

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$ax + b = 0$$



a, b, c

$$f(x) = -x - 3$$

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

MESTRADO EM ENSINO

$\Delta > 0$

$\Delta < 0$

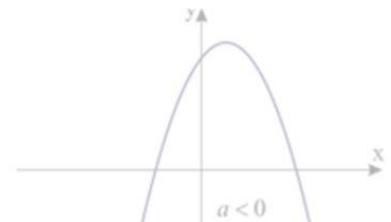
$a \neq 0$

$a > 0$

a, b

$$g(x) = -2x - 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



REVISÃO DE FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA UTILIZANDO O SOFTWARE DESMOS

Mestrando Raí da Silva Lopes

$$f(x) = ax + b$$

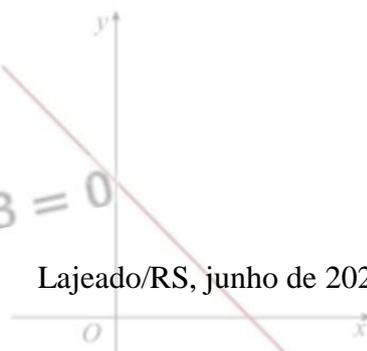
$$Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$f(0)$



$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

Lajeado/RS, junho de 2024



$$Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$a < 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

REVISÃO DE FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA UTILIZANDO O SOFTWARE DESMOS

Review of affine and quadratic functions using Desmos Software

Raí da Silva Lopes¹, Prof^a Dr^a Maria Claudete Schorr², Prof^a Dr^a Márcia Jussara Hepp
Rehfeldt³

¹Mestrando em Ensino de Ciências Exatas - Univates - rai.lopes@universo.univates.br

²Doutora em Informática na Educação – Univates - mclaudetesw@univates.br

³Doutora em Informática na Educação – Univates - mrehfeld@univates.br

FINALIDADE

Apresentar uma sequência de atividades para revisão de funções Afim e Quadrática com alunos do 3º ano do Ensino Médio, usando como recurso tecnológico, o software Desmos.

CONTEXTUALIZAÇÃO

É possível notar, nos mais variados segmentos da sociedade, a utilização das tecnologias digitais, que estão conquistando ainda mais espaço na vida do ser humano, possibilitando resolver atividades simples e complexas. Estas atividades com o uso das tecnologias digitais passam, em muitos momentos, a serem resolvidas em uma fração de segundos, não sendo necessário o deslocamento físico, conectando os usuários em tempo real por meio da Internet. Sobre isso, Moran (2018, p. 1) afirma que:



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

As tecnologias vêm transformando nosso mundo de forma cada vez mais acelerada e profunda. Encontramo-nos hoje no que muitos denominam a “quarta revolução industrial”, onde se diluem os limites entre o mundo físico (impressão 3D, robótica avançada), o digital (internet das coisas, plataformas digitais) e o biológico (tecnologia digital aplicada à genética).

Moran (2018) considera que as tecnologias digitais têm seu uso cada vez mais engajado, elas aceleram mudanças no mundo atual de forma profunda. Isso mostra que não há mais entrave entre os dois mundos, físico e digital. Como mencionado, Moran (2018) descreve que muitos denominam a geração da atualidade como a quarta revolução industrial. Dessa forma, faz-se necessário refletir e ampliar os conhecimentos sobre o entendimento e uso das tecnologias digitais no ensino.

Ainda nessa linha de pensamento e em função do surgimento da pandemia do Coronavírus, provocada pela Covid-19¹, assim denominada pela Organização Mundial da Saúde (OMS), foram necessárias medidas cautelares, incluindo o distanciamento social, para tentar conter a disseminação do vírus, o que modificou a rotina de milhares de pessoas da sociedade, sendo a educação um dos setores mais afetados.

Nesse cenário, foi necessário fechar as escolas e reorganizar o ensino, as aulas passaram do sistema presencial para o remoto, utilizando recursos tecnológicos digitais e a Internet. Isso ocasionou vários problemas, entre eles a adaptação dos professores, alunos e familiares para esta nova modalidade de ensino. O ensino mediado por tecnologias digitais foi uma das alternativas viáveis para superar o momento delicado e garantir as aulas aos estudantes. Dessa forma, os profissionais da Educação adequaram-se e aprenderam a utilizar plataformas virtuais, softwares, aplicativos online, entre outros. Santos *et al.* (2020, p. 3) contribuíram esclarecendo que

As tecnologias digitais devem ser encaradas como ferramentas facilitadoras no processo do ensino, sendo o seu uso um desafio para a maioria dos professores, pois não basta apenas saber manusear, mas dar uma finalidade à prática docente de forma

¹ É uma doença infecciosa causada pelo Coronavírus SARS-CoV-2 e tem como principais sintomas febre, cansaço e tosse seca.



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

a envolver o aluno nesse processo. Esse é um momento de adaptação para lidarmos com os desafios, devendo o professor começar a introduzir as tecnologias digitais em sua prática e, principalmente, a se sentir seguro com o seu uso, pois certamente a educação e o mundo pós-pandemia não serão mais os mesmos.

Em vista desse cenário, toda a sociedade precisou se adaptar ao momento, e na área da educação isso foi significativo para que as aulas continuassem sendo ofertadas. Devido ao cenário, tanto os professores quanto os alunos foram obrigados a se adequarem para fazer uso das tecnologias digitais, adequação essa que ainda demandou tempo, deixando muitos estudantes sem aula por alguns meses, até que ocorressem as adaptações devidas à oferta das aulas, ademais, com o tempo para ser ofertada a nova modalidade de ensino, acarretou prejuízos na aprendizagem gerando uma lacuna em diversos conteúdos, dentre esses a função Afim e Quadrática

Em face desse contexto e acreditando que a tecnologia digital auxilia no processo de ensino, um dos recursos tecnológicos digitais, que se recomenda utilizar para revisar as referidas funções, é o software Desmos. Euzébio (2018, p. 25) apresenta a seguinte descrição do software Desmos:

É uma página da internet em formato de calculadora gráfica disponível gratuitamente para todos os interessados. Idealizado por Eli Luberoff, fundador do site em 2007, é uma calculadora gráfica com acesso em qualquer navegador ou ainda pode-se fazer o download do software de forma gratuita para iOS e Android. Para acessá-la, basta digitar em qualquer navegador o endereço www.desmos.com/calculator e a calculadora abrirá instantaneamente. Isso permite trabalhar em qualquer plataforma com os mesmos recursos e a mesma interface. Além de possuir um sistema de computação em nuvem onde é possível salvar vários arquivos online e distribuir em forma de links como bem entender na rede.

Ademais, o software Desmos, disponível em vários idiomas, apresenta tutoriais elaborados na própria calculadora. Nesses tutoriais, são demonstrados vídeos de algumas construções. Também é disponibilizado um guia ao usuário. Com o software Desmos, é possível traçar gráficos de funções, elaborar tabelas, construir pontos, cônicas e regiões do plano, por meio de equações cartesianas, paramétricas ou polares. Ele também permite calcular expressões numéricas, trabalhar com trigonometria, estatística, derivadas e integrais de uma

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

função e a resolução de equações de primeiro e segundo graus com uma incógnita.

