

PRODUTO EDUCACIONAL

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA
PARA O ENSINO DE
DERIVADA POR MEIO DE
TAREFAS INVESTIGATIVAS
E METACOGNIÇÃO**

Carlos José Ferreira Soares

Marli Teresinha Quartieri

Susana Paula Graça Carreira

2024

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO
DE DERIVADA POR MEIO DE TAREFAS
INVESTIGATIVAS E METACOGNIÇÃO**

Carlos José Ferreira Soares

Marli Teresinha Quartieri

Susana Paula Graça Carreira



ÍNDICE



Contextualização 04



Objetivo 07



Detalhamento das atividades 08



Considerações finais 51



Referências 52

CONTEXTUALIZAÇÃO

O presente Produto Educacional é uma sequência didática sobre tarefas investigativas e metacognição no ensino de derivadas destinada a acadêmicos cursando a disciplina de Cálculo I em cursos de graduação.

A elaboração deste produto foi motivada pela problemática das dificuldades de aprendizagem da disciplina de Cálculo I que geralmente a maioria dos alunos apresentam. Desta forma, o objetivo da sequência didática será apresentar um roteiro guia da exploração de tarefas investigativas e metacognição para o ensino da derivada. Vale destacar que este Produto Educacional intitulado “sequência didática para o ensino de derivada por meio de tarefas investigativas e metacognição”, é oriundo de uma Tese (Tarefas investigativas e metacognição no estudo de derivada) do Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências Exata - PPGECE da Univates, foi testado e validado, podendo ser encontrado na página <https://www.univates.br/ppgece/producoes/producao-tecnica>.

O trabalho em sala de aula com tarefas investigativas instiga os alunos no processo de construção de conhecimentos matemáticos de forma autônoma (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019).

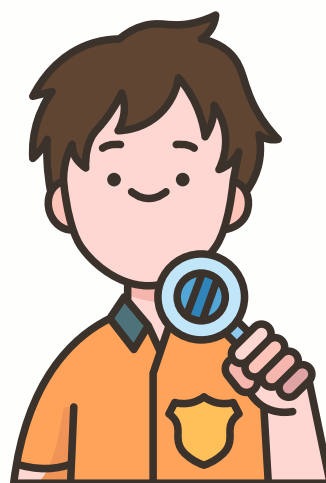
"A metacognição é entendida como a tomada de consciência do sujeito sobre seus conhecimentos, sobre seu modo de pensar, promovendo a regulação de suas ações" (Rosa, 2011, p. 30).



CONTEXTUALIZAÇÃO

O aluno ao explorar seu pensamento de forma metacognitiva desenvolve competências eficazes que o auxiliam na utilização de estratégias para aprender de acordo com suas necessidades e dificuldades de aprendizagem. Suas ações, quando são planejadas, monitoradas, reguladas e avaliadas; potencializam a otimização da sua habilidade de aprender.

As tarefas investigativas envolvem o desenvolvimento de atividades de investigação que instigam os alunos a construir conhecimentos matemáticos de forma autônoma. Baseia-se nas ações de formulação, teste e validação de conjecturas. O aluno é instigado a produzir argumentação matemática de suas respostas, ou seja, o trabalho em sala de aula com tarefas investigativas é importante para desenvolver o raciocínio matemático dos alunos.



A close-up photograph of a hand holding a piece of white chalk, writing on a dark chalkboard. The background shows faint, handwritten mathematical expressions, including $\tan y = \dots$ and $(+y)$.

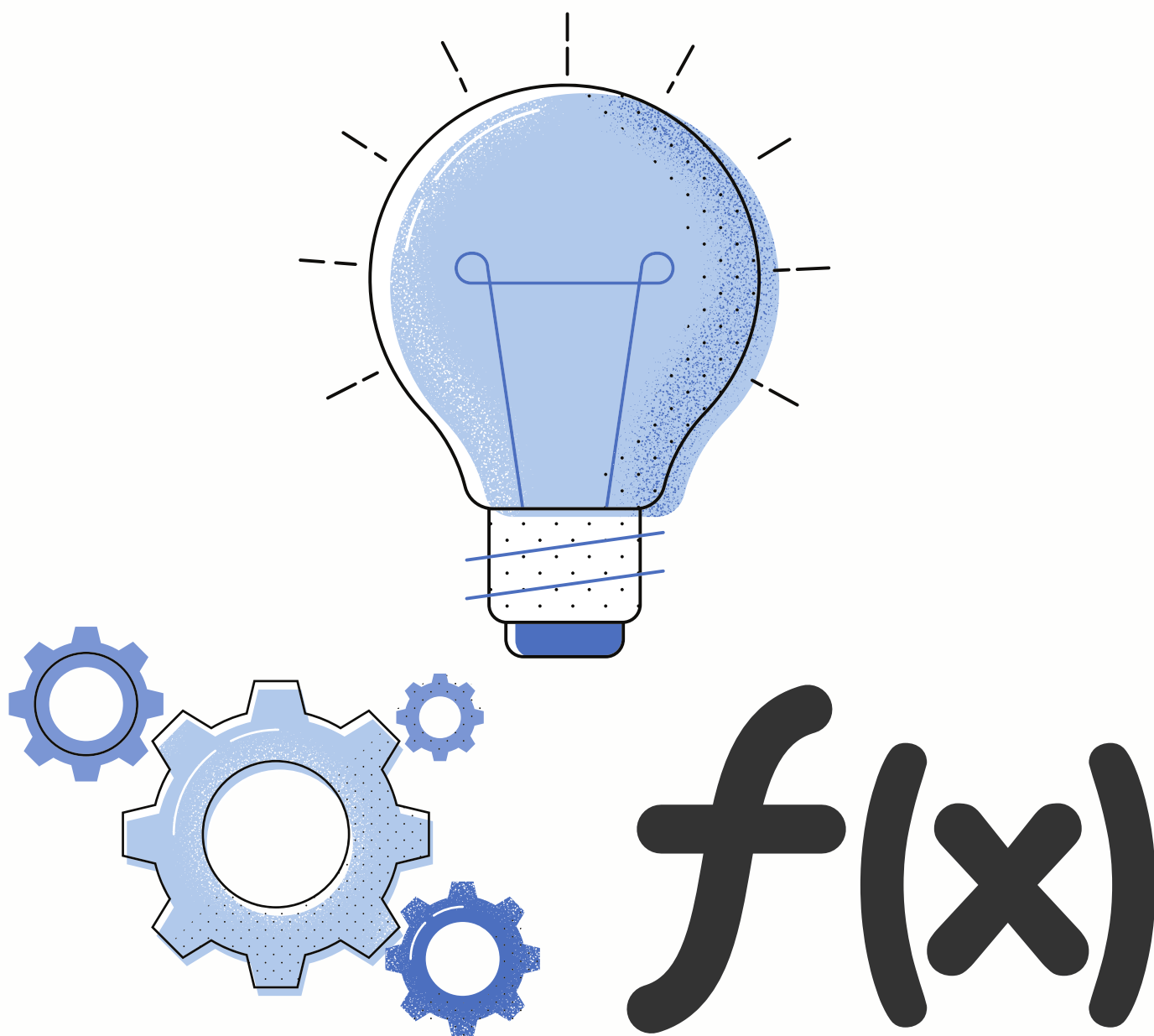
CONTEXTUALIZAÇÃO

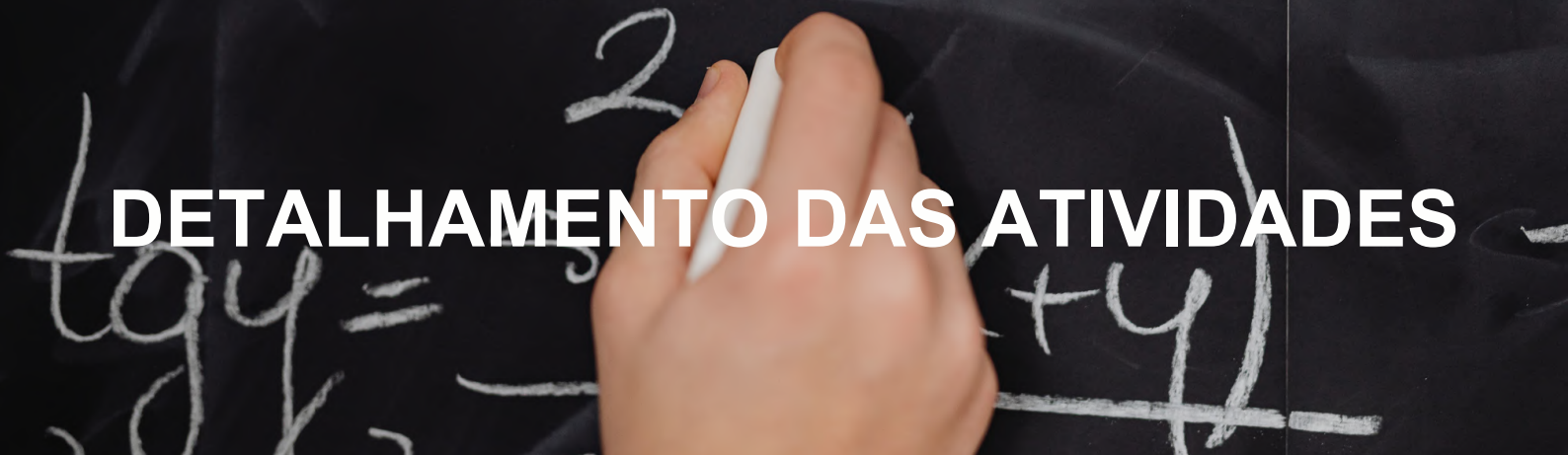
Em tarefas investigativas o professor tem o papel de mediador e os alunos devem assumir o protagonismo de sua aprendizagem com autonomia. Nesse sentido, acredita-se que a investigação matemática aliada à metacognição pode contribuir para os processos de ensino e de aprendizagem. Por isso, esse Produto Educacional apresenta tarefas investigativas com questões metacognitivas para o estudo de Cálculo Diferencial, explorando a definição de derivada e algumas aplicações.

Para tanto, são apresentadas tarefas investigativas aliadas com momentos que envolvem questões de metacognição durante o desenvolvimento das tarefas. Os questionamentos metacognitivos são importantes para instigar os alunos a refletirem sobre como fazer cada questão proposta no Produto Educacional, ou seja, realizar reflexões sobre quais estratégias mais adequadas para aprender melhor.

OBJETIVO

Socializar uma sequência didática, envolvendo tarefas investigativas e questões metacognitivas para o ensino de derivadas com discentes da Licenciatura em Matemática.



