



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Valquíria Magalhães de Oliveira

**O ensino de problemas multiplicativos
envolvendo isomorfismo de medidas por
meio de atividades experimentais**

Belém – PA
2023

Valquíria Magalhães de Oliveira

**O ensino de problemas multiplicativos envolvendo
isomorfismo de medidas por meio de atividades
experimentais**

Dissertação apresentada como requisito parcial
para a obtenção do título de Mestre em Ensino
de Matemática pelo Programa de Mestrado
Profissional em Ensino de Matemática da
Universidade do Estado do Pará.

Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino
de Matemática no Nível Fundamental.

Orientadora: Prof.^a. Dr.^a Ana Kely M. da Silva.

Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Belém - PA
2023

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

OLIVEIRA, Valquíria Magalhães.

O ensino de problemas multiplicativos envolvendo isomorfismo de medidas por meio de atividades experimentais. / Valquíria Magalhães Oliveira; orientação de Ana Kely Martins da Silva. - Belém, 2023.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará.
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Belém, 2023.

1.Atividades experimentais.2.Matemática-Estudo e ensino.3.Ensino fundamental I.
Silva, Ana Kely Martins da (orient.). II.Título.

CDD 23ed. 510.7

Regina Coeli A. Ribeiro - CRB-2/739

Valquíria Magalhães de Oliveira

**O ensino de problemas multiplicativos envolvendo
isomorfismo de medidas por meio de atividades
experimentais**

Dissertação apresentada como requisito parcial
para a obtenção do título de Mestre em Ensino
de Matemática pelo Programa de Mestrado
Profissional em Ensino de Matemática,
Universidade do Estado do Pará.
Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de
Matemática no Nível Fundamental.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Ana Kely M. da Silva.

Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Data da Avaliação: 20/04/2022

Banca Examinadora:



_____Orientadora

Prof.^a Ana Kely Martins da Silva

Doutora em Educação - Universidade do Estado do Pará



_____Coorientador- Membro Interno

Prof. Pedro Franco de Sá

Doutor em Educação - Universidade do Estado do Pará



_____Membro externo

Prof. José Ricardo e Souza Mafra

Doutor em Educação - Universidade Federal do Oeste do Pará.

DEDICATÓRIA

À minha família, especialmente aos meus pais, **Maria de Fátima Magalhães de Oliveira** e **José Tavares de Oliveira** (*In memoriam*); a meu marido **José Soares do Couto Filho** e aos amigos **Wagner Urbano Machado** e **Romário Fiel**.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a **Deus**, que me proporcionou essa oportunidade.

Aos meus familiares, especialmente aos meus pais, **Maria de Fatima M. Oliveira e José Tavares de Oliveira**, por terem me mostrado a importância do estudo e não terem medido esforços para que eu trilhasse esse caminho.

A meu marido **José Soares do Couto Filho**, pelo apoio e incentivo incondicional.

À **Universidade do Estado do Pará**, pela oportunidade.

À minha orientadora Prof.^a Dra. **Ana Kely M. da Silva** e ao meu coorientador Prof. Dr. **Pedro Franco de Sá**, pelas orientações e ensinamentos em todos os momentos do curso. Profissionais admiráveis, competentes e dedicados à educação. Sou grata pela oportunidade de ter sido orientanda de vocês.

Aos **membros da banca avaliadora**, pelas orientações no texto da qualificação, que muito contribuíram para o desenvolvimento da pesquisa.

A **todos os professores** do curso que cooperaram de forma significativa com seus ensinamentos durante o curso.

Aos colegas da turma de 2021, especialmente **Delciana Goes, Leonardo Benedito Sarraf e Walber Farias**, pelo companheirismo, ensinamentos e auxílio em todos os momentos que necessitei.

Aos amigos de trabalho, de maneira especial **Eliana Dias Machado, Romário Fiel, Wagner Urbano, Valdimiro da Rocha, Alenilde Dresch e Jucineide Vieira**, pelo companheirismo e auxílio em todos os momentos que necessitei.

RESUMO

OLIVEIRA, Valquíria Magalhães. **O ensino de problemas multiplicativos envolvendo isomorfismo de medidas por meio de atividades experimentais.** Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

Esta Dissertação apresenta os resultados de uma pesquisa que procurou responder o seguinte problema científico: “Quais os benefícios que uma sequência didática envolvendo as Metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas pode proporcionar ao ensino e aprendizagem de situações-problemas com princípio multiplicativo – envolvendo Isomorfismo de Medidas – em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental?” Dessa forma, a pesquisa teve como objetivo geral investigar, na prática, os efeitos que as metodologias citadas acima têm sobre a aprendizagem de problemas multiplicativos envolvendo Isomorfismo de Medidas em uma turma como a referenciada no problema científico. A experimentação foi realizada em uma escola da rede pública de ensino do município de Tucuruí, no estado do Pará, com 31 estudantes de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental – Anos finais. O aporte teórico utilizado nesta investigação se deu por meio de Sá (2019, 2020, 2021) e Vergnaud (2009). A metodologia adotada nesta pesquisa foi a Engenharia Didática (pressupostos), abordando todas as suas etapas: análises prévias, análises a priori, experimentação, análises a posteriori e validação. A análise dos dados coletados foi realizada mediante a verificação dos registros das conclusões dos alunos em cada atividade realizada, através da comparação dos resultados do pós-teste em relação ao pré-teste; análise dos erros ocorridos no pós-teste, pela aplicação do Teste Exato de Fisher, *V de Cramer* e do Teste de Hipóteses para amostras pareadas. Os principais resultados obtidos mostraram que a elaboração da sentença de modelação foi importante para a escolha adequada da operação. Os resultados da comparação percentual mostraram um aumento significativo das notas nos pós-testes. Os resultados do Teste Exato de Fisher e o *V de Cramer* comprovaram que nenhum dos fatores socioeducativos interferiram na escolha da operação, pois a correlação medida pelo *V de Cramer* nos testes aditivos e multiplicativos mostrou que a correlação foi de fraca à moderada. O Teste de Hipóteses comprovou, estatisticamente, que o aumento das notas nos dois pós-testes ocorreu em função das metodologias utilizadas na sequência didática, concluindo que as metodologias usadas estão diretamente relacionadas ao bom resultado obtido no experimento, de forma que corroborou para a elaboração do nosso produto educacional.

Palavras-chave: Ensino. Problemas Multiplicativos. Atividades Experimentais. Isomorfismo de Medidas. Sequência didática.

ABSTRACT

OLIVEIRA, Valquíria Magalhães. **The teaching of multiplicative problems involving isomorphism of measures through experimental activities.** Dissertation (Master in Mathematics Teaching) – State University of Pará, Belém, 2023.

This Dissertation presents the results of a research that sought to answer the following scientific problem: "What are the benefits that a didactic sequence involving the Methodologies Teaching by Experimental Activities and Problem Solving can provide to the teaching and learning of problem-situations with a multiplicative principle - involving Isomorphism of Measures – in a 6th grade elementary school class?" Thus, the general objective of the research was to investigate, in practice, the effects that the methodologies mentioned above have on the learning of multiplicative problems involving Measure Isomorphism in a class like the one referenced in the scientific problem. The experiment was carried out in a public school in the municipality of Tucuruí, in the state of Pará, with 31 students from a 6th grade class of Elementary School – Final Years. The theoretical support used in this investigation came from Sá (2019, 2020, 2021) and Vergnaud (2009). The methodology adopted in this research was Didactic Engineering (assumptions), addressing all its stages: prior analysis, a priori analysis, experimentation, a posteriori analysis and validation. The analysis of the collected data was carried out by verifying the records of the students' conclusions in each activity carried out, by comparing the results of the post-test in relation to the pre-test; analysis of errors occurred in the post-test, by applying Fisher's Exact Test, Cramer's V and the Hypothesis Test for paired samples. The main results obtained showed that the elaboration of the modeling sentence was important for the adequate choice of the operation. The percentage comparison results showed a significant increase in post-test scores. The results of Fisher's Exact Test and Cramer's V proved that none of the socio-educational factors interfered in the choice of operation, since the correlation measured by Cramer's V in the additive and multiplicative tests showed that the correlation was from weak to moderate. The Hypothesis Test statistically proved that the increase in the scores in the two post-tests occurred due to the methodologies used in the didactic sequence, concluding that the methodologies used are directly related to the good result obtained in the experiment, in a way that corroborated for the elaboration of our educational product.

Keywords: Teaching. Multiplicative Problems. Experimental Activities. Measure Isomorphism. Following teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Campo Conceitual Multiplicativo e as relações propostas por Vergnaud ..	35
Figura 2- Exemplo de configuração retangular.....	37
Figura 3- Campo Conceitual Multiplicativo e Isomorfismo de Medidas	38
Figura 4- Subclasse da multiplicação.....	43
Figura 5- Exemplo de Tábua de Multiplicação usada pelos babilônicos	69
Figura 6- Uma parte do papiro de Rhind.....	70
Figura 7- Algoritmo da multiplicação.....	72
Figura 8- Representação do produto de 245×24	75
Figura 9- Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo.....	88
Figura 10- Passos para aplicação das atividades aditivas.....	123
Figura 11- Passos para aplicação das atividades multiplicativas	144
Figura 12- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 1	179
Figura 13- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 2	181
Figura 14- Observações e conclusões da atividade de aprendizagem 3 dos discentes A_{19} e A_{24}	182
Figura 15- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 4	184
Figura 16- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 5	185
Figura 17- Sentenças modeladas pelos alunos A_2 e A_{24}	186
Figura 18- Sentenças elaboradas pelos discentes A_{19} e A_{24} para as questões 1 e 2, 8 e 9	188
Figura 19- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 8	190
Figura 20- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 9	191
Figura 21- Preenchimento do quadro, observações e conclusão da Atividade 11	192
Figura 22- Socialização das conclusões da atividade 11.....	193
Figura 23- Preenchimento do quadro, das observações e conclusão da atividade 14 dos alunos A_{15} e A_8	195
Figura 24- Socialização das conclusões da atividade 14.....	196
Figura 25- Erros do algoritmo da divisão nas questões 11 a 13 da Atividade 15	196

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Tempo utilizado para realização das atividades.....	165
Gráfico 2- Idade dos discentes em anos da amostra.....	169
Gráfico 3- Gênero dos discentes	169
Gráfico 4- Percentual de distração dos alunos nas aulas de matemática.....	170
Gráfico 5- Percentual da dificuldade dos discentes para aprender matemática	171
Gráfico 6- Percentual sobre quem auxilia os discentes nas tarefas de matemática	172
Gráfico 7- Hábito dos discentes de estudar matemática fora da escola	173
Gráfico 8- Domínio da Tabuada pelos discentes do 6º ano.....	173
Gráfico 9- Operação matemática que os discentes do 6º ano têm maior dificuldade	174
Gráfico 10- Discentes que exercem trabalho remunerado.....	175
Gráfico 11- Hábito de fazer compras dos alunos do 6º ano.....	175
Gráfico 12- Escolaridade do responsável feminino	176
Gráfico 13- Escolaridade do responsável masculino	177
Gráfico 14- Percentual de discentes retidos	177
Gráfico 15- Desempenho por questões nos testes aditivos.....	209
Gráfico 16- Desempenho por aluno nos testes aditivos.....	215
Gráfico 17- Desempenho por aluno nos testes multiplicativos	283
Gráfico 18- Desempenho por aluno nos testes multiplicativos	286

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Exemplos de problemas com Isomorfismo de Medidas	39
Quadro 2- Características dos problemas de Isomorfismo de Medidas	43
Quadro 3- Planejamento das atividades de Redescoberta e Conceituação do Ensino por Atividades	50
Quadro 4- Síntese do Ensino por Atividades Experimentais.....	51
Quadro 5- Princípios da resolução de problemas como eixo organizador do ensino-aprendizagem	53
Quadro 6- Estudos sobre Problemas do Campo Multiplicativo	77
Quadro 7- Desempenho por questão no teste multiplicativo.....	80
Quadro 8- Comparação de acertos, erros e questões em branco entre o pré-teste e o pós-teste	81
Quadro 9- Comparação de acertos, erros e resposta em branco por questão entre o pré-teste e o pós-teste.....	84
Quadro 10- Resultado da análise do dados quantitativos.....	85
Quadro 11- Dados obtidos na pesquisa.....	87
Quadro 12- Situações Analisadas do Campo Multiplicativo.....	89
Quadro 13- Situações-problemas propostas para seleção dos discentes.....	90
Quadro 14- Desempenho percentual dos alunos diante da 1ª situação-problema	92
Quadro 15- Desempenho percentual dos alunos na 2ª situação-problema	93
Quadro 16- Situações-problemas com Isomorfismo de Medidas	95
Quadro 17- Exemplos de problemas aritméticos e algébricos	100
Quadro 18- Análise dos problemas de Isomorfismo de Medidas do livro Araribá Mais: Matemática 6º Ano.....	115
Quadro 19- Análise dos problemas de Isomorfismo de Medidas do livro Ápis Matemática, 5º Ano: Ensino Fundamental- Anos finais	116
Quadro 20- Adição na Igualdade	124
Quadro 21- Subtração na Igualdade	126
Quadro 22- Sentenças aditivas	128
Quadro 23- Questões Aditivas 1	129
Quadro 24- Quadro preenchido da atividade 4.....	133
Quadro 25- Questões Aditivas 2	134
Quadro 26- Questões Aditivas 3	138

Quadro 27- Questões Aditivas 4	139
Quadro 28- Multiplicação na Igualdade	144
Quadro 29- Divisão na Igualdade.....	146
Quadro 30- Sentenças Multiplicativas.....	148
Quadro 31- Questões Multiplicativas 1	149
Quadro 32- Questões Multiplicativas 2	151
Quadro 33- Questões Multiplicativas 3	152
Quadro 34- Questões Multiplicativas 4	154
Quadro 35- Questões Multiplicativas 5	158
Quadro 36- Questões Multiplicativas 6	159
Quadro 37- Questões Multiplicativas 7	161
Quadro 38- Cronograma da Experimentação	164
Quadro 39- Gosto dos discentes pela matemática.....	170
Quadro 40- Frequência dos alunos no experimento	199
Quadro 41- Rendimento nos pós-testes e percentual de faltas nas sessões de ensino	200
Quadro 42- Participação dos estudantes durante a experimentação	202
Quadro 43- Confronto da análise a priori e análise a posteriori da etapa aditiva....	206
Quadro 44- Desempenho por questão nos testes aditivos	209
Quadro 45- Erros nos testes aditivos das questões Q1, Q2 e Q3	210
Quadro 46- Erros no pré-teste e pós-teste na execução do algoritmo da subtração	211
Quadro 47- Erros nos testes aditivos da questão Q5.....	212
Quadro 48- Erros nos testes aditivos Q6, Q7, Q8, Q10, Q11, Q12, Q13 Q14 e Q15.	212
Quadro 49- Erros no pré-teste e no pós-teste da Q9	214
Quadro 50- Desempenho por aluno nos testes aditivos	214
Quadro 51- Categorias de erros dos testes aditivos	217
Quadro 52- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na primeira questão dos testes aditivos	219
Quadro 53- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na segunda questão dos testes aditivos	220
Quadro 54- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na terceira questão dos testes aditivos	221

Quadro 55- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na quarta qu estão dos testes aditivos	222
Quadro 56- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na quinta qu estão dos testes aditivos	223
Quadro 57- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na sexta qu estão dos testes aditivos	224
Quadro 58- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na sétima qu estão dos testes aditivos	225
Quadro 59- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na oitava qu estão dos testes aditivos	226
Quadro 60- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na nona qu estão dos testes aditivos	227
Quadro 61- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima qu estão dos testes aditivos	228
Quadro 62- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima primeira qu estão dos testes aditivos.....	229
Quadro 63- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima segunda qu estão dos testes aditivos	230
Quadro 64- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima terceira qu estão dos testes aditivos.....	231
Quadro 65- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima quarta qu estão dos testes aditivos.....	232
Quadro 66- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima quinta qu estão dos testes aditivos	233
Quadro 67- Elaboração da sentença natural e escolha da operação no pós-teste aditivo	234
Quadro 68- Elaboração incorreta da sentença natural e a escolha da operação no pós-teste aditivo	236
Quadro 69- Comportamento dos discentes na elaboração da sentença e escolha das operações nos testes aditivos.....	242
Quadro 70- Afinidade e dificuldade em matemática e desempenho nos testes aditivos.....	248
Quadro 71- Notas, distração nas aulas de matemática e desempenho nos testes aditivos.....	250

Quadro 72- Hábitos de estudos, auxílio nas tarefas de casa de matemática e desempenho nos testes aditivos	252
Quadro 73- Trabalho remunerado, hábito de fazer compras e desempenhos nos testes aditivos	255
Quadro 74- Escolaridade do responsável feminino e masculino e o desempenho nos testes aditivos	257
Quadro 75- Declaração e construção de hipóteses	260
Quadro 76- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre afinidade com a matemática e acertos na escolha da operação nos testes aditivos.....	263
Quadro 77- Resultado do Teste Exato de Fisher para associação a entre a escolaridade do responsável feminino e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos	264
Quadro 78- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre trabalho remunerado e acertos na escolha da operação nos testes aditivos.....	265
Quadro 79- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas e os acertos nos testes aditivos	266
Quadro 80- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as dificuldades para aprender matemática e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos	267
Quadro 81- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação da escolaridade do responsável masculino e acertos nos testes aditivos	268
Quadro 82- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as distrações nas aulas de matemática e acertos na escolha da operação nos testes aditivos	269
Quadro 83- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de fazer compras e os acertos nos testes aditivos.....	270
Quadro 84- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas de matemática e os acertos nos testes aditivos.....	271
Quadro 85- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre hábitos de estudos e os acertos nos testes aditivos	272
Quadro 86- Correlações dos fatores socioeducativos e o acerto na escolha da operação da etapa aditiva	273
Quadro 87- V de Cramer para fatores socioeducativos e acerto na escolha da operação nos testes aditivos.....	274
Quadro 88- Classificação da correlação	274

Quadro 89- Grau das correlações dos testes aditivos.....	275
Quadro 90- Desempenhos nos testes aditivos e diferença entre as médias.....	277
Quadro 91- Teste-T aditivo: duas amostras em par para médias.....	278
Quadro 92- Confronto da análise a priori e análise a posteriori da etapa multiplicativa	279
Quadro 93- Desempenho por questão nos testes multiplicativos	282
Quadro 94- Erros na execução do algoritmo dos testes multiplicativos	284
Quadro 95- Desempenho por aluno nos testes aditivos	286
Quadro 96- Categorias dos erros nos testes multiplicativos	288
Quadro 97- Erros na elaboração da sentença natural no pré-teste multiplicativo...	289
Quadro 98- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na primeira questão dos testes multiplicativos.....	290
Quadro 99- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na segunda questão dos testes multiplicativos.....	291
Quadro 100- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na terceira questão dos testes multiplicativos.....	291
Quadro 101- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na quarta questão dos testes multiplicativos.....	293
Quadro 102- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na quinta questão dos testes multiplicativos.....	294
Quadro 103- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na sexta questão dos testes multiplicativos.....	294
Quadro 104- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na sétima questão dos testes multiplicativos.....	296
Quadro 105- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na oitava questão dos testes multiplicativos.....	297
Quadro 106- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na nona questão dos testes multiplicativos.....	298
Quadro 107- Elaboração da sentença natural e escolha da operação no pós-teste multiplicativo	300
Quadro 108- Elaboração incorreta da sentença natural e a escolha da operação	302
Quadro 109- Comportamento dos discentes na elaboração da sentença e escolha das operações nos testes aditivos	307

Quadro 110- Afinidade e dificuldade em matemática e o desempenho nos testes multiplicativos.....	313
Quadro 111- Notas e distração nas aulas de matemática e desempenho nos testes multiplicativos.....	315
Quadro 112- Hábitos de estudos, auxílio nas tarefas de casa de matemática e desempenho nos testes multiplicativos.....	317
Quadro 113- Trabalho remunerado, hábito de fazer compras e desempenhos nos testes multiplicativos.....	319
Quadro 114- Escolaridade do responsável feminino e masculino e o desempenho nos testes multiplicativos.....	321
Quadro 115- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre trabalho remunerado e acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.....	324
Quadro 116- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.....	325
Quadro 117- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o hábito de fazer compras e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos	326
Quadro 118- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do responsável masculino e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos.....	327
Quadro 119- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação da distração nas aulas de matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos	328
Quadro 120- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação da dificuldade em aprender matemática os e acertos nos testes multiplicativos	329
Quadro 121- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação da afinidade com a matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos	330
Quadro 122- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do responsável feminino e os acertos nos testes multiplicativos	331
Quadro 123- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudo e os acertos nos testes multiplicativos.....	332
Quadro 124- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o auxílio nas tarefas de matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.....	333

Quadro 125- Correlação dos fatores socioeducativos e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos	334
Quadro 126- Grau de correlações nos testes multiplicativos	335
Quadro 127- Desempenhos nos testes multiplicativos e diferença entre as médias	336
Quadro 128- Resultado do Teste T para os testes multiplicativos.....	337

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	22
2 APORTE TEÓRICO E METODOLÓGICO	29
2.1 ENGENHARIA DIDÁTICA.....	29
2.2 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS MULTIPLICATIVOS	33
2.2.1 Síntese sobre a Análise da Teoria dos Campos Conceituais	44
2.3 ENSINO POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS	44
2.3.1 Síntese sobre a Análise do Ensino por Atividades Experimentais	51
2.4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	52
2.4.1 Síntese da Análise sobre Resolução de Problemas	55
3 ANÁLISES PRÉVIAS	56
3.1 ASPECTOS CURRICULARES DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NATURAIS	56
3.2 AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO SISTEMA DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (SAEB)	62
3.2.1 A Abordagem das Operações de Multiplicação e Divisão no SAEB....	64
3.2.2 Síntese das Análises da BNCC, dos PCN e do SAEB	65
3.3 PERSPECTIVAS HISTÓRICAS.....	66
3.3.1 Síntese do Levantamento Histórico	75
3.4 ESTUDOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COM NATURAIS.....	75
3.4.1 Estudos Experimentais e Diagnósticos	77
3.4.2 Estudos Teóricos.....	96
3.4.3 Síntese dos Estudos sobre a Resolução de Problemas com as Operações de Multiplicação e Divisão com Naturais	100
4 DIAGNOSES REALIZADAS COM DOCENTES E LIVRO DIDÁTICO	102
4.1 PRÁTICA PEDAGÓGICA DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA VISÃO DOS DOCENTES	102
4.1.1 Metodologias de Ensino Adotadas pelos Docentes	103
4.1.2 Práticas de Avaliação usadas pelos Docentes	106
4.1.3 Diagnóstico de como os Docentes ensinam as Operações de Multiplicação e Divisão com Números Naturais	107
4.2 PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS COM ISOMORFISMOS DE MEDIDAS NOS LIVROS DIDÁTICOS.....	109

4.2.1 O Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD) e o Processo de escolha do Livro Didático	112
4.2.2 Análise e Discussão sobre os Problemas de Isomorfismo de Medidas nos Livros de Matemática do 5º e 6º Ano adotados na Rede Pública Municipal de Tucuruí/PA	114
5 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI	118
5.1 ETAPA ADITIVA.....	119
5.1.1 Teste Aditivo.....	119
5.1.2 Atividades com Estrutura Aditiva.....	123
5.1.2.1 Atividade 1	124
5.1.2.2 Atividade 2	126
5.1.2.3 Atividade 3	128
5.1.2.4 Atividade 4	129
5.1.2.5 Atividade 5	134
5.1.2.6 Atividade 6	138
5.1.2.7 Atividade 7	139
5.2 ETAPA MULTIPLICATIVA	140
5.2.1 Teste Multiplicativo.....	140
5.2.2 Atividades Multiplicativas com Isomorfismo de medidas.....	144
5.2.2.1 Atividade 8	144
5.2.2.2 Atividade 9	146
5.2.2.3 Atividade 10	148
5.2.2.4 Atividade 11	149
5.2.2.5 Atividade 12	151
5.2.2.6 Atividade 13	152
5.2.2.7 Atividade 14	154
5.2.2.8 Atividade 15	157
5.2.2.9 Atividade 16	159
5.2.2.10 Atividade 17	161
6 EXPERIMENTAÇÃO.....	163
6.1 PRIMEIRA SESSÃO DE ENSINO	167
6.1.1 Perfil dos Discentes.....	168
6.2 SEGUNDA SESSÃO DE ENSINO.....	178
6.3 TERCEIRA SESSÃO DE ENSINO	178
6.4 QUARTA SESSÃO DE ENSINO.....	180
6.5 QUINTA SESSÃO DE ENSINO	181
6.6 SEXTA SESSÃO DE ENSINO.....	183

6.7 SÉTIMA SESSÃO DE ENSINO	185
6.8 OITAVA SESSÃO DE ENSINO	187
6.9 NONA SESSÃO DE ENSINO	188
6.10 DÉCIMA SESSÃO DE ENSINO	188
6.11 DÉCIMA PRIMEIRA SESSÃO DE ENSINO	189
6.12 DÉCIMA SEGUNDA SESSÃO DE ENSINO	191
6.13 DÉCIMA TERCEIRA SESSÃO DE ENSINO	193
6.14 DÉCIMA QUARTA SESSÃO DE ENSINO	194
6.15 DÉCIMA QUINTA SESSÃO DE ENSINO.....	196
6.16 DÉCIMA SEXTA SESSÃO DE ENSINO	197
6.17 DÉCIMA SÉTIMA SESSÃO DE ENSINO.....	198
6.18 FREQUÊNCIA E PARTICIPAÇÃO DOS DISCENTES NO EXPERIMENTO	198
6.19 CONSIDERAÇÕES QUANTO À EXPERIMENTAÇÃO	203
7 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	205
7.1 RESULTADOS E ANÁLISES DA PARTE ADITIVA DO EXPERIMENTO	206
7.2 TIPOS DE ERROS NOS TESTES ADITIVOS	216
7.3 ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL E ESCOLHA DA OPERAÇÃO ADEQUADA PARA SOLUCIONAR QUESTÕES ADITIVAS.....	219
7.4 A RELAÇÃO ENTRE FATORES SOCIOEDUCATIVOS, A MATEMÁTICA E O DESEMPENHO NOS TESTES ADITIVOS	247
7.5 TESTE DE HIPÓTESE.....	259
7.5.1 Teste Exato de Fisher.....	261
7.5.2 Correlações da Etapa Aditiva da Experimentação	262
7.5.3 Teste T para Amostras Dependentes	275
7.6 RESULTADOS E ANÁLISES DA PARTE MULTIPLICATIVA COM ISOMORFISMO DE MEDIDAS DO EXPERIMENTO	279
7.7 CATEGORIAS DE ERROS NOS TESTES MULTIPLICATIVOS.....	287
7.8 ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL E ESCOLHA DA OPERAÇÃO ADEQUADA PARA SOLUCIONAR QUESTÕES MULTIPLICATIVAS	290
7.9 A RELAÇÃO ENTRE FATORES SOCIOEDUCATIVOS, A MATEMÁTICA E O DESEMPENHO NOS TESTES MULTIPLICATIVOS.....	312
7.9.1 Correlações da Parte Multiplicativa do Experimento	323
7.9.2 Teste de Hipóteses da Parte Multiplicativa do Experimento	335
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS	339

REFERÊNCIAS.....	345
APÊNDICES.....	355
APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) PARA ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	356
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SÓCIOEDUCACIONAL PARA ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	357
APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA DO 6 º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	359
APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	360
TESTE ADITIVO.....	362
TESTE MULTIPLICATIVO.....	363

1 INTRODUÇÃO

Para iniciar esta dissertação, evoco aqui as palavras de Freire (2013, p. 28): “Não há transição que não implique um ponto de partida, um processo de ponto de chegada”, a qual ilustra a apresentação do meu percurso. Nesse contexto, foi gerada em mim uma reflexão cuja culminância foi a escolha profissional pela docência de matemática. Para além desse desejo, houve também uma pergunta relevante para iniciar a construção desse texto: Quais foram os motivos que me levaram a cursar o Mestrado Profissional em Ensino de Matemática? Assim, inicio essa narrativa expondo um pouco do conjunto de relações e processos do aprender que foram construídos durante o meu percurso acadêmico. Em 1999, inicio o curso de Licenciatura em Matemática, entretanto o meu amor pela disciplina teve início na Educação Básica, pois apesar de ter tido excelentes professores nessa etapa, foi a Matemática o meu primeiro amor. Acredito que esse amor tenha surgido devido ao fato de muito cedo ter trabalhado no comércio, onde havia a necessidade de realizar cálculos de forma rápida. Ainda na Educação Básica, na etapa do Ensino Técnico, esse amor se expandiu, e por inúmeras vezes exerci o papel de professora de matemática, dando aulas de reforço aos meus colegas de curso.

A partir do meu ingresso no curso de licenciatura em matemática, a expectativa era a de que, ao concluí-lo, eu estivesse totalmente munida de todos os conhecimentos necessários para ensinar matemática de forma eficiente. Entretanto, quando ocorreu o meu primeiro contato, como professora, com uma classe, foi um tanto desastroso por não ser parecido com as aulas de reforço que eu ministrava. Confesso que me senti um pouco perdida, uma vez que percebi que eu possuía uma defasagem significativa em alguns conceitos e metodologias para ensinar determinados conteúdos matemáticos. Em virtude dessa percepção, observei que, assim como os saberes dos conceitos da disciplina, as estratégias e metodologias de ensino usadas pelos docentes em sala de aula também são importantes para o bom desempenho de um professor de matemática. Dessa forma, comecei a buscar – inicialmente por meio de leituras e posteriormente mediante a realização de especializações – metodologias que contribuíssem para a melhoria da minha prática pedagógica, pois, segundo Freire (2011, p.30), “é pensando criticamente a prática de hoje e de ontem que se pode melhorar a próxima prática”.

Embasada pelas reflexões sobre minha prática de ensino, ao longo de 20 anos de docência, venho tentando, no âmbito da sala de aula, usar metodologias de ensino que difiram das estratégias de ensino do objeto matemático a partir da definição, exemplos e exercícios, no afã de conseguir minimizar o quadro de dificuldades de aprendizagens apresentadas pelos alunos. Assim, no final do ano de 2020, realizei minha inscrição no processo seletivo do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), com a finalidade de buscar novos conhecimentos e, para minha surpresa, obtive aprovação. Ao entrar no Programa de Mestrado Profissional de Ensino de Matemática da UEPA e ser integrada à linha de pesquisa para o Ensino Fundamental, conheci durante o percurso do Programa as diversas Tendências em Educação Matemática, dentre elas, destacam-se: Etnomatemática, Modelagem, Uso de Jogos, Resolução de Problemas, Uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação, Uso da História, Uso da Investigação Matemática e Ensino por Atividades Experimentais.

Todas essas Tendências em Educação Matemática apresentam um ponto em comum: o ensino do objeto matemático não parte do conceito, exemplos e exercícios; o método tradicional que, segundo Brasil (1998, p. 37), é “ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos”.

O contato com essas Tendências abriu novas perspectivas para a utilização de estratégias de ensino de matemática até então só conhecidas de forma superficial. Dentre elas, a que mais me despertou o interesse foi a qual se refere ao Ensino por Atividades Experimentais, pois a mesma possibilita que o discente seja protagonista durante o seu processo de ensino, da mesma forma que possibilita sua utilização, concomitantemente com outras Tendências. Segundo Sá (2020), essa Tendência viabiliza que o ensino de matemática se realize por meio de tarefas que podem envolver materiais ou ideias que são construídas pelo docente, com o objetivo de conduzir o aluno ao encontro do conhecimento de um objeto matemático específico, após a execução de tarefas, dos apontamentos, da análise e construção de reflexões dos resultados encontrados, e que finda com a sistematização do objeto de conhecimento.

Dessa maneira, procurei informações por meio de leituras e pesquisas que utilizavam essa Tendência da Educação Matemática, a fim de ter um maior

embasamento sobre a mesma. A partir dessas buscas, tive contato com várias pesquisas que realizavam experimentos aplicados em sequências didáticas, visando o ensino de problemas multiplicativos por meio do uso da Tendência do Ensino por Atividades Experimentais.

As pesquisas de Altoé (2017), Santos (2017), Barbosa (2021) e Miranda (2021) demonstraram bons resultados no ensino-aprendizagem das operações de Multiplicação e Divisão, envolvendo resolução de situações-problemas, mediante a aplicação de sequências didáticas que diferem do ensino tradicional. Todos esses autores utilizaram em suas pesquisas a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009) que preceitua que uma situação matemática não pode ser aprendida apenas por um conceito, mas compreendida por meio de diferentes situações e pela coordenação entre elas.

Essas leituras foram aspirações para eu experimentar a utilização de uma sequência didática que trabalhasse com problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas, relacionados com as operações de Multiplicação e Divisão, pois formam relações de proporcionalidade. Para além disso, esse desejo também emergiu, dado que, ao longo de 20 anos ministrando aulas de matemática na rede pública municipal de Tucuruí/PA, regularmente nos deparamos com discentes egressos do 5º ano do Ensino Fundamental-Anos iniciais, que não conseguem realizar cálculos que utilizam os algoritmos da Multiplicação e da Divisão e muito menos resolver situações-problemas com estas operações, entre elas as relacionadas com Isomorfismo de Medidas.

