UM MANUAL PARA USO DO PROJETOR INTERATIVO EM AULAS DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

Leonardo Romancini Leite

Cláudia Aline Azevedo dos Santos Mesquita

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Universidade Federal de São Paulo

PROFMAT

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO

Introdução

O uso de ferramentas tecnológicas para o ensino vem se expandindo, e com isso a necessidade de termos cada vez mais trabalhos que tragam aos professores formas mais objetivas de se abordar determinadas competências e habilidades com o uso destes recursos.

No ensino de Geometria Plana e outras áreas da Matemática, já existem softwares amplamente conhecidos, como o *GeoGebra*, que é uma ferramenta poderosa para a geometria dinâmica. No entanto, compreendemos que, no contexto da construção manual de figuras geométricas, sua aplicação pode não ser a mais adequada. Utilizar o *GeoGebra* para ensinar um aluno a construir figuras com régua e compasso seria comparável a ensinar operações básicas de adição e subtração já utilizando uma calculadora. Embora o resultado final seja correto, o entendimento do processo por trás da construção pode ficar comprometido.

Neste manual apresentamos ao professor de matemática do Ensino Fundamental, algumas sugestões de atividades, dentro do ensino de construções geométricas, que possam ser apresentadas para os alunos por meio de projetor interativo usando o *OpenBoard,* um software de lousa digital de código aberto que permite a criação e manipulação de construções geométricas interativas, tornando as aulas mais dinâmicas e visualmente atrativas para os alunos. Através dele, é possível explorar conceitos matemáticos de maneira intuitiva, promovendo maior engajamento e compreensão dos conteúdos abordados. Ainda há um vasto campo a ser explorado na utilização do projetor interativo em conjunto com o software *OpenBoard* para o ensino de construções geométricas. Nosso objetivo não é esgotar todas as possibilidades, mas sim oferecer uma sugestão prática e eficiente para os professores.

Este produto educacional é fruto do projeto de pesquisa desenvolvido por Leonardo Romancini Leite, professor na rede municipal de ensino em São José dos Campos-SP, durante seu curso de mestrado no PROFMAT - ICT/UNIFESP São José dos Campos, sob a orientação da professora doutora Claudia Aline Azevedo dos Santos Mesquita. Os resultados completos estão em sua dissertação de mestrado defendida no ano de 2022 (ver [1]).

Vale ressaltar que no município de São José dos Campos as 47 escolas municipais de Ensino Fundamental contam com um projetor interativo em cada sala de aula (ver [3]), o que possibilita a implementação das atividades propostas neste manual de forma acessível para os professores da rede.

Esperamos que este material contribua para o enriquecimento das práticas pedagógicas e para a construção de um ambiente de ensino mais interativo e motivador, no qual os alunos possam visualizar e compreender melhor os conceitos matemáticos por meio de recursos digitais.

O aplicativo *OpenBoard*

Escolhemos um aplicativo que pudesse ser usado de forma a levar o aluno a ter uma experiência muito próxima da prática, ao visualizar seu professor construindo os entes geométricos usando régua e compasso. Diversos aplicativos são disponibilizados gratuitamente ou são colocados à venda nas lojas de aplicativos para o uso de telas de computador como lousa. Optamos pelo uso do *OpenBoard*. Trata-se de um software livre, portanto pode ser instalado por professores, estudantes, escolas etc., sem nenhum custo financeiro.

Apresentamos a seguir um tutorial para o download, instalação do aplicativo e utilização dos recursos necessários para as sugestões presentes neste trabalho.

Instalação do software

O link para download é: https://openboard.ch/download.en.html

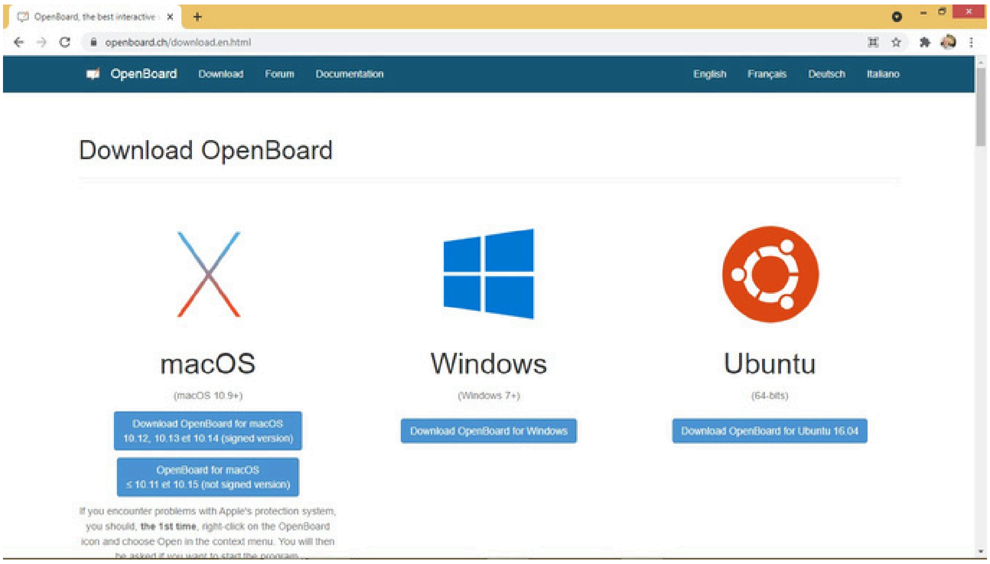

Figura 1: download do OpenBoard

Após o download, deve-se executar o arquivo de instalação. Para o Windows é OpenBoard_Installer_1.5.4.exe.

Ao concluir a instalação e executar o aplicativo a tela inicial é a seguinte:

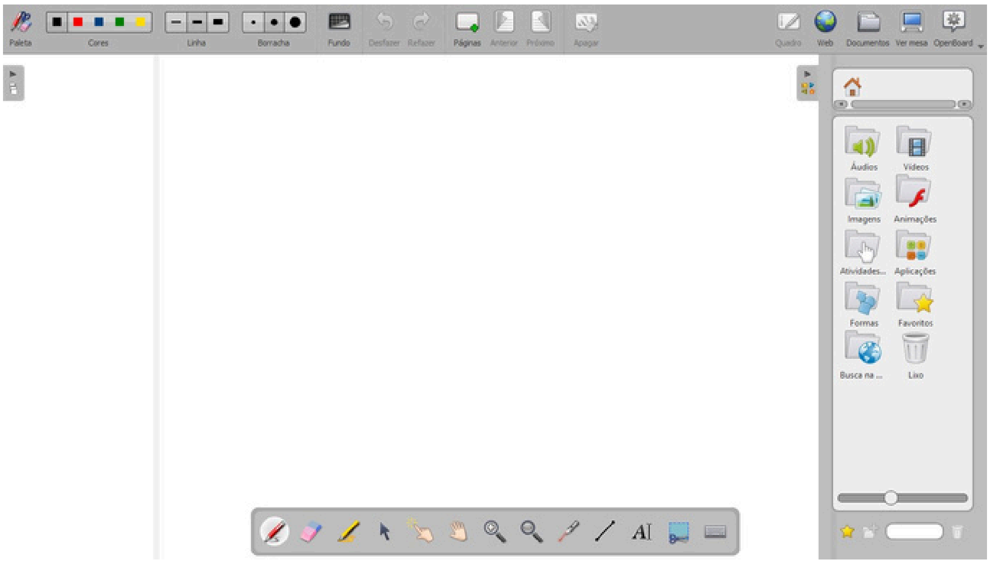

Figura 2: Tela inicial do OpenBoard

Caso a aba do lado direito esteja oculta, clicar no local indicado pela seta vermelha na Figura 2 para exibi-la:

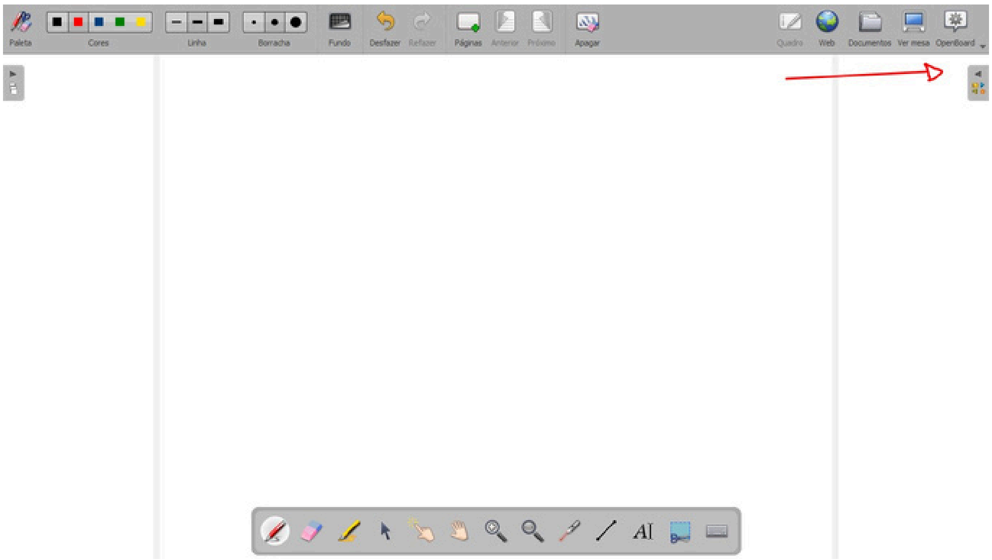

Figura 3: Mostrar acessórios no OpenBoard

Uma breve demonstração em vídeo do software pode ser vista em https://youtu.be/wePAkKnSLi0.

Vamos abrir a pasta "Aplicações" indicada pela seta vermelha na Figura 4:

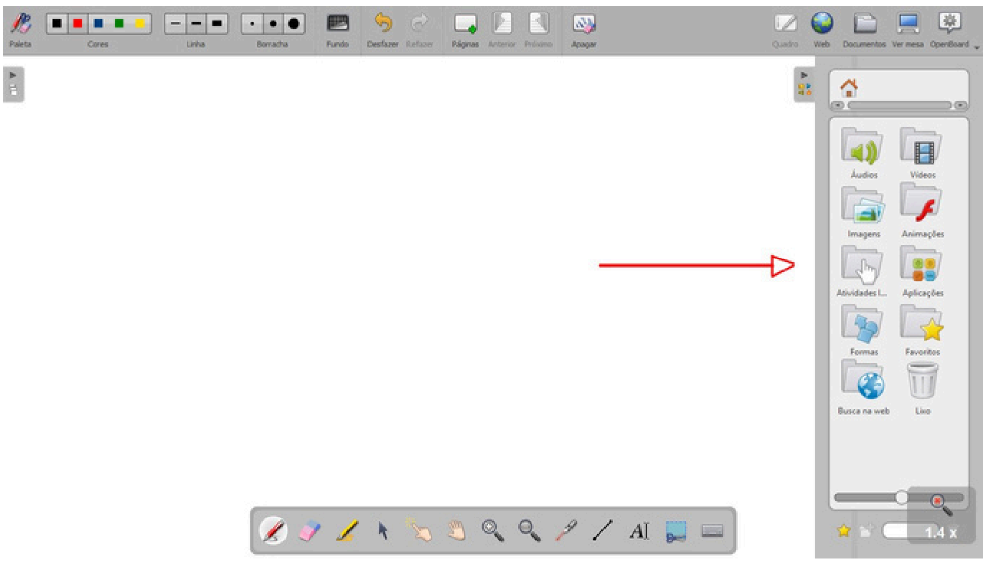

Figura 4: Abrir aplicações no OpenBoard

Ferramentas do aplicativo

Para as construções sugeridas na proposta didática vamos usar basicamente as ferramentas "Régua" e "Compasso". É possível também utilizar "Esquadro". Para utilizar cada um desses recursos, nós "arrastamos" com o mouse para a parte desejada na tela.

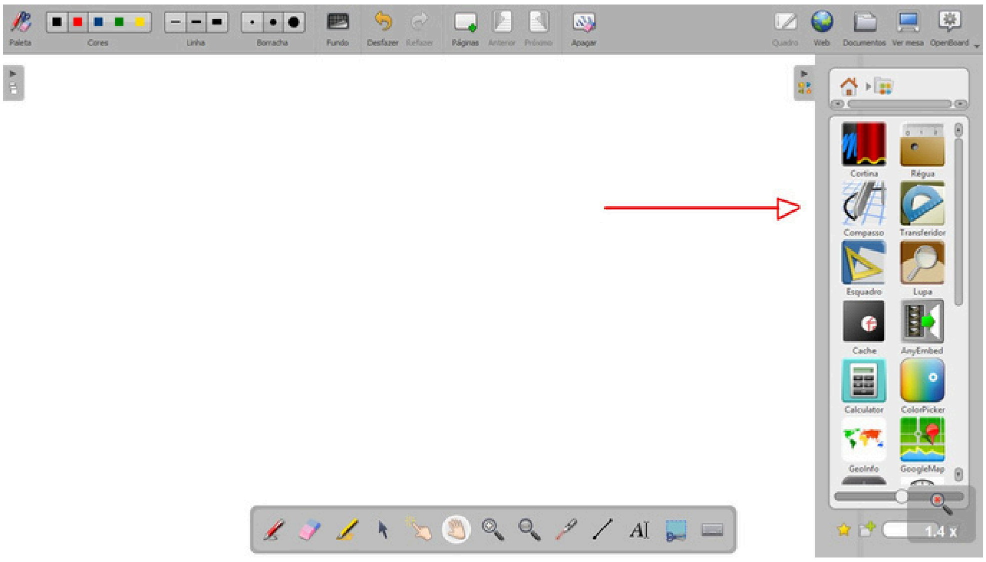

Figura 5: Abrir aplicação compasso

Na barra inferior temos as ferramentas básicas. Esses recursos podem ser utilizados com caneta da lousa interativa, mouse ou caneta da mesa digitalizadora. Segue a descrição de alguns deles, da esquerda para a direita:

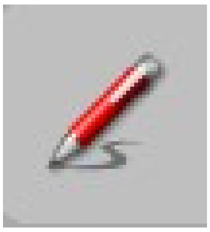

Figura 6: Caneta - desenhar ou escrever "a mão livre".

