

Tal Prática, de carácter interdisciplinar (ciências da natureza) com possíveis conexões internas (números e operações, unidade de medidas, dados, proporção) e possíveis conexões externas (educação alimentar e nutricional, educação financeira) à matemática, pretende estimular e propor aos estudantes, reflexões relativas aos seus hábitos alimentares, referentes à primeira refeição do dia, com o intuito de discutir, através do desenvolvimento do pensamento combinatório, escolhas proporcionalmente nutritivas, económicas e sustentáveis ao comprar ingredientes para compor um pequeno-almoço saudável.

⁴ Chamamos pensamento proporcional aquele que corresponde a uma estrutura de comparação entre partes ou entre todos, ou entre as partes e um todo, ou como um esquema instrumental que resolve algumas situações especiais de comparação em forma multiplicativa e não aditiva. [...] O pensamento proporcional associa-se normalmente às operações de multiplicação e divisão (Lins; Giménez, 1997, p. 52)

Prática Educativa Investigativa 7

Almoço nutritivo em Tempos de Fome: Dados, Desafios e Possibilidades

Objetivos:

Abordar ideias matemáticas sobre a educação alimentar e nutricional, permitindo que os estudantes discutam e reflitam que, apesar das múltiplas possibilidades para refeições saudáveis, a problemática da fome persiste em muitas comunidades.

Materiais necessários:

Televisor ou equipamento data show com áudio;

Notebook;

Material impresso (PEI);

Lápis ou caneta;

Borracha;

Pincel;

Práctica Educativa Investigativa:

Clique aqui para acessar a PEI





Caríssimo(a) educador(a),

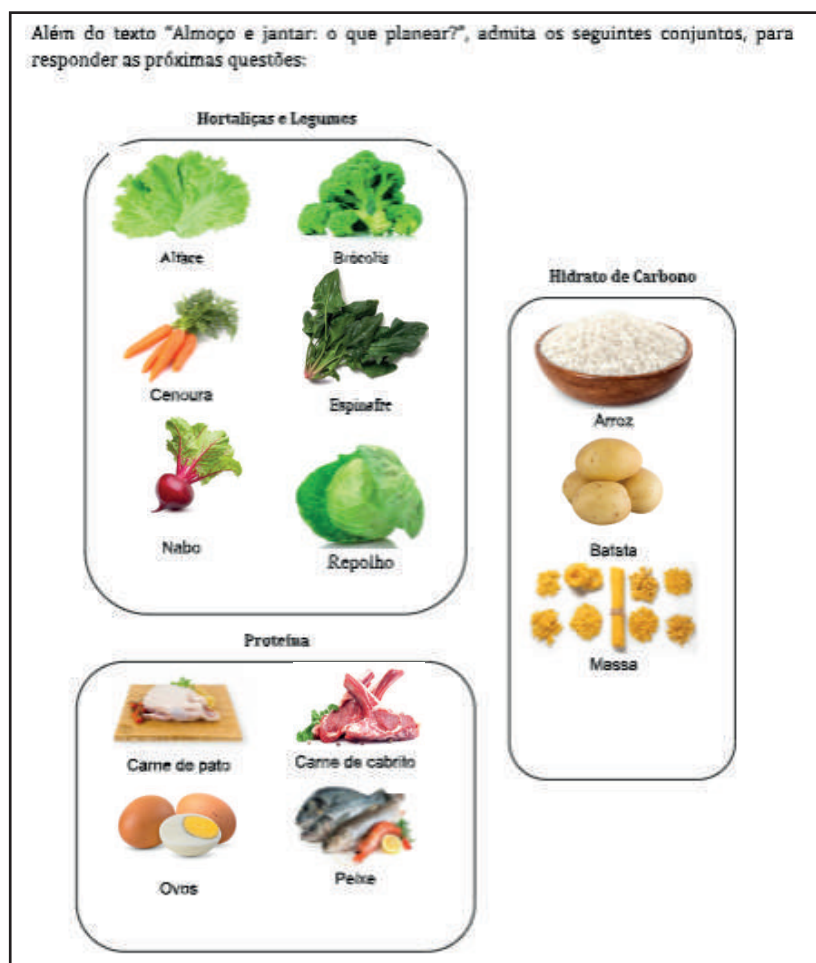
[...] A diversificação de estratégias e abordagens metodológicas suporta a exploração das temáticas, através da valorização e integração de atividades práticas facilitadoras da articulação das dimensões teórica e prática, no ensino de CN⁵ de MAT (Santiago, et all, 2017, p. 152)

Deste modo, antes de iniciar a resolução das 5 (cinco) tarefas que compõe esta PEI, sugerimos a realização da leitura do texto *Almoço e Jantar, o que planejar?* E após a leitura do texto, sugerimos, que promova um diálogo em sala referente aos alimentos ingeridos pela turma durante o almoço, ao passo que, estes possam refletir e analisar sobre seus hábitos alimentares, identificando mudanças necessárias para desenvolver uma alimentação saudável.

Tal diálogo poderá promover a produção de significados não-matemáticos dando legitimidades constituídas dentro dos aspectos culturais que cada estudante está inserido.

Com a intenção de valorizar o indivíduo e sua vontade (Chaves, 2005), propomos que a primeira tarefa seja resolvida individualmente.