Os problemas multiplicativos envolvendo Isomorfismo de Medidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) estão inseridos dentro do bloco “Números e Operações” e são abordados por meio do ensino das operações de Multiplicação e Divisão com números naturais a partir do 1º ciclo (2º e 3º ano do Ensino Fundamental – Anos iniciais) e estendem-se até o 3º ciclo (6 e 7º ano do Ensino Fundamental – Anos finais).

No 1º ciclo, conforme Brasil (1997), o aluno deve ser capaz de executar cálculos dessas operações mediante a utilização de procedimentos pessoais, e no 2º ciclo é necessário que seu ensino ocorra conjuntamente, com o objetivo de buscar ampliar os seus significados por meio da resolução de situações-problemas. Para o 3º ciclo, os aprendizes devem ser encorajados a aperfeiçoarem os cálculos aritméticos dessas operações e serem capazes de solucionar situações-problemas com números

que contemplem os números naturais e racionais. O autor enfatiza também que tanto para o 1º, 2º e 3º ciclo, as situações-problemas com as operações de Multiplicação e Divisão devem conter ideias de proporcionalidade.

Dentro da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), “documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da educação Básica” (BRASIL, 2018, p.7), que é posterior aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as operações de Multiplicação e Divisão com números naturais estão incluídas na unidade temática “Números”. O documento recomenda que o ensino dessas operações deve ser iniciado no 2º ano do Ensino Fundamental – Anos iniciais, se estender até o 6º ano do Ensino Fundamental-Anos finais, e ocorrer atrelado à resolução de situações-problemas em associação com a ideia de proporcionalidade.

As operações de Multiplicação e Divisão com números naturais são abordadas no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), situação em que, nos anos ímpares, se aplica uma avaliação em larga escala para o 2º ano e 5º ano do Ensino Fundamental - Anos iniciais, e 9º ano do Ensino Fundamental-Anos finais, com o objetivo de gerar indicadores da qualidade de ensino da Educação Básica. Esta avaliação é fundamentada por meio de descritores que fazem parte da matriz de referência de matemática.

No SAEB do 2º ano do Ensino Fundamental- Anos iniciais, esses objetos do conhecimento são abordados no eixo de conhecimento “Números” e, dentro do eixo cognitivo, há a inserção das habilidades de resolução de problemas, os quais devem estar conectados aos números naturais e interligados aos significados de grupos iguais ou proporcionalidade. A avaliação aplicada no 5º ano do Ensino Fundamental-Anos iniciais apresenta os descritores D18 e D20, que ensejam que o discente seja capaz de realizar os cálculos dessas operações, além de conseguir solucionar situações-problemas vinculadas aos significados: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória. No 9º ano do Ensino Fundamental-Anos finais, essas operações são abordadas por meio do descritor D19, cuja aspiração é a de que o discente esteja apto a resolver problemas com essas operações.

A avaliação do SAEB possui uma escala que mede a proficiência em matemática do aprendiz, tendo como parâmetros 10 níveis: o nível zero, desempenho

menor que 125; Nível 1, desempenho maior ou igual a 125 e menor que 150; Nível 2, desempenho maior ou igual a 150 e menor que 175; Nível 3, desempenho maior ou igual a 175 e menor que 200; Nível 4, desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225; Nível 5, desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250; Nível 6, desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275; Nível 7, desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300; Nível 8, desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300; Nível 9, desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350; Nível 10, desempenho maior ou igual a 350.

Dados atuais sobre o Relatório do SAEB – 2005 a 2015, mostraram que a média de proficiência em matemática no Brasil para discentes do 5º ano do Ensino Fundamental-Anos iniciais ficou entre “231,82 a 245,81, isto é, houve uma variação de 19,33” pontos, durante essa década (BRASIL.INEP, 2018, p. 116). No âmbito do estado do Pará, o documento demonstra que a média de proficiência nesse período para o 5º ano do Ensino Fundamental-Anos finais ficou entre “231,56 a 241,10, o que evidencia uma variação de 9,54” pontos (BRASIL.INEP, 2018, p. 116).

Os resultados exibidos no relatório do SAEB – 2005 à 2015 evidenciaram que de forma nacional e no estado do Pará, os discentes do 5º ano do Ensino Fundamental-Anos iniciais estão na escala de proficiência no nível 5, ou seja, estão aptos a: “[...] Resolver problemas envolvendo a análise do algoritmo da adição de dois números naturais; resolver problemas, no sistema monetário nacional, envolvendo adição e subtração de cédulas e moedas; resolver problemas que envolvam a metade e o triplo de números Naturais [...]” (BRASIL.INEP, 2020, p.3).

Os cálculos desses dados comprovam que nacionalmente os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental- Anos iniciais têm saído desta série/ano sem o que é esperado pelos PCN e BNCC, que seria resolver situações-problemas com as operações aritméticas fundamentais com números naturais e racionais. Ademais, evidenciam que a situação é mais crítica no aprendizado das situações-problemas com as operações de Multiplicação e Divisão, e que os discentes têm concluído o 5º ano sem conseguir solucionar situações-problemas exigidas pelos descritores D18 e D20, de modo que podemos perceber que esses aprendizes não foram bem sucedidos na resolução de problemas multiplicativos, incluindo os relacionados a Isomorfismo de Medidas, vinculados às ideias de proporcionalidade, de acordo com Vergnaud (2009).

Deste modo, numa tentativa de melhorarmos a realidade evidenciada nos dados do relatório do SAEB 2005 à 2015, e visto que, em nossa vivência enquanto

docente da rede pública Municipal de Tucuruí/PA nos deparamos com esse problema localmente, e por entendermos que essa situação esteja a perdurar (dado que muitos docentes de matemática ainda estão presos à velha forma de ensinar a matemática: definição, exemplos e exercícios), trazemos como proposta para esta dissertação a realização de uma pesquisa de campo com uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental-Anos Finais, em uma escola pública municipal da cidade de Tucuruí/PA, a fim de investigar o seguinte problema científico: Quais os benefícios que uma sequência didática, por meio das metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas, pode proporcionar ao ensino de problemas com princípio multiplicativo envolvendo isomorfismo de medidas em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental?

Para obtermos a resposta do referido problema, traçamos como objetivo geral: Investigar os efeitos que uma sequência didática realizada por meio das metodologias de Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas tem sobre a aprendizagem de situações-problemas com princípio multiplicativo, envolvendo Isomorfismo de Medidas em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental; e como objetivos específicos propomos:

- Elaborar uma sequência didática contendo atividades para o ensino de problemas com Isomorfismo de Medidas;
- Identificar e constatar indícios de aprendizagem ao longo do processo de aplicação das atividades da sequência didática;
- Analisar o desempenho dos alunos, posterior à participação no experimento, na resolução de situações-problema com Isomorfismo de Medidas;
- Produzir um produto educacional para o ensino de problemas com Isomorfismo de Medidas por meio da elaboração e aplicação de uma sequência didática.

Para alcançar o objetivo desta pesquisa, adotamos como referencial teórico Vergnaud (2009), que trata da Teoria dos Campos Conceituais; Sá (2019, 2020), que descreve sobre o Ensino por Atividades Experimentais e Sá (2021), que versa sobre Resolução de Problemas.

A metodologia de pesquisa adotada para este trabalho foi a Engenharia Didática (pressupostos), que, de acordo com Almouloud e Coutinho (2008, p. 66), é um esquema experimental embasado em realizações didáticas que ocorrem no

âmbito da sala de aula, ou seja, “na concepção, observação e análise de sessões de ensino”. O método divide-se em quatro etapas: as análises prévias, as concepções e análises a priori, a experimentação, a análise a posteriori e a validação, as quais serão detalhadas em um capítulo específico desta pesquisa.

Este trabalho é constituído da seguinte configuração: Seção I- Introdução; Seção II- Aporte teórico e metodológico; Seção III- Análises prévias; Seção IV- Diagnose realizadas em livros didáticos de matemática; Seção V- Concepção e análise a priori; Seção VI- Experimentação; Seção VII- Análise a posteriori e validação; Seção VIII- Considerações finais; e na última seção, as referências usadas na construção da base teórica dessa pesquisa.

Os tópicos a seguir apresentam as seções desenvolvidas neste trabalho dissertativo.

2 APORTE TEÓRICO E METODOLÓGICO

Esta seção tem por objetivo apresentar a fundamentação teórica e metodológica desta dissertação, isto é, descrever as teorias e metodologias utilizadas no processo de construção da nossa sequência didática.

2.1 ENGENHARIA DIDÁTICA

O vocábulo Engenharia Didática originou-se na área da Didática da Matemática, na França, nos anos 80, de acordo com Artigue (1988 *apud* ALMOULOUUD e COUTINHO, 2008). É muito semelhante ao trabalho que o engenheiro executa ao realizar um projeto, pois se embasa em conhecimentos os quais domina, e os submete a um controle científico, porém é obrigado a trabalhar com objetos com grau de complexidade maior do que os apurados pela ciência.

O surgimento da Engenharia Didática ocorreu devido ao anseio por uma ideologia inovadora que abrisse caminhos para a realização de qualquer espécie de experiência dentro do âmbito educacional, desligada da fundamentação científica. E também está relacionada

com o movimento de valorização do saber prático do professor, com a consciência de que as teorias desenvolvidas fora da sala de aula são insuficientes para captar a complexidade do sistema e para, de alguma forma, influir na transformação das tradições de ensino. Nesta perspectiva, a questão consiste em afirmar a possibilidade de agir de forma racional, com base em conhecimentos matemáticos e didáticos, destacando a importância da realização didática na sala de aula como prática de investigação. (CARNEIRO, 2005, p. 86)

A Engenharia Didática pode ser concebida como uma Metodologia de Pesquisa e também como Pesquisa Experimental. Enquanto metodologia de pesquisa, pode ser descrita como um esquema experimental que tem como alicerce “realizações didáticas” que ocorrem “em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino” (ALMOULOUUD; COUTINHO, 2008, p.66).

Define-se como pesquisa experimental por meio de apontamentos realizados e pelo modo de convalidação aplicados: “a comparação entre análise a priori e análise a posteriori” (ALMOULOUUD; COUTINHO, 2008, p. 65). Esse método de convalidação é uma particularidade dessa metodologia, pois ocorre de forma interna, de modo a não ser necessária a realização de um pré-teste e um pós-teste (ALMOULOUUD;

COUTINHO, 2008). A Engenharia Didática de acordo com Artigue, Douady e Moreno (1995), é constituída de quatro fases:

- 1) Análises prévias (preliminar);
- 2) Concepção e análise a priori;
- 3) Experimentação;
- 4) Análise a posteriori.

A fase das análises prévias, conforme Artigue, Douady e Moreno (1995), contempla: as análises epistemológicas dos conteúdos; análise do ensino tradicional e seus efeitos; análise das concepções dos discentes, das suas dificuldades e obstáculos que influenciam na sua evolução e análise do campo de restrições onde ocorrerá a efetiva realização didática. Ademais, tudo isso deve considerar os objetivos específicos da pesquisa que será desenvolvida.

Artigue (1996 *apud* CARNEIRO 2005, p. 89) sugere que essa análise inclua a distinção de três dimensões:

- Epistemológica, associada às características do saber em jogo;
- Didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino;
- Cognitiva, associada às características do público ao qual se dirige o ensino.

Carneiro (2005) ressalta que nesta etapa ocorre a análise de como o ensino do conteúdo funciona cotidianamente, para que sejam tomadas decisões com relação à proposta de intervenção, com fins de propiciar uma modificação e melhora nesse ensino habitual. A análise é realizada com o objetivo de esclarecer as consequências do ensino tradicional, as concepções do discente e suas dificuldades e entraves para a evolução dessas concepções.

Para Sá e Alves (2011), durante essa fase podem ocorrer situações que exijam do pesquisador a realização de pesquisas bibliográficas e de campo, quando não houver um parecer disponível do ponto de vista tanto do discente quanto do docente sobre o conteúdo investigado. Os autores enfatizam também que pode ocorrer ao longo do processo a retomada e o esquadrinhamento das análises prévias de acordo com as necessidades que surgirem.

Machado (2008, *apud* SÁ e ALVES, 2005) elucida que a retomada e o esquadrinhamento das análises prévias dependerão do que a pesquisa tem como objetivo. “Estas análises preliminares devem permitir ao pesquisador a identificação

das variáveis didáticas potenciais que serão explicitadas e manipuladas nas seguintes fases: a análise a priori e construção da sequência de ensino” (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 67).

A fase da concepção e análise a priori constitui-se, de acordo com Artigue, Douady e Moreno (1995), pela escolha das variáveis que foram fixadas pelo investigador durante a fase das análises prévias, as quais são relevantes para o problema que será estudado. A autora define essas variáveis como sendo de comando e indica a existência de duas categorias: 1) as variáveis globais ou macro didáticas que dizem respeito ao aspecto da organização geral da engenharia; 2) as variáveis microdidáticas ou locais que se referem à organização da engenharia localmente, isto é, organização de uma sequência ou fase da engenharia.

Para Artigue, Douady e Moreno (1995) esses dois tipos de variáveis podem ser gerais ou dependentes dos objetos matemáticos estudados. A análise dessas variáveis ocorre em três dimensões: epistemológicas (relacionadas aos aspectos do saber), dimensão cognitiva (relaciona-se às dimensões cognitivas do discentes) e dimensão didática (relaciona-se aos aspectos do sistema de ensino), de acordo com Almouloud e Coutinho (2008).

Segundo Almouloud e Coutinho (2008), o objetivo de uma concepção de análise, a priori, é definir como as escolhas realizadas (variáveis que foram assumidas pelo investigador como pertinentes) possibilitam o controle dos comportamentos dos discentes e também explicar o porquê de ocorrerem. Para os autores, esse objetivo determina que a análise a priori deve:

Descrever as escolhas das variáveis locais e as características da situação à didática desenvolvida; analisar a importância dessa situação para o aluno e, em particular, em função das possibilidades de ações e escolhas para construção de estratégias, tomadas de decisões, controle e validação que o aluno terá. As ações do aluno são vistas no funcionamento quase isolado do professor, que, sendo o mediador no processo, organiza a situação de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aprendizagem; Prever comportamentos possíveis e tentar mostrar como a análise feita permite controlar seu sentido, assegurando que os comportamentos esperados, se e quando eles intervêm, resultam do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem. (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 67)

Para Sá e Alves (2011), a fase de concepção e análise a priori tem como objetivo principal a construção de uma sequência didática para o conteúdo matemático que será investigado e a formulação de hipóteses assentadas nos dados obtidos na fase das análises prévias. Assim sendo, nessa fase o investigador deve

criar uma sequência didática que contenha uma sequência de atividades a serem desenvolvidas para realizar o trabalho pedagógico.

A elaboração da sequência didática visa produzir todo o material necessário para o desenvolvimento da proposta de sequência de atividades. No âmbito da Educação Matemática, esta pode ser formulada com uma única tendência ou a combinação de várias tendências. Frequentemente é elaborada mediante um conjunto de atividades embasadas nos resultados encontrados nas análises prévias, que o investigador aspira que conduzam os discentes a desenvolverem certas habilidades e competências de acordo com o objeto matemático investigado (SÁ; ALVES, 2011).

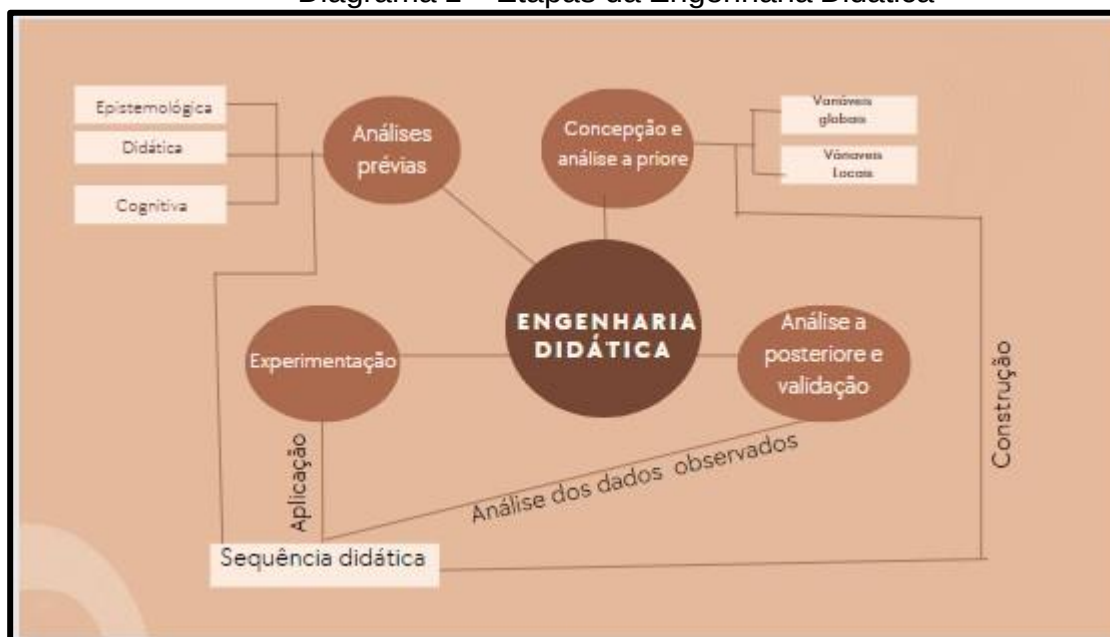
A terceira fase, a experimentação, conforme Artigue, Douady e Moreno (1995), ocorre mediante um período de aplicação e experimentação das atividades que foram planejadas durante a concepção e análise a priori, de maneira a colher os dados sobre a investigação realizada. Os autores ressaltam que nessa fase podem ser utilizadas metodologias externas: aplicação de entrevistas individuais ou grupais, aplicação de questionários. Além disso, são levadas em consideração as atividades produzidas pelos discentes dentro e fora da sala de aula.

A quarta fase, a análise a posteriori, está embasada no conjunto de dados coletados durante a experimentação, isto é, as observações realizadas no percurso da aplicação da sequência de atividades que foram planejadas para a sequência didática (ARTIGUE; DOUADY; MORENO, 1995). A análise a posteriori de uma sessão de atividades experimentais, de acordo com Almouloud e Coutinho (2008), constitui-se do conjunto de resultados obtidos por meio dos dados que foram recolhidos durante a experimentação e que podem contribuir para a melhoria dos conhecimentos didáticos do objeto investigado. Dessa maneira,

a análise a posteriori depende das ferramentas técnicas (material didático, vídeo) ou teóricas (teoria das situações, contrato didático...) utilizadas com as quais se coletam os dados que permitirão a construção dos protocolos de pesquisa. Esses protocolos serão analisados profundamente pelo pesquisador e as informações daí resultantes serão confrontadas com a análise a priori realizada. O objetivo é relacionar as observações com os objetivos definidos a priori e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados. (ALMOULLOUD; COUTINHO, 2008, p.68)

A análise da Engenharia Didática de Artigue (1995) evidenciou os caminhos a serem seguidos para a elaboração e aplicação da sequência didática que será usada na fase de experimentação desta pesquisa. A seguir, o Diagrama 1 apresenta as etapas da Engenharia Didática que devem ser seguidas para a construção da sequência didática.

Diagrama 1 – Etapas da Engenharia Didática



Fonte: Adaptado de Artigue, Douady e Moreno (1995)

O Diagrama 1 mostra que todas as etapas da Engenharia Didática culminam para a elaboração, aplicação e análise da sequência didática. A seguir, apresentamos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009), na qual estão inseridas as situações-problemas com Isomorfismo de Medidas.

2.2 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS MULTIPLICATIVOS

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi criada pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud, matemático, filósofo e psicólogo que foi orientando de Jean Piaget, o qual pesquisou sobre como ocorre o desenvolvimento cognitivo das crianças. Baseado nesses estudos, Vergnaud elaborou a Teoria dos Campos Conceituais a partir de contextos escolares, a qual tem como finalidade a compreensão das “filiações e rupturas entre conhecimentos, nas crianças e nos adolescentes, entendendo como «conhecimentos», tanto o saber fazer como os saberes expressos” (VERGNAUD, 1996, p. 155 *apud* LIMA, 2015, p.2). Dessa maneira, a TCC consiste em uma teoria

cognitivista que oferece um quadro teórico que permite trabalhar com situações que fazem parte do progresso intelectual da criança e do adolescente, como a linguagem e o raciocínio lógico.

Segundo Lima (2015), para criar a TCC, Gérard Vergnaud examinou os campos conceituais Aditivo e o Multiplicativo por meio de estudos que foram realizados dentro do contexto da sala de aula, com crianças, na tentativa de entender como elas realizam a construção do pensamento matemático.

Um campo conceitual, de acordo com Magina, Meline e Santos (2014, p. 520), é um “conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros. ”

De acordo com Vergnaud (1990, *apud* MAGINA; MELINE e SANTOS, 2014), o Campo Conceitual Aditivo tem como característica um conjunto de situações que precisam para sua resolução de operações de adição ou subtração ou a combinação delas e o Campo Conceitual Multiplicativo é constituído por um conjunto de situações que necessitam para sua resolução do uso das operações de Multiplicação ou Divisão ou a combinação entre ambas. O autor ressalta ainda que ambos os campos são relevantes para o ensino da matemática, pois servem para fundamentar os demais conceitos matemáticos.

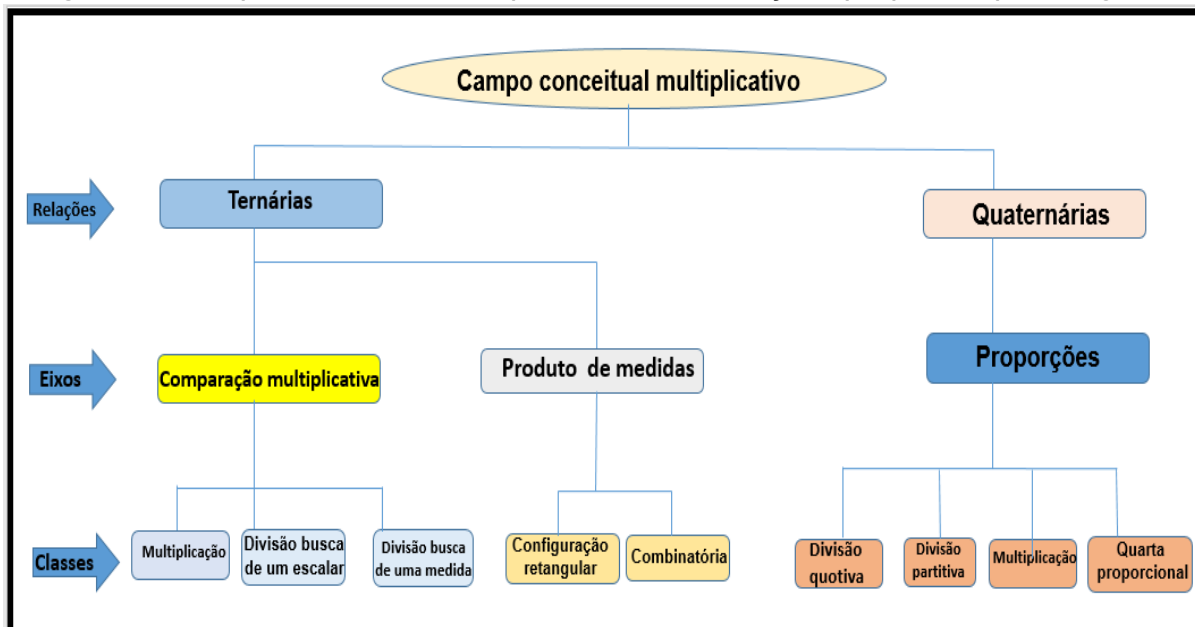
Vergnaud (2009) destaca que as aprendizagens de conceitos pelas crianças só ocorrem por meio da aplicação de diversas situações, pois o aprendizado não pode se limitar a uma única definição, ou seja, um campo conceitual deve interligar-se a situações diversas e inúmeros conceitos, de forma que um conceito por mais simples que seja não pode ser aprendido por meio de uma única situação.

Um conceito de acordo com Vergnaud (1996 *apud* CASTRO FILHO; CASTRO e BARRETO, 2017) é formado por um conjunto de situações denominadas: Situações (S), Invariantes (I) e Representações (R). As situações constituem-se de relações que se interligam a problemas e atividades que dão significados aos conceitos. Assim,

Os invariantes são propriedades, relações, axiomas e teoremas que constituem a essência do conceito e, por isso mesmo, não variam, na situação em que ele está envolvido. As representações são formas de expressar simbolicamente os conceitos, os invariantes e as situações, elaboradas em desenhos, diagramas, números, símbolos matemáticos, dentre outras possibilidades. (VERGNAUD, 1988,1996 *apud* CASTRO FILHO; CASTRO; BARRETO, 2017, p.15)

Entre esses dois campos conceituais, enfatizamos o Campo Conceitual Multiplicativo que, de acordo com Vergnaud (2009), além de utilizar situações multiplicativas associadas às operações de Multiplicação e/ou Divisão, relaciona-se a conceitos como: função linear, n-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, proporção, número racional, combinação, produto cartesiano, área, volume e outros. Vergnaud (2009) propôs para essa variedade de conceitos de situações multiplicativas dois tipos de relações: o das ternárias e o das quaternárias. As relações ternárias são as que relacionam entre si três elementos (três quantidades), os quais podem ser pessoas, números, conjuntos, isto é, objetos lógicos de naturezas variadas. Nessa relação entre três quantidades, uma é o produto das duas outras no mesmo plano numérico e dimensional, de acordo com Vergnaud (2014, *apud* COUTO, LIMA e SANTOS, 2021). As relações quaternárias relacionam entre si quatro elementos, dois de uma espécie e os outros dois de outra espécie. O autor dividiu as relações ternárias e quaternárias em eixos, os quais estão dispostos na Figura 1 e que descreveremos a seguir.

Figura 1- Campo Conceitual Multiplicativo e as Relações propostas por Vergnaud



Fonte: Adaptado de Vergnaud (2009).

Para a relação Ternária, o autor designou dois eixos: Comparação Multiplicativa e Produto de Medidas. Para relação Quaternária designou o eixo das proporções. Esses eixos propostos estão subdivididos em classes, as quais podem usar quantidades contínuas ou discretas.

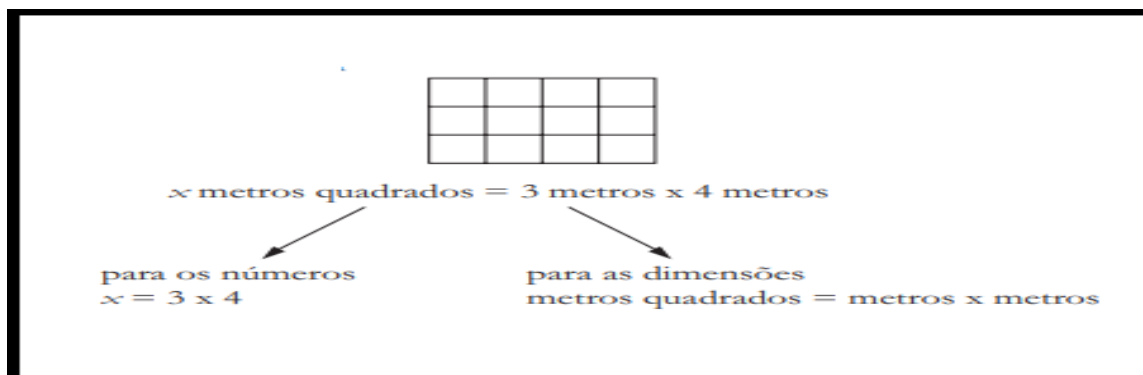
No eixo da Comparação Multiplicativa, Vergnaud (2009) propôs situações-problema que possuem as “expressões linguísticas” **vezes mais** ou **vezes menos**, as quais pertencem a três tipos de classes: multiplicação, divisão – busca de uma medida e divisão – busca de um escalar (operador escalar- não possui dimensão).

A seguir, descrevemos as três classes desses tipos de problemas a partir de exemplos nos quais se percebe a presença da expressão linguística “vezes mais” em cada um deles, propostos por Vergnaud (2009, p. 263):

1. **Multiplicação:** “São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia; são necessárias três vezes mais para fazer um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer um conjunto? ”
2. **Divisão- busca de uma medida:** “São necessárias três vezes mais de tecido para fazer um conjunto do que uma saia. São necessários 6 metros para um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer uma saia?”
3. **Divisão- busca de um escalar:** “São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia, 6 metros para um conjunto. Quantas vezes mais são necessários para fazer um conjunto (em relação a uma saia)?”

Para o eixo Produto de Medidas pertencente à Relação Ternária, Vergnaud (2009) propôs duas classes: configuração retangular e combinatória. Essa forma de relação consiste em uma relação ternária entre três quantidades, as quais uma é o produto das duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional. A classe da configuração retangular possui situações nas quais as quantidades representam determinadas medidas que são dispostas na vertical e na horizontal, ou seja, estão dispostas de forma retangular e envolvem quantidades contínuas. Eis um exemplo proposto por Vergnaud (2009, p.254): “Uma sala retangular tem 4 m de comprimento e 3 m de largura. Qual é sua área? ”

No exemplo proposto, o retângulo pode ser decomposto em quadrados, de modo que temos linhas e colunas com um metro de comprimento. Desta maneira, demonstra-se “a medida da superfície e o produto da medida da grande dimensão (comprimento) pela medida da pequena dimensão (largura), tanto no plano das dimensões como no plano numérico” (VERGNAUD, 2009, p.255), como mostra a Figura 2.

Figura 2- Exemplo de Configuração Retangular

Fonte: Vergnaud (2009, p. 255).

A classe combinatória remete à ideia de noção de produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos ($A \cap B = \emptyset$), segundo Meline, Santos e Magina (2012). A seguir, descrevemos um exemplo proposto por Vergnaud (2009, p.254): “3 rapazes e 4 moças querem dançar. Cada rapaz quer dançar com cada moça e cada moça, com cada rapaz. Quantos seriam os casais possíveis? ”

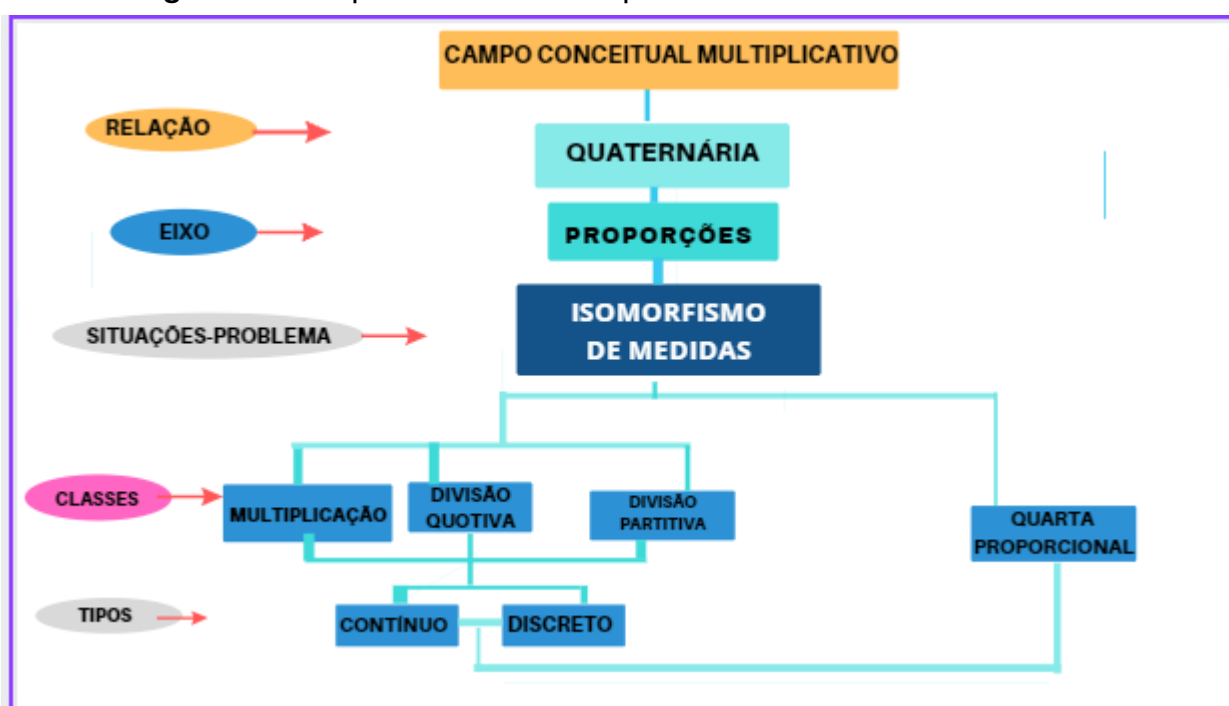
No exemplo, podemos denominar de $R = \{a, b, c\}$ o conjunto dos rapazes e $M = \{d, e, f, g\}$ o conjunto das moças. O conjunto C dos casais possíveis é dado por meio do produto cartesiano do conjunto de rapazes pelo conjunto de moças $C = R \times M$.