Figura 7: Borracha - apagar traços feitos com a caneta.

Figura 8: Marca Texto - caneta de preenchimento semitransparente.

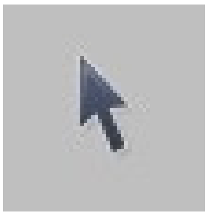

Figura 9: Utilização do mouse para selecionar/mover objetos na tela.

Figura 10: Mover a tela, com todos os traços desenhados ou escritos e demais objetos.

Figura 11: Zoom + - aumentar na tela.

Figura 12: Zoom – diminuir na tela

Figura 13: Apontador Laser - não marca a tela, nem como a caneta nem como o marcador.

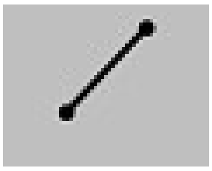

Figura 14: Desenhar traços retos.

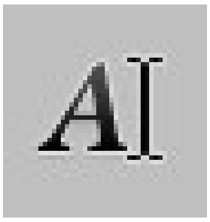

Figura 15: Escrever textos “digitados”.

Utilização do compasso

Para utilizarmos o compasso podemos seguir os seguintes passos:

Vamos inicialmente arrastar da aba com as aplicações o compasso, até o local desejado na tela.

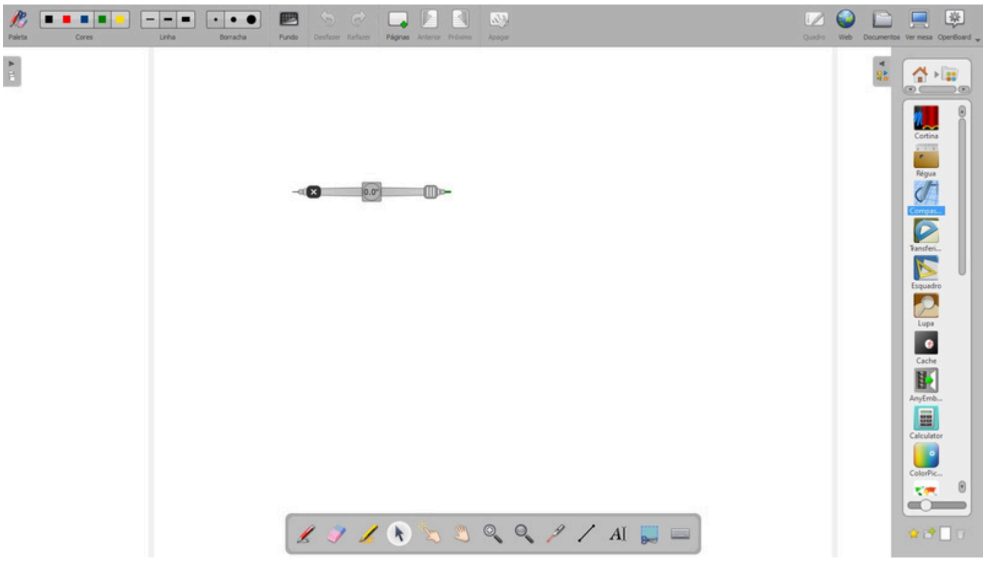

Figura 16: Compasso no OpenBoard

Ao posicionar o mouse na parte central do compasso, o formato do ponteiro é alterado (a captura de tela não mostrou) para uma "seta curva", como pode ser visto na Figura 16.

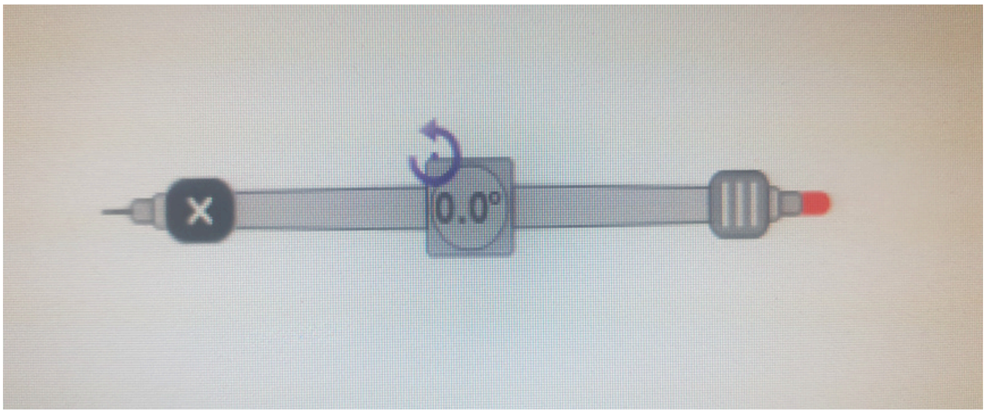

Figura 17: Compasso no OpenBoard 2

Nessa condição podemos girar o compasso para a posição desejada.

No lado esquerdo do compasso da imagem, o “x” fecha a aplicação “Compasso”. No lado direito, se clicar e arrastar os “três tracinhos” alteramos o comprimento, ou abertura do compasso. Fora desses 3 pontos especiais, o apontador do mouse indica uma seta de 4 pontas, nessa opção podemos posicionar o compasso onde desejamos, especialmente a ponta conhecida como *ponta seca*, que é a extremidade que fica fixa e não desenha traços. Para efetivamente desenhar com o compasso posicionamos o apontador do mouse na ponta oposta, correspondente à ponta de grafite e arrastamos.

Utilização da régua

Vamos inicialmente arrastar da aba com as aplicações a régua, até o local desejado na tela.

A régua também tem o “x” para fechar a aplicação e os 3 tracinhos para alterar o comprimento, além de uma seta curva para girarmos a régua até a posição desejada.

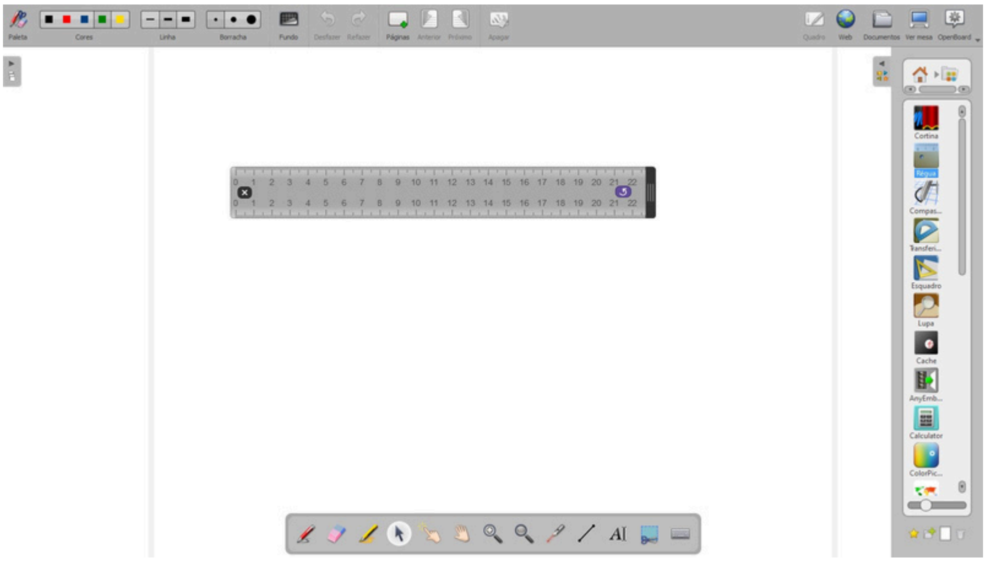

Figura 18: Régua no OpenBoard

Fora desses pontos vemos o mouse como uma seta de 4 pontas, novamente para deslocar o objeto pela tela até o local desejado. Para efetivamente desenhar com a régua, escolhemos a caneta e uma cor e traçamos por dentro da régua, sem necessidade de traçar exatamente pela borda da régua.

Utilização do esquadro

Vamos inicialmente arrastar da aba com as aplicações o esquadro, até o local desejado na tela.

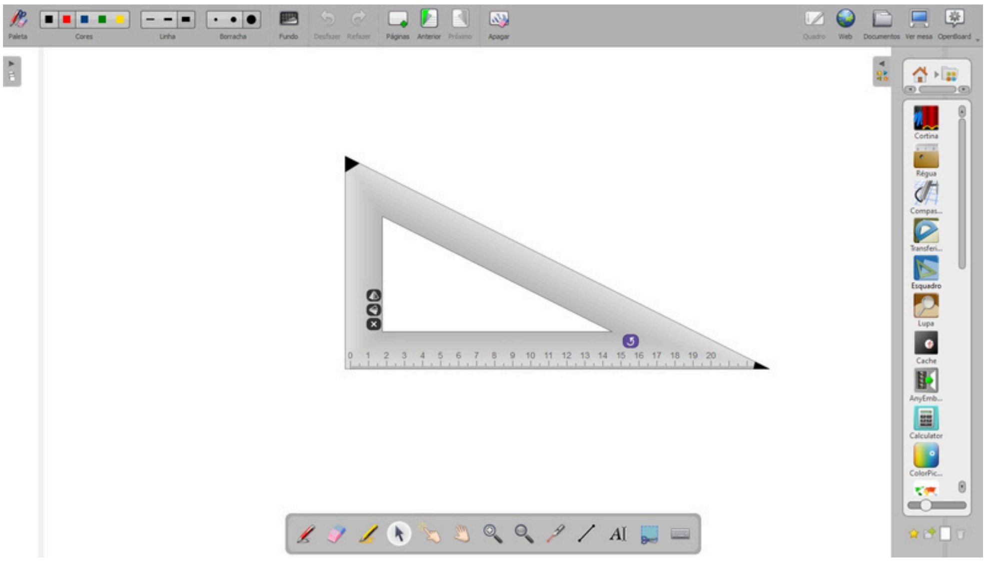

Figura 19: Esquadro no OpenBoard

Os mesmos controles (seta de 4 pontas para posicionamento na tela, seta curva para girar o objeto) estarão disponíveis no esquadro. É possível também ajustar o comprimento e a largura. No caso de alteração do comprimento ou largura do esquadro os ângulos são ajustados, não sendo portanto fixos em 30º, 60º ou 45º. Somente o ângulo reto é fixo. O esquadro tem ainda controles para espelhar, ou seja, girar no plano exatamente 180º.

A seta de 4 pontas citada, que também não aparece na captura de tela, pode ser vista na Figura 20.

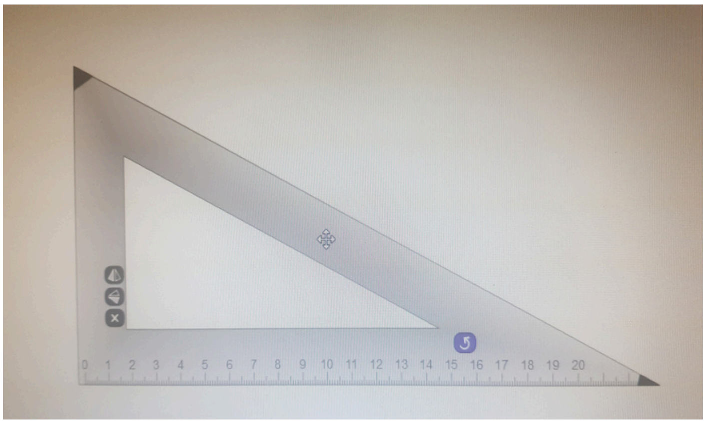

Figura 20: Esquadro no OpenBoard

Propostas didáticas com o uso da lousa interativa

A seguir apresentaremos algumas atividades, inclusive de aplicação para resolução de problemas, utilizando o aplicativo OpenBoard. Com ele podemos mostrar na tela do computador ou celular, ou especialmente na lousa interativa, como o aluno pode utilizar régua e compasso para executar as construções geométricas.

Vamos iniciar elencando as competências da BNCC - Base Nacional Comum Curricular, que tratam sobre construções geométricas no Ensino Fundamental. Em nossa proposta didática traremos sugestões de atividades para trabalhar algumas dessas competências de forma que estejamos de acordo com a proposta da BNCC.

As competências da BNCC

A BNCC, referenciada em [2], é o documento norteador das competências e habilidades que se espera que um aluno tenha domínio em cada nível da educação básica. Esta é organizada de forma a apresentar conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica.

A organização da BNCC elenca primeiramente uma unidade temática, dentro destas temos os objetos de conhecimento, e dentro destes temos as habilidades a serem contempladas.