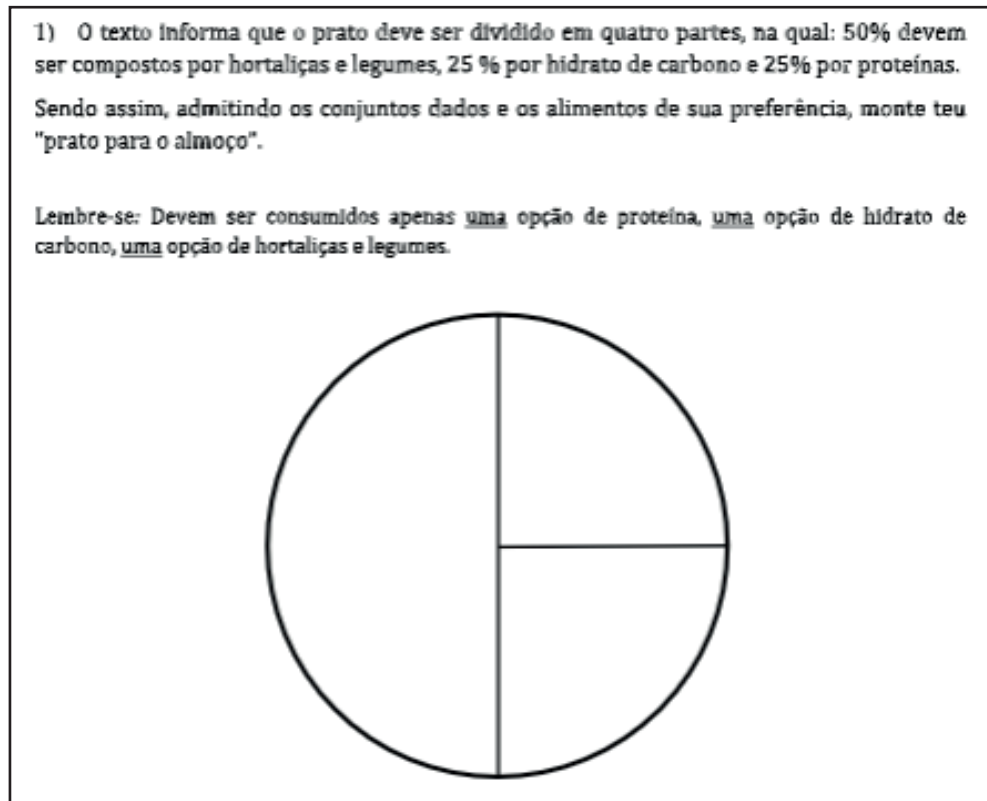
Figura 64 - PEI 07: Conjuntos



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

⁵ Ciências da natureza

Figura 65 - PEI 07: Tarefa 1



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na tarefa 1 (Figura 65), o objetivo é estimular que os alunos expressem suas preferências alimentares, o que poderá possibilitar uma discussão sobre escolhas alimentares pessoais, diversidade de alimentos e hábitos alimentares saudáveis. Além disso, os estudantes ao compartilharem sua composição com os colegas, poderão observar outras maneiras possíveis de combinar alimentos, levando em consideração a diversidade de alimentos disponíveis e as preferências individuais.

Em seguida, como consequência da sua própria decisão – escolha da proteína animal – e não como causa, sugerimos que organize a turma em grupo de no máximo 4 (quatro) estudantes – a característica do grupo são componentes que tenham a mesma proteína animal. Esta dinâmica, possivelmente, criará uma inquietação nos estudantes ao estarem em grupo que não escolheram e/ou não tenham intimidade, ao passo que, permitirá o estudante a “esforça-se para respeitar seu movimento natural, sua espontaneidade, as características de sua personalidade, objetivando desenvolver sua independência e seu espírito crítico” (Chaves, 2005, p. 171),



Figura 66 - PEI 07: Tarefa 2

2) Reúna com três colegas que escolheram a mesma proteína animal que você e analise as seguintes questões:

- Algum colega de teu grupo montou um prato idêntico ao teu? Quantos?
- Algum colega de teu grupo montou prato diferente do teu? Se sim, pontue a(s) diferença(s) existente(s) entre o teu prato e o de teus colegas.

	Tem no teu prato e não tem no do teu colega	Tem no prato do teu colega e não tem no teu
Colega ₀₁		
Colega ₀₂		
Colega ₀₃		

c) Se um outro colega aparecesse com um novo prato com a mesma proteína de origem animal, teríamos a possibilidade desse prato, ser diferente do teu e dos outros três colegas? Justifique.

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na tarefa 2 (Figura 66) No objetivo é promover a análise comparativa entre os pratos elaborados por diferentes colegas que escolheram a mesma proteína animal, ao passo que, poderão perceber a variabilidade ou a tendência de escolhas semelhantes dentro do grupo. Essa análise, poderá possibilitar a a compreensão das preferências individuais, criatividade na composição dos pratos e variedade de combinações possíveis mesmo com a mesma proteína animal escolhida.

Figura 67 - PEI 07: Tarefa 3

3) Considerando que não mude a proteína animal do seu prato, discuta com teus colegas:

Lembre-se: Devem ser consumidos apenas uma opção de proteína (já escolhida), uma opção de hidrato de carbono, uma opção de hortaliças e legumes.

- Quantos pratos saudáveis diferentes vocês podem montar alterando os outros alimentos.
- Se você pudesse retirar os alimentos que tu não gostas, mantendo pelo menos um de cada grupo, quantas possibilidades tens para construir o teu “prato” para o almoço? Justifique.
- Faça uma comparação da quantidade de pratos que consegues montar na alternativa **a** e na **b**. Essa quantidade difere ou não? Explique por que isso acontece.

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).



- _____

[illegible]

100 90 80 70 60 50 40 30 20 10 0

Na tarefa 5 (Figura 69), o objetivo inicial é possibilitar aos estudantes a construir e interpretar gráficos de barras duplas utilizando o Excel. Tal prática, poderá desenvolver a produção de significados para a representação gráfica de dados, a visualização de informações e análise comparativa entre conjuntos de dados distintos apresentados no gráfico.