Algumas pesquisas realizadas mostram que, nos últimos anos, a plataforma Desmos tem apresentado diferentes potencialidades ao ser utilizada constantemente em trabalhos que discorrem sobre tecnologias (Abreu, 2018; Euzébio, 2018; Scremin, 2019).

No ensino de funções, por exemplo, é relevante que o aluno possa visualizar os gráficos e, isso o software permite, facilitando o entendimento de algo abstrato. Com a visualização gráfica, o aluno tem a capacidade de visualização e consegue construir conceitos acerca de funções. Contribuindo, Scremin *et al.* (2018, p. 121) ressaltam que a visualização gráfica “permite imbricar conceitos e significados que podem ser facilmente incorporados à solução simbólica de problemas ou ao conteúdo”.

Reiterando o exposto, Flores, Wagner e Buratto (2012, p. 35) descrevem que:

O termo visualização científica é comumente corrente para o uso da tecnologia gráfica do computador de apoio à investigação nas ciências. Neste caso, adicionar visualização no contexto da educação matemática, além de promover a intuição e o entendimento, possibilita uma maior abrangência da cobertura em assuntos matemáticos, permitindo que os estudantes não somente aprendam matemática, mas também se tornem capazes de construir sua própria matemática.

Quando se está trabalhando um conceito matemático no software Desmos, a visualização representada possibilita e oportuniza ao professor explorar ainda mais o conteúdo, proporcionando maior compreensão por parte do aluno, permitindo a ele fazer reduções e ampliações na plataforma do software Desmos. Conforme descreve Scremin *et al.* (2018, p. 51), “a visualização, portanto, pode ser considerada como parte integrante do próprio processo analítico da solução”.

Diante desse contexto, este produto educacional foi constituído a partir de atividades desenvolvidas em uma intervenção pedagógica, realizada a partir da dissertação de mestrado, intitulada “*Funções Afim e Quadrática: revisão de conteúdo para o 3º ano do Ensino Médio utilizando o software Desmos*”, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade do Vale do Taquari - Univates. A intervenção, da qual resultou



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

este Produto Educacional, foi realizada com 20 alunos de uma turma do 3º ano do Ensino Médio, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Rocha Leal de Guajará-Mirim, no estado de Rondônia, entre os meses de outubro a dezembro de 2023.

A escolha desse público se justifica pelo fato da turma ter apresentado certa dificuldade nos conteúdos sobre funções, mais precisamente, funções Afim e Quadrática e por terem como suporte didático apenas o material do “Revisa ENEM”. Este livro aborda os conteúdos da função Afim e da função Quadrática de forma resumida. Por isso, sentimos a necessidade de revisar tais conteúdos com os alunos, preparando-os para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), usando como recurso tecnológico um software matemático que os auxiliasse na resolução das atividades propostas. O objetivo foi explorar as representações algébricas e geométricas de forma concomitantes e o material de revisão é uma síntese dos principais elementos que são estudados, quando se ensina funções Afim e Quadráticas.

OBJETIVO

Socializar uma sequência de atividades desenvolvidas que podem ser resolvidas por alunos do 3º ano do Ensino Médio objetivando uma revisão sobre as funções Afim e Quadrática, usando como recurso, o software Desmos.

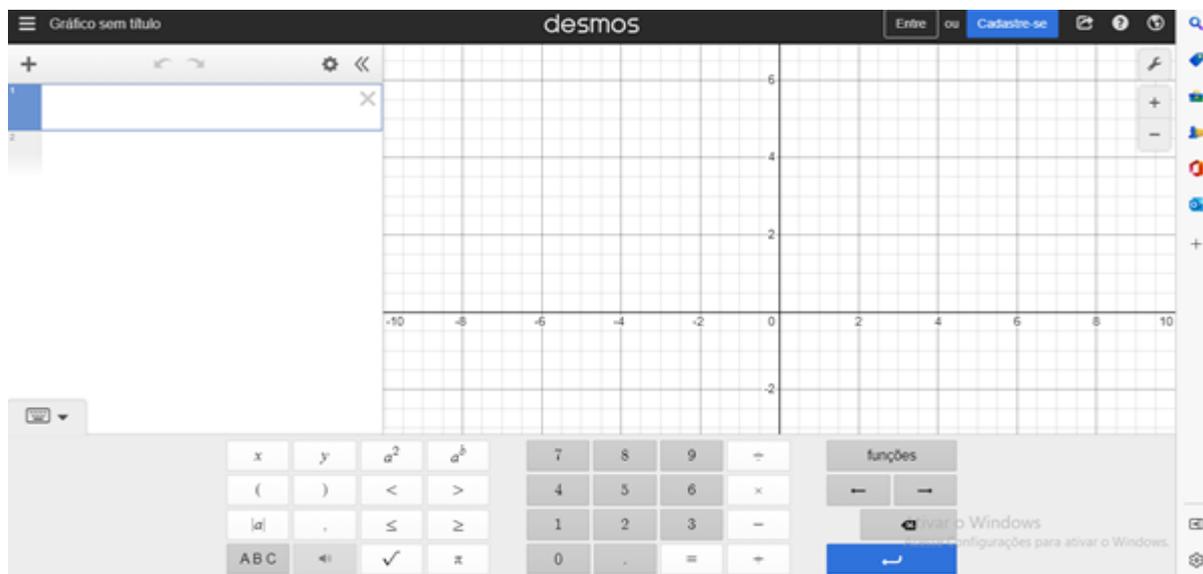
Dicas para fazer bom uso do software Desmos

Euzébio (2018) sugere que os usuários se cadastrem no próprio sistema do software para criar sua conta, após o cadastro, os usuários podem fazer login, por meio do endereço de e-mail e senha, para não correrem o risco de perder o material construído. Ao usar o software, com o seu login, todas as atividades do usuário são salvas em sua conta.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Na tela inicial do software (Figura 1), é possível obter a visualização algébrica e a calculadora.

Figura 1 - Tela inicial do software Desmos



Fonte: <https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR>

Euzébio (2018, p. 6) ainda comenta que:

Toda a sua estrutura e interface interativa torna o Desmos muito simples de usar, ajuda-nos em situações em que necessitamos representar alguns gráficos mais elaborados. Se comparado com o software educacional como o GeoGebra, vê-se que oferece menor número de recursos, no entanto, isso torna o Desmos muito mais simples de usar o que facilita na hora de criar uma atividade. Um exemplo disso, para utilizar o número irracional π , basta digitar no editor, ao lado esquerdo o seu nome “pi” que o símbolo aparecerá instantaneamente. Pode-se colocar um bom número de cores em cada equação e uma variedade de propriedades que fazem com que os gráficos se tornem desenhos complexos e realistas.

Vale ressaltar que o software Desmos é de fácil acesso, com uma simples forma de interação, o que é um aspecto positivo para as aulas de Matemática. Nesse sentido, Sousa, Lins e Abreu (2016) destacam que o ensino da Matemática, por meio das tecnologias digitais, contribui para que os docentes ministrem suas aulas, de forma mais dinâmica, e que os alunos podem ser favorecidos com uma construção mais qualificada dos conceitos matemáticos.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

DETALHAMENTO

A seguir, são apresentados os 7 encontros fundamentais para aplicação desta Sequência Didática, descritos de forma sintética, composta com o conteúdo de cada encontro, o objetivo, o material didático e o tempo necessário, oportunizando uma visão geral das atividades elaboradas. As atividades estão organizadas de acordo com os conceitos de funções Afim e Quadrática, iniciando na atividade 1 e finalizando com a atividade 7.