A hand holding a piece of white chalk is writing on a dark chalkboard. The background shows faint, partially visible mathematical equations, including $\lg y = -\frac{1}{2} \ln(x+y)$ and $\ln x = \dots$.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Este Produto Educacional é uma proposta de sequência didática programada para ser realizada durante 9 encontros com duração de 2h30min cada um, ou seja, 3 aulas de 50 minutos. A quantidade de encontros pode variar para mais ou menos dependendo da quantidade de exploração de tarefas investigativas. Este número de encontros corresponde a implementação de 8 tarefas. Esta sequência didática envolvendo a exploração do conceito de derivada foi planejada para ser desenvolvida na disciplina de Cálculo I de uma turma do Curso de Licenciatura em Matemática.

O **primeiro** encontro é o momento em que o professor apresenta aos acadêmicos a proposta, enfatizando os significados de investigação matemática e metacognição. Neste encontro devem ser apresentados aos alunos os procedimentos que deverão ser adotados para o desenvolvimento da sequência didática.

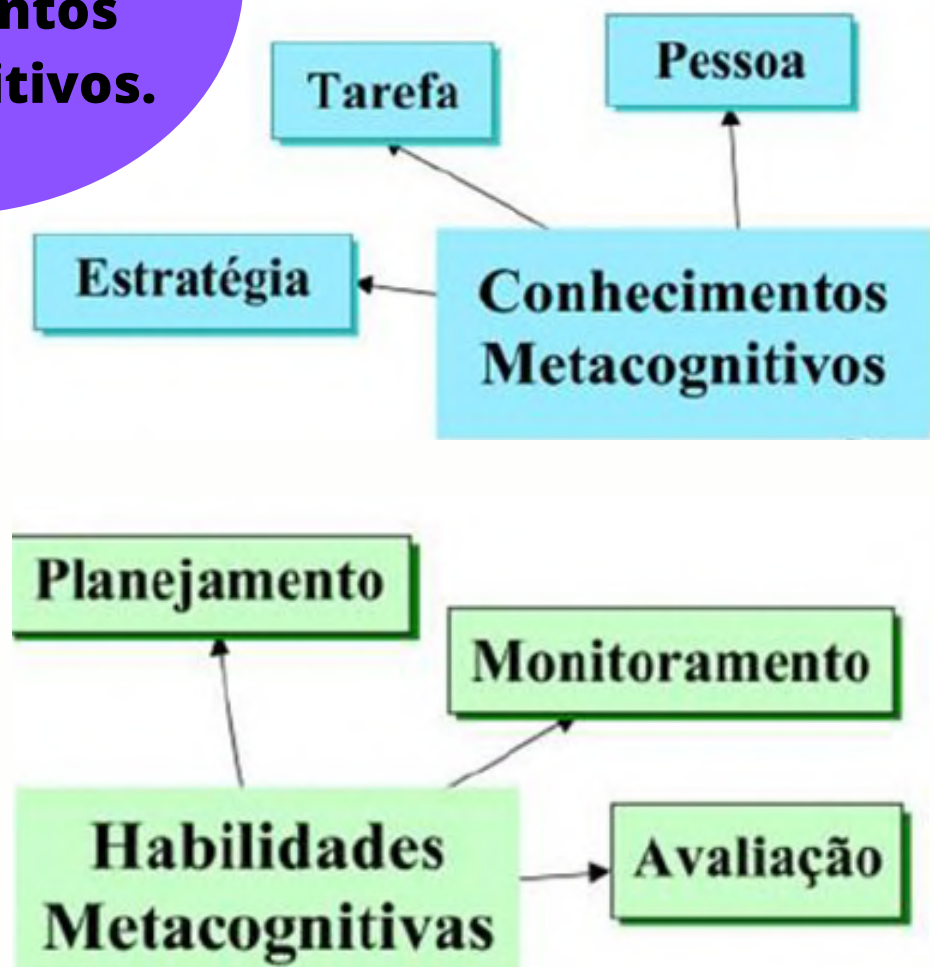
A partir do **segundo** encontro até o **nono** devem ser desenvolvidas 8 tarefas investigativas, sendo uma em cada encontro. Estas tarefas foram organizadas a partir da relação entre tarefas investigativas e metacognição, ou seja, sua realização é orientada por questionários metacognitivos elaborados a partir dos indicadores dos elementos metacognitivos.

As três primeiras tarefas serão desenvolvidas para explorar o conceito de derivada e deverão ser realizadas em três momentos, e em cada momento será aplicado um questionário metacognitivo, conforme já foi destacado. As tarefas 4 e 5 serão aplicadas para os alunos ampliarem os conceitos de derivada.

A sexta tarefa aborda a exploração de retas tangentes e o comportamento da derivada ao longo de uma curva, também devem ser explorados os questionários metacognitivos. Depois serão realizadas mais 2 tarefas (7 e 8) sobre aplicação de derivada para oportunizar aos alunos a exploração dos conceitos construídos.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

**Agora vamos
falar sobre
os elementos
metacognitivos.**



Rosa et al (2020, p. 717).

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Professor!
Aqui estão destacadas as
características dos elementos
metacognitivos.



Pessoa	O estudante identifica características pessoais. Reconhece o conteúdo ou parte dele e relaciona-o com conhecimentos anteriores.
Tarefa	O estudante explora os pensamentos para realizar reflexões sobre a tarefa. Identifica o tipo de atividade que está sendo desenvolvida.
Estratégia	A identificação pelo estudante dos caminhos para aprender, justificando a escolha. Analisa o modo de execução da atividade.
Planificação	O estudante organiza o material para a realização da tarefa. Elabora um plano de ação e distribui as atividades para alcançar os objetivos.
Monitoração	O aluno revisa os conhecimentos durante a construção de novos, avaliando o caminho adotado. Compara a ação em execução com o objetivo almejado.
Avaliação	O aluno realiza a avaliação do seu processo de aprendizagem.

(Rosa, 2014)

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES



Olha!
As tarefas investigativas são
pensadas a partir de
momentos e fases.



DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Investigação matemática é uma metodologia de ensino e aprendizagem que tem por foco a construção autônoma de conhecimentos por meio da exploração de tarefas investigativas que instigam os alunos a investigar regularidades matemáticas relacionadas com a proposta em estudo.

1

Introdução da tarefa de forma oral ou impressa.

2

Realização da investigação, de forma individual, em pequenos grupos ou com toda a turma.

3

Discussão dos resultados, os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

**Olha professor!
Dicas para desenvolver em
sala de aula tarefas
investigativas.**

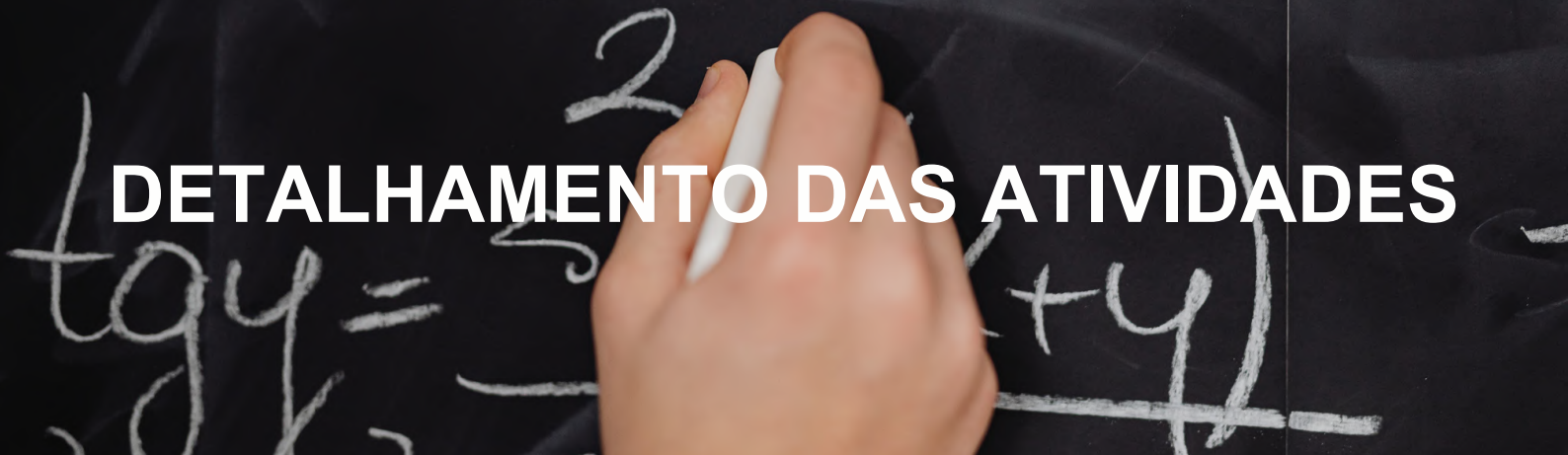


(Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019)

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Agora que já conhecemos o que é investigação matemática e metacognição, vamos para as tarefas.



A hand holding a piece of white chalk is shown writing on a dark chalkboard. The background is filled with faint, handwritten mathematical expressions in white chalk, including $\lg y = 5$, $(+y)$, and 2 .

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Para o desenvolvimento das tarefas, a turma deve ser dividida em pequenos grupos de 3 ou 4 alunos. Cada tarefa deve ser realizada mediante a observação de três momentos, denominados de momentos investigativos e metacognitivos. O primeiro é a introdução da tarefa, o segundo é a realização da tarefa e o monitoramento, o terceiro é o momento da justificação e avaliação dos resultados do trabalho realizado.

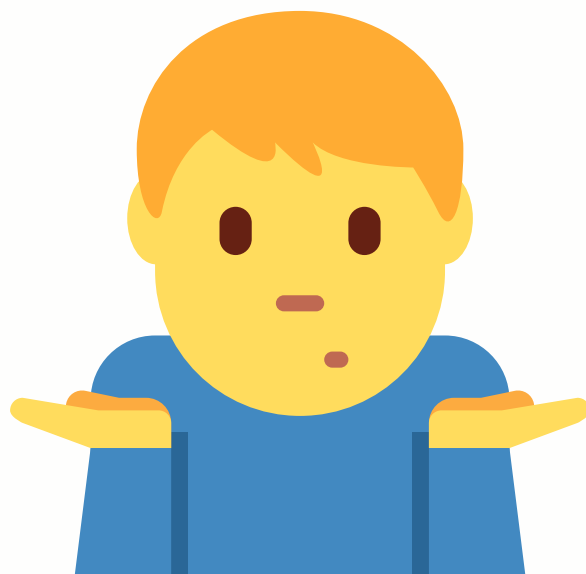
O **primeiro momento** se refere à introdução da tarefa, quando o professor depois de planejar suas ações pautadas em objetivos específicos de aprendizagem que almeja atingir com a tarefa proposta, apresenta a tarefa aos alunos de forma escrita para a realização do trabalho de investigação em pequenos grupos, norteadas pelos questionamentos metacognitivos.