Analisando os objetos de conhecimento pensados para trabalharmos com alunos das séries finais do Ensino Fundamental, selecionamos os seguintes:

Para o sexto ano - 6º ano - do Ensino Fundamental:

Unidade temática: Geometria
Objeto de conhecimento: Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares
Habilidade: (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

Para o sétimo ano - 7º ano - do Ensino Fundamental:

Unidade temática: Geometria
Objeto de conhecimento: A circunferência como lugar geométrico.
Habilidade: (EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecêlas como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

Para o oitavo ano - 8º ano - do Ensino Fundamental:

Unidade temática: Geometria
Objeto de conhecimento: Construções geométricas: ângulos de 90º, 60º, 45º, 30º e polígonos regulares.
Habilidade: (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90º, 60º, 45º, 30º e polígonos regulares.

Para o nono ano - 9º ano - do Ensino Fundamental:

Unidade temática: Geometria
Objeto de conhecimento: Polígonos regulares.
Habilidade: (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares. Estes são os tópicos nos quais as atividades a serem propostas podem ser aplicadas.

Atividades didáticas

Nesta seção serão apresentadas sugestões de atividades de construções geométricas, que contemplam, mas não esgotam, algumas das habilidades elencadas anteriormente, fazendo uso do aplicativo *Openboard*. As demais habilidades elencadas podem ser desenvolvidas a partir desse trabalho.

Entendemos que em um primeiro momento para o uso do projetor interativo e da mesa digitalizadora, o professor deve fazer uma ambientação de forma livre, buscando entender o funcionamento dos materiais usados (caneta do projetor interativo, o quadro onde está sendo projetada a imagem do software), e sua dinâmica de funcionamento. As primeiras atividades sugeridas seguem nesta linha e já trazem atividades a serem usadas em sala de aula com os alunos.

Para os alunos, no trabalho com construções geométricas, o professor deve fazer ambientação destes com o seu material, solicitando aos mesmos que explorem o uso em especial dos esquadros e do compasso de forma livre, para que os alunos possam ter suas próprias percepções do material, conheçam peso e características e possam se surpreender com a quantidade de figuras que podem fazer ricas de conceitos matemáticos envolvidos.

As atividades sempre podem ser feitas com maior precisão ou capricho, assim como ocorrerá quando feitas no papel.

Usaremos cores para destacar partes dadas, partes auxiliares e partes obtidas. No papel usamos apenas grafite (lápis ou lapiseira). Algumas das resoluções podem ser feitas de outras formas, aqui trazemos pelo menos uma possibilidade de resolução.

Atividade 1 - Para 6º ano

Objetivo 1: Dada uma reta e um ponto não pertencente à reta dada, traçar uma reta paralela a reta dada passando pelo ponto dado, usando apenas o par de esquadros.

A figura a seguir nos mostra o que foi dado

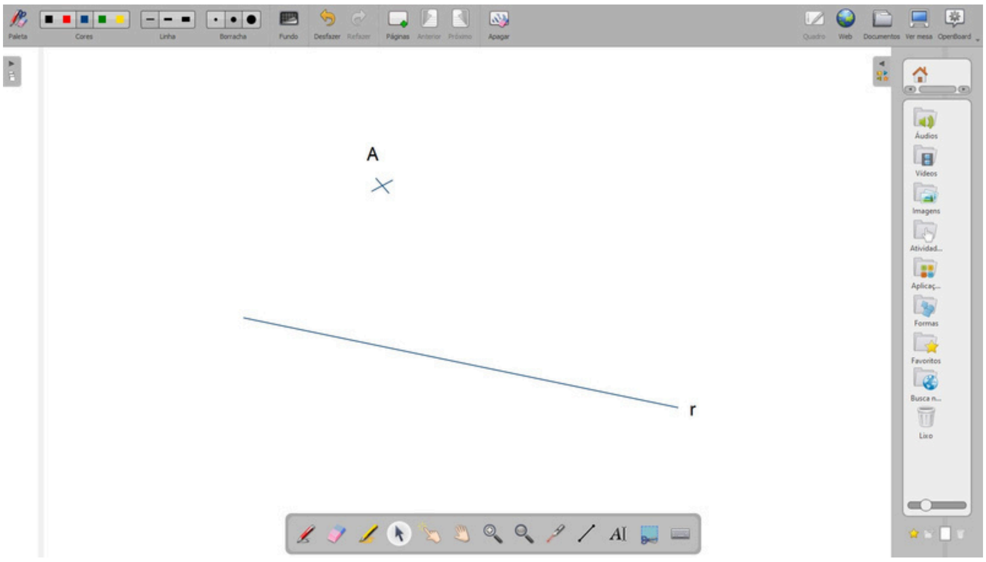

Figura 21: Dados uma reta r e um ponto A não pertencente a r

A partir da figura dada vamos posicionar o esquadro I na reta dada, alinhando com a reta um dos lados do ângulo reto. No outro lado do ângulo reto vamos posicionar o esquadro II, que servirá de apoio para o esquadro I deslizar.

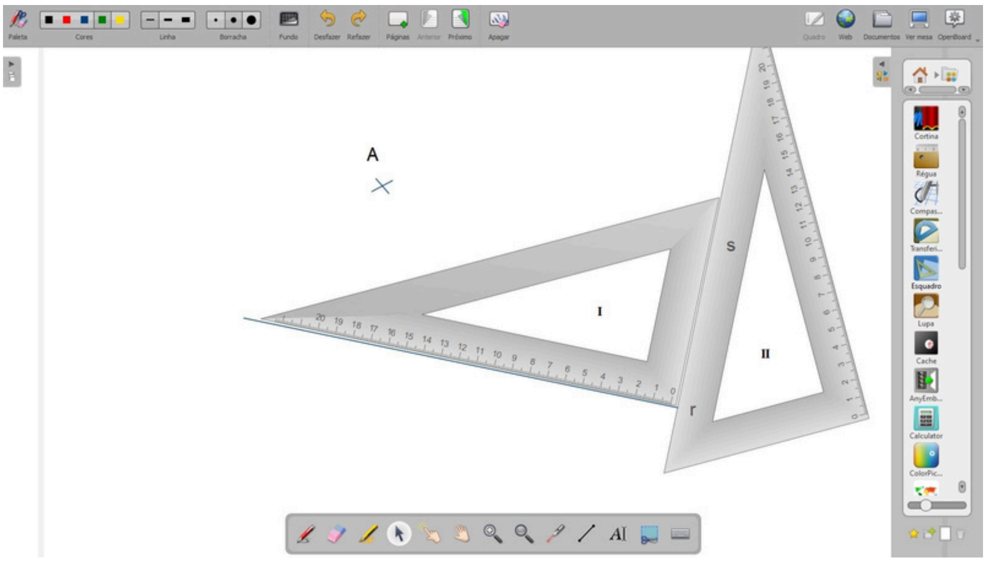

Figura 22: Posição inicial dos esquadros

Mantendo o esquadro II fixo deslizamos o esquadro I, sempre apoiado no II, até que tenhamos o ponto dado alinhado pelo esquadro I. Então traçamos a reta paralela.

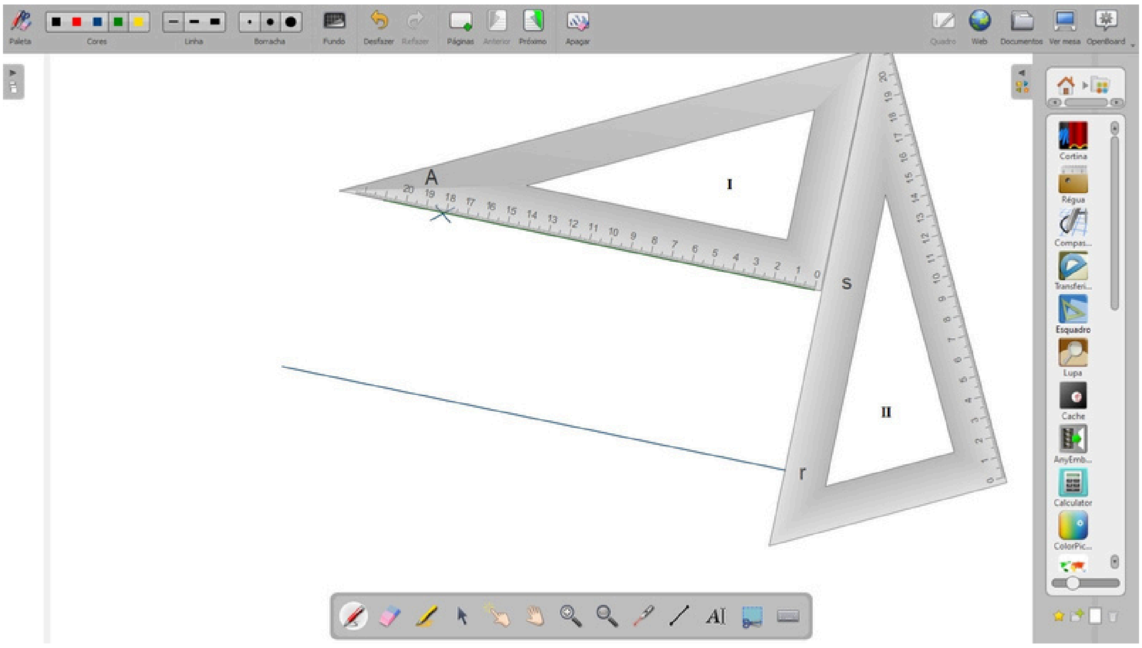

Figura 23: Posição final dos esquadros - objetivo 1

Afastando os esquadros vemos o resultado: uma reta s, paralela à reta r, passando pelo ponto A.

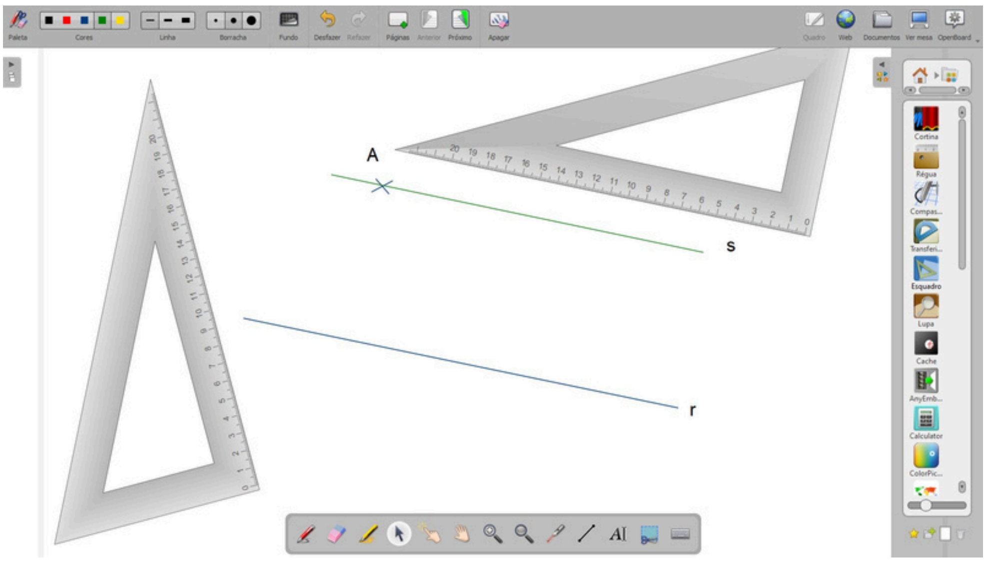

Figura 24: Reta s paralela à reta r passando por A

Justificativa do Método: O esquadro tem, por construção, um ângulo de 90 graus. Na posição do esquadro II, que foi utilizado para apoio, poderíamos traçar uma reta transversal às retas r, dada, e s, obtida. Essas três retas teriam ângulos alternos internos de 90 graus, portanto congruentes, logo são retas paralelas.

Objetivo 2: Dada uma reta e um ponto não pertencente a ela, traçar uma reta perpendicular à reta dada, passando pelo ponto dado, usando apenas o par de esquadros e uma régua.

A figura a seguir nos mostra o que foi dado:

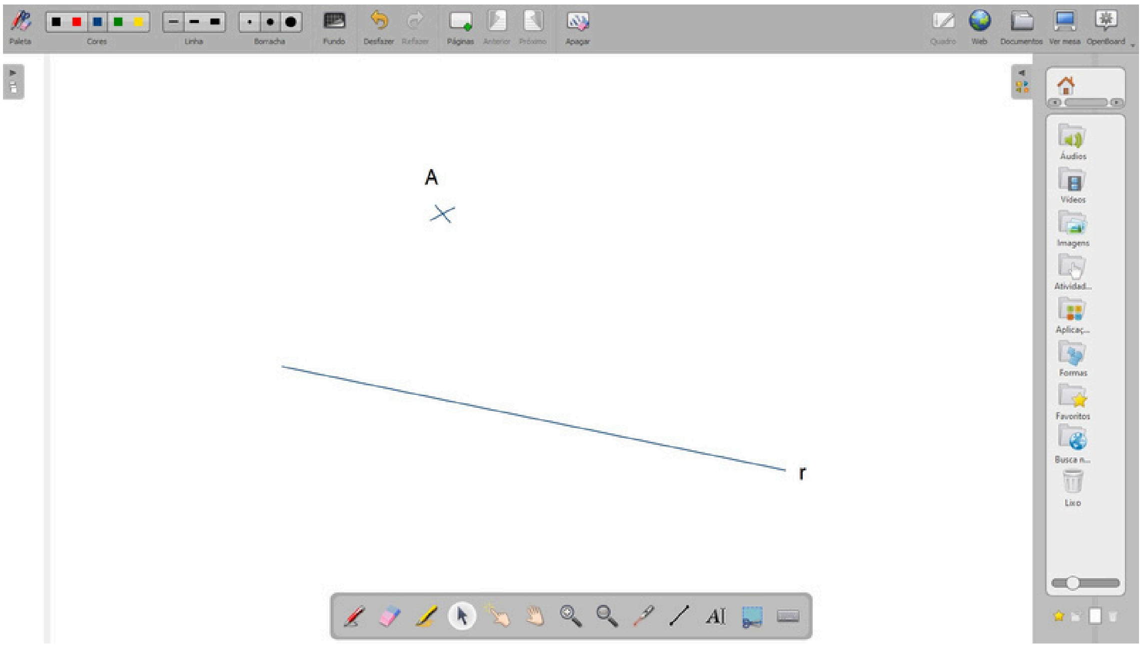

Figura 25: Dados uma reta r e um ponto A não pertencente a r

A partir da figura dada vamos posicionar o esquadro I na reta dada, alinhando com a reta um dos lados do ângulo reto.