Nas relações quaternárias, que comportam quatro quantidades, duas de uma espécie e as outras duas de outra espécie, temos, de acordo com Vergnaud (2009), o eixo das proporções que possuem a seguinte forma: “a está para b assim como c está para d”. Ela reafirma que a relação entre a e b é a mesma que a relação entre c e d” (VERGNAUD, 2009, p. 71). Essas relações são constantemente abordadas na educação básica, visto que são estabelecidas entre objetos de natureza diferentes, que supõem conjuntos diferentes, por exemplo: “O preço de seis garrafas está para o preço de uma garrafa assim como seis garrafas estão para uma garrafa, é uma relação entre objetos de natureza diferente (quantidades de garrafas e preços) ” (VERGNAUD, 2009, p.72).

Segundo Vergnaud (2009), as relações quaternárias são usadas para realizar a introdução da multiplicação na educação básica, e fazem parte de muitos problemas multiplicativos. À essa relação que comporta quatro quantidades, de modo que duas representam quantidades de um certo tipo e as outras duas de outro tipo, o autor denominou de Isomorfismo de Medidas.

As situações de Isomorfismo de Medidas relacionam-se a problemas multiplicativos que formam relações de proporcionalidade, as quais de acordo com Vergnaud (2009), estão divididas nas classes Multiplicação, Divisão Partitiva, Divisão Quotiva e Quarta Proporcional, que podem conter quantidades discretas ou contínuas . O autor ressalta que as situações referentes à Quarta proporcional são as que expressam a igualdade entre duas razões e são trabalhadas na Educação Básica por meio da regra de três simples. O esquema da Figura 3 representa o campo conceitual multiplicativo e as situações de Isomorfismo de Medidas proposta por Vergnaud (2009).

Figura 3 - Campo Conceitual Multiplicativo e Isomorfismo de Medidas



Fonte: Vergnaud (2009)

Apresentamos no Quadro1, alguns exemplos de situações multiplicativas com Isomorfismo de Medidas propostas por Vergnaud (2009, pp. 239-241), usando a categorização proposta no esquema da Figura 3.

Quadro 1- Exemplos de problemas com Isomorfismo de Medidas

Problema	Classe	Tipo	Relação
a) Minha mãe quer comprar tecido a R\$ 24,80 o metro para fazer um vestido e um paletó. Ela necessita de 3,50 metros de tecido. Quanto ela deverá gastar?	Proporção-Multiplicação	Contínuo	Quaternária
b) Tenho 3 pacotes de iogurte. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?	Proporção – Multiplicação	Discreto	Quaternária
c) Paguei R\$ 12,00 por 3 garrafas de vinho. Quanto custou cada garrafa?	Proporção–Divisão Partitiva	Discreto	Quaternária
d) Pedro tem R\$ 12,00 e quer comprar pacotes de balas a R\$ 4,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar?	Proporção–Divisão Quotiva	Discreto	Quaternária
e) 3 novelos de lã pesam 200g. São necessários 8 para fazer um pulôver. Qual vai ser o peso do pulôver?	Proporção-Quarta proporcional	Discreto	Quaternária

Fonte: Vergnaud (2009, pp. 239-241).

Para Vergnaud (2009), os problemas apresentados nos exemplos propostos no Quadro 1 possuem diferentes graus de dificuldades. Os exemplos dos itens **a** e **b**

têm dificuldades distintas, visto que nesses itens há diferença na utilização de números inteiros e decimais e entre grandezas discretas e contínuas. O autor evidencia que a introdução da “multiplicação reiterada (3 pacotes de iogurtes de 4 iogurtes é 4 iogurtes mais 4 iogurtes mais 4 iogurtes)” (VERGNAUD, 2009, p. 241) realiza-se mais facilmente com grandezas discretas e números inteiros.

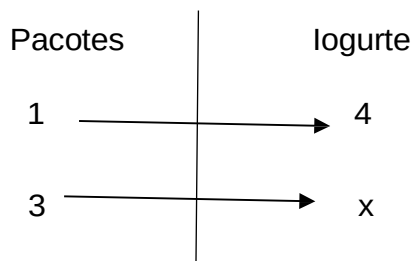
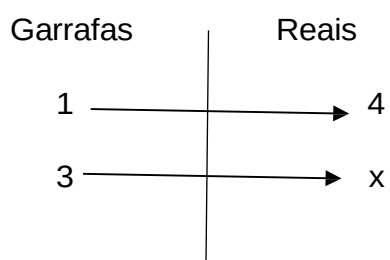
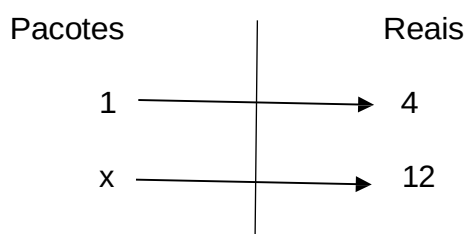
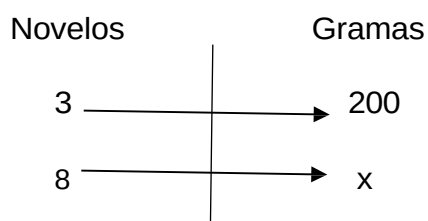
Os exemplos **c** e **d**, apesar de ambos representarem uma operação de divisão, existe um grau de dificuldade distinto entre eles, dado que, no exemplo **c** é necessário determinar o valor unitário a partir do “elo de correspondência entre duas grandezas diferentes” (VERGNAUD, 2009, p. 241); no exemplo **d**, “o, valor unitário é dado e não é preciso encontrar o número de unidades da primeira espécie, corresponde a uma grandeza de outra espécie” (VERGNAUD, 2009, p. 242).

No exemplo **e**, o que se tem é uma quarta proporcional, que difere dos exemplos **a**, **b**, **c**, **d**, visto que nenhuma das quatro quantidades presentes na relação é igual a “um”, e no que se chega é a uma regra de três não deturpada (o denominador é diferente de um), o que torna esse tipo de problema mais complexo que os demais, pois de acordo com Vergnaud (2009), os problemas mais simples de Isomorfismo de Medidas são os que, pelo menos, uma das grandezas é igual a “um”.

Vergnaud (2009, p. 240) propôs para cada um desses problemas um esquema, demonstrando a relação que há entre as quatro quantidades e o **x**, representando a quantidade a ser determinada, cuja posição varia de acordo com o que se deseja solucionar. Os esquemas abaixo foram propostos pelo autor no que se refere aos exemplos apresentados anteriormente no Quadro 1:

a) Multiplicação

Metros		Reais
1	→	24,80
3,50	→	x

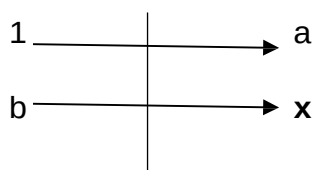
b) Multiplicação**c) Divisão por partes****d) Divisão por cotas****e) Quarta proporcional**

Os esquemas utilizados acima representam quadros de correspondências, segundo Vergnaud (2009, p. 240), “entre duas espécies de quantidades (os pacotes de iogurte e os iogurtes, os metros de tecido e o preço pago, etc.)”.

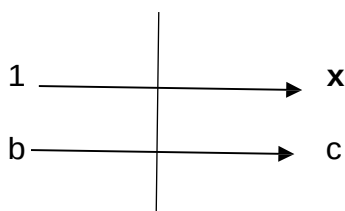
Todos esses tipos de problemas com Isomorfismo de Medidas, de acordo com Vergnaud (2009), possuem diferentes graus de complexidade que variam de acordo com a posição do valor a ser procurado. Para o autor, os mais simples são os que possuem uma das quatro quantidades igual a “um”. Dentre os problemas propostos no Quadro 1, os mais simples seriam os dos itens **a**, **b**, **c** e **d**, visto que, uma das quatro quantidades é igual a “um”, conforme demonstrado nos esquemas acima.

O autor propõe para os tipos de problema que apresentam uma das quantidades igual a “um”, três classes de acordo com a posição da incógnita, em uma das quatro quantidades. Ilustramos a seguir essas três classes propostas por Vergnaud (2009, p. 261), mediante esquemas onde **x** representa a incógnita.

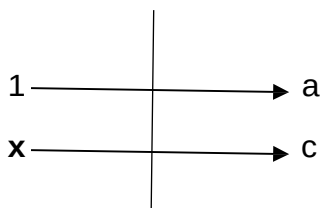
a) Multiplicação



b) Divisão: busca do valor unitário



c) Divisão: busca da quantidade de unidades

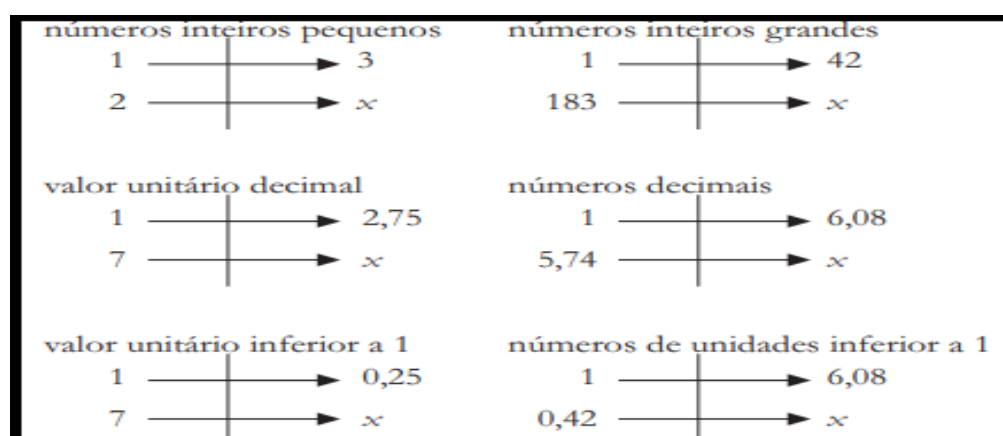


Entre os problemas expressos no Quadro 1, os itens **a**, **b**, **c** e **d** podem facilmente ser classificados de acordo com uma das três classes propostas por Vergnaud (2009) para situações de Isomorfismo de Medidas, nas quais ocorrem a variação da posição da incógnita, uma vez que possuem “um” como medida em uma das quatro quantidades. De maneira que os itens **a** e **b** podem ser classificados como

Multiplicação; **c** como Divisão: busca do valor unitário (divisão partitiva) e **d** como Divisão: busca da quantidade de unidades (divisão quotativa). No que tange ao item **e**, ele não se enquadra em nenhuma dessas três categorias, pois nenhuma das quatro quantidades é igual a 1.

Para essas três classes em que uma das quantidades é igual a “um”, de acordo com Vergnaud (2009), há a possibilidade de subdividi-las em subclasses que evidenciam dificuldades diferentes. A seguir, expomos na Figura 4 exemplos dessas subclasses para a classe da Multiplicação propostas por Vergnaud (2009).

Figura 4- Subclasse da multiplicação



Fonte: Vergnaud (2009, p.261).

O autor enfatiza que algumas dessas subclasses apresentadas podem ser bastantes difíceis para muitas crianças, principalmente as três últimas. Além disso, levanta a possibilidade da construção de forma análoga de subclasses para os problemas relacionados às duas classes de problemas de Divisão.

A seguir, sintetizamos no Quadro 2 as características propostas por Vergnaud (2009) para situações-problemas de Isomorfismo de Medidas que foram percorridas.

Quadro 2- Características dos problemas de Isomorfismo de Medidas

Campo Conceitual	Tipos de operações	Tipo de relações	Eixo	Classes	Tipos de quantidades
Multiplicativo	Multiplicação e/ou Divisão	Quaternárias	Proporções	Multiplicação	Discretas e/ou contínuas
				Divisão Partitiva	
				Divisão Quotativa	
				Quarta Proporcional	

Fonte: Sistematizado de Vergnaud (2009).

2.2.1 Síntese sobre a Análise da Teoria dos Campos Conceituais

A análise sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009) possibilitou a verificação da existência dentro dessa Teoria de dois campos conceituais, o Aditivo e o Multiplicativo. Desse modo, foi possível situarmos em qual campo conceitual estão inseridas as situações-problema com Isomorfismo de Medidas e categorizá-las de acordo com Vergnaud (2009). Ademais, as classes de problemas categorizadas foram utilizadas para a construção das situações-problemas da Sequência didática e para a elaboração do nosso produto educacional.

2.3 ENSINO POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

O ensino da matemática no Brasil, de acordo com Pinheiro (2008, *apud* BARBOSA, 2021) tem sido realizado pelos docentes preponderantemente por meio do ensino tradicional – definição, exemplo, exercícios –, o qual tem se mostrado ineficaz, dado que esse método dá preferência à reprodução mecânica dos procedimentos e isto, segundo Brasil (1998), não é garantia de que o discente aprenda o conteúdo e saiba utilizá-lo em contextos novos. Além disso, os dados oficiais do Sistema de Avaliação da Educação Básica têm mostrado resultados nada animadores no que diz respeito ao aprendizado de matemática na Educação básica.

Em face desse quadro desanimador e da relevância que a matemática tem para os discentes, faz-se necessária a reflexão sobre a maneira de ensinar a matemática, de forma a buscar meios para reverter essa situação negativa. Assim, constatamos que há formas diversas de realizar o ensino de matemática que colocam o docente e o discente em um protagonismo compartilhado durante o processo de ensino-aprendizagem desse componente curricular, fugindo dessa forma da aplicação do modelo tradicional.

Atualmente, em conformidade com Sá (2020), esses modos de realizar o ensino de matemática por meio do protagonismo dos alunos são designados por Tendências em Educação Matemática. Para a Educação Matemática, “as tendências de Ensino se referem a tendências didático-pedagógicas e à forma como elas são ou podem ser utilizadas no processo de ensino-aprendizagem” (BARBOSA, 2021, p.73).

Entre as principais tendências em Educação matemática, temos: Modelagem Matemática, Etnomatemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Jogos e Materiais Concretos, Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação, Investigação Matemática, entre outras. Todas essas Tendências em Educação Matemática têm características, organização e funcionamento próprios que diferem do ensino tradicional da matemática.

Sá (2020) realizou um estudo que verificou a relação entre essas Tendências em Educação Matemática e a Teoria das Atividades, de acordo com os elementos funcionais de uma atividade, propostos por Nuñez e Pacheco (1997): os sujeitos da atividade; o objeto da atividade; o motivo; o objetivo; o sistema de operações; a base orientadora da ação; os meios; as condições e o produto. Após essa análise, o autor concluiu que as Tendências em Educação Matemática, como a Etnomatemática, Jogos, Modelagem, Investigação Matemática, História da Matemática, Resolução de Problemas e Uso de Tecnologias, todas elas

[...] satisfazem os requisitos funcionais de uma Atividade de Estudo. O que mostra que quando saímos do modo expositivo de ministrar aulas de matemática e utilizamos uma das Tendências atuais da Educação Matemática estamos fazendo uso dos elementos funcionais da Atividade de Ensino [...] (SÁ, 2020 p. 155)

Há na literatura sobre Educação Matemática, de acordo com Sá (2020), registros de um tipo de aula na qual o ensino de matemática ocorre de forma compartilhada por professores e alunos e que não possuem as características das Tendências em Educação Matemática mencionadas anteriormente, mas que, contudo, contém também os elementos funcionais de Atividade. Essa metodologia de ensino apresenta as seguintes características:

[...] aula desenvolvida por meio da realização de tarefas experimentais, elaboradas e acompanhadas pelo docente, com o objetivo de levar o estudante ao encontro com um conhecimento matemático específico após a execução de tarefas, registro de resultados, análise e reflexões sobre os resultados obtidos, culminando com a sistematização do conteúdo. (SÁ, 2020, p.155)

Sá (2020) destacou esse processo de ensino como Ensino de Matemática por Atividades, por considerar que este também tem as características funcionais de Atividade, e julgou mais adequado denominá-lo de Ensino por Atividades Experimentais, de modo a diferenciá-lo das demais Tendências em Educação Matemática. O autor definiu que o Ensino de matemática por meio de Atividades Experimentais é

um processo didático desenvolvido por meio da realização de tarefas, envolvendo material concreto ou ideias, elaboradas pelo professor com objetivo de levar estudantes ao encontro com um conhecimento/conteúdo matemático específico após a realização da tarefa, do registro de resultados, análise e elaboração de reflexões sobre os resultados obtidos que culmina com a sistematização ou institucionalização de um conteúdo matemático. (SÁ, 2020, p. 155)

Após as análises realizadas nas demais Tendências em Educação Matemática, Sá (2020) concluiu que o Ensino por Atividades Experimentais não se caracteriza com nenhuma das Tendências arroladas em sua pesquisa e o definiu como sendo também uma Tendência em Educação Matemática.

O Ensino por Atividades Experimentais possui uma perspectiva diferente da abordagem tradicional do ensino de matemática, pois exige do aprendiz o seu envolvimento em ações por meio de atividades experimentais, experimentos com atividade lúdicas e materiais manipuláveis, a fim de que vivenciem o processo de descoberta, de acordo com SÁ (2019).

Esse mesmo autor enfatiza que o ensino por atividades apresenta as seguintes características:

- Tem diretriz;
- É compromissado com o conteúdo;
- É compromissado em desenvolver habilidades que vão além do conteúdo;
- Possui uma estrutura;
- Possui uma sequência;
- Não se associa necessariamente à resolução de problemas;
- Considera os conhecimentos prévios dos discentes;
- Há institucionalização dos resultados ao final das atividades;
- Não desobriga o professor de participar;
- Proporciona a interação entre discente e docente;
- É apropriado para formar conceitos e acessar resultados operacionais ou algoritmos.

Como toda tendência em ensino de matemática, o Ensino por Atividades possui uma organização própria, que é classificada com relação ao objetivo e quanto ao modo de desenvolvimento. “Quanto ao objetivo, o ensino por atividades pode ser realizado por dois tipos básicos de atividade: conceituação ou redescoberta. Quanto ao modo de desenvolvimento, o ensino de matemática por atividades pode ser por demonstração ou experimental” (SÁ, 2019, p.17).

Para Sá (2019), a atividade de conceituação consiste em fazer com que o aprendiz consiga realizar a definição de um determinado objeto matemático. A atividade de redescoberta visa levar o discente a descobrir uma relação ou propriedade de um objeto matemático.

Quando a atividade é desenvolvida de forma experimental, o docente elabora um experimento e o aprendiz o executa sob a sua supervisão e orientação, de forma que o estudante seja estimulado “a desenvolver e/ou aplicar conceitos matemáticos para interpretar o experimento e justificar seus resultados” (SÁ; FOSSA; MAFRA, 2022, p.4). Quando o ensino por atividades é desenvolvido por demonstração, o docente executa as ações enquanto os discentes fazem o registro dos resultados para na sequência realizarem a interação com os mesmos, com o objetivo de chegarem ao cômputo planejado para a atividade (SÁ, 2019).

Ainda em consonância com Sá (2019), tanto em uma situação de conceituação ou de redescoberta, desenvolvida por meio de atividades de experimentação ou demonstração, deve-se seguir os seguintes momentos para sua aplicação: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.

Sá (*Op. cit.*) recomenda que o momento da organização consiste na arrumação da turma, que deve preferencialmente ser organizada em grupos de no máximo 4 discentes e no mínimo 2. Entretanto, pode ser organizada de forma individual, o que não é muito recomendável, visto que essa disposição não proporciona interações, o que é fundamental para que ocorra a aprendizagem. Durante esse momento, quem dirige as ações, orienta e forma os grupos é o docente, de modo que não ocorra imposições.

O momento da apresentação da atividade é de competência do docente, assim como a distribuição do material que será necessário para o desenvolvimento da atividade. O material entregue deve vir acompanhado de um roteiro que pode ser de preferência impresso, mas também pode ser escrito no quadro, conforme Sá (*op. cit.*).

O momento de execução é a fase em que o pesquisador realiza a manipulação dos materiais, faz medições, desenvolve cálculos, faz comparações. É esperado que nesta fase os discentes realizem os procedimentos estabelecidos no roteiro das atividades. O docente, segundo Sá (2019), deve deixar que os grupos atuem de forma livre, porém deverá supervisionar e ajudar no andamento das ações e tirar dúvidas quando solicitado ou se percebê-las.

Sá (*Op. cit.*) enfatiza que o momento do registro é a fase em que ocorre a sistematização das informações do que está sendo pesquisado. É desejável que cada grupo nesta fase faça o registro das informações adquiridas durante a realização dos procedimentos no respectivo local do roteiro recebido. O papel do docente neste instante é de supervisionar e ajudar a sanar as dúvidas que possam surgir.

O momento da análise é a etapa na qual os estudantes de cada equipe realizam a análise das informações que foram registradas e consigam descobrir uma regularidade/irregularidade entre as informações. Esse momento é importantíssimo, dado que, deverão realizar o primeiro acesso à informação que o professor deseja, como explica SÁ (2019).

A institucionalização, conforme Sá (2019), é o último estágio do Ensino por Atividades Experimentais. É neste momento que se constrói a conclusão oficial da turma, por meio das conclusões elaboradas por cada equipe. Durante esta etapa, o docente, independente das conclusões realizadas pelas equipes, deve solicitar que cada grupo vá ao quadro fazer o registro de suas conclusões. Além disso, é neste momento que o docente realiza considerações sobre as conclusões apresentadas e finalmente desenvolve junto com os alunos uma conclusão que possibilite a alguém que não participou da atividade o entendimento da relação estabelecida.

Sá, Mafra e Fossa (2022) destacam que para que uma atividade de redescoberta ou conceituação tenha sucesso é necessário que o docente realize o planejamento dessas atividades. Para o planejamento de uma atividade de redescoberta, os autores propõem as seguintes etapas que foram embasadas em Henning (1986): “determinação do resultado desejado, construção do objetivo, produção do material, elaboração do procedimento, elaboração do espaço de registro, elaboração do desafio, verificação, previsão da institucionalização e elaboração do roteiro” (SÁ; MAFRA; FOSSA, 2022, p.10). Para as de conceituação propuseram as etapas: “determinação ou seleção de conceitos, elaboração do objetivo, elaboração dos procedimentos, seleção do material, elaboração do espaço de registro, previsão de observações, previsão de institucionalização” (*Ibid.*, pp.7-8).

As etapas propostas pelos autores para a realização do planejamento das atividades de conceituação ou descoberta se assemelham em vários momentos como as de:

- Construção/ elaboração de objetivo, que consiste na preparação do objetivo que será apresentado aos discentes de forma única;

- Elaboração dos procedimentos da atividade está relacionada à construção pelo docente do conjunto de procedimentos a serem executados pelos discentes durante o desenvolvimento da atividade, para que consigam chegar na conceituação de um objeto matemático (situação de conceituação) ou relação ou propriedade matemática (situação de redescoberta);
- Elaboração do espaço de registro corresponde ao momento no qual o docente elabora um espaço destinado ao registro das observações e informações que serão produzidas pelos discentes durante a realização da atividade;
- Elaboração de um roteiro é o momento que o docente registra as etapas contidas na atividade.

Há também etapas no planejamento das atividades de conceituação e redescoberta que, apesar de possuírem o mesmo nome, consistem em ações diferentes, como os de previsão de institucionalização.

A institucionalização na situação de redescoberta requer que o docente elabore questões que façam o discente encontrar soluções previstas nos objetivos e nas finalidades da atividade proposta. Na situação de conceituação, instrui-se como o professor tem que proceder para conduzir a apresentação do conceito que é desejado pelos grupos, embasado tanto pelas informações válidas quanto pelas informações inválidas. Ademais, de acordo com Sá (*et al.*, 2022), há momentos que pertencem somente às atividades de conceituação, como determinação ou seleção de conceitos, previsão de observações, finalização e seleção do material. E os que fazem parte só do planejamento das atividades de redescoberta: determinação ou seleção do resultado, elaboração do desafio, produção do material.

O momento da determinação ou seleção do conceito, consiste em apresentar aos discentes o conceito de acordo com as atividades que foram elaboradas. O momento da previsão de observações envolve as possibilidades e a previsão da “existência de registros associados à respectiva atividade, sejam eles válidos ou inválidos, gerados durante o desenvolvimento da mesma, cabendo inferências e conclusões, conforme os objetivos propostos”, é o que argumenta SÁ (*et. al.*, 2022, p.9). A finalização é o momento que ocorre a “indicação de todas as informações apresentadas no plano de trabalho ou roteiro da atividade, já devidamente validadas,

no momento de sua verificação final” (SÁ; *et al.*, 2022, p. 9). A seleção do material consiste na organização dos materiais a serem usados pelos discentes.

O momento de determinação ou seleção do resultado requer que o docente faça a seleção do resultado que pretende mostrar mediante a atividade que foi elaborada, assim como o enunciado previsto ao final da mesma. A elaboração do desafio é o momento no qual o docente apresenta uma questão com o objetivo de que os discentes estabeleçam as relações e especificidades que foram percebidas, de acordo com as informações adquiridas e sistematizadas no desenvolvimento da atividade. A etapa da produção do material consiste na seleção ou construção dos materiais necessários para que seja executada a atividade, de acordo com Sá (*et al.*, 2022).

O Quadro 3 sintetiza cada um dos momentos que estão presentes no planejamento das atividades de Redescoberta e Conceituação do Ensino por Atividades.

Quadro 3- Planejamento das atividades de Redescoberta e Conceituação do Ensino por Atividades

Momentos		Atividades de Redescoberta	Atividades de Conceituação
i	Determinação ou Seleção dos conceitos		x
ii	Elaboração do objetivo da atividade	x	x
iii	Elaboração dos procedimentos das atividades	x	x
iv	Seleção do material		x
v	Elaboração do espaço do registro	x	x
vi	Previsão das observações		x
vii	Previsão da Institucionalização	x	x
viii	Elaboração de um roteiro	x	x
ix	Elaboração de um desafio	x	
x	Determinação dos resultados	x	
xi	Verificação	x	x
xii	Finalização		x
xiii	Produção do material	x	

Fonte: Sistematizado de Sá, Mafrá e Fossa (2022).

O Quadro 4 apresenta uma síntese das características do Ensino por Atividades Experimentais que foram percorridas.

Quadro 4- Síntese do Ensino por Atividades Experimentais

Classificação das atividades	Tipo de situação	Desenvolvimento	Fases da aplicação	Fases do planejamento
Objetivo	Redescoberta: conduz o aluno à descoberta de uma propriedade ou relação matemática;	Demonstração ou Experimental.	Organização, Apresentação, Execução, Registro, Análise e Institucionalização.	i) determinação do resultado desejado; ii) Elaboração do objetivo; iii) Produção do material; iv) Elaboração dos procedimentos; v) Elaboração do espaço de registro; vi) Elaboração do desafio; vii) Verificação; viii) Previsão da institucionalização; ix) Elaboração do roteiro.
	Conceituação: conduz o aluno a realizar a definição de um objeto matemático;	Demonstração ou Experimental.	Organização, Apresentação, Execução, Registro, Análise e Institucionalização.	i) Determinação do conceito; ii) Elaboração do objetivo; iii) Elaboração dos procedimentos; iv) Seleção do material; v) Elaboração do espaço de registro; vi) Previsão de observações; vii) Previsão de institucionalização; viii) Elaboração de um roteiro; ix) Verificação; x) Finalização.

Fonte: Sistematizado de Sá (2019, 2020) e Sá, Mafra e Fossa (2022).

2.3.1 Síntese sobre a Análise do Ensino por Atividades Experimentais

O respectivo exame realizado sobre o Ensino por Atividades Experimentais evidenciou que este se trata de uma Tendência em Educação Matemática, conforme Sá (2020), isto é, permite a participação do discente como protagonista no processo de ensino-aprendizagem.

Ao situarmos o Ensino por Atividades Experimentais como uma Tendência em Educação Matemática, vislumbramos sua utilização como meio a ser utilizado para

elaboração e aplicação da sequência didática e a construção do nosso produto educacional, contendo as situações-problemas com Isomorfismo de Medidas.

2.4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas envolvendo as operações de multiplicação e divisão é enfatizada em vários documentos oficiais da educação brasileira, como nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nas matrizes de referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

De acordo com os PCN (BRASIL,1998), o ensino de matemática por meio de resolução de problemas é um bom caminho para se ministrar os conteúdos matemáticos, no entanto tem sido utilizado de forma equivocada pelos docentes de matemática, visto que, tem visado apenas “mera aplicação final do estudo de um conteúdo matemático” (BRASIL, 1998, p. 23).

Em consequência dessa má aplicação da resolução de problemas, de acordo com Brasil (1998), o conteúdo matemático não tem sido exposto aos estudantes como um conjunto de conceitos que se inter-relacionam, que lhes possibilita solucionar um conjunto de problemas, porém como um prolongado discurso simbólico, abstrato e que não possibilita sua compreensão.

Conforme descrito nos PCN (BRASIL,1998), a resolução de problema sob a ótica da Educação Matemática permite que os discentes mobilizem conhecimentos e desenvolvam a capacidade para administrar as informações que lhes são dispostas, de forma que poderão ampliar seus conhecimentos sobre conceitos e procedimentos matemáticos, de forma que “problema” não é um exercício no qual o discente faz a aplicação de forma mecânica de uma fórmula ou de uma operação.

Brasil (1998) faz uma crítica sob a forma como a resolução de problemas tem sido interpretada pelos docentes, visto que tem sido utilizada apenas como uma atividade de aplicação de um conceito matemático ao final do conteúdo ensinado. O autor propõe que a “resolução de problemas” deve ser tomada como ponto de partida para a atividade matemática, de forma que o conhecimento matemático deve ser apresentado ao discente como um conjunto de conceitos inter-relacionados, pois mediante isso os alunos podem adquirir o conhecimento matemático por meio de situações que os desafiem a resolver e estabelecer estratégias de resolução.

Para Brasil (1988), a resolução de problemas, tomada como eixo organizador do ensino-aprendizagem de matemática, pode ser sintetizada de acordo com os seguintes princípios descritos no Quadro 5 a seguir:

Quadro 5- Princípios da resolução de problemas como eixo organizador do ensino-aprendizagem

1º princípio	A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.
2º princípio	O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada.
3º princípio	Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática.
4º princípio	Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular.
5º princípio	A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Fonte: Sistematizado de Brasil (1998, pp.40-41).

Ademais, Brasil (1998) enfatiza que um problema para ser caracterizado como situação-problema pertencente à matemática é necessário que haja uma sequência de ações ou operações nas quais obtém-se uma solução, a qual não está disponível para o discente no início do processo, porém é possível realizar sua construção.

A BNCC argumenta que os processos matemáticos relacionados à resolução de problemas devem estar inseridos em todo o ensino fundamental, visto que são responsáveis pelo desenvolvimento do letramento matemático, que é a capacidade de desenvolver nos discentes as competências como raciocínio lógico e crítico. Esses processos relacionam-se a formas privilegiadas de atividade matemática, dado que

privilegiam o desenvolvimento do raciocínio, representação e comunicação, e pode ser simultaneamente objeto e estratégia de ensino ao longo de todo o Ensino Fundamental.

Em Sá (2021), encontramos que essa estratégia de ensino no ano de 1980 foi inserida na agenda do “National Council of Teachers of Mathematics”- NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos) e o mesmo recomendou que a resolução de problemas fosse bastante enfatizada durante o processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Em Pontes (2019), encontramos a informação de que inúmeras abordagens de conteúdos matemáticos podem ser realizadas por meio da resolução de problemas, de modo a conduzir o discente a uma compreensão melhor do que se pretende ensinar e, por consequência, desenvolver o seu raciocínio lógico e sua criatividade. A propositura do autor não visa somente encontrar a solução do problema, mas também acompanhar o processo de construção da solução.

A resolução de situações-problemas é apontada nos documentos oficiais da educação brasileira, no NCTM e por Pontes (2019) como um caminho promissor para o ensino da matemática. Além disso, Vergnaud (2009), em sua teoria dos campos conceituais, acentuou que um conceito não pode ser aprendido por meio de uma única definição e sim mediante diversas situações, de forma a corroborar com Brasil (1998) de que a situação-problema deve ser o ponto de partida para o ensino da matemática e não a definição.

Considerando o exposto, torna-se mister diferenciar exercício. Em Sá (2021) encontramos que qualquer situação pode ser desenvolvida como um problema ou exercício, e isto só dependerá do sujeito envolvido. Se o mesmo tiver o entendimento de um caminho conhecido para solucioná-lo, por mais complexo que seja, será somente um exercício, porém se não souber como resolvê-lo passa a ser um problema. Para o autor, para que uma situação se converta em exercício para uma pessoa, é necessário que ela tenha contato com pelo menos uma estratégia de resolução e seja levado a utilizar o procedimento frequentemente. Assim, “na primeira vez que uma pessoa enfrenta uma situação e consegue uma solução, ela será um problema, depois de dominar o caminho que leva à solução dela será apenas um exercício ” (SÁ, 2021, p.13).

Sá (2021) alerta ainda sobre as atividades que são propostas pelo docente em sala de aula por meio do uso do livro didático ou mediante a entrega de listagens;

estas devem ser denominadas como questões, em razão que no ambiente da sala de aula estas podem ser para alguns discentes somente exercícios e para outros podem ser problemas, pois se o caminho de solução for conhecido a questão será um exercício, porém se o caminho de resolução for desconhecido a questão será denominada como problema.