O professor poderá imprimir as atividades, organizá-las em formato de uma apostila e entregar aos alunos para facilitar o acompanhamento durante a realização das atividades. Destacamos que se torna importante o planejamento das atividades para serem resolvidas individualmente ou em duplas, podendo ser adaptadas conforme o meio de recursos tecnológicos digitais disponíveis para acessar o software ou de acordo com a realidade e as necessidades de cada turma.

Antes de iniciar com o conteúdo das atividades propostas em cada encontro, faz-se necessário orientar os alunos com relação ao uso do software Desmos para inserir as funções, conforme Quadro 1.

Quadro 1 - Encontros da Sequência Didática

Atividade 1	
Conteúdo: Efeito dos coeficientes nas funções Afim e Quadrática.	Tempo: 2h30min
Objetivo: Revisar as definições de função Afim e os coeficientes a e b por meio do software Desmos; Revisar as definições de função Quadrática e os coeficientes a , b e c ; Estabelecer similaridades e diferenças entre os efeitos dos coeficientes em ambas as funções.	
Material didático: Notebook com o software Desmos instalado, datashow e atividade 1 impressa.	
Atividade 2	
Conteúdo: Crescimento e decréscimo das funções Afim e Quadrática.	Tempo: 1h40min
Objetivo: Descrever o crescimento e o decréscimo das funções Afim e Quadrática observando os coeficientes e correlacionando-os.	
Material didático: Notebook com o software Desmos instalado, datashow e atividade 2 impressa.	

(Continua...)

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

(Conclusão)

Atividade 3	
Conteúdo: Domínio e Imagem da função Afim e da função Quadrática.	Tempo: 1h40min
Objetivo: Identificar o domínio e a imagem das funções Afim e Quadrática por meio de gráficos construídos pelo software Desmos.	
Material didático: Notebook com o software Desmos instalado, datashow e atividade 3 impressa.	
Atividade 4	
Conteúdo: Intercepto do eixo y nas funções Afim e Quadrática.	Tempo: 1h40min
Objetivo: Identificar a relação entre os coeficientes das funções Afim e Quadrática, observando em que local a função corta o eixo y .	
Material didático: Notebook com o software Desmos instalado, datashow e atividade 4 impressa.	
Atividade 5	
Conteúdo: Intercepto no eixo x , com determinação das raízes ou zeros das funções Afim e Quadrática.	Tempo: 1h40min
Objetivo: Identificar as raízes da função Afim e Quadrática, analisando a interseção no eixo x , por meio do gráfico.	
Material didático: Notebook com o software Desmos instalado, datashow e atividade 5 impressa.	
Atividade 6	
Conteúdo: Valor máximo e valor mínimo da função Quadrática.	Tempo: 50 min
Objetivo: Determinar o valor de máximo ou de mínimo por meio de análise gráfica.	
Material didático: Notebook com o software Desmos instalado, datashow e atividade 6 impressa.	
Atividade 7	
Conteúdo: Resumo dos elementos que compõem as funções Afim e Quadrática.	Tempo: 50 min
Objetivo: Sintetizar os elementos que regem as funções em um quadro.	
Material didático: Notebook com o software Desmos instalado, datashow e atividade 7 impressa.	

Fonte: Dos autores (2024).

Atividade 1 – Explorando a tarefa 1

Tarefa 1: Efeito dos coeficientes nas funções Afim e Quadrática.

Objetivo da tarefa: Esta atividade tem como objetivo revisar as definições de função Afim e os coeficientes a e b por meio do software Desmos, revisar as definições de função Quadrática e os coeficientes a , b e c e estabelecer similaridades e diferenças entre os efeitos dos coeficientes em ambas as funções. Faz-se necessário também baixar ou acessar o software

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

em cada um dos computadores, para isso siga as instruções abaixo.



Para baixar o software Desmos, acesse o link:

[https://play.google.com/store/apps/details?id=com.desmos.calculator
&hl=pt_BR&gl=US](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.desmos.calculator&hl=pt_BR&gl=US)



Para acessar o software Desmos, acesse o link:

<https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR>

Descrição da tarefa: Para demonstrar as funcionalidades e recursos do software para os alunos, é necessário conduzir os alunos para o laboratório de informática, onde o professor pode usar um Datashow e a tela do computador. Na sequência, o professor pode organizar a forma de trabalhar com os alunos, seja ela individual ou em dupla e entregar a atividade impressa. Após, usam o software Desmos, para solucionar as respostas das perguntas que estão contempladas nas tarefas. Durante a atividade, o professor pode observar as reações e eventuais dúvidas das duplas. Depois da resolução das atividades, o professor aguarda todos terminarem e, na sequência, pode ser feita a correção dessas atividades, com o auxílio de um notebook e um datashow, buscando discutir as soluções, assim como tirar possíveis dúvidas.



Professor, para seu auxílio em uma melhor compreensão do software e no seu manuseio, acesse o link e assista essa videoaula:

<https://www.youtube.com/watch?v=PUt512Cvb2w&t=187s>

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Definição da função Afim: A função **Afim** é uma função do primeiro grau. Podemos utilizá-la quando queremos representar aumentos ou reduções lineares. “A função de variável real, definida por $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais. Dizemos que a e b são coeficientes da função. O coeficiente b também é chamado termo independente” (Pataro; Balestri, 2018, p. 109).

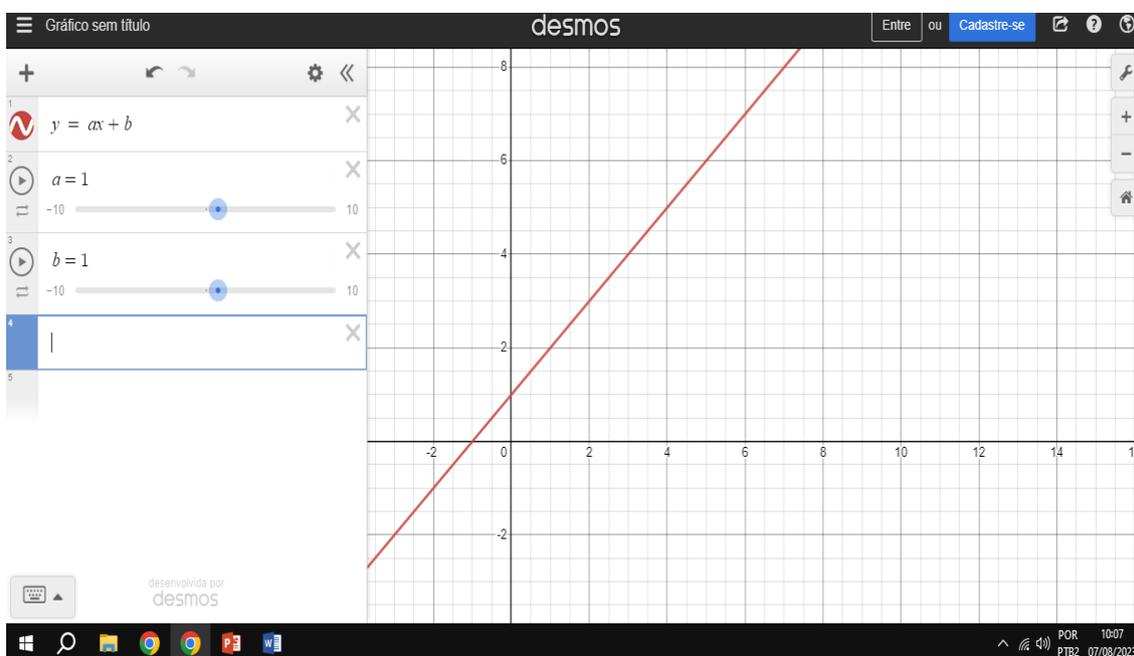
Definição da função Quadrática: Uma função **Quadrática** é “toda função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a é o coeficiente real de x^2 , com $a \neq 0$, b é o coeficiente real de x , c é um coeficiente real, também chamado termo independente” (Pataro; Balestri, 2018, p. 128).



