

MATEMÁTICA E
EDUCAÇÃO INFANTIL

A photograph showing a person's hands measuring a cone with a string on a speckled floor. The person is wearing a blue shirt and a gold bracelet. The string is wrapped around the cone and held taut by the hands. The background is a light-colored floor with dark speckles.

**ESTUDOS SOBRE A
GRANDEZA COMPRIMENTO**
COM PROFESSORAS DA EDUCAÇÃO INFANTIL

Ebenezer Lopes Ferreira
Dilza Côco



Edifes
ACADÊMICO

MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO INFANTIL

ESTUDOS SOBRE A GRANDEZA COMPRIMENTO COM PROFESSORAS DA EDUCAÇÃO INFANTIL

**Ebenezer Lopes Ferreira
Dilza Côco**



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória - ES
2024



Editora do Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Espírito Santo
R. Barão de Mauá, nº 30 – Jucutuquara
29040-689 – Vitória – ES
www.edifes.ifes.edu.br | editora@ifes.edu.br

Reitor: Jadir José Pela

Pró-Reitor de Administração e Orçamento: Lezi José Ferreira

Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional: Danielli Veiga Carneiro Sondermann

Pró-Reitora de Ensino: Adriana Piontkovsky Barcellos

Pró-Reitor de Extensão: Lodovico Ortlieb Faria

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação: André Romero da Silva

Coordenador da Edifes: Adonai José Lacruz

Conselho Editorial

Aldo Rezende * Aline Freitas da Silva de Carvalho * Aparecida de Fátima Madella de Oliveira *
Felipe Zamborlini Saiter * Gabriel Domingos Carvalho * Jamille Locatelli * Marcio de Souza Bolzan
* Mariella Berger Andrade * Ricardo Ramos Costa * Rosana Vilarim da Silva * Rossanna dos
Santos Santana Rubim * Viviane Bessa Lopes Alvarenga.

Revisão de texto: Ebenezer Lopes Ferreira

Projeto gráfico: Ebenezer Lopes Ferreira e Sara de Almeida Ferreira

Diagramação: Ebenezer Lopes Ferreira e Sara de Almeida Ferreira

Capa: Sara de Almeida Ferreira

Imagem de capa: Sara de Almeida Ferreira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca do Campus Vila Velha)

F383m Ferreira, Ebenezer Lopes

Matemática e educação infantil [recurso eletrônico]: estudos sobre a
grandeza comprimento com professoras da educação infantil. / Ebenezer
Lopes Ferreira, Dilza Côco. / Vitória: Edifes Acadêmico, 2024.

102 p. : il. col., 30 cm.
Inclui bibliografia.

ISBN: 978-85-8263-959-7 (E-Book).

DOI: 10.365/9788582639597.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação infantil – Matemática.
I. Côco, Dilza. II. Título. III. Instituto Federal do Espírito Santo.

CDD 23 – 510.7

Valéria Rodrigues de Oliveira CRB6/ES-477

Este livro foi avaliado e recomendado para publicação por pareceristas ad hoc.

Esta obra está licenciada com uma Licença Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 Brasil.



Descrição Técnica

Nível de Ensino a que se destina o produto: Educação básica.

Área de Conhecimento: Ensino.

Público-Alvo: Professores que ensinam matemática na educação básica.

Categoria deste produto: Material Didático/Instrucional (PTT1).

Finalidade: Contribuir com o processo de formação continuada de professores da Educação Infantil, na elaboração de práticas pedagógicas sobre a grandeza comprimento.

Registro de Propriedade Intelectual: Ficha Catalográfica com ISBN e Licença Creative Commons (Educapes). ISBN 978-85-8263-959-7

Disponibilidade: Irrestrita, mantendo-se o respeito à autoria do produto, não sendo permitido uso comercial por terceiros.

Divulgação: Meio digital.

URL: Produto disponível no site do Educimat (www.educimat.ifes.edu.br) e no repositório Educapes (www.educapes.capes.gov.br).

Processo de Validação: Validado na banca de defesa da dissertação.

Processo de Aplicação: Aplicado em curso de formação de professores.

Impacto: Médio impacto - PTT gerado no Programa, aplicado com o público-alvo na forma de protótipo.

Inovação: Médio teor inovativo - combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos.

Origem do produto: Monografia de dissertação intitulado "Formação continuada com professoras da Educação Infantil na perspectiva histórico-cultural: Estudos coletivos sobre a grandeza comprimento", desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Ifes.

SOBRE OS AUTORES

Ebenezer Lopes Ferreira

Servidor público no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes), campus Reitoria. Graduado (2019) em Licenciatura em Matemática pelo Ifes. Mestre (2024) pelo Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática - Educimat/Ifes. Atua como participante do Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem), vinculado à rede do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica na perspectiva Histórico-Cultural da Universidade de São Paulo (GEPAPe/USP).

Dilza Côco

Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes), Campus Vitória. Atua na Área de Ciências Sociais e Humanas, nos cursos de Licenciatura em Matemática e nos Programas de Pós-Graduação em Educação, Ciências e Matemática (Educimat) e Ensino de Humanidades (PPGEH). Doutora (2014) e mestre (2006) em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo/Ufes e Licenciada em Pedagogia (1997) pela mesma universidade. Pesquisadora no Grupo de Estudos e Pesquisas Educação na Cidade e Humanidades (Gepech) e no Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem), ambos vinculados à linha de investigação em formação de professores. Integra também a equipe de pesquisadores da rede do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica na perspectiva Histórico-Cultural (Gepape) da Universidade de São Paulo (USP).

Dedicamos este trabalho às professoras que participaram da pesquisa e a todos os leitores que almejam e contribuem para uma educação melhor.

Os autores

SUMÁRIO

<u>APRESENTAÇÃO</u>	08
1 <u>CONTEXTUALIZANDO</u>	11
2 <u>PERSPECTIVA TEÓRICA</u>	16
3 <u>O QUE SÃO GRANDEZAS</u>	25
4 <u>A GRANDEZA COMPRIMENTO</u> Das medidas antropométricas ao metro	34
5 <u>DISTÂNCIA</u>	49
6 <u>O JOGO DA TORRE</u> Medindo a extensão retilínea entre dois pontos	53
7 <u>O QUE ESTÁ MAIS PERTO?</u> Medindo o comprimento de um percurso	67
8 <u>O DESAFIO DA MEDIDA</u>	79
9 <u>ALGUMAS REFLEXÕES</u>	97
<u>SUGESTÕES DE MATERIAIS</u>	100
<u>REFERÊNCIAS</u>	101

APRESENTAÇÃO

Olá, professores!

Este e-book apresenta o registro dos estudos realizados sobre a grandeza comprimento, no curso de formação continuada intitulado "Estudos sobre grandezas e medidas, com professores da Educação Infantil na perspectiva histórico-cultural".

Esse curso foi organizado pelo Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas em Matemática (Grupem) como uma ação de extensão, envolvendo também o ensino e pesquisa. Foi ofertado pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes), no período de abril de 2023 a setembro de 2023, no campus Vitória.

Assim, este e-book traz reflexões sobre a grandeza comprimento, com o objetivo de contribuir com a formação e o trabalho de professores que atuam na Educação Infantil e de outras pessoas que de algum modo desenvolvem práticas pedagógicas sobre noções matemáticas na infância.

Todos os dados apresentados neste e-book fazem parte do acervo da pesquisa de mestrado intitulada "Formação continuada com professoras da Educação Infantil na perspectiva histórico-cultural: estudos coletivos sobre a grandeza comprimento". Esta pesquisa foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat), no Ifes.

Você pode acessar o texto integral da referida pesquisa em [Educimat - Dissertações e teses](#) e [Grupem - Dissertações e Produtos Educacionais](#).

Este e-book foi organizado em 9 capítulos. O primeiro, intitulado "Contextualizando", apresenta alguns elementos que ambientam o leitor no lugar teórico e filosófico que conduziu o desenvolvimento do curso de formação e que está sintetizado neste e-book.

No segundo capítulo, "Perspectiva teórica", apresentamos os princípios teóricos a partir dos quais compreendemos a formação humana, o conhecimento matemático e o modo de organização do ensino. São estes: a Teoria Histórico-Cultural (Vigotski) e a Teoria da Atividade (Leontiev) e o pressuposto teórico-metodológico Atividade Orientadora de Ensino (Moura).

No terceiro capítulo, "O que são grandezas?", estudamos a noção de grandeza matemática na perspectiva histórico-cultural, um conhecimento que consideramos essencial para a compreensão teórica da ação de medir.

O quarto capítulo, "A grandeza comprimento: das medidas antropométricas ao metro", traz alguns elementos históricos e lógicos sobre esta grandeza. Um estudo centralizado no desenvolvimento da unidade padrão de medida, na busca de exatidão no resultado da medida, e nos desafios enfrentados na tentativa de comunicação e universalização.

No quinto capítulo, "Distância", tecemos algumas reflexões sobre a variabilidade do significado deste termo no contexto cotidiano e na matemática formal.

No sexto capítulo, "O jogo da torre: medindo a extensão retilínea entre dois pontos", compartilhamos a realização de uma tarefa formativa organizada como um jogo. Este estimulou as participantes a perceberem a essência do conceito de medida de comprimento.

No sétimo capítulo, "O que está mais perto: medindo o comprimento de um percurso", as participantes do curso foram desafiadas com uma situação-problema que requereu a medição do comprimento de um trajeto.

No oitavo capítulo, na brincadeira, "O desafio da medida", as participantes do curso tiveram que encontrar a maior medida corporal entre elas. A partir desta ação, emergiram necessidades como: criar uma unidade padrão, comunicar inteligivelmente o resultado, definir o tipo numérico do resultado (número natural ou racional) e realizar o trabalho coletivo e colaborativo.

No nono capítulo, intitulado "Algumas reflexões", tecemos algumas considerações sobre esses momentos vivenciados nas tarefas formativas realizadas.

Compreendemos que este e-book poderá ser útil para estudos e inspiração em ações formativas que visam promover a formação humana. As tarefas formativas aqui apresentadas são passíveis de adaptação e replicação em espaços formativos, tanto para estudantes quanto para professores.

Desejamos que o conteúdo deste e-book contribua para o seu aprendizado e o desenvolvimento do seu trabalho pedagógico!

1 CONTEXTUALIZANDO

De manhã, apesar de o sol iluminar e marcar o início do nosso dia, pouca atenção damos a esse belo cenário. É o relógio que marca o início da execução de nossas tarefas diárias. Ele divide o dia e a noite em pequenas partes, medindo o tempo. A essas partes estão associados valores afetivos e financeiros pela sociedade.



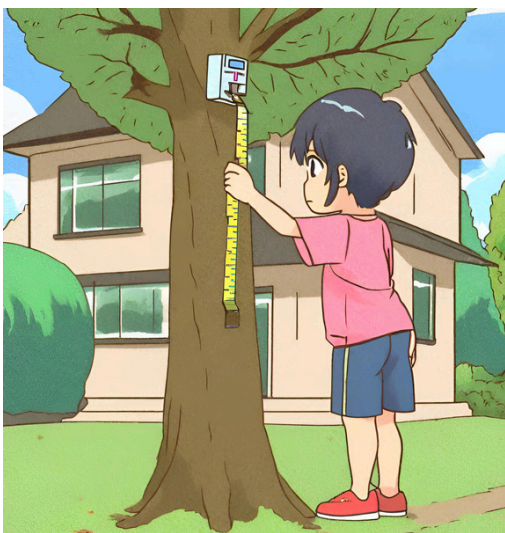
Fonte: Gerada por BlueWillow IA em 19/03/2024.

De modo semelhante, os alimentos de que precisamos, as roupas que vestimos, a energia elétrica que consumimos e muitos outros elementos produzidos pela sociedade estão vinculados às medidas. Estas possuem padrões que devem ser utilizados por todos, principalmente no contexto cultural urbano, onde a indústria e o comércio se fazem muito presentes.

Mas existem lugares e culturas onde essa dependência dos padrões e à exatidão das medidas talvez não seja tão necessárias. Isso quer dizer que os pesos e medidas, tal como conhecemos, têm uma estreita relação com o desenvolvimento histórico-cultural do nosso modo de viver, de conceber o trabalho e a própria sociedade. Outro aspecto que envolve os pesos e medidas é sua relação com o poder e o controle de soberanos e Estados, como veremos mais adiante.

O conhecimento sobre pesos e medidas tem diferentes significados: instrumento de controle e de poder; instrumento utilitário para as pessoas, na realização de suas tarefas diárias; instrumento de mediação para apropriação do conhecimento matemático acumulado pela humanidade e a compreensão da realidade (os pesos e medidas utilizados em nossa sociedade estão relacionados ao conhecimento matemático sobre grandezas e medidas). Este último é o significado educacional que atribuímos a partir da perspectiva da Teoria Histórico-cultural (THC) e da Teoria da Atividade (TA).

Vivemos em uma sociedade na qual, na maioria das vezes, somos apenas consumidores do conhecimento. Quando precisamos realizar medições, muitas vezes não temos consciência do conhecimento científico que as fundamenta.



Por exemplo, quando utilizamos o instrumento “trena”, registramos o resultado numérico e consideramos que sabemos medir. Mas desconhecemos a história do desenvolvimento da unidade “metro”, os desafios e as necessidades que o motivaram.

Fonte: Gerada Mídia Mágica IA do Canva em 19/03/2024.

Até a humanidade alcançar a elaboração da trena, muita coisa aconteceu em termos sociais e científicos. Apropriar-se desses fatos dá significado à ação de medir, além de possibilitar a apropriação do conhecimento teórico que a fundamenta.

O conhecimento sobre grandezas e medidas possibilita estudarmos as noções matemáticas envolvidas em sua elaboração; desenvolver aspectos relacionados à coletividade que esteve presente no trabalho de sua concepção, o que é fundamental para se viver em sociedade; desenvolver aspectos éticos que devem permear nossas relações; noção de senso de justiça que possibilita vivermos em harmonia uns com os outros. Além disso, promove a valorização da produção humana, nos estimulando a objetivar a continuidade do seu desenvolvimento, como afirma Libâneo (2017):

O processo de apropriação dos conhecimentos na forma de conceitos produz mudanças no desenvolvimento psíquico dos alunos, propiciando novas capacidades intelectuais para apropriação de conhecimentos de nível mais complexo (Libâneo, 2017, p. 368).

Na sociedade, onde o caráter utilitário dos objetos parece sobrepor-se aos demais, a escola, com sua função social de promover a humanização do indivíduo, deve ter um olhar diferenciado para o conhecimento que foi e que está sendo produzido. Como detentora desse conhecimento e promotora da sua apropriação, ela precisa aplicar práticas de ensino que possibilitem o desenvolvimento humano.

Nesse contexto, o professor tem um papel relevante porque é ele quem organiza as ações de ensino, independentemente da intencionalidade. No entanto, para que o professor tenha consciência da sua função social, intencionada ao desenvolvimento humano, ele necessita de apropriar-se de um conhecimento teórico-metodológico que defenda essa perspectiva.

Por isso, ao idealizarmos um curso de formação continuada sobre grandezas e medidas, elegemos os pressupostos teóricos da Teoria Histórico-Cultural, da Teoria da Atividade e do conceito teórico-metodológico da Atividade Orientadora de Ensino. Estes, fundados no pensamento materialista histórico-dialético, concebem o ser humano como resultado das relações com o mundo material e social ao longo da história. Nessa perspectiva, compreendemos o conhecimento matemático como

[...] produto da atividade humana e que se constitui no desenvolvimento de solução de problemas criados nas interações que produzem o modo humano de viver socialmente num determinado tempo e contexto[...] (Moura, 2006, p. 489).

Como trabalhar as noções matemáticas sobre grandezas e medidas, de modo que a prática pedagógica possibilite o processo de apropriação cultural?

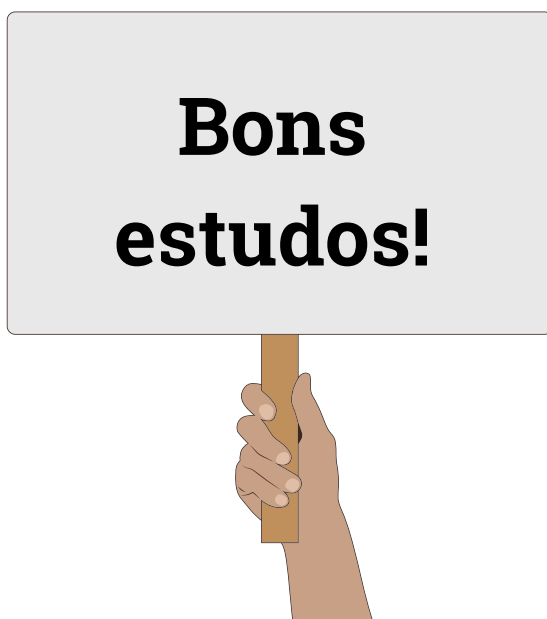


Fonte: Gerada por BlueWillow IA em 09/03/2024.

A partir dos pressupostos teóricos defendidos, entendemos que a educação é um processo de apropriação cultural do conhecimento acumulado historicamente pela humanidade, e o professor é quem organiza o ensino de forma que isso aconteça.

Compreendemos que para organizá-lo de modo que tenha esta finalidade, faz-se necessário que ele vivencie, em seu processo formativo, ações formativas com tal organização. Assim, poderá apropriar-se desse “modo de fazer” e aprofundar seu conhecimento sobre o conteúdo. Com isso, atribuirá significado ao seu trabalho, que o levará a realizar práticas que se aproximem desses ideais defendidos.

A seguir, apresentamos as ações de uma formação continuada organizada sob a perspectiva histórico-cultural, realizada no ano de 2023, no Ifes, com professoras da Educação Infantil. Nesse curso, foram realizadas ações formativas que promoveram os estudos coletivos dos aspectos lógicos e históricos das seguintes grandezas: comprimento, perímetro, área, capacidade, volume e tempo. Porém, o foco do texto deste e-book são as ações realizadas sobre a grandeza comprimento.



2 PERSPECTIVA TEÓRICA



Lembre-se: O conhecimento matemático é produto cultural humano!

O conhecimento matemático é resultado do trabalho humano. Não o trabalho como uma ocupação, no sentido que ele tem em nossa sociedade atualmente, mas o trabalho como **atividade criativa**, que coloca o sujeito em ação em busca da satisfação de uma necessidade, por meio da utilização de instrumentos.



Fonte: Repositório do Canva.

Segundo Leontiev (2010), o brincar, o estudar e o trabalho são atividades tipicamente humanas, por meio das quais ocorre o desenvolvimento intelectual do indivíduo. Conforme ele, essas são as atividades principais que norteiam nosso desenvolvimento em diferentes etapas da nossa vida (infância, adolescência e vida adulta).

Atividade são os “processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar essa atividade, isto é, o motivo” (Leontiev, 2010, p. 68).

Vigotski (1997), psicólogo russo e autor da Teoria Histórico-Cultural, afirma que as ferramentas são instrumentos físicos e que os signos, as diferentes formas de linguagem humana, são os instrumentos simbólicos.



Fonte: Repositório do Canva.



Fonte: Repositório do Canva.

Segundo ele, as ferramentas medeiam a atividade externa, e os instrumentos simbólicos, a interna, psicológica. Leontiev (2021), afirma que tanto a atividade externa quanto a interna agem como elementos mediadores do desenvolvimento humano e estão interligadas.

De acordo com Leontiev (2021), a atividade tem a estrutura de um instrumento, pois é mediadora do desenvolvimento intelectual humano.

A Teoria Histórico-Cultural defende que, mediado por instrumentos simbólicos, na **interação social**, nos apropriamos do conjunto dos conhecimentos de um determinado grupo social. Nesse processo, nos humanizamos, ou seja, adquirimos qualidades que foram desenvolvidas ao longo da história pela humanidade.

Mas por que é importante nos apropriarmos desses conhecimentos?

Toda vez que nos apropriamos de um conhecimento, o modificamos, desenvolvendo-o ainda mais. Isto possibilitou todos os avanços tecnológicos e sociais que temos atualmente, sendo o que garante sua continuidade. Como dissemos anteriormente, ao nos apropriarmos da cultura (linguagem, leis, invenções, dentre outros), nos humanizamos. Na perspectiva histórico-cultural denominamos esse processo de humanização.