Segundo Sá (*Op. cit.*), há três concepções de resolução de problemas: como objetivo, como processo e como ponto de partida. Como objetivo, a matemática é ensinada como forma de resolver problemas e requer somente a exposição da teoria para em seguida propor questões mais ou menos habilidosas sobre o conteúdo estudado. Como ponto de partida, as questões são utilizadas como uma estratégia pedagógica que dá início ao processo de construção do conhecimento do assunto, isto é, inicia-se a partir da apresentação de um problema o qual suscitará o processo de aprendizagem que culminará com a sistematização do mesmo pelo docente. Como processo, significa olhar para os discentes como solucionadores de problemas e “o objetivo é avaliar e/ou munir os educandos de técnicas ou heurísticas para a resolução de problemas” (SÁ, 2021, p.71).

2.4.1 Síntese da Análise sobre Resolução de Problemas

A análise sobre Resolução de Problemas nos mostrou caminhos para a elaboração das situações-problemas que foram propostas na sequência didática, as quais foram aplicadas durante a realização da fase de experimentação desta pesquisa e que serviram de suporte para a construção do nosso produto educacional.

Os problemas apresentados na sequência didática foram construídos a partir da concepção de problema como ponto de partida proposta por Sá (2021), isto é, as questões propostas serão utilizadas para dar início ao processo de aprendizagem dos discentes sobre resolução de problemas com Isomorfismo de Medidas.

3 ANÁLISES PRÉVIAS

Esta seção tem por objetivo realizar discursões sobre o tema, abordando, desta forma, os aspectos curriculares da Multiplicação e Divisão com naturais; as perspectivas históricas e uma revisão de estudos sobre o tema.

3.1 ASPECTOS CURRICULARES DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NATURAIS

Os problemas com Isomorfismo de Medidas estão associados às operações de Multiplicação e/ou Divisão com naturais. A seguir, apresentaremos uma descrição do modo como essas operações estão inseridas nos documentos oficiais da Educação Básica, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e também no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Os PCN trazem como proposta de ensino dos conteúdos matemáticos no Ensino Fundamental- Anos Finais a organização em ciclos , 3º e 4º ciclos , os quais representam respectivamente 5ª e 6ª série (6º e 7º ano, Ensino Fundamental- Anos finais) e 7ª e 8ª série (8º e 9º ano, Ensino Fundamental - Anos finais) e no Ensino Fundamental- Anos iniciais tem-se a organização em 1º e 2º ciclos, os quais representam respectivamente 1ª e 2ª série (2º e 3º ano, Ensino Fundamental- Anos iniciais), 3ª e 4ª série (4º e 5º ano, Ensino Fundamental- Anos iniciais) e são dispostos em torno de um ano letivo.

Os conteúdos de matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 5ª a 8ª série, de acordo com Brasil (1998), são organizados em blocos de conteúdos, a saber: Números e Operações (campo da Aritmética e da Álgebra), Espaço e Forma (campo da Geometria), Grandezas e Medidas (faz conexões entre os campos da Aritmética, da Álgebra e Geometria) e Tratamento da Informação (faz conexões entre dados estatísticos, tabelas, gráficos e probabilidades).

Entre esses blocos, os objetos matemáticos Multiplicação e Divisão de naturais estão inseridos no bloco Números e Operações e são abordados no 1º ciclo e estendem-se até o 3º ciclo. Brasil (1997) enfatiza que o significado de número deve ser trabalhado no decorrer de todo Ensino Fundamental, com a intenção de que o aluno conheça e aprenda sobre os diversos tipos de números existentes (Naturais, Inteiros, Racionais e Irracionais). No processo de cálculo das operações, devem ser

trabalhados diversos significados e valorizada a resolução de problemas referentes ao cotidiano do discente.

Brasil (1997) propõe que no 1º ciclo sejam inseridos alguns significados de operações e destaca que o ensino da Adição e Subtração devem ter uma maior ênfase do que o da Multiplicação e Divisão com números naturais. Durante este ciclo, o aprendiz deve construir os significados das operações de adição e subtração por meio de investigações e resoluções de problemas, e no que tange às operações de Multiplicação e Divisão deve realizar o cálculo mediante o uso de “estratégias pessoais” (BRASIL, 1997, p.51).

No 2º ciclo, a proposta de Brasil (1997) é a ampliação dos significados das operações de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão. Além disso, trabalhar as operações de Multiplicação e Divisão de maneira conjunta, por intermédio de “análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais” (BRASIL, 1997, p.59).

Brasil (1997, p. 72-73) acentua que tanto no 1º ciclo quanto no 2º ciclo os problemas propostos para explorarem as operações de Multiplicação e Divisão podem ser analisados sem qualquer hierarquia em quatro grupos, os quais são:

- Multiplicação comparativa, que permite explorar também problemas com as operações de divisão que estabelecem comparações;
- Comparações entre razões, ideias de proporcionalidade, que favorecem a formulação de outras que atribuem acepções à Divisão que se associam a distribuir em partes iguais e encontrar quantas vezes uma quantidade cabe em outra;
- Configurações retangulares, que se referem a problemas relacionados à disposição de elementos em fileiras e colunas, e encontrar a medida de um dos lados do quadrado ou retângulo a partir da medida da área;
- Configurações combinatórias.

A recomendação de Brasil (1998) para o terceiro ciclo com relação às operações de Multiplicação e Divisão é que ocorram estímulos aos discentes para que eles aperfeiçoem os procedimentos com os cálculos aritméticos, de maneira a tornarem-se capazes de realizar cálculos exatos ou não, escritos ou mentais, pois chegam a este ciclo sem o domínio dos conhecimentos de resolução das operações

de Multiplicação e Divisão com números naturais que possuem muitas ordens. Ademais, os Parâmetros Curriculares de Matemática de 5ª a 8ª série colocam entre seus objetivos que o discente deve ser capaz de: “resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação” (BRASIL,1998, p.64).

Para Brasil (1998), é importante o ensino das operações de Multiplicação e Divisão com naturais de forma simultânea no terceiro ciclo, a partir de situações problemas que trabalham com proporcionalidade, pois muitas situações cotidianas a usam, de modo que seu ensino é útil no entendimento de episódios da vida real. Além disso, através de

situações de proporcionalidade, é possível formular outras que vão conferir significados à divisão, associadas às ações repartir (igualmente), e determinar quanto cabe. [...] situações que envolvem o conceito de proporcionalidade direta, em que o quociente entre as quantidades que se correspondem é constante, como uma relação entre número de pacotes e seus pesos (ver tabela a seguir) o aluno terá oportunidade de identificar a manutenção da razão peso/nº de pacotes quando se multiplicam as quantidades por um mesmo número. (BRASIL,1998, pp. 109-110)

Além das situações de proporcionalidade, de acordo com Brasil (1998), o ensino das operações de Multiplicação e Divisão com naturais no terceiro ciclo devem privilegiar eventos de aprendizagem que se centram na edificação de significados, estratégias e solução de problemas de forma a abordá-las concomitantemente e trabalhar as significações de “multiplicação comparativa, produto de medidas e ideia de combinatória” (BRASIL,1998, pp.109-111).

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) propõe que o Ensino Fundamental de um modo geral tenha compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, de modo que haja o aperfeiçoamento de competências e habilidades matemáticas, as quais devem proporcionar ao discente a capacidade de raciocinar matematicamente de modo a formular conjecturas com os objetos matemáticos. Para o progresso dessas habilidades e competências é inerente o uso de procedimentos matemáticos que enfatizem estratégias de ensino que utilizem a “resolução de problemas, a investigação, o desenvolvimento de projetos e a modelagem” (BRASIL, 2018, p. 266), durante todo o Ensino Fundamental.

Conforme Brasil (2018), a BNCC, ao ser elaborada, levou-se em consideração documentos curriculares brasileiros recentes e para isso estabeleceu como base

diferentes campos que formam a matemática de forma a reunir um conjunto de ideias fundamentais que se vinculam entre si: “equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (BRASIL, 2018, p. 268). Essas ideias de acordo com o autor são relevantes para desenvolver o pensamento matemático do discente e devem ser convertidas no ambiente escolar em objetos de conhecimento. Conforme o autor, a proporcionalidade, por exemplo, deve estar inserida no ensino das “operações com números naturais, representação fracionárias dos números racionais, áreas, funções, probabilidades” (BRASIL, 2018, p. 268), pois essa noção interliga-se a várias ações do cotidiano, tais como: vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas, etc.” (BRASIL, 2018, p.268).

Brasil (2018) apresenta como proposta para o ensino de Matemática, cinco unidades temáticas que se correlacionam e que estão presentes no Ensino Fundamental- Anos Iniciais e Ensino Fundamental- Anos Finais, as quais são enfatizadas de acordo com a série/ano do aprendiz. As unidades temáticas referidas são Números, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas, as quais serão discutidas a seguir.

A unidade temática “Números” objetiva que o aprendiz tome consciência do conceito de número, de maneira que consiga quantificar objetos e atributos, e também desenvolva os conceitos de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem. Brasil (2018) aponta que para que esse objetivo seja alcançado é necessário promover, por meio de situações de ensino significativas, a extensão dos campos numéricos.

No Ensino Fundamental-Anos Iniciais, a proposta dessa temática é que os discentes saibam resolver problemas com números naturais e decimais finitos, com as diversas operações aritméticas e que sejam capazes de argumentar o porquê do uso de determinada operação para a solução de problemas e também “desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras” (BRASIL, 2018, p. 268).

No que tange ao Ensino Fundamental-Anos Finais, essa unidade temática propõe que os alunos solucionem problemas utilizando as operações fundamentais, relacionando-os aos números naturais, inteiros, racionais, por meio do uso de estratégias variadas, a fim de que o aprendiz conheça o conceito de “número” de forma mais ampliada. Além disso, os discentes necessitam dominar

o cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais. No tocante a esse tema, espera-se que saibam reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica. Cabe ainda destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdo das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. (BRASIL, 1998, p. 269)

A unidade temática “Álgebra” objetiva ampliar o pensamento algébrico, o qual é iniciado no 5º ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais, isso se faz necessário para que o discente construa modelos matemáticos que são representados através do uso de símbolos e letras. Para essa ampliação é essencial que os alunos reconheçam regularidades e estabeleçam padrões de sequências numéricas e não numéricas e trafeguem entre os diferentes contextos da matemática, bem como interpretar as variadas representações das simbologias para a solução de equações e inequações (BRASIL, 2018).

A unidade temática “Geometria” aborda conceitos como espaço, forma, deslocamento e preocupa-se em usar procedimentos que são essenciais para resolver problemas relacionados ao mundo físico das inúmeras áreas de conhecimento. A partir desses conceitos trabalhados, procura-se desenvolver no discente um pensamento geométrico, a fim de “investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes” (BRASIL, 2018, 272).

A unidade temática “Grandezas e Medidas” traz a possibilidade de aprendizagem das relações existentes entre as diversas unidades de medidas, dessa forma procura usar a matemática para estabelecer conexões entre os conhecimentos pertinentes à Geografia ou à Ciência. Assim, torna possível ampliar “noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico” (BRASIL, 2018, p.273). Propõe também que sejam ministrados e resolvidos problemas que se relacionam ao cotidiano do aluno, os quais devem envolver grandezas como tempo, massa, temperatura, capacidade e volume, com a intensão de que os alunos se tornem capazes de realizar transformações de unidades de medidas.

Por fim, tem-se a unidade temática “Probabilidade e Estatística”, que recomenda o estudo das chances de algo ocorrer e os procedimentos para interpretação de dados de uma pesquisa, com o propósito de desenvolver no aluno

as “habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas” (BRASIL, 2018, p. 274).

A BNCC (BRASIL, 2018) inicia a abordagem das operações de Multiplicação e Divisão com números naturais a partir do 2º ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais, as quais estão inseridas dentro da unidade temática Números. Para a abordagem dessas operações, Brasil (2018, p.282) recomenda o ensino de: “Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação); Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte”. Brasil (2018, p. 283) propõe para esta fase o desenvolvimento das seguintes habilidades:

(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais; (EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável. Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte.

Após essa abordagem inicial das operações de Multiplicação e Divisão no 2º ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais, Brasil (2018) propõe o seu ensino durante o 3º, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais e 6º ano do EF-Anos Finais, porém ampliando gradativamente o grau de dificuldade do que é ensinado.

No 3º ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais, o ensino da Multiplicação e Divisão, de acordo com Brasil (2018, p.286), devem ocorrer mediante a sua inserção em “problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medidas”; significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte. Ademais, Brasil (2018, p. 287) recomenda que sejam desenvolvidas no aprendiz as habilidades:

(EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros; (EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.

Para o 4º ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais, a introdução do ensino da Multiplicação e Divisão dar-se-á mediante a abordagem de: “Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas

iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida” (BRASIL, 2018, p. 290) e também “Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais” (*Op. cit.*). Além disso, espera-se que sejam fomentadas as seguintes habilidades:

(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo; (EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo; (EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos; (EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (BRASIL, 2018, p.291)

No 5º ano Ensino Fundamental- Anos Iniciais, o ensino das operações de Multiplicação e Divisão devem ser realizadas por meio do uso dos números naturais e racionais com ênfase em resolução de problemas. Brasil (2018) indica a necessidade de desenvolver nos discentes a habilidade de

(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (BRASIL, 2018, p. 295)

Para o 6º ano do Ensino Fundamental- Anos Finais, conforme Brasil (2018, p. 300), o ensino das operações de Multiplicação e Divisão devem desenvolver a habilidade EF06MA03- “Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. ”

3.2 AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO SISTEMA DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (SAEB)

De acordo com dados do INEP- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (2020), o país tem ofertado desde 1990 as avaliações em larga escala com o intuito de prover indicadores da qualidade da educação nacional. A sua primeira versão aplicada em 1990 contou com avaliações amostrais, aplicadas somente em escolas públicas nas séries/anos de 1ª, 3ª, 5ª e 7ª do Ensino

Fundamental, nos componentes curriculares de língua portuguesa, matemática, ciências e redação. A formulação dos itens dessas avaliações teve como base o currículo dos sistemas estaduais de ensino.

Em 1993, a avaliação seguiu de forma similar aos moldes da avaliação aplicada em 1990, porém nas versões posteriores sofreram algumas alterações. Em 1995, a avaliação adotou uma nova estratégia para a construção dos itens e verificação dos resultados, denominada de Teoria de Resposta ao Item (TRI) e foi aplicada às séries finais de cada ciclo das escolas públicas e privadas. A partir de 1997, o desempenho dos alunos nessa avaliação passa a ser medido através das escalas de proficiências e elaboração dos itens e por matrizes de referências.

O INEP (2020) aponta que uma nova reestruturação do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) começou a ocorrer em 2005, a avaliação passou a contar com dois tipos de avaliações – a Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB) e Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC). A ANEB manteve os procedimentos amostrais tanto para escolas públicas ou privadas, enquanto que a ANRESC teve caráter censitário, passou a ser aplicada em escolas com no mínimo 30 alunos matriculados nas etapas finais do Ensino Fundamental e Médio.

Em seu histórico, o INEP (2020) prenunciou mudanças no sistema de avaliação para o ano de 2019. Então, neste ano deu-se início a mudanças nas séries/anos de aplicação do exame e nas matrizes de referências, para que houvesse adequações de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A partir dessa reformulação, a BNCC passa a ser a referência para formulação dos itens de língua portuguesa e matemática, e as siglas ANA (Avaliação Nacional de Alfabetização), ANEB e ANRESC passam a não existir, e todas as avaliações do sistema passam a ser nomeadas por SAEB. Além disso, a avaliação da alfabetização passa a ser aplicada no 2º ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais e a educação infantil passa também a ser avaliada.

Para o ano de 2021, o INEP (2020) prenunciou que as avaliações do SAEB versariam sobre as habilidades de língua portuguesa e matemática do 5º ano e 9º ano do Ensino Fundamental, e também a avaliação das habilidades em ciências da natureza e ciências humanas no 9º ano do ensino fundamental.

3.2.1 A Abordagem das Operações de Multiplicação e Divisão no SAEB

As avaliações do SAEB, segundo dados do INEP (2020) utilizam matrizes de referências, tanto para língua portuguesa quanto para matemática, as quais possuem o papel de conduzir os caminhos para a criação dos elementos e provas e também são utilizadas como indicadores das habilidades a serem examinadas nas etapas de escolaridade.

Para o INEP (2020), as matrizes de referência não são matrizes curriculares, pois não contêm em totalidade o currículo escolar e também não são procedimentos e estratégias metodológicas, e sim excerto dos objetos de conhecimento definidos para uma etapa da educação.

As matrizes de referência do SAEB para o 2º ano do Ensino Fundamental-Anos Iniciais, de acordo com o INEP (2020) contêm o eixo do conhecimento, o qual apresenta as subdivisões Números, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Cada uma dessas subdivisões possuem o eixo cognitivo que está subdividido em habilidades, as quais são: compreender e aplicar conceitos e procedimentos; resolver problemas e argumentar.

A Matriz de referência de matemática do 5º ano e 9º ano do Ensino Fundamental é dividida em temas, os quais são denominados pelo INEP (2020) como: Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números e Operações/ Álgebra e Funções, Tratamento da Informação. Dentro desses temas encontram-se descritores que são subdivisões desses tópicos, os quais dão ênfase à resolução de problemas.

Citando o INEP (2020), as operações de Multiplicação e Divisão no novo SAEB estão presentes nas matrizes de referência de matemática do 2º ano, 5º ano e 9º ano do Ensino Fundamental.

No 2º ano do Ensino Fundamental, de acordo com o INEP (2020, p.6), os objetos de conhecimento de Multiplicação e Divisão estão postos no eixo do conhecimento “Números”, e dentro do eixo cognitivo estão inseridas as habilidades de resolver problemas e argumentar, discriminadas por meio dos códigos:

- 2N2.2- “Resolver problemas de multiplicação ou de divisão (por 2, 3, 4 ou 5), envolvendo números naturais, com os significados de formação de grupos iguais ou proporcionalidade (incluindo dobro, metade, triplo ou terça parte) ”;
- 2N2.3 – “Analisar argumentações sobre a resolução de problemas de adição, subtração, multiplicação ou divisão, envolvendo números naturais”.

Na Matriz de referência de matemática do 5º ano Ensino Fundamental- Anos Iniciais, as operações de Multiplicação e Divisão com naturais aparecem dentro do tema Operações/Álgebra e Funções, e estão inseridas nos descritores, de acordo com o INEP (2020, p.14):

- D18 – “Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais;
- D20 – “Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória”.

No 9º ano do Ensino Fundamental- Anos Finais, de acordo com o INEP (2020, p.16), a matriz de referência de matemática traz as operações de Multiplicação e Divisão de naturais dentro do tema Operações/Álgebra e Funções e estão postas no descritor: D19 – “Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação) ”.

3.2.2 Síntese das Análises da BNCC, dos PCN e do SAEB

A análise dos documentos curriculares BNCC e PCN mostrou que os problemas multiplicativos envolvendo Isomorfismo de Medidas estão inseridos no currículo da Educação Básica a partir do 2º ano do Ensino Fundamental- Anos iniciais e estendem-se até o 6º ano do Ensino Fundamental- Anos finais, dado que esses documentos deixam evidente a necessidade de se trabalhar nessas séries/ano com as operações de Multiplicação e Divisão mediante a resolução de problemas associados à ideia de proporcionalidade. Ademais, a BNCC enfatiza que a resolução desse tipo problema é relevante, pois a ideia de

proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (BRASIL, 2018, p.268)

No que concerne ao SAEB, a investigação reportou que esses problemas estão inseridos nas matrizes de referência do 2º ano, 5º ano do Ensino Fundamental- Anos iniciais e 9º ano do Ensino Fundamental- Anos finais.

3.3 PERSPECTIVAS HISTÓRICAS

O uso da matemática remonta de esforços iniciais do homem para padronizar definições de “grandeza, formas e número” (EVES, 2011, p.25) e teve início nos tempos primitivos, pois o homem deste período realizava a contagem de objetos de coleções diminutas.

De acordo com Eves (2011), não é possível definir com certeza o início da Idade da Pedra, porém estima-se que há 5 milhões de anos antes de Cristo (a.C) já existiam povos que habitavam a África, sul da Europa, sul da Ásia e América Central, os quais sobreviviam da alimentação advinda da caça e da pesca e da colheita de raízes. E eram nômades, migravam o tempo todo em busca de alimentos. O hábito do homem primitivo de se mudar de um lugar para outro em busca de alimentos o fez substituir as “moradias em cavernas por estruturas móveis – barracas de peles de animais com cobertura de madeira – que podia levar consigo nas caçadas” (EVES, 2011, p.22). Durante esse período, tudo

tinha que se adaptar à caça: seus instrumentos de pedra, madeira, osso e carapaça de animais eram desenhados ou para a caça ou para a preparação de alimentos; o fogo, que dominaram, era usado para cozer e para o aquecimento; sua arte retratava cenas de caçadas; sua religião era uma tentativa tímida de entender e submeter a imensidão rude que os cercava e apenas obscuramente se prendia à ideia de destino final. (EVES, 2011, p. 22)

Eves (2011) destaca que durante a Idade da Pedra, o homem primitivo era nômade e isso proporcionou poucos avanços científicos durante esse período, não porque faltasse inteligência para os homens desta época, mas devido aos diversos deslocamentos que tinham que fazer para encontrar alimentos. O desenvolvimento da matemática e das diversas ciências ficou atravancado por essa cultura praticada durante essa fase, pois os povos desse período só

Tinham condições de levar consigo ferramentas pequenas, fáceis de transportar, roupas e objetos pessoais. Não havia lugar nessa sociedade para o volumoso equipamento necessário para fundir metais nem para as proporções de uma biblioteca; daí porque na Idade da Pedra não se desenvolveram ferramentas metálicas nem a linguagem escrita. (EVES, 2011, p. 23)

Não é possível definir de forma exata o fim da Era da Pedra, mas para Eves (2011), o que há é um ajuste histórico, no qual se situou o seu final por volta de 3000 a.C, mediante a emersão na Índia, China e no Oriente Médio de cidades nas quais afloraram culturas que usavam a fundição de metais.

Boyer (1974) vem corroborar com Eves (2011) sobre o fim da Era da Pedra, pois segundo esse autor, ela ocorreu de forma inesperada, entretanto ressalta que esse fim iniciou com a utilização dos metais como o ferro e o bronze pelas civilizações que surgiram inicialmente em torno de vales e rios localizados inicialmente no Egito, Mesopotâmia, Índia e China, e só posteriormente esse processo ocorreu na Europa.

Os povos emergentes dessas comunidades situadas em torno das cisternas divergiam dos povos caçadores e coletores da Idade da Pedra, pois a sua cultura favorecia a fixação do homem à terra, o surgimento da escrita, a emergência de novas tecnologias e o desenvolvimento da matemática.

Em suma, o período de 3000 a 525 a.C. testemunhou o nascimento de uma nova civilização humana cuja centelha foi uma Revolução Agrícola. Novas sociedades baseadas na economia agrícola emergiram das névoas da Idade da Pedra nos vales dos rios Nilo, Amarelo, Indo e Tigre e Eufrates. Esses povos criaram escritas; trabalharam metais; construíram cidades; desenvolveram empiricamente a matemática básica da agrimensura, da engenharia e do comércio; e geraram classes superiores que tinham tempo bastante de lazer para se deter e considerar os mistérios da natureza. Depois de milhões de anos, afinal a humanidade tomava a trilha das realizações científicas. (EVES, 2011, p.56)

Com o desenvolvimento da agricultura às margens dos Rios da África e da Ásia, surgiram sociedades mais desenvolvidas, as quais realizavam irrigações, drenagens de pântanos e o controle de inundações. Esses projetos extensivos

[...] não só serviram para ligar localidades anteriormente separadas, como também a engenharia, o financiamento e a administração desses projetos, e os propósitos que os motivaram requeriam o desenvolvimento de considerável tecnologia e da matemática concomitante.[...] Essas atividades requeriam o cálculo de um calendário utilizável, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas para ser empregado na colheita, armazenamento e distribuição de alimentos, a criação de métodos de agrimensura para a construção de canais e reservatórios e para dividir a terra e a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis. (EVES, 2011, p. 57)

O desenvolvimento de ferramentas forjadas em metais, a migração dos povos primitivos para as margens dos rios e a criação de cisternas favoreceram o desenvolvimento dos povos primitivos, o que gerou uma ampliação e um desenvolvimento considerável da utilização de cálculos matemáticos por essas civilizações. O aparecimento de civilizações que tinham como característica a utilização de metais teve início primeiramente em vales de rios, como os situados no Egito, Mesopotâmia, Índia e China, segundo BOYER (1974).

A Mesopotâmia, região localizada entre os rios Eufrates e Tigre, foi ocupada por diversos povos como os sumérios, acádios, amoritas, caldeus, hebreus e hititas,

os quais foram denominados por Boyer (1974) como babilônicos. Essa região era rica em barro, o que possibilitou o desenvolvimento da escrita cuneiforme que era realizada em tabletas (feitas em blocos de argila, as quais depois eram assados em fornos ou eram expostos ao sol para secarem).

De acordo com Boyer (1974), é presumível que uma parte dessas tabletas escritas pelos babilônios possuíam escritas matemáticas. Escavações arqueológicas que têm sido realizadas na Mesopotâmia de forma sistemática desde o meado do século XIX desenterraram mais de 500 000 tábulas de argila. “Das cerca de meio milhão de tábulas, quase 400 foram identificadas como estritamente matemáticas, constituídas que são de tábuas e listas de problemas matemáticos” (EVES, 2011, p. 58).

Dentre as 400 tábulas (placas de argila) de matemática, cerca de cinquenta por cento delas constituíam-se de tábuas de matemática. “Estas últimas envolviam tábuas de multiplicação, tábuas de inversos multiplicativos [...]. As tábuas de inversos eram usadas para reduzir a divisão e a multiplicação” (EVES, 2011, p. 60).

Eves (2011) destaca que as tábulas encontradas demonstram um grau elevado de aptidão computacional e uma ampla utilização do sistema sexagesimal posicional/notação posicional pelos povos da Babilônia. Ademais, as tábulas mostram que essa civilização estava habituada a realizar vários tipos de processos aritméticos e transações comerciais, tais como faturas, notas promissórias, crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de venda e endossos. Logo,

Podemos concluir, em suma, que os babilônios eram infatigáveis construtores de tábuas, calculistas extremamente hábeis e certamente mais fortes em álgebra do que em geometria. É impressionante a profundidade e a diversidade dos problemas considerados por eles. (EVES, 2011, p.60)

Para Sá, Silva e Santos (2018), os babilônicos possuíam um sistema de numeração formado por dois símbolos, “uma cunha vertical, que apresenta 1, e uma cunha angular, que significa 10” (AABOE, 2013, p.5 *apud* SÁ; *et al.*, 2018, p.73). E com o uso somente desses símbolos era possível representar diversas quantidades, pois o valor atribuído a cada símbolo era posicional, ou seja, variava de acordo com a ordem ocupada. “Assim, os números de 1 a 59 eram representados pelo princípio aditivo, repetindo os dois símbolos tantas vezes quantas fossem necessárias e formavam as unidades simples ou unidades da 1ª ordem” (SÁ; SILVA; LOPES, 2018, p.73).

Entre os métodos utilizados para efetuar a multiplicação pelos babilônicos, estão o uso de tábuas, as quais oportunizaram no decorrer da história a simplificação dos cálculos, uma vez que a constituição dessas tabuletas era para multiplicação de números compreendidos entre 1 e 60. A seguir, mostramos na Figura 5 um exemplo de números compreendidos entre 1 e 60.

Figura 5- Exemplo de Tábua de Multiplicação usada pelos babilônicos

Multiplicando	Produto	Produto (Símbolos babilônicos)	Representação no sistema decimal
𐎶 (1)	25	𐎶	25
𐎶𐎶 (2)	$2 \times 25 = 50$	𐎶𐎶	50
𐎶𐎶𐎶 (3)	$3 \times 25 = 75$	𐎶𐎶𐎶	$60 \times 1 + 15$ [1 : 15]
𐎶𐎶𐎶𐎶 (4)	$4 \times 25 = 100$	𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 1 + 40$ [1 : 40]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (5)	$5 \times 25 = 125$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 2 + 5$ [2 : 5]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (6)	$6 \times 25 = 150$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 2 + 30$ [2 : 30]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (7)	$7 \times 25 = 175$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 2 + 55$ [2 : 55]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (8)	$8 \times 25 = 200$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 3 + 20$ [3 : 20]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (9)	$9 \times 25 = 225$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 3 + 45$ [3 : 45]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (10)	$10 \times 25 = 250$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 4 + 10$ [4 : 10]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (11)	$11 \times 25 = 275$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 4 + 35$ [4 : 35]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (12)	$12 \times 25 = 300$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 5 + 0$ [5 : 0]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (13)	$13 \times 25 = 325$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 5 + 25$ [5 : 25]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (14)	$14 \times 25 = 350$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 5 + 50$ [5 : 50]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (15)	$15 \times 25 = 375$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 6 + 15$ [6 : 15]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (16)	$16 \times 25 = 400$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 6 + 40$ [6 : 40]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (17)	$17 \times 25 = 425$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 7 + 5$ [7 : 5]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (18)	$18 \times 25 = 450$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 7 + 30$ [7 : 30]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (19)	$19 \times 25 = 475$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 7 + 55$ [7 : 55]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (20)	$20 \times 25 = 500$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 8 + 20$ [8 : 20]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (30)	$30 \times 25 = 750$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 12 + 30$ [12 : 30]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (40)	$40 \times 25 = 1000$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 16 + 40$ [16 : 40]
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 (50)	$50 \times 25 = 1250$	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	$60 \times 20 + 50$ [20 : 50]

Fonte: Ifrah (1997 *apud* SÁ, *et al.*, 2018, p. 74-75).

O uso da tabela de multiplicação veio a facilitar a realização dessa operação, pois era necessário somente “traçar linhas paralelas delimitando as colunas correspondentes a cada uma das ordens multiplicadas no sistema sexagesimal em material maleável, a exemplo da argila, e efetuar os cálculos, apagando os resultados parciais (IFRAH 1997 *apud* SÁ; SILVA; LOPES, 2018, p.75).

A operação de divisão era realizada pelos babilônicos por meio de uma multiplicação pelo inverso do divisor, com uso de itens adequados das tabelas. “Assim como hoje, o quociente de 34 por 5 é achado facilmente multiplicando-se 34 por 2 e colocando a vírgula (.). Na Antiguidade, o mesmo processo era realizado achando o produto de 34 por 12 e colocando uma casa sexagesimal, dando 636/60” (BOYER, 1974, p. 22).

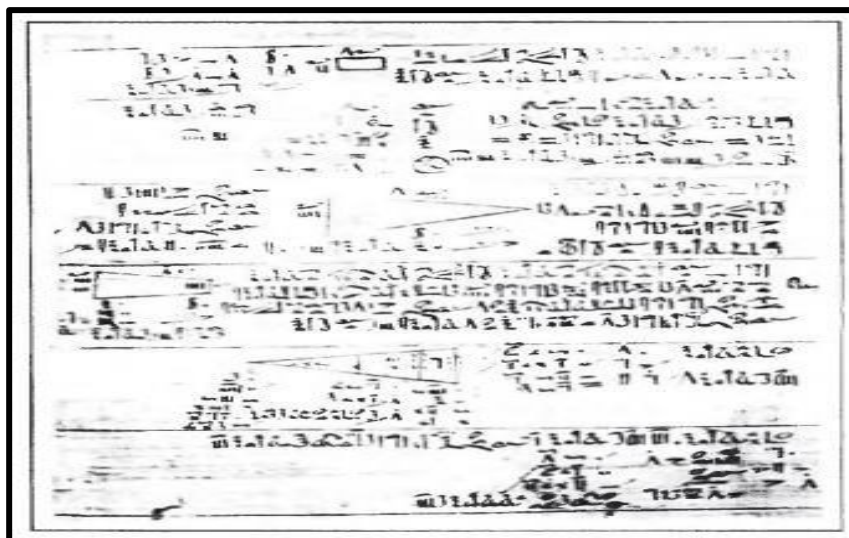
Os povos egípcios, ao contrário do que se imagina, tinham uma matemática menos desenvolvida que os povos da Babilônia, pois segundo Eves (2011), isso se devia ao fato do Egito se localizar às margens do pacato rio Nilo e por não ser aberto

a invasão de povos vizinhos. Esses povos faziam os registros de suas escritas em uma espécie de papel primitivo, o papiro, um material produzido a partir do uso de junco aquático, e de alguma maneira que não se sabe precisar, um certo número de papiros com informações matemáticas foi preservado por mais de três milênios e meio, segundo BOYER (1974).

Os papiros de Moscou ou Golenischev e o de Rhind são importantes fontes sobre a matemática praticada pelos egípcios, conforme Eves (2011), esses documentos datam aproximadamente de 1850 a. C e 1650 a.C. O primeiro é um documento matemático que possui 25 problemas antigos e o segundo é considerado uma fonte primordial de conhecimentos matemáticos, juntos possuem 110 problemas matemáticos simples.

Ademais, o papiro de Rhind traz em suas anotações descrições sobre os métodos de multiplicação e divisão usados pelos povos egípcios. Apresentamos na Figura 6 uma imagem com parte do papiro de Rhind.

Figura 6- Uma parte do papiro de Rhind



Fonte: Eves (2011, p. 74).

Para Eves (2011), uma das decorrências do sistema de numeração usado pelos egípcios é o seu cunho aditivo na aritmética dependente, pois as operações de multiplicação e divisão eram na maioria das vezes realizadas por meio de sucessivas duplicações baseadas na decorrência “que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2” (EVES, 2011, p. 72).