Professor, enquanto os alunos tentam resolver a tarefa, procure andar pelo laboratório de informática a fim de tentar identificar quais alunos estão com dificuldade para inserir as funções e poder auxiliá-lo.

Tarefas para serem realizadas:

1- Abra o software Desmos, digite a função $y = ax + b$, conforme ilustra a figura a seguir. Clique na tecla “enter”. Você vai perceber o tipo de gráfico que é produzido.



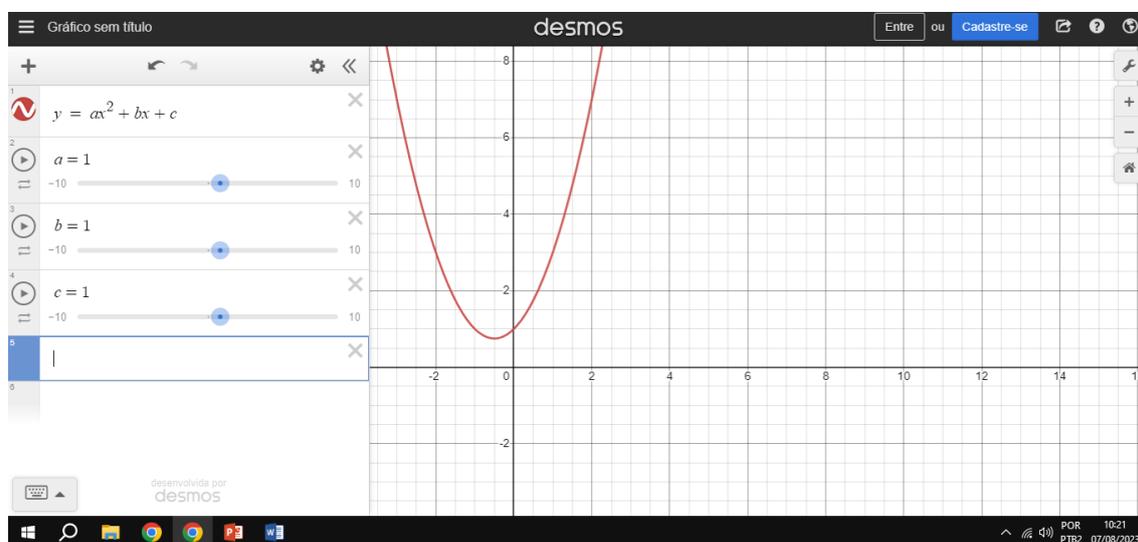
2 – Que tipo de gráfico (desenho), visualmente, foi produzido?

3 – Agora deixe o valor de a como está ($a = 1$) e altere o valor de b (por meio do controle deslizante) por $b = 1$; $b = 2$; $b = 3$; $b = 4$; $b = 10$. Também modifique os valores usando números negativos por $b = -1$; $b = -2$; $b = -3$; $b = -4$; $b = -10$. Agora escreva o que você observou ao modificar o valor b . O sinal de b positivo e negativo promoveu alterações na interseção do gráfico com o eixo y ? Relacione sua resposta com os sinais do coeficiente b .

4 – Nesta atividade, deixe o valor de b como está ($b = 1$) e altere o valor de a (por meio do controle deslizante) por $a = 1$; $a = 2$; $a = 3$; $a = 4$; $a = 10$. Também modifique os valores usando números negativos para $a = -1$; $a = -2$; $a = -3$; $a = -4$; $a = -10$. Agora escreva o que você observou ao modificar o valor a . O sinal do a positivo e negativo alterou o crescimento da função? Se sim, o que foi alterado? Relacione sua resposta com os sinais do coeficiente a .

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

5 - Abra o software Desmos, digite a função $y = ax^2 + bx + c$, conforme ilustra a figura a seguir. Clique na tecla “enter”. Você vai perceber o tipo de gráfico que é produzido.



6 – Que tipo de gráfico, visualmente, foi produzido?

7 – Ajuste os valores de b e c como estão ($b = 1$ e $c = 1$) e altere os valores de a (por meio do controle deslizante) por $a = 1$; $a = 2$; $a = 3$; $a = 4$; $a = 10$. Também modifique os valores usando números negativos por $a = -1$; $a = -2$; $a = -3$; $a = -4$; $a = -10$. Agora escreva o que você observou ao modificar o valor a . O sinal de a positivo e negativo promoveu mudança na concavidade da parábola sobre o eixo x , estando voltada para cima ou para baixo? Se sim, como isso ocorreu? Relacione sua resposta (concavidade voltada para cima ou para baixo) com os sinais do coeficiente a .

8 – Fixe os valores de a e b como estão ($a = 1$ e $b = 1$) e altere os valores de c (por meio do controle deslizante) por $c = 1$; $c = 2$; $c = 3$; $c = 4$; $c = 10$. Também modifique os valores usando números negativos por $c = -1$; $c = -2$; $c = -3$; $c = -4$; $c = -10$. O sinal de c positivo ou negativo promoveu interseção do gráfico com o eixo y em locais diferentes? Se sim, como isso ocorreu? Relacione sua resposta com os sinais do coeficiente c .

9 – Deixe os valores de a e c como estão ($a = 1$ e $c = 1$) e altere o valor de b (por meio do controle deslizante) para $b = 1$; $b = 2$; $b = 3$; $b = 4$; $b = 10$. Também modifique os valores usando valores negativos por $b = -1$; $b = -2$; $b = -3$; $b = -4$; $b = -10$. Agora escreva o que você observou ao modificar o valor b . O sinal de b positivo e negativo promoveu deslocamento da parábola sobre o eixo x , indo para direita ou esquerda? Se sim, como isso

ocorreu? Relacione sua resposta com os sinais do coeficiente b .

10 – E se $a = 0$, o que você observou? O gráfico ainda será uma parábola? Justifique sua resposta.

11- Vamos às considerações finais? Observe suas respostas das questões anteriores referentes às funções Afim e Quadrática e responda:

a) Quando você variou o coeficiente a na função Afim e o coeficiente a na função Quadrática, o que foi possível identificar de igual ou diferente? Será que esse coeficiente tem o mesmo efeito nas duas funções? Justifique sua resposta.

b) Quando você variou o coeficiente b na função Afim e o coeficiente b na função Quadrática, o que foi possível identificar de igual ou diferente? Será que esse coeficiente tem o mesmo efeito nas duas funções? Justifique sua resposta.

c) Ao visualizar as funções no software Desmos, o que você pode observar com o coeficiente b da função Afim e o coeficiente c da função Quadrática? É possível notar alguma relação entre esses coeficientes ou não, ou seja, o efeito que ambos produzem sobre o eixo y é o mesmo?