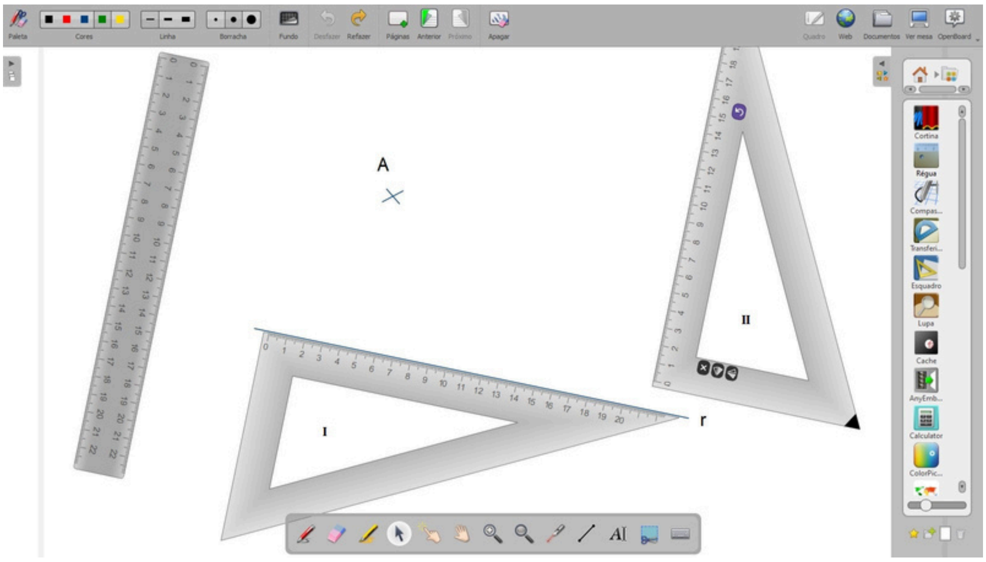

Figura 26: Posição inicial do esquadro I - objetivo 2

Vamos utilizar uma régua de apoio no outro lado do ângulo reto para deslizar este esquadro I, de modo que ficará paralelo à posição inicial.

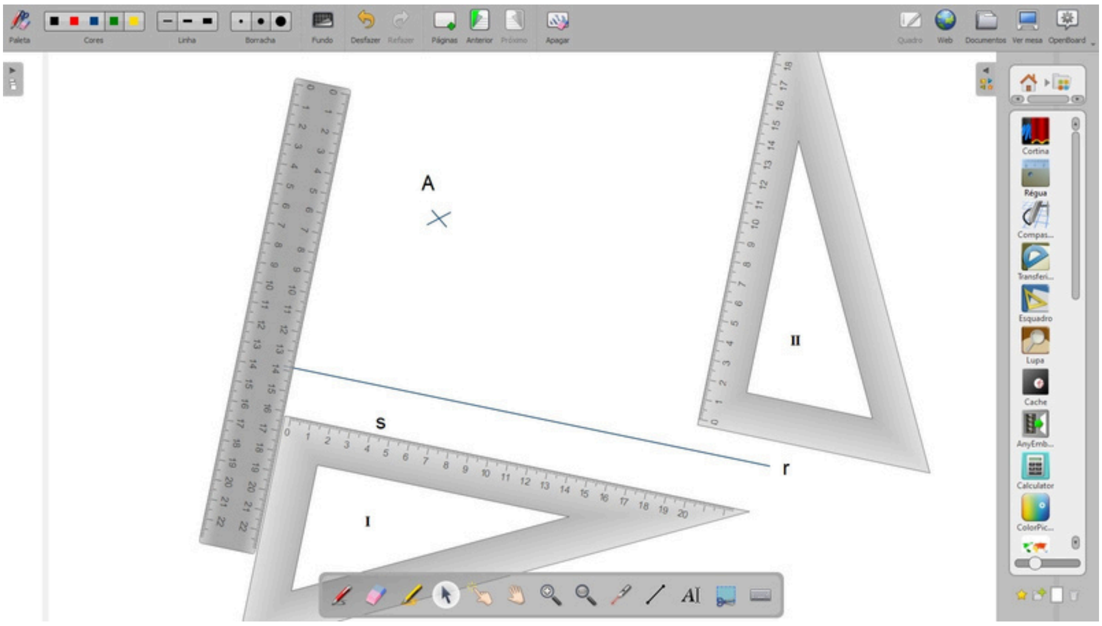

Figura 27: Régua para deslizar esquadro I - objetivo 2

Vamos então posicionar o esquadro II apoiado no esquadro I e simultaneamente alinhado com o ponto dado, utilizando os lados do ângulo reto no esquadro. Então traçamos a reta perpendicular.

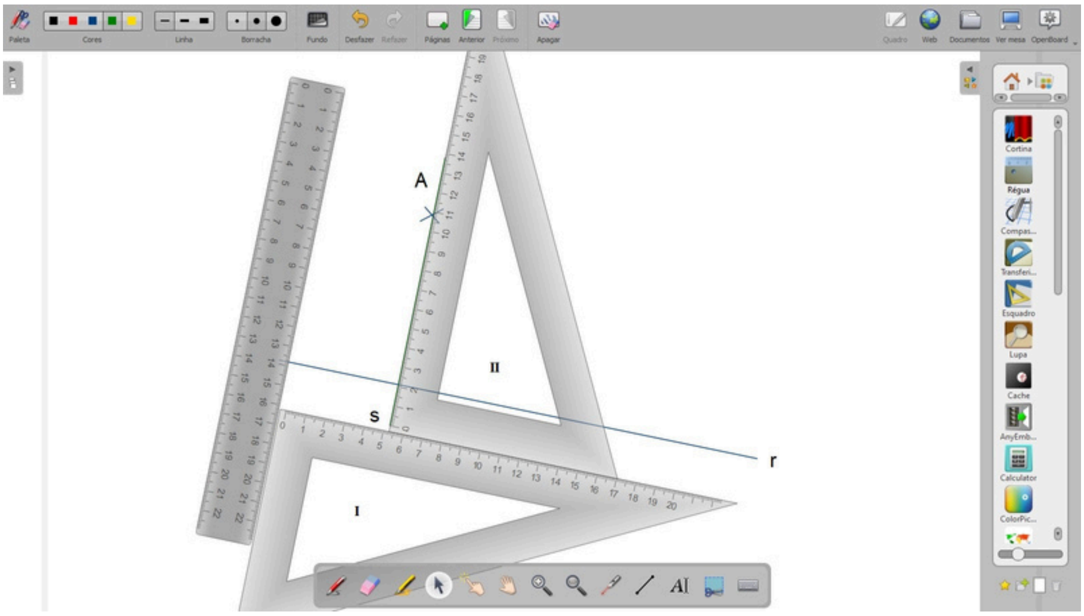

Figura 28: Posição final dos esquadros - objetivo 2

Afastando os esquadros vemos o resultado: uma reta s, perpendicular à reta r, passando pelo ponto A.

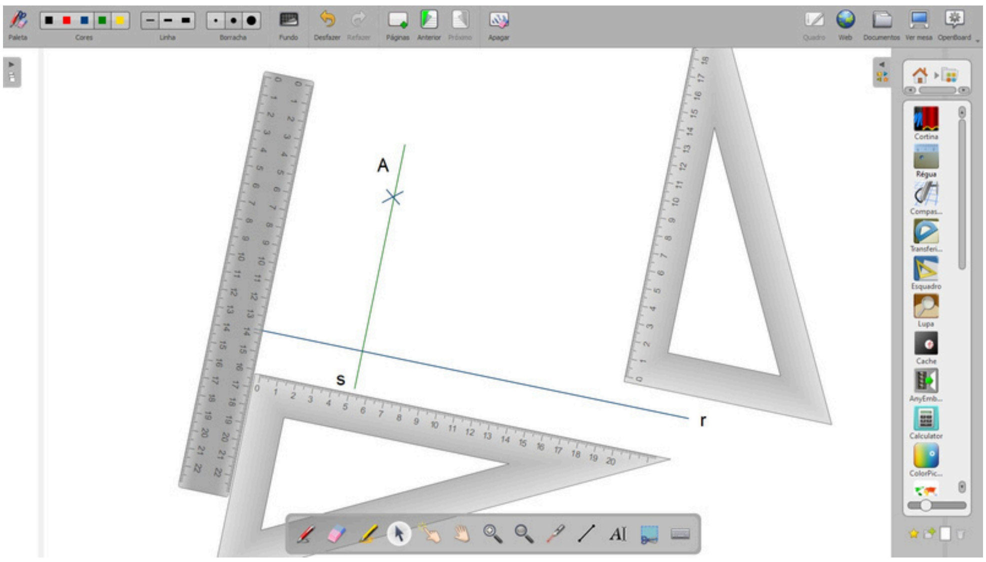

Figura 29: Reta s perpendicular à reta r passando por A - objetivo 2

Justificativa do método:

Como exposto na justificativa anterior, o esquadro tem, por construção, um ângulo de 90 graus. Nesse caso usamos a régua de apoio para deslizar o primeiro esquadro apenas para ficar evidente no traçado a interseção entre as retas r, dada, e s, obtida.

Atividade 2 - Para 7º ano

Objetivo: Dados um ponto e um comprimento, traçar uma circunferência de centro no ponto e raio igual ao comprimento indicado, utilizando compasso.

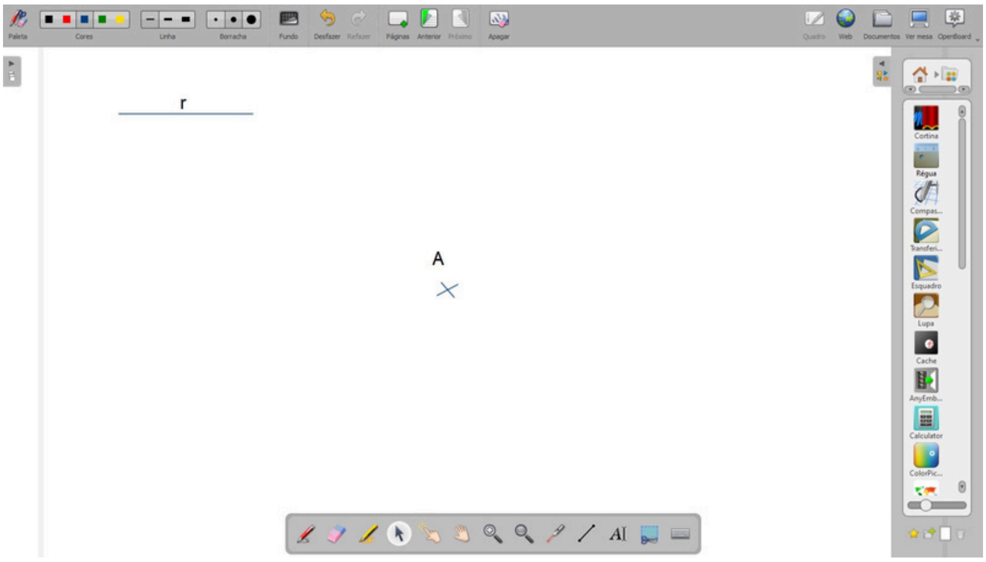

Figura 30: Dados um comprimento r e um ponto A

A partir da figura dada vamos posicionar o compasso no segmento de reta dado, ajustando a abertura ao comprimento do segmento.

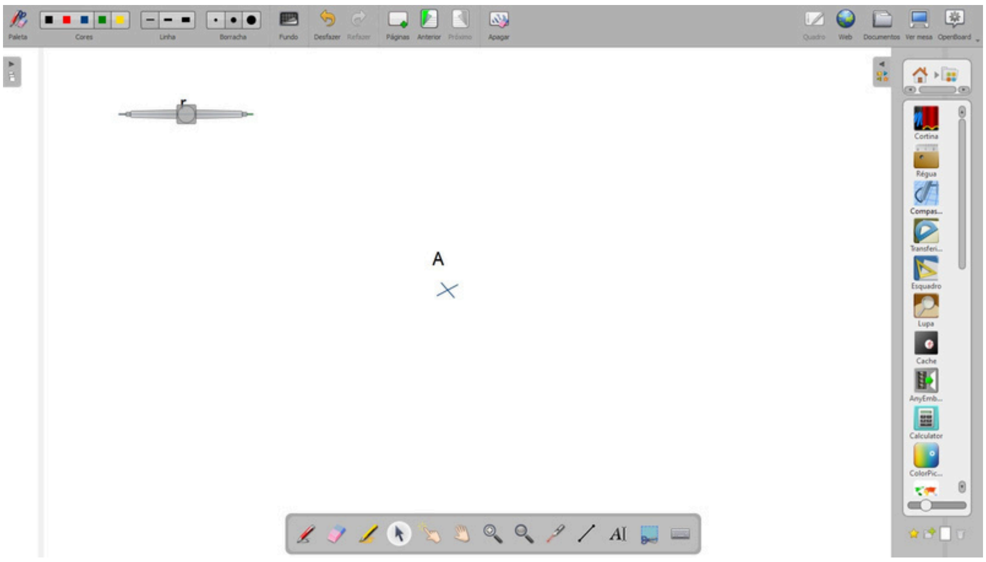

Figura 31: Posição do compasso para obter a medida r

Mantendo a abertura r, posicionar o compasso com a ponta seca no ponto A.