O método egípcio usado para a execução das operações de multiplicação e divisão, conforme Eves (2011), abolia a necessidade de memorizar uma tabela de

multiplicação, bem como se adequava ao uso do ábaco. Eves (2011, p. 72), por exemplo, descreve um processo de multiplicação no qual é realizado o produto de 26 por 33, que se inicia a partir da transformação de 26 numa adição igual $16 + 8 + 2$ e depois adiciona-se múltiplos correspondentes de 33, descritos a seguir:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 33 \\
 * 2 \quad 66 \\
 4 \quad 132 \\
 * 8 \quad 264 \\
 * 16 \quad 528 \\
 \hline
 858
 \end{array}$$

Adicionando-se os múltiplos adequados de 33, ou seja, os que estão indicados com asteriscos, chega-se à resposta 858.

Como exemplo de uma divisão realizada de acordo com esse processo egípcio, Eves (2011, p.72) propõe a divisão de 756 por 26, na qual executa o dobramento sucessivo do 26 (divisor), até o momento no qual o próximo dobro ultrapasse o dividendo 756, conforme descrição a seguir:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 26 \\
 * 2 \quad 52 \\
 * 4 \quad 104 \\
 * 8 \quad 208 \\
 * 16 \quad 416 \underline{\hspace{1cm}} \\
 28
 \end{array}$$

Ao examinar-se esse processo de divisão, de acordo com Eves (2011, p. 72-73) tem-se:

$$\begin{aligned}
 753 &= 416 + 337 \\
 &= 416 + 208 + 129 \\
 &= 416 + 208 + 104 + 25
 \end{aligned}$$

Desse modo, as linhas que contêm asteriscos na coluna acima, cujo quociente é $16 + 8 + 4 = 28$, o resto é 25.

Os povos hindus eram muito interessados em trabalhar com números que contivessem operações aritméticas ordinárias. A multiplicação praticada por eles era muito parecida ao que se realiza atualmente, porém preferiram inicialmente realizar a escrita de números com unidade menores à esquerda, assim, os trabalhos aconteciam da esquerda para a direita, “usando pequenas lousas com tinta removível branca, ou

uma tábua coberta de areia ou farinha. Entre os esquemas utilizados na multiplicação havia um que é conhecido sob vários nomes: multiplicação em reticulado, multiplicação em gelosia, ou em célula, ou em grade, ou quadrilateral” (BOYER,1974, p. 158).

Vejamos um exemplo do método de Multiplicação utilizado pelos hindus, proposto por Oliveira Junior (2015). Vamos demonstrar o cálculo do produto 362×435 por meio desse método. Para iniciar o procedimento, é necessário construir uma tabela com 3 linhas e 3 colunas, conforme mostra a Figura 7, pois cada fator é um número que contém três algarismos.

Figura 7- Algoritmo da Multiplicação

			Multiplicando			
			3	6	2	x
Resultado	1		1	2	0	4
			2	4	8	
	5		0	1	0	3
			9	8	6	
			1	3	1	5
			5	0	0	
			4	7	0	
			Resultado			

Fonte: Adaptado de Oliveira Junior (2015, p.23).

Na parte interna das células são colocados os produtos da multiplicação de cada algarismo correspondente da coluna e com algarismo correspondente da linha. Se o produto que for formado pela multiplicação desses algarismos possuir apenas um algarismo, é necessário que ele seja precedido do algarismo zero.

Além disso, é necessário adicionar os algarismos localizados nas mesmas diagonais. Se esse resultado for maior que 9, o algarismo das dezenas é somado aos da próxima diagonal. Os algarismos colocados em azul são os resultados obtidos na soma dos algarismos das diagonais. Assim, o produto de $362 \cdot 425 = 157 \cdot 470$, encontra-se à esquerda e abaixo do reticulado, de acordo com Oliveira Junior (2015).

Os hindus, de acordo com Boyer (1974), realizavam a operação de divisão por meio do método denominado “método da risca” ou método de galeão (pelo aspecto

de navio). Para exemplificar como os hindus realizavam a divisão por esse método, descrevemos a seguir o exemplo da divisão de **9.413** exibido em Eves (2011, p. 324):

1. Escreva o divisor 37 abaixo do dividendo, como se mostra ao lado. Obtenha, da maneira habitual, o primeiro algarismo do quociente, 2, e escreva à direita do dividendo.

$$\begin{array}{r} 9\ 413\ 2 \\ 37\ \overline{) } \end{array}$$

2. Faça mentalmente: $2 \times 3 = 6$ e $9 - 6 = 3$. Risque o 9 e o 3 e escreva 3 acima do 9. Faça mentalmente: $2 \times 7 = 14$, $34 - 14 = 20$. Risque 7, 3 e 4 e escreva 2 acima do 3 e 0 acima do 4.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \cancel{3}0 \\ \cancel{9}413\ \overline{) } 2 \\ \cancel{3}7 \end{array}$$

3. Escreva o divisor, 37, uma casa à direita, diagonalmente. O dividendo resultante após o Passo 2 é 2013. Obtenha o próximo algarismo do quociente, 5. Faça mentalmente: $5 \times 3 = 15$, $20 - 15 = 5$. Risque 3, 2 e 0 e escreva 5 acima do 0. Faça mentalmente: $5 \times 7 = 35$, $51 - 35 = 16$. Risque 7, 5 e 1 e escreva 1 acima do 5 e 6 acima do 1.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2\ 5 \\ \cancel{3}06 \\ \cancel{9}413\ \overline{) } 25 \\ \cancel{3}77 \end{array}$$

4. Escreva o divisor, 37, mais uma vez, uma casa à direita e diagonalmente. O dividendo resultante após o Passo 3 é 163. Obtenha o próximo algarismo do quociente, 4. Faça mentalmente: $4 \times 3 = 12$, $16 - 12 = 4$. Risque 3, 1 e 6 e escreva 4 acima do 6. Faça mentalmente: $4 \times 7 = 28$, $43 - 28 = 15$. Risque 7, 4 e 3 e escreva 1 acima do 4 e 5 acima do 3.

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \cancel{11} \\
 254 \\
 \cancel{3065} \\
 \cancel{9413} \mid 254 - \quad \text{25} \\
 \cancel{3777} \\
 \cancel{33}
 \end{array}$$

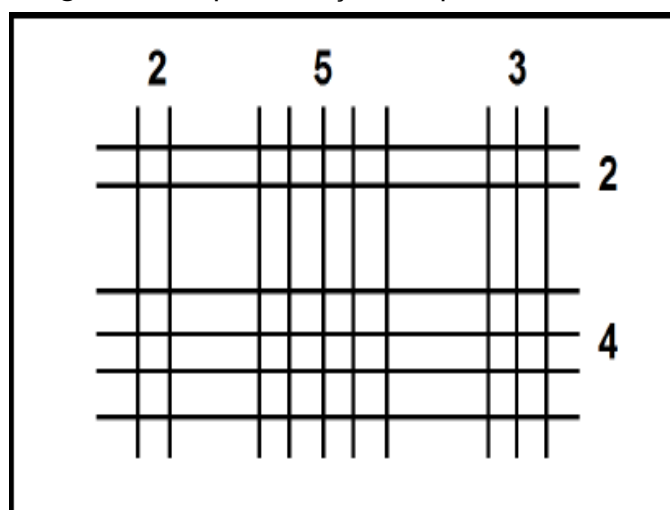
5. Concluindo, de acordo com Eves (2011), o quociente é 254 e o resto é 15.

Já as civilizações chinesas em torno dos rios Yang-Tze e Howang Ho, de acordo com Eves (2011), são consecutivas às civilizações egípcias às margens do Nilo e à babilônica situada entre os rios Tigre e Eufrates, porém há pouco material sobre a matemática praticada por elas. Isso se deve porque seus registros eram realizados em bambu, um material pouco durável. Além disso, o imperador Shi Huang-ti em 213 a. C, em um ato desatinado, mandou queimar os livros dessa época.

A numeração chinesa era decimal e usavam notação diferente do que era utilizada em outros países, havia dois sistemas numéricos que predominavam, um era baseado no princípio multiplicativo e outra era posicional, segundo Boyer (1974).

Oliveira J. (2015) diz que os chineses possuem uma técnica de multiplicação que está fundamentada em processo que ocorre a contagem de pontos, e que se assemelha ao processo no qual os discentes fazem desenhos de bolinhas “ ou outros objetos dispostos em linhas e colunas que facilitam a contagem dos referidos objetos. Entretanto, é um processo mais elaborado e que trabalha de maneira consistente o valor posicional através dos agrupamentos de varetas, tornando mais claro o estudo dos valores posicionais” (OLIVEIRA JUNIOR, 2015, p. 19).

O método utilizado pelos chineses consistia na utilização de “n” varetas que eram dispostas na posição horizontal e vertical de forma a representar em cada uma das posições o multiplicando e o multiplicador e cada algarismo desses fatores é representado por uma certa quantidade de varetas como mostra a Figura 8:

Figura 8- Representação do produto de 245

Fonte: Oliveira Junior (2015, p.17).

3.3.1 Síntese do Levantamento Histórico

O apanhado histórico realizado tem início na Era da Pedra, onde os homens eram nômades, percorrendo a utilização dos metais e a Revolução Agrícola, a qual foi precursora do desenvolvimento da matemática básica. Além disso, teve-se em descrever os métodos utilizados pelos povos Babilônicos, Egípcios, Hindu e Chinês para a realização das operações de Multiplicação e Divisão, as quais são as operações utilizadas para a solução de problemas com Isomorfismo de Medidas.

O conjunto de elementos recolhidos nesse levantamento serviu para visualizarmos que a utilização da matemática, em particular as operações de Multiplicação e Divisão, foi usada pelos povos babilônicos e egípcios para solucionar problemas de ordem prática do seu contexto, tais como o de agrimensura, engenharia e comércio, os quais foram alavancados com o início da Revolução Agrícola. E também possibilitou a percepção da relevância desses objetos matemáticos estarem contemplados no currículo da Educação básica, haja visto que nos tempos atuais eles são utilizados na resolução de problemas costumeiros, tais como os de Isomorfismo de Medidas, que são objetos de investigação dessa pesquisa.

3.4 ESTUDOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COM NATURAIS

Nesta subseção, apresentamos algumas pesquisas que versaram sobre a resolução de problemas com o princípio multiplicativo ou que envolveram as operações de Multiplicação e/ou Divisão.

A revisão de estudos constituiu-se em buscas e análises de pesquisas sobre a resolução de problemas com o princípio multiplicativo ou sobre as operações Multiplicação e/ou Divisão, inicialmente compreendidas entre os períodos de 2015 a 2021. Entretanto, estendemos esse período para 2012 a 2021, por não encontrarmos muitos trabalhos relacionados ao tema.

Nesse processo de busca, usou-se quatro bases nacionais: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Google Acadêmico, portal do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e portal do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Esses estudos foram agrupados em três categorias, segundo Santos (2017): Estudos experimentais, estudos diagnósticos e estudos teóricos. A primeira categoria aborda os estudos que propuseram ou realizaram atividades de ensino em sala de aula, voltadas à resolução de problemas envolvendo princípio multiplicativo ou as operações de Multiplicação e/ ou Divisão com números naturais.

A segunda categoria são os estudos que realizaram análises e identificaram dificuldades dos discentes na aprendizagem e/ou “dificuldades dos” docentes no ensino desses tipos de problemas. A terceira categoria versa sobre estudos que propuseram conceitos ou ideias sobre a resolução de problemas com princípio multiplicativo.

Ao todo, foram analisados 15 trabalhos, que foram organizados conforme a categorização acima e estão apresentados no Quadro 6 a seguir.

Quadro 6- Estudos sobre Problemas do Campo Multiplicativo

Categorias			Estudos sobre Problemas do Campo Multiplicativo		
			Dissertação	Artigo	Tese
Quantidade	06	EXPERIMENTAIS	Altoé (2017); Santos (2017); Barbosa (2021); Vizula (2020); Miranda (2021); Silva (2015).	Não houve	Não houve
	07	DIAGNÓSTICOS	Não houve	Altoé (2017); Santos (2017); Barbosa (2021); Vizula (2020); Miranda (2021); Silva (2015).	Não houve
	02	TEÓRICOS	Não houve	Fossa e Sá (2008)	Sá (2003)
Total de trabalhos			15		

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Os trabalhos descritos no quadro acima são abordados nas páginas seguintes, a começar com os trabalhos experimentais e diagnósticos e por fim os estudos teóricos.

3.4.1 Estudos Experimentais e Diagnósticos

Nesta subseção, apresentamos trabalhos baseados em pesquisas experimentais e diagnósticos que abordaram situações-problemas com as operações de Multiplicação e/ou Divisão com números naturais, que fazem parte do Campo Conceitual Multiplicativo, conforme Vergnaud (2009).

Altoé (2017) realizou uma pesquisa embasada na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud sobre resolução de problemas no campo multiplicativo e teve como objetivo: investigar contribuições de atividades pautadas na formulação de problemas para o ensino de conceitos de multiplicação e divisão nos anos iniciais do ensino fundamental. A pesquisa foi realizada com 28 alunos do 5º ano

de uma Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio do município de Vargem Grande /ES.

Na investigação, o autor usou como método de pesquisa a Engenharia Didática que utiliza quatro fases. Na primeira fase, denominada análises preliminares, foi realizada a coleta de dados mediante a observação das aulas de matemática da professora regente e também foram apresentados estudos referentes à Formulação de Problemas e a conceitos sobre as operações de Multiplicação e Divisão.

Na segunda fase, concepção e análise a priori, estabeleceu-se o delineamento das variáveis macrodidáticas e microdidáticas e, a partir delas, foram elaboradas em conjunto com a professora regente cinco atividades. Na terceira fase, houve a aplicação de uma sequência de atividades, de acordo com a sequência didática elaborada na segunda fase. A quarta fase, análise a posteriori e avaliação, ocorreu a confrontação dos dados da análise a priori com os da análise a posteriori.

O autor concluiu que a prática de Formulação de problemas foi bem aceita pelos discentes e pela professora regente e que pode contribuir para o ensino da matemática, pois resolver problemas formulados pelos próprios alunos é mais interessante e mais motivador do que resolver problemas propostos pelo docente, além de possibilitar ao discente o aprendizado de situações novas e a reflexão sobre os conteúdos estudados.

Santos (2017) realizou uma investigação sobre a resolução de problemas do campo conceitual aditivo e multiplicativo, e utilizou como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009). A pesquisa contou com a participação de 35 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Muaná/PA, e teve como objetivo analisar as influências de uma sequência didática que difere da tradicional, avaliando os efeitos que ela tem sobre a participação nas aulas de matemática e no desempenho de resolução de problemas, envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais.

O autor utilizou como método de pesquisa a Engenharia Didática, a qual foi dividida em quatro fases. Na primeira foram realizadas as análises prévias que contemplou os aspectos históricos da resolução de problemas com as quatro operações aritméticas fundamentais, uma revisão de estudos sobre o tema, uma consulta a discentes do 7º ano do Ensino Fundamental sobre o ensino e aprendizado desse objeto matemático e uma análise de livros didáticos referentes a problemas matemáticos.

Na segunda fase, foi realizada a concepção e análise a priori, na qual foram efetuados a descrição de algumas tendências metodológicas para o ensino da matemática, os testes e uma sequência didática. Na terceira fase, experimentação, ocorreu a aplicação da sequência didática produzida na fase anterior. Na última, ocorreu a análise a priori e validação, na qual foram analisados os dados coletados na fase de experimentação.

O trabalho desenvolvido na turma de 6º ano foi avaliado por meio da aplicação de testes aditivo e multiplicativo e cada um deles foi constituído de um pré-teste e um pós-teste. O teste aditivo contou com 15 questões e os resultados obtidos no pós-teste mostraram uma melhora no desempenho dos estudantes na resolução de problemas aditivos, conforme mostra a Tabela 1 a seguir.

Tabela 1- Desempenho por questão no teste aditivo

QUESTÃO	TIPO	SENTENÇA	ACERTO (%)		ERRO (%)		EM BRANCO (%)	
			PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q ₁	Aritmética	65+55=?	80,00	100,00	17,14	0,00	2,86	0,00
Q ₂	Aritmética	1934+68=?	45,71	91,43	51,43	8,57	2,86	0,00
Q ₃	Aritmética	43+17=?	54,29	97,14	40,00	2,86	5,71	0,00
Q ₄	Aritmética	40-18=?	37,14	80,00	60,00	20,00	2,86	0,00
Q ₅	Aritmética	85-26=?	45,71	82,86	51,43	17,14	2,86	0,00
Q ₆	Algébrica	54+?=72	22,86	94,29	74,29	5,71	2,86	0,00
Q ₇	Algébrica	37+?=99	48,57	94,29	45,71	5,71	5,71	0,00
Q ₈	Algébrica	60+?=145	28,57	85,71	60,00	14,29	11,43	0,00
Q ₉	Algébrica	70-?=28	40,00	97,14	57,14	2,86	2,86	0,00
Q ₁₀	Algébrica	97-?=56	54,29	94,29	40,00	5,71	5,71	0,00
Q ₁₁	Algébrica	?+50=184	40,00	80,00	54,29	20,00	5,71	0,00
Q ₁₂	Algébrica	?+12=34	54,29	74,29	40,00	25,71	5,71	0,00
Q ₁₃	Algébrica	?-25=88	31,43	74,29	60,00	25,71	8,57	0,00
Q ₁₄	Algébrica	?-75=39	42,86	62,86	45,71	37,14	11,43	0,00
Q ₁₅	Aritmética combinada	21+63=? e 100-84=? ou 100-21=? e 79-63=?	22,86	42,86	65,71	57,14	11,43	0,00

Fonte: Santos (2017, p.229).

O teste multiplicativo aplicado por Santos (2017) contemplou quinze questões e mostrou uma melhora no aprendizado dos aprendizes, conforme exhibe o Quadro 7 a seguir.

Quadro 7- Desempenho por questão no teste multiplicativo

QUESTÃO	TIPO	SENTENÇA	ACERTO (%)		ERRO (%)		EM BRANCO (%)	
			PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q ₁	Aritmética	$9 \times 7 = ?$	45,71	100,00	51,43	0,00	2,86	0,00
Q ₂	Aritmética	$4 \times 72 = ?$	54,29	100,00	45,71	0,00	0,00	0,00
Q ₃	Aritmética	$96 \div 8 = ?$	40,00	97,14	54,29	2,86	5,71	0,00
Q ₄	Aritmética	$120 \div 5 = ?$	17,14	97,14	74,29	2,86	8,57	0,00
Q ₅	Algébrica	$6 \times ? = 84$	25,71	100,00	65,71	0,00	8,57	0,00
Q ₆	Algébrica	$3 \times ? = 27$	11,43	97,14	88,57	2,86	0,00	0,00
Q ₇	Algébrica	$75 \div ? = 25$	14,29	100,00	77,14	0,00	8,57	0,00
Q ₈	Algébrica	$? \times 15 = 180$	14,29	97,14	74,29	2,86	11,43	0,00
Q ₉	Algébrica	$? \times 6 = 24$	20,00	97,14	62,86	2,86	17,14	0,00
Q ₁₀	Algébrica	$? \div 2 = 68$	17,14	74,29	60,00	25,71	22,86	0,00
Q ₁₁	Aritmética	$8 \times 10 = ?$	42,86	88,57	31,43	11,43	25,71	0,00
Q ₁₂	Algébrica	$? \times 4 = 56$	11,43	48,57	65,71	51,43	22,86	0,00
Q ₁₃	Aritmética	$3 \times 4 = ?$	54,29	100,00	25,71	0,00	20,00	0,00
Q ₁₄	Algébrica	$? \times 7 = 28$	20,00	54,29	57,14	45,71	22,86	0,00
Q ₁₅	Algébrica	$2 \times ? = 8$ e $6 \times 4 = ?$	0,00	60,00	80,00	40,00	20,00	0,00

Fonte: Santos (2017, p. 292).

Os resultados expostos por Santos (2017) demonstraram que os discentes apresentaram uma melhora maior no desempenho das questões aritméticas do que nas algébricas, porém ocorreu um aumento percentual de acertos nos problemas algébricos e uma queda nos erros (erros relacional e numérico), e nenhuma questão foi deixada em branco. Além disso, os alunos que elaboraram as sentenças de modelação¹ do problema tiveram bons resultados na resolução da questão.

Desta maneira, Santos (2017) concluiu que o melhor desempenho dos alunos na resolução de problemas que envolvem as quatro operações fundamentais com números naturais no pós-testes ocorreu devido à aplicação das metodologias utilizadas durante a experimentação, isto é, a sequência didática aplicada teve efeitos positivos na resolução desses tipos de problemas e também na participação dos discentes nas aulas de matemática.

Barbosa (2021) executou uma pesquisa sobre a aplicação de um sequência didática diferente da tradicional sobre a resolução de problemas com Campo Conceitual Multiplicativo, envolvendo o Princípio Fundamental da Contagem, em uma

¹“A sentença da modelação de um problema representa diretamente as relações entre os dados que são apresentados no enunciado dos problemas, e a sentença aritmética de um problema é usada para determinar o valor procurado num problema”. (CAREY, 1991, p. 270 *apud* SANTOS, 2017, p.113)

turma do 5º Ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual do Distrito de Icoaraci em Belém/PA, e teve como objetivo analisar os efeitos que uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades experimentais tem sobre o desempenho de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental na resolução de questões envolvendo o Princípio Fundamental da Contagem.

A autora utilizou como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e o Ensino por Atividades Experimentais. O método de pesquisa empregado foi a Engenharia Didática, que foi seccionada em 4 etapas: a primeira abordou as análises prévias, nas quais ocorreram a abordagem da fundamentação teórica e a exposição de trabalhos que envolveram o Campo Conceitual Multiplicativo, a Combinatória e o Princípio Fundamental da Contagem; a segunda envolveu a concepção e análise a priori, explanou a fundamentação teórica do Ensino por Atividades e descreveu os instrumentos usados para coletar os dados, o questionário sócio educacional, os testes e a sequência didática usada para ensinar o Princípio Fundamental da Contagem; a terceira etapa foi a de experimentação, na qual ocorreu a descrição dos dados coletados; a quarta etapa foi de análise a posteriori e validação, na qual foram dispostos os resultados obtidos das comparações percentuais entre os resultados dos testes.

A sequência didática desenvolvida por Barbosa (2021) foi averiguada mediante a aplicação de um pré-teste e um pós-teste multiplicativo, fundamentados no Princípio Fundamental da Contagem que continha 10 questões. Os resultados do pós-teste e do pré-teste são demonstrados no Quadro 8 a seguir, no qual foi estabelecida a comparação entre os resultados obtidos tanto no pré-teste quanto no pós-teste.

Quadro 8- Comparação de acertos, erros e questões em brancos entre o pré-teste e o pós-teste

Identificação	Acerto por questão							
	Tipo de questão	Nº de etapas	ACERTO		ERRO		EM BRANCO	
			PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓS
Q01	Aritmética	2	31,81%	90,90%	68,19%	9,10%	0%	0%
Q02	Aritmética	3	0%	90,90%	90,90%	13,64%	9,10%	0%
Q03	Aritmética	2	4,55%	90,90%	90,90%	9,10%	4,55%	0%

Q04	Aritmética	3	0%	86,36%	90,90%	13,64%	9,10%	0%
Q05	Aritmética	2	4,55%	72,72%	72,72%	22,73%	22,73%	4,55%
Q06	Aritmética	2	81,81%	100%	4,55%	0%	13,64%	0%
Q07	Aritmética	3	0%	77,27%	90,90%	22,73%	9,10%	0%
Q08	Algébrica	2	0%	63,63%	86,36%	31,82%	13,64%	4,55%
Q09	Algébrica	2	0%	54,54%	81,82%	36,36%	18,18%	9,10%
Q10	Algébrica	2	0%	50%	90,90%	40,9%	9,10%	9,10%

Fonte: Barbosa (2021, p. 154).

Barbosa (2021) enfatizou que após a aplicação do pós-teste constatou-se que as questões aritméticas com duas etapas apresentaram um excelente resultado, exceto a questão 5; e as questões algébricas tiveram um aumento significativo nos acertos. Para a autora, os comparativos percentuais entre o pré-teste e o pós-teste demonstraram um acentuado crescimento de acertos entre o pré-teste e o pós-teste e um decréscimo nos erros. Logo, a sequência didática aplicada teve um efeito positivo na resolução de problemas com o Princípio Fundamental da Contagem.

Vizula (2020) realizou uma pesquisa sobre a aprendizagem matemática das operações de Multiplicação e Divisão com números naturais em uma turma de 6º ano do ensino noturno de uma escola pública, utilizando-se da metodologia das mentalidades matemáticas de Jo Boaler (2018). Essa metodologia tem como característica a ênfase no desenvolvimento de uma mentalidade progressista no discente, por meio da priorização de atividades desenvolvidas em grupo, de forma que o aprendizado ocorra de forma colaborativa, por meio do contato dos discentes com atividades de níveis simples a complexos. As atividades propostas devem proporcionar uma diversidade de interpretações, buscando o engajamento de todos os aprendizes durante sua realização, e cada um deve trabalhar dentro do seu nível de desenvolvimento, isto é, consiste em um modo colaborativo de aprendizagem.

A investigação teve como objetivo investigar as contribuições de uma proposta pedagógica que se fundamentou na Metodologia das Mentalidades Matemáticas para o ensino das operações de Multiplicação e Divisão. Vizula (2020) utilizou como instrumentos para a realização da pesquisa questionários, entrevista, pré-teste e pós-teste. A autora concluiu que aliar a teoria à prática para o entendimento dessas operações é primordial, assim como trabalhos em grupos e atividades lúdicas incentivam o aluno a progredir de forma a desenvolver o pensamento crítico e criativo.

Miranda (2021) realizou uma pesquisa sobre os efeitos de uma sequência didática por atividades sobre a aprendizagem na resolução de problemas

multiplicativos, envolvendo a ideia de disposição retangular, em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental-Anos Finais, com 36 discentes, em uma escola pública municipal da cidade de Ananindeua/PA. O aporte teórico utilizado foi o Ensino por Atividades e a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Como metodologia de pesquisa utilizou a Engenharia Didática, que se desenvolveu em quatro etapas: análises prévias; análise a priori; experimentação e validação.

A pesquisa teve como objetivo analisar os efeitos que uma sequência didática por atividades tem sobre a aprendizagem na resolução de problemas multiplicativos, envolvendo a ideia de disposição retangular, em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental. O autor concluiu que a elaboração da sentença natural que representa o problema é fundamental para o acerto da seleção da operação adequada para as soluções dos problemas apresentados. Os resultados também mostraram uma melhora considerável das notas obtidas no pós-teste em comparação às do pré-teste.

Silva (2015) realizou uma pesquisa sobre problemas envolvendo as quatro operações aritméticas fundamentais, em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental- Anos iniciais, com 23 alunos, em uma escola pública municipal da cidade de Abaetetuba/ PA, que teve como objetivo avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de problemas com números naturais. O método de pesquisa utilizado pela autora foi a Engenharia Didática.

O trabalho desenvolvido por Silva (2015) utilizou instrumentos avaliativos como questionário e aplicação de um pré-teste e um pós-teste. A aplicação do pré-teste e do pós-teste ocorreu em duas fases, uma aditiva e outra multiplicativa. Na fase aditiva, o pré-teste e o pós-teste foram formulados com doze questões distribuídas entre problemas aritméticos e algébricos, sendo cinco do primeiro tipo e sete do segundo, com posições diferentes dos termos desconhecidos. Na fase multiplicativa, o pré-teste e o pós-teste contou com doze questões contendo problemas aritméticos e algébricos, sendo seis do primeiro tipo e seis do segundo tipo.

A análise dos dados ocorreu mediante a comparação percentual entre os dados obtidos no pré-teste e no pós-teste. Além disso, foi realizada a aplicação do coeficiente linear de Pearson. Os resultados da comparação evidenciaram um aumento significativo nos resultados do pós-teste.

Os resultados do pós-teste e do pré-teste multiplicativos aplicados pela autora são demonstrados no Quadro 9 a seguir, no qual foi estabelecida a comparação entre os resultados obtidos, tanto no pré-teste quanto no pós-teste.

Quadro 9- Comparação de acertos, erros e resposta em branco por questão entre o pré-teste e o pós-teste

Questão	TIPO DE SENTENÇA		ACERTO (%)		ERRO (%)		BRANCO (%)	
			PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q ₁	Aritmética	$3 \times 689 = ?$	43,48	82,61	56,52	17,39	0	0
Q ₂	Algébrica	$4 \times ? = 88$	13,04	78,26	86,96	21,74	0	0
Q ₃	Aritmética	$6 \times 4 = ?$	43,48	91,30	56,52	8,70	0	0
Q ₄	Aritmética	$896 : 8 = ?$	0	82,61	73,91	8,70	26,09	8,70
Q ₅	Algébrica	$? \times 7 = 28$	8,69	78,26	86,96	21,74	4,35	0
Q ₆	Aritmética	$540 : 45 = ?$	0	82,61	82,61	8,70	17,38	8,70
Q ₇	Algébrica	$? : 3 = 6$	21,74	82,61	60,87	4,35	17,38	13,04
Q ₈	Algébrica	$32 \times ? = 256$	0	65,22	73,91	21,74	26,09	13,04
Q ₉	Aritmética	$1250 \times 7 = ?$	26,09	82,61	30,43	13,04	43,48	4,35
Q ₁₀	Aritmética	$3 \times 2 = ?$	17,38	91,30	39,13	8,70	43,48	0
Q ₁₁	Algébrica	$12 \times ? = 288$	0	82,61	52,17	17,39	47,83	0
Q ₁₂	Aritmética	$3 \times 6 = ?$	26,09	86,96	47,83	13,04	26,09	0

Fonte: Sistematizado de Silva (2015, p. 180).

Martins (2012) realizou uma pesquisa com 60 estudantes do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, em uma escola municipal da cidade de São Paulo, a qual foi fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e nos Parâmetro Curriculares Nacionais (PCN).

O trabalho consistiu na aplicação de um instrumento de investigação, composto por 5 questões, centradas em problemas com isomorfismo de medidas, e teve como objetivo cooperar com a reflexão da práxis pedagógica dos docentes que trabalham com o ensino das ideias multiplicativas em situações-problema da categoria de isomorfismo de medidas. As relações de problemas abordados pela autora durante a investigação possuíam relações quaternárias, isto é, uma relação entre quatro quantidades, de modo que duas eram de uma espécie e as outras duas de outra espécie.

Para realizar a análise dos resultados, Martins (2012) abordou aspectos quantitativos referentes à frequência de erros e de acertos para cada uma das situações-problemas. E também fez a abordagem qualitativa, na qual considerou as

estratégias, representações e níveis de raciocínio que os estudantes apresentaram na resolução das situações-problemas. Os resultados dos dados quantitativos são demonstrados no Quadro 10 a seguir.

Quadro 10- Resultado da análise dos dados quantitativos

QUESTÃO	CATEGORIAS	PORCENTAGEM
01) Lenita comprou seis canetas. Sabendo que cada caneta custou 3 reais, quanto Lenita gastou?	Acertam o resultado, pelo raciocínio multiplicativo.	81,67%
	Acertam o resultado, pelo raciocínio aditivo.	3,33%
	Acertam o resultado, utilizando representações.	5,00%
	Identificam a operação, mas erram o resultado.	5,00%
	Não identificam a operação.	5,00%
02) Paula pagou R\$ 54,00 por duas mochilas iguais. Quanto custou cada mochila?	Acertam o resultado, usando a divisão $54 \div 2$.	61,67%
	Acertam o resultado, usando a adição $27 + 27$.	1,67%
	Acertam o resultado, usando representações.	3,33%
	Identificam a operação, mas erram o resultado.	10,00%
	Identificam a operação, mas não resolvem.	3,33%
	Erram, fazendo a operação inversa (2×54 ou $54 + 54$).	11,67%
	Erram, usando cálculos indevidos.	6,66%
	Erram, utilizando representações pictóricas.	1,67%
03) Caio pagou R\$ 17,00 em 3 cadernos de mesmo preço. Quanto ele gastaria se comprasse 9 cadernos iguais a esses?	Acertam o resultado, pela multiplicação.	11,67%
	Acertam o resultado, usando uma tabela.	5,00%
	Acertam o resultado, adicionando $17 + 17 + 17$.	5,00%
	Acertam, apenas colocando a resposta.	1,67%
	Identificam a operação, mas erram o resultado.	6,66%
	Erram, multiplicando 17 por 9.	30,00%
	Erram, realizando operações indevidas.	23,34%
	Erram, usando uma tabela como apoio.	13,33%
04) Danilo pagou R\$36,00 por estojos que custam R\$9,00 cada. Quantos estojos Danilo comprou?	Não resolvem.	3,33%
	Acertam o resultado, pela divisão de 36 por 9	35,00%
	Acertam o resultado, usando a multiplicação 4×9 .	6,67%
	Acertam o resultado, pela contagem, usando uma tabela, adicionando ou colocando apenas a resposta.	16,66%

	Identificam a operação, mas erram o resultado.	5,00%
	Não identificam a operação, multiplicando 36 por 9.	10,00%
	Não identificam a operação.	20,00%
	Não resolvem.	6,67%
05) Sabendo que 12 tesouras custam R\$ 30,00, quanto custarão 6 tesouras iguais a essas?	Acertam o resultado, pela divisão de 30 por 2 .	10,00%
	Acertam o resultado, usando esquemas ou tabelas.	25,00%
	Acertam o resultado, pela adição ou subtração ou apenas colocam a resposta correta.	6,68%
	Identificam a operação, mas erram o resultado.	1,67%
	Não identificam a operação.	48,33%
	Não resolvem.	48,33%

Fonte: Martins (2012, p. 6-8).