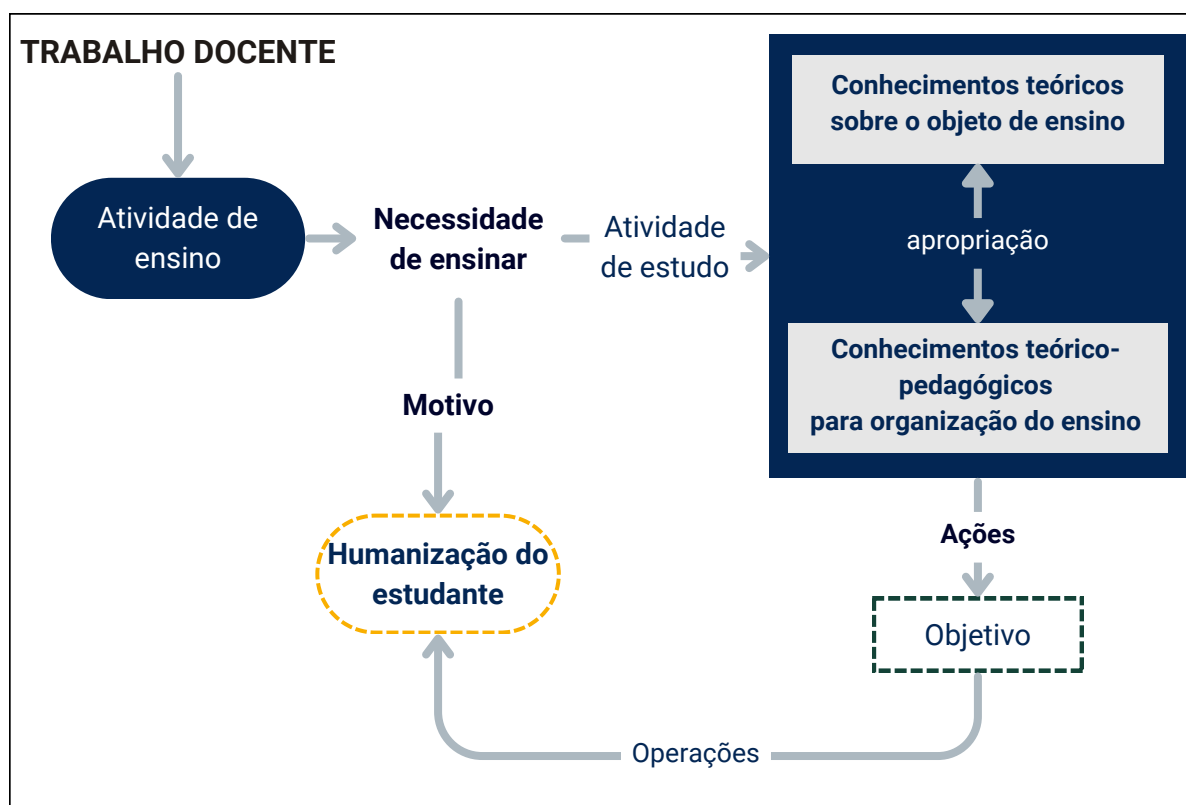
✓ Vigotski afirma que nos humanizamos pela apropriação da cultura humana, e Leontiev concorda com isso, e acrescenta que esse processo se dá por meio da atividade.



A escola foi criada pela sociedade para viabilizar o processo de apropriação do conhecimento científico acumulado pela humanidade.

A escola tem o papel social de proporcionar a democratização do conhecimento, e o professor é um sujeito importante nesse processo de humanização do estudante. Mas, como ele poderá fazer isto?

Primeiramente, é necessário que ele compreenda sua função social e o papel da escola em nossa sociedade. Seu trabalho não é apenas uma ocupação; mas uma atividade (lembre-se das três atividades principais). Como tal, ela contém os elementos: necessidade, motivo, objetivo, ações e operações, constituindo-se na atividade de ensino. Confira no esquema a seguir.



Fonte: Ferreira, 2024.

A atividade de ensino se relaciona de modo indissociável à atividade de aprendizagem. Juntas, constituem a **atividade pedagógica**, segundo Moura (2010).

Nessa perspectiva, o professor tem a necessidade de ensinar e o estudante a de aprender. Considerando o papel social da escola, o **motivo** do professor deverá ser o processo de humanização do estudante, que é a concretização do seu **objetivo** e o do estudante, a apropriação do conhecimento teórico ou científico.

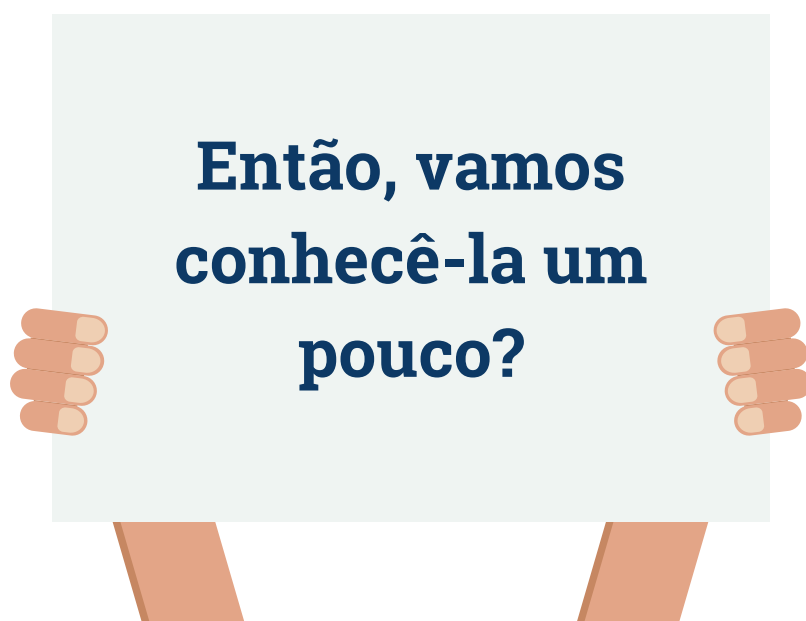
Essa necessidade de aprender não é natural no estudante. Ela se origina mediante a organização teórico-metodológica dada ao conhecimento pelo professor, objetivando a apropriação pelo aluno. Para isso, o professor deverá planejar ações e munir-se de instrumentos teóricos e metodológicos que possibilitem emergir a necessidade de aprender no estudante.



Fonte: Sistematização dos autores.

Fundamentado em pressupostos da THC e da TA, o pesquisador Manoel Oriosvaldo de Moura e colaboradores elaboraram o conceito de **Atividade Orientadora de Ensino (AOE)**.

Este pressuposto teórico-metodológico é de grande utilidade para organizar a atividade pedagógica, buscando atender aos aspectos apresentados.



A Atividade Orientadora de Ensino

Vimos anteriormente que, quando o trabalho do professor se constitui em atividade de ensino, ele tem a necessidade de ensinar. A principal característica de suas ações é a **intencionalidade**. Ela é **orientada** e estimulada pela aprendizagem do estudante, seu processo de humanização. Mas, como deve ser organizada a atividade de ensino para isso acontecer?

Primeiramente, o professor precisa conhecer mais profundamente o seu objeto de ensino. Segundo Moura (2010), isso se dá por meio do estudo da **gênese do conceito**, no qual buscará identificar quais **necessidades humanas** foram os motores de seu surgimento e desenvolvimento. Para realizar este estudo, o professor deverá utilizar fontes de estudo oriundas de diversas ciências, como História da Matemática, Antropologia, dentre outras.

A esse movimento, denominamos “estudo do **Movimento Lógico-Histórico (MLH)** do conceito” por meio do qual o professor apropria-se da **síntese histórica do conceito**. De acordo com Moura (2010), “o estudo do objeto deve ser iniciado pelo seu fim, por sua forma que contenha os aspectos essenciais suficientemente desenvolvidos” (Moura et al, 2010, p. 104).

Uma vez superada esta primeira etapa, o professor poderá planejar ações e estratégias de ensino que contemplem as necessidades identificadas nos estudos realizados, de modo que o estudante enfrente desafios similares aos vivenciados pela humanidade, na busca de soluções.

Dentre as estratégias metodológicas que o professor poderá utilizar em suas ações de ensino, Moura (2010) destaca três recursos metodológicos que possibilitam despertar a atividade de aprendizagem nos estudantes: o jogo, a situação emergente do cotidiano e a história virtual do conceito. Estes recursos metodológicos são os principais tipos para materializar a **Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA)**.



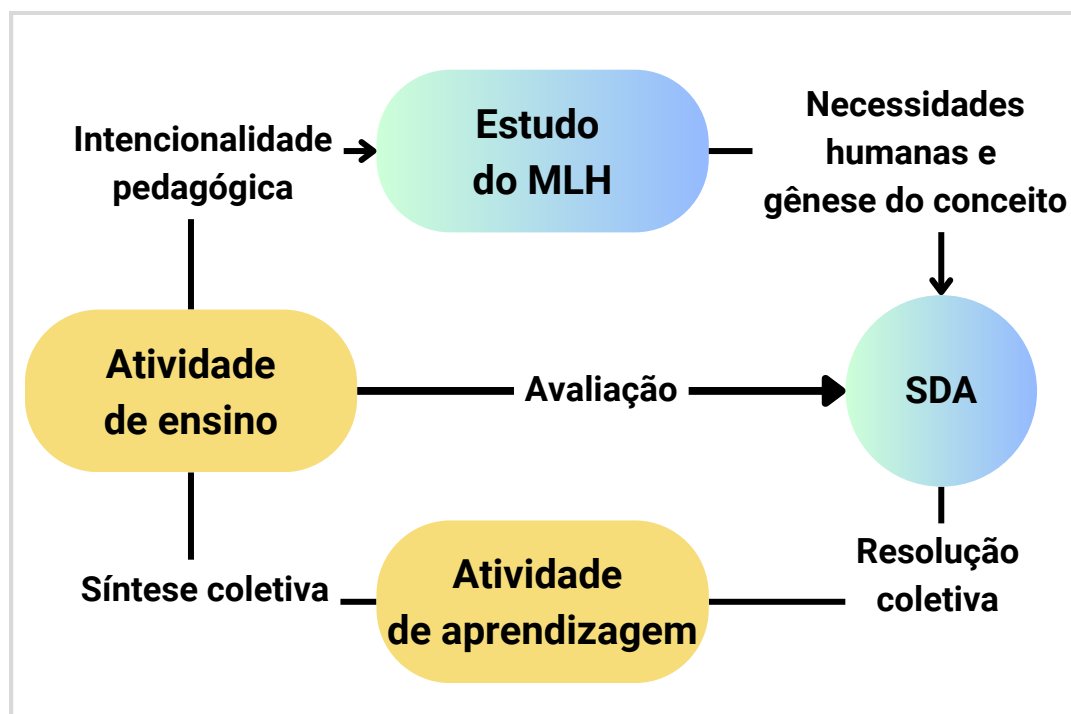
Situações emergentes “são questões ou observações que emergem das relações estabelecidas no cotidiano escolar” (Moura, 1996, p.20).

O processo de busca da solução de uma SDA é coletivo, promovendo o envolvimento e interação entre estudantes e professor. Ao final, realiza-se uma **síntese coletiva**, que é a sistematização daquilo que foi estudado com os estudantes. A avaliação ocorre durante todo o processo de resolução da SDA. Assim, o professor poderá realizar ajustes na proposta, quando for necessário.



Para saber mais sobre estes tipos de SDA e sua elaboração, leia o texto: [Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos](#)

O esquema a seguir sintetiza o movimento da AOE proposto por Moura (2010).



Fonte: Ferreira, 2024.

Após este estudo, conseguimos identificar os principais elementos constituintes da Atividade Orientadora de Ensino, que são:

- **A síntese histórica do conceito** - estudo da necessidade humana de criação do conceito; desenvolvimento histórico; identificação de outros conceitos relacionados.
- **A Situação Desencadeadora de Aprendizagem** - organização da tarefa com um problema desencadeador relacionado ao estudo realizado; escolha de materiais didáticos que ajudarão no processo; organização da proposta.
- **A síntese coletiva** - busca coletiva dos alunos para a solução do problema desencadeador; debate com toda a turma para analisar as diferentes respostas ao problema; organização de uma síntese que apresente o conceito estudado e as relações com outros conceitos.
- **A avaliação** - verificar a interação dos alunos; identificar as respostas e analisar as mudanças de compreensões dos alunos.



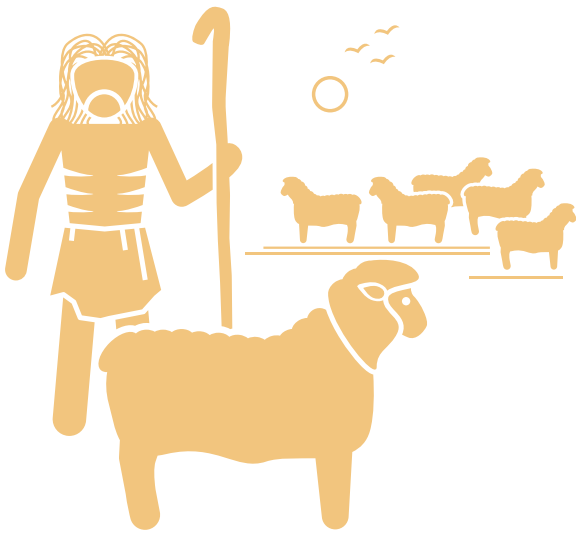
Fonte: Sistematização dos autores.

Vimos anteriormente que a atividade de ensino deverá ser munida de **intencionalidade** e se concretizará na organização de condições que possam favorecer a atividade de aprendizagem do estudante. Nesse sentido, o estudo do desenvolvimento lógico-histórico do conceito é uma etapa fundamental para a elaboração da SDA ou de uma situação-problema com características similares à SDA.

Considerando que o nosso estudo envolve a noção matemática relacionada à grandeza comprimento, buscamos, no próximo capítulo, possíveis caminhos que nos levem a uma gênese deste conhecimento.

3 O QUE SÃO GRANDEZAS?

Qual é a gênese do conhecimento sobre a grandeza comprimento? Quais são as etapas históricas e como se deu o seu desenvolvimento?



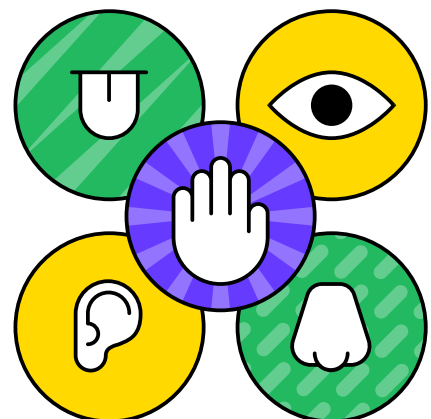
Fonte: Repositório do Canva.

Você se lembra do trabalho como atividade? Então, o conhecimento matemático também surge neste processo, como uma produção cultural e social do homem.

Ele é o “produto da atividade humana e que se constitui no desenvolvimento de solução de viver socialmente num determinado tempo e contexto” (Moura, 2006, p. 489).

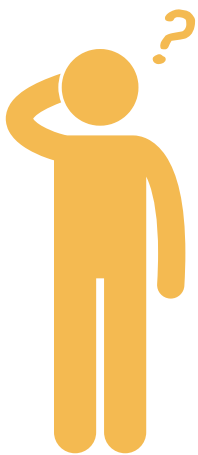
Esse conhecimento tem como ponto de partida as necessidades humanas. Assim, a origem do conhecimento matemático está na “atividade trabalho”. O trabalho, nessa perspectiva, é a “(...) prática histórico-social do gênero humano, ou seja, a atividade laboral, coletiva, adequada, sensório-objetual, transformadora, das pessoas” (Davydov, 1988, p. 28).

É um trabalho sensório-objetual porque os primeiros movimentos do homem para realizá-lo foram feitos por meio da utilização dos seus sentidos, herdados biologicamente, como: a visão, o tato, a audição, o olfato e o paladar.



Fonte: Repositório do Canva.

O tato somado à visão e outros sentidos “adquiriram a função de orientação no mundo objetal”. Assim o homem foi capaz de “observar e separar nos objetos as propriedades e relações que eram importantes, precisamente, para semelhante regulação” (Davydov, 1988, p. 121).



Mas, que propriedades e relações são estas?

São as qualidades que observamos nos objetos e materiais existentes no mundo concreto. As relações qualidade/quantidade denominamos “grandezas”. No entanto, nem todas as qualidades são grandezas, pois não conseguimos estabelecer essas relações.

Por exemplo, uma circunferência não é mais circular do que outra (Caraça, 1951). Também, algumas qualidades, como por exemplo, a coragem, conseguimos comparar (mais/menos corajoso), mas não dispomos ainda de modos de expressar numericamente/racionalmente esta quantidade.



Fonte: Repositório do Canva.

“grandeza é uma relação elementar entre as qualidades que atribuímos aos objetos do ponto de vista da quantificação [...]” (Cunha, 2008, p. 26).

As qualidades que conseguimos comparar, perceber a variação e quantificar, expressando-as por meio de um número, denominamos “grandezas matemáticas”. Como por exemplo, comprimento, tempo, velocidade, massa, volume.

O primeiro passo rumo ao controle da variação das grandezas consistiu na atribuição de adjetivos comparativos como, muito/pouco, maior que/menor que, longe de/perto de, etc.

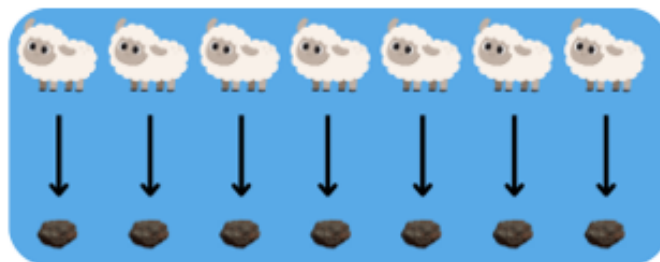
Por meio da comparação (mais/menos), por exemplo, o pastor observou a variação da quantidade de animais em seu rebanho.



Fonte: Elaborado pelos autores com recursos do Canva.

Segundo Ifrah (1997, p.25), o primeiro procedimento aritmético utilizado pela humanidade foi o artifício conhecido como “correspondência um a um”, por meio do qual foi possível comparar com facilidade duas coleções de seres ou de objetos.

O ser humano desenvolveu esse método antes mesmo de ter consciência de número ou da abstração da quantidade.



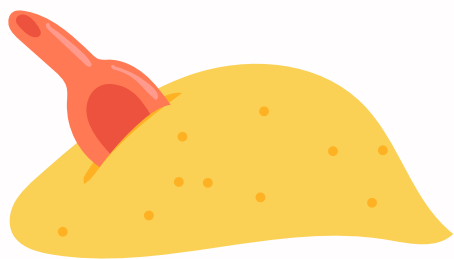
Fonte: Elaborado pelos autores com recursos do Canva.

O resultado obtido era registrado em ossos, pedaços de madeira ou em outros materiais. Desse modo, o homem passou a controlar a variação quantitativa de animais do seu rebanho e outras variações, relacionando cada marca, pedra ou as partes do corpo (dedos da mão, do pé, olhos e outras) aos animais que contemplava.

Era o início da elaboração do conhecimento matemático sobre grandeza matemática: **uma qualidade quantificável de um objeto ou fenômeno, cujo resultado é um número.**

No caso exemplificado anteriormente, a qualidade é “ser ovelha” e esta é quantificável pelo procedimento de contagem.

No entanto, o ser humano também contemplava qualidades quantificáveis que não se apresentavam como elementos isolados uns dos outros, **discretos** como no exemplo das ovelhas. Ou ainda, quando o procedimento de contagem não se mostrava vantajoso ou não atendia às necessidades.



Apesar de os grãos de areia se apresentarem separados uns dos outros, não é vantajoso quantificarmos esse material pela contagem de seus grãos. Exceto se desejarmos quantificar uma porção ínfima de grãos.

Nesse caso, dependendo da quantidade necessária, podemos medir a massa ou o volume.

De igual modo, as variações das qualidades observadas na comparação das alturas dos indivíduos, nas distâncias, nas variações dos lados de um terreno, de massa, de volume, podem ser quantificadas pelo procedimento de medição. Seus elementos não se mostram isolados, separados uns dos outros; apresentam-se de forma **contínua**. Veja a síntese sobre estes aspectos no quadro a seguir.