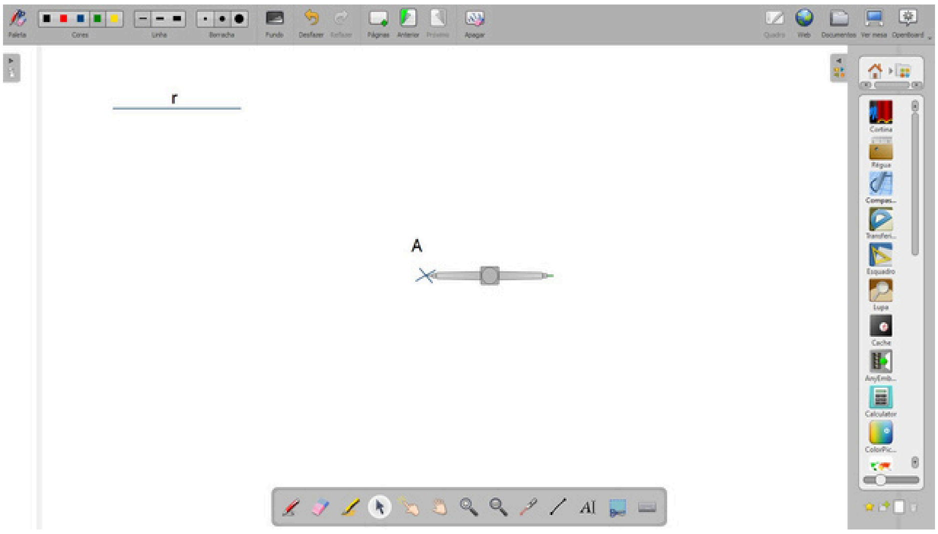

Figura 32: Posição do compasso para traçar a circunferência

Finalmente vamos traçar a circunferência, então vemos o resultado: uma circunferência de centro A e raio r.

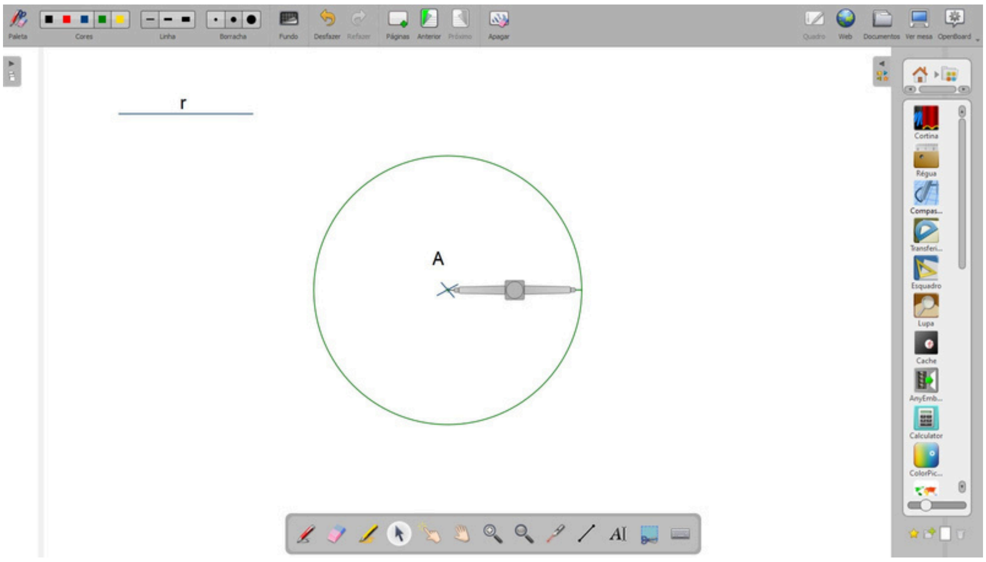

Figura 32: Circunferência de centro A e raio r

Justificativa do método:

O compasso mantém a ponta seca no ponto escolhido e mantém a distância fixa ao traçar a linha, portanto, da circunferência.

Atividade 3 - Para 8º ano

Objetivo: Dado um segmento de reta, traçar a mediatriz desse segmento utilizando régua e compasso.

A figura a seguir nos mostra o que foi dado:

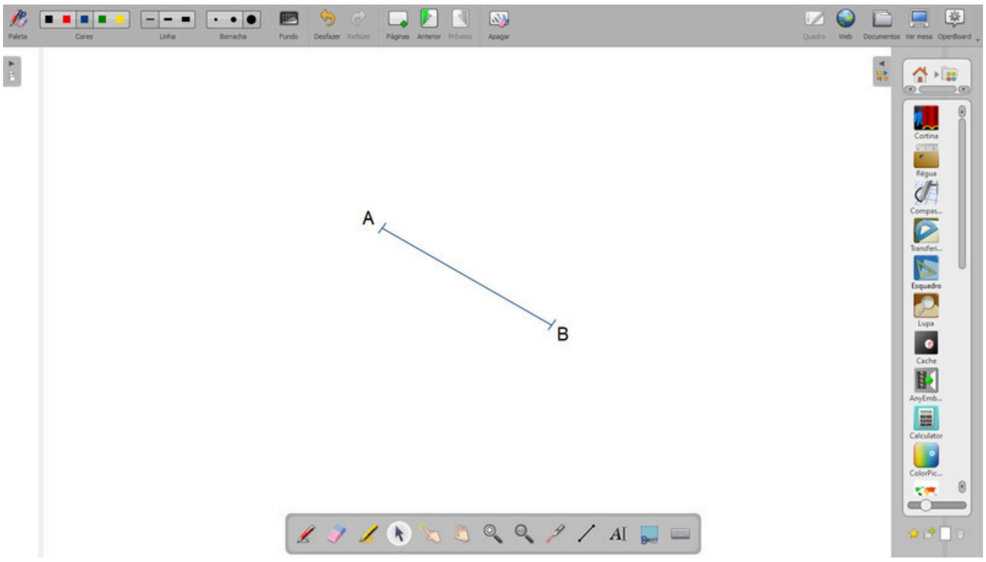

Figura 33: Segmento AB dado

A figura a seguir nos mostra o resultado que queremos obter:

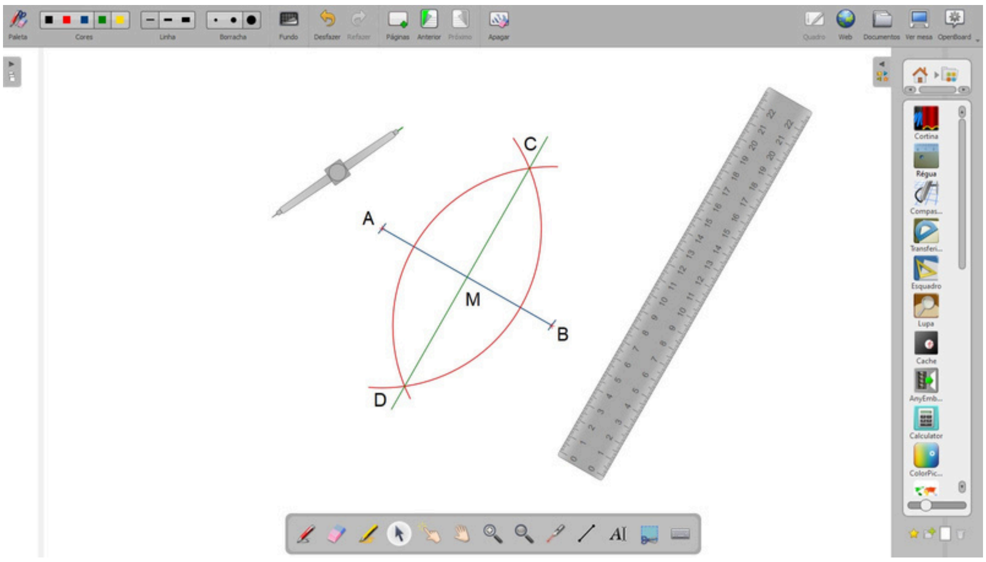

Figura 34: Mediatriz do segmento AB

Seguem os passos para obter o segmento CD que pertence a mediatriz do segmento AB:

- Colocar a ponta seca do compasso no ponto A dado (extremidade do segmento). Ajustar a abertura do compasso com um tamanho maior que a metade do comprimento do segmento AB. Traçar um arco de circunferência que intersete o segmento AB.

- Colocar a ponta seca do compasso no ponto B, dado, mantendo a abertura do compasso utilizada no passo anterior. Repetir o procedimento de traçado do arco de circunferência. Este arco deve intersetar o arco do passo anterior em dois pontos não pertencentes ao segmento AB.

- Identificar os pontos de interseção, C e D, obtidos nos cruzamentos dos arcos, e então traçar a reta que passa por CD.

A reta passando por C e D é a mediatriz do segmento AB e o ponto M, obtido da interseção do segmento AB com a mediatriz, é o ponto médio.

Justificativa do método:

Da construção, pelos passos 1 e 2 observamos que como foi mantida a abertura do compasso para se obter os pontos C e D, então os segmentos AC, AD, BC e BD são de mesmo comprimento, indicando que os triângulos ABC e ABD de base AB, são ambos isósceles. Desse fato segue que os ângulos ACD e ADC são iguais. Mais ainda, os triângulos ABC e ABD são congruentes pelo caso LL..

Assim, os ângulos BAC e BAD também são iguais, de onde segue que MAC e MAD, em que M é o ponto de intersecção entre os segmentos AB e CD, são também iguais. Pelo caso ALA, teremos então que os triângulos MAC e MAD são congruentes, de onde segue que o ângulo AMC é igual ao ângulo AMD. Como estes dois últimos ângulos são suplementares, teremos então que AMC= AMD e ambos são ângulos retos. Assim, como AMC e CMB, e ainda AMD e BMD, são suplementares, só nos resta que AMC= CMB=AMD= BMD= 90º.
Portanto, os segmentos AB e CD são perpendiculares entre si.

Pelo caso LLL, os triângulos ACD e BCD são congruentes. e portanto os ângulos ACM=ACD e BCM=BCD são congruentes. Segue pelo caso LAL, que os triângulos AMC e BMC são congruentes, e logo AM= MB e M é o ponto médio do segmento AB.
Por fim, desde que a reta que contém o segmento CD é perpendicular ao segmento AB e passa pelo ponto médio de AB, então esta é a mediatriz buscada.

Atividade 4 - Para 8º ano

Objetivo: Dados uma reta e um ponto fora dela, traçar uma perpendicular utilizando régua e compasso.

A Figura a seguir nos mostra o que foi dado:

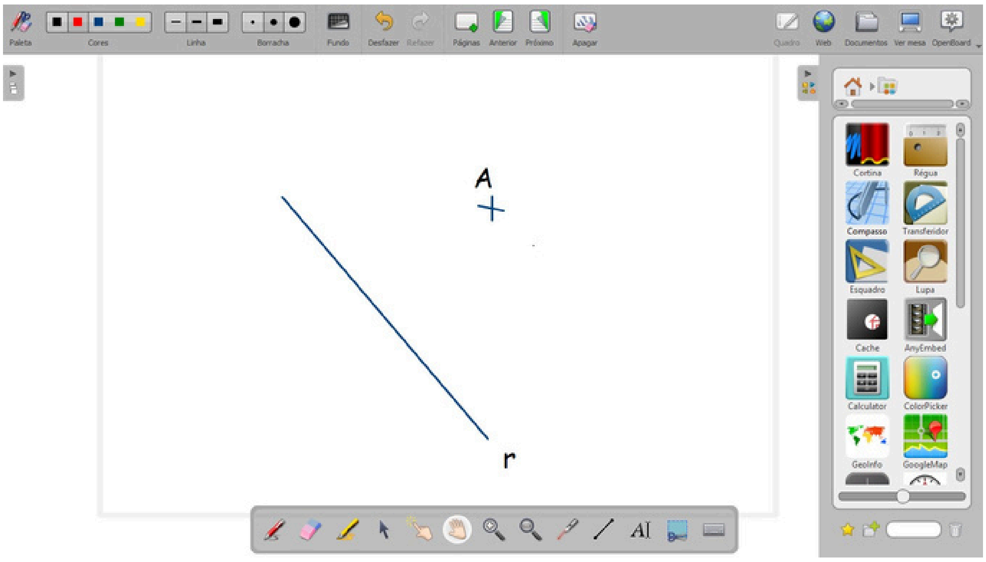

Figura 35: Dados uma reta r e um ponto A não pertencente a ela

A figura a seguir nos mostra o resultado que queremos obter:

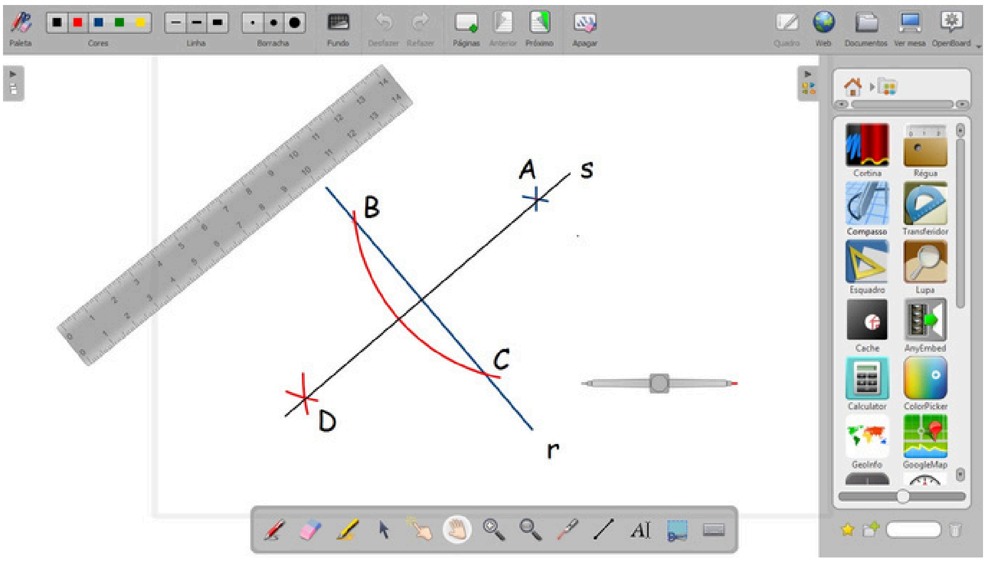

Figura 36: Reta s perpendicular a r passando por A

Os alunos podem verificar que de fato temos um ângulo reto ao centro, usando o esquadro, como na Figura 37:

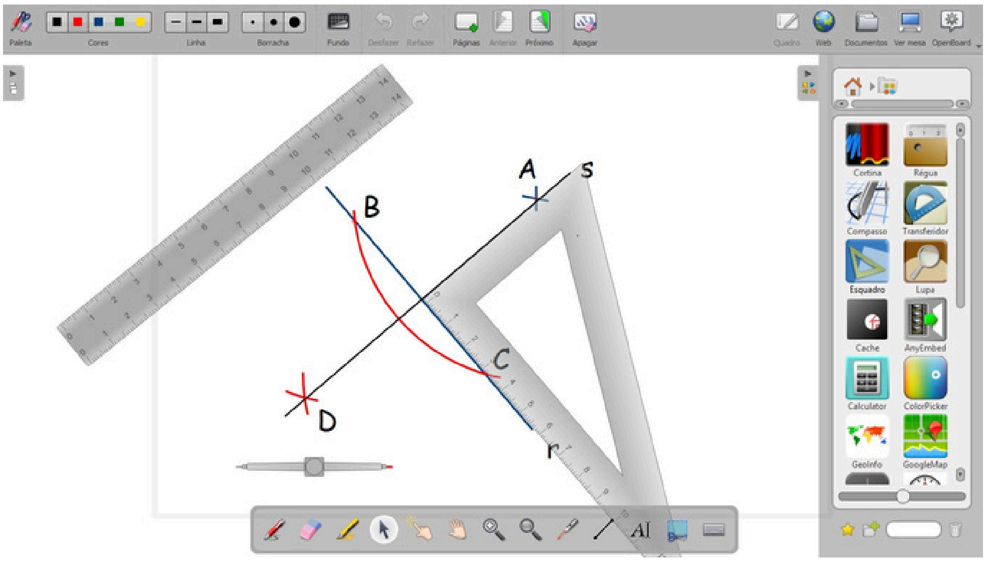

Figura 37: Esquadro mostrando o ângulo reto

Seguem os passos para obter a reta passando pelo ponto A e que é perpendicular a reta r dada:

- Colocar a ponta seca do compasso no ponto A dado. Ajustar a abertura do compasso de forma que ao traçar o arco, este intercepte a reta em dois pontos B e C.

- Colocar a ponta seca do compasso em cada um dos pontos obtidos no passo 1, mantendo a mesma abertura inicial do compasso e traçar pequenos arcos que se interceptam em dois pontos, um deles é o próprio ponto dado A, e o outro chamaremos de ponto D.

- Traçar a reta s passando pelos pontos A e D.

reta s passa por A e é perpendicular a reta r dada.

Observação: O esquadro foi utilizado apenas para medir o ângulo reto entre a reta dada e a reta obtida.

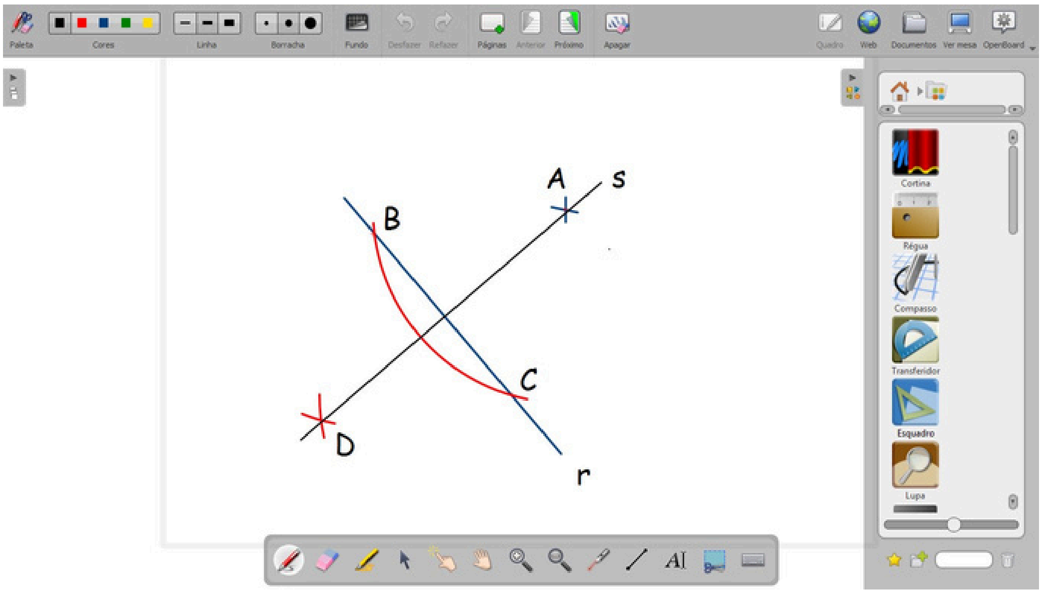

Figura 38: Reta s perpendicular a r passando por A resultado esperado

Justificativa do método:

Da construção, pelo passo 1 observamos que como foi mantida fixa a posição da ponta seca do compasso no ponto A, e também sua abertura para se obter os pontos B e C, então o triângulo ABC de base BC é isósceles.

Além disso, pelo passo 2, desde que a abertura do compasso é mantida ao se traçar os arcos que geram o ponto D, podemos inferir que o triângulo DBC também é isósceles de base BC.

Pela Atividade 3, desenvolvida anteriormente, concluiremos que a reta s, passando pelos pontos A e D, é a mediatriz do segmento BC, isto é, a reta s é perpendicular a reta r e A pertence a reta s.

Atividade 5 - Para 8º ano

Objetivo: Dados uma reta e um ponto pertencente a ela, traçar uma perpendicular passsando pelo ponto dado, utilizando régua e compasso.

A figura a seguir nos mostra o que foi dado:

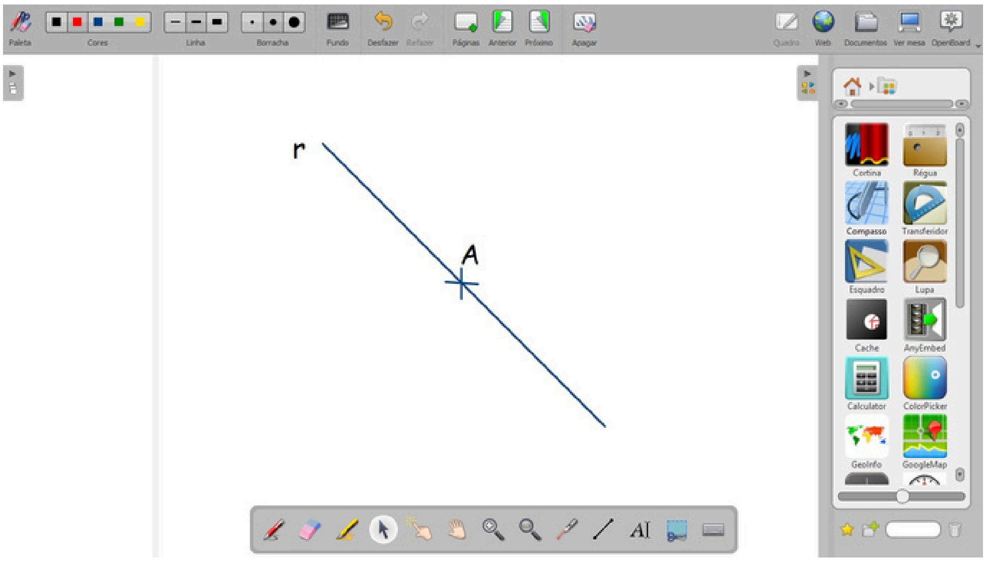

Figura 39: Dados uma reta r e um ponto A pertencente a ela

A figura a seguir nos mostra o resultado que queremos obter:

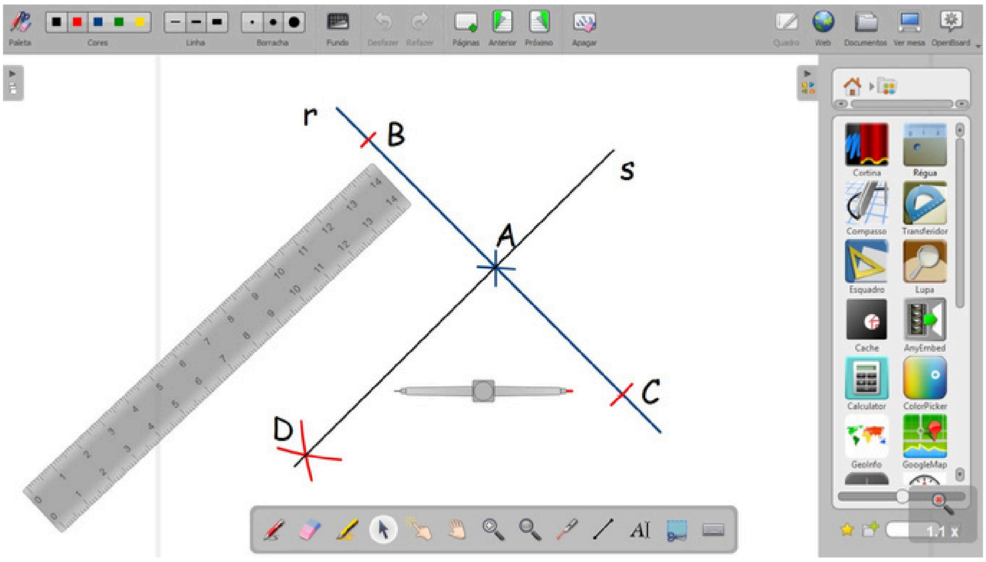

Figura 40: Reta s perpendicular a r passando por A

Novamente os alunos podem verificar que de fato temos um ângulo reto ao centro, usando o esquadro:

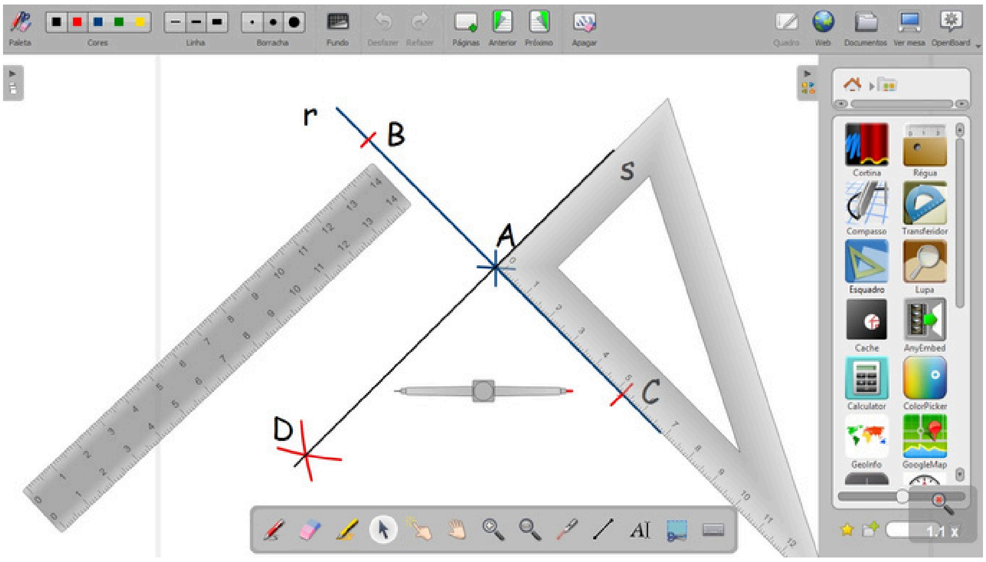

Figura 41: Esquadro mostrando o ângulo reto

Seguem os passos para se obter uma reta s que é perpendicular a reta r dada e que passa pelo ponto A:

- Colocar a ponta seca do compasso no ponto A dado. Ajustar a abertura do compasso para conseguir interceptar duas vezes a reta dada.