Após a construção do gráfico, é recomendável questionar os alunos, por exemplo, “Quais as tendências ou padrões que observas nos dados representados no gráfico de barras? Houve mudanças ao longo do tempo ou entre diferentes variáveis? Existem valores extremos ou discrepantes nos dados? O que esses valores podem indicar?” Esse tipo de questão poderá estimular os alunos a interpretar o gráfico de barras, possibilitando a produção de significados não(matemáticos).

Na tarefa 5 (a) (Figura 69), é possível propor um ambiente de discussão e reflexão sobre a evolução do risco de pobreza entre os anos de 2004 a 2010 tanto na União Europeia quanto em Portugal. Para isso, sugerimos questionar aos estudantes: “Houve uma diminuição, aumento ou estabilização nesse período? Qual foi a diferença na evolução do risco de pobreza entre a União Europeia como um todo e Portugal especificamente durante esse período? Que fatores podem ter influenciado essas diferenças? Quais as políticas sociais que foram implementadas tanto na União Europeia como em Portugal, durante esse período, para combater o risco de pobreza? Existem diferenças na evolução do risco de pobreza entre diferentes grupos demográficos, por faixa etária, na União Europeia e em Portugal? O que essas diferenças nos podem dizer sobre as causas subjacentes do risco de pobreza? Quais as medidas podem ser propostas para lidar com esse problema?”

É possível que, através dessas questões (ou similares), os alunos investiguem como é que as questões políticas e sociais estão diretamente ligadas ao Direito à Alimentação e à Segurança Alimentar da população. Essa reflexão poderá permitir que os alunos produzam significados sobre a intersecção entre as políticas públicas, as condições socioeconómicas e o acesso adequado aos alimentos, promovendo uma possível análise crítica sobre essa temática.

Ao incentivar os alunos a elaborarem as suas próprias questões na tarefa 5 (b) (Figura 69), estará estimulando os alunos a analisarem os significados que foram produzidos a partir das tarefas anteriores que, possivelmente, vão em direção à Educação Alimentar e Nutricional, Educação Estatística, e Educação sobre Desigualdade Social e Económica.

Tal Prática, de carácter interdisciplinar (ciências da natureza, ciências humanas) com possíveis conexões internas (números e operações, comparação, dados, estatística) e possíveis conexões externas (educação alimentar e nutricional, educação estatística, educação sobre Desigualdade Social e Económica, tecnologia) à matemática, pretende estimular e propor aos estudantes, reflexões relativas aos seus hábitos alimentares, referentes ao almoço, com o intuito de discutir, através do desenvolvimento do pensamento combinatório, escolhas alimentares nutritivas. Ao incorporar a análise de dados relacionados com a fome, essa tarefa poderá possibilitar que os estudantes compreendam que, mesmo diante de diversas possibilidades para pratos saudáveis, a questão da fome ainda persiste.



Prática Educativa Investigativa 8

Almoço equilibrado: Combinações possíveis, proporções nutritivas e menu económico.

Objetivo:

Estimular e propor aos estudantes, reflexões relativas aos seus hábitos alimentares, referentes ao almoço, com o intuito de discutir, a partir do desenvolvimento do pensamento combinatório, escolhas alimentares proporcionalmente nutritivas e econômicas.

Materiais necessários:

Televisor ou equipamento data show com áudio;
Material impresso (PEI);
Lápis ou caneta;
Borracha;
Pincel.

Prática Educativa Investigativa:

[Clique aqui para acessar a PEI](#)



Caríssimo(a) educador(a),

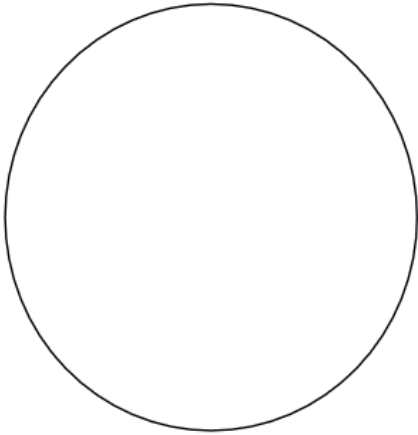
A ligação da educação financeira com a matemática é natural. Mas as suas conexões estabelecem-se com várias áreas do saber, a depender das questões que forem suscitadas pelos alunos ou pelo aprofundamento pretendido. É um tema que pode e deve ser transversal ao currículo, contribuindo para o desenvolvimento de uma cidadania mais ativa de todos os alunos (Fonseca; Santiago, 2019, p. 80).

Figura 70 - PEI 08: Tarefa 01

PRÁTICA EDUCATIVA INVESTIGATIVA 08

Título – Almoço equilibrado: Combinações possíveis, proporções nutritivas e menu económico.

1) a) Constrói um prato ao teu gosto, incluindo todos os alimentos que costuma ingerir em uma refeição.



b) Agora, considerando os alimentos que você acabou de mencionar, divida o círculo em fatias de acordo com cada setor da roda dos alimentos."

c) Representa, em forma de fração, cada uma das fatias que obtiveste.

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na tarefa 1 (a) (Figura 70), o objetivo é estimular os alunos a expressarem as suas preferências alimentares, o que poderá possibilitar uma discussão sobre escolhas alimentares pessoais, diversidade de alimentos e hábitos alimentares saudáveis. Durante a elaboração do prato, é provável que surjam várias formas de representação, como a escrita por extenso ou desenhos. Deste modo, recomendamos que incentive os estudantes à criação de representações próprias.