	DISCRETO	CONTÍNUO
DEFINIÇÃO	As variações que a grandeza apresenta, assumem valores isolados e distintos. Não há valores intermediários possíveis.	As variações das grandezas contínuas podem assumir qualquer valor.
NATUREZA	Relacionada a objetos contáveis.	Relacionada às medições.
QUANTIFICAÇÃO	Exatas e contáveis.	Geralmente requer medições e poderá incluir valores infinitesimais.
EXEMPLO	Número de alunos em uma sala de aula.	Altura de uma pessoa.
REPRESENTAÇÃO	Número natural.	Número racional.

Fonte: Ferreira, 2024.

Para quantificar a variação das grandezas contínuas, o ser humano inventou um procedimento: utilizou a extensão de partes do próprio corpo, com as quais realizou uma comparação, verificando quantas vezes aquele “tamanho” cabia na “distância” ou na “altura” observada. Desse modo, obteve uma quantificação aproximada daquela grandeza. Assim, o ser humano inventou o procedimento de medição. Este foi sendo aprimorado conforme as necessidades de exatidão que o desenvolvimento sociocultural exigiu (Silva, 2010).



Afinal, o que é medir?

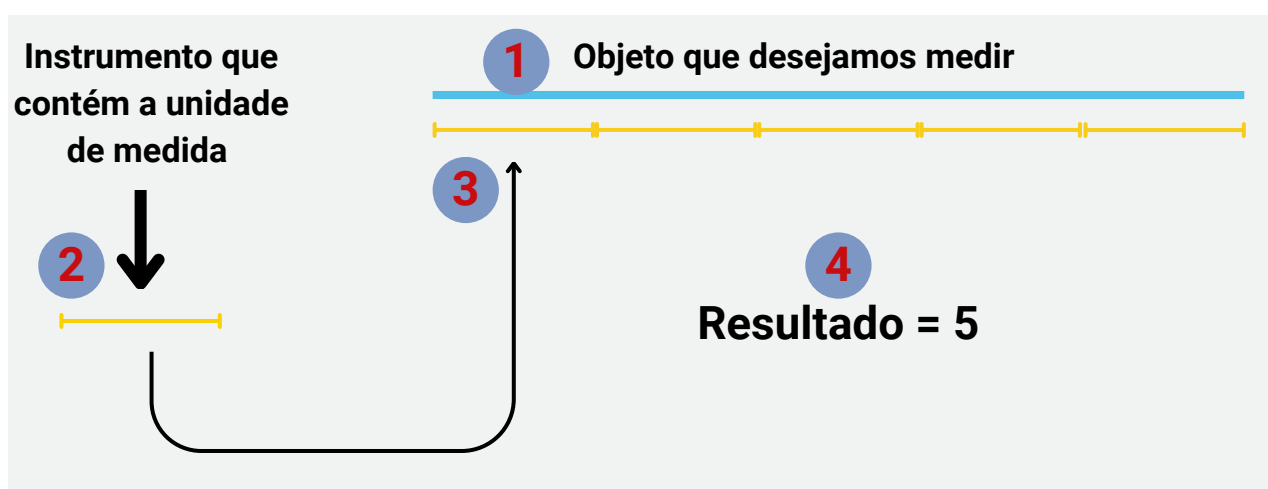
Caraça (1951, p. 29) afirma que medir “[...] consiste o comparar duas grandezas da mesma espécie - dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc”, sendo uma delas a unidade de medida padrão, com a qual se compara quantas vezes ela cabe naquela que se necessita medir.

Neste processo, destacam-se três aspectos: a escolha da unidade, a comparação com a unidade e a expressão dessa comparação por meio de um número.

Esses aspectos são fundamentais na ação de medir. Estão presentes na medição de quaisquer grandezas de natureza contínua.

Diante da necessidade de quantificação de uma grandeza contínua, realizamos as seguintes etapas:

1. A escolha de um instrumento de medida que contenha a unidade de medida de mesma espécie da grandeza a ser medida;
2. A comparação da grandeza a ser medida com a unidade de medida;
3. A expressão do resultado por meio de um número.



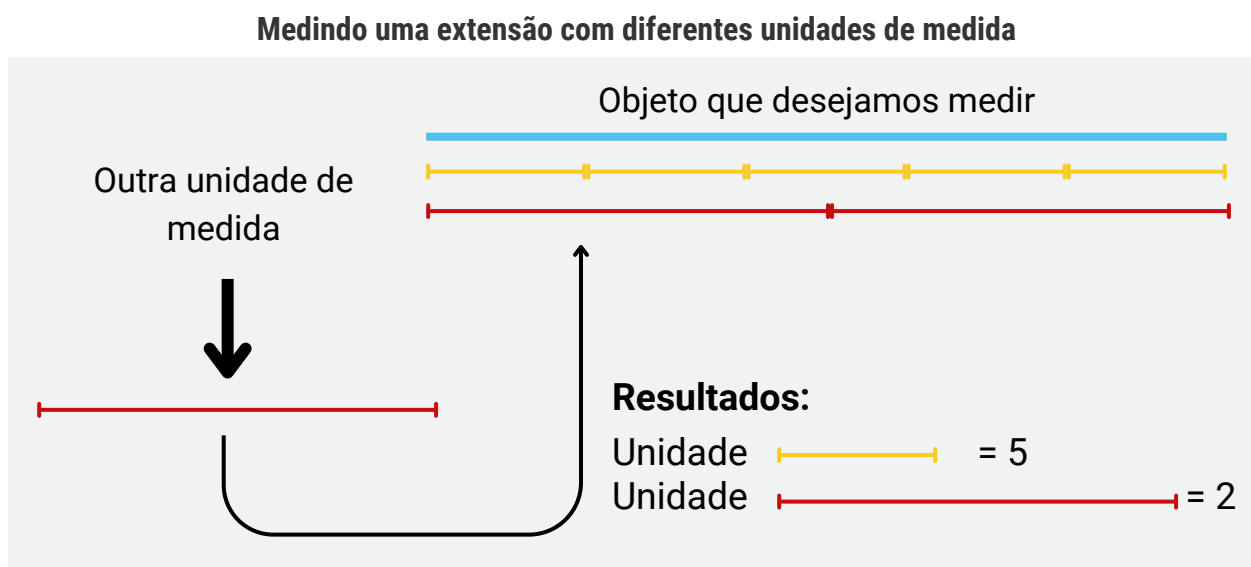
Fonte: Ferreira, 2024.

Nesse processo, a unidade tem o tamanho que for escolhido ou que tenha sido convencionada pelo grupo social, como veremos mais adiante no desenvolvimento lógico-histórico da unidade padrão de medida da grandeza comprimento.



Se alterarmos a unidade de medida escolhida para outra de extensão diferente, o resultado da medida também será alterado.

Na figura a seguir, exemplificamos a medição de uma extensão com duas unidades diferentes. Observe que o resultado da medida se alterou, como afirmamos anteriormente.

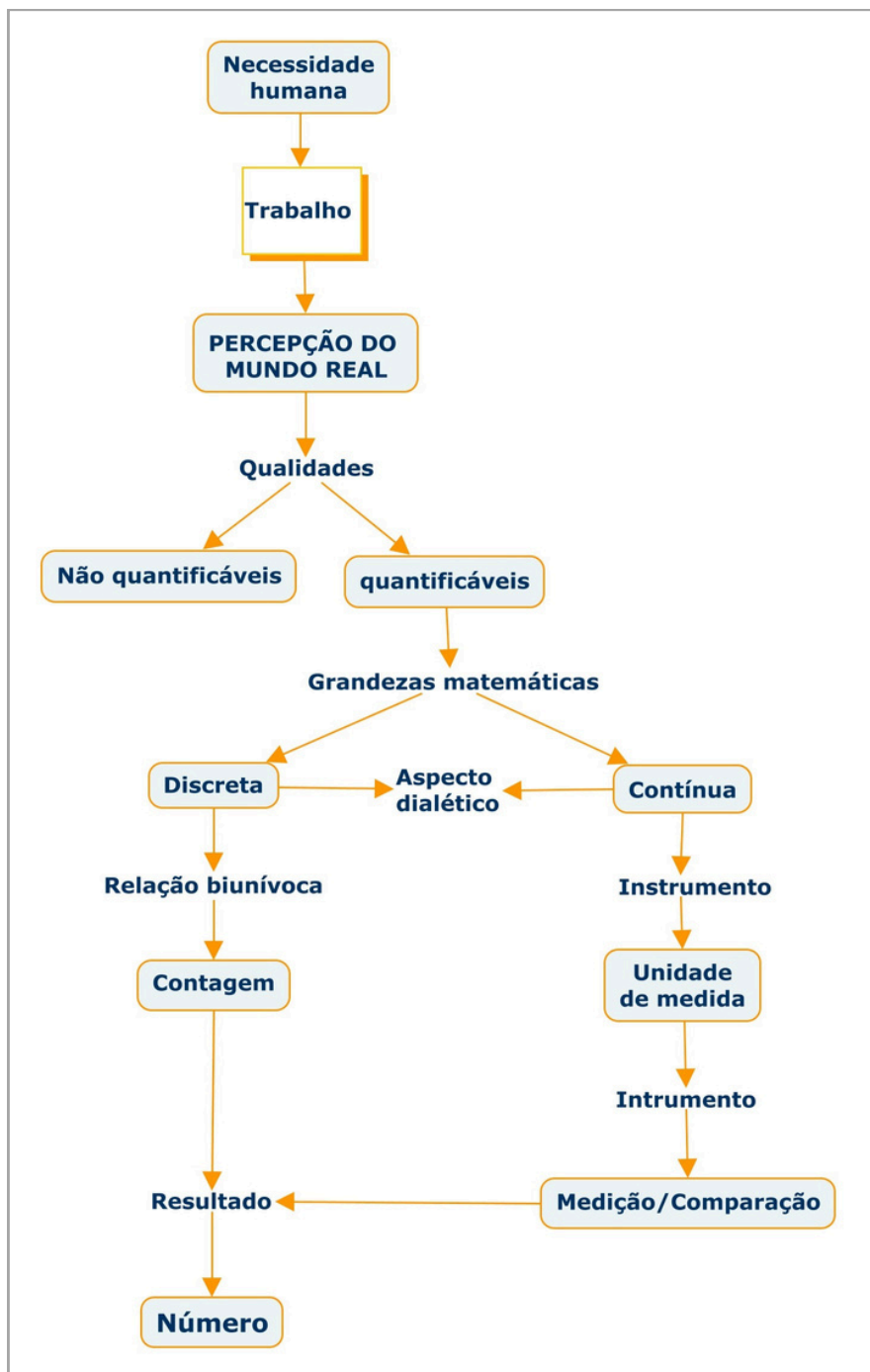


Fonte: Ferreira, 2024.

Somente será possível medir uma extensão utilizando diferentes unidades para se obter um único resultado se, e somente se, as unidades forem proporcionais entre si. Ao final, devemos efetuar as conversões necessárias; caso contrário, o resultado numérico obtido não expressará a relação entre a unidade e a medida.

Na elaboração da síntese histórica da grandeza comprimento, estudaremos o que ocorre quando a unidade de medida de comprimento não cabe inteiramente na extensão a ser medida. Esse foi um desafio enfrentado pela sociedade egípcia. Sua superação resultou em avanços para a matemática e para o próprio conceito de medida, culminando no desenvolvimento das frações a partir da partição proporcional da medida da unidade.

A seguir, confira a síntese do estudo realizado.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Estudamos algumas noções necessárias para compreendermos melhor a grandeza comprimento. São elas: grandeza discreta; grandeza contínua; contagem; medir; unidade de medida; expressão do resultado de medida (número).

No próximo capítulo, conheceremos alguns aspectos relacionados à grandeza contínua denominada “comprimento”.

4 A GRANDEZA COMPRIMENTO

Das medidas antropométricas ao metro

O ser humano primitivo não “necessitava de um sistema de medidas muito elaborado”. As relações entre as grandezas, explicitadas em expressões como “maior/menor do que”, “mais pesado/leve do que”, “mais perto/longe do que”, entre outras, atendiam às suas demandas diárias.



Fonte: Repositório do Canva.



Fonte: Repositório do Canva.

Mas, tão logo as pessoas desenvolveram a agricultura, domesticaram os animais e os grupos se tornaram sedentários, organizaram-se, em uma estrutura social mais complexa.

Nesse processo, estabeleceram-se, primeiro as relações de trocas de produtos e, depois, o comércio, emergindo a necessidade de medir, registrar e comunicar esses resultados. A sociedade atual é dependente do processo de medição.

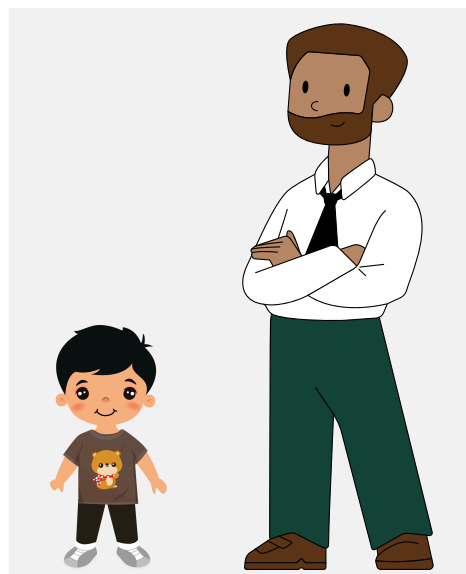
O procedimento de medição tem uma relação direta com o aspecto social e histórico da humanidade, tendo como ponto de partida o trabalho, enquanto atividade criativa.

A necessidade de justiça social e de padronização, essenciais à comunicação inteligível nas relações socioeconômicas, levou a humanidade a buscar desenvolver um sistema de medidas padronizadas que fosse “universal”.

Atualmente, dentre as unidades de medida padronizadas internacionalmente, temos a unidade de medida linear: o metro. A gênese desta unidade nos mostra que ela está envolvida no desenvolvimento do conhecimento matemático, e também foi aprimorada por meio dele.

O controle da variação da grandeza comprimento

Quando contemplamos um adulto e uma criança, a comparação é inevitável. A diferença “salta aos olhos”, pois, geralmente, entre um adulto e uma criança existem diferenças consideráveis. O que difere entre um e outro? Muitas são as qualidades observáveis, mas o fato de um ser maior que o outro, em sua extensão vertical, é imediatamente notado.



Fonte: Repositório do Canva.



Fonte: Repositório do Canva.

A mesma qualidade é observada nas distâncias entre dois locais, no curso de um rio, em uma queda d'água, na grossura do tronco de uma árvore, na altura, na espessura, na profundidade de um poço e em outras situações. É uma **qualidade contínua**, a qual denominamos grandeza comprimento.

Esta qualidade é percebida quando nosso sentido, principalmente o visual, percorre a extensão de corpos ou objetos, estabelecendo relações de comparação entre eles. O controle da variação desta grandeza tem importantes aplicações em diferentes áreas da nossa vida.

Esta é uma qualidade que se "estende como uma linha" em nosso processo de abstração (graças à herança cultural do conhecimento geométrico) e que pode ser retilínea ou curvilínea. Ou seja, a medida de comprimento de algo **é uma medida que expressa a extensão da dimensão unidimensional (uma dimensão) entre dois pontos.**



A grandeza comprimento também é conhecida como grandeza linear.

Estas ideias são básicas para iniciarmos nosso estudo sobre a grandeza comprimento. Bastante conhecimento matemático está envolvido na fundamentação desta grandeza, principalmente o conhecimento geométrico. Seu desenvolvimento durou muitos milênios.



Esse conhecimento foi a solução de muitos desafios que surgiram no desenvolvimento da sociedade.

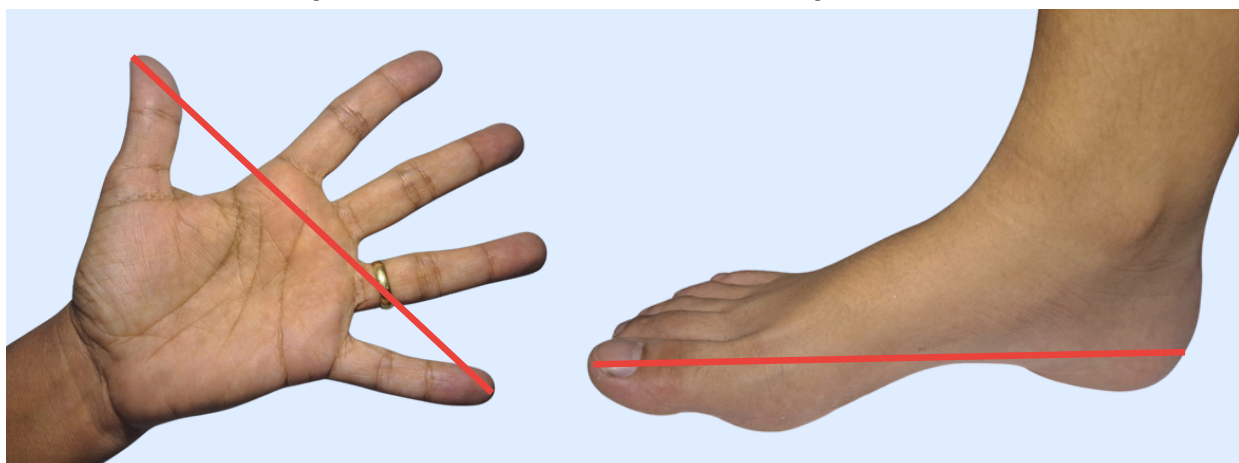
Em um curso de formação continuada sobre a temática grandezas e medidas, faz-se necessário refletir e discutir esses aspectos, possibilitando que os participantes tomem consciência deles, possibilitando o processo de ampliação cultural.

As unidades de medida antropométricas

Como vimos anteriormente, na [síntese do capítulo 3](#), as **grandezas contínuas** são quantificadas pelo **procedimento de medição**. Ele é realizado, utilizando-se um **instrumento** que contenha a **unidade de medida**. Esta deverá ser da mesma espécie da grandeza que se deseja medir, ou seja, se necessitamos obter a medida do comprimento, a unidade deverá pertencer à grandeza comprimento.

Nos primórdios da história da metrologia, o ser humano utilizava os membros do próprio corpo (braço, mão, dedos, pé e outros) como instrumento e **a medida da extensão entre dois pontos desses membros** como unidade de medida.

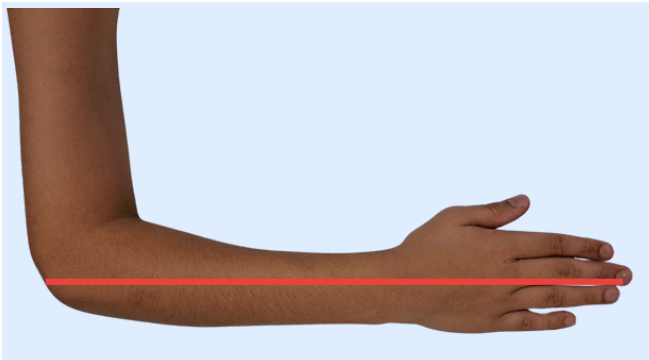
Exemplos de unidades de medidas antropométricas



Fonte: Ferreira, 2024.

Os mais antigos registros de utilização de unidades de medida lineares foram encontrados na Mesopotâmia. A partir daí, as unidades de medida utilizadas por outros povos parecem ter uma origem comum. No entanto, não possuíam as mesmas dimensões ou mesma representação simbólica, tampouco se tratava de um conhecimento universalizado para a época.

Silva (2010) afirma que os historiadores consideram o côvado a unidade de medida linear mais antiga utilizada pelo homem. Sua origem está relacionada ao local conhecido como o "berço das civilizações", que compreende uma região que se estende da Mesopotâmia ao Egito, na qual diversos povos e culturas se formaram (babilônios, assírios, persas, elamitas, egípcios e outros).



O côvado ou cúbito consiste na medida da distância do cotovelo à ponta do dedo médio, ou na distância entre o cotovelo e o punho fechado.

Fonte: Ferreira, 2024.

Alguns povos tinham o palmo, o polegar e o côvado como unidades de medida linear. Agrupamentos dessas unidades constituíam unidades derivadas, maiores, que eram utilizadas para medir distâncias.

Unidades utilizadas pelos babilônios	
Palmo	Unidade básica
Linha	1/180 palmo
Polegar	1/3 palmo
Côvado pequeno	3 palmos
Côvado médio	4 palmos
Côvado grande	5 palmos
Beru	Distância que uma pessoa podia percorrer, caminhando em determinado espaço de tempo.

Fonte: Ferreira, 2024.