Fonte: Dos autores (2024).



Professor, nestas atividades permita liberdade aos alunos para que eles possam testar suas ideias e sanar suas dúvidas com o uso do software Desmos.

Atividade 2 – Explorando a tarefa 2

Tarefa 2: As funções Afim e Quadrática são crescentes ou decrescentes?

Objetivo da tarefa: Descrever o crescimento e o decréscimo das funções Afim e Quadrática observando os coeficientes e correlacionando-os.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Descrição da tarefa: Inicialmente, os alunos podem ser conduzidos até o laboratório de informática, sendo organizados de forma individual ou em dupla e em seguida distribua a atividade impressa. Usando o software Desmos, sugerir que respondam as perguntas que estão contempladas na atividade. Durante a atividade, o professor pode observar as dificuldades e eventuais dúvidas. Na sequência, pode realizar a correção dessas atividades, com o auxílio de um notebook e um datashow, buscando discutir as soluções e tirando as possíveis dúvidas que ainda persistem.

Definição da função crescente: “Uma função f é **crescente** em um subconjunto A do domínio de f se, e somente se, para quaisquer números x_1 e x_2 de A , com $x_2 > x_1$, a imagem de x_2 é maior que a imagem de x_1 através de f . Isto é, f é crescente se, e somente se: $\{x_1, x_2\} \subset A$ e $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$ ” (Paiva, 2010, p. 92).

Definição de uma função decrescente: “Uma função f é **decrescente** em um subconjunto A do domínio de f se, e somente se, para quaisquer números x_1 e x_2 de A , com $x_2 > x_1$, a imagem de x_2 é menor que a imagem de x_1 através de f . Isto é, f é decrescente se, e somente se: $\{x_1, x_2\} \subset A$ e $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$ ” (Paiva, 2010, p. 92).



Professor, todas as atividades exigem atenção! Sempre que for questionado por algum aluno, não dê a resposta, mais oriente ele a chegar na resposta correta.

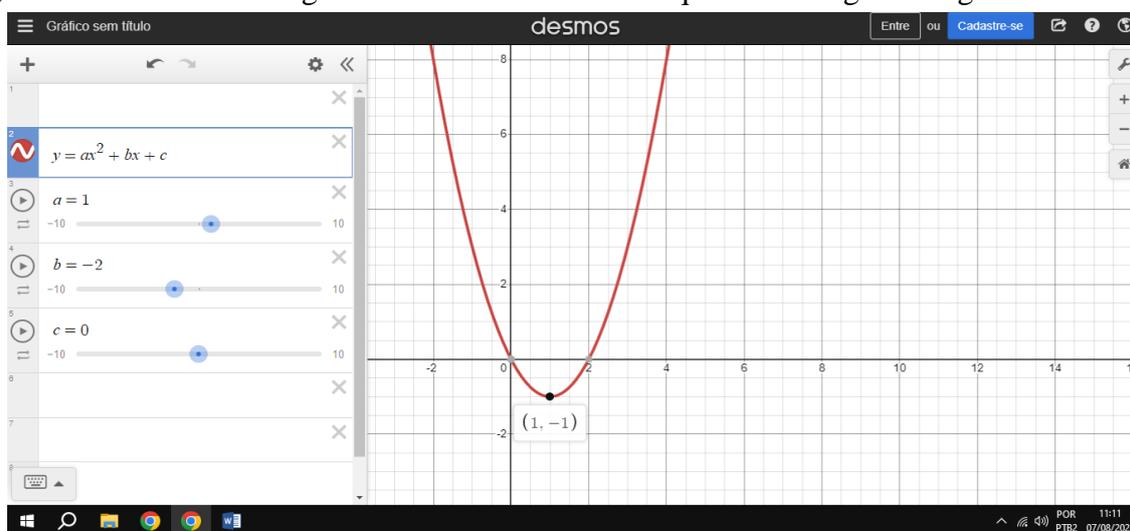
Tarefas para serem realizadas:

1 – Abra o software Desmos e digite novamente a função $y = ax + b$.

a) Quando esta função é crescente? Quando ela será decrescente? Relacione sua resposta com algum coeficiente anteriormente estudado.

b) Use valores positivos e negativos tanto para o coeficiente a e b . Mas cuidado, altere um valor (coeficiente) e deixe o outro fixo. Dê um exemplo de função Afim crescente e outro de função Afim decrescente.

2 – Limpe a área de plotagem e digite a função $y = ax^2 + bx + c$. Escolha os valores $a = 1$; $b = -2$ e $c = 0$. O seu gráfico ficará semelhante ao que está na figura a seguir.



3 - Na parábola você observa um ponto que está marcando (1,-1). Como se chama este ponto?

4 – Analise o gráfico da atividade 2 e identifique para que valores de x a função é crescente? Para que valores é decrescente? Faça isso relacionado as respostas com os valores do x .

5 - Agora altere o valor do a da função acima para $a = -1$, para que valores de x a função é crescente? Para que valores de x a função é decrescente? Faça isso relacionado as respostas com os valores do x .

6 - Em uma função $y = ax^2 + bx + c$, como se pode obter a fórmula do ponto que na questão 3 foi denominado (1,-1)? Use para isso os coeficientes a , b e c .

7 - Agora diga de forma genérica, quando uma função Quadrática é crescente e quando ela é decrescente. O crescimento altera se $a > 0$ ou $a < 0$?

Fonte: Dos autores (2024).

Atividade 3 – Explorando a tarefa 3:

Tarefa 3: Domínio e Imagem da função Afim e da função Quadrática.

Objetivo da tarefa: Identificar o domínio e imagem das funções Afim e Quadrática por meio de gráficos construídos com o software Desmos.

Descrição da atividade: Inicialmente, os alunos podem ser conduzidos até o laboratório de informática, sendo organizados de forma individual ou em dupla. Em seguida, o professor distribui a atividade impressa, e, usando o software Desmos, solicitada que respondam as perguntas que estão contempladas na atividade. Durante a atividade, o professor pode observar eventuais dúvidas. Na sequência, pode ser feita a correção dessas atividades, com o auxílio de um notebook e um datashow, buscando discutir as soluções, assim como tirar possíveis dúvidas.

Definição do domínio: “Seja \mathbb{R} uma relação de A em B. Chama-se **domínio** de \mathbb{R} , o conjunto D de todos os primeiros elementos dos pares ordenados pertencentes a \mathbb{R} . $x \in D \Leftrightarrow \exists y, y \in B \mid (x, y) \in \mathbb{R}$. Decorre da definição que $D \subset A$ ” (Iezzi e Murakami, 2013, p. 74). O conjunto B é denominado de contradomínio.