Na tarefa 1 (b) (Figura 70), os estudantes, ao dividirem o círculo de forma equitativa para representar cada grupo alimentar, poderão produzir significados para frações, percentagens e gráfico de circulares. Ao garantir que cada fatia represente adequadamente a proporção de alimentos de cada grupo na roda dos alimentos, poderão produzir significados para a divisão proporcional do espaço. Além dos significados matemáticos, é possível que esta dinâmica, também possibilite a produção de significados não matemáticos, tais como, os grupos de alimentos saudáveis, variados e equilibrados.

Na tarefa 1 (c) (Figura 70), é possível que os alunos operem e/ou produzam significados para frações como parte/todo. Ao fazer questionamentos como “Como compararias a fração do grupo de hidrato de carbono com a fração do grupo de proteínas? Quais os grupos têm frações maiores/iguais/menores? O que significa em termos de hábitos alimentares?”, estará incentivando os alunos a fazerem conexões entre a representação matemática (frações) e situações reais (hábitos alimentares), além de os convidar a operar noutro campo semântico- o da comparação de frações. Daí, a importância de entender a forma de o aluno operar, para, então, o convidar a operar de outra maneira, se for preciso.

Figura 71 - PEI 08 : Tarefa 02

- 2) Depois de leres o texto, compara o prato que fizeste inicialmente com o prato saudável descrito no texto.
- Tens uma alimentação saudável? O teu prato inicial estava de acordo com a informação dada no texto? Discute com os teus colegas.

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na tarefa 2 (Figura 71), o objetivo é estimular os estudantes a compararem suas escolhas alimentares com um modelo de prato saudável descrito no texto. Ao fazerem essas comparações, é possível que os estudantes (a) interajam uns com os outros em exercícios de dialogicidade; (b) produzam significados não apenas sobre seus próprios hábitos alimentares, mas também sobre os hábitos de seus colegas; (c) produzam significados para os géneros alimentares que devem ser ingeridos no almoço.

Esta PEI é constituída por 6 tarefas, sendo que, as tarefas de 3 a 5 são idênticas às tarefas da 1 à 3 da PEI 7. Assim, a a proposta metodológica sugeridas para o desenvolvimento das tarefas de 3 ao 5, podem ser encontradas na PEI 7.

Figura 72 - PEI 08: Tarefa 6

6) Calcula o valor de cada uma das refeições.

a) Para os alimentos indicados na pergunta nº 3:

Verduras	Hidratos de Carbono	Proteínas de origem animal
Alface 1,69€/kg	Arroz 3,80 €/500g	Peito de pato 14,99€/kg
Bróculos 1,79€/kg		Carne da Cabrito 13,99€/kg
Cenoura 1,09 €/kg	Batata 2,99€/3kg	
Espinafre 2,29€/100g		
Nabo 2,19€/kg	Massa 1,74€/kg	Peixe 2,49€/kg
Repolho 1,59€/200g		

Cada pessoa come, em média, 100g de cada alimento. Faz as conversões necessárias e calcula o orçamento do prato saudável que criaste.

b) Pesquisa os preços em vigor do prato que criaste na pergunta nº 1 e calcula o seu orçamento. Se for necessário pede ajuda à professora para fazer esta pesquisa. Comer saudável é mais barato ou mais caro? Compara os dois valores obtidos.

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Na tarefa 6 (a) (Figura 72), ao considerar os preços dos alimentos e as porções necessárias para compor o pequeno almoço, os alunos terão que calcular o custo da possibilidade do pequeno almoço. Essa dinâmica, poderá aflorar o pensamento proporcional, visto que, para calcular o custo por grama de cada alimento possivelmente os alunos recorrerá a multiplicação e a divisão.

Na tarefa 6 (b) (Figura 72), os estudantes, calcularão, com base nos valores atuais, o valor do prato que costumam comer no seu dia a dia. Multiplicar o preço de cada ingrediente pela quantidade necessária e depois somar esses valores é um possível campo semântico que o aluno poderá constituir para determinar o orçamento total.

Após calcular o orçamento do prato, os alunos deverão comparar esse valor com o custo da opção saudável constituída na tarefa 6 (a). A questão proposta "Comer saudável é mais barato ou mais

caro?" estimula a reflexão sobre os custos associados a escolhas alimentares saudáveis em comparação com opções menos saudáveis. Professor, nessa etapa, também poderá aproveitar para incentivar a produção de significados para o consumo consciente e a alimentação saudável.

Tal Prática, de caráter interdisciplinar (ciências da natureza, ciências humanas) com possíveis conexões internas (números e operações, proporção, fração, comparação, dados, gráfico de setor, orçamento) e possíveis conexões externas (educação alimentar e nutricional, educação financeira, educação estatística) à matemática, pretende estimular e propor aos estudantes, reflexões relativas aos seus hábitos alimentares, referentes ao almoço, com o intuito de discutir, através do desenvolvimento do pensamento combinatório, escolhas alimentares proporcionalmente nutritivas e económicas.

Ao incorporar a análise de preços dos alimentos que constitui uma possibilidade de alimentação saudável, essa PEI poderá possibilitar que os estudantes compreendam que a escolhas de alimentos, considerando não apenas o preço e a disponibilidade mas também o seu valor nutricional, contribua para uma alimentação equilibrada e sustentável com as finanças pessoais.