Devido às unidades de medida serem baseadas em membros do corpo, elas variavam. Isso porque cada indivíduo possui um desenvolvimento físico único. O quadro a seguir apresenta algumas unidades de medida de comprimento utilizadas pelos egípcios.

Palmo	Quatro dedos
Côvado pequeno	Seis palmos
Côvado real	Sete palmos
Remem	Metade da medida da diagonal de um quadrado de lado igual a sete palmos.
Ser	4 palmos - Distância entre a ponta do cotovelo e o pulso.

Fonte: Ferreira, 2024.

Para amenizar o problema da variação de tamanho das unidades, alguns povos reproduziram suas unidades em materiais fixos como madeira, pedra, bronze e outros, e os governantes determinavam sua utilização.

Segundo Silva (2010), descobertas arqueológicas mostraram que os egípcios confeccionaram uma régua de madeira, na qual registraram as unidades de medida linear que deveriam ser utilizadas em todo o Egito. A imagem a seguir retrata uma dessas régua, produzidas pelos egípcios.

Cúbito Egípcio reproduzido em régua de madeira



Fonte: Adaptada de Welcome (2012).

Com a expansão comercial e a colonização grega, seu sistema de medidas se espalhou por diferentes povos e culturas. No entanto, não se pode falar em universalização, pois a unidade era antropométrica. A seguir, apresentamos as unidades de medida linear utilizadas pelos gregos.

Unidades utilizadas pelos gregos

Pé	Unidade básica
Dedo	1/16 pés
Plethoron	100 pés
Estádio	600 pés

Fonte: Ferreira, 2024.

A partir do conhecimento do sistema de medida grego e de outros povos, os romanos elaboraram e estabeleceram o seu e determinaram sua utilização em todo o império.

Unidades utilizadas pelos romanos

Pes (plural"pedes")	Unidade básica
Digitus	1/16 pes
Palmus	1/4 pes
Cubitos	1,5 pedes
Gradus	2,5 pedes
Passu	5 pedes
Decempeda	10 pedes
Actus	120 pedes
Stadium	625 pedes
Mille passus	5000 pedes
Leuga	7500 pedes
Schoenus	20000 pedes

Fonte: Ferreira, 2024.

Com a queda do Império romano e a formação de diversos reinos na Europa, o sistema romano foi absorvido e adaptado pelos diferentes grupos.

Esses sistemas de medida vão perdurar durante toda a idade média ocidental e chegar até nossos dias. Mesmo depois do estabelecimento de um sistema internacional, países como a Inglaterra e os Estados Unidos ainda utilizam, oficialmente, unidades de medidas que são heranças culturais destes sistemas.

Da unidade empírica à unidade geométrica

As unidades empíricas, baseadas nas medidas do corpo, apresentavam um problema: suas extensões variavam de pessoa para pessoa. Isto ocorre porque cada indivíduo possui variações em suas dimensões corporais. Isso significa que haveria sempre ganho ou perda no resultado da medição, quando consideramos a utilização de uma unidade empírica. Mas quando isso se tornou um problema?

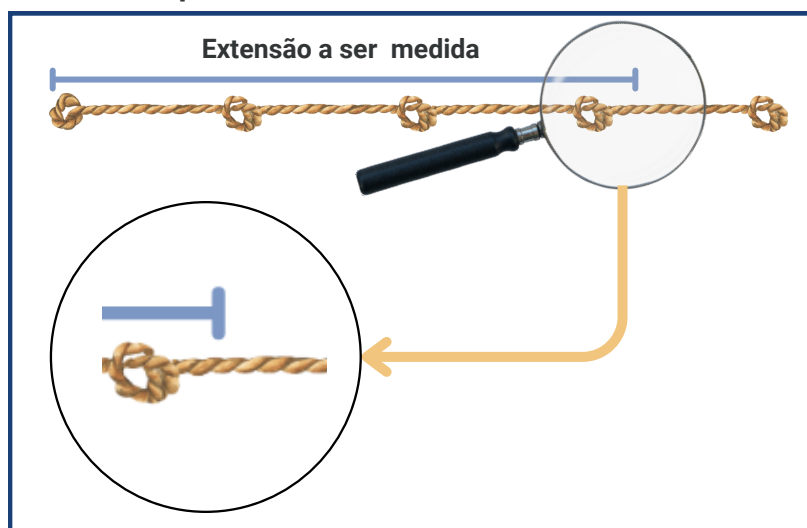
Com a invenção da moeda, esta grandeza (financeira) foi vinculada proporcionalmente às medidas dos produtos e das terras.



No Egito antigo, para garantir que cada agricultor recolhesse o imposto proporcionalmente correto sobre a área de terra que possuía, após a inundação do rio Nilo, o rei determinava que os "estiradores de cordas" medissem as terras. As cordas possuíam nós que delimitavam a unidade padrão de medida utilizada, que era o "côvado" ou "cúbito".

Nesse processo, eles se depararam com a medida não inteira dos lados dos terrenos que estavam mensurando. Segundo Ifrah (1997), a busca pela solução desse desafio resultou no surgimento das frações unitárias. Esse conhecimento é a gênese dos números racionais que, milênios mais tarde, fundamentou a elaboração da unidade metro.

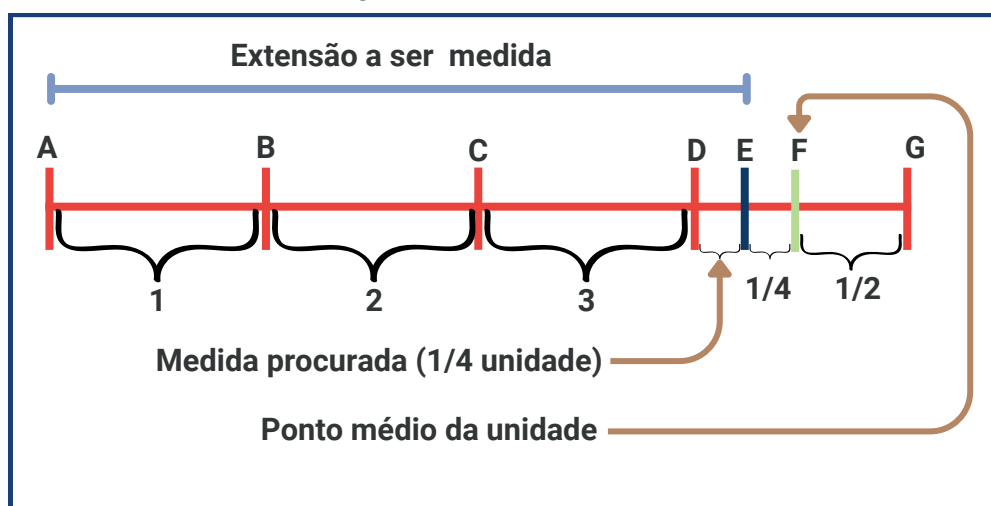
A parte não inteira da unidade de medida



Fonte: Ferreira, 2024.

Na figura acima, o resultado da medida da extensão em azul é "3 unidades e uma fração da unidade", que está delimitada na corda. Qual procedimento você utilizaria para encontrar a medida da parte não inteira? Veja na representação a seguir, como podemos solucionar este desafio.

Medindo a parte não inteira da unidade de medida



Fonte: Ferreira, 2024.

O procedimento adotado consistiu em dividir, repetidamente, a unidade nos pontos médios, encontrando extensões cada vez menores (subunidades) proporcionais entre si. Essa operação pode ser realizada muitas vezes até a obtenção do valor da medida procurada.

A relação proporcional entre as distâncias das subunidades e dos múltiplos caracteriza o aspecto geométrico destas subunidades, pois é por meio da secção do segmento no ponto médio que se obtém essas partes proporcionais.

Isto somente é possível devido à natureza contínua desta grandeza!

O metro enquanto unidade geométrica

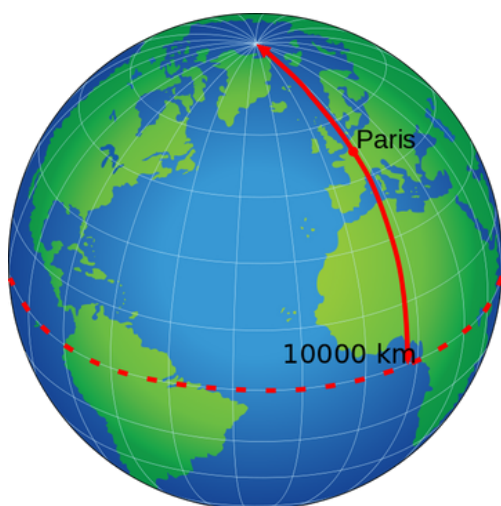
Enquanto a ciência avançava de um lado, do outro, a tirania das classes dominantes, tanto na Europa quanto em outras partes do mundo, parecia não possuir limites. Os pesos e medidas ficavam condicionados à revelia dos soberanos. Outro agravante é que o recolhimento de tributos ficava comprometido, uma vez que a inexatidão contribuía para a exploração.

Nesse cenário, a ciência já possuía conhecimento sobre a esfericidade da terra e a geometria havia avançado bastante. O sistema decimal hindu-arábico já era adotado em todo o Ocidente. Mas, quanto aos pesos e medidas, os povos utilizavam até mesmo outras bases numéricas para expressar o resultado, o que dificultava ainda mais a comunicação nas relações comerciais e a continuidade do desenvolvimento da própria ciência.

Devemos à França pós-revolucionária as iniciativas para a criação do Sistema Internacional de Medidas. A Academia Francesa reuniu esforços de muitos intelectuais para obter da natureza padrões de medida que fossem “invariáveis”.

Isso mesmo! As mudanças políticas e o ideal democrático e de liberdade inflamados pela Revolução Francesa, influenciaram decisivamente a busca de uma unidade padrão de medida universal, invariável e retirada da natureza.

A nova unidade padrão deveria ser “retirada” da natureza, pois, assim, não enfrentaria a barreira cultural que dificultava a aceitação de uma unidade padrão de medida linear universal.



Fonte: Wikimedia Commons contributors.

Após muitos embates e anos de trabalho de diversos pesquisadores, em 1789, a Academia de Ciência da França estabeleceu que a unidade padrão de medida linear seria a **medida do comprimento da décima milionésima parte do arco de um meridiano entre o Polo Norte e o Equador, que passa por Paris.**

As relações matemáticas existentes entre a unidade, seus múltiplos e subunidades são baseadas no sistema de numeração decimal (agrupamentos a cada 10).

Em 1960, na 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), foi criado o Sistema Internacional de Pesos e Medidas (SI).

Mas não parou por aí!

Em busca de mais precisão e invariabilidade, em 1980, a unidade padrão de medida de comprimento passou a ter como referência a fração da distância percorrida pela luz no vácuo.

Assim, atualmente, o metro é o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $1/299.792.458$ segundo o INMETRO (Brasil, 2019).

Em busca da universalização

Se a dificuldade inicial do homem era encontrar um modo de quantificar a qualidade contínua, nos primórdios da humanidade, os desafios se tornaram ainda maiores quando se tornou necessário estabelecer uma padronização. Isso porque havia interesse de algumas classes na manutenção do controle, a fim de continuarem com suas práticas injustas. Essa situação está muito bem documentada na história da França, onde o estado teve que impor, por meio da força, a utilização das novas unidades de pesos e medidas estabelecidas.

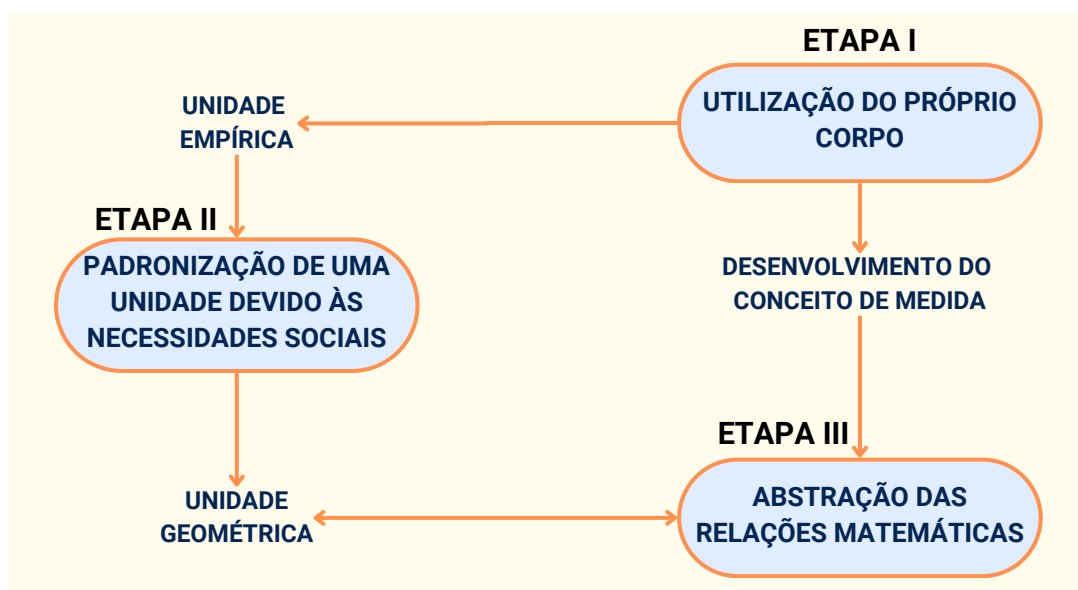
No cenário internacional, a aceitação também foi quase nula no início. No Brasil, por exemplo, o sistema só foi aceito 32 anos após sua criação. Por aqui, foi instituído pela Lei n.º 1.157/62. Já o Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (INMETRO) só foi criado pela Lei n.º 5.996/73, sendo considerado um marco importante para estabelecer padrões de medidas confiáveis e para garantir a qualidade de produtos e serviços oferecidos no mercado brasileiro.

No Brasil, mesmo após ser instituído, o sistema métrico também enfrentou resistência quanto à aceitação. Essa resistência resultou em revoltas como a do "Quebra-Quilos". Essa revolta foi um movimento político, econômico, social e cultural que se iniciou na Paraíba em 1874, por cidadãos e comerciantes contrários às determinações da Lei n.º 1157/1862 e, claro, devido a algumas outras injustiças praticadas pelo império.

A padronização foi desejada e financiada pelo estado com o intuito de controlar e obter uma maior arrecadação de impostos, já muitas divisas escapavam devido às inexatidões do sistema anterior. Um motivo similar ao que levou os egípcios a solucionar o problema da medida não inteira em sua sociedade.

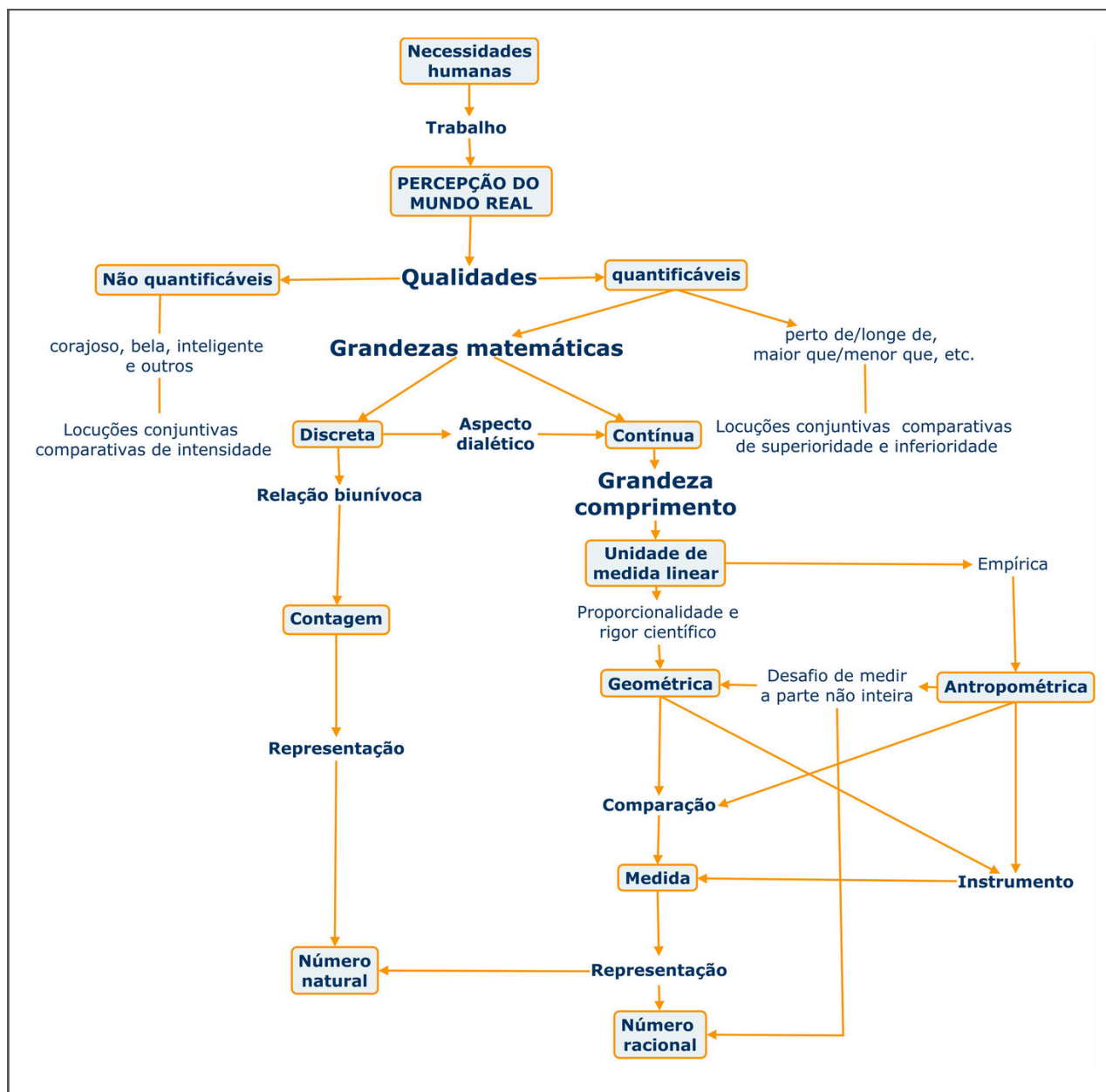
O lógico e o histórico no conceito de medida linear

Podemos observar no processo de desenvolvimento do conhecimento matemático sobre a grandeza comprimento que ele tem início com as necessidades humanas, no contexto da atividade laboral. Esse processo possui caráter coletivo, social, político e cultural. Giardinetto (1997) organiza esse desenvolvimento em três etapas, conforme apresentamos no esquema a seguir:



Fonte: Sistematizado pelos autores a partir de Giardinetto (1997).

Na figura a seguir, apresentamos uma síntese das noções relacionadas à grandeza comprimento que foram estudadas neste capítulo.



Fonte: Ferreira, 2024.



Mas por que é necessário realizar o estudo do movimento lógico-histórico?

Não se esqueça de que estamos fundamentando nossas ações no conceito teórico-metodológico da Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Estudar o movimento lógico-histórico auxiliará a realização da síntese histórica do conceito e na definição de como será nossa abordagem desse conhecimento.

Quais desafios foram enfrentados pela humanidade no desenvolvimento desse conhecimento? Quais são as etapas e aspectos que podemos identificar nesse estudo?

Talvez você esteja se perguntando por que estudamos além daquilo que será abordado em práticas pedagógicas na Educação Infantil. Consoante a AOE, o professor é aquele que organiza e proporciona, por meio de diferentes ações, momentos nos quais o estudante possa se envolver em sua atividade de aprendizagem. O professor somente conseguirá fazê-lo intencionalmente e com segurança a partir da apropriação do conhecimento teórico sobre o objeto de ensino.

Nos próximos capítulos, compartilhamos com você o modo como abordamos as noções e ideias sobre a grandeza comprimento nas tarefas formativas do curso de formação continuada.

5 DISTÂNCIA

Na gênese do conhecimento matemático sobre a grandeza comprimento, a utilização de locuções conjuntivas comparativas de superioridade e inferioridade, "mais perto do que" e "mais longe do que", possivelmente foram os primeiros movimentos utilizados pela humanidade rumo à quantificação da distância.

Vimos anteriormente que a medida de comprimento é a extensão unidimensional entre dois pontos e que esta extensão pode se apresentar retilínea ou curvilínea. Então, o que é distância?



Na geometria euclidiana, distância é a menor extensão retilínea entre dois pontos.