O **segundo momento** corresponde à realização e monitoramento da tarefa em que os alunos de fato iniciam o desenvolvimento de investigação após as reflexões feitas sobre os questionamentos metacognitivos do momento anterior. Os alunos em pequenos grupos deverão selecionar estratégias para formular, testar e validar conjecturas, sendo monitoradas durante a realização desta etapa.

O **terceiro momento** é caracterizado pela justificação e avaliação da realização da tarefa investigativa e dos resultados construídos. Nesse momento, os resultados são apresentados e discutidos com toda a turma e os grupos destacam como o trabalho foi realizado.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Mas afinal de contas, o que o professor deve fazer em cada momento?



DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Orientações para o professor

1

Primeiro momento

- Dividir a turma em pequenos grupos de 3 a 4 alunos;
- Apresentar a tarefa e entregar uma cópia para cada aluno;
- Entregar o primeiro questionário metacognitivo impresso para cada aluno;
- Solicitar que todos os alunos realizem uma leitura reflexiva da tarefa e antes de começar o processo de investigação em grupo devem responder o questionário;
- Orientar que cada aluno deve responder o primeiro questionário metacognitivo de forma individual.

Após os alunos responderem o questionário, o professor deve orientá-los para a realização do segundo momento.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES



Segundo momento

- Solicitar aos alunos, que em grupo iniciem os trabalhos de investigação para formular, testar e validar conjecturas, trazendo para a discussão as respostas de cada um do primeiro questionário metacognitivo;
- Destacar que a discussão em grupo das respostas do primeiro questionário metacognitivo é importante para refletirem sobre estratégias que poderão utilizar para alcançar os objetivos da tarefa;
- Observar se todos os grupos estão trabalhando, debatendo e construindo respostas sobre a tarefa. Caso contrário, deve se aproximar do grupo e instigar os alunos com questionamentos para que as investigações sejam realizadas;
- Participar o tempo todo durante a realização da tarefa, instigando os alunos;
- Enfatizar aos alunos, que devem descrever de forma detalhada suas conclusões;
- Entregar o segundo questionário metacognitivo após os alunos concluírem os trabalhos de investigação e orientar os alunos que esse questionário deve ser respondido de forma individual.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

3

Terceiro momento

- Organizar a turma para o momento das apresentações e discussões dos resultados;
- Explicar que cada grupo deve apresentar os resultados produzidos, destacando como o trabalho foi realizado;
- Instigar o debate para que as conjecturas formuladas, testadas e validadas pelos grupos sejam submetidas para a análise de outros grupos;
- Destacar que essa discussão é importante para o compartilhamento, justificção e avaliação das respostas e do trabalho realizado por cada grupo;
- Entregar o terceiro questionário metacognitivo para cada aluno após as apresentações e discussões, e solicitar que seja respondido individualmente.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Atenção professor!

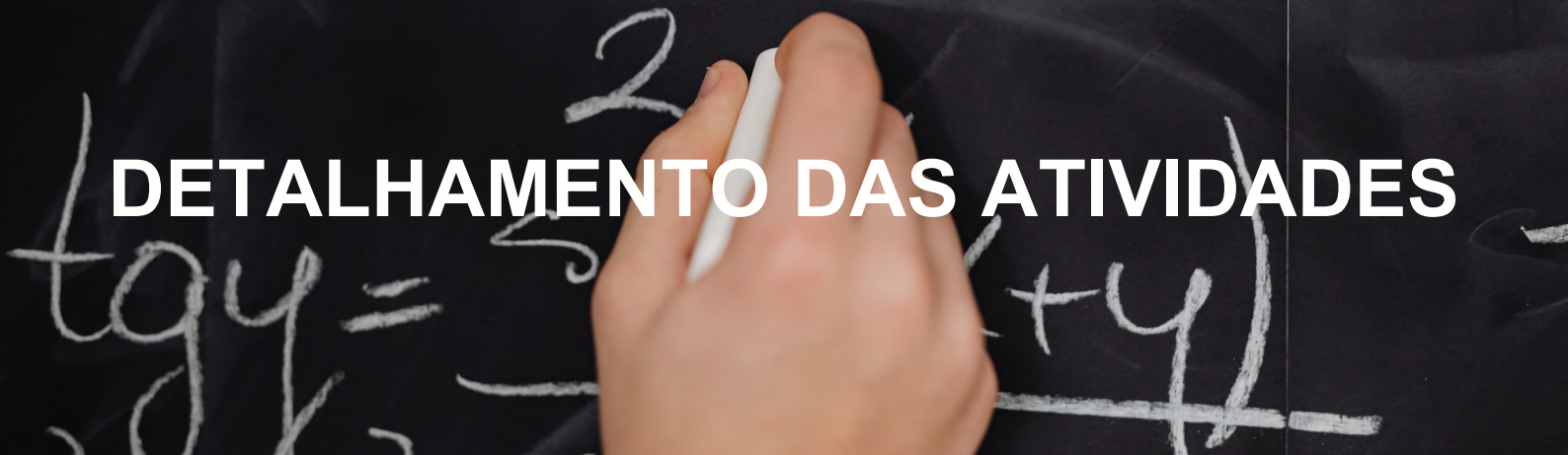
São 3 questionários metacognitivos que devem ser entregue impressos para cada aluno, um em cada momento.

Esses questionários serão aplicados nas três primeiras e na sexta tarefa.

As outras 4 tarefas serão de aplicações para os alunos explorarem os conceitos construídos.

Agora vamos conhecer os questionários.

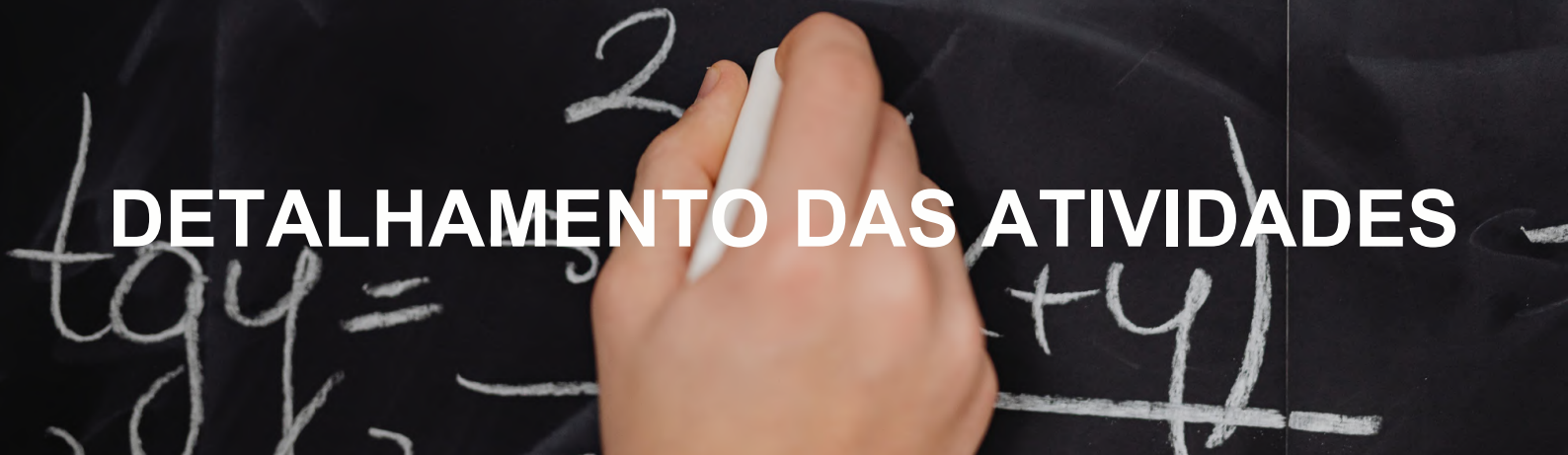


A close-up photograph of a hand holding a piece of white chalk, writing on a dark chalkboard. The chalkboard has some faint, partially visible mathematical expressions, including $\lg y = \frac{2}{5}(\dots + y)$.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

PRIMEIRO QUESTIONÁRIO METACOGNITIVO

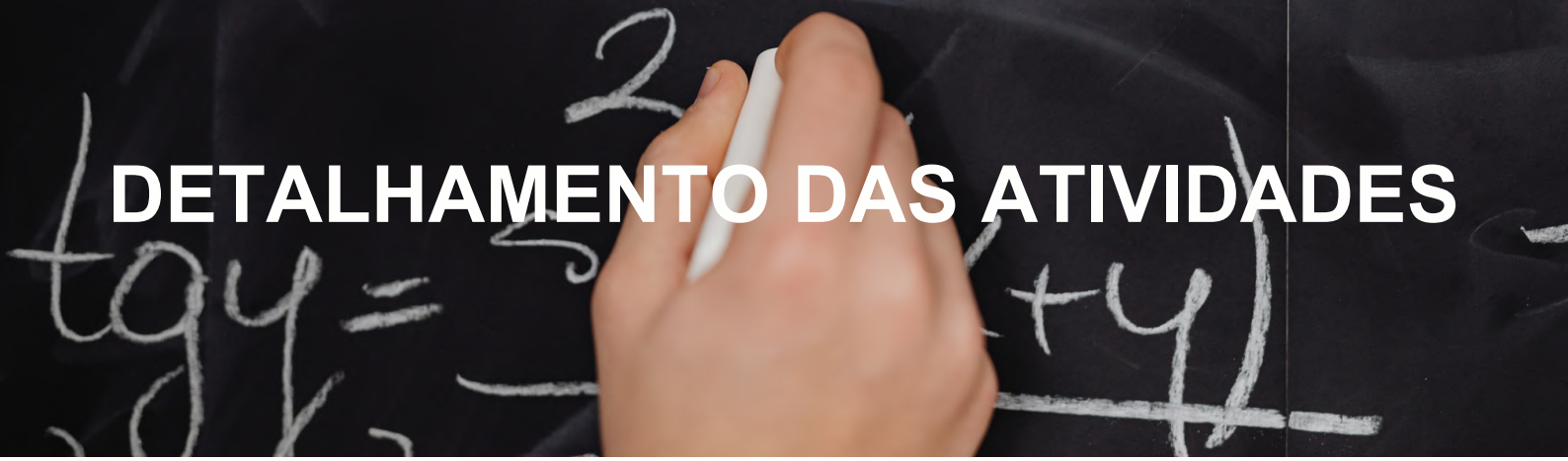
1. Reconhece algum conteúdo na tarefa proposta? Consegue relacioná-lo com conhecimentos anteriores? Descreva.
2. Entendeu como realizar a tarefa? Justifique.
3. Reconhece informações necessárias para a realização da atividade? Explique.
4. Que estratégias foram pensadas para a realização da tarefa? Comente.