Bloco 5

O caminho se faz ao caminhar

É – ou deveria ser – parte integral da vida profissional do professor de matemática, o exercício da reflexão e da flexibilidade nas ações em sala de aula. Isso porque, por um lado, todo ser humano aprende de muitas maneiras diferentes, e por outro, porque todo conhecimento humano se manifesta de maneiras diferentes nas diversas situações em que vivemos: ora é melhor que ele fique “implícito”, ora é essencial que seja explicitado, discutido, sistematizado (Lins; Silva, 2020, p. 30).

Caríssimo educador ou educadora,

Agradecemos sinceramente por dedicar o seu tempo para ler até aqui!

Como colegas na educação, entendemos a intensidade do cotidiano ao lidar com “quarenta alunos” (ou mais) por sala, cumprir inúmeros procedimentos burocráticos e ainda assim buscar práticas educativas inovadoras.

Queremos enfatizar que em nenhum momento intencionamos ser prescritivos e/ou impor diretrizes. Se inadvertidamente isso ocorreu, pedimos que nos desculpe.

Cada linha deste material foi pensada para convidá-lo a refletir a respeito do desenvolvimento do pensamento combinatório dos estudantes, oferecendo subsídios para que você possa pensar e agir em seu contexto educacional, mesmo diante das amarras burocráticas.

Pensamos que cada prática educativa investigativa é inovadora, porque pode ser reaplicada e, a partir delas, surgirem muitas outras que se diferenciam não apenas em relação às metodologias, mas em relação ao contexto e aos grupos sociais envolvidos no processo. Desse modo, esperamos que este recurso educacional tenha sido uma fonte de inspiração para você!



Bloco 6

Material Complementar

Ao rotular que uma aula expositiva é ruim, cabe primeiro avaliar em que aspecto a estratégia de aprendizagem foi adequada ou inadequada naquele contexto, reconhecendo seus méritos e deméritos. Essa é uma ideia importante por três motivos: primeiro, porque permite que o profissional da educação matemática entenda que ele tem a possibilidade de tomar decisões de maneira flexível, ao invés de se prender a um ou poucos modelos de aprendizagem. Segundo, porque ela representa um claro convite à reflexão permanente sobre nossas decisões. E, finalmente, porque essa reflexão nos leva a considerar os pressupostos que temos acerca de como as pessoas, em particular crianças, aprendem, porque é com base nessas coisas, nas quais acreditamos, que nossas decisões serão tomadas (Lins; Silva; 2020, p. 20-21)

Caríssimo educador ou educadora,

As tarefas que aqui constam foram planejadas com o objetivo de subsidiar as discussões matemáticas desenvolvidas a partir de cada prática pedagógica. Por isso, sugerimos que a Tarefa 1 seja aplicada após o desenvolvimento da PEI 1, que a Tarefa 2 seja aplicada após o desenvolvimento da PEI 2, que a Tarefa 3 seja aplicada após o desenvolvimento da PEI 3 e que a Tarefa 4 seja aplicada após o desenvolvimento da PEI 4.

Orientamos que, no final da Tarefa 4, sejam explicadas aos estudantes as operações combinatórias (arranjo, combinação), discuta as suas diferenças e que se apresentem as fórmulas. Após isso, aplique a Tarefa 5.

Tarefa	Tema matemático	Objetivo
01	Árvore das possibilidades	Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes compreendam que, ao mapear as diferentes ramificações em diversos cenários, estão evidenciando escolhas disponíveis para uma tomada de decisão.
02	Princípio Multiplicativo	Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes possam compreender que, ao organizar, listar e/ou quantificar o total de combinações possíveis em situações que envolvem múltiplos eventos, estão evidenciando e analisando todas as possibilidades disponíveis para auxiliá-los em uma tomada de decisão.
03	Arranjo	Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes possam vir a compreender que, ao organizar informações de maneira ordenada para cada etapa, torna-se possível visualizar diferentes possibilidades e tomar decisões com base nessas organizações.



04

Combinação

Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes possam vir a compreender que, ao organizar, criar e/ou escolher um subconjunto de elementos de um conjunto no qual a ordem não importa, é possível visualizar diversas combinações possíveis e tomar decisões com base nessas combinações.

05

**Árvore das possibilidades,
princípio multiplicativo,
princípio aditivo,
arranjo e combinação.**

Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, incentivando os estudantes a explorar e a compreender múltiplas maneiras de organizar informações e eventos, permitindo-lhes tomar decisões com base na análise das diferentes possibilidades.



Tarefa 1

Tema matemático: Árvore das possibilidades.

Objetivo: Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes compreendam que, ao mapear as diferentes ramificações em diversos cenários, estão evidenciando escolhas disponíveis para uma tomada de decisão.

Em todas as tarefas, procure utilizar dois ou mais recursos para a resolução. Não despreze nenhuma forma de representação: use desenhos, quadros e diagramas ou faça lista dos elementos ou dos resultados possíveis.