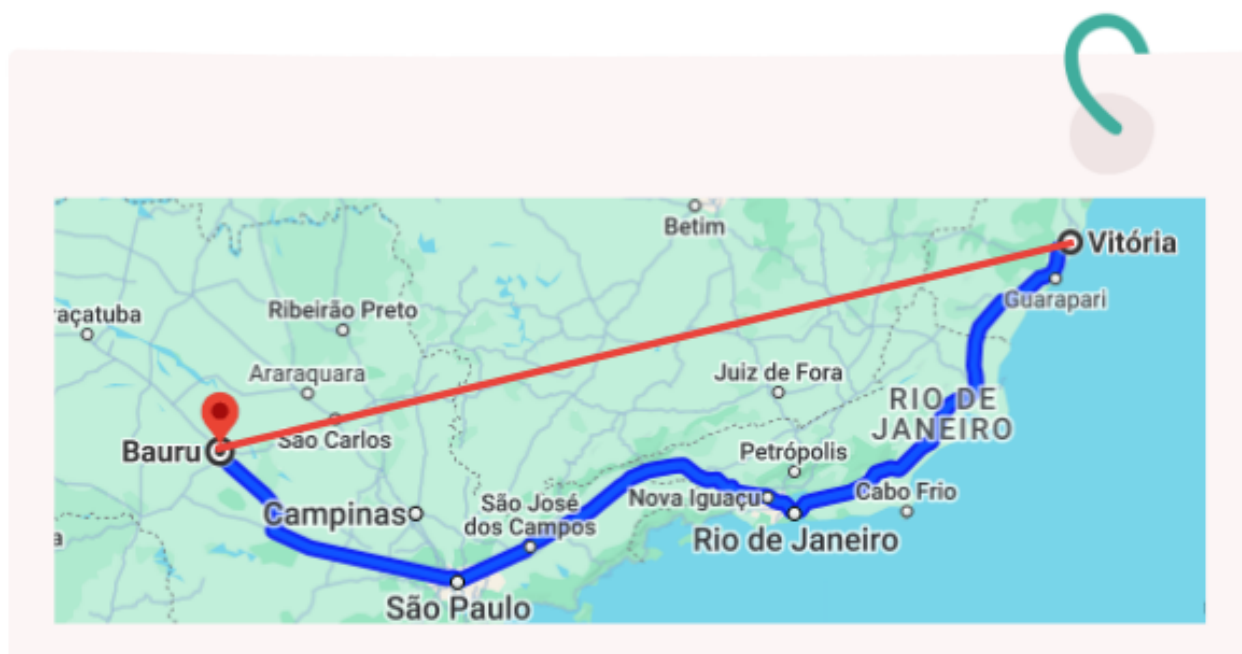


Toda distância é comprimento, mas nem todo comprimento é distância!

observe que o conceito de “menor extensão retilínea entre dois pontos” está contemplado no conceito de medida de comprimento que é a medida da “extensão entre dois pontos”. Contudo, quando consideramos a medição de uma extensão curvilínea, a distância entre o ponto inicial e o final não é a menor distância entre dois pontos.

Outra situação é o significado de distância enquanto objeto matemático (menor extensão entre dois pontos) e aquele que atribuímos em nosso dia a dia em trajetos percorridos (medida do comprimento do percurso).

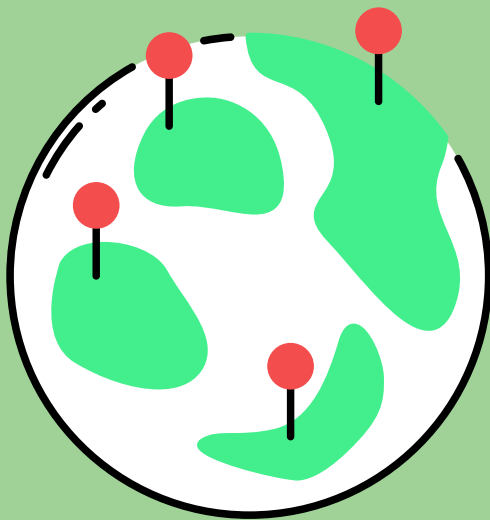
Na figura a seguir, buscamos, de forma simplificada, exemplificar o significado de distância nesses dois contextos. Na linha azul, temos o percurso rodoviário de Vitória até Bauru. Na linha vermelha temos a distância entre estas duas cidades. Para isso, consideramos as duas cidades como se fossem pontos no plano (a Terra não é um plano).



Fonte: Ferreira, 2024.

Mas a distância representada pela linha vermelha poderia ser um percurso? Sim, se fosse possível realizá-lo. Nesse caso, a medida de comprimento do percurso coincidiria com a medida da distância em seu significado matemático (formal).

É comum utilizarmos apenas o termo “distância” para nos referirmos às extensões entre os diferentes locais que necessitamos precorrer.



O significado de distância como “a menor extensão entre dois pontos” tem muitas aplicações nas ciências. Foi a partir de sua aplicação prática e ampliação que foram desenvolvidas diversas tecnologias, como, por exemplo, o Sistema de Posicionamento Global (GPS).

Por meio da aplicação do significado de distância no contexto da matemática formal, conseguimos medir a distância entre dois locais, sem necessariamente realizar o percurso. Na realização de obras de engenharia, em navegação (aérea, marítima e espacial), conhecer a medida de comprimento do percurso até o local, na maioria das vezes, geralmente é irrelevante. Por isso, a importância do significado de distância como a “menor extensão entre dois pontos”.



Mas por que é importante refletir sobre esses aspectos que envolvem a medida de comprimento?

Existe um conhecimento científico que fundamenta os avanços tecnológicos que experimentamos, e a escola tem a responsabilidade social de possibilitar que esse desenvolvimento seja apropriado e continue sendo ampliado pelas novas gerações.

Mas como podemos realizar a abordagem desses aspectos em práticas pedagógicas no contexto da Educação Infantil?

Organizando ações pedagógicas que possibilitem às crianças vivenciar situações nas quais possam percebê-los, refletir e discuti-los.

Assim, por meio do estudo do movimento lógico-histórico da grandeza comprimento, podemos identificar o desenvolvimento e a ampliação de uma determinada noção matemática, os diferentes aspectos e as necessidades que mobilizaram o ser humano em seu processo de elaboração.

A seguir, apresentamos como desenvolvemos situações de aprendizagem no curso de formação contemplando esses aspectos.

6 O JOGO DA TORRE

Medindo a extensão retilínea entre dois pontos

Como vimos anteriormente, nos estudos realizados sobre a grandeza comprimento, aprendemos que por meio dessa grandeza medimos a extensão dos objetos, materiais, corpos e outros. Esta extensão pode ser retilínea ou curvilínea.

Para medir, é necessário determinar os pontos de referência iniciais e finais na extensão que iremos mensurar. **Essa é a essência do conceito de medida de comprimento: a extensão entre dois pontos.**

Abordamos esse conceito com as participantes do curso de formação a partir de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem do tipo jogo.

Os jogos “desencadeiam a busca pela resolução do problema, assim gerando a apropriação do conceito. Pelo jogo, apropria-se do mundo real. O jogo pode ser criado ou adaptado (Marafiga, 2021, p. 90)”.

Com esse jogo, buscamos problematizar os seguintes aspectos: a comparação “mais perto/mais longe” para emergir a necessidade de medir; a escolha dos pontos de referência para se realizar a medição do objeto à torre (se necessário); e se a extensão a ser medida seria retilínea ou curvilínea. Além disso, também trabalhamos aspectos de caráter social, como comunicação, interação, cooperação, colaboração, justiça e equidade.

Descrição do jogo:

O jogo consistiu em posicionar, sobre o piso, um sólido geométrico em formato de cone (a torre). Cada participante do curso deveria lançar, em direção à torre, algum objeto, à sua escolha, dentre os que foram disponibilizados. Pontua no jogo quem arremessar o objeto mais próximo da torre.

Aspectos abordados

- Ponto inicial e ponto final (limites na extensão);
- O comprimento como extensão retilínea;
- Unidade de medida;
- Instrumento de medida.

Objetivo da tarefa formativa:

- Trabalhar a noção de medida de comprimento.

Objetivos formativos:

- Desenvolver o aspecto da coletividade;
- Estabelecer coletivamente as regras do jogo;
- Organizar as jogadas;
- Refletir sobre o conceito de medida de comprimento e distância na matemática formal;
- Selecionar instrumentos adequados para realizar as medições (se necessário);
- Discutir os aspectos geométricos dos objetos/materiais utilizados no jogo e sua influência nos resultados;
- Realizar comparações de distâncias;
- Realizar medições (se necessário).

Fonte: Ferreira, 2024.

Materiais necessários:

Para a realização deste jogo, precisamos de algo que possa ser utilizado como torre e alguns materiais ou objetos que possam ser arremessados em direção à torre pelos jogadores.

Como “torre”, utilizamos um sólido geométrico de base circular.

O formato geométrico escolhido para a "torre" foi intencional, uma vez que a base do cone é um círculo. Dessa forma, a "torre" não tem "lados". Não importava o local onde os objetos (após arremessados) se posicionassem, a medida de comprimento do objeto a torre é a menor distância entre dois pontos.



Fonte: Acervo da pesquisa.

Mas, se a torre fosse alterada para um sólido com base quadrada, isso ocasionaria alguma variação nos resultados do jogo?

Trocar a torre por outra que tenha a base em formato geométrico diverso é uma das possibilidades que você terá para fomentar reflexões e debates sobre a medida das distâncias dos objetos até a torre. Os estudantes poderão realizar comparações e, em seguida, diferenciações nas distâncias observadas. Esse é o movimento pelo qual Vigotski (2001) compreende que ocorre a apropriação.

Por exemplo, podemos supor algumas posições dos objetos em relação às torres de base quadrada e circular, verificando as particularidades das distâncias em cada caso. Essa análise poderá ser observada na escolha dos pontos para comparar as distâncias. Objetos em diferentes posições podem estar à mesma distância da torre quando esta for de base circular, o que não ocorre quando for quadrada.

Para as participantes realizarem os arremessos foram disponibilizados materiais que estavam no LEM, como: pedaço de cano de PVC, folhas de papel amassadas, pedaços de madeira, canetas, tampas de garrafa, chapa de metal e seixos.

Materiais disponibilizados



Fonte: Elaborado pelos autores a partir do acervo da pesquisa.

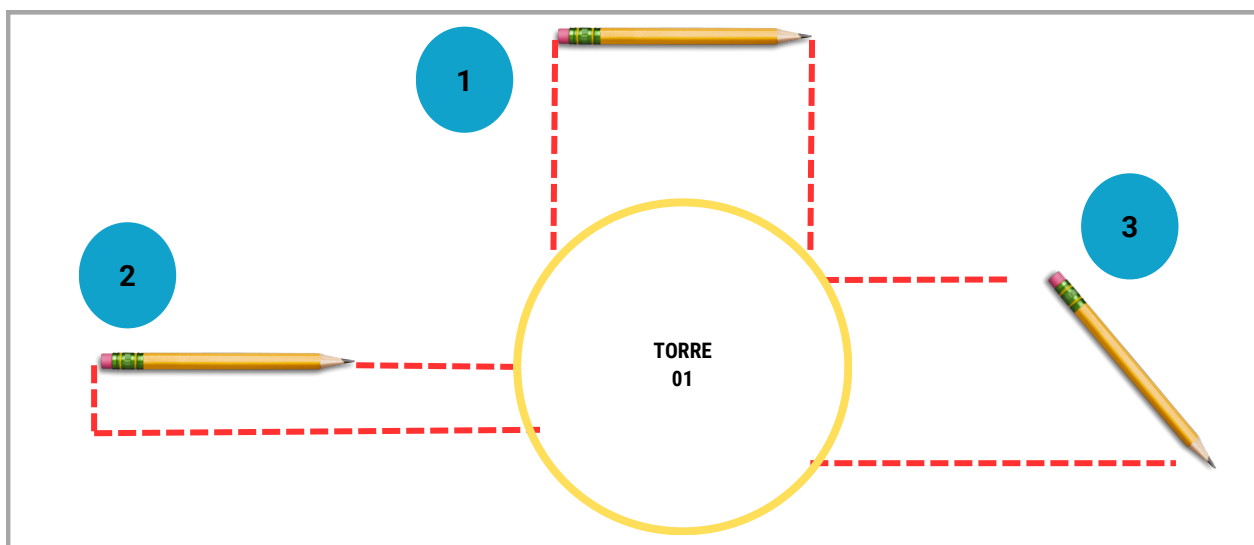
Devemos atentar-nos às características geométricas desses materiais, pois se constituem possibilidades de realização de problematizações com os estudantes, sobre os aspectos que envolvem a medida de comprimento.

Podemos classificar esses materiais a partir de duas características gerais: os que possuem seções longitudinais e os que são circulares.

Considerando que as participantes tiveram que analisar a proximidade do objeto em relação à torre, e que, para isso, deveriam escolher os pontos de referência, os formatos diferenciados estimularam reflexões e debates sobre quais seriam os pontos iniciais e finais da extensão do objeto até a torre, e a razão de escolher um em detrimento de outro.

Na figura a seguir, exemplificamos algumas possibilidades de problematizações em relação aos objetos longitudinais.

Identificação dos pontos de referências no objeto “lápis”



Fonte: Elaborado pelos autores.

Considerando objetos de formato longitudinal, como o lápis ilustrado na figura anterior, incentivamos as participantes a refletirem sobre os critérios utilizados na escolha dos pontos para comparar a distância até a torre. Essa análise busca compreender as razões por trás da seleção de um ponto específico em detrimento de outros, promovendo o desenvolvimento do pensamento teórico a respeito da ação de medir.

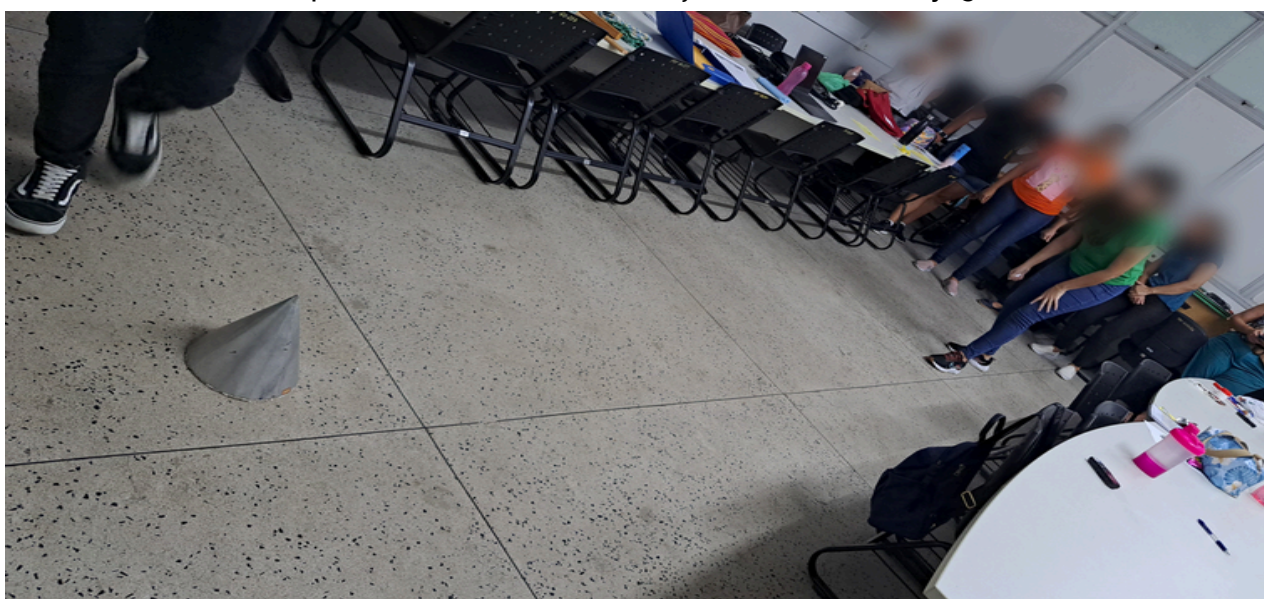


São situações nas quais é possível refletir sobre o principal aspecto que caracteriza a medida do comprimento: a escolha dos pontos inicial e final da extensão a ser medida, aspecto que também está presente na unidade de medida.

Desenvolvimento:

Para a realização do jogo, a torre (representada por um cone) foi estrategicamente posicionada em um ponto da sala. Em seguida, as professoras foram convidadas a jogar. O objetivo do jogo foi explicado e sugerimos alguns materiais para os lançamentos. Além disso, deixamos as participantes à vontade para escolherem alguns materiais ou objetos dentre os disponíveis no LEM que pudessem utilizar nos lançamentos.

Participantes do curso de formação realizando as jogadas



Fonte: Acervo da pesquisa.

Esse jogo apresentou possibilidades de desenvolver a noção de medida de comprimento (extensão entre dois pontos), problematizar a escolha dos pontos de referência para se realizar a medição, desenvolver o senso de coletividade na organização das regras e a noção de instrumento e unidade de medida.

Um dos primeiros questionamentos das participantes foi: "quais são as regras do jogo?". Em seguida, recomendamos que elas discutissem, negociassem e elaborassem as regras do jogo.



Fonte: Acervo da pesquisa.

O compartilhamento é condição que implica a troca com o outro, a fim de que todos se apropriem tanto das ações desenvolvidas em interação quanto dos sentidos e significados assumidos por elas [...] (Moura, 2016, p. 19-20).

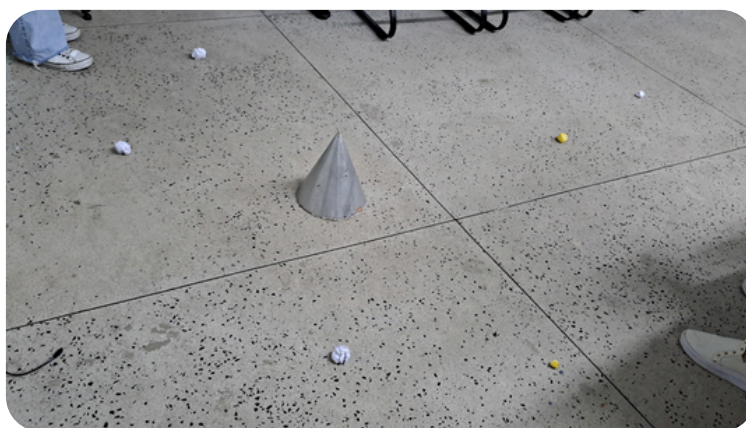
O grupo decidiu qual seria o ponto de arremesso dos objetos (a linha de encontro dos pisos) e escolheu lançar, na primeira rodada, “bolinhas de papel”. No entanto, logo perceberam que as bolinhas eram um material muito leve. Então, elas resolveram utilizar outros materiais entre os que estavam disponíveis, para obterem melhores resultados no jogo. O quadro a seguir apresenta os objetos arremessados pelas participantes em cada rodada.

RODADA	OBJETOS LANÇADOS
1ª	Bolinhas de papel
2ª	Seixos, tampinhas, caneta, madeira e bolinhas de papel.
3ª	Pedaços de madeira, cano, chapa de metal e tampinhas.
4ª	Tampinhas

Fonte: Ferreira, 2024.

O lançamento de objetos com diferentes formatos, na 2ª e 3ª rodada, possibilitou ao grupo realizar reflexões sobre o ponto inicial a partir do qual seria comparada a distância do objeto até a torre. Além disso, o grupo pôde concluir que a utilização de um único tipo de objeto por todos facilitaria a verificação da jogadora que mais se aproximou da torre. As imagens a seguir retratam algumas jogadas realizadas.

1ª rodada



Fonte: Acervo da pesquisa.

2ª rodada



Fonte: Acervo da pesquisa.

3ª rodada



Fonte: Acervo da pesquisa.

4ª rodada



Fonte: Acervo da pesquisa.

A disponibilização de objetos de diferentes formatos possibilitará discussões sobre quais pontos deverão ser considerados como referência para comparação da distância do objeto até a torre. Isso estimulará os jogadores a observarem o pré-requisito necessário para realizar a medição de uma extensão linear: a distância entre dois pontos.

Durante a execução do jogo, quando havia dúvidas sobre a distância do objeto até a torre, as participantes utilizaram diferentes estratégias para verificar qual objeto estava mais próximo da torre. Dentre as estratégias utilizadas, destacou-se a ação de medir, por meio de diferentes instrumentos e unidades de medida.