A close-up photograph of a hand holding a white chalk, writing on a dark chalkboard. The background shows faint, handwritten mathematical expressions, including $\lg y = -5$ and $(+y)$.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

SEGUNDO QUESTIONÁRIO METACOGNITIVO

1. Quais as estratégias que foram discutidas e aplicadas nesta tarefa? Como foram formuladas as conjecturas? Elas foram testadas e validadas? Justifique.
2. Como foi o planejamento de suas ações e do grupo para a realização da tarefa? Explique.
3. Como foi a execução da atividade de acordo com os objetivos traçados? Como os resultados foram registrados? Descreva.
4. Houve necessidade de revisar alguma estratégia? Justifique.

A hand holding a white chalk marker is writing on a dark chalkboard. The background shows faint chalk markings, including the number '2' at the top, the equation $\lg y = \dots$ on the left, and a large expression $(\dots + y)$ on the right.

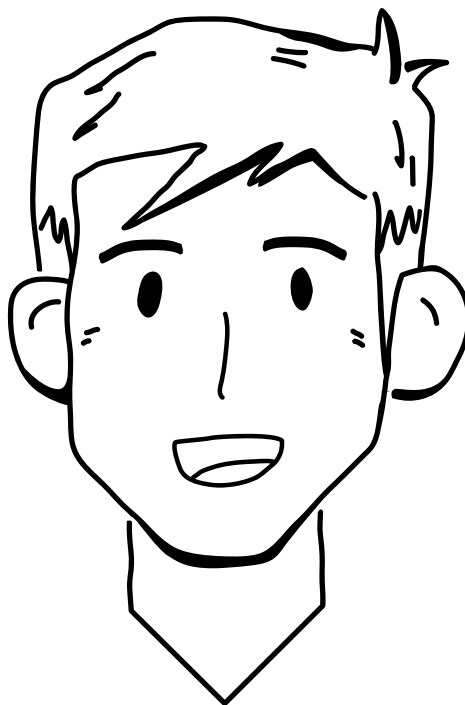
DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

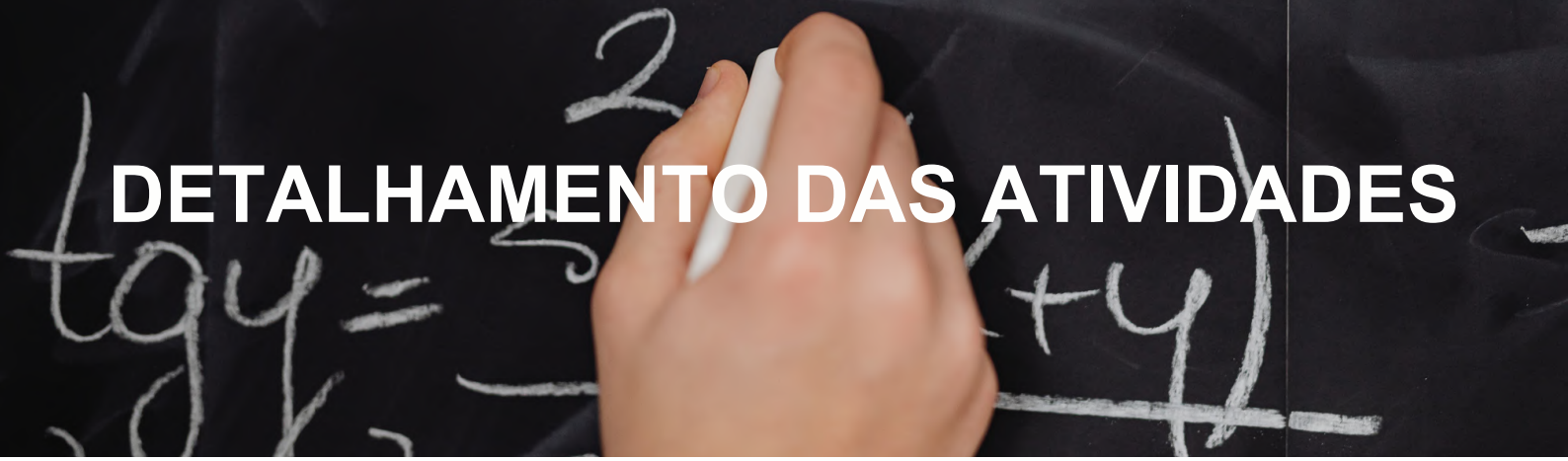
TERCEIRO QUESTIONÁRIO METACOGNITIVO

1. Quais os procedimentos e recursos explorados para construir os resultados? Todos funcionaram? Justifique.
2. Você considera que o trabalho desenvolvido em pequenos grupos potencializa a aprendizagem? Justifique a sua resposta.
3. Como foi sua participação durante a realização desta tarefa? O que realizou? Como realizou?
4. O que você aprendeu? Descreva de forma detalhada.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Professor!
Agora chegou o momento
de apresentar as tarefas
investigativas.



A close-up photograph of a hand holding a white piece of chalk, writing on a dark chalkboard. The chalkboard has some faint, partially visible mathematical expressions, including $\lg y = 5$ and $(+y)$.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Objetivos da tarefa investigativa 1

- Encontrar relações matemáticas e justificá-las;
- Descrever como ocorreu a variação da massa em relação ao tempo na tarefa em questão;
- Calcular a taxa de variação média nos intervalos distintos e descrever suas conclusões;
- Descrever de forma detalhada as estratégias exploradas para a realização da tarefa destacando o processo de aprendizagem.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 1

Uma determinada pessoa diagnosticada com diabetes desde a infância foi acompanhada por um nutricionista desde os 5 anos até os 70 anos. A cada 5 anos foi registrado a sua massa conforme está organizado no quadro abaixo:

Idade (ano)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
Massa (kg)	18,9	34	54,1	65	79	75,2	78,6	82,6	74,2	72	69,3	67	69,8	72

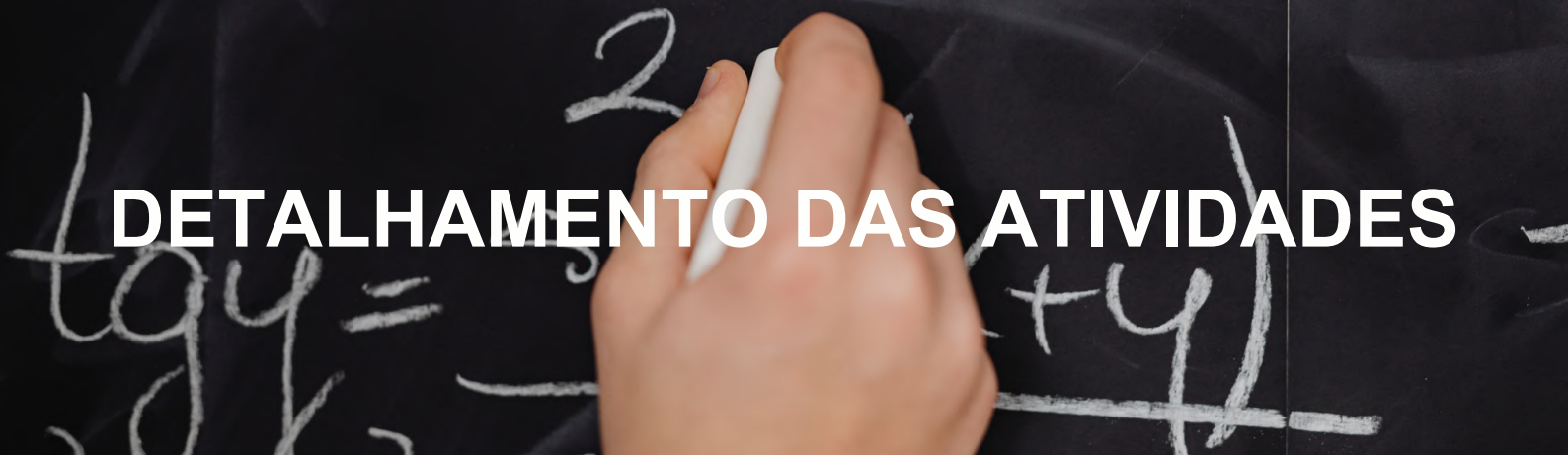
- 1) Descreva de uma forma tão completa quanto possível como ocorreu a variação da massa dessa pessoa ao longo dos anos.
- 2) Comente a seguinte afirmação “no período entre 50 a 70 anos não ocorreu variação da massa dessa pessoa”.
- 3) Qual terá sido a massa dessa pessoa aos 22 anos? Justifique.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Atenção professor(a)!

Após entregar a tarefa impressa aos grupos, instigue os alunos a realizarem as investigações para formular, testar e validar conjecturas fazendo perguntas. Por exemplo: Encontraram alguma relação matemática? Justificaram?



A close-up photograph of a hand holding a piece of white chalk, writing on a dark chalkboard. The background shows faint, handwritten mathematical expressions, including $\lg y = -5$ and $(+y)$.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Objetivos da tarefa investigativa 2

- Investigar relações matemáticas relacionadas com a tarefa proposta;
- Destacar as dificuldades de aprendizagem enfrentadas durante a realização da tarefa.
- Compreender que a velocidade instantânea é a derivada;
- Descrever de forma detalhada as estratégias exploradas para a realização da tarefa, destacando o processo de aprendizagem.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 2

Vamos supor que um determinado objeto que estava em repouso cai de uma determinada altura. Os valores do quadro abaixo ilustram o percurso do objeto em instantes diferentes.

t (segundos)	0	1	2	3	4	5
S (metros)	0	5	20	45	80	125

- 1) Investigue regularidades existentes no quadro e justifique suas conclusões.
- 2) O que se pode dizer sobre a velocidade do objeto ao longo do tempo? Justifique.
- 3) Comente essa afirmação. O objeto possui uma velocidade de 50m/s no instante $t = 5$ segundos.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Professor(a)!