1. No lançamento simultâneo de cinco moedas, em que pode sair cara (K) ou coroa (C) em cada uma das faces, quantos e quais são os resultados possíveis?
2. Uma indústria automobilística contratou três pessoas para ocupar três vagas disponíveis. Cada um dos contratados pode ocupar qualquer uma das vagas. Quantas e de quais maneiras diferentes as vagas podem ser ocupadas pelos contratados?
3. Quatro amigos, Pedro (P), Francisco (F), Natália (N) e Érica (E) saem sempre juntos para dar um passeio de carro aos domingos. Porém, semanalmente discutem sobre quem se sentará no banco da frente com o motorista e quem se sentará ao lado direito e ao lado esquerdo do banco de trás.
 - a) Quantas e quais são as possibilidades de os amigos se posicionarem no carro, considerando que o motorista da semana é o Pedro?
 - b) Quantas e quais são as possibilidades dos quatro amigos se posicionarem no carro, sabendo que todos dirigem e que em cada semana um deles é o motorista?
4. Um estádio de futebol possui oito portões de entrada/saída. De quantas maneiras distintas uma pessoa pode entrar no estádio e sair por um portão diferente do que foi usado na entrada?
5. Carlos vai reformar a casa e precisa escolher os acabamentos da sala de jantar. Sua esposa faz as seguintes exigências, de acordo com a escolha entre tinta e porcelanato:
 - Se Carlos escolher colocar porcelanato nas paredes, então ele tem quatro opções de porcelanato para a parede e cinco opções de piso para escolher;
 - Se Carlos decidir pintar as paredes, então ele tem três cores disponíveis e quatro opções de piso que combinam.Quantas e quais são as possibilidades diferentes de escolhas de Carlos?
6. Cinco atletas disputam uma corrida. Quantas e quais são as possibilidades de chegada para os três primeiros lugares?
7. Catarina e Virgínia combinaram de ir juntas a um show. Catarina mora na rua A e vai buscar a amiga Virgínia, que mora na rua B, e seguirão para o endereço onde ocorrerá o show, na rua C. Para Catarina chegar à casa de Virgínia, ela tem três caminhos diferentes (x, y ou z). Já, para

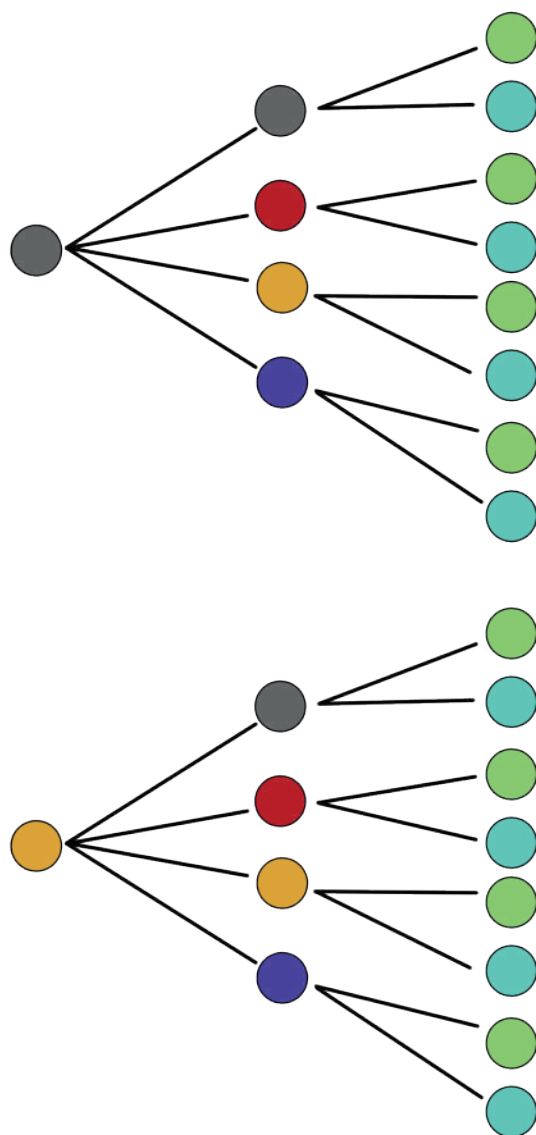


ir da casa de Virgínia ao show, elas terão duas opções diferentes (caminho 1 ou caminho 2).

a) Quais são os caminhos que Catarina pode percorrer para ir ao show, saindo de sua casa e passando pela casa de Virgínia?

b) Desenhe o diagrama de árvore dos possíveis caminhos que Catarina pode percorrer para ir ao show, passando pela casa de Virgínia.

8. Observe o diagrama de árvore a seguir e crie uma situação-problema de contagem que envolva a ideia de agrupamento de pessoas. Imagine você e alguns colegas de classe envolvidos nessa situação.



Tarefa 2

Tema matemático: Princípio multiplicativo

Objetivo: Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes possam vir a compreender que, ao organizar, listar e/ou quantificar o total de combinações possíveis em situações que envolvem múltiplos eventos, estão evidenciando e analisando todas as possibilidades disponíveis para auxiliá-los em uma tomada de decisão.

Caso necessário, para auxiliá-lo na resolução, use desenhos, quadros e diagramas ou faça lista dos elementos ou resultados possíveis.

1. Uma fábrica de móveis tem dez modelos para mesas e quatro modelos para cadeiras. Quantos pares de modelos de mesa e cadeira a fábrica pode disponibilizar?
2. Considere os algarismos 1, 3 e 5.
 - a) Quantos números de três algarismos distintos são possíveis formar com esses algarismos?
 - b) Quantos números de três algarismos são possíveis formar com esses algarismos?
3. Em sua festa de 15 anos, Larissa pretende distribuir aos convidados sacolas com presentes. Para a montagem dessas sacolas, Larissa dispõe de 22 sabonetes, 25 enfeites caseiros, 30 doces gourmet e 18 aromatizadores de ambientes. Cada sacola deve ter apenas um item. De quantas sacolas Larissa vai precisar?
4. Uma professora aplicou um teste contendo seis afirmações, as quais os alunos deveriam julgar como verdadeiras ou falsas. De quantas maneiras distintas esse teste pode ser respondido?
5. Julia deseja assistir a um filme no cinema, a um espetáculo circense ou a uma peça de teatro. O circo que estava na cidade dela tinha dois espetáculos distintos disponíveis; cada um dos três cinemas da cidade tinha cinco filmes diferentes em cartazes; e cada um dos dois teatros mais próximos estava apresentando dois espetáculos diferentes. De quantas maneiras diferentes Julia pode escolher o que fazer?
6. A política de determinado hospital exige que de cinco em cinco anos seja feita uma eleição para três cargos de liderança. Para concorrer neste ano, existem seis candidatos a diretor, quatro candidatos a vice-diretor e quatro candidatos a chefe do RH. Sabendo que um mesmo candidato não pode concorrer e nem ser eleito a cargos distintos, de quantas maneiras diferentes é possível definir a equipe?
7. Em um salão de festas, há seis janelas. De quantas maneiras distintas podemos escolher quais janelas estarão abertas ou fechadas, de modo que pelo menos uma das janelas esteja aberta?