Utilização de instrumentos antropométricos



Fonte: Elaborado pelos autores a partir do acervo da pesquisa.

Utilização de outros instrumentos



Fonte: Elaborado pelos autores a partir do acervo da pesquisa.

As participantes necessitaram convencionar sobre qual parte da torre seria utilizada como referência para as medições, de modo que todas utilizassem a mesma.

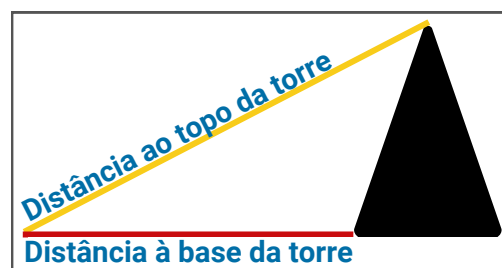


Fonte: Elaborado pelos autores a partir do acervo da pesquisa.

Nesse caso, elas escolheram comparar o ponto que estava na base da torre. Uma das indagações que fizemos foi “Por que vocês escolheram a distância do objeto até base?” Elas responderam que a distância até a base era menor.

De fato, a distância do objeto até a base é menor, como representamos na figura ao lado.

O jogo possibilitou às participantes perceber essas diferentes extensões, sem uma discussão teórico sobre essas distâncias.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Algumas necessidades históricas que emergiram no desenvolvimento do conceito de medida da grandeza comprimento puderam ser reconstituídas por meio de jogo, como: a de comparação entre diferentes extensões lineares; a escolha do ponto inicial e final para delimitar a extensão a ser mensurada; a utilização de medidas antropométricas; de utilização de instrumentos de medida; de se ter uma unidade de medida; da comunicação do resultado e da realização de trabalho colaborativo para solucionar os diversos desafios que surgiram.

O caráter coletivo que a ação formativa assume na perspectiva da AOE influencia o processo de formação docente, possibilitando agregar novas qualidades no desenvolvimento de sua atividade de ensino. Pois, ao se apropriar desse modo de estudar e buscar soluções para os desafios, as professoras ressignificam o conhecimento matemático e suas práticas, como afirma Moura (2000):

Assumindo o conceito de coletividade, de acordo com a tese de Makarenko, o processo de formação do professor é a sua busca constante por um modo de realização de um projeto cujo resultado é o próprio motivo do projeto: concretizar o seu projeto pessoal e coletivo. E isso se concretiza na sua aprendizagem e no querer que os outros aprendam a lidar com as informações de modo consciente na resolução de problemas [...] (Moura, 2000, p.46).



Na realização deste tarefa, devemos estar atentos ao tempo disponibilizado para desenvolvê-la. É importante ter um tempo para discutir e refletir sobre as questões que emergem.

No curso de formação, optamos por deixar as participantes decidirem as regras do jogo, conforme os objetivos formativos e investigativos estabelecidos para a pesquisa. Já, com as crianças, em sala de aula, esta será uma boa oportunidade para que elas desenvolvam o trabalho coletivo e colaborativo, aspectos relevantes para o processo de humanização.



Outro aspecto importante de ser considerado, ao se realizar essa tarefa com as crianças diz respeito a escolha dos objetos. Eles deverão ser de materiais que não provoquem acidentes.

Poderá ocorrer ainda que, na primeira rodada, os estudantes já alcancem o resultado esperado e consigam definir quem mais se aproximou da torre. Caso isto aconteça, poderá sugerir a eles, por exemplo, que verifiquem o segundo e o terceiro objeto mais próximo da torre. Ainda, podemos problematizar as posições dos objetos em relação à torre, se elas interferem nos resultados.

Outro momento que deve ter atenção especial no desenvolvimento da tarefa é o da síntese coletiva. Para que seja possível retomar as questões debatidas, faz-se necessário que o formador ou o professor esteja atento aos enunciados e movimentos dos estudantes. O ponto de partida da síntese será as diversas manifestações dos estudantes no decorrer do desenvolvimento da tarefa.

Na síntese coletiva, podemos solicitar, por exemplo, que os estudantes expressem suas compreensões por meio da elaboração de modelos, como desenhos.

No momento da síntese coletiva, será possível verificar se os estudantes identificaram a grandeza com a qual estavam lidando e se percebem a medida de comprimento como a distância entre dois pontos.

Será verificada a percepção da grandeza comprimento em enunciações que externalizem a abstração da extensão “como uma linha”. Neste jogo, a linha será reta e os jogadores buscarão medir a menor distância até a torre, em função da necessidade imposta pela dinâmica do jogo. Nesse caso, no momento da síntese, é importante refletir sobre os seguintes aspectos: por que vocês compararam em linha reta? De que ponto esta linha se origina no objeto? Ela se conecta em qual ponto na torre?

No caso da torre de base circular, os pontos sobre a circunferência distam igualmente do centro. Além disso, o “cume” da torre é o centro da circunferência. O ponto escolhido nessa região representa o lugar geométrico a partir do qual todos os objetos poderiam ser referenciados, eliminando outras possíveis interpretações da referência.

Esses são conceitos que podem ser discutidos e aprofundados em uma ação de formação docente. Com os estudantes, no entanto, é necessário avaliar o grau de complexidade adequado para cada nível de escolaridade, ajustando a abordagem às necessidades de aprendizagem específicas de cada grupo.

7 O QUE ESTÁ MAIS PERTO?

Medindo o comprimento do percurso

A necessidade de controlar a distância surgiu com o advento da sociedade. Esse controle foi impulsionado por diversos fatores, como a organização política dos grupos (tribos, reinos e países), que tornou indispensável a delimitação de territórios, estabelecendo marcos de fronteiras. Destacam-se também a formação das cidades e a consequente necessidade de comunicação entre elas, além do surgimento do comércio, realizado por caravanas que atravessavam grandes regiões geográficas.



Fonte: Repositório do Canva.



Fonte: Repositório do Canva.

Era comum a utilização de expressões como "dias de cavalgadas" (no Brasil colonial), "um tiro de arco", "um tiro de pedra", "caminho de número de dias" e "número de dias de barco", entre outras formas populares de medir distâncias. Além disso, utilizavam-se unidades como léguas, braças e milhas para mensurar percursos.

De acordo com Silva (2010), ainda que baseadas em partes do corpo, as unidades para medir longas distâncias frequentemente consistiam em agrupamentos de padrões estabelecidos. Exemplos dessas unidades incluem o plethron (100 pés) e o estádio (600 pés) na Grécia Antiga; o actus (120 pedes), o stadium (625 pedes), o mille passus (1000 passus), a leuga (7500 pedes) e a schoenus (4 mille passus) na Roma Antiga.

Por quê refletir sobre essas situações no desenvolvimento das noções matemáticas sobre a grandeza comprimento?

Essa reflexão decorre das diferentes percepções e das necessidades humanas ao longo da história, que impulsionaram o desenvolvimento do conhecimento matemático, particularmente no campo da geometria. Esse conhecimento não apenas contribuiu para o desenvolvimento social, favorecendo a organização no espaço, mas também para o progresso intelectual do ser humano.

Como analisamos anteriormente, o controle da qualidade chamada “distância” teve grande relevância para o desenvolvimento socioeconômico. Na Antiguidade, o termo era sinônimo de medida de comprimento. Contudo, com o avanço da matemática, especialmente da geometria, ele passou a ter novos significados em diferentes contextos.

Para abordar esses aspectos, realizamos a tarefa intitulada “O que está mais perto do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)?”, a qual foi adaptada de Miranda (2022). Essa atividade propõe a discussão da noção de distância como medida de comprimento do percurso, enriquecendo assim a compreensão matemática.

Ao envolver as participantes em discussões sobre as unidades de medida e suas aplicações no dia a dia, buscamos não apenas aprofundar o entendimento sobre a grandeza comprimento, mas também desenvolver aspectos formativos essenciais, como a resolução de problemas, o trabalho colaborativo e aqueles relacionados à coletividade.

Descrição: Dirigimo-nos às participantes com a seguinte indagação: o que está mais perto do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), o miniauditório ou a portaria do campus?

Aspectos abordados

- “Mais perto/longe de”;
- Distância como caminho percorrido;
- Ponto inicial e ponto final em um percurso;
- Unidade de medida de comprimento;
- Instrumento de medida;
- Resultado da medida (número).

Objetivos da tarefa formativa:

- Verificar qual local está mais perto do LEM;
- Medir a distância do LEM até portaria e do LEM até o miniauditório.

Objetivos formativos:

- Distinguir "unidade de medida" de "instrumento de medida";
- Analisar o resultado da medida;
- Compreender o resultado da medida quanto à sua natureza numérica (natural ou racional);
- Comunicar o resultado da medida;
- Escolher os instrumentos adequados;
- Desenvolver o trabalho colaborativo;
- Elaborar estratégias para encontrar a solução.

Fonte: Ferreira, 2024.

Materiais necessários:

Diferentes materiais podem ser utilizados como instrumentos de medida pelos estudantes, tais como: barbante, cordas, réguas graduadas e não graduadas, entre outros objetos similares. No caso do curso de formação, ele ocorreu no LEM, que dispõe de muitos materiais, os quais as participantes puderam escolher livremente para utilizá-los como instrumentos de medida.

Ao desenvolver esta ação, é interessante também disponibilizar objetos que não sejam tão úteis para medir grandes distâncias. Isso poderá fomentar discussões sobre a extensão da unidade de medida que o instrumento contém e sobre o tipo de instrumento mais adequado para suprir a necessidade de medição.

Desenvolvimento:

Antes de indagarmos às participantes sobre qual dos dois locais está mais perto do LEM, verificamos se elas conheciam as localizações desses locais e sabiam como chegar até eles. Algumas já haviam estado no miniauditório no primeiro encontro do curso, e outras já conheciam o prédio do campus, conseguindo inferir, mesmo de forma aproximada, a localização das salas.

Essa operação diagnóstica inicial é relevante, pois os estudantes não conseguirão realizar uma “comparação abstrata” das distâncias entre os locais, se não tiverem conhecimento mínimo de suas localizações.

Caso os estudantes desconheçam os locais que serão utilizados na tarefa, convém realizar um tour com eles pelo ambiente, de preferência sem apresentar as razões da tarefa, promovendo observações exploratórias.

Os dois outros locais que serão comparados com a referência escolhida pelo professor deverão ser suficientemente próximos para gerar a dúvida. Caso contrário, a necessidade de medição não emergirá, e o propósito da atividade poderá ser prejudicado.

A busca pela solução da tarefa é um esforço coletivo. Por isso, é necessário promover uma organização dos estudantes que estimule a coletividade e faça do trabalho colaborativo uma prioridade e uma necessidade essencial para o aprendizado.



A organização de grupos de trabalho é ideal para incentivar os estudantes a defenderem suas opiniões e buscarem “provar” suas conjecturas diante de outras que possam ser apresentadas. Esse tipo de atividade promove a interação, a troca de conhecimento e o desenvolvimento intelectual.

No entanto, a alocação dos estudantes nos grupos não deverá ser algo estabelecido pelo formador. A motivação principal para integrar um grupo deve ser fundamentada no objetivo de “provar que sua afirmação está correta”. Esse motivo está alinhado com o propósito dos grupos, que, por meio de ações e operações, buscarão atingir o objetivo proposto.



Então, surge a pergunta: como podemos organizar os grupos para que esse movimento aconteça de forma natural e produtiva?

Durante o desenvolvimento desta ação de ensino, no curso de formação, indagamos às participantes sobre qual local é mais perto do LEM. À medida que elas manifestavam suas opiniões, organizamos os grupos de trabalho, conforme demonstrado no quadro a seguir.

Organização dos grupos

Grupo 1	Grupo 2
LEM mais perto da miniaditório	LEM mais perto da portaria
Flor Lua Lú Sara	Gih Estrela Amália

Fonte: Ferreira, 2024.

Consoante as opiniões manifestadas pelas participantes, conseguimos organizar dois grupos. Em seguida, questionamos os integrantes sobre como poderíamos comprovar uma ou outra opinião. Foi sugerido que efetuassem a medição dos dois trajetos.

Nesta etapa, os dois grupos iniciaram as movimentações para organizar as ações que desenvolveriam para medir o percurso. Os grupos buscaram, entre os possíveis instrumentos a serem utilizados, a régua de madeira graduada. Contudo, surgiram divergências internas em cada grupo quanto a este ser o instrumento ideal e às estratégias adotadas.

Se o grupo estava coeso na opinião sobre qual local era mais perto do LEM, já não o era quanto à escolha do instrumento e à estratégia utilizada para medir. A ausência de negociação destes diferentes pontos de vista entre os integrantes estava relacionada ao sentido pessoal atribuído à tarefa por cada participante. Isso influenciou a qualidade das relações interpessoais, a celeridade da realização do procedimento e os resultados obtidos.

É importante que o professor ou formador esteja atento a estes aspectos, pois eles se constituem em elementos que possibilitam discutir e refletir com os estudantes sobre a necessidade do trabalho coletivo e colaborativo para alcançar resultados satisfatórios.

Apesar de os grupos terem escolhido as réguas de madeira como instrumentos de medida, as participantes utilizaram diferentes estratégias, instrumentos e unidades de medida durante a medição do percurso.

As ações e operações realizadas pelas participantes durante a medição devem ser acompanhadas pelo professor ou formador com muita atenção, pois elas deverão ser retomadas no momento da síntese coletiva. Esse momento visa teorizar, ampliar os conceitos trabalhados, dirimir dúvidas e levá-los a compreender as razões para possíveis equívocos nos resultados.

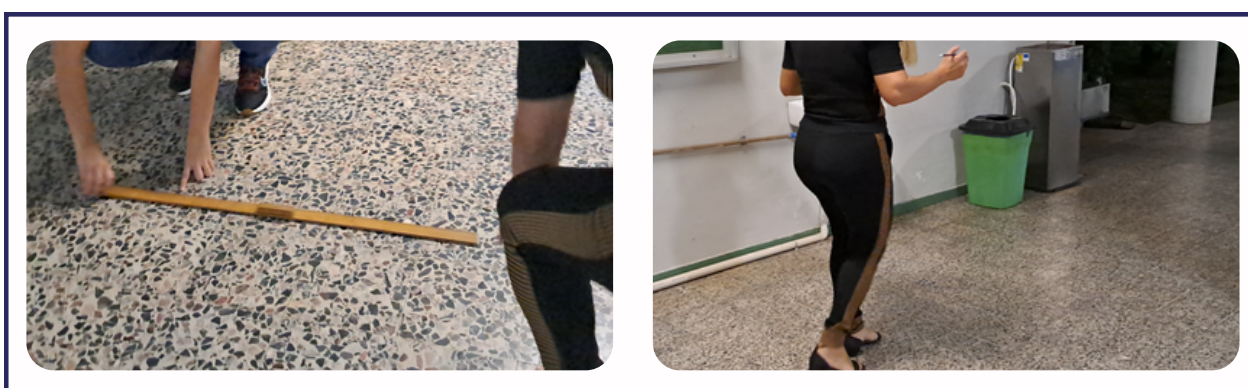
A seguir, apresentamos algumas estratégias utilizadas pelo grupo de participantes do curso de formação na busca por uma solução para a situação-problema.

Medição da placa de concreto e posterior contagem das placas



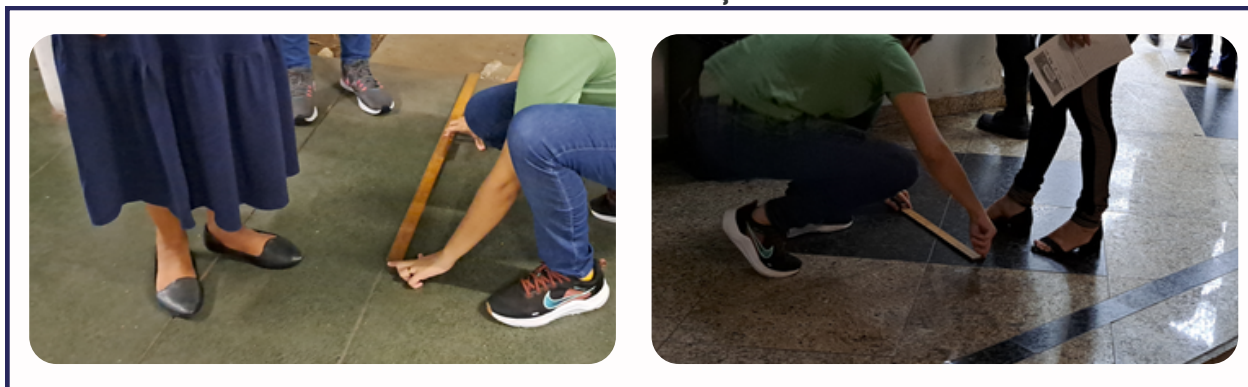
Fonte: Acervo da pesquisa.

Medição do piso e posterior contagem dos pisos



Fonte: Acervo da pesquisa.

Realizando as medições



Fonte: Acervo da pesquisa.

Como dissemos anteriormente, os grupos tiveram bastante dificuldade em entrar em acordo com seus integrantes sobre qual estratégia seria adotada para a realização do procedimento de medição. Uma participante teve a iniciativa de medir o percurso, utilizando "passadas", como apresentamos na imagem a seguir.

Contagem de passadas



Fonte: Acervo da pesquisa.

Mesmo utilizando diferentes instrumentos e estratégias para realizar as medições, os grupos efetuaram a conversão dos resultados obtidos de diferentes unidades para centímetros e metros.

Esse procedimento exigiu que as participantes se atentassem à proporcionalidade entre a unidade metro e sua subunidade centímetro, e buscassem compreender o modo de expressar numericamente o resultado. A seguir, apresentamos os resultados obtidos.

Quadro 4 - Resultado das medições

Distância do LEM ao Mini		Distância do LEM à portaria	
Grupo 1	Grupo 2	Grupo 1	Grupo 2
83,73 m	90,78 m	91,28 m	78,55, m
34 passadas		28 passadas	

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

Diante dos resultados obtidos, convidamos os grupos a concluir qual local se encontrava mais perto do LEM. No entanto, os dados do G1 apontaram que o LEM está mais perto do miniauditório, enquanto os dados do G2 apontaram a portaria.

Esta divergência levou as participantes a investigar as possíveis causas que a acarretaram. Verificaram que as réguas apresentavam uma pequena diferença de extensão. No entanto, concluíram que isso não influenciaria, pois os dois percursos (LEM/portaria e LEM/miniauditório) foram medidos com o mesmo instrumento.

Participantes analisando as réguas



Fonte: Acervo da pesquisa.

Ainda, na busca para explicar a divergência observada, uma participante destacou a necessidade de escolher o ponto inicial e final do percurso que havia sido medido, ressaltando que era necessário defini-los e acordá-los coletivamente antes da realização do procedimento.

A participante aplicou o conceito de medida de comprimento, trabalhado em outra ação de ensino, para analisar a divergência. Observamos que a participante mobilizou conhecimentos que estavam sendo estudados no curso.

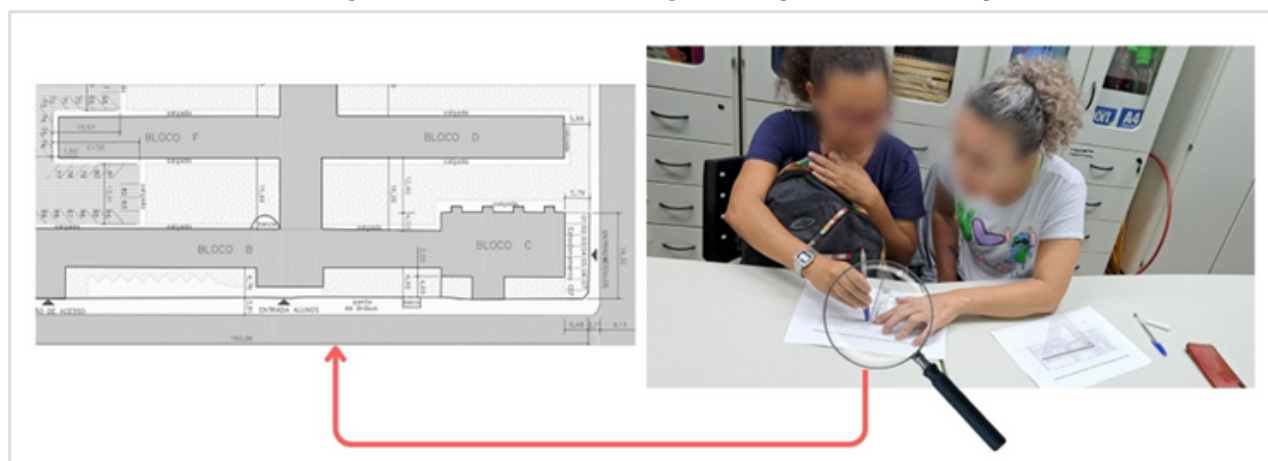
Diante do impasse, as participantes buscaram, novamente, comparar mentalmente as distâncias entre os dois locais. Elas buscaram lembrar os pontos de referência entre os locais, observando como o percurso se apresentava e como ele foi medido (retilíneo e curvilíneo). O excerto a seguir retrata a fala de uma das participantes, proferida nesse momento.