Durante a realização da tarefa, se perceber que algum grupo não está conseguindo avançar, se aproxime do grupo e faça perguntas para aguçar as ideias dos alunos. Tais como:

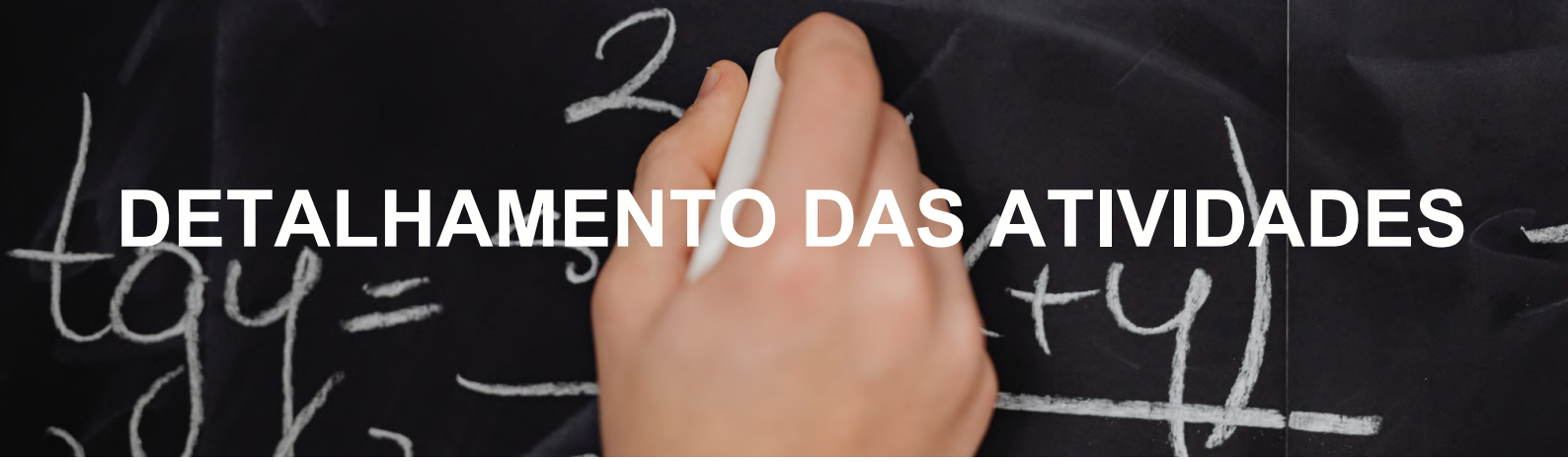
Compreenderam como realizar a tarefa?

Já pensaram em alguma estratégia para realizá-la?

Reconheceram algum conteúdo relacionado com a tarefa?

Será que está relacionada com alguma função?



A hand holding a white chalk marker is writing on a dark chalkboard. The background shows faint chalk markings, including the number '2' at the top and some algebraic expressions like 'tg y = ...' and '(+y)' on the left and right respectively.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Objetivos da tarefa investigativa 3

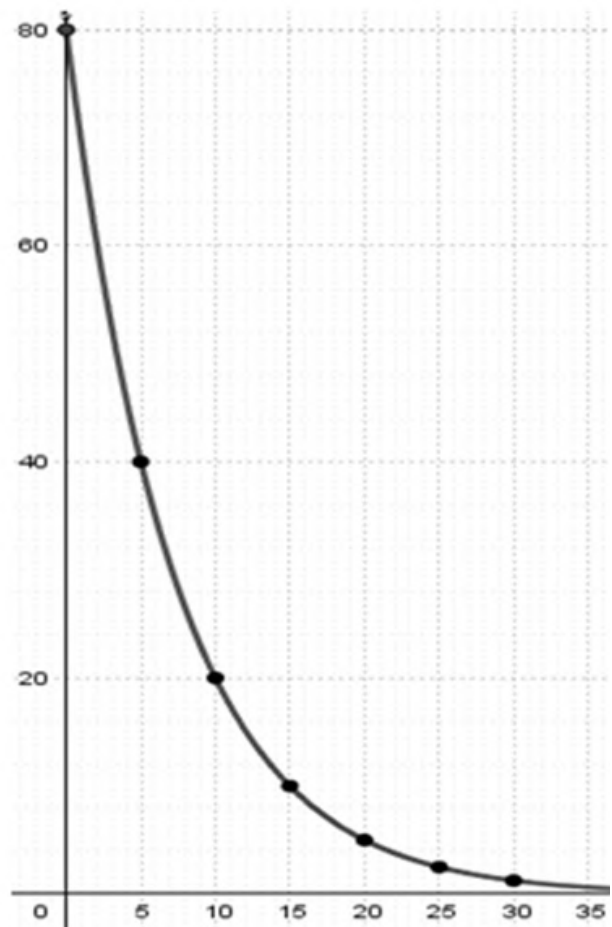
- Encontrar regularidades matemáticas e justificá-las;
- Descrever a variação da velocidade do arrefecimento da água ao longo do tempo;
- Compreender que a variação da velocidade em determinado instante pode ser estimada utilizando a reta tangente em qualquer instante.

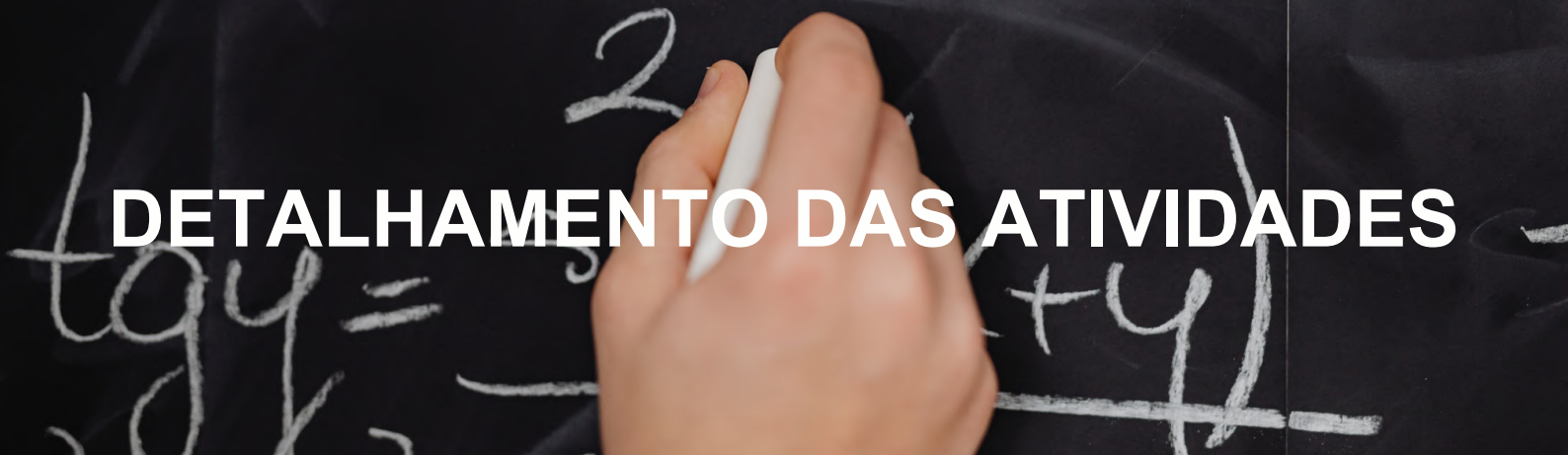
DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 3

Se observarmos o resfriamento de um certo volume de água a 80°C quando colocado num ambiente com uma temperatura constante de 0°C , por exemplo, notaremos que a temperatura desce como se mostra no quadro e no gráfico seguintes:

Tempo t (min)	Temperatura T ($^{\circ}\text{C}$)
0	80
5	40
10	20
15	10
20	5
25	2,5
30	1,25



A hand holding a white chalk marker is writing on a dark chalkboard. The background shows faint chalk markings, including the number '2' at the top and some algebraic expressions like 'tgy = -5' and '(+4)' on the left and right respectively.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 3

- 1) A velocidade do resfriamento da água é constante, ao longo do tempo? Justifique.
- 2) Descreva como varia a velocidade de resfriamento ao longo do tempo.
- 3) Esboce um gráfico que mostre a velocidade do resfriamento com o tempo.
- 4) Proponha uma forma de encontrar a velocidade de resfriamento da água ao fim de 10 minutos. Comente.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Atenção professor(a)!

Como nas atividades anteriores, se aproxime de cada grupo e faça questionamentos sobre a tarefa. Já encontraram alguma regularidade matemática na tarefa?

Já testaram? É válida? Por quê?

Será que a velocidade do resfriamento da água pode ser estimada em determinado instante?

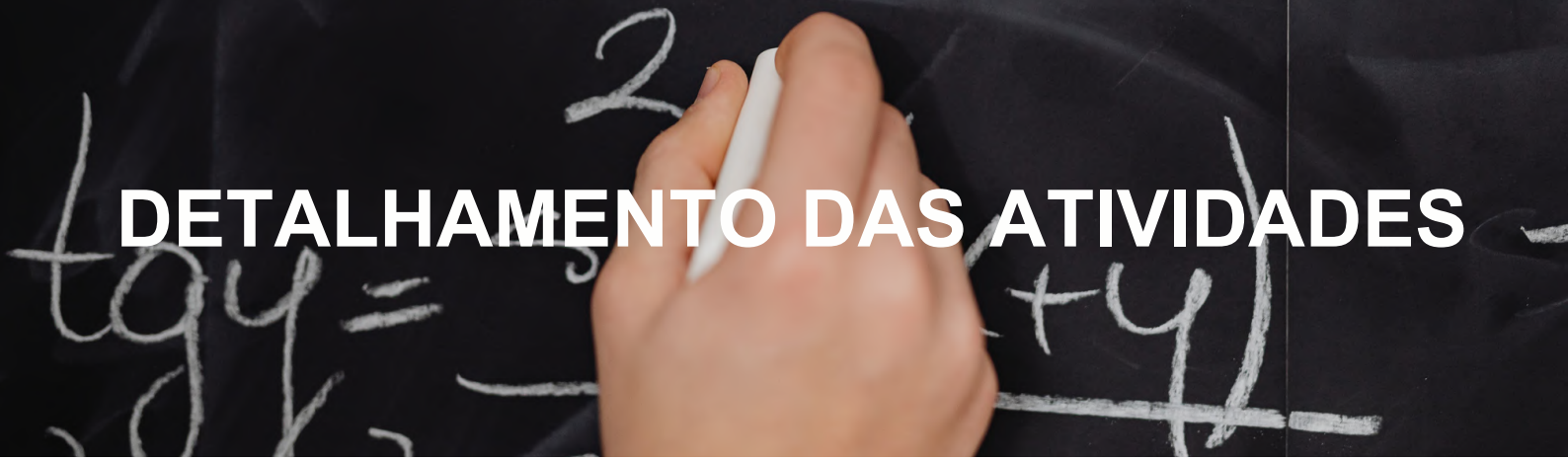
Reflitam sobre isso.



DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Dica importante professor!
Após o desenvolvimento das três primeiras tarefas, apresente para a turma a definição formal de derivada e suas propriedades. Depois aplique as outras tarefas.



A close-up photograph of a hand holding a piece of white chalk, writing on a dark chalkboard. The background shows faint, handwritten mathematical expressions, including $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{3}x + 4$ and a large number '2' at the top.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Objetivos da tarefa investigativa 4

- Encontrar e justificar relações matemáticas;
- Compreender o conceito de derivada como uma taxa de variação e velocidade instantânea;
- Estabelecer a relação entre a função velocidade e a função posição;
- Descrever de forma detalhada as estratégias utilizadas para a realização da tarefa.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 4

A posição de um corpo dado em função do tempo em metros está organizada conforme o quadro abaixo:

Segundos (s)	0	1	3	6	10	15	21
Posição (m)	5	9	17	29	45	65	89

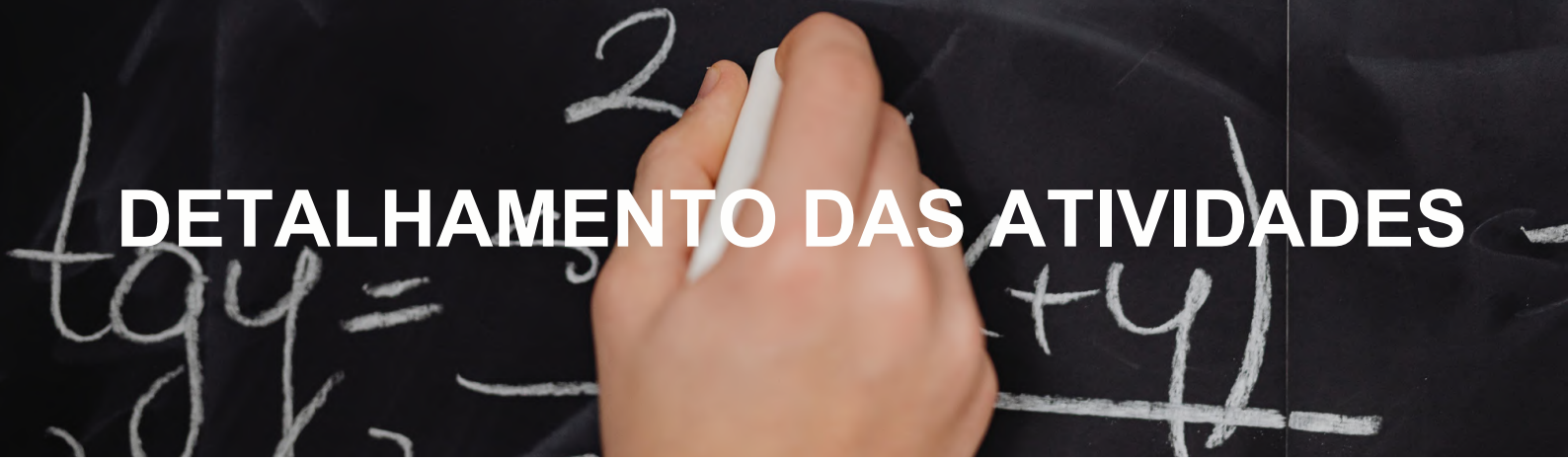
- 1) Procure descobrir as relações entre os números. Justifique suas conclusões.
- 2) Consegue encontrar a posição do objeto ao fim de 13 segundos? Justifique.
- 3) Investigue a velocidade média em cada intervalo e descreva suas conclusões.
- 4) Qual será a velocidade do corpo exatamente no instante 17 segundos? Justifique.
- 5) Como definir a velocidade do corpo para qualquer instante? Explique o raciocínio.
- 6) Qual a relação entre a função velocidade e função posição? Justifique.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Não esqueça professor(a)!

Durante a realização da tarefa fique observando se cada grupo está conseguindo fazer suas investigações. Então, caminhe pela sala de aula e acompanhe os grupos e quando necessário faça pergunta para instigar os pensamentos dos alunos. É muito importante o professor não dar respostas aos alunos e sempre fazer questionamentos para desafiá-los a refletir sobre situações matemáticas que podem explorar para resolver a tarefa.



A close-up photograph of a hand holding a piece of white chalk, writing on a dark chalkboard. The background shows faint, handwritten mathematical expressions, including $\tan y = -3$ and $(+y)$.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

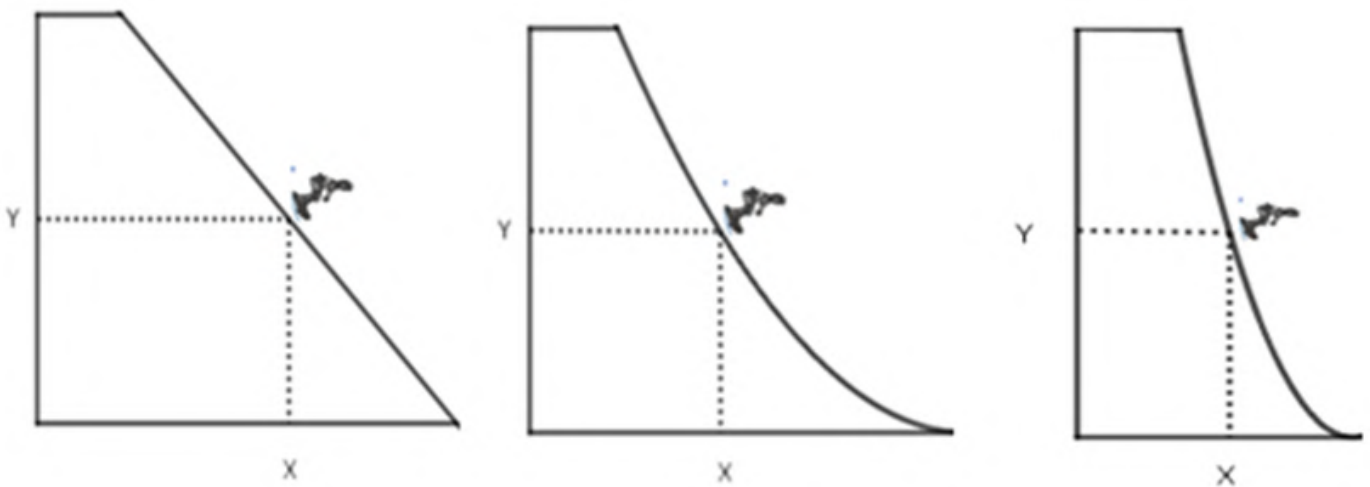
Objetivos da tarefa investigativa 5

- Explorar retas tangentes enfatizando o significado de suas inclinações no ponto em destaque;
- Compreender que quanto maior a inclinação da reta tangente em determinado ponto, maior a velocidade;
- Descrever de forma detalhada as estratégias utilizadas para a realização da tarefa.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 5

Na figura seguinte estão esquematizados esboços de rampas de skate. Qual delas a velocidade é maior no ponto em destaque? Justifique.



DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

É hora de fazer perguntas professor(a)!
Já pensaram alguma estratégia para descobrir em qual rampa o skatista apresenta maior velocidade no ponto destacado?
Será que esta tarefa pode ser relacionada com a derivada?
Atenção professor(a): as perguntas não são direcionadas para toda a turma. Apenas para os grupos que apresentarem dificuldades para formular, testar e validar conjecturas.