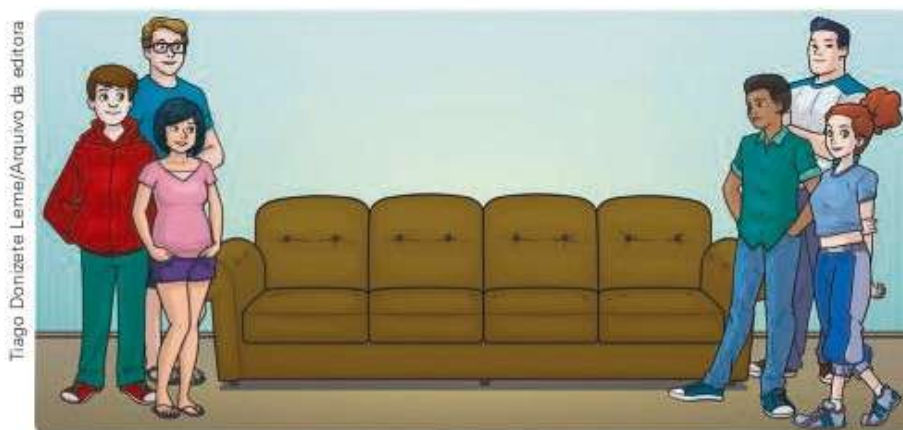


Tarefa 3

Tema matemático: Arranjo

Objetivo: Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes possam vir a compreender que, ao organizar informações de maneira ordenada para cada etapa, torna-se possível visualizar diferentes possibilidades e tomar decisões com base nessas organizações.

1. Um clube tem 30 membros. A diretoria é formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário e um tesoureiro. Se uma pessoa pode ocupar apenas um desses cargos, de quantas maneiras diferentes é possível formar uma diretoria?
2. Em um sofá, como o da imagem a seguir, há lugares para quatro pessoas. De quantas maneiras diferentes podem se sentar apenas quatro indivíduos de um grupo de seis pessoas?



3. De quantas maneiras diferentes podemos acomodar quatro estudantes, cada um em uma carteira, em uma sala de aula que dispõem de 30 carteiras?
4. Dispomos de sete cores e queremos pintar as cinco regiões brasileiras em um mapa do Brasil, cada uma de uma cor. De quantas maneiras isso pode ser feito?
5. Quantos números de cinco algarismos distintos formamos com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9?
6. De quantas maneiras nove pessoas podem se sentar em três cadeiras?
7. Quantos números de três algarismos, sem repetição, podemos formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, incluindo sempre o algarismo 4?

- 8.** Sabendo que uma bandeira tem quatro faixas horizontais:
- a) Quantas são as possibilidades de pintá-la com quatro cores distintas, escolhendo entre: vermelho, laranja, amarelo, verde, azul, roxo e marrom?
 - b) Quantas bandeiras podemos pintar se, além da condição do item (a), a cor amarela estiver sempre presente?
- 9.** Considerando todos os números de seis algarismos distintos formados com os algarismos 1, 2, 3, 4, 6, 7 e 9, determine quantos são:
- a) Pares;
 - b) Ímpares.
- 10.** Considere a palavra FELINO.
- a) Quantos são os anagramas dessa palavra?
 - b) Quantos começam com a letra N?
 - c) Quantos terminam com vogal?
 - d) Quantos apresentam as letras E, L e I juntas e nessa ordem?
 - e) Quantos apresentam as letras E, L e I juntas e em qualquer ordem?
- 11.** Quantos números inteiros e positivos divisíveis por 5 e de quatro algarismos distintos podem ser escritos com os algarismos 1, 3, 5, 7, 9?



Tarefa 4

Tema matemático: Combinação

Objetivo: Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, ao passo que os estudantes possam vir a compreender que, ao organizar, criar e/ou escolher um subconjunto de elementos de um conjunto no qual a ordem não importa, é possível visualizar diversas combinações possíveis e tomar decisões com base nessas combinações.

1. Para preparar uma prova, um professor tem à sua disposição dez questões. Se a prova deve ser composta de quatro dessas questões, determine a quantidade de provas distintas que podem ser preparadas.
2. De quantas maneiras é possível escalar um time de futebol de salão (cinco jogadores em quadra) dispondo de oito jogadores?
3. Em um festival de cinema, serão indicados cinco filmes ao prêmio de melhor trilha sonora. Sabendo que eles serão selecionados a partir de uma lista com 12 filmes, de quantas maneiras distintas os indicados poderão ser escolhidos?
4. O tribunal do Júri Popular é composto por um juiz de Direito, que é quem preside o julgamento, e por um corpo de jurados, o qual constituirá o conselho de sentença na sessão de julgamento. Sabendo que o corpo de jurados é composto por 21 pessoas, das quais apenas sete farão parte do conselho de sentença, determine de quantas maneiras diferentes esse conselho pode ser composto.
5. Em uma empresa, há seis sócios brasileiros e quatro japoneses. A diretoria será composta de cinco sócios, sendo três brasileiros e dois japoneses. De quantos modos essa composição pode ocorrer?
6. Em uma sala, temos cinco rapazes e seis moças. Quantos grupos de dois rapazes e três moças podemos formar?
7. Ao elaborar uma prova de Matemática contendo cinco questões, um professor dispõe de cinco questões de álgebra e seis de trigonometria. Calcule o número de provas diferentes que é possível elaborar usando em cada prova duas questões de álgebra e três de trigonometria.
8. Em uma turma de 30 estudantes, nove têm skate e outros oito possuem bicicleta. Quantos grupos diferentes de sete estudantes é possível formar naquela turma, de modo que haja quatro skates e duas bicicletas em cada grupo?
9. Em seu trabalho, João tem cinco amigos, sendo três homens e duas mulheres. Já a sua esposa Maria tem, em seu trabalho, quatro amigos (distintos dos de João), sendo dois homens e