[...] quando tem essa curva, ela nos engana. Geralmente, quando tem curva, é mais longe.

Fonte: Acervo da pesquisa, registrado em áudio (02/05/24).

Entregamos às participantes uma ficha contendo a figura do recorte da planta do campus, para verificarem se a análise dessa poderia contribuir para a tomada de decisão. A figura a seguir apresenta esse momento de análise.

Participantes analisando a figura da planta do campus



Fonte: Ferreira, 2024.

Esta situação colocou as participantes diante de um novo desafio: localizar na figura os locais (LEM, portaria e miniauditório), definir os pontos que seriam considerados e encontrar modos para realizarem as comparações.

Após as participantes realizarem os estudos com a figura da planta, identificarem os pontos e acertarem quais seriam considerados para a comparação, elas concordaram que a portaria do campus é mais próxima do LEM.

[...] É a síntese coletiva que proporciona o compartilhamento de ações na busca de resposta para o problema que se apresenta, para a solução da situação desencadeadora de aprendizagem (Araújo; Moura, 2016, p. 112).

A síntese coletiva é um momento em que são discutidas as ações e operações realizadas por cada grupo e sistematizadas as conjecturas que emergiram na busca da resolução. Isto porque não existe um único modo para a resolução, e o compartilhamento do conhecimento elaborado por todos possibilita a ampliação do conhecimento produzido e novas elaborações individuais e coletivas.

- **Quais compreensões as participantes manifestaram ao final das ações e operações envolvendo as ideias de instrumento de medida, unidade de medida e medida de comprimento?**
- **Quais conhecimentos teóricos sobre a grandeza comprimento foram mobilizados na busca da solução da tarefa?**
- **De que modo sistematizaram as ações e operações na busca da solução?**
- **Como organizaram os resultados obtidos?**

Durante a síntese coletiva, devemos retomar os desafios enfrentados pelos estudantes e o modo como eles os superaram. Nesse momento, as conjecturas produzidas devem ser compartilhadas, discutidas e analisadas com o grupo. É o momento em que o conhecimento produzido durante a resolução é sistematizado.

Por exemplo, as participantes do curso de formação lidaram em suas ações e operações na resolução da tarefa com instrumentos de medida, unidades de medida, conversão de medidas, medida de comprimento, comparação, entre outras. Nesse contexto, os conceitos emergem como soluções dos desafios. A sistematização desses conceitos na síntese coletiva possibilita sua clarificação e consolidação intelectual.

Assim, no momento da síntese, retomamos os seguintes conceitos: instrumento de medida, unidades de medidas antropométricas, medida de comprimento, trabalho colaborativo. Discutimos se as estratégias adotadas foram as mais eficazes e quais seriam as melhores alternativas; refletimos sobre o desenvolvimento histórico da unidade de medida de comprimento e sua padronização; e sobre a fragilidade do procedimento de comparação visual em relação à comparação por meio da medição.



A utilização desses conhecimentos pelos estudantes em tarefas posteriores poderá indicar que houve apropriação do conhecimento.

A seguir, desenvolvemos uma tarefa que abordou os desafios relacionados à comunicação do resultado da medida. Esses desafios fizeram emergir a necessidade da padronização, como ocorreu na história da grandeza comprimento.

8 O DESAFIO DA MEDIDA



Fonte: Repositório do Canva.

Nosso corpo tem diferentes medidas de comprimento em cada parte que o compõe; sob diferentes perspectivas, podemos obter medidas variadas.

Os resultados das medidas das mesmas partes do corpo podem variar em cada indivíduo. Esse desafio, relacionado à padronização de uma unidade de medida linear, foi um dos que a sociedade teve que superar. Outro desafio é comunicar o resultado, pois cada cultura possuía sua própria unidade de medida.

Para desafiar as participantes a vivenciarem situações similares às enfrentadas pela humanidade no processo do desenvolvimento lógico-histórico da unidade de medida de comprimento, elaboramos uma tarefa formativa que possibilitou a emergência da necessidade de padronização da unidade de medida e a comunicação do resultado entre os grupos.



A situação-problema desta ação desencadeou o surgimento de uma série de necessidades nas participantes, como: medir, registrar e comunicar o resultado, além de estimular o trabalho colaborativo. Essas necessidades se configuraram como motores da atividade de estudo.

Situação-problema: Dirigimo-nos às participantes com o seguinte desafio: “Serão premiadas com um livro, as duas participantes que possuírem, entre as colegas, a maior medida de parte ou membro do corpo”.

Aspectos abordados

- Medida de comprimento (extensão retilínea ou curvilínea);
- Unidade de medida;
- Instrumento de medida e tipos (rígidos e flexíveis);
- Número natural e racional.

Objetivos da tarefa formativa:

- Realizar medições de extensão do corpo;
- Identificar quais as duas participantes possuem a maior medida (ganhadoras).

Objetivos formativos:

- Registrar os resultados das medidas encontradas;
- Comunicar os resultados das medições;
- Comparar as medidas encontradas;
- Interpretar o resultado da medida;
- Resolver o desafio da medida não inteira;
- Relacionar o resultado das medidas aos números natural ou racional;
- Propor soluções coletivas para os problemas de comunicação dos resultados;
- Elaborar estratégias para obtenção das medidas;
- Refletir sobre o desenvolvimento lógico-histórico da unidade de medida de comprimento.

Fonte: Ferreira, 2024.

Materiais necessários:

Disponibilizamos às participantes alguns objetos, os quais elas deveriam utilizar como instrumentos de medida. Veja a listagem e as imagens desses materiais a seguir.

Objetos - caixa azul:

- Barras de cuisenaire;
- Retângulos em EVA;
- Folha de papel A4;
- Lápis de cor;
- Caneta hidrográfica;
- Canudos.

Objetos - caixa verde:

- Folhas de papel lembrete e de bloco de anotações;
- Quadrados e triângulos em EVA;
- Caneta hidrográfica;
- Canudos;
- Barbante.

Materiais/objetos disponibilizados como instrumentos de medida



Fonte: Elaborado pelos autores a partir do acervo da pesquisa.

Nessa ação, a escolha dos materiais disponibilizados como instrumentos de medida teve a intencionalidade de fazer emergir os desafios relacionados à necessidade de padronização de uma unidade de medida, devido à dificuldade de comunicação do resultado. Por isso, escolhemos materiais diversificados, de diferentes tamanhos e formatos.

Outro cuidado que tivemos foi garantir que os grupos utilizassem instrumentos distintos, o que fez emergir o desafio da comunicação do resultado e, conseqüentemente, a necessidade de padronização.

Desenvolvimento

Após comunicarmos o desafio às participantes, sugerimos que elas se organizassem em duplas, já que necessitariam de auxílio uma à outra para realizar as medições. Cada dupla recebeu um kit de materiais que poderiam ser possíveis instrumentos de medida.



Organizar os estudantes em grupos possibilitará que vivenciem o desafio da comunicação dos resultados entre si e, conseqüentemente, tenham a necessidade de padronização da unidade de medida.

O início do desenvolvimento da ação foi marcado por um sentimento de disputa entre as duplas. No entanto, assim que emergiu a necessidade de medir, “encontrar a maior medida” se tornou o objetivo e também o motivo das ações. Isso levou as participantes a desenvolverem o trabalho colaborativo, que surge como uma necessidade nesse contexto.

Buscando a solução para o desafio

Cada dupla escolheu, de forma isolada, quais partes do corpo seriam medidas entre seus integrantes, realizando as medições entre si. Elas buscavam medir partes do corpo que visualmente parecessem possuir maiores medidas em relação às colegas, objetivando ganhar o livro.

DUPLA 01

Medição do braço



Fonte: Acervo da pesquisa.

Instrumento: Canudo marrom pequeno (CAMp), canudo marrom grande (CAMg) e retângulo em EVA - cor laranja (CL*).

Unidade: Não definida.

Resultados: 1CAR + 1CAMg (participante nº1)
1CAR+ 1CAMp +2CL* + 1CB (participante nº2)

Instrumento: Retângulo em EVA - cor laranja (CL*).

Unidade: Extensão de 1 barra.

Resultados: 5CL para as duas participantes.

Medição da orelha



Fonte: Acervo da pesquisa.

Medição do ombro



Fonte: Acervo da pesquisa.

Instrumento: Barra de cuisenaire verde (CV) e branca (CB)

Unidade: Não definida.

Resultados: 1CV + 1CB para ambas às participantes

Medição da perna

Instrumento: Folha A4, Retângulo em EVA - cor laranja (CL*), Barra Cuisenaire verde (CV) e rosa (CRO).

Unidade: Não definida.

Resultados: 3FA4 + 2CL* + 1CV (participante nº 1) e 3FA4 + 1CRO (participante nº 2)



Fonte: Acervo da pesquisa.

Medição da altura



Fonte: Elaborado pelos autores a partir do acervo da pesquisa.

Instrumento: Caixa organizadora (CX) e barra de Cuisenaire amarela (CA) e branca (CB).

Unidade: Não definida.

Resultados: 4CX + 1CA (participante nº1) e 4CX - 1CB (participante nº2).

Medição da unha



Instrumento: Barras de Cuisenaire branca (CB) e vermelha (CVm).

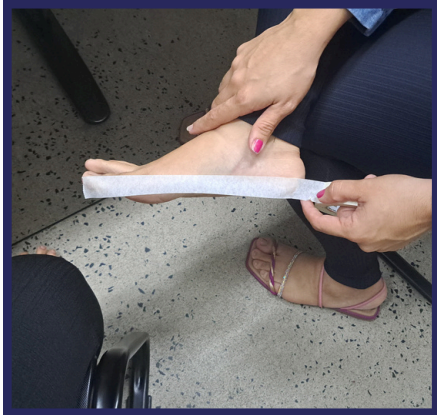
Unidade: Não definida.

Resultados: 1CB (participante nº1) e 1CVm (participante nº2).

Fonte: Acervo da pesquisa.

DUPLA 02

Medição do pé



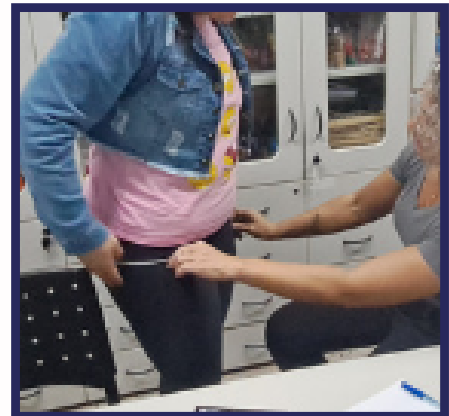
Fonte: Acervo da pesquisa.

Instrumento: Fita crepe.

Unidade: não definida.

Resultados: "Pedaço de fita crepe menor" (participante nº3) e "Pedaço de fita crepe maior" (participante nº4).

Medição do quadril



Fonte: Acervo da pesquisa.

Instrumento: Pedaço de barbante e canudo.

Unidade: Não definida.

Resultados: "1 barbante + 1 pedaço canudo" (participante nº3) e 1 barbante + 1 canudo + 1 pedaço canudo (participante nº4).

Medição da altura



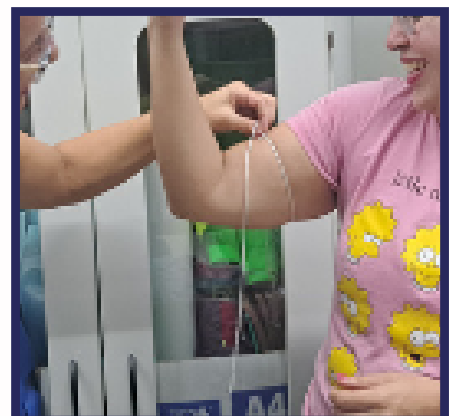
Fonte: Acervo da pesquisa.

Instrumento: Pedaço de barbante

Unidade: Não definida.

Resultados: "2 barbantes + 1 marcação maior" (participante nº3) e "2 barbantes + 1 marcação menor" (participante nº4).

Medição do bíceps



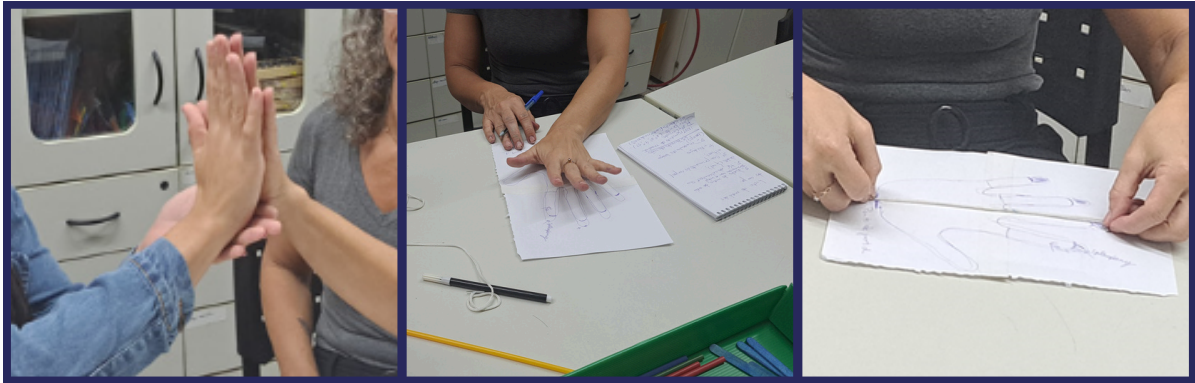
Fonte: Acervo da pesquisa.

Instrumento: Pedaço de barbante.

Unidade: Não definida.

Resultados: "Marca menor no barbante" (participante nº3) e Marca maior no barbante (participante nº4).

Medição das mãos



Fonte: Elaborado pelos autores a partir do acervo da pesquisa.

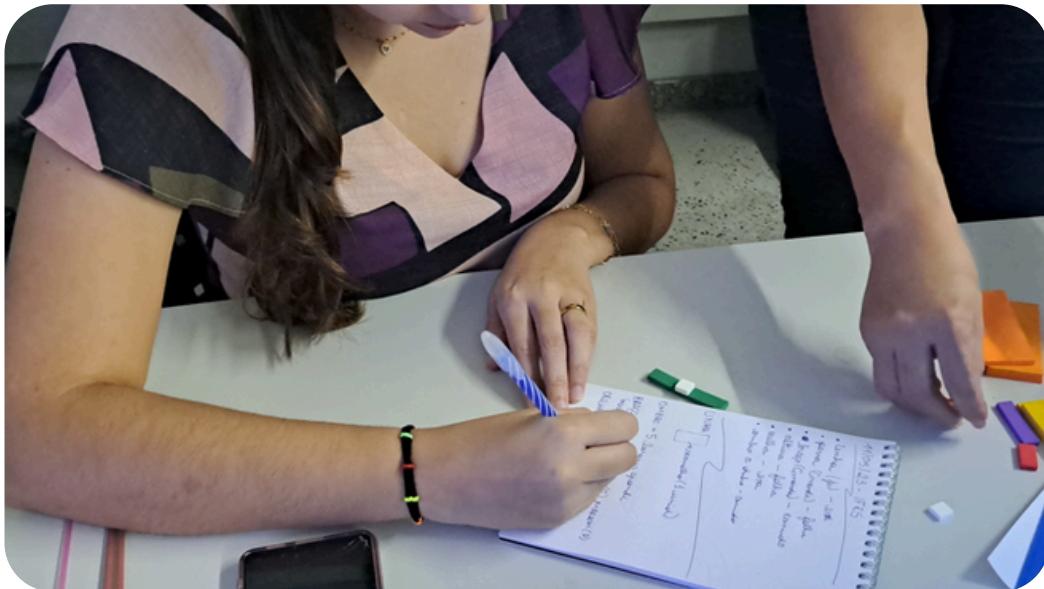
Instrumento: Peça de barbante.

Unidade: Não definida.

Resultados: "Marca menor no barbante" (participante nº3) e "Marca maior no barbante" (participante nº4).

As duplas realizaram os registros dos resultados das medidas obtidas, efetuando o controle das informações.

Registro dos dados



Fonte: Acervo da pesquisa.

Os dados obtidos foram compartilhados e expostos no quadro branco para análise dos resultados, conforme serão apresentados a seguir.

Resultados das medições

PARTES MEDIDAS	DUPLA 01		DUPLA 02	
	participante 1	participante 2	participante 3	participante 4
UNHA	1CB	1CVm	-	-
OMBRO	5CL*	5CL*	-	-
BRAÇO	1CAR + 1CAMg	1CAR+ 1CAMP +2CL* + 1CB	-	-
ORELHA	1CV + 1CB	1CV + 1CB	-	-
PERNA	3FA4 + 2CL* + 1CV	3FA4 + 1CRO	-	-
ALTURA	4CX + 1CA	4CX - 1CB	2 barbantes + 1 marcação maior	2 barbantes + 1 marcação menor
MÃO	-	-	Marca menor no barbante	Marca maior no barbante
PÉ	-	-	Pedaço de fita crepe menor	Pedaço de fita crepe maior
QUADRIL	-	-	1 barbante + 1 pedaço canudo	1 barbante + 1 canudo + 1 pedaço canudo
BÍCEPS	-	-	Marca menor no barbante	Marca maior no barbante

Fonte: Elaborado pelos autores.

Legenda

CB - Barra cuisenaire branca
CL* - Retângulo laranja em EVA
CAR - Canudo rosa
CAMg - Canudo marrom grande
CV - Barra cuisenaire verde
CVm - Barra cuisenaire vermelha

FA4 - Folha A4
CX - Caixa organizadora
CA - Barra cuisenaire amarela
CAMP - Canudo marrom pequeno
CRO - Barra cuisenaire rosa

OBSERVANDO OS DADOS DOS RESULTADOS APRESENTADOS NO QUADRO N.º 01, VOCÊ CONSEGUE DESCOBRIR QUAIS SÃO AS DUAS PARTICIPANTES QUE POSSUEM AS MAIORES MEDIDAS?

Certamente você não conseguiu identificá-las. As participantes também não conseguiram com base nos resultados obtidos. Mas por que isso aconteceu? A razão é que as duplas não utilizaram a mesma unidade de medida e, além disso, elas não escolheram as mesmas partes do corpo para realizar as medições. Essa falta de padronização impossibilitou tanto a comunicação quanto a comparação dos resultados obtidos.

2ª rodada de medições

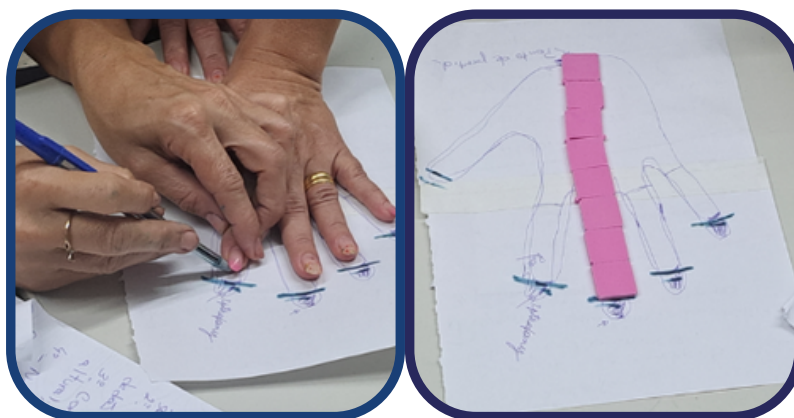
Como vimos, as duplas tiveram que realizar novamente as medições, mas nesta segunda rodada, as duplas perceberam que deveriam trabalhar coletivamente para encontrar soluções para os desafios. Acordaram que, coletivamente, mediriam as seguintes partes do corpo: orelhas, mãos e braços.