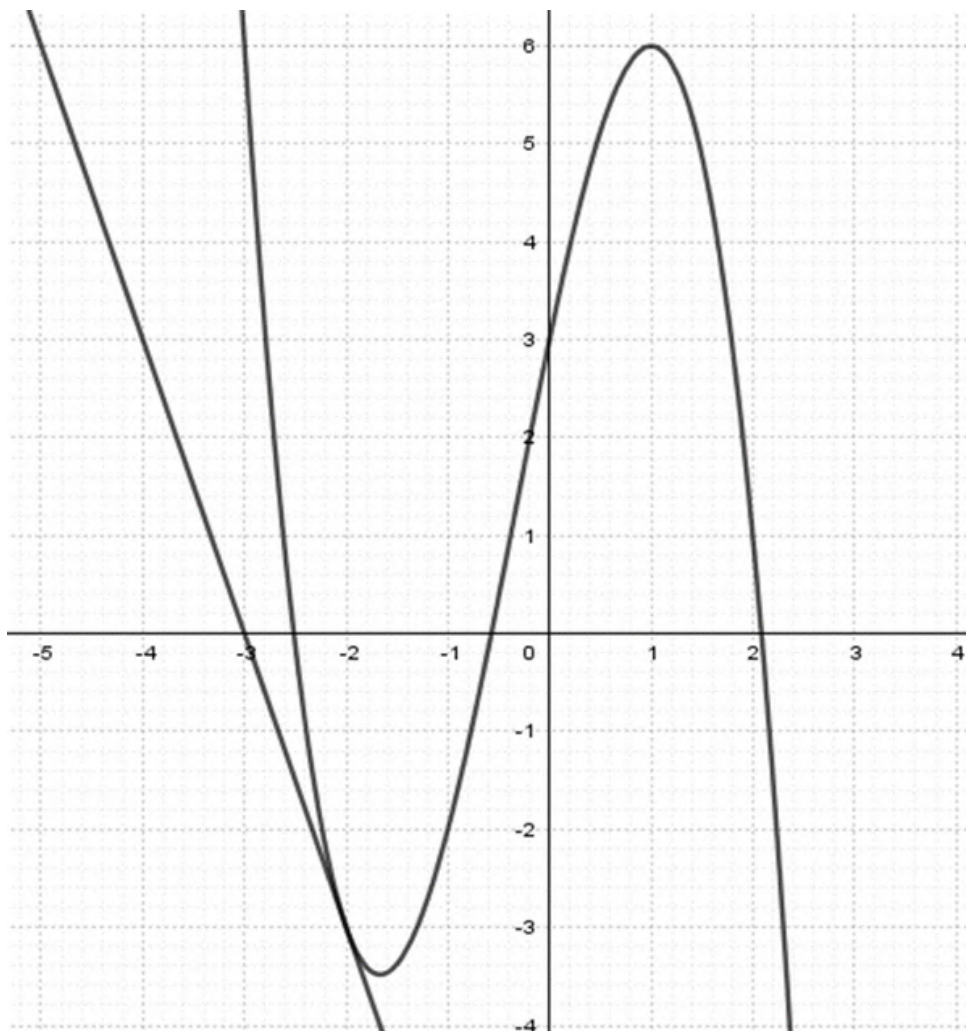


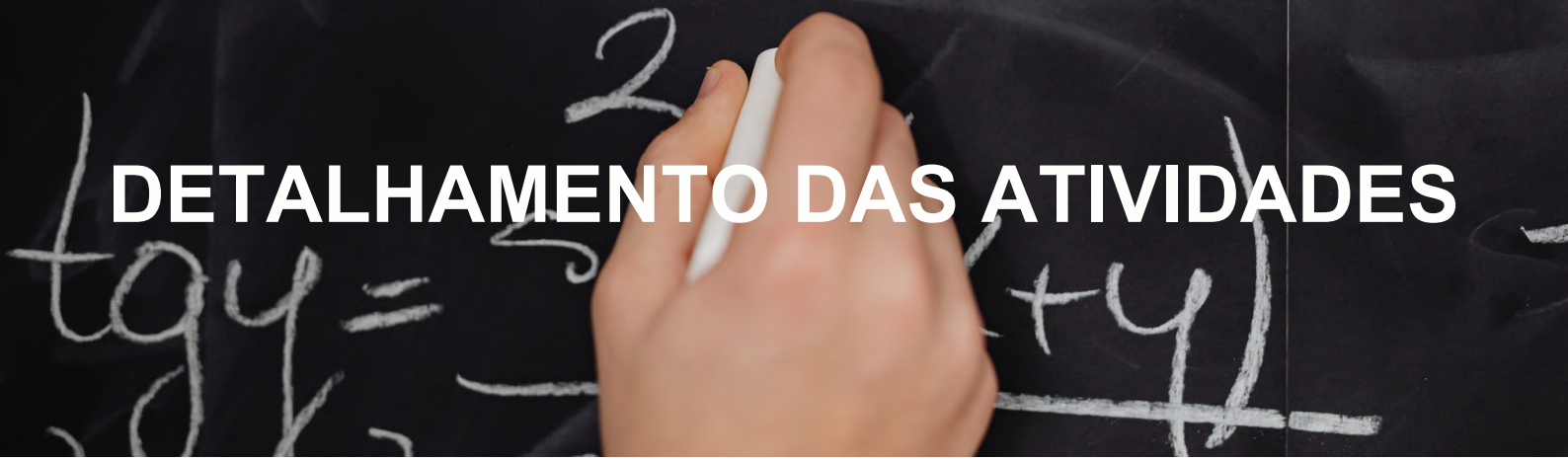
DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 6

Investigue os itens destacados abaixo:

1) Consegue fazer uma estimativa para os valores de $f'(-2)$, $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(2)$ no gráfico seguinte? Justifique.



A hand holding a white marker is writing on a dark chalkboard. The background shows some faint, partially written mathematical expressions like $\lg y = 5$ and $(+y)$.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

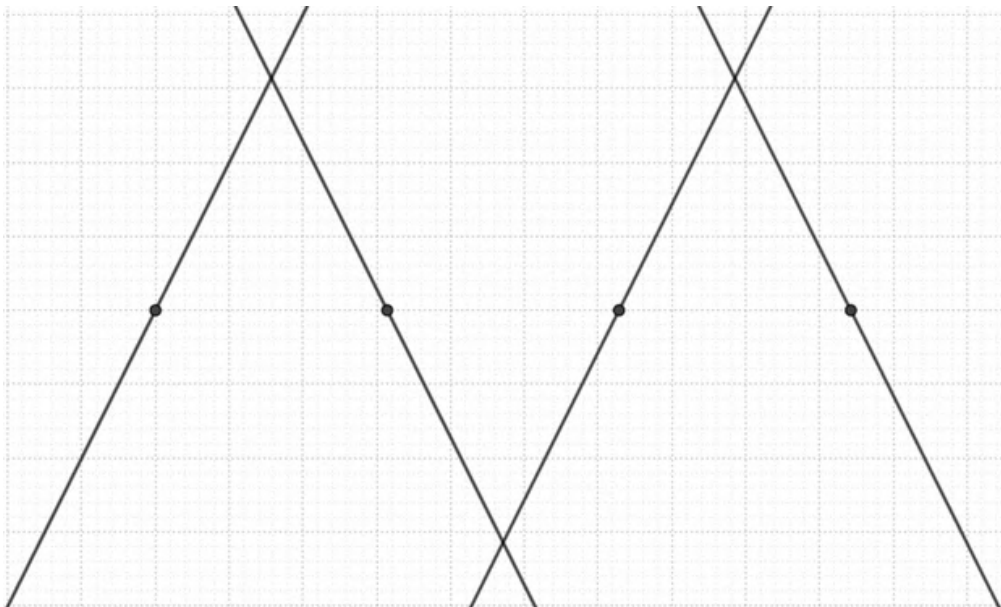
Objetivos da tarefa investigativa 6

- Estimar valores da derivada em pontos específicos;
- Compreender o comportamento da derivada antes e depois do ponto de extremo;
- Destacar o significado da derivada nos pontos apresentados;
- Descrever de forma detalhada as estratégias utilizadas para a realização da tarefa.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 6

2) A figura a seguir apresenta retas tangentes traçadas por alguns pontos de uma função cujo gráfico está oculto (escondido no Geogebra). Explique o comportamento da derivada nestes pontos.



DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Atenção professor(a)!

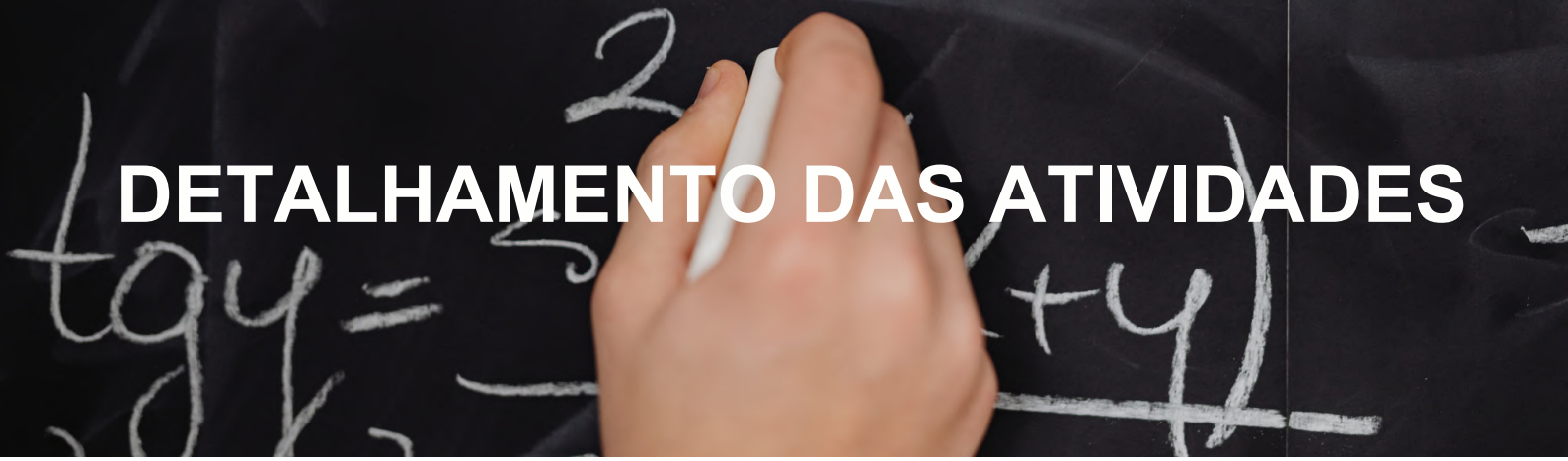
Se necessário questione os grupos de alunos:

Elaboraram um plano para a realização desta tarefa, destacando atribuição para cada membro do grupo?

Pensaram em alguma estratégia para estimar os valores das derivadas nos pontos solicitados?

Já discutiram sobre como irão proceder para explicar o comportamento da derivada antes e depois dos pontos?

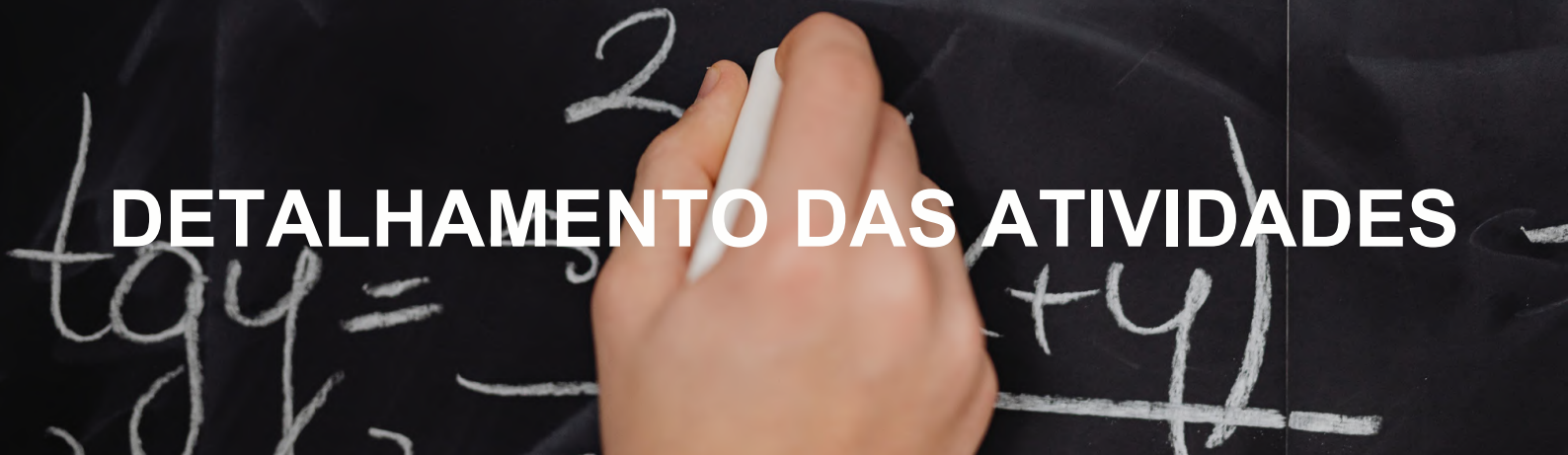


A close-up photograph of a hand holding a piece of white chalk, writing on a dark chalkboard. The chalkboard has some faint, partially visible mathematical expressions, including $\lg y = \dots$ and $(+y)$.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Objetivos da tarefa investigativa 7

- Investigar relações matemáticas relacionadas com a tarefa proposta;
- Resolver problemas de otimização por meio de derivada;
- Descrever de forma detalhada as estratégias exploradas para a realização da tarefa, destacando o processo de aprendizagem.