Martins (2012) concluiu que os alunos investigados apresentaram mais facilidade na resolução de situações-problema que continham a correspondência de um a muitos, do que naquelas em que ocorre a correspondência de muitos a muitos. Isto ocorreu devido ao fato de que estas situações eram mais próximas das vivências dos estudantes; por serem situações mais trabalhadas no âmbito escolar; por apresentarem relações de proporcionalidades explícitas e diretas; por poderem ser resolvidas por meio do raciocínio aditivo ou multiplicativo.

Zaran e Santos (2012) realizaram uma pesquisa em duas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública no município de São Paulo, a qual contou com a participação de 53 alunos. Esta pesquisa teve como objetivo apresentar uma análise dos procedimentos realizados pelos discentes na resolução de problemas com estruturas multiplicativas.

A investigação realizada pelos autores foi embasada na Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud e enfatizou situações-problemas envolvendo Isomorfismo de Medidas que contemplam a ideia de “muitos para muitos”.

A pesquisa foi realizada mediante a aplicação de quatro situações problemas que foram analisadas de acordo com as seguintes categorias estabelecidas: identificam a operação que resolve o problema e acertam os procedimentos; identificam a operação que resolve o problema, mas não utilizam os procedimentos esperados; não identificam a operação de multiplicação (ou divisão), mas acertam os

procedimentos/algoritmos usados; não identificam a operação e erram os procedimentos (houve também as que não resolveram). A análise realizada pelos autores reportou os dados descritos no Quadro 11.

Quadro 11- Dados obtidos na pesquisa

Número de protocolos					
Categorias	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Total
Identificam a operação que resolve o problema e acertam os procedimentos.	24	16	22	14	76
Identificam a operação que resolve o problema, mas não utilizam os procedimentos esperados.	0	8	2	8	18
Identificam a operação que resolve o problema, mas apenas indicam a operação, e não a desenvolvem.	2	0	0	0	2
Não identificam a operação de multiplicação (ou divisão), mas acertam os procedimentos /algoritmos usados.	1	0	0	0	1
Não identificam a operação e erram os procedimentos.	25	27	27	27	106

Fonte: Zaran e Santos (2012, p.7).

Zaran e Santos (2012) concluíram que a maior parte dos alunos, ao resolverem as situações-problemas propostas, não conseguiram identificar a ideia de “muitos para muitos” e não identificaram os procedimentos referentes ao campo multiplicativo. Ademais, concluíram que houve dificuldades quanto à compreensão do raciocínio multiplicativo em operações que envolvem mais de duas variáveis, referindo-nos à ideia de “muitos a muitos”.

Magina, Santos, Meline (2014) realizaram uma pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, embasada na Teoria dos Campos conceituais de Vergnaud, com 349 alunos de uma escola pública de São Paulo, que foi constituída por um teste contendo 13 questões. Entretanto, as

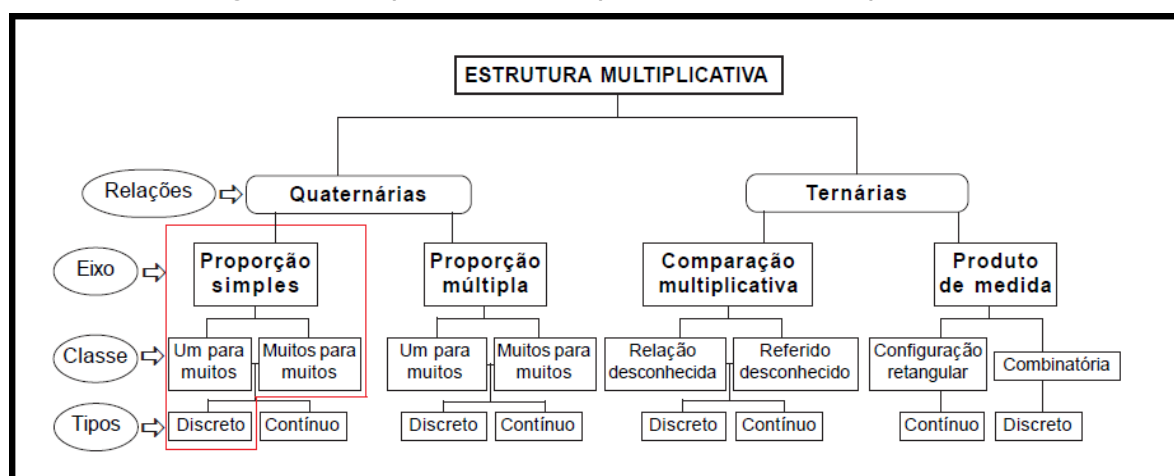
pesquisadoras nesse artigo centraram seus estudos na análise do desempenho e nas estratégias empregadas por 175 alunos (86 do 3º ano e 89 do 5º ano). Para isso, aplicaram duas questões multiplicativas pertencentes às relações quaternárias, no eixo das proporções simples, nas classes um para muitos e muitos para muitos, com quantidades discretas.

A investigação teve como objetivo analisar o desempenho de estudantes dos 3º e 5º anos do Ensino Fundamental frente a duas situações do Campo Conceitual Multiplicativo e, a partir dessa análise, identificar os níveis de raciocínio empregados por eles em situações-problema: uma envolvendo a correspondência um para muitos, e a outra a correspondência de muitos para muitos. Para a realização do estudo, as autoras apoiaram-se na perspectiva descritiva e diagnóstica.

Magina, Santos e Meline (*Op cit.*) apresentam as relações ternárias e quaternárias e fizeram uma releitura do Campo Conceitual Multiplicativo proposto por Vergnaud. Para a primeira relação, designaram dois eixos: Comparação Multiplicativa e Produto de Medidas. Para a outra relação designaram os eixos: Proporções Simples e Proporções Múltiplas.

Esses eixos propostos estão subdivididos em classes. Todas as classes podem usar quantidades contínuas ou discretas, exceto a configuração retangular (somente contínua) e combinatória (somente discretas). A seguir, exibimos o esquema da Figura 9 que foi elaborado mediante o TCC de Vergnaud (1983,1988,1994, 2009) e que representa a releitura do Campo Conceitual Multiplicativo (CCM).

Figura 9- Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Magina, Meline, Santos (2014, p.520).

O esquema apresentado na Figura 9 mostra que as relações quaternárias e ternárias são formadas por eixos. A primeira relação é formada pelo eixo das proporções simples e o das proporções múltiplas. A segunda relação é formada pelos eixos da comparação multiplicativa e do produto de medidas.

O eixo da comparação multiplicativa que pertence à relação ternária foi dividido em duas classes denominadas relações desconhecidas e referido desconhecido, que podem ser trabalhadas por meio de quantidades discretas e contínuas.

O eixo produto de medidas que também pertence à relação ternária está repartido em duas classes: configuração retangular, que pode ser trabalhada por meio de quantidades contínuas; e combinatória, que pode ser trabalhada por meio de quantidades discretas. Os dois eixos que constituem as relações quaternárias, proporções simples e proporções múltiplas estão divididos em duas classes: um para muitos e muitos para muitos, as quais podem conter quantidades discretas e contínuas.

As questões utilizadas pelas autoras na pesquisa focam nas ideias de um para muitos e na de muitos a muitos, que estão descritas a seguir no Quadro 12:

Quadro 12- Situações Analisadas no Campo Multiplicativo

Questão 1 (Q1) Situação: Um para muitos	Questão 2 (Q2) Situação: Muitos para muitos
Maria utiliza 4 colheres de chocolate para fazer uma receita de brigadeiro. Se ela fizer 3 receitas de brigadeiro, quantas colheres de chocolate ela usará?	Dona Benta usa 12 ovos para fazer 3 bolos. Quantos ovos ela vai precisar para fazer 5 bolos?

Fonte: Magina, Santos, Meline (2014, p.524).

A situação 1 abordou uma relação quaternária, no eixo das proporções simples, na classe “um para muitos” com quantidades discretas. Nessa situação está explícita a relação que há entre duas quantidades (uma receita necessita de 4 colheres de chocolate). Na situação 2 a relação é quaternária e pertence ao eixo das proporções simples com grandezas discretas, porém a relação que há entre as duas quantidades não é explícita, e ficou implícita a relação fixa entre as duas quantidades (para fazer três bolos são necessários 12 ovos).

Magina, Santos e Meline (2014) realizaram análises quantitativas e qualitativas dessas situações, a primeira indicou que houve um baixo rendimento dos estudantes no problema da Questão 2, que envolveu a classe de muitos para muitos. A segunda indicou quatro níveis de raciocínio de acordo com as representações “numérica e pictóricas”. A representação pictórica foi essencial para os estudantes do 3º ano e também para os do 5º ano, porém em menor quantidade. Dessa maneira, as autoras concluíram que os resultados mostraram uma pouca evolução da competência dos discentes para lidarem com problemas multiplicativos da classe muitos para muitos.

Magina, Lauter e Santos (2020) realizaram uma pesquisa, fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983; 1988; 1994; 2009), elaboraram um questionário contendo 13 questões, aplicado para 483 alunos do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas da cidade de Recife/PE. A partir dessa aplicação, foram selecionados 182 estudantes, sendo 22 do 1º ano, 45 do 2º ano e 115 estudantes do 3º ano. Como critério de seleção desses discentes, os autores levaram em consideração que estes no diagnóstico inicial acertaram pelo menos uma das 6 questões que se referiam a problemas do campo multiplicativo sobre Isomorfismo de Medidas. O eixo considerado para a análise foi o das relações quaternárias, com proporção simples, nas classes um para muitos e muitos para muitos. As situações-problemas consideradas pelos autores para a realização dessa seleção estão expressas no Quadro 13.

Quadro 13- Situações-problemas propostas para seleção dos discentes

Um para muitos	Muitos para Muitos
P1. Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana tem?	P4. Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?
P2. Um supermercado fez uma promoção: “leve 4 litros de suco por apenas 12 reais”. Quanto vai custar cada litro de suco?	P5. Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco, quanto precisaria pagar?
P3. A escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?	P6. Em uma gincana na escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra, o aluno marcava 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?

Fonte: Magina, Lauter e Santos (2020, p.12).

O estudo apresentado por Magina, Lauter e Santos (2020) teve o objetivo de investigar estratégias bem-sucedidas (acertos), utilizadas pelos discentes para resolverem problemas de proporção simples (Isomorfismo de Medidas).

Os autores concluíram que os estudantes, mesmo não tendo aprendido o procedimento de multiplicar, eles são capazes de pensar de forma multiplicativa e buscam alternativas de estratégias (contagem, adição repetida, uso de ícones diversos) para a resolução das situações-problemas que envolvem procedimentos multiplicativos. Entre as situações-problemas propostas, a categoria muitos para muitos foi a que os discentes apresentaram maior dificuldade de resolução.

Castro e Curi (2020) realizaram uma pesquisa sobre problemas multiplicativos baseada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009) com 4 discentes do 1º ano e cinco do 2º ano do Ensino Fundamental-Anos iniciais, de uma escola da rede privada de ensino da cidade de São Paulo/SP. O estudo teve como objetivo analisar quais protocolos os discentes usariam para a resolução de situações-problemas com proporções simples (Isomorfismo de Medidas) nas classes um para muitos e muitos para muitos.

Os autores concluíram que os discentes, apesar de não saberem a tabuada ou os algoritmos da multiplicação, conseguem resolver as situações-problemas propostas através da utilização de raciocínio pictórico, estratégias pessoais e raciocínio aditivo ou multiplicativo. Todavia, ressaltam que os discentes apresentaram maior facilidade para solucionar problemas na classe um para muitos e maior dificuldade para a categoria muitos para muitos.

Lara (2011) realizou uma pesquisa sobre a construção das estruturas multiplicativas, embasada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, na qual fez um estudo de caso com 50 discentes do 1 ao 5º ano do Ensino Fundamental-Anos iniciais de uma escola pública da região Metropolitana do Rio Grande do Sul. Para realizá-la, a autora, por meio dos professores unidocentes dessas classes, selecionou 10 alunos de cada série/ano e aplicou duas questões com situações-problema multiplicativas sobre Isomorfismo de Medidas com o objetivo de verificar as possibilidades de iniciar a resolução de situações multiplicativas desde o 1º ano do Ensino Fundamental-Anos iniciais, através de análise das estratégias elaboradas pelos discentes participantes da investigação.

As questões analisadas por Lara (2011) foram agrupadas de acordo com o desempenho dos discentes e conforme o tipo de problema. Por meio disso, foram

detectadas três incidências: a utilização de representações gráficas (desenhos); ausência de registros e o uso de algoritmos.

Apresentamos a seguir no Quadro 14 a sistematização dos dados analisados referentes à questão 1 e que utilizou a seguinte legenda: I: Intervalo da idade dos alunos; C: percentual de alunos que encontraram a resposta correta; E: percentual de alunos que encontraram uma resposta incorreta; NR: percentual de alunos que não responderam; RG: percentual de alunos que utilizaram representações gráficas, como desenhos, riscos ou traços para resolver a situação-problema; A: percentual de alunos que utilizaram algoritmos para resolver a situação-problema.

Quadro 14- Desempenho percentual dos alunos diante da 1ª situação-problema

Situação-problema	Classificação	Série/ano	I	C	E	NR	RG	A	Estrutura utilizada
01) Mariana foi colher maçãs em algumas macieiras do sítio de sua avó. Se Mariana encontrou 6 macieiras e colheu 4 maçãs de cada uma, quantas maçãs ela colheu ao todo? Como você faria isso?	Isomorfismo de Medidas- um para muitos	1º	6-7 Anos	20%	80%	-	100%	-	Dois alunos utilizaram a estrutura aditiva
		2º	6-12 Anos	90%	10%	-	100%	-	Todos utilizaram a estrutura aditiva.
		3º	8-10 Anos	70%	10%	20%	80%	-	Todos usaram a estrutura aditiva.
		4º	8-10 Anos	70%	30%	-	40%	100%	Quatro alunos utilizaram a estrutura aditiva.
		5º	10-13 Anos	10%	90%	-	-	100%	Não ficou evidente a estrutura usada.

Fonte: Sistematizado de Lara (2011, p. 115)

Para a situação-problema 2, Lara (2011) usou os mesmos parâmetros de análise utilizados no problema da situação 1, os quais estão sistematizados no Quadro 15 abaixo:

Quadro 15- Desempenho percentual dos alunos na 2ª situação-problema

Situação-problema	Classificação	Série/ano	I	C	E	NR	RG	A	Estrutura utilizada
01) Cada vez que Aninha ganha R\$ 5,00 de mesada de seu pai, o seu irmão mais velho ganha R\$ 10,00. Esse mês Aninha ganhou R\$ 15,00 de mesada, quanto irá ganhar seu irmão? Escreva a resposta.	Isomorfismo de Medidas- um para muitos	1º	6-7 Anos	0%	70%	30%	70%	-	
		2º	6-12 Anos	20%	80%	10%	90%	-	Um aluno usou a estrutura aditiva e três corresponderam a cada 5: um 10.
		3º	8-10 Anos	70%	10%	20%	-	-	Três utilizaram a estrutura multiplicativa.
		4º	8-10 Anos	40%	60%	-	-	90%	Três usaram a estrutura aditiva.
		5º	10-13 Anos	10%	90%	-	-	100%	Um utilizou a estrutura multiplicativa.

Fonte: Sistematizado de Lara (2011, p.117).

A partir das análises, Lara (2011) detectou para a situação-problema 1 que todos os discentes do 1º ano utilizaram o desenho para solucionar o problema, porém nenhum conseguiu chegar à resposta correta. Para os discentes do 2º ano, constatou-se que todos utilizaram o desenho para chegarem à solução correta e fizeram uma

correspondência da quantidade de árvores com a quantidade de maçãs, de forma que desenharam 4 maçãs para cada árvore e todos representaram a resposta por meio de numerais, porém só 5 deles escreveram 24 como solução. Para os alunos do 3º ano, notou-se que todos usaram para encontrar a solução o desenho das macieiras com as quatro maçãs. No 4º ano os discentes, apesar de terem tido contato com algoritmo, 4 dos participantes usaram o desenho para determinar a solução do problema. No 5º ano todos optaram pelo uso do algoritmo, porém somente um estudante encontrou a solução correta.

Para a situação-problema 2, Lara (2011) diagnosticou para o 1º ano que nenhum dos discentes determinou a solução correta. No 2º ano detectou que todos os alunos buscaram estratégias diversas e a maioria utilizou a representação gráfica para a resolução do problema. No 3º ano, observou que 7 encontraram a solução correta e houve a manifestação da capacidade dos aprendizes em lidar com problemas relacionados à multiplicação e também com a ideia de proporção. No 4º ano, identificou que apenas um aluno colocou a resposta correta e a maioria utilizou o algoritmo para solucionar o problema, entretanto não tiveram êxito. No 5º ano, constatou que apenas um aluno mostrou ter compreendido o problema e chegou à solução correta, a maioria usou o algoritmo e não fizeram uso de outras estratégias para tentar encontrar a solução.

Lara, mediante as diagnoses realizadas, concluiu que 54% dos participantes acertaram a primeira questão e 34% acertaram a segunda, e os que acertaram a primeira também acertaram a segunda. Ademais, destacou que o não uso de materiais concretos, precocemente substituído pelos algoritmos, pode vir a prejudicar o rendimento dos alunos.

Magina, Santana e Carzola (2018) realizaram dois estudos: o primeiro foi um diagnóstico do desempenho e estratégias usadas pelos discentes mediante a aplicação de 14 questões do campo multiplicativo que utilizaram apenas o conjunto dos números naturais e circunscritos a unidades e dezenas; e o segundo teve como ênfase a formação dos docentes dos alunos que responderam ao primeiro estudo.

A primeira pesquisa contou com a participação de 4.076 alunos do Ensino Fundamental da Bahia, distribuídos da seguinte maneira: 408 do 1º ano, 371 do 2º ano, 630 do 3º ano, 535 do 4º ano, 689 do 5º ano, 411 do 6º ano, 433 do 7º ano, 331

do 8º ano e 267 do 9º ano. Essa pesquisa teve como objetivo principal promover a utilização de estratégias que possibilitassem a expansão e a apropriação do campo conceitual multiplicativo pelos discentes.

A pesquisa realizada pelos autores foi embasada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983, 1988, 1994, 2009) e em sua releitura realizada acerca das Estruturas Multiplicativas elaboradas por Magina, Santos e Meline (2010) e, metodologicamente, em um modelo de formação de professores proposto por Magina (2008), denominado RePARE – “reflexão-planejamento-ação-reflexão”.

A diagnose elaborada por Magina, Santana e Carzola (2018) contou com situações-problemas que foram organizadas em quatro eixos: seis de proporção simples; uma de proporção dupla, três de comparação multiplicativa e quatro de produto de medidas. As situações propostas referentes às de proporção simples e dupla foram classificadas por Vergnaud como relações quaternárias que consistem em problemas com Isomorfismo de Medidas. A seguir, detalhamos no Quadro 16 cada uma dessas situações com Isomorfismo de Medidas que foram aplicadas nesse instrumento.

Quadro 16- Situações-problemas com Isomorfismo de Medidas

Situação-problema	Classificação
01) Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana tem?	Proporção simples – um a muitos
02) A escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?	Proporção simples – um a muitos
03) Um supermercado fez uma promoção: “leve 4 litros de suco por apenas 12 reais”. Quanto vai custar cada litro de suco?	Proporção simples – um a muitos
04) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?	Proporção simples – muitos a muitos
05) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco, quanto precisaria pagar?	Proporção simples – muitos a muitos
06) Em uma gincana na escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra, o aluno ganha 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?	Proporção simples – muitos a muitos
07) Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em dois dias. Quantos litros de água uma família composta por 4 pessoas consomem em 6 dias?	Proporção dupla – muitos a muitos

Fonte: Sistematizado de Magina, Santana e Carzola (2018, pp. 44-45).

3.4.2 Estudos Teóricos

Neste campo de estudos, apresentamos trabalhos baseados em teorias que, de acordo com Santos (2017), são os que propõem conceitos e/ou ideias sobre resolução de problemas envolvendo o campo conceitual multiplicativo. Sá (2003) desenvolveu uma pesquisa que abordou problemas envolvendo as quatro operações aritméticas fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) e objetivou responder as questões norteadoras a seguir:

- O que é um problema de uma operação aritmética?
- O que é um problema aritmético?
- Qual a relação entre um problema algébrico e um problema aritmético?
- Por que alguns tipos de problemas, do mesmo tipo nos campos conceituais, são mais difíceis que outros?
- Qual é a estrutura que conecta os problemas dos campos conceituais aditivos e multiplicativos?

A metodologia usada pelo autor pautou-se em uma revisão bibliográfica e um exame comparativo sobre problemas do campo aditivo e multiplicativo.

Santos (2017), em busca de argumentar as questões acima, direcionou sua pesquisa para responder à questão: O que é dominar as quatro operações fundamentais da aritmética com os números naturais? As questões que foram levantadas objetivaram realizar a compreensão do pensamento aritmético e sua relação com o pensamento algébrico.

Para responder as questões, o autor realizou: a distinção entre os aspectos semânticos e simbólicos das operações aritméticas; distinção entre problemas que são de uma operação e que usam uma operação; classificou os problemas que usam uma operação em dependente e independentes; classificou problemas em aritméticos e algébricos.

Sá (2003) classificou os problemas que envolvem as operações fundamentais em aritméticos e algébricos, de forma que os do primeiro tipo foram categorizados em simples e combinado, e os do segundo tipo foram divididos em imediatos e estruturados. Os problemas algébricos imediatos ainda possuem duas classificações: os simples e os combinados.

Para Sá (2003), os problemas aritméticos são os que no seu processo resolutivo não usam implicitamente ou explicitamente as propriedades aditivas ou

multiplicativas da igualdade, e os algébricos são os que usam na sua resolução de forma implícita e explícita as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade.

Sá (2003) propôs que as seguintes expressões estão associadas à generalização dos problemas aritméticos simples:

- $c + b = ?$
- $c - b = ?$
- $c \times b = ?$
- $c \div b = ?$

Para os problemas algébricos imediatos simples, o autor propôs as seguintes expressões para a sua generalização:

- $? + a = b$
- $? - a = b$
- $a - ? = b$
- $a \times ? = b$
- $a \div ? = b$
- $? \div a = b$

No campo conceitual multiplicativo, Sá (2003) analisou os problemas do tipo Isomorfismo de Medidas e Produto Cartesiano e os classificou de acordo com as definições de problemas que usam uma operação e problemas que são de operação. Além disso, os categorizou em algébricos e aritméticos.

O autor mostrou em sua pesquisa conclusões referentes a problemas do campo conceitual aditivo e multiplicativo. Para o campo aditivo, concluiu que os problemas mais difíceis são os algébricos. No campo multiplicativo, concluiu que os problemas do tipo Produto Cartesiano são mais difíceis que os problemas com Isomorfismo de Medidas, e isto decorre porque os do primeiro tipo são os que usam as operações de forma dependente e os do segundo tipo são os de operação. Contudo, considerou que tanto os problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas quanto Produto Cartesiano, os mais difíceis para os discentes são sempre os da categoria algébrica.

Por fim, Sá (2003) concluiu que a estrutura que conecta os campos conceituais aditivos e multiplicativos é a unidade do pensamento aritmético-algébrico e que o domínio das quatro operações ocorre por meio da construção da unidade de pensamento linear.

Fossa e Sá (2008) desenvolveram uma pesquisa na qual tiveram como objetivo apresentar uma proposta para distinção dos problemas que envolvem as quatro operações, problemas do campo aditivo e multiplicativo. Os autores ao realizarem essa distinção propuseram, tanto para o campo aditivo quanto para o multiplicativo, dois grupos de problemas: os aritméticos e os algébricos, baseados na utilização da propriedade da igualdade.

No 1º grupo, os autores situaram os que a pergunta/incógnita se encontra isolada em um dos membros da igualdade depois da passagem dos dados para linguagem simbólica (modelação), nos quais a igualdade é utilizada como indicação dos resultados da operação que foi executada, isto é, a igualdade representa as transformações ou as soluções.

No segundo grupo, inseriram os problemas nos quais a pergunta/incógnita não se encontra isolada em nenhum dos membros da igualdade, e a mesma é usada para indicar a relação de equilíbrio entre os dados e, nesses tipos de problema, a seleção da operação é realizada mediante o uso da propriedade da operação inversa.

Fossa e Sá (2008) propuseram as seguintes expressões como generalização dos problemas do 1º grupo:

- $c + b = ?$
- $c - b = ?$
- $c \times b = ?$
- $c \div b = ?$

Para a generalização dos problemas do 2º grupo, os autores indicaram as expressões:

- $? + a = b$
- $? - a = b$
- $a - ? = b$
- $a \times ? = b$
- $a \div ? = b$
- $? \div a = b$

O primeiro grupo de problemas foi classificado por Fossa e Sá (2008) como aritméticos, e o segundo grupo como algébricos. Os aritméticos são os problemas que no seu processo de resolução não utilizam de forma implícita ou explícita as

propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade, e os algébricos são os que utilizam implicitamente ou explicitamente essas propriedades.

Os autores apresentaram para os problemas aritméticos uma subclassificação: aritméticos simples e aritméticos combinados. Os aritméticos simples são os que em sua formulação têm apenas uma única operação e os aritméticos combinados são os que na sua solução necessitam de mais de uma operação ou da repetição de uma mesma operação. Para os problemas algébricos, propuseram a subclassificação: imediato simples, imediato combinado e estruturado. Os imediatos simples são os que no seu processo de resolução utilizam apenas uma operação sem a utilização explícita de uma variável/incógnita.

O imediato combinado são os que no seu processo de resolução utilizam mais de uma operação sem o uso explícito da variável/incógnita, ou quando pode ser subdividido em problema aritmético simples e problema algébrico imediato. O estruturado é o que no seu processo de resolução necessita do uso de variáveis/incógnitas para explicitar cada etapa da resolução.

No que tange à modelação dos problemas aritméticos e algébricos, Fossa e Sá (2008) preconizaram que os primeiros tipos sempre resultam numa expressão, na qual o valor desconhecido fica sempre isolado no segundo membro da igualdade, e os do segundo resulta numa expressão na qual o valor não fica isolado. O Quadro 17 a seguir mostra exemplos das classificações e subclassificações propostas pelos autores.

Quadro 17- Exemplos de problemas aritméticos e algébricos

Problema		Classificação	Subclassificação
1	Uma caneta custa R\$ 2,00. Quanto custa 7 dessas canetas?	Aritmético	Aritmético Simples
2	Uma pessoa foi à feira com R\$ 50,00. Comprou R\$ 5,00 de frutas e R\$ 13,00 de verduras. Quanto lhe sobrou do dinheiro?	Aritmético	Aritmético Combinado
3	Uma dúzia de canetas custa R\$ 36,00. Quanto custa uma dessas canetas?	Algébrico	Algébrico imediato simples
4	Uma dúzia de canetas custa R\$ 36,00. Quanto custa sete dessas canetas	Algébrico	Algébrico imediato combinado
5	Repartir a quantia de R\$ 210,00 entre três pessoas de tal modo que o segundo receba R\$ 50,00 a mais que primeiro e que o terceiro receba R\$ 80,00 a mais que o segundo.	Algébrico	Algébrico estruturado

Fonte: Sistematizado de Fossa e Sá (2008, pp.270-271).

Os autores concluíram que entre os problemas do campo aditivo e do multiplicativo, os mais difíceis para os discentes são os do tipo algébrico, e que muitos problemas aritméticos que são trabalhados no ensino fundamental são na verdade do tipo algébrico imediato. Devido a isso, apontaram a existência da necessidade dos docentes terem um maior cuidado na hora de apresentar problemas envolvendo as quatro operações, de forma que devem evitar propor os algébricos aos discentes, sem que eles tenham as ferramentas cognitivas necessárias para possibilitar a resolução destes tipos de situações de forma mais significativa.

3.4.3 Síntese dos Estudos sobre a Resolução de Problemas com as Operações de Multiplicação e Divisão com Naturais

A revisão de literatura acima foi importante para a elaboração e adequação das atividades de nossa sequência didática, pois através delas foi possível identificar algumas das dificuldades de aprendizagem dos discentes de 1º ao 6º ano, na aprendizagem de situações-problema do campo multiplicativo e também identificar que entre essas pesquisas nenhuma delas versou sobre a aplicação de uma sequência didática envolvendo problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas. Ademais, a revisão nos permitiu identificar as metodologias que foram

usadas pelos docentes e que tiveram êxito no ensino de problemas multiplicativos, de forma que contribuíram para selecionarmos as metodologias que utilizamos na aplicação da nossa sequência didática e na elaboração do nosso produto educacional.

4 DIAGNOSES REALIZADAS COM DOCENTES E LIVRO DIDÁTICO

Esta seção tem como objetivo apresentar a análise das investigações realizadas na rede municipal de ensino de Tucuruí/PA sobre as práticas pedagógicas utilizadas pelos docentes de matemática para o ensino das operações de Multiplicação e Divisão de números naturais e sobre a abordagem de problemas com isomorfismo de medidas nos livros de matemática do 5º e 6º ano adotados por essa rede.

4.1 PRÁTICA PEDAGÓGICA DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA VISÃO DOS DOCENTES

Para percebermos, de fato, como os docentes de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental da rede pública municipal de Tucuruí/PA lidam com o ensino das operações de Multiplicação e Divisão com números naturais, realizamos um diagnóstico com 27 professores de matemática dessa rede.

A pesquisa de campo utilizou um questionário que, de acordo com Severino (2013), é uma técnica de investigação que faz uma coleta de dados a partir de perguntas planejadas, que devem ter como finalidade adquirir informações escritas sobre os sujeitos investigados.

O questionário utilizado foi produzido através de consultas realizadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1998) e em livros didáticos de matemática do 6º ano, cujos autores são: Geovanni Junior e Castrucci (2018); Pataro e Balestri (2018), Gay e Silva Ed. (2018).

As perguntas do questionário versaram sobre as metodologias usadas pelos docentes no ensino da matemática de um modo geral e também, especificamente, sobre o ensino dos objetos matemáticos Multiplicação e Divisão de números naturais. Acrescentou-se ainda questões sobre as formas utilizadas pelos professores para avaliação dos alunos e uma assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) assinado por todos os docentes que participaram da pesquisa.

Aproveitou-se do advento das tecnologias e com isso o questionário foi elaborado com o uso da plataforma *Forms* do Google e enviado no mês de maio de 2021, de forma privativa, a 40 professores de matemática do 6º ano do Ensino

Fundamental – Anos finais, os quais atuam na rede pública Municipal de Tucuruí/PA, por meio da rede social WhatsApp.

Dos quarenta questionários enviados, 27 foram respondidos, tendo sido usados como amostra para a nossa investigação. A partir da coleta de dados desses questionamentos, ocorreu a sistematização das informações e a análise dessas averiguações foram convertidas em percentuais.

A seguir, expomos os resultados e as análises dos dados dessa pesquisa: Metodologias de ensino adotadas pelos docentes, os quais foram descritos no item resultados e análises; Práticas de avaliação adotadas pelos docentes e diagnóstico de como os docentes ensinam as operações de multiplicação e divisão com números naturais.

4.1.1 Metodologias de Ensino Adotadas pelos Docentes

Em nossa verificação sobre as metodologias adotadas pelos professores para ministrar as aulas de matemática, procuramos saber a partir de que os conteúdos são selecionados e reportamos os resultados em forma percentual.

A amostragem evidenciou que 74,1% usam a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e 29,6% fazem uso do livro didático e 11,1% usam os Parâmetros Curriculares Nacionais e 11,1% usam o Caderno de Orientações da Rede de Ensino.

O uso da BNCC por 74,1% era algo esperado, pois segundo Brasil (2018) este é um documento correspondente às necessidades dos discentes desse século, trata-se então de um documento mais contemporâneo do que os PCN (1998). A Base Nacional Comum Curricular é

um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de **aprendizagens essenciais** que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação. (BRASIL, 2018, p. 7, grifo do autor)

Para Santos (2012), os Parâmetros Curriculares Nacionais foram uma orientação para o Ensino Fundamental em todo o Brasil e que visou contribuir com a construção e retificação dos currículos municipais e estaduais. Esse documento assinalou os conteúdos a serem trabalhados e suas finalidades e teve como presunção gerar, nos docentes, ponderações sobre sua prática.

Entre os consultados, somente 11,1% disseram utilizar os PCN como um instrumento para elaboração das aulas de matemática. Talvez a imensa maioria tenha esquecido que o mesmo, apesar de não ser um documento tão recente quanto à BNCC, é de extrema importância para a educação brasileira porque, de acordo com Brasil (1998), ele se constituiu de documentos que “foram elaborados procurando, de um lado, respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras” (BRASIL, 1998, p. 5).