e duas mulheres. Para uma confraternização, João e Maria pretendem convidar seis dessas pessoas, sendo exatamente três homens e três mulheres. Determine de quantas maneiras eles podem convidar essas pessoas:

- a) Entre todos os seus amigos no trabalho.
- b) De forma que cada um deles convide exatamente três pessoas entre os seus respectivos amigos.

10. Uma lotação possui três bancos para passageiros, cada um com três lugares, e deve transportar os três membros da família Sousa, o casal Lúcia e Mauro e mais quatro pessoas. Além disso:

- I. A família Sousa quer ocupar um mesmo banco;
- II. Lúcia e Mauro querem sentar-se lado a lado.

Nessas condições, determine o número de maneiras distintas de dispor os nove passageiros na lotação.



Tarefa 5

Tema matemático: Árvore das possibilidades, princípio aditivo, princípio multiplicativo, arranjo e combinação.

Objetivo: Estimular o desenvolvimento do pensamento combinatório, incentivando os estudantes a explorar e a compreender múltiplas maneiras de organizar informações e eventos, permitindo-lhes tomar decisões com base na análise das diferentes possibilidades.

1. Uma moeda tem duas faces: cara (k) e coroa (C). Lança-se uma moeda três vezes seguidas e observa-se qual face ficou voltada para cima. Quais são os resultados possíveis?
Utilize desenhos, quadros, diagramas ou faça lista dos resultados possíveis.
2. Suponha que, na disciplina de Matemática, existem três listas de exercício. A 1ª contém 15 exercícios, a 2ª contém 18 exercícios e a 3ª contém 14 exercícios. De quantas maneiras um estudante pode escolher um exercício para resolver?
3. Uma urna contém uma bola vermelha (V), uma branca (B) e uma azul (A). Uma bola é extraída, observada a sua cor e resposta na urna. Em seguida, outra bola é extraída e observada a sua cor. Quantas são as possíveis sequências de cores observadas?
4. As cinco finalistas para o Miss Universo são: Miss Japão, Miss Brasil, Miss Finlândia, Miss Argentina e Miss Noruega. De quantas formas os juízes poderão escolher o primeiro, o segundo e o terceiro lugar nesse concurso?
5. Quantas comissões de três participantes podem ser fornadas com cinco pessoas?
6. Quantos são os gabaritos possíveis de um teste de 20 questões de múltipla escolha com cinco alternativas por questão?



Referências

CHAVES, Rodolfo. **Material pedagógico na base nacional comum na linha da pedagogia da alternância: ensino de Matemática nas Escolas Família-Agrícolas**. Viçosa, MG: Departamento de Educação da UFV; Associação das Escolas Família-Agrícolas de MG, 2005. 230 p.

CHAVES, Rodolfo. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socio-ambientais?** Rio Claro, 2004. 223 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

FONSECA, Lina; SANTIAGO, Ana. Matemática e Educação Financeira: possíveis conexões. **Educação e Matemática**. Portugal, n. 154, p. 77-80, out/nov/dez. 2018. Disponível em: <<https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2602/2646>>. Acesso em: 20 jun. 2024

LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp). p. 75-94.

LINS, Romulo Campos. O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis: Revista Técnico-Científica da Universidade Regional de Blumenau**. v. 2, n. 7, abril/junho, 1994a, p. 29-39.

LINS, Romulo Campos. **Epistemologia, História e Educação Matemática**: tornando mais sólida as bases da pesquisa. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – São Paulo, Ano 1, n.1, set./1993, p. 75-91.

LINS, Romulo Campos. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 330p. Thesis (Phd) – University of Nottingham, Nottingham.

LINS, Romulo Campos; Giménez, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SANTIAGO, Ana; DOMINGOS, Antônio; TEIXEIRA, Paula. **Educação Financeira e a aula de Matemática**. **Educação e Matemática**. Portugal, n. 142, p. 10-12, abril/maio/junho. 2017. Disponível em: <<https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2417/2840>>. Acesso em: 20 jun. 2024.

SANTOS, Edivagner; VIOLA DOS Santos, João Ricardo. Leituras de produções escritas e em vídeos em grupo de trabalho e possibilidades para salas de aula de matemática. In: Oliveira, Viviane Cristina Almada de et al. **O Modelo dos Campos Semânticos na educação básica**. Curitiba: Appris, 2020, p. 31-46.

SILVA, Amarildo Melchades da. **O Modelo dos Campos Semânticos: um modelo epistemológico em Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2022.





Luanne Lima Ferreira
Rodolfo Chaves
Ana Elisa Santiago

LER, PRODUZIR e ENUNCIAR:

O desenvolvimento do
Pensamento Combinatório
em Práticas Educativas Investigativas
na Educação Alimentar