A hand holding a white marker is writing on a dark chalkboard. The background shows faint chalk markings, including the number '2' at the top and some algebraic expressions like 'tgy = -5' and '(+y)' on the left and right respectively.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 7

Na comunidade ribeirinha “Onça-pintada” os moradores estão sofrendo com a falta de água encanada. O presidente da comunidade está buscando doações para construir um tanque e já conseguiu uma placa metálica com 4 metros de largura e 5 metros de comprimento. Um metalúrgico vai colaborar com a construção da caixa. Para isso, ele vai cortar 4 quadrados nas pontas da placa e depois vai dobrar as beiras. Mas, a comunidade ainda não conseguiu a placa metálica para a tampa. Então o presidente perguntou ao metalúrgico.

- Quais devem ser as medidas da chapa metálica para a tampa?
 - Depende da largura, do comprimento e da altura da caixa. Disse o metalúrgico.
 - Então construa uma caixa com essa placa metálica para sua capacidade ser o volume maior possível. Disse o presidente.
- Ajude o metalúrgico nesta investigação. Não esqueça de descrever as estratégias utilizadas.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Atenção professor(a)!

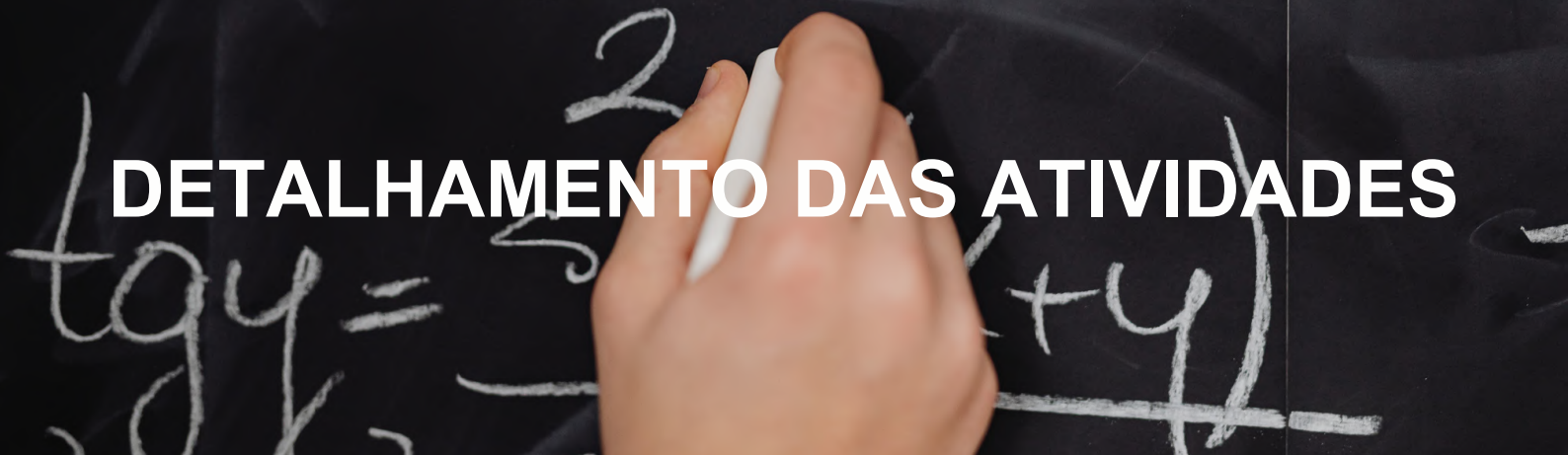
Mais dicas de perguntas para auxiliar os alunos a refletirem sobre a tarefa.

Já encontraram algum assunto relacionado com a tarefa?

Será que está relacionada com alguma função matemática? Pode ser modelada?

Já pensaram na derivada? Será que ela pode auxiliar na resolução desta tarefa? Como?

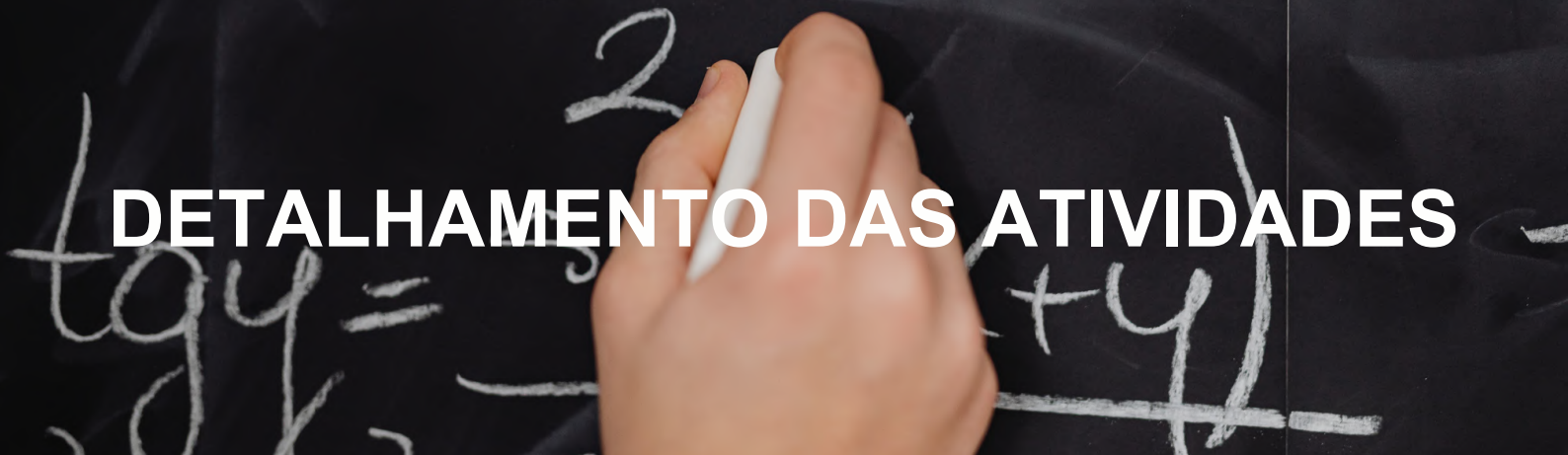


A hand holding a white marker is writing on a dark chalkboard. The background shows faint chalk markings, including the number '2' at the top and the expression $\lg y = \frac{1}{2}(\dots + y)$ on the left and right.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Objetivos da tarefa investigativa 8

- Encontrar relações matemáticas que representem o custo de fabricação da lata cilíndrica de acordo com seu volume destacado na tarefa;
- Descobrir as dimensões da lata que expressem o menor custo possível para fabricá-la;
- Descrever de forma detalhada as estratégias exploradas para a realização da tarefa, destacando o processo de aprendizagem.

A hand holding a white marker is writing on a dark chalkboard. The background shows faint mathematical equations like $\lg y = -5$ and $(+y)$.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Tarefa investigativa 8

Uma indústria pretende projetar garrafa térmica com a forma de um cilindro reto com capacidade de um litro. O representante da indústria pediu que a lata fosse projetada de tal forma que o custo de fabricação fosse o menor possível.

- 1) Investigue relações matemáticas explorando as dimensões da lata de acordo com o volume descrito. Justifique suas conclusões.
- 2) Verifique se é possível a construção da lata de 1 litro com forma de um cilindro reto a partir de dimensões que exigirão menos custo. Justifique.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

Atenção professor(a)!

Nessa tarefa 8, temos algumas perguntas que podem instigar os alunos a formularem, testarem e validarem conjecturas.

Já pensaram em alguma estratégia para resolver a tarefa?

Identificaram algum conteúdo de matemática presente na tarefa?

Como encontrar as dimensões da lata de tal forma que sua produção seja o custo menor possível?

Será que é possível modelar alguma função?

Já refletiram e discutiram sobre algum assunto que pode ser utilizado para resolver esta tarefa?



A close-up photograph of a hand holding a piece of white chalk, writing on a dark chalkboard. The background shows faint, partially visible mathematical equations, including $\tan y = \dots$ and $(+y)$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento de tarefas investigativas com metacognição é uma alternativa para o professor explorar em sala de aula o Cálculo Diferencial, e auxiliar o aluno a construir o conceito de derivada, utilizando a conexão dos momentos da investigação matemática com os elementos metacognitivos.

Geralmente, a maioria dos acadêmicos que cursam a disciplina de Cálculo nos cursos de graduação apresentam dificuldades para compreender os principais conceitos deste campo matemático. A implementação deste Produto Educacional contribuiu para a aprendizagem dos alunos em relação a derivada, pois, construíram conhecimentos matemáticos, destacando que o conceito de derivada está articulado com taxa de variação, velocidade instantânea e inclinação da reta tangente.

As questões metacognitivas auxiliaram na construção do conceito de derivada porque fizeram os alunos refletirem sobre o que estavam fazendo. Desta forma, a combinação de tarefas investigativas com questionários metacognitivos contribuiu para a aprendizagem de derivada.

Como limitações destaca-se que as manifestações de todos os elementos metacognitivos (pessoa, tarefa, estratégia, planificação, monitoramento e avaliação) não ocorreram em todas as tarefas investigativas. E também as interpretações da presença dos elementos metacognitivos são subjetivas.

A sequência didática aqui apresentada neste Produto Educacional traz orientações específicas para explorar o conceito de derivada, enfatizando, principalmente, a ação construtiva do aluno, ou seja, os direcionamentos têm o foco de instigar os acadêmicos a assumirem o protagonismo da sua aprendizagem.

Portanto, durante a realização das tarefas é fundamental o professor orientar os alunos, enfatizando a importância do comprometimento de cada um em todas as fases, desde a introdução, preenchimento dos questionários metacognitivos, realização das investigações até a discussão dos resultados, pois, a dedicação em cada momento potencializa a aprendizagem.

A hand holding a piece of white chalk is shown writing on a dark chalkboard. The word "REFERÊNCIAS" is superimposed in white capital letters over the hand and the board. In the background, some mathematical expressions are visible, including $\tan y = \frac{2}{1+y}$ and $\tan x = \frac{7}{1}$.

REFERÊNCIAS

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

ROSA, C. T. W da. ROSA, A. W. Da. **Aprendizagem autorreguladora: aportes teóricos para subsidiar a educação científica**. Res., Soc. Dev., v. 9, n. 1, e71911633, 2020.

ROSA, C. T. W. da. **A metacognição e as atividades experimentais no ensino de física**, SC. 2011. 324 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

ROSA, C. T. W. da. **Metacognição no ensino de física: da concepção à aplicação**. Passo Fundo: Editora UFP, 2014.