A inspeção dos dados constatou que 51,9% dos educadores iniciam a introdução dos conteúdos por meio de conceitos seguidos de exercícios, e que os objetos matemáticos são fixados por meio de lista de exercícios por 66,7%. E 22,2% o fazem por intermédio de resolução de exercícios propostos no livro didático, o que caracteriza de acordo com os PCN (BRASIL, 1998) uma estratégia tradicional de ensino, visto que o professor expõe verbalmente o conteúdo, de maneira a iniciar a explicação pelas definições, posteriormente os exemplos e exercícios. Valoriza-se nesse método mais a repetição de algoritmos.

Os PCN (BRASIL, 1998) assinalam que essa estratégia de ensino não é eficiente porque a repetição, de forma correta, pode somente indicar que o discente talvez aprendeu a fazer um número reduzido de processos mecanizados, mas não ocorre aprendizagem, pois o aprendiz não consegue usá-lo em uma nova conjuntura.

A investigação acentuou que 0% não recorre ao uso de modelos para criar uma situação e depois propor ao discente que faça uma análise, o que é algo desanimador, pois de acordo com Müller (2000), a modelagem é usada desde os tempos longínquos pela humanidade e contribui para que o aluno construa modelos que o leve à construção de um conhecimento que lhe é intrínseco.

Brasil (2018) ratifica a importância do uso da modelagem para introdução de conteúdo, quando a coloca como uma das estratégias de ensino que deve ser usada pelo docente, pois proporciona ao discente a possibilidade de um letramento matemático, processo pelo qual o aluno é capaz de estabelecer conjecturas com objeto matemático.

A BNCC propõe como estratégias de ensino de matemática para o fundamental II “a resolução de problemas” (BRASIL, 2018, p. 298), porém a pesquisa atestou que os respondentes em suas práticas para promoção da aprendizagem conduzem o ensino em direção contrária, pois somente 40,7% usam as situações

problemas para introdução do conteúdo e nenhum usa os jogos como meio de inserção, que é outra estratégia mencionada por Brasil (2018).

Em 1998, os PCN (BRASIL, 1998) acenavam que o uso da resolução de problemas como metodologia de ensino era pouco conhecido e enfatizava que o seu uso era um caminho a ser seguido para ensinar os objetos matemáticos. Entretanto, o documento salienta que muitas vezes essa estratégia tem sido usada de forma equivocada, porque limita-se à “mera aplicação no final do estudo de um conteúdo matemático” (Brasil, 1998, p. 23), dado que,

quando é incorporada, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos. (BRASIL, 1998, p.22)

O uso da resolução de problemas como apenas uma aplicação ao final de um conteúdo matemático ainda tem ocorrido em 2021, pois o exame dos dados da investigação realizada evidenciou que 66,7% dos consultados fixam os conteúdos por meio de listagens de exercícios e 22,2% os fixam por meio dos livros didáticos.

Groenwald e Zat (2016) corroboram com Brasil (2018) em virtude de que, para esses autores, um problema matemático estimula o pensamento de modo a estabelecer conexões entre o saber e o fazer para busca de soluções, ou seja, a repetição de exercícios deve ser abandonada no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

A amostra comprovou que 11,1% dos educadores usam jogos apenas como meio de fixação de conteúdos e nenhum os usa para introdução, opondo-se aos PCN (BRASIL, 1998), que recomenda sua utilização em várias etapas do ensino, pois conforme esse documento os jogos são uma maneira atraente de sugestão de resolução de problemas, porque garantem ao aprendiz a busca de soluções e permitem uma edificação de “atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas” (BRASIL, 1998 , p. 46).

Godoy, Menegazzi (2011, *apud* LIMA e PEREIRA, 2020) e Siqueira (2007, *apud* LIMA e PEREIRA, 2020) corroboram com os PCN (BRASIL, 1998) ao afirmarem que os jogos são recursos que ajudam no ensino da Matemática, pois constroem relações significativas e desafiadoras que promovem a construção de novos

conhecimentos. Nota-se que o lúdico, além de tirar o aluno da rotina da aula tradicional, facilita o aprendizado dos objetos matemáticos propostos.

No que tange ao uso de tecnologias por parte dos docentes, 0%, ou seja, nenhum dos consultados da pesquisa usam essa ferramenta como metodologia para o ensino de matemática, o que vai de encontro ao que a BNCC e os PCN preceituam. Esses dados são preocupantes, visto que o uso de tecnologias vem ocorrendo desde o século XVIII, a partir da Revolução Industrial e tem aberto caminhos para revoluções mais amplas e isto não é algo que ficará estático, pois ela está em progressão, de acordo com Tonéis (2017). Além disso, de acordo com Bacich, Tranzi Neto e Trevizani (2015), os jovens e adolescentes estão cada vez mais interligados ao uso das tecnologias digitais, o que configura uma geração que institui relações inovadoras com o conhecimento, assim necessitam que haja inserção do uso de tecnologias como metodologias de ensino.

4.1.2 Práticas de Avaliação usadas pelos Docentes

Os PCN (BRASIL, 1998) revelam que durante o processo de ensino-aprendizagem é papel do professor exercer a função de avaliador, o qual deve encontrar por meio de investigações e reflexões os dispositivos mais adequados para verificar

sinais e indícios das competências desenvolvidas pelos alunos, o professor pode julgar se as capacidades indicadas nos objetivos estão se desenvolvendo a contento ou se é necessário reorganizar a atividade pedagógica para que isso aconteça. Também faz parte de sua tarefa como avaliador levar os alunos a ter consciência de suas conquistas, dificuldades e possibilidades para que possam reorganizar suas atitudes diante do processo de aprendizagem. (BRASIL, 1998, p. 38)

Cabe ao professor avaliar o discente, conforme os PCN (BRASIL, 1998), de modo a usar o instrumento avaliativo para que ele repense os erros cometidos, e não com função punitiva. Assim:

Nesse sentido, é preciso repensar certas ideias que predominam sobre o significado da avaliação em Matemática, ou seja, as que concebem como prioritário avaliar apenas se os alunos memorizam as regras e esquemas, não verificando a compreensão dos conceitos, o desenvolvimento de atitudes e procedimentos e a criatividade nas soluções, que, por sua vez, se refletem nas possibilidades de enfrentar situações-problema e resolvê-las. (BRASIL, 1998, p. 54)

A avaliação somativa é, segundo Freire (2002, p. 58 *apud* GONTIJO *et al.*, 2020), “a ação que se oferece aos educandos, é a de receberem os depósitos, guardá-

los e arquivá-los” e, assim, atribuir uma nota no final do processo. Por outro lado, a avaliação proposta pelos PCN (BRASIL, 1998) é a formativa, a qual se preocupa em “como uma prática que favorece a regulação, a autoavaliação e a autorregulação das aprendizagens dos alunos ” (GONTIJO *et. al*, 2020, p. 159).

A análise do questionário sobre o processo avaliativo revelou que 100% dos respondentes avaliam por meio de trabalhos individuais ou em grupo. 92,6% utilizam as produções realizadas no caderno; 33,3% usam prova oral; 100% prova escrita; 62,96% usam a autoavaliação. O diagnóstico mostrou o uso variado de estratégias avaliativas que, de acordo com Gontijo (2020), associa-se ao entendimento de avaliação formativa, a qual não usa um único mecanismo avaliativo, o que propicia aos docentes realizarem uma diagnose dos aprendizes em uma ação, e que de acordo com Hadji (1994, *apud* GONTIJO, 2020) contribui com o melhoramento de uma aprendizagem.

4.1.3 Diagnóstico de como os Docentes Ensinam as Operações de Multiplicação e Divisão com Números Naturais

A consulta realizada a respeito do que os docentes de matemática ensinam sobre as operações de Multiplicação e Divisão de naturais reportou os seguintes resultados: 100% ensinam multiplicação de um número natural por outro natural, 96% propriedade comutativa da multiplicação, 96% propriedade associativa da multiplicação; 92% propriedade distributiva da multiplicação; 96% identificação de situações que apresentam raciocínio multiplicativo; 96% ensinam multiplicação e divisão por meio do algoritmo; 100% multiplicação e divisão como operações inversas; 81% algoritmo da divisão por estimativa (cálculo mental); 92% identificação da relação fundamental da divisão e o uso dela na solução de problemas; 100% resolução de problemas que envolvem a multiplicação e divisão.

A apuração dos resultados retratou que os professores dessa rede têm ensinado o que os livros didáticos consultados preconizam, porém, de acordo com as análises realizadas nessa escuta, ficou evidenciado que 51,9% introduzem os conteúdos matemáticos por meio de conceitos, seguidos de exemplo e 66,7% fixam os conteúdos mediante o uso de lista de exercícios, e isto caracteriza o ensino mecanizado do objeto matemático Multiplicação e Divisão de naturais.

Para Ferraz (2016) e Saiz (2001), Benevenuto (2008) e Alves (2012 *apud* CRUZ e TELES, 2020), o grande número de alunos que ingressa no 6º ano do Ensino Fundamental-Anos finais que não tem o domínio da operação de Divisão e que possuem déficit na operação de Multiplicação deve-se ao ensino dessas operações por meio do uso do algoritmo mediante a sua repetição. Eles enfatizam que essa estratégia não favorece grandes reflexões. As informações coletadas nessa pesquisa comprovam o ensino mecânico desse objeto matemático, pois constatou-se nas metodologias de ensino o não uso ou uso ínfimo dos recursos pedagógicos sugeridos pela BNCC (BRASIL, 2018) e PCN (BRASIL, 1998), tais como jogos e softwares, o que confirma mais uma vez que o método de ensino predominante é o tradicional.

A diagnose reportou que 100% dos inquiridos na pesquisa ensinam resolução de problemas que envolvem a Multiplicação e a Divisão, porém mais uma vez a estratégia de ensino usada é a mecanizada – definição, exemplo, exercício, pois

o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. (BRASIL, 1998, p. 41)

A análise dos dados dessa pesquisa reportou que a maioria dos consultados tem usado um currículo prescrito centrado no conhecimento, o qual segundo Mello (2014) vê o saber como algo que se aprende somente no mundo educacional e enfatiza uma didática frontal na qual predomina a aula expositiva.

A realização dessa investigação constatou que 74,1% dos docentes, selecionam os conteúdos a partir da BNCC, no entanto, é algo no mínimo contraditório, visto que, no decorrer da arguição, os dados comprovaram que 51,9% dos docentes fazem a introdução dos conteúdos por meio de conceitos, seguidos de exercícios e exemplos, e a fixação é feita por 66,7% mediante a lista de exercícios; apenas 40,7% usam as situações-problemas para introdução de conteúdos; 11,1% usam jogos para a introdução, e nenhum usa tecnologias, o que mostra que podem até fazer a seleção dos objetos de conhecimento via BNCC, entretanto, muitos não usam as metodologias de ensino sugeridas por esse documento e continuam presos à forma mecanizada de ensino.

Entre os consultados, 74,1% afirmaram que é fácil ministrar aulas de matemática e 74,1% afirmaram que os aprendizes de matemática não gostam desse componente curricular. Infere-se isso como outra contradição, visto que, se é fácil ensinar matemática, não deveria haver um percentual tão elevado de alunos que não

gosta da disciplina. Esse fato de termos um percentual alto de discentes que não apreciam a matemática ocorre, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), pela ausência do uso das competências para mobilização dos conhecimentos, ou seja, é necessário um currículo emancipador que de acordo com Cool (2006) Ferreiro e Teberosky (1988, *apud* MELLO, 2014) é aquele que é centrado no aluno, o qual promove ação do professor como um facilitador na construção e na reconstrução do conhecimento do discente, e sua utilização “requer atividade e vínculo do aluno com o saber; em lugar de frontal, é distribuída entre professor e alunos” (MELLO, 2014, p.2).

O exame da amostra demonstrou que é predominante nessa rede de ensino a velha metodologia de ensino da matemática: definição, exemplos e exercícios, o que de acordo com os PCN (1998) é uma prática de ensino improdutiva que se baseia na repetição. Ademais, essa análise nos mostrou caminhos que devemos tomar para a construção da sequência didática que utilizaremos para o ensino de situações-problemas com Isomorfismo de Medidas e para a elaboração do nosso produto educacional.

4.2 PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS COM ISOMORFISMOS DE MEDIDAS NOS LIVROS DIDÁTICOS

Silva Junior (2007) enfatiza que o uso de textos no ensino de matemática ocorre desde os tempos remotos, e isso é demonstrado por meio da institucionalização do ensino da matemática ocorrido na Mesopotâmia por volta de 2500 a. C, período no qual surgem os escribas. Desde essa época, ocorria a distinção entre atividades para casa, problemas para discentes e manuais para serem utilizados por docentes, de acordo com Ritter (*apud* SILVA JUNIOR, 2007).

No Brasil, os livros de matemática passaram por muitas mudanças, as quais se iniciaram na época da Independência do Brasil, entre as quais temos:

a inclusão de exercícios em meio ao desenvolvimento teórico da matéria, no fim de cada capítulo, o surgimento de volumes diferentes para cada série escolar e ou / assunto, o surgimento de livros a serem adotados por faixa etária, a elaboração do livro do mestre e outras, atestam outras mudanças no ensino desse saber no Brasil. (VALENTE, 2004 *apud* SANTOS; GATTI JUNIOR, 2009, p.29)

Mesmo em meio a essas mudanças realizadas nos livros didáticos que são apontadas por Santos e Gatti Junior (2009), atualmente o livro didático de matemática

tem sido utilizado como uma das ferramentas pedagógicas para o ensino da matemática. Ao realizarmos o diagnóstico com docentes de matemática da rede pública Municipal de Tucuruí, isso também ficou evidenciado, dado que 29,9% dos docentes dessa rede usam o livro didático para selecionar os conteúdos matemáticos e 22,2% o usam para propor atividades aos discentes.

Desta forma, o livro didático se torna uma das principais ferramentas utilizadas na prática pedagógica do ensino da matemática, pois é um instrumento que articula e organiza ideias as quais envolvem tanto o docente quanto o discente e por ser um instrumento que faz parte da realização dos afazeres diários da sala de aula e nortear os trabalhos educativos que devem ser desenvolvidos, tanto dentro quanto fora desse ambiente, segundo Melo, Lopes e Oliveira (2017).

O livro didático apresenta dois leitores específicos: o docente e o discente, no qual o primeiro é o que ensina e media os conteúdos que fazem parte dele, e o segundo é o aprendiz desses conteúdos, conforme Silva Junior (2007). E é por meio desses “livros que o aluno vai aprender, construir e alterar significados, em relação a um padrão social, que a própria escola estabeleceu como projeto de educação, quando da adoção desse livro didático para utilização na escola (SILVA JUNIOR, 2007, p.16-17).

Maia (2016) aponta que o livro didático de matemática ajuda o aluno no processo de incorporação da linguagem matemática, e concomitantemente propicia a reorganização do raciocínio, o que favorece a compreensão de conteúdos matemáticos. Ademais, o livro didático:

[...] dialoga e promove debate, trabalha várias linguagens e representações, utiliza-se da matemática para a leitura crítica de fenômenos sociais e desenvolvimento de valores éticos, garante um bom nível do saber matemático sistematizado, utiliza a linguagem natural como ponto de partida para alcançar, de forma significativa, a linguagem logico-matemática, estabelece conexões entre tópicos afins e outras áreas do conhecimento, possibilitando o desencadeamento de uma rede cognitiva. (LOPES, 2005; p. 59 *apud* MAIA, 2016, p.21)

Para Melo, Lopes e Oliveira (2017), o livro didático é um instrumento que norteia o trabalho pedagógico, pois estabelece um vínculo direto com o docente; é um guia que favorece o processo de ensino-aprendizagem; ajuda no planejamento das aulas; está à disposição de professor e aluno em boa parte do tempo.

Os autores Januário (2018), Silva Júnior (2007), Melo, Lopes, Oliveira (2012) e Maia (2016) corroboram com a ideia de que o livro didático é uma ferramenta que

faz a conexão entre a prática pedagógica do docente e o conteúdo que deve ser ensinado ao discente.

Segundo Neri, Nascimento e Santos (2019), o livro didático ao ser usado adequadamente desempenha um papel de extrema relevância no processo de ensino-aprendizagem, pois a explicação do professor por si só não é suficiente para proporcionar todos os elementos necessários para a aprendizagem do discente. É sabido que muitas das vezes o livro didático é a única ferramenta pedagógica disponível para o professor, porque muitas escolas públicas possuem limitações em seus recursos.

Sacristán (2000, *apud* JANUÁRIO, 2018) corrobora com Neri, Nascimento e Santos (2019) ao destacar que muitas das vezes o livro didático é a principal ferramenta pedagógica utilizada pelo professor para a elaboração de suas aulas, pois muitas vezes “o professor toma conhecimento do currículo prescrito a partir do elenco de conteúdos abordados pelos autores dos livros didáticos” (JANUÁRIO, 2018, p.39).

Lopes (2005, *apud* MAIA, 2016, p. 23) considera que o uso do livro didático em contextos sociais hostis o torna um “recurso instrucional impresso, auxiliar do professor que o possibilita refletir sobre suas concepções e sua prática escolar, para a promoção de uma educação crítica e transformadora”. Por conseguinte, Lopes (2005, p.59 *apud* MAIA, 2016) estabelece que o livro didático traz

[...] atividades de investigação; apresenta situações de conflito; acena para procedimentos didáticos variados [...]. Trabalha várias linguagens e representações; utiliza-se da Matemática para a leitura crítica de fenômenos sociais e desenvolvimento de valores éticos, garante um bom nível do saber matemático sistematizado, não permitindo o reducionismo; utiliza a linguagem natural como ponto de partida para alcançar, de forma significativa, a linguagem logico-matemática.

Em virtude da importância que o livro didático tem, tanto para o discente quanto para o docente, é que há inúmeras pesquisas realizadas por diversos autores que fizeram a análise do seu uso em diversas perspectivas. A pesquisa de Turíbio e Silva (2017), por exemplo, abordou a influência do livro didático de matemática na prática pedagógica dos professores de matemática dos anos finais do Ensino fundamental, e concluiu que houve mudanças significativas na forma de apresentação dos conteúdos do livro didático e que estas mudanças têm influenciado a prática do professor.

O trabalho de Carreta e Godoy (2018) verificou se as exigências do Edital de 2013 do Programa Nacional do Livro Didático contemplava as ideias da Educação

Matemática Crítica (EMC), e mediante a isso realizou uma análise do livro didático de matemática mais vendido do PNLD, 1º ano do Ensino Médio, e constatou que no Edital 2013 há elementos da Teoria EMC e quanto ao livro constatou que a Teoria é abordada de forma insatisfatória.

Marinho e Mandarinó (2013) executaram uma investigação acerca do tipo de abordagem usada em livros do PNLD do 6º ano do Ensino Fundamental sobre o conteúdo de frações, e concluíram que a abordagem ocorre por meio do conceito do modelo parte-todo e seu desenvolvimento por meio do uso de exemplos.

Maia (2016) investigou os elementos de linguagem: Função Impessoal, Função Impositiva, Uso de Pronomes e Vocabulário Específico, embasados em Morgan (2005), presentes no conteúdo de funções em um livro didático do Ensino Médio de volume único. Além disso, analisou os contextos dos enunciados de acordo com os critérios: Matemática Pura, Semirrealidade e Realidade, e constatou que a linguagem usada nos enunciados analisados utiliza elementos que podem distanciar o leitor e o trata de forma passiva e com autoritarismo, além de fazer uso de vocabulário especializado, rico em símbolos e nominalizações.

É nessa perspectiva da relevância do livro didático para a prática pedagógica do docente de matemática que versaremos, a seguir, a respeito do Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático e dos critérios adotados para análise dos livros de matemática do 5º e 6º ano do Ensino Fundamental da rede de ensino municipal de Tucuruí/Pa.

4.2.1 O Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD) e o Processo de escolha do Livro Didático

O PNLD, de acordo com o Guia de Livros Didáticos (BRASIL, 2020), consiste em uma política pública à qual é desempenhada pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), juntamente com o Ministério da educação (MEC), e visa analisar e tornar acessível livros didáticos, pedagógicos e literários de forma regular e grátis. As obras que são adquiridas vão diretamente para as mãos de docentes e discentes das escolas públicas que são participantes do PNLD.

O PNLD, a partir da edição do Decreto nº 9009, de 18/07/2017, passou a ter uma nova roupagem. Os Programas do Livro foram unificados de forma que as ações de obtenção e distribuição até então realizadas por meio Programa Nacional do Livro

Didático juntamente com o Programa Nacional Biblioteca na Escola (PNBE) fundiram-se em um único Programa, denominado Programa do Livro e do Material Didático (PNLD), conforme Guia de Livros (BRASIL, 2020). Ademais, o programa foi ampliado e passou a contemplar a educação infantil, as instituições comunitárias confessionais ou filantrópicas, além de continuar a atender as escolas da rede pública da educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital.

Brasil (2020) aponta que o processo de seleção do PNLD sofreu alterações a partir do ano de 2018, visto que as redes de ensino passaram a contar com três modalidades de escolha que devem ser informadas. Na primeira modalidade, a rede informa que cada escola irá receber o material que foi registrado no sistema; a segunda, se deseja criar grupos de escolas que receberão o mesmo material e a terceira permite a rede adotar material único para toda a rede de ensino. “Os professores continuarão participando da escolha e o material a ser distribuído será o mais escolhido pelas escolas” (BRASIL, 2020, p. 4).

No que diz respeito às informações sobre o processo de seleção do livro didático da rede Municipal de Ensino de Tucuruí, obtivemos as informações necessárias por meio de entrevistas realizadas no dia 8 de novembro de 2022, com os docentes responsáveis pela coordenação de matemática do Ensino Fundamental-Anos finais e a coordenação das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Os coordenadores entrevistados não souberam precisar como ocorreu o processo de escolha dos livros didáticos no município, alegaram que tinham assumido as respectivas coordenações há pouco tempo. Entretanto, a coordenação do Ensino Fundamental – Anos iniciais nos informou que para o período 2019-2022 (PNLD 2019) houve a recomendação que todas as escolas da rede adotassem a mesma coleção. Com relação à coordenação de matemática do Ensino Fundamental-Anos finais, ela nos informou que para o PNLD 2020, a rede adotou uma única coleção.

Para a série 6º ano do Ensino Fundamental – Anos finais, foi adotado por toda a rede o livro **Araribá Mais** – matemática, da Editora Moderna. Para o 5º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, o livro adotado foi da **Ápis** – matemática, 5º ano, da Editora Ática.

A seguir, apresentamos uma investigação que tem como finalidade verificar a distribuição de problemas do Campo Conceitual Multiplicativo, com ênfase na Relação Quaternária e nas situações-problema com Isomorfismo de Medidas, nos livros didáticos de matemática do 5º e 6º adotados pela rede Municipal de Ensino de

Tucuruí/PA, a partir dos pressupostos teóricos da teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. A análise realizada versa sobre todos os capítulos dos livros, isto é, exercícios, desafios e situações problemas.

4.2.2 Análise e Discussão sobre os Problemas de Isomorfismo de Medidas nos Livros de Matemática do 5º e 6º Ano adotados na Rede Pública Municipal de Tucuruí/PA

Para análise dos livros didáticos, utilizou-se a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, uma teoria cognitivista que tem como objetivo proporcionar uma estrutura sólida para as investigações sobre as atividades cognitivas especialmente no que tange à aprendizagem da Matemática (MAGINA; MELINE; SANTOS, 2014).

A Teoria dos Campos Conceituais possui como premissa que o conhecimento se organize em campos conceituais, os quais são formados por um conjunto de situações diversas, relações e conceitos que são conectados entre si. Dessa maneira, para o entendimento de um conceito, faz-se necessário que ocorra o contato do aprendiz com situações variadas, e por mais simples que um conceito seja ele não pode ser aprendido a partir de uma situação única (PEROVANO, 2019).

Entre os Campos Conceituais estudados por Vergnaud, ganham ênfase o campo conceitual aditivo e o campo conceitual multiplicativo. O foco de análise dessa investigação é o campo conceitual multiplicativo, que é constituído pelas operações de Multiplicação e Divisão, tratando especificamente das relações Quaternárias com situações-problema de Isomorfismo de Medidas. Assim, tem-se como objetivo identificar e quantificar, nos livros didáticos do 5º e 6º ano, as classes de situações-problemas de Isomorfismo de Medidas: multiplicação, divisão partitiva, divisão quociente e quarta proporcional.

Para a análise dos livros didáticos foram consideradas apenas as atividades as quais consistiam em problemas e que era necessária a realização de interpretação pelos discentes para a solução dos mesmos. Não foram consideradas as atividades que eram apenas aplicação dos algoritmos.

Os resultados das análises são percorridos a seguir e estão representados em quadros que apresentam uma síntese quantitativa dos problemas encontrados, considerando-se todas as categorias da classificação estabelecidas por Vergnaud

(2009). A seguir, apresentamos no Quadro 18 a análise referente ao livro Araribá Mais: matemática 6º ano.

Quadro 18- Análise dos problemas de Isomorfismo de Medidas do livro Araribá Mais: Matemática 6º Ano

Livro		Araribá Mais: Matemática			
		Classes			
U N I D A D E S	Capítulos	Multiplicação	Divisão Partitiva	Divisão Quotiva	Quarta Proporcional
1	1 - Números naturais e sistema de numeração.	0	0	02	0
	2 - Operações com números naturais.	13	10	07	03
	3 - Geometria: Noções iniciais.	0	01	01	0
2	4 - Divisibilidade, múltiplos e divisores.	1	07	05	0
	5 - Frações.	0	08	08	0
	6 - Operações com frações.	1	10	09	0
3	7 - Retas e ângulos.	0	0	0	0
	8 - Números decimais.	0	0	0	0
	9 - Operações com decimais.	15	08	09	0
4	10 - Localização e polígonos.	0	0	0	0
	11 - Medidas de comprimento e medidas de superfície.	21	0	08	0
	12 - Medidas de tempo, massa, temperatura, espaço e capacidade.	20	15	04	04
TOTAL		71	59	51	07

Fonte: Gay e Silva (2018).

Os dados apresentados no Quadro 18 mostram que os problemas com Isomorfismo de Medidas no livro de matemática Araribá Mais estão presentes em todos os capítulos, exceto nos capítulos 7 e 8. Os problemas de multiplicação foram os que apareceram com maior frequência nas unidades desse livro e os que tiveram menor frequência nas unidades foram os do tipo quarta proporcional, os quais foram evidenciados somente nas unidades 1 e 4.

A divisão partitiva foi mais evidenciada nas unidades do que a divisão quotiva. A divisão quotiva e partitiva foram mais frequentes nas unidades 5, 6 e 9. Além disso, evidenciou-se que os problemas com Isomorfismo de Medidas nesse livro não ficaram concentrados apenas na unidade Operações com Números Naturais, distribuíram-se ao longo do livro, totalizando 71 situações-problemas de multiplicação, 59 de divisão partitiva, 51 de divisão quotiva e 07 de quarta proporcional. A seguir, apresentamos no Quadro 19 os dados referentes à análise dos problemas de Isomorfismo de Medidas no livro Ápis Matemática, 5º ano.

Quadro 19- Análise dos problemas de Isomorfismo de Medidas do livro Ápis Matemática, 5º Ano: Ensino Fundamental- Anos finais

Livro	Ápis: Matemática			
	Classes			
Unidades	Multiplicação	Divisão Partitiva	Divisão Quotiva	Quarta Proporcional
1 - Sistema de numeração.	0	0	0	0
2 - Geometria.	0	0	0	0
3 - Adição e subtração com números naturais.	0	0	0	0
4 - Multiplicação e divisão com números naturais.	03	07	07	4
5 - Mais geometria.	00	00	00	00
6 - Frações.	02	06	00	02
7 - Decimais.	10	09	00	00
8 - Grandezas e suas medidas.	18	03	03	02
TOTAL	43	25	10	4

Fonte: Dante (2017).

Os dados do Quadro 19 mostram que as situações-problemas contendo Isomorfismo de Medidas no livro Ápis Matemática, 5º ano, foram distribuídas na unidade 4, unidade 6, unidade 7 e unidade 8, e que não foram abordadas nas unidades 1, 2, 3 e 5.

Os problemas que abordam a situação de Isomorfismo de Medidas com multiplicação foram mais evidenciados e ocorreram 43 vezes, os de divisão partitiva foram contabilizados em 25 situações, os de divisão quotiva foram evidenciados em 10 situações e os de quarta proporcional foram encontrados em apenas 4 situações.

As situações-problemas do campo conceitual multiplicativo são predominantemente aritméticas, as quais devem de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018) estar inseridas dentro da unidade temática “números” e, de acordo com os PCN (BRASIL, 1998) devem estar inseridas dentro do bloco “números e operações”. Entretanto, de acordo com Vergnaud (2009), um mesmo conteúdo matemático abrange vários conceitos que são aprendidos por meio de várias situações. Assim, visualizamos a necessidade de uma distribuição mais equilibrada das situações-problemas com Isomorfismo de Medidas tanto no livro de matemática da Ápis quanto no livro de matemática Araribá Mais.

A análise dos livros didáticos dessa rede nos auxiliou a situar quais os elementos necessários para a construção da sequência didática que foi aplicada para a elaboração do nosso produto educacional, contendo situações-problemas com Isomorfismo de Medidas.

5 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Nesta seção, temos como objetivo apresentar uma sequência didática que possa ser usada no ensino de resolução de problemas multiplicativos que utilizam Isomorfismo de Medidas de maneira que fomente nos alunos as “habilidades de interpretação, formação de sentenças de modelação de um problema e escolha da operação adequada para resolvê-lo” (FELIX, 2021, p. 72).

Segundo Zabala (2014, p.18), uma sequência didática é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos, tanto pelo professor como pelos alunos”. Assim, propomos uma sequência didática que difere do ensino tradicional, o qual de acordo com Libâneo (2013, p.83) “é visto, comumente, como transmissão da matéria aos alunos, realização de exercícios repetitivos, memorização de definições e fórmulas”.

Para que a aprendizagem de matemática seja consistente, de acordo com Miranda (2020), é imprescindível que ocorra a conexão entre o conhecimento científico matemático e a realidade vivenciada por cada discente. Desse modo, a sequência didática elaborada possui 17 atividades, divididas em duas etapas, uma aditiva e outra multiplicativa.

A etapa aditiva contou com 7 atividades e um teste que no primeiro momento foi denominado de pré-teste, e em outro de pós-teste, replicados de Santos (2017, pp. 144-158). Para a etapa multiplicativa, foram elaboradas 10 atividades, de modo que as três primeiras atividades (8, 9 e 10) desta etapa foram replicadas de Santos (2017, pp.166-170), e as demais atividades referem-se a problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas, e assim como na etapa aditiva, foi construído um teste, designado inicialmente de pré-teste e posteriormente de pós-teste.

As questões das situações-problema que estão inseridas nas atividades foram construídas a partir da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009), que propõe que uma situação não pode ser aprendida apenas por uma única situação, mas por um conjunto de situações. Ademais, os problemas foram elaborados para serem aplicados a partir da concepção de problema como ponto de partida proposto por Sá (2021), isto é, as questões propostas são utilizadas para dar início ao processo de aprendizagem dos discentes.

Para a aplicação e a elaboração da sequência, tomou-se como base as Tendências em Educação Matemática, Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas, haja visto que tanto a primeira quanto a segunda propõe que o discente seja protagonista e o docente seja mediador durante o processo de ensino-aprendizado, a fim de que os discentes consigam aprender a solucionar problemas com Isomorfismo de Medidas de forma não mecanizada, e desenvolvam seu raciocínio lógico dedutivo convergindo ao que é proposto nos PCN (BRASIL,1998).

A seguir, expomos o detalhamento da etapa aditiva com o respectivo teste aditivo e o roteiro das atividades aditivas, e na sequência descrevemos a etapa multiplicativa e o referido teste desta, e o roteiro das atividades multiplicativas, que foram elaborados para averiguação do desempenho dos sujeitos dessa pesquisa.

5.1 ETAPA ADITIVA

A primeira etapa da intervenção refere-se aos problemas de estruturas aditivas e está organizada em 09 sessões de ensino. Iniciou-se com a aplicação do questionário socioeducativo e na sequência a aplicação do pré-teste aditivo, seguido da aplicação de 07 atividades, e encerrou com o pós-teste aditivo. A seguir, apresentamos os testes e as atividades que foram utilizadas em cada encontro.

5.1.1 Teste Aditivo

Apresentamos nesta seção o teste aditivo (pré e pós-teste) com as análises a priori do pré-teste e pós-teste. O instrumento foi reproduzido de Santos (2017, p.140) e aplicado tanto antes quanto depois da realização da sequência didática e foi composto por 15 questões com situações-problema, as quais foram organizadas de forma a conter problemas aritméticos e algébricos, sendo que 6 questões são do primeiro tipo e 9 do segundo tipo, com variação na posição da incógnita. A aplicação do teste teve como objetivo verificar a performance dos discentes antes e depois da sequência das atividades, de modo que foi aplicado tanto no pré-teste quanto no pós-teste aditivo. A seguir, descrevemos cada uma das questões do teste e suas respectivas hipóteses.

1. Ana tem R\$65,00 e sua irmã tem R\$55,00. Quanto elas têm juntas?

Análise a priori do pré-teste: os alunos não terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema aritmético ($65 + 55 = ?$) com pouca complexidade.