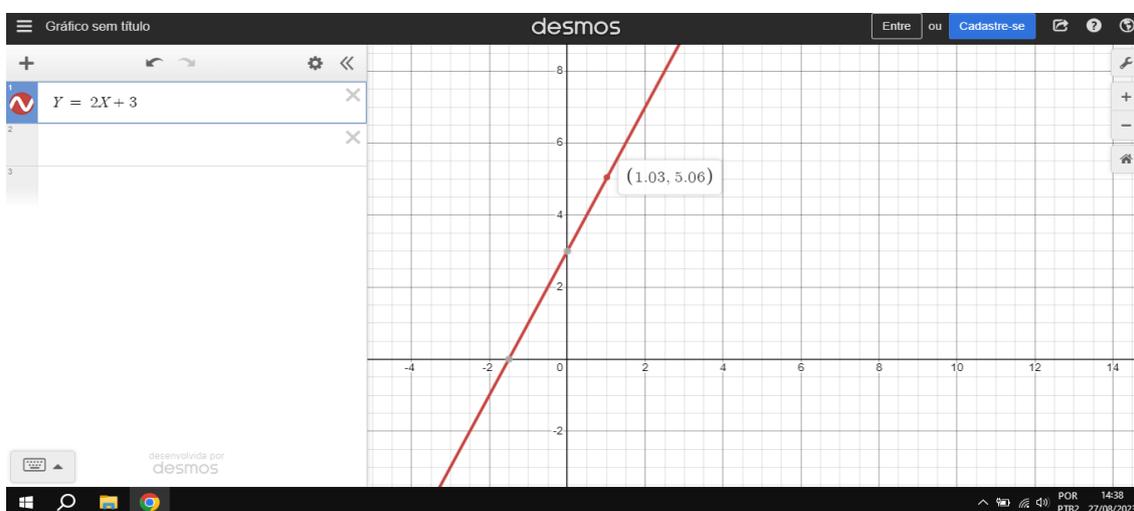
Definição da imagem:” Chama-se **imagem** de \mathbb{R} , o conjunto Im de todos os segundos elementos dos pares ordenados pertencentes a \mathbb{R} . $y \in \text{Im} \Leftrightarrow \exists x, x \in A \mid (x, y) \in \mathbb{R}$. Decorre da definição que $\text{Im} \subset B$ ” (Iezzi; Murakami, 2013, p. 74).



Professor, esta atividade exige conhecimento sobre conjuntos numéricos. Assim, revise esse conteúdo.

Tarefas para serem realizadas:

1 - Abra o software Desmos e digite a função $y = 2x + 3$. A seguir, clique com o mouse em qualquer ponto na reta. No exemplo aqui proposto, aparece o ponto P (1,03; 5,06). Agora arraste este ponto sobre a reta.



2 - À medida que a reta vai crescendo (subindo para a direita), o que pode ser observado em relação aos valores de x ? E o que pode ser observado em relação aos valores de y ? O gráfico será sempre contínuo ou para algum valor de x não existirá um valor de y ?

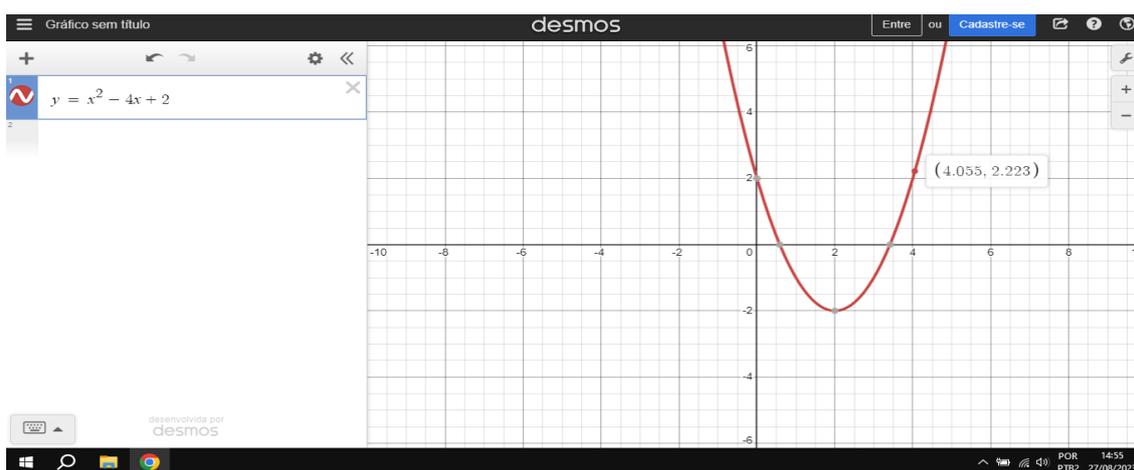
3 - Limpe a área de plotagem e digite a função $y = -2x + 3$. A seguir, clique com o mouse em qualquer ponto na reta e arraste este ponto sobre a reta. À medida que a reta vai decrescendo (descendo para a esquerda), o que pode ser observado em relação aos valores de x ? E o que pode ser observado em relação aos valores de y ? O gráfico será sempre contínuo ou para algum valor de x não existirá um valor de y ?

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

4 - Agora pense de forma genérica em uma função do tipo $y = ax + b$. Que tipo de valores x pode assumir? e y ?

5 - Ainda pensando nesta função $y = ax + b$. Quais são o domínio e a imagem de qualquer função afim?

6 – Limpe a área de plotagem e abra o software Desmos e digite a função $y = x^2 - 4x + 2$. A seguir, clique com o mouse em qualquer ponto na reta. No exemplo aqui proposto, aparece o ponto P (4,00055; 2,223). Agora arraste este ponto sobre a parábola.



Ao variar o ponto na parábola, o que você observa em relação aos valores de x ? E em relação aos valores de y ? O valor de x pode ser qualquer um? Há um valor máximo ou mínimo para y ?

7 - Abra nova tela e digite a função $y = -x^2 - 4x + 2$. A seguir, clique com o mouse em qualquer ponto na reta. Agora arraste este ponto sobre a parábola. Ao variar o ponto na parábola, o que você observa em relação aos valores de x ? E em relação aos valores de y ? O valor de x pode ser qualquer um? Há um valor máximo ou mínimo para y ?

8 - Agora pense de forma genérica em uma função do tipo $y = ax^2 + bx + c$. Que tipo de valores x pode assumir? e y ?

9 - Ainda pensando nesta função $y = ax^2 + bx + c$. Quais são o domínio e a imagem de qualquer função Quadrática?

Fonte: Dos autores (2024).

Atividade 4 – Explorando a tarefa 4

Tarefa 4: Intercepto do eixo y nas funções Afim e Quadrática.

Objetivo da tarefa: Identificar a relação entre os coeficientes das funções afim e Quadrática, observando em que local a função corta o eixo y .

Descrição da atividade: Inicialmente, os alunos podem ser conduzidos até o laboratório de informática, sendo organizados de forma individual ou em dupla. Em seguida, o professor distribui a atividade impressa, e, usando o software Desmos, os alunos respondem as perguntas que estão contempladas na atividade. Durante a atividade o professor pode observar as atitudes e eventuais dúvidas. Na sequência, pode ser feita a correção dessas atividades, com o auxílio de um notebook e um datashow, buscando discutir as soluções, assim como dirimir possíveis dúvidas que ainda persistem.

Definição do gráfico da função Afim: “O gráfico de uma **função Afim** tem interseção com o eixo y no ponto de coordenadas $(0, b)$ ” (Pataro; Balestri, 2018, p. 122).

Definição do gráfico da função Quadrática: “A interseção do gráfico de uma **função Quadrática** com o eixo y ocorre em um único ponto de coordenadas $(0, c)$ ” (Pataro e Balestri, 2018, p. 134).