- Aumentar a abertura do compasso e colocar a ponta seca do compasso em um dos pontos B (ou C) obtidos, e traçar um pequeno arco. Repetir o mesmo procedimento para o ponto C, mantendo a mesma abertura no compasso. Certifique-se de que os arcos desenhados se intersectaram em um ponto fora da reta r que chamaremos de D.

- Traçar a reta s passando pelos pontos A e D.

A reta s é perpendicular a reta r e passa pelo ponto A.

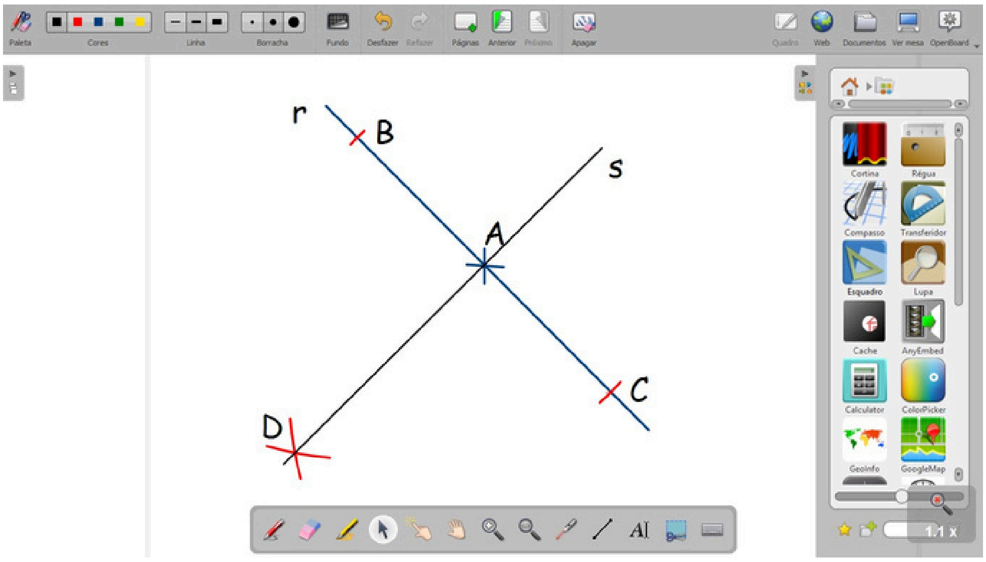

Figura 42: Reta s perpendicular a r passando por A - resultado esperado

Justificativa do método:

Sejam dados a reta r e o ponto A, e obtidos os pontos B, C, D e a reta s como descrito.

Podemos verificar, desde que a abertura do compasso foi mantida, que CD=BD e com isso o triângulo BCD é isósceles de base BC. Além disso, pelo passo 1 da construção, AB=AC, de onde segue que A é ponto médio de BC. Agora, desde que CD=BC e BA=CA, pelo caso LLL, os triângulos ACD e ABD são congruentes. Assim, os ângulos CAD e BAD são congruentes e suplementares, de onde segue que são ângulos retos, e portanto a reta s passando por A e D é perpendicular a reta r dada.

Atividade 6 - Para 8º ano

Objetivo: Dados uma reta e um ponto fora dela, traçar uma paralela utilizando régua e compasso.

A Figura 43 nos mostra o que foi dado:

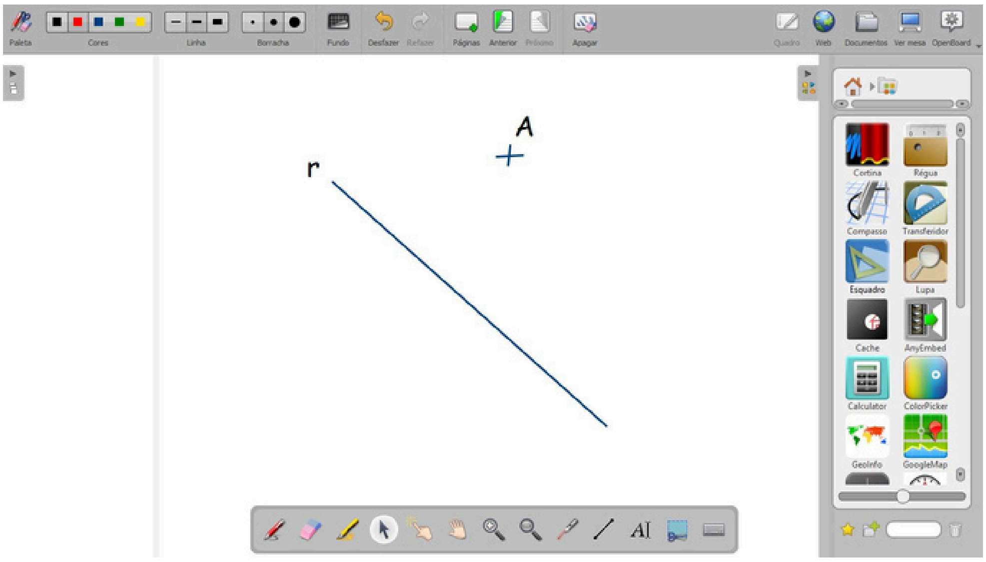

Figura 43: Dados uma reta r e um ponto A não pertencente a ela

O resultado que queremos obter é representado na Figura 44:

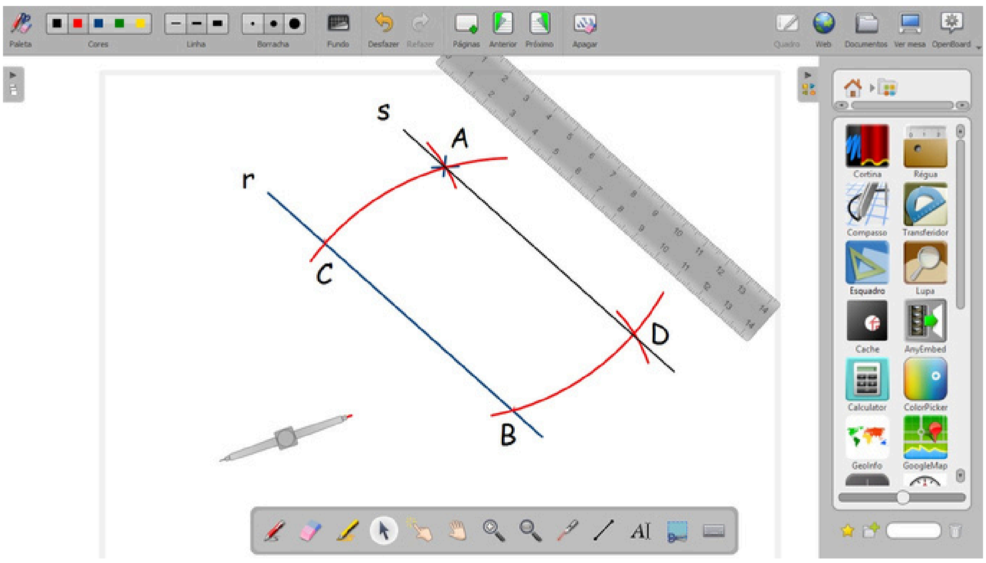

Figura 44: Reta s paralela a r passando por A

Seguem os passos para se obter uma reta s que é paralela a reta r dada e que passa pelo ponto A:

- Colocar a ponta seca do compasso no ponto A dado. Ajustar a abertura do compasso com o maior raio possível, para conseguir interceptar a reta r dada. Traçar um arco que intersecte a reta r com sobra para intersectar a reta paralela a ser obtida. Obtemos assim o ponto B como interseção do arco com a reta r.

- Manter a mesma abertura no compasso e colocar a ponta seca no ponto B. Traçar um arco que intersecta a reta r, obtendo assim o ponto C. Note que este arco também passa pelo ponto A.

- Medir com o compasso a distância entre os pontos A e C.

- Manter a ponta seca no ponto B e traçar um arco que intercepte o arco anterior passando por B, obtendo assim o ponto de intersecção D.

- Traçar a reta s, passando pelos pontos A e D.

A reta s é paralela a reta r e passa por A.

Justificativa do método:

Nos passos 1 e 2 a abertura do compasso foi mantida, garantindo que AD = CB. Pelo passo 4, novamente por ter mantida a abertura do compasso, teremos que AC = BD. Observando os triângulos ACB e ADB com lado AB em comum, vemos pelo caso LLL, que estes são congruentes. Pelas propriedades dos paralelogramos, ADBC é um paralelogramo, de onde segue que as retas r contendo o segmento BC e a reta s, contendo o segmento AD, são paralelas.

Atividade 7 - Para 8º ano

Objetivo: Dado o ângulo convexo AÔB, traçar usando régua e compasso a sua bissetriz.

A Figura 45 nos mostra o que foi dado:

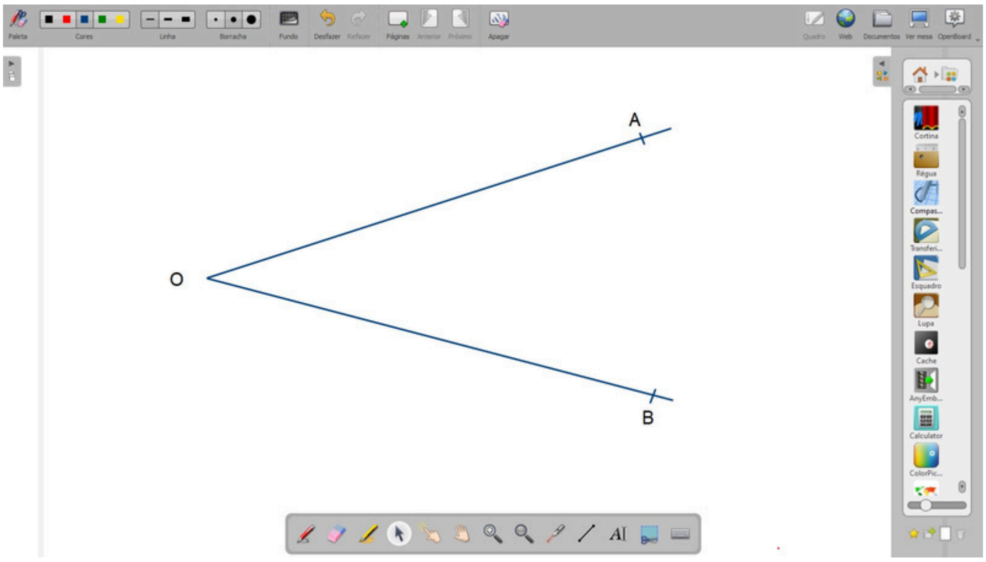

Figura 45: Ângulo convexo dado

O resultado que queremos obter é representado na Figura 46:

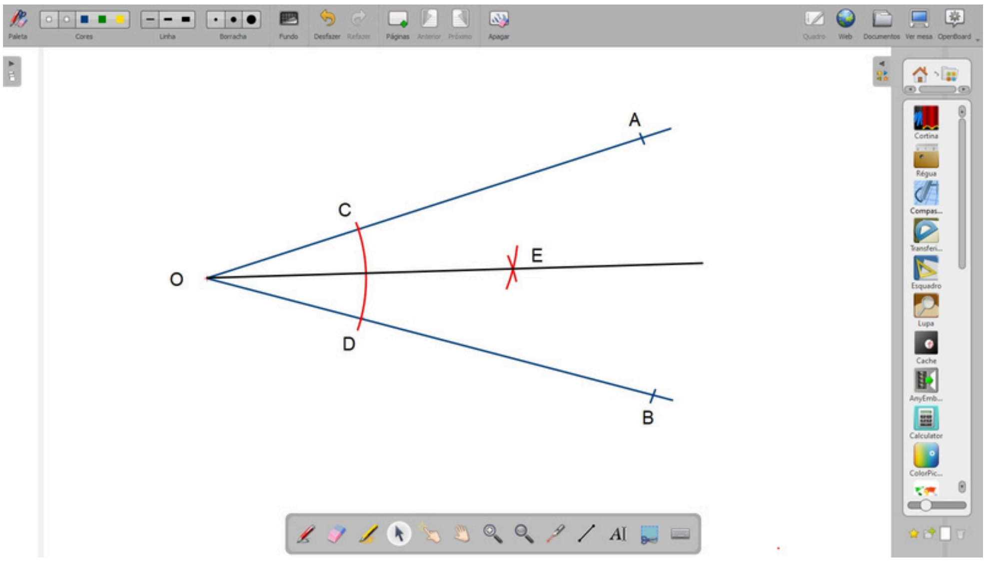

Figura 46: Bissetriz traçada

Segue os passos para a construção desejada:

- Colocar a ponta seca do compasso no ponto O, vértice do ângulo dado. Ajustar a abertura do compasso para interceptar os lados do ângulo a uma distância arbitrária conveniente. Traçar o arco para obter os pontos C e D de interseção com os lados do ângulo dado.

- Colocar a ponta seca do compasso em cada um dos pontos C, D e traçar arcos que se cruzam obtendo então o ponto E. É importante nessa etapa não mudar a abertura do compasso ao mudar a ponta seca do ponto C para o D ou vice-versa.