Medindo a orelha



Fonte: Acervo da pesquisa.

Medindo as mãos



Fonte: Acervo da pesquisa.

Medindo o braço

Em virtude de somente a dupla 01 ter medido o braço na primeira rodada e ter utilizado uma variedade de instrumentos, sem identificar uma unidade padrão de medida, na segunda rodada, o grupo concordou em utilizar um pedaço de barbante como instrumento e sua extensão como unidade padrão de medida para realizar as medições.

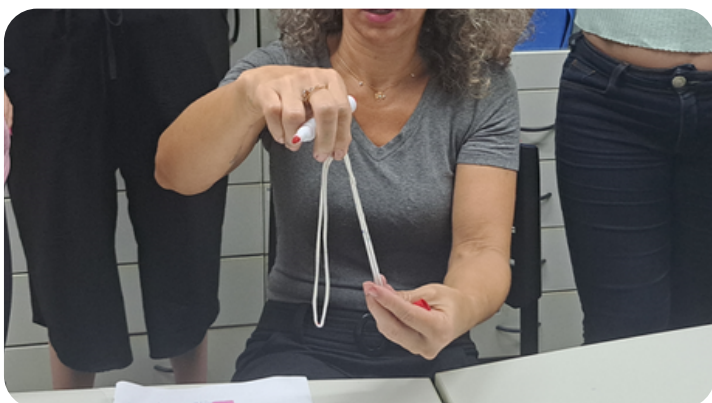
Medindo o braço



Fonte: Acervo da pesquisa.

Ao realizar a medição do braço com o barbante, as participantes verificaram que a extensão do braço era menor do que a da unidade de medida escolhida. Como obter e comunicar essa medida?

Confira a seguir como as participantes solucionaram este desafio!



Fonte: Acervo da pesquisa.

As participantes realizaram dobras no ponto médio do barbante.

Efetuarão marcações nos pontos médios do barbante, dividindo-o em 4 partes iguais.



Fonte: Acervo da pesquisa.



Fonte: Acervo da pesquisa.

Este movimento transformou o barbante em um instrumento de medida, e a extensão de cada seção passou a ser a unidade de medida padrão.

Este movimento transformou o barbante em um instrumento de medida, e a extensão de cada seção passou a ser a unidade de medida padrão.



Fonte: Acervo da pesquisa.



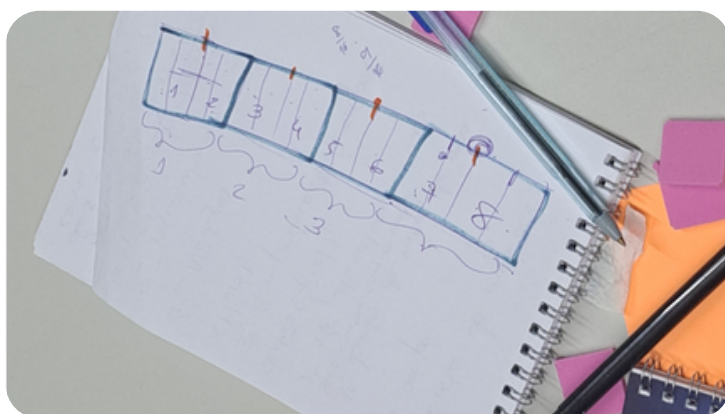
Fonte: Acervo da pesquisa.

Diante do desafio, foi necessário subdividir novamente a unidade em 4 partes iguais.

Após uma discussão coletiva sobre qual foi o valor da medida obtida e o modo de registrá-la, o grupo elaborou um modelo teórico para realizar a análise.



Fonte: Acervo da pesquisa.



Fonte: Acervo da pesquisa.

Com o modelo, as participantes puderam concluir que o resultado era uma fração com denominador 16.

Este movimento de estudo possibilitou às participantes vivenciar o estudo do desenvolvimento lógico-histórico da grandeza comprimento, desde a criação da unidade de medida empírica até a geométrica.

No processo lógico-histórico de criação da unidade padrão de medida linear, a unidade padrão de medida se desenvolveu do tipo empírico para o geométrico.

O que caracteriza a unidade de medida enquanto geométrica é a sua divisão em subunidades proporcionais entre si. Esse é o princípio que fundamenta a unidade de medida linear atual denominada "metro", e suas subunidades. O metro é utilizado como unidade padrão de medida internacional.

A partir da análise dos resultados das medidas obtidas pelas participantes, você consegue identificar quais são as duas participantes que possuem as maiores medidas corporais?

Resultados das medições

PARTES DO CORPO	DUPLA 01		DUPLA 02	
	participante 1	participante 2	participante 3	participante 4
ORELHA	1CV + 1CB	1CV + 1CB	1CV + "1CB incompleto"	1CV + "1CB incompleto"
MÃO	8QR	7QR + meio	"Quase 8QR"	8QR e meio
BRAÇO	11/16 barbante	9/16 barbante	9/16 barbante	10/16 barbante

Fonte: Ferreira, 2024.

Legenda

CB - Barra cuisenaire branca

CV - Barra cuisenaire verde

QR - Quadrado em EVA rosa



Agora que você já descobriu, que tal analisarmos esses dados, sintetizarmos as ideias que os fundamentaram e que foram úteis para definir as ganhadoras do brinde?

Síntese coletiva

	ORELHA	MÃO	BRAÇO
D1	1CV+1CB = 7CB	8QR	11/16 BARBANTE
	1CV+1CB = 7CB	7QR+MEIO	9/16 BARBANTE
D2	1CV+1CB INCOMPLETO	QUASE 8QR	9/16 BARBANTE
	1CV+1CB INCOMPLETO	8QR+MEIO	10/16 BARBANTE

UNIDADE

- SIMPÁTICA
- GEOMÉTRICA
 - Proporcional
 - Relações numéricas

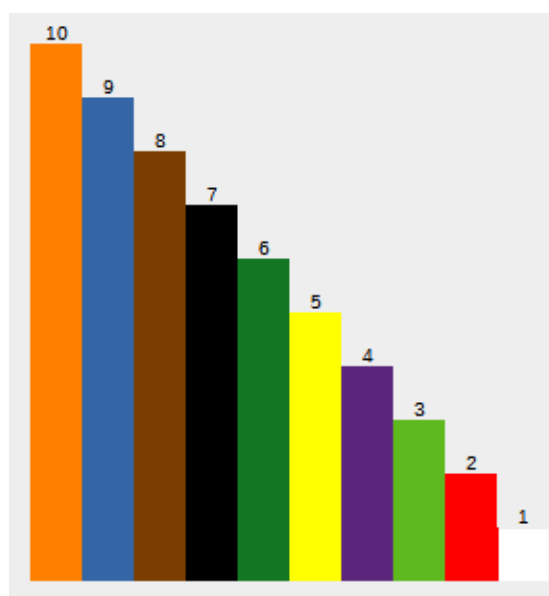
Fonte: Acervo da pesquisa.

No momento da síntese coletiva desta ação, realizamos a análise dos dados com as participantes, discutindo o tipo numérico que representa cada resultado de medida. Refletimos sobre o conceito de unidade de medida, instrumento, entre outros. A seguir, apresentamos como foi realizada a análise e como decidimos quais seriam as possíveis ganhadoras.

Os dados da medição das orelhas nos apresentam situações diversas para a dupla n.º 01 e para a n.º 02.

As barras de cuisenaire são proporcionais entre si. Portanto, uma barra verde-escuro equivale a 6 unidades brancas. Por isso, podemos escrever a medida da orelha da dupla n.º 01 (1CV + 1CB) em função da unidade branca, resultando em 7 unidades brancas (7CB). Este resultado é um número natural e atende ao requisito de que o resultado da medida deve ser um número (Caraça, 1951).

Representação das Barras de Cuisenaire



Fonte: Elaborado pelos autores.

No resultado da medição da dupla n.º 02, o valor "1CB incompleto" indica que a medida encontrada não é inteira. Porém, esse modo de expressar e registrar o resultado não possibilita uma comunicação efetiva, pois o resultado não é numérico.

Ao compararmos o resultado encontrado pela dupla n.º 02 com o da dupla n.º 01, conseguimos concluir que a medida da orelha das integrantes da dupla n.º 02 é menor que a da dupla n.º 01. Essa informação "menor" ou "maior", para este caso, atende ao objetivo das duplas, que era encontrar as duas participantes que possuíam a maior medida e não o valor da medida. Isto acontece porque estamos comparando com os mesmos instrumentos, contendo a mesma unidade.

Caso todas as participantes tivessem o resultado 1CV + "1CB incompleto", não seria possível identificar quem tem a maior medida. Por exemplo, entre as duas componentes da dupla n.º 02, não podemos afirmar que as duas possuem o mesmo tamanho de orelha, pois o termo "incompleto" não expressa uma medida.

No processo de medição das orelhas, as participantes 1 e 2 tiveram as maiores medidas.

Os dados da medição das mãos nos apresentam três situações para serem analisadas:

Todos os quadrados de EVA rosa (QR) possuíam a mesma área. Por isso, foram utilizados pelo grupo para medir a extensão longitudinal da mão.

O resultado "8QR" da participante 1 é inteiro, ou seja, um número natural (N), representado pelo algarismo "8" que multiplica a unidade QR.

Os resultados "7QR + meio" obtidos pela participante n.º 2 e "8QR + meio" da participante n.º 4 são números racionais (Q), que podem ser escritos na forma de fração ($\frac{a}{b}$) ou na forma decimal e expressam a medida não inteira da unidade "QR".

$$8 \text{ QR e meio} = 8 \text{ QR} + \frac{\text{QR}}{2} = 8,5 \text{ QR}$$

$$7 \text{ QR e meio} = 7 \text{ QR} + \frac{\text{QR}}{2} = 7,5 \text{ QR}$$

Fonte: Elaborado pelos autores.

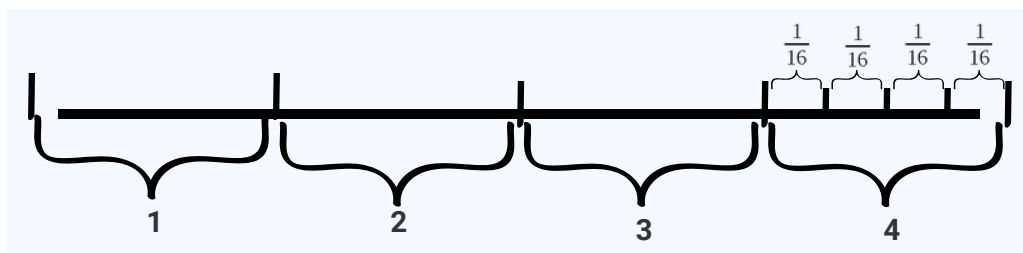
A expressão "Quase 8QR", obtida na mediação da mão da participante n.º 3, não consiste em uma medida, pois não existe um número que representa a quantidade "quase". No entanto, comparando, "Quase 8QR" se mostrou maior que "7,5 QR".

No processo de medição das mãos, as participantes 1 e 4 obtiveram as maiores medidas.

Análise dos dados da medição dos braços

Como vimos em seções anteriores, no processo de medição dos braços, as participantes elaboraram um instrumento de medida com 4 unidades de medida, inicialmente. Depois, cada unidade foi dividida em 4 partes proporcionais. Isso a caracterizou como uma unidade de medida geométrica. A figura a seguir, representa o fracionamento da unidade de medida.

Representação do instrumento



Fonte: Elaborado pelos autores.

A elaboração de um instrumento com rigor matemático (proporcionalidade) possibilitou às participantes efetuarem as medições dos braços. O resultado obtido para cada medição foi um número racional, escrito na forma de fração. Assim, as participantes n.º 1 (11/16) e n.º 4 (10/16) tiveram as maiores medidas em relação aos braços.

Com base na análise dos resultados, elaboramos o quadro a seguir, apresentando os dados das participantes com as maiores medidas obtidas.

PARTES	MAIORES MEDIDAS			
ORELHA	participante 1	participante 2	-	-
MÃO	participante 1	-	-	participante 4
BRAÇO	participante 1	-	-	participante 4

Fonte: Ferreira, 2024.

Considerando que as participantes n.º 1 e n.º 4 obtiveram a maior frequência entre as maiores medidas (três para a participante n.º 1 e duas para a participante n.º 4), concluímos que as duas foram as ganhadoras dos livros. Porém, no final, as participantes foram surpreendidas com a notícia de que todas elas receberiam um livro.

Nessa ação formativa, vivenciamos algumas situações do movimento lógico-histórico da grandeza comprimento:

- A necessidade do trabalho coletivo para solução do problema de comunicação e registro do resultado obtido;
- Os debates entre as participantes para tomadas de decisão e estabelecimento de convenções entre elas, com vista à padronização;
- O desenvolvimento da unidade de medida geométrica;
- O desafio da medida da parte não inteira.

9 ALGUMAS REFLEXÕES

Quais são as impressões que você teve sobre os estudos realizados e quais são as suas percepções ao comparar esta formação com outras que você já tenha participado?



A abordagem histórico-cultural valoriza a interação entre os estudantes, pois cada um contribui para o desenvolvimento do outro nas relações de colaboração para a apropriação do saber. Por essa razão, as ações tiveram a intenção de despertar a necessidade do envolvimento coletivo.

A Atividade Orientadora de Ensino, enquanto pressuposto teórico-metodológico, fundamentada na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade, defende que a organização do ensino deve ser feita de modo que o estudante tenha a necessidade de aprender, estando envolvido em uma relação de interação com o outro.

Quando o ensino é organizado com essa intencionalidade, há a possibilidade de os estudantes se envolverem, tornando o momento de aprendizado um tempo prazeroso e de descobertas mútuas.

Para organizar o ensino dessa forma, é necessário que o professor se envolva em sua atividade de estudo, por meio da qual se aprofundará teoricamente no conhecimento do objeto de ensino e no conhecimento teórico-metodológico que conduzirá o processo.

Apropriar-se do desenvolvimento lógico-histórico do conceito que irá abordar, identificando as necessidades humanas e os desafios a serem superados, é o primeiro passo a ser dado pelo professor.

Ao assumirmos o conhecimento matemático como produto da atividade humana e cuja apropriação também se dá por meio da atividade, as tarefas formativas ganharam novo significado para as participantes. Foi mais do que um simples “estudar sobre algo”; foi um processo de descoberta, investigações repletas de emoções e desafios humanos.

A partir da identificação das necessidades humanas que levaram a humanidade a elaborar o conhecimento matemático sobre o conceito de medida de comprimento, foi possível planejar tarefas formativas que colocaram as participantes em um processo de desenvolvimento do pensamento teórico sobre a grandeza comprimento.

“Uma atividade muito simples, mas que tem uma intencionalidade rica, isso na matemática. Quando a gente consegue mapear todas estas intencionalidades e colocar no nosso projeto, a gente vê como que a gente consegue trabalhar no simples.[...]”

Fonte: Acervo da pesquisa, registrado em áudio (27/04/2023).

Observamos que a vivência da apropriação do conhecimento na perspectiva histórico-cultural, no curso de formação, levou as participantes a ressignificarem o conhecimento matemático e seu ensino na Educação Infantil (EI).

“Eu não digo a matemática na perspectiva do didatizar. Eu digo a matemática na perspectiva do ampliar as experiências. Aquilo que a gente está vendo aqui e está ampliando o nosso olhar. Eu digo isso, entendeu?! Não é a matemática na visão reducionista, não.”

Fonte: Acervo da pesquisa, registrado em áudio (02/05/2023).

Foram momentos desafiadores, um exercício de “pensar fora da caixinha”.

“Nós, professores, refletimos sobre a nossa prática e, principalmente, das experiências de matemática que ofertamos, pois foi um momento de pensar fora da caixa, para além das atividades habituais, como medida de altura, fazer massinha e contagem de crianças. A gente queria algo que envolvesse o movimento, o movimento de sair da sala, uma outra dinâmica.”

Fonte: Acervo da pesquisa, registrado em áudio (31/08/2023).

É complexo pensar em um modo de ensino diferente daquele com o qual nos apropriamos culturalmente em nossa formação escolar e profissional. Somente será possível adquirir novas qualidades por meio de outro processo de apropriação cultural. Por isso, as tarefas formativas buscaram promover momentos de aprendizagem tendo como premissa as interações e o compartilhamento de conhecimentos entre todos os envolvidos.

Assim, as tarefas formativas possibilitaram às participantes a apropriação do conhecimento teórico sobre a grandeza comprimento (conteúdo) e o modo de sua abordagem (forma) em práticas pedagógicas, constituindo-se como uma possibilidade para as professoras ampliarem o modo da abordagem dessas noções matemáticas na Educação Infantil.

SUGESTÕES DE MATERIAIS

Apresentamos a seguir algumas sugestões de materiais com os quais você poderá realizar estudos teóricos relacionados à temática das grandezas e medidas.



Clique sobre as imagens para acessá-los!



REFERÊNCIAS

ARAUJO, E. S.; MOURA, M. O. (Org.). **As contribuições da atividade orientadora de ensino para organização do processo de ensino e aprendizagem**. 1. ed. Campinas: Pontes, 2016. v. 1. 294p.

BRASIL. **Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia. Quadro Geral de Unidades de Medida no Brasil**. 2019d. Disponível em: <<https://www.gov.br/inmetro/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/documentos-tecnicos-em-metrologia/quadro-geral-de-unidades-de-medida-no-brasil.pdf/view>>. Acesso em: 01 jul. 2023.

CARAÇA, B. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática. 1951.

CUNHA, M.R. K. **Estudo das elaborações dos professores sobre o conceito de medida em atividades de ensino**. Orientadora: Anna Regina Lanner de Moura. Campinas: 2008. 135 p. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2008.

DAVYDOV, V. V. **Problemas do ensino desenvolvimental**: A experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Trad. de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas. Educação Soviética, v. XXX, n. 8, ago. 1988.

FERREIRA, E. L. **Formação continuada com professoras da Educação Infantil na perspectiva Histórico-Cultural**: estudos coletivos sobre a grandeza comprimento. 2024. 269 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2024.

GIARDINETTO, J. R. B. **O fenômeno da supervalorização do saber cotidiano em algumas pesquisas da Educação Matemática**. 1997. 245f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1997.

IFRAH, G. **História universal dos algorismos**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Nova Fronteira, 1997.

LEONTIEV, A. N. **Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil**. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem, v. 11, p. 59-84, 2010.

LIBÂNEO, J. C. A teoria do ensino para o desenvolvimento humano e o planejamento de ensino. Revista Educativa - **Revista de Educação**, Goiânia, Brasil, v. 19, n. 2, p. 353–387, 2017. DOI: 10.18224/educ.v19i2.5391. Disponível em: <https://seer.pucgoias.edu.br/index.php/educativa/article/view/5391>. Acesso em: 1 out. 2023.

MARAFIGA, A. W. **Formação de professoras em educação infantil:** entrelaçamentos em um processo formativo. Orientadora: Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes. Santa Maria: 2021. 242 f. Tese (doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria-RS, 2021.

MIRANDA, R. S. **Material educativo sobre medidas de comprimento no âmbito do Clube de Matemática e em oficina de formação de professores.** 2022. 81 f. Monografia (Graduação em Licenciatura em matemática). Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2022.

MOURA, M. O. (org.). **Controle de Variação de Quantidades:** atividade de ensino. São Paulo: FEUSP, 1996.

MOURA, M. O. **O educador matemático na coletividade de formação:** uma experiência com a escola pública. 2000. tese (Livre Docência em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

MOURA, M. O. Saberes pedagógicos e saberes específicos: desafios para o ensino de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO – ENDIPE, 13., 2006, Recife. **Anais...** Recife, 2006. p. 489-504.

MOURA, M. O. (Org.). **A Atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** Brasília: LiberLivro, 2010.

SILVA, I. **História dos pesos e medidas.** 2. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2010.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem.** Trad. Paulo Bezerra. São, 2001.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente.** São Paulo: Martins Fontes. 5ª edição, 1997.

WELCOME. U. **Egyptian Measuring Tool.** 2012. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Egyptian_measuring_tool.jpg. Acesso em: 17 ago. 2023.

Wikimedia Commons contributors. **Ell.jpg.** 2020. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Ell.jpg&oldid=511069510>. Acesso em: 20 ago. 2023.

Wikimedia Commons contributors. **Kilometre definition.svg.** 2012. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kilometre_definition.svg. Acesso em: 20 ago. 2023



ISBN: 978-8-58263-959-7



9

788582

639597