Professor, nessa atividade busque intensificar a relação dos coeficientes com o gráfico, para que o aluno consiga observar a relação entre os dois elementos.

Tarefas para serem realizadas:

1 - Construa o gráfico das seguintes funções no software Desmos:

- a) $f(x) = 2x + 1$
- b) $f(x) = 2x + 2$
- c) $f(x) = 2x$
- d) $f(x) = 2x - 1$
- e) $f(x) = 2x - 1$

2 - Analise as funções após a alteração do sinal no coeficiente b , o que é possível observar no gráfico em relação ao intercepto do gráfico como eixo y ?

3 - É possível encontrar o valor do intercepto com o eixo y , sem desenhar o gráfico? De que forma?

4 - Construa o gráfico das seguintes funções no software Desmos:

- a) $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$
- b) $f(x) = 3x^2 + 5x + 2$
- c) $f(x) = -3x^2 + 5x$
- d) $f(x) = 3x^2 + 5x - 1$
- e) $f(x) = -3x^2 + 5x - 2$

5 - Para cada função plotada no gráfico escreva quais são as coordenadas do ponto de interseção da parábola com o eixo y .

6 - É possível encontrar o valor do intercepto com o eixo y , sem desenhar o gráfico? De que forma?

Fonte: Dos autores (2024).

Atividade 5 – Explorando a tarefa 5

Tarefa 5: Intercepto no eixo x , com determinação das raízes ou zeros das funções Afim e Quadrática.

Objetivo da tarefa: Identificar as raízes da função Afim e Quadrática, analisando a interseção no eixo x , por meio do gráfico.

Descrição da tarefa: Inicialmente os alunos podem ser conduzidos até o laboratório de informática, sendo organizados de forma individual ou em dupla. Em seguida, o professor

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

distribui a atividade impressa, e, usando o software Desmos, os alunos podem responder as perguntas que estão contempladas na atividade. Durante a atividade, o professor pode observar as atitudes e eventuais dúvidas. Na sequência, pode ser feita a correção dessas atividades, com o auxílio de um notebook e um datashow, buscando discutir as soluções, assim como retirar possíveis dúvidas.

Definição do zero de uma função Afim: “Chamamos **zero** de uma função f todo valor de x em que $f(x) = 0$. Para determinar o zero de uma função Afim do tipo $f(x) = ax + b$, temos de obter o valor de x para qual $f(x) = 0$, ou seja, resolver a equação $ax + b = 0$ ” (Pataro e Balestri, 2018, p. 122).

Definição dos zeros de uma função Quadrática: “Obtemos os **zeros** de uma função Quadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$ resolvendo a equação $f(x) = 0$. De acordo com o discriminante (Δ) dessa equação, podemos ter:

- se $\Delta > 0$, então f tem dois zeros reais e diferentes. Nesse caso, a interseção do gráfico de f com o eixo x ocorre em dois pontos distintos.
- se $\Delta = 0$, então f tem dois zeros reais e iguais. Nesse caso, a interseção do gráfico de f com o eixo x ocorre em um único ponto.
- se $\Delta < 0$, então f não tem zeros reais. Nesse caso, não há interseção do gráfico de f com o eixo x ” (Pataro e Balestri, 2018, p. 134).

Lembre-se: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$



Professor, após a resolução da atividade, questione sobre as variações que podem acontecer com o discriminante Delta para sanar todas as dúvidas dos alunos.

Tarefas para serem realizadas:

- 1 - Construa o gráfico das seguintes funções no software Desmos:
 - a) $f(x) = 2x - 2$
 - b) $f(x) = 3x + 6$
 - c) $f(x) = 4x + 8$
 - d) $f(x) = x$
- 2 - Quais são as coordenadas dos pontos de interseção do gráfico das funções com o eixo x ?
- 3 - O que acontece com o valor de y , no ponto em que o gráfico intercepta o eixo x ?
- 4 - Os valores identificados no gráfico, significam o quê na função?
- 5 - Como é possível determinar essas coordenadas em cada função usando os coeficientes a e b ?
- 6 - Construa o gráfico das seguintes funções no software Desmos:
 - a) $f(x) = x^2 + x - 6$
 - b) $f(x) = x^2 - 2x + 1$
 - c) $f(x) = 2x^2 - x + 2$
 - d) $f(x) = x^2$
- 7 - Quais são as coordenadas dos pontos de interseção do gráfico das funções com o eixo x das funções?
- 8 - O que acontece com o valor de y , no ponto em que o gráfico intersecta o eixo x ?
- 9 - Os valores identificados no gráfico significam o quê da função?
- 10 - Como é possível determinar essas coordenadas em cada função? Existe uma fórmula que calcule isso? Diga qual é.
- 11 - É possível dizer (em uma função Quadrática), quantas raízes a função terá, a partir dos coeficientes da função? Explique sua forma de pensar.

Fonte: Dos autores (2024).

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Atividade 6 – Explorando a tarefa 6

Tarefa 6: Valor máximo e valor mínimo da função Quadrática.

Objetivo da tarefa: Determinar o valor de máximo e de mínimo por meio de análise gráfica.

Descrição da tarefa: Inicialmente os alunos podem ser conduzidos até o laboratório de informática, sendo organizados de forma individual ou em dupla. Em seguida, o professor distribui a atividade impressa e, usando o software Desmos, os alunos podem responder as perguntas que estão contempladas na atividade. Durante a atividade o professor pode observar as atitudes e eventuais dúvidas. Na sequência, pode ser feita a correção dessas atividades, com o auxílio de um notebook e um datashow, buscando discutir as soluções, assim como excluir possíveis dúvidas.

Definição do valor de máximo: “O vértice $V(Xv, Yv)$ é **ponto de máximo** da parábola quando sua concavidade é voltada para baixo, ou seja, quando o coeficiente a é menor do que zero. Dizemos ainda que Yv é o **valor máximo** da função Quadrática” (Pataro e Balestri, 2018, p. 139).

Definição do valor de mínimo: “Quando a concavidade da parábola é voltada para cima, ou seja, quando o coeficiente a é maior do que zero, o vértice é **ponto de mínimo** da parábola e Yv é o **valor mínimo** da função Quadrática” (Pataro e Balestri, 2018, p. 139).



Professor, após a resolução dessa atividade, auxilie o aluno a entender corretamente o que ocorre com os sinais dos coeficientes e a concavidade da função Quadrática!

Tarefas para serem realizadas:

1- Construa os gráficos das seguintes funções:

a) $f(x) = -x^2 + 6x$

b) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

c) $f(x) = x^2 - 6x + 4$

d) $f(x) = x^2$

2 - Qual dos gráficos têm ponto de máximo e quais têm ponto de mínimo?

3 - Ao variar o coeficiente a ($a > 0$ e $a < 0$) variando os sinais positivo e negativo, o que acontece com a parábola? Relacione isso com o ponto de máximo ou de mínimo.

Fonte: Dos autores (2024).

Atividade 7 – Explorando a tarefa 7

Tarefa 7: Resumo dos elementos que compõem as funções Afim e Quadrática.

Objetivo da tarefa: Sintetizar os elementos que regem as funções em um quadro.