- Traçar a reta que liga o vértice O com o ponto E.

Esta última reta traçada é a bissetriz do ângulo AOB.

Justificativa do método:

O triângulo OCD é isósceles de base CD. Pelo passo 2, o triângulo ECD também é isósceles de base BC. Como a abertura do compasso é mantida do passo 1 para o passo 2, obtemos também que CE=DE e os triângulos OCE e ODE são congruentes. Da mesma forma como na justificativa da Atividade 3, obteremos que os ângulos CMO e CME são retos e portanto a reta passando por O e E é perpendicular ao segmento CD e M é o ponto médio de CD. Logo a reta passando por O e E é uma mediana do triângulo, esta é então a bissetriz do ângulo DOC.

Atividade 8 - Para 8º ano

Objetivo: Dado um ângulo convexo cujo vértice está inacessível, traçar com régua e compasso a bissetriz.

A Figura 47 nos mostra o que foi dado:

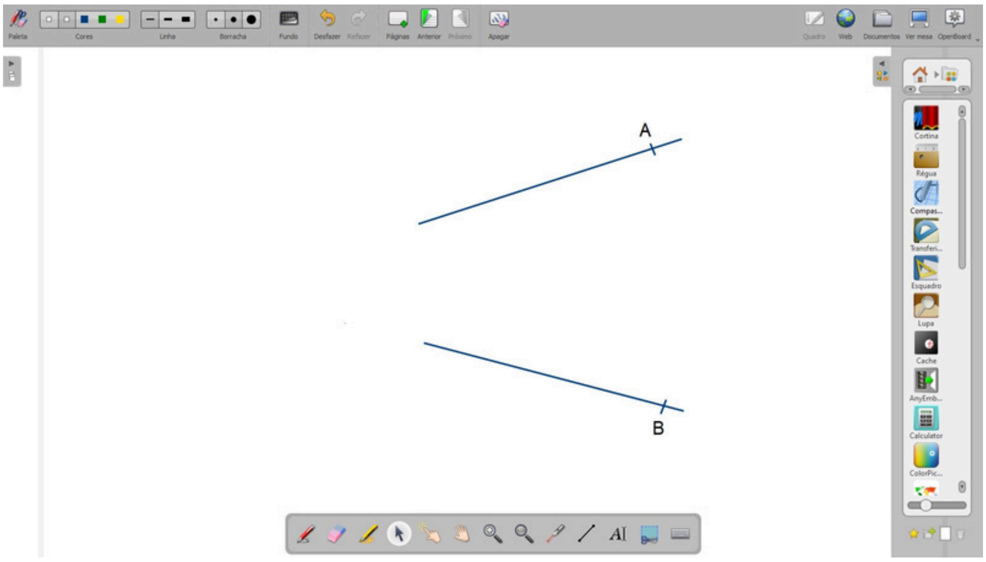

Figura 47: Ângulo convexo dado com vértice inacessível

A Figura 48 mostra um resultado parcial:

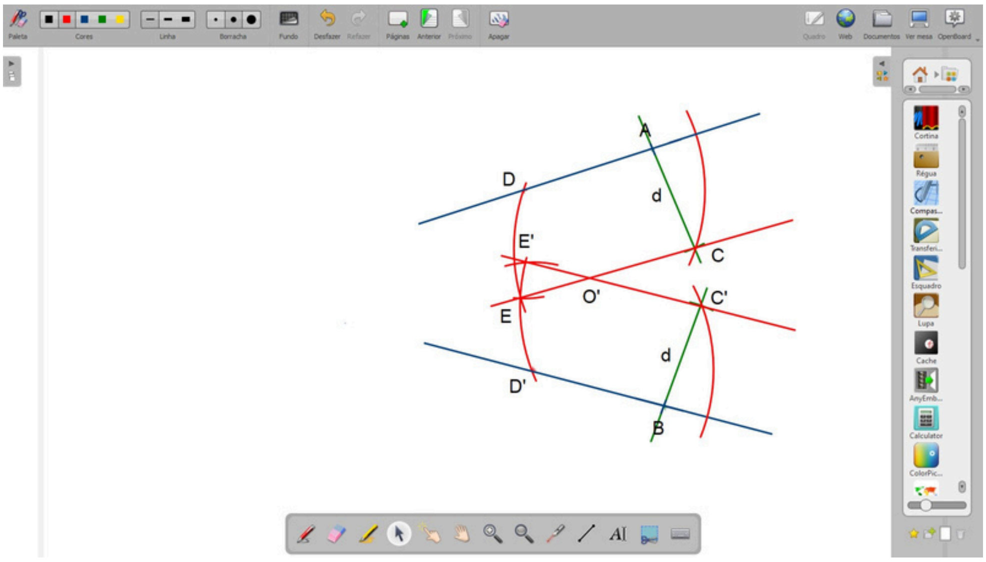

Figura 48: Aplicação das paralelas

O resultado que queremos obter é representado na Figura 49:

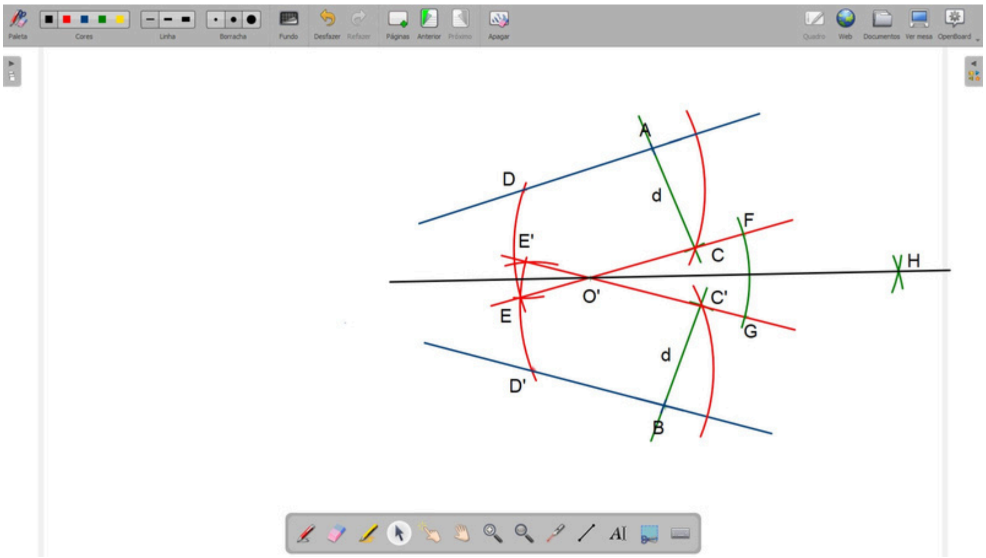

Figura 49: Bissetriz traçada

Segue os passos para a construção desejada:

- Identificar dois pontos A e B, cada um em uma das retas. Traçar pelos pontos A, B as perpendiculares em relação a cada reta dada que os contém.

- Escolher uma distância arbitrária mas igual para ambos e marcar os pontos C e C', um em cada reta perpendicular obtida, de forma que estes fiquem entre as retas dadas.

- Traçar por C e C' as paralelas às retas que contém respectivamente os pontos A e B, obtendo assim o ponto O', que é o ponto de interseção entre as paralelas traçadas.

- A partir do ponto O' traçar a bissetriz do ângulo COC’, como descrito na atividade anterior.

A bissetriz traçada é também a bissetriz do ângulo cujo vértice é inacessível.

Justificativa do método:

Sendo as retas AD e CE paralelas, assim como BD' e C'O', então a bissetriz que contém o segmento O'H é uma transversal que corta estas retas paralelas. Assim, os ângulos correspondentes formados pela transversal nas paralelas são congruentes, de onde segue que, sendo O o vértice inacessível, os ângulos AOH e BOH são congruentes aos ângulos CO'H e C'OH, respectivamente, e estes últimos são iguais. Portanto a reta passando por O' e H é a bissetriz do ângulo com vértice inacessível AOB.

Atividade 9 - Para 8º ano

Objetivo: Dada uma circunferência de centro desconhecido, localizar seu centro.

A Figura 50 nos mostra o que foi dado:

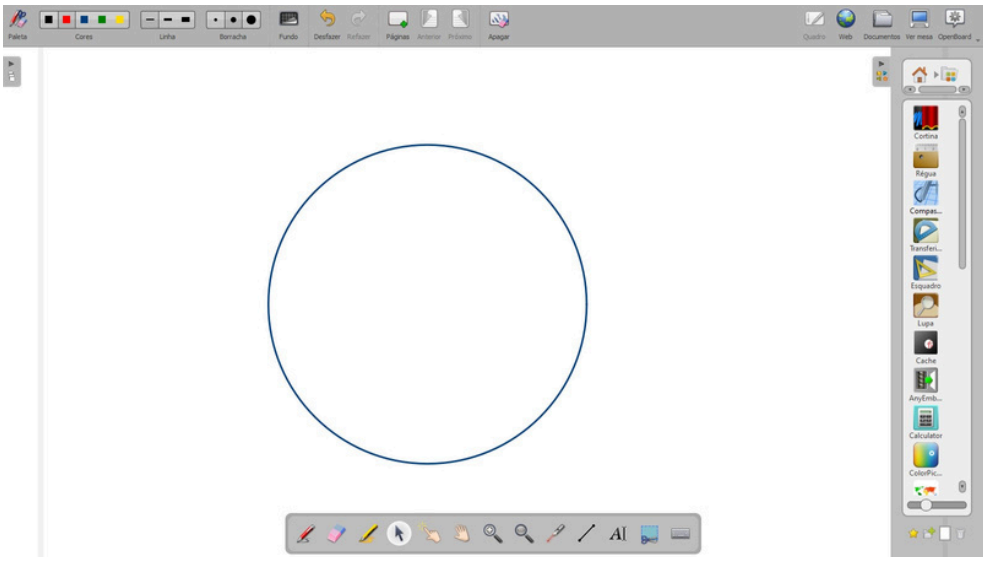

Figura 50: Circunferência com centro desconhecido

O resultado que queremos obter é representado na Figura 51:

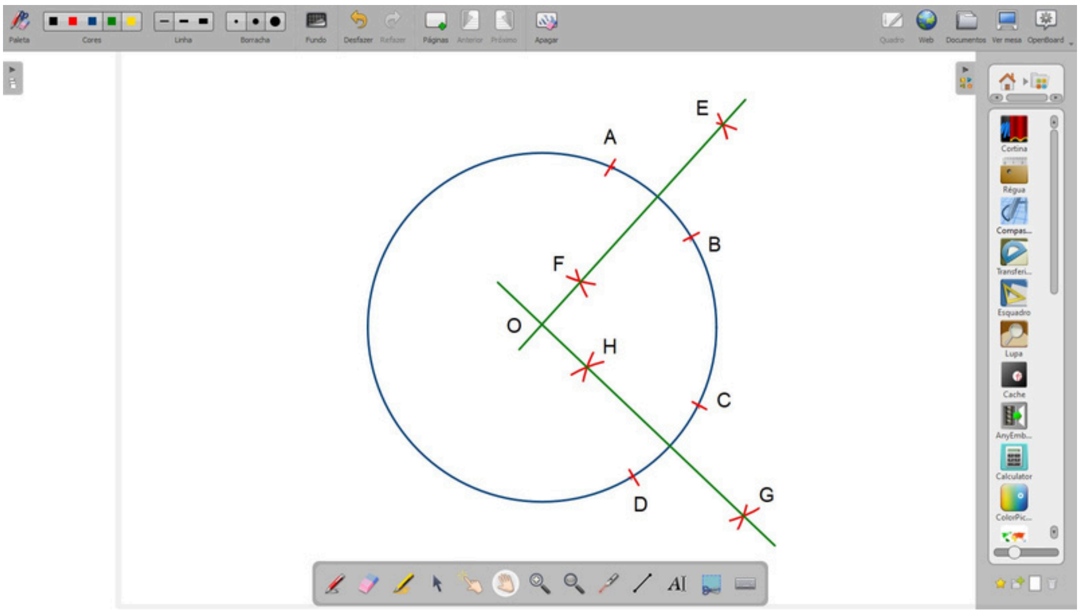

Figura 51: Aplicação das perpendiculares

Segue os passos para a construção desejada:

- Escolher arbitrariamente três ou mais pontos distintos da circunferência dada. Optamos por escolher 4 pontos, A, B, C e D.

- Traçar a mediatriz dos segmentos AB e CD, de forma a destacar a interseção entre estas e que está dentro da circunferência.

A interseção entre as mediatrizes é o centro da circunferência.

Justificativa do método:

Dado que AB e CD são cordas de uma mesma circunferência, suas mediatrizes são diâmetros, ou seja, passam pelo centro desta. Como estas possuem um único ponto em comum O, então este deve ser o centro da circunferência.

Referências

[1] LEITE, L. R. OpenBoard - **Uma proposta para o uso do projetor interativo em aulas de construções geométricas.** Dissertação de mestrado, PROFMAT-UNIFESP, São José dos Campos, 2022.

[2] BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 10 de outubro de 2023.

[3] LOPES, Ronaldo de Souza. **O programa Escola Interativa de São José dos Campos-SP e a participação dos professores**. Dissertação apresentada no Programa de Pós-graduação em Mudança social e Participação política da Universidade de São Paulo - USP sob a orientação de José Alberto Silva Machado. 92 p. São Paulo, 2017.