Descrição da atividade: Após a correção de todas as atividades desenvolvidas até aqui, os alunos podem responder no laboratório de informática ou na sala de aula a última atividade. Durante a atividade, o professor pode sanar eventuais dúvidas dos alunos acompanhando-os. Na sequência, sugere-se realizar a correção dessas atividades, com o auxílio de um pincel, quadro branco e apagador, buscando discutir os resultados das perguntas, assim como esclarecer alguma dúvida que ainda permanecer.



Professor, a última atividade traz um quadro resumo de todos os elementos das funções Afim e Quadrática trabalhados nas atividades anteriores, auxilie seus alunos tirando algumas dúvidas que podem ter ficado para preencherem corretamente o quadro.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Tarefas para serem realizadas: Após a resolução de todas as atividades, escreva detalhadamente tudo o que conseguiu identificar, a respeito da função Afim e da função Quadrática, conforme o solicitado no quadro:

Função	Afim	Quadrática
Escrita algébrica		
Coefficientes		
Condições básicas de existência		
Concavidade		
Crescimento e decrescimento		
Zeros da função		
Vértice		
Interseção com o eixo X		
Interseção com o eixo Y		
Valor máximo e valor mínimo		
Desenho do gráfico		

Fonte: Dos autores (2024).

RESULTADOS OBTIDOS

Após explorar a Sequência Didática e analisar os dados oriundos dela, como parte da dissertação que deu origem a este Produto Educacional, frente aos objetivos propostos, pode-se afirmar que a utilização do software Desmos para a resolução dos conteúdos sobre funções Afim e Quadrática, em uma revisão de conteúdo, possibilitou a visualização dos gráficos das funções, promovendo o entendimento do efeito dos coeficientes, tanto na função Afim quanto na Quadrática.

Em vista disso, o software também auxiliou na compreensão do que representam o domínio, a imagem, o crescimento, valores mínimos ou máximos e os interceptos com os eixos

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

x e y . No entanto, para os alunos que participaram da intervenção, foi uma novidade, já que estavam acostumados a apenas realizar cálculos sem a visualização, ou seja, algebricamente e não graficamente.

E, neste sentido, foi notório que o uso do software Desmos possibilitou a visualização dos gráficos de forma rápida e com precisão, demonstrando que seu uso é eficaz, não tendo comparações ao realizar os desenhos dos gráficos de forma manual, com lápis e papel. Torna importante ressaltar que o uso das tecnologias, por si só, não garante que o aluno irá explorá-las de forma correta; ele precisa de orientações para se direcionar. Sobre o uso das tecnologias, Silva (2021, p. 18) afirma que:

[...] desempenham um papel fundamental e aponta que os recursos tecnológicos devem, gradativamente, estar presentes no cotidiano das escolas. Ainda assim, precisamos compreender que a inserção das tecnologias na educação deve ir além de utilizá-las apenas como meio ou suporte para promover aprendizagens ou despertar o interesse do estudante.

Além do exposto, convém evidenciar a tecnologia digital não só como processo facilitador, mas também considerar que nela e por meio dela, algumas práticas passam a ter mais significado. Nesse contexto, o crescimento e os avanços tecnológicos digitais vigentes na sociedade, bem como a disseminação e a utilização dos celulares, televisores, computadores, calculadoras modernas têm contribuído com o processo de ensino dos estudantes, em todos os níveis.

Cabe salientar que o uso das tecnologias digitais é atualmente necessário para que ocorra um ensino de qualidade. Mas exige que seja bem planejado e contribua com o processo de formação do conhecimento do aluno. É nesta vertente que se propôs a exploração do software Desmos no ensino de funções Afim e Quadrática.

Por fim, espera-se que as 7 atividades que compõem esta Sequência Didática, descritas neste Produto Educacional, possam contribuir, servindo de apoio para revisão nas aulas de matemática, e assim suprir algumas dúvidas existentes no que tange ao ensino geométrico e



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

algébrico de funções Afim e Quadrática. O software Desmos, por sua vez, pode auxiliar no entendimento dos elementos relacionados e estudados, pois por meio dele, é possível estabelecer relações entre a álgebra e a geometria, facilitando o entendimento das funções Afim e Quadrática.

REFERÊNCIAS

ABREU, J. D. **Aprendizagem móvel: explorando a matemática por meio de aplicativos educacionais em smartphones**. 2018. 233 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018.

EUZÉBIO, Julian da Silva. **Proposta de ensino de geometria analítica utilizando o Desmos**. 2018. 120f. Dissertação (Mestre em Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, PR, 2018. Disponível em:
[http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3833/1/PB_PROFMAT_M_Euz%
c3%a9bio%2c%20Julian%20da%20Silva_2018.pdf](http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3833/1/PB_PROFMAT_M_Euz%c3%a9bio%2c%20Julian%20da%20Silva_2018.pdf). Acesso em: 20 fev. 2024.

FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. **Revista Educação Matemática e Pesquisa**, [S.l.], v. 14, n. 1, p. 31-45, 2012.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de matemática elementar, 1: conjuntos, funções**. 9. ed. São Paulo, SP: Atual, 2013.

MORAN, José. **Contribuição das tecnologias para a transformação da educação**. [S.l.], 2018. Disponível em:
http://www2.eca.usp.br/moran/wpcontent/uploads/2018/08/Entrevista_Tecnologias_Moran_Com_Censo.pdf. Acesso em: 10 mai. 2024.

PAIVA, Manoel Rodrigues. **Matemática**. 2. ed. São Paulo, SP: Moderna, 2010.

PATARO, Patrícia M.; BALESTRI, Rodrigo. **Matemática essencial 9º ano: ensino fundamental, anos finais**. 1. ed. São Paulo, SP: Scipione, 2018.



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

SANTOS, V. A. *et al.* **O uso das ferramentas digitais no ensino remoto acadêmico: Desafios e oportunidades na perspectiva docente.** 2020. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2020/TRABALHO_EV140_MD1_SA19_ID3875_31082020225021.pdf. Acesso em: 02 abr. 2024.

SCREMIN, G. **O que $f'(x)$ nos diz sobre $f(x)$: uma abordagem com uso de tecnologia computacional.** 2019. 132 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, 2019.

SCREMIN, G.; QUARTIERI, M. T.; OLIVEIRA, E. C.; FELIX, J. L. P. O uso de tecnologia no ensino e na aprendizagem de Cálculo Diferencial. **Revista Docência do Ensino Superior**, Belo Horizonte, v. 8, n. 2, p. 119–139, 2018. DOI: 10.35699/2237-5864.2018.2444. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/rdes/article/view/2444>. Acesso em: 22 fev. 2024.

SILVA, Cícero Félix da. **Ensino aprendizagem de função Afim via exploração, resolução e proposição de problemas com o uso do aplicativo Desmos em contexto remoto.** 2021. 149f. Dissertação (Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB, 2022. Disponível em: <https://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/tede/4217/2/PDF%20-%20C%3%adcer%20F%3%a9lix%20da%20Silva.pdf>. Acesso em: 5 mar. 2024.

SOUSA, I. B.; LINS, I. M.; ABREU, J. D. **A utilização dos softwares Winplot e Geogebra na construção de gráficos de funções no ensino da Matemática.** In: IX EPBBEM – ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. [S.l.], 2016. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2016/TRABALHO_EV065_MD1_SA7_ID335_13102016203020.pdf. Acesso em: 15 mar. 2024.