2. Uma pessoa nasceu em 1934 e viveu 68 anos. Em que ano esta pessoa faleceu?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois não perceberão que a sentença necessária para a resolução é o ano de nascimento mais os anos de vida, encontrando, assim, o ano de falecimento ($1934 + 68 = ?$).

3. Ane tem R\$43,00. Carla tem R\$17,00 a mais que Ane. Quanto tem Carla?

Análise a priori do pré-teste: os alunos não terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema aritmético ($43 + 17 = ?$). Além disso, a questão é congruente semanticamente, pois a expressão “a mais que”, contida no enunciado do problema, dá ideia de adição, que é a operação que deve ser usada para solucionar a questão.

4. Daniela tem 40 bonecas. Andréa tem 18 bonecas a menos que Daniela. Quantas bonecas tem Andréa?

Análise a priori do pré-teste: os alunos não terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema aritmético ($40 - 18 = ?$). Além disso, a questão é congruente semanticamente, pois a expressão “a menos que”, contida no enunciado do problema, dá ideia de subtração, que é a operação que deve ser usada para solucionar a questão.

5. Neto tinha R\$85,00. Deu R\$26,00 para seu primo Carlos. Com quanto Neto ficou?

Análise a priori do pré-teste: os alunos não terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema aritmético ($85 - 26 = ?$). Além disso, a palavra “deu”, contida no enunciado do problema, dá ideia de subtração, que é a operação que deve ser usada para solucionar a questão. Equívocos poderão acontecer no procedimento do algoritmo da subtração com reserva, como: erro de inversão dos algarismos e erro de decomposição e composição das casas decimais.

6. Pedro e Marcus têm juntos 72 bolinhas de gude. Pedro tem 54. Quantas bolinhas de gude tem Marcus?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($54 + ? = 72$) e a expressão “têm juntos” os induzirá a pensar em somar 72 com 54 ao invés de subtrair. Erros também podem acontecer no procedimento do algoritmo da subtração com reserva.

7. Mauro tinha R\$37,00, ganhou certa quantia de seu irmão e ficou com R\$99,00. Quanto Mauro ganhou de seu irmão?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($37 + ? = 99$) e, como o enunciado indica que houve ganho de certa quantia, eles tenderão a somar 37 com 99, ao invés de subtrair para encontrar a quantia que Mauro ganhou de seu irmão. Erros também poderão acontecer no procedimento do algoritmo da subtração com reserva.

8. Vini tem 145 figurinhas e Rafael tem 60. Quantas figurinhas Vini tem a mais que Rafael?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($60 + ? = 145$). Além disso, o problema é incongruente semanticamente, pois a expressão “a mais que”, contida no enunciado do mesmo, dá ideia de adição e induzirá os discentes a pensarem em somar 145 com 60, ao invés de subtrair. Erros também podem acontecer no procedimento do algoritmo da subtração com reserva.

9. Lucas tinha R\$70,00, emprestou certa quantia para Mateus e ficou com R\$28,00. Quanto Lucas emprestou para Mateus?

Análise a priori do pré-teste: apesar deste problema ser algébrico ($70 - ? = 28$), os alunos não terão dificuldades em resolvê-lo, pois o mesmo é congruente semanticamente, pois a palavra “deu”, contida no enunciado do problema, dá ideia de subtração, que é a operação que deve ser usada para solucionar a questão.

10. Talita tem 56 livros e Bruna tem 97. Quantos livros Talita tem a menos que Bruna?

Análise a priori do pré-teste: Nossa hipótese é de que os alunos não sentirão dificuldades em dispor os dados e realizar a operação, se identificarem que a expressão “a menos que” se refere à subtração, apesar do problema ser algébrico ($97 - ? = 56$).

11. Mário tinha certa quantia em dinheiro. Ganhou R\$50,00 de seu pai e ficou com R\$184,00. Quanto Mário tinha antes de ganhar dinheiro de seu pai?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($? + 50 = 184$). Além de que o mesmo é incongruente semanticamente, pois a palavra “ganhou”, contida no enunciado do problema, dá ideia de adição e induzirá os discentes a pensarem em somar 50 com 184 ao invés de subtrair.

12. Diego tem 34 livros. Ele tem 12 livros a mais que Felipe. Quantos livros tem Felipe?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($? + 12 = 34$). Eles poderão cometer o equívoco de somar 34 com 12, ao invés de subtrair. Isto será motivado pela expressão “a mais que”, contida no enunciado do problema, que os induzirá ao erro.

13. Renato tem R\$88,00. Ele tem R\$25,00 a menos que Mateus. Quanto tem Mateus?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($? - 25 = 88$). Além disso, o problema é incongruente semanticamente, pois a expressão “a menos”, contida no enunciado do mesmo, dá ideia de subtração e induzirá os discentes a pensarem em subtrair 25 de 88, ao invés de somar.

14. Beto tinha algumas figurinhas. Deu 75 para Ruan e ainda ficou com 39. Quantas figurinhas Beto tinha?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois trata-se de um problema algébrico ($? - 75 = 39$) e, como o enunciado indica que houve uma doação de figurinhas, eles poderão pensar em subtrair 39 de 75 ao invés de somar para encontrar a quantidade de figurinhas que Beto tinha.

15. Fernanda comprou 2 camisetas. Uma custou R\$21,00 e a outra R\$63,00. Como havia levado uma nota de R\$100,00, com quanto ela ficou de troco?

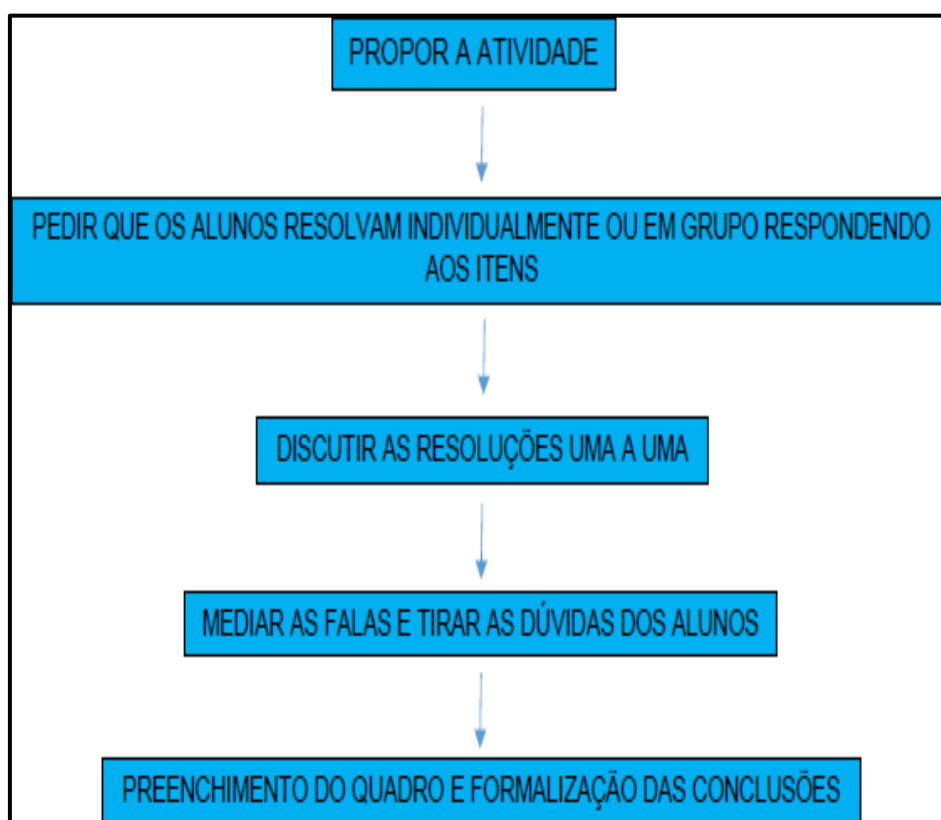
Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema aritmético combinado que envolve duas operações ou a repetição de uma mesma operação na resolução ($100 - 21 = ?$ e $79 - 63 = ?$ ou $21 + 63 = ?$ e $100 - 84 = ?$), aonde duas transformações se compõem para formar uma terceira.

A seguir, apresentamos as atividades de estruturas aditivas.

5.1.2 Atividades com Estrutura Aditiva

Expomos abaixo as atividades a serem aplicadas nessa etapa, as quais foram replicadas de Santos (2017, pp.144-160), e que têm por objetivo fazer com que os discentes percebam as regularidades e irregularidades das sentenças e dos problemas aditivos, e determinem uma regra geral para resolvê-los. Para a aplicação, seguiremos os mesmos moldes utilizados por Santos (2017), o qual seguiu os passos de Silva (2015), descritos na Figura 10.

Figura 10- Passos para a aplicação das atividades aditivas



Fonte: Silva (2015, p. 77 *apud* SANTOS, 2017, p.143).

A seguir, apresentamos as atividades da parte aditiva e suas respectivas análises.

5.1.2.1 Atividade 1

Quadro 20- Adição na Igualdade

ATIVIDADE 1

Título: adição na igualdade

Objetivo: descobrir quando, por meio da adição, uma igualdade permanece verdadeira.

Material: roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.

Procedimento: preencha o quadro a seguir.

Valores	$a = b$	A expressão $a = b$ é verdadeira?		$a + c = b + d$	A expressão $a + c = b + d$ é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 3 b = 3 c = 5 d = 5						
a = 6 b = 6 c = 4 d = 4						
a = 7 b = 7 c = 2 d = 2						
a = 12 b = 12 c = 8 d = 8						
a = 3 b = 3 c = 4 d = 2						
a = 8 b = 8 c = 1 d = 6						
a = 5 b = 5 c = 4 d = 7						
a = 9 b = 2 c = 3 d = 3						

a = 10 b = 5 c = 4 d = 4						
a = 7 b = 1 c = 6 d = 6						
a = 3 b = 5 c = 4 d = 2						
a = 9 b = 8 c = 3 d = 4						
a = 6 b = 1 c = 6 d = 11						

Observações:

Conclusão:

Fonte: Santos (2017, pp. 144-145).

Análise *a priori* da atividade 1

Os alunos terão dificuldades no desenvolvimento desta atividade, devido ser o primeiro contato com atividades de redescoberta para a maioria deles ou senão para todos. Além disso, eles poderão apresentar dificuldades em identificar as regularidades ou irregularidades presentes na tabela acima e chegar à formalização da seguinte conclusão: quando uma igualdade é verdadeira, adicionando-se um mesmo número aos dois membros da mesma, ela permanecerá verdadeira.

5.1.2.2 Atividade 2

Quadro 21- Subtração na Igualdade

ATIVIDADE 2

Título: subtração na igualdade

Objetivo: descobrir quando, por meio da subtração, uma igualdade permanece verdadeira.

Material: roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.

Procedimento: preencha o quadro a seguir.

Valores	$a = b$	A expressão $a = b$ é verdadeira?		$a - c = b - d$	A expressão $a - c = b - d$ é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 5 b = 5 c = 2 d = 2						
a = 8 b = 8 c = 3 d = 3						
a = 10 b = 10 c = 6 d = 6						
a = 15 b = 15 c = 9 d = 9						
a = 7 b = 7 c = 2 d = 5						
a = 9 b = 9 c = 8 d = 3						
a = 13 b = 13 c = 7 d = 10						
a = 4 b = 3 c = 1 d = 1						

a = 10 b = 8 c = 5 d = 5							
a = 11 b = 7 c = 6 d = 6							
a = 5 b = 8 c = 3 d = 6							
a = 9 b = 7 c = 5 d = 3							
a = 10 b = 13 c = 1 d = 4							

Observações:

Conclusão:

Fonte: Santos (2017, pp. 146-147).

Análise *a priori* da atividade 2

Os alunos não apresentarão dificuldades nesta atividade, pois acreditamos que as experiências adquiridas na atividade anterior servirão de suporte para a compreensão desta, logo chegarão à seguinte conclusão: quando uma igualdade é verdadeira, subtraindo-se um mesmo número aos dois membros da mesma, ela permanecerá verdadeira.

5.1.2.3 Atividade 3

Quadro 22- Sentenças Aditivas

ATIVIDADE 3	
Título: sentenças aditivas Objetivo: praticar a determinação de valor desconhecido em sentenças matemáticas aditivas. Material: roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta. Procedimento: entregar a cada aluno uma lista com as questões, solicitar que as resolvam individualmente.	
a) $5 + 7 = ?$	b) $9 + 8 = ?$
c) $16 + 13 = ?$	d) $20 + 30 = ?$
e) $? + 2 = 6$	f) $? + 7 = 15$
g) $? + 16 = 30$	h) $? + 75 = 100$
i) $6 + ? = 9$	j) $17 + ? = 28$
k) $32 + ? = 50$	l) $65 + ? = 100$
m) $8 - 3 = ?$	n) $14 - 9 = ?$
o) $20 - 12 = ?$	p) $50 - 15 = ?$
q) $? - 4 = 6$	r) $? - 18 = 9$
s) $? - 10 = 15$	t) $? - 55 = 100$
u) $4 - ? = 1$	v) $12 - ? = 5$
x) $25 - ? = 10$	z) $100 - ? = 70$

Fonte: Santos (2017, p.149).

Análise a priori da atividade 3

Esta é uma atividade de fixação de sentenças aditivas e esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores, sirvam de suporte para a compreensão desta.

5.1.2.4 Atividade 4

Quadro 23- Questões Aditivas 1

ATIVIDADE 4	
Título: questões aditivas 1 Objetivos: desenvolver a habilidade de: 1) Identificar as informações contidas no enunciado de questões aditivas em situações com valores monetários; 2) Elaborar a sentença correspondente à questão; 3) Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão. Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis. Procedimentos: dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo uma lista com questões e solicitar que as resolvam.	
1. Carlos tem R\$12,00 e Paulo R\$26,00. Quanto eles têm juntos? a) Quanto tem Carlos? _____ b) Quanto tem Paulo? _____ c) O que a questão pede? _____ d) Que sentença representa a situação? _____ e) Quanto eles têm juntos? _____ f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____	
2. Eu tinha R\$54,00. Ganhei R\$35,00 de meu irmão. Quanto tenho agora? a) Quanto eu tinha? _____ b) Quanto ganhei de meu irmão? _____ c) O que a questão pede? _____ d) Que sentença representa a situação? _____	

e) Quanto tenho agora?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

3. Rafael tinha R\$87,00. Emprestou R\$60,00 para seu irmão. Quanto Rafael tem agora?

a) Quanto tinha Rafael?

b) Quanto Rafael emprestou para seu irmão?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quanto Rafael tem agora?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

4. João e Carlos têm juntos R\$48,00. João tem R\$25,00. Quanto tem Carlos?

a) Quanto João e Carlos têm juntos?

b) Quanto tem João?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quanto tem Carlos?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

5. Vinicius tinha R\$125,00. Ganhou certa quantia de seu pai e ficou com R\$200,00. Quanto Vinicius ganhou de seu pai?

a) Quanto tinha Vinicius?

b) Com quanto Vinicius ficou após ter ganhado dinheiro de seu pai?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quanto Vinicius ganhou de seu pai?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

6. Bia tinha R\$96,00, emprestou certa quantia para seu irmão e ficou com R\$49,00. Quanto Bia emprestou para seu irmão?

a) Quanto tinha Bia?

b) Com quanto Bia ficou após emprestar dinheiro para seu irmão?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quanto Bia emprestou para seu irmão?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

7. Carla tinha certa quantia em dinheiro. Ganhou R\$18,00 de sua mãe e ficou com R\$50,00. Quanto Carla tinha antes de ganhar dinheiro de sua mãe?

a) Quanto Carla ganhou de sua mãe?

b) Com quanto Carla ficou após ganhar dinheiro de sua mãe?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quanto Carla tinha antes de ganhar dinheiro de sua mãe?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

8. André tem R\$76,00. Ele tem R\$34,00 a mais que Bruno. Quanto tem Bruno?

a) Quanto tem André?

b) Quanto ele tem a mais que Bruno?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quanto tem Bruno?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

9. Breno tinha certo valor em dinheiro. Perdeu R\$40,00 e ainda ficou com R\$28,00. Quanto Breno tinha antes de perder dinheiro?

a) Quanto Breno perdeu?

b) Com quanto Breno ficou após perder dinheiro?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quanto Breno tinha antes de perder o dinheiro?

f) Qual a operação usada para resolver a situação?

QUESTÕES	SENTENÇA	CÁLCULO	OPERAÇÃO
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

Observações:

Conclusão:

Fonte: Santos (2017, pp. 150-152).

Análise *a priori* da atividade 4

Esta atividade envolve problemas de estruturas aditivas, variando-os em aritméticos e algébricos. A princípio, os alunos podem ficar surpresos com a variedade de situações-problema envolvendo a adição e subtração. Acreditamos que o desmembramento do enunciado do problema em várias perguntas fará o aluno compreender o mesmo e que eles terão mais dificuldades nos problemas algébricos (Q4, Q5, Q6, Q7, Q8 e Q9) do que nos aritméticos (Q1, Q2, e Q3). Além disso, o fato das situações-problema envolverem valores monetários facilitará a resolução.

No final da atividade tem um quadro em branco para os alunos preencherem com base em suas resoluções, sentença, cálculo e operação utilizada na resolução de cada questão. Após o preenchimento do quadro, os alunos terão a seguinte visualização:

Quadro 24- Quadro preenchido da atividade 4

QUESTÕES	SENTENÇA	CÁLCULO	OPERAÇÃO
1	$12 + 26 = ?$	$12 + 26 =$	Adição
2	$54 + 35 = ?$	$54 + 35 =$	Adição
3	$87 - 60 = ?$	$87 - 60 =$	Subtração
4	$25 + ? = 48$	$48 - 25 =$	Subtração
5	$125 + ? = 200$	$200 - 125 =$	Subtração
6	$96 - ? = 49$	$96 - 49 =$	Subtração
7	$? + 18 = 50$	$50 - 18 =$	Subtração
8	$? + 34 = 76$	$76 - 34 =$	Subtração
9	$? - 40 = 28$	$40 + 28 =$	Adição

Fonte: Santos (2017, p.153).

O objetivo deste quadro é fazer os discentes perceberem o modelo de sentença conforme o tipo de problema aditivo: aritmético e algébrico, de forma a reverem todos os procedimentos que foram desenvolvidos no decorrer das resoluções e concluírem o seguinte: quando a interrogação fica isolada em um dos lados da igualdade (problema aritmético), o valor desconhecido é encontrado diretamente por meio da mesma operação presente na sentença de modelação. Entretanto, quando a interrogação não fica isolada em um dos membros da igualdade (problema algébrico), a operação usada para encontrar o valor desconhecido é inversa à da sentença.

5.1.2.5 Atividade 5

Quadro 25- Questões Aditivas 2

ATIVIDADE 5	
Título: questões aditivas 2 Objetivos: desenvolver a habilidade de: Identificar as informações contidas no enunciado de questões aditivas em situações sem valores monetários; Elaborar a sentença correspondente à questão; Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão. Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis. Procedimentos: dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo uma lista com questões e solicitar que as resolvam.	
1. Uma pessoa nasceu em 1928 e viveu 72 anos. Em que ano essa pessoa faleceu? a) Em que ano essa pessoa nasceu? _____ b) Quantos anos ela viveu? _____ c) O que a questão pede? _____ d) Que sentença representa a situação? _____ e) Em que ano essa pessoa faleceu? _____ f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____	
2. Tiago tem 24 figurinhas. Bruno tem 17 figurinhas a menos que Tiago. Quantas figurinhas tem Bruno? a) Quantas figurinhas tem Tiago? _____ b) Quantas figurinhas Bruno tem a menos que Tiago? _____ c) O que a questão pede? _____ d) Que sentença representa a situação? _____ e) Quantas figurinhas tem Bruno? _____ f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____	

3. Daniela tem 32 bonecas. Ana tem 12 bonecas a menos que Daniela. Quantas bonecas tem Ana?

a) Quantas bonecas tem Daniela?

b) Quantas bonecas Ana tem a menos que Daniela?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quantas bonecas tem Ana?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

4. Uma pessoa nasceu em 1980 e faleceu em 2015. Quantos anos essa pessoa viveu?

a) Em que ano essa pessoa nasceu?

b) Em que ano ela faleceu?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quantos anos essa pessoa viveu?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

5. Fernanda tem 11 pares de brincos e Rafaela 34. Quantos pares de brincos Fernanda tem a menos que Rafaela?

a) Quantos pares de brincos tem Fernanda?

b) Quantos pares de brincos tem Rafaela?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quantos pares de brincos Fernanda tem a menos que Rafaela?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

6. Pedro tem 53 petecas e João tem 75. Quantas petecas Pedro tem a menos que João?

a) Quantas petecas tem Pedro?

b) Quantas petecas tem João?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quantas petecas Pedro tem a menos que João?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

7. Uma pessoa viveu 84 anos e faleceu no ano de 1997. Em que ano esta pessoa nasceu?

a) Quantos anos essa pessoa viveu?

b) Em que ano ela faleceu?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Em que ano essa pessoa nasceu?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

8. Daniel tem 56 figurinhas. Ele tem 19 figurinhas a menos que Fábio. Quantas figurinhas tem Fábio?

a) Quantas figurinhas tem Daniel?

b) Quantas figurinhas ele tem a menos que Fábio?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quantas figurinhas tem Fábio?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

9. Gabriela tem 44 livros. Ela tem 36 livros a menos que Paula. Quantos livros tem Paula?

a) Quantos livros tem Gabriela?

b) Quantos livros ela tem a menos que Paula?

c) O que a questão pede?

d) Que sentença representa a situação?

e) Quantos livros tem Paula?

f) Qual a operação usada para resolver a questão?

Escreva como você fez para resolver as questões desta atividade.

Fonte: Santos (2017, pp.153-155).

Análise a priori da atividade 5

Esta atividade envolve problemas aditivos em situações sem valores monetários, portanto há a possibilidade de surgirem dificuldades na utilização dos dados e na execução dos cálculos. Contudo, esperamos que, além dos discentes lembrarem dos procedimentos utilizados na atividade anterior, sintam-se familiarizados com os modelos de problemas apresentados e isso possa minimizar as dificuldades que poderão surgir da ausência de valores monetários.

5.1.2.6 Atividade 6

Quadro 26- Questões Aditivas 3

ATIVIDADE 6 Título: questões aditivas 3 Objetivo: praticar a resolução de problemas aditivos com uma operação. Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis. Procedimentos: entregar a cada aluno uma lista com as questões, solicitar que as resolvam individualmente.
1. Tiago tem R\$27,00 e Felipe R\$51,00. Quanto eles têm juntos? 2. Uma pessoa nasceu em 1934 e viveu 62 anos. Em que ano essa pessoa faleceu? 3. Mateus tem R\$38,00. Augusto tem R\$25,00 a mais que Mateus. Quanto tem Augusto? 4. Aline tem 59 bonecas. Bete tem 15 bonecas a menos que Aline. Quantas bonecas tem Bete? 5. Alex tinha R\$135,00. Deu R\$83,00 para seu primo Marcos. Com quanto Alex ficou? 6. Ruan e Alex têm juntos 120 bolinhas de gude. Ruan tem 80. Quantas bolinhas de gude tem Alex? 7. Lucas tinha R\$73,00, ganhou certa quantia de seu irmão e ficou com R\$100,00. Quanto Lucas ganhou de seu irmão? 8. Pedro tem 60 figurinhas e Carlos tem 35. Quantas figurinhas Pedro tem a mais que Carlos? 9. Ana tinha R\$39,00, emprestou certa quantia para Flávia e ficou com R\$24,00. Quanto Ana emprestou para Flávia? 10. Maria tem 38 livros e Bianca tem 76. Quantos livros Maria tem a menos que Bianca? 11. Fernanda tinha certa quantia em dinheiro. Ganhou R\$45,00 de seu pai e ficou com R\$97,00. Quanto Fernanda tinha antes de ganhar dinheiro de seu pai? 12. Pedro tem 81 petecas. Ele tem 53 petecas a mais que José. Quantas petecas tem José? 13. Davi tem R\$68,00. Ele tem R\$32,00 a menos que Paulo. Quanto tem Paulo? 14. Eliana tinha alguns livros. Deu 39 livros para Keila e ficou com 40. Quantos livros tinha Eliana?

Fonte: Santos (2017, p.156).

Análise *a priori* da atividade 6

A atividade proposta difere das anteriores de problemas aditivos, devido à ausência dos itens interrogativos em cada questão. Isso pode causar certa dificuldade para os discentes solucionarem os problemas, visto que os itens

interrogativos conduziam o processo de resolução das questões. Entretanto, esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os discentes consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.

5.1.2.7 Atividade 7

Quadro 27- Questões Aditivas 4

Título: questões aditivas 4

Objetivo: praticar a resolução de problemas aditivos com mais de uma operação.

Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis.

Procedimentos: entregar a cada aluno uma lista com as questões, solicitar que as resolvam individualmente.

1. Beto tinha R\$18,00. Ganhou R\$35,00 de sua mãe e R\$13,00 de seu pai. Quanto Beto tem agora?
2. Mauro tinha 40 figurinhas. Seu pai lhe deu 21 figurinhas e seu primo 32. Com quantas figurinhas Mauro ficou?
3. Mariana tinha 23 bonecas. Ganhou 8 bonecas de sua mãe e 6 de sua prima. Com quantas bonecas Mariana ficou?
4. Denise tinha R\$87,00. Gastou R\$14,00 com lanches e R\$39,00 com roupas. Com quanto Denise ficou?
5. Bia tinha 54 pares de brincos. Ela deu 12 pares para sua irmã e 15 para sua amiga Carla. Com quantos pares de brincos Bia ficou?
6. Bernardo comprou seu uniforme escolar, a camisa custou R\$31,00, a calça R\$63,00. Ele pagou com uma nota de R\$100,00, quanto recebeu de troco?
7. Gabriel comprou 2 camisas. Uma custou R\$45,00 e a outra R\$35,00. Como havia levado uma nota de R\$100,00, com quanto ele ficou de troco?
8. Bruno tinha 82 bolinhas de gude. Ele perdeu 39 bolinhas de gude numa partida e ganhou 55 em outra. Com quantas bolinhas de gude ele ficou?
9. Talita tinha R\$150,00. Com esse dinheiro, pagou uma dívida de R\$90,00. Em seguida, Talita ganhou R\$25,00. Quanto Talita tem agora?

Fonte: Santos (2017, p. 157).

Análise *a priori* da atividade 7

A proposta desta atividade envolve questões aritméticas combinadas, isto é, no seu processo de resolução haverá a necessidade de mais operações ou a repetição de uma mesma operação. Portanto, acreditamos que os discentes terão dificuldades no seu desenvolvimento, porém esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os discentes consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.

As atividades apresentadas nessa seção serão analisadas posteriormente na sessão 7, Análise *a posteriori* e validação, onde serão analisados e validados os dados obtidos.

A seguir, apresentamos as atividades e os testes da etapa multiplicativa.

5.2 ETAPA MULTIPLICATIVA

A segunda etapa da intervenção refere-se a problemas de estruturas multiplicativas. Iniciou-se com a aplicação do pré-teste multiplicativo, seguido de 7 sessões destinadas à aplicação de 10 atividades e foi concluída com a aplicação do pós-teste multiplicativo. A seguir, apresentamos os testes e as respectivas atividades dessa etapa.

5.2.1 Teste Multiplicativo

Apresentamos nesta seção o teste multiplicativo (pré e pós-teste) com as análises *a priori* do pré-teste e pós teste. O instrumento foi aplicado tanto antes quanto depois da realização da sequência didática e foi composto por 9 questões com situações problemas que envolvem a ideia de Isomorfismo de Medidas. As questões elaboradas seguiram a categorização de situações-problemas definidas por Sá (2003), de modo que o teste foi constituído por 2 (duas) questões aritméticas e 7 (sete) questões algébricas.

Na sequência, exibimos cada uma das questões do teste elaborado com suas respectivas análises a priori, as quais foram realizadas considerando os estudos realizados na primeira etapa da pesquisa.

1) Minha Mãe quer comprar 4 pacotes de bolacha. Cada pacote custa R\$ 6,00. Quanto ela irá pagar pelos quatro pacotes de bolacha?

Análise a priori do pré-teste: Os alunos não terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema aritmético ($4 \times 6 = ?$). Este problema pode ser resolvido tanto por uma soma de parcelas repetidas, somar o preço de um pacote de bolacha quatro vezes ($6 + 6 + 6 + 6$), ou pelo produto do número de pacote pelo preço unitário (4×6).

Análise a priori do pós-teste: Os estudantes resolverão o problema com bastante facilidade, pois provavelmente o identificarão como aritmético.

2) Bianca comprou 7 litros de açaí e pagou R\$ 105,00. Quanto custou o litro do açaí?

Análise a priori do pré-teste: Os alunos terão dificuldade em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($7x = 105$), o qual deve ser resolvido por meio da operação de divisão. Além disso, é esperado que alguns alunos tenham dificuldades em usar o algoritmo da divisão.

Análise a priori do pós-teste: É possível que a maioria dos estudantes consiga resolver o problema por identificar a sentença e a operação correta.

3) João comprou alguns cadernos a R\$ 25,00 reais cada um e pagou R\$ 275,00. Quantos cadernos João comprou?

Análise a priori do pré-teste: Os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($? \times 25 = 275$) de divisão por quotas, no qual se deseja determinar quantas vezes R\$25,00 cabe em R\$ 275,00 ($275 : 25$). Além disso, o fato de o divisor ter duas casas decimais poderá ser outro obstáculo na resolução. Alguns alunos poderão resolver este problema subtraindo 25 de 275 sucessivas vezes ou somando de 25 em 25 até obter o total que é 275.

Análise a priori do pós-teste: É provável que a maioria dos estudantes consiga resolver o problema por identificar a sentença e a operação correta.

4) Camila comprou 6 pacotes de pirulito, cada pacote tinha 15 pirulitos. Quantos pirulitos Camila comprou ao todo?

Análise a priori do pré-teste: Embora o problema seja aritmético ($6 \times 15 = ?$), os alunos apresentarão dificuldades em sua resolução, pois a resolução deste problema depende do entendimento da relação quantidade de coleções $\times$ quantidade de elementos da coleção = quantidade total de elementos. É provável que os alunos não consigam identificar qual a operação correta para resolver a questão.

Análise a priori do pós-teste: Acreditamos que a maioria dos alunos deverá compreender que na modelação do problema o mesmo é aritmético e que a operação adequada para sua resolução é a operação de multiplicação.

5) Comprei 4 saias iguais e paguei R\$ 92,00. Quanto custou cada saia?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($4 \times ? = 92$), e neste caso o preço de cada saia é dado $92:4$. É provável que ocorram erros com relação ao uso do algoritmo da divisão.

Análise a priori do pós-teste: Acreditamos que a maioria dos alunos compreenderá que na modelação do problema a operação adequada para sua resolução é a operação de divisão.

6) Mariana comprou algumas caixas de chocolate, cada caixa continha 20 barras de chocolate. Ao todo Mariana comprou 160 barras de chocolate. Quantas caixas de chocolate Mariana comprou ao todo?

Análise a priori do pré-teste: os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($? \times 20 = 160$), e neste caso a quantidade de caixas é dada por meio da operação de divisão $160:20$. É provável que ocorram erros com relação ao uso do algoritmo da divisão.

Análise a priori do pós-teste: Acreditamos que a maioria dos alunos compreenderá que na modelação do problema, a operação adequada para sua resolução é a operação de divisão.

7) Pedro comprou 288 latas de refrigerante que vieram armazenadas em 12 caixas. Quantas latas de refrigerante havia em cada caixa?

Análise a priori do pré-teste: Acreditamos que os alunos terão dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($12 \times ? = 288$), e neste caso a quantidade de latas é dada por meio da operação de divisão $288:12$. É provável que ocorram erros com relação ao uso do algoritmo da divisão.

Análise a priori do pós-teste: Acreditamos que a maioria dos alunos compreenderá durante a modelação do problema que a operação adequada para sua resolução é a operação de divisão.

8) Ronaldo comprou algumas camisas do time do Remo e pagou R\$ 55,00 por cada camisa. O valor total pago por Ronaldo pelas camisas foi de R\$ 275,00. Quantas camisas Ronaldo comprou?

Análise a priori do pré-teste: É provável que os alunos sintam dificuldades em resolver esta questão, pois se trata de um problema algébrico ($? \times 55 = 275$), e neste caso a quantidade de camisas compradas é dada mediante a resolução da operação de divisão $275:55$. É provável que ocorram erros com relação ao uso do algoritmo da divisão, principalmente porque o divisor possui 2 algarismos.

Análise a priori do pós-teste: Por hipótese, acreditamos que a maioria dos alunos compreenderão durante a modelação do problema que a operação adequada para a resolução do problema é a operação de divisão e o resolverão de forma correta.

9) João comprou uma bicicleta por um certo valor e pagou em 5 prestações iguais de R\$ 70,00. Qual o valor total que João vai pagar pela bicicleta?

Análise a priori do pré-teste: É provável que os alunos não apresentem dificuldades em resolver esta questão, embora se trate de um problema algébrico, pois utiliza de forma implícita a propriedade multiplicativa da igualdade ($5 \cdot P = ?$). Além disso, o problema pode ser resolvido pela soma de parcelas iguais ($70 + 70 + 70 + 70 + 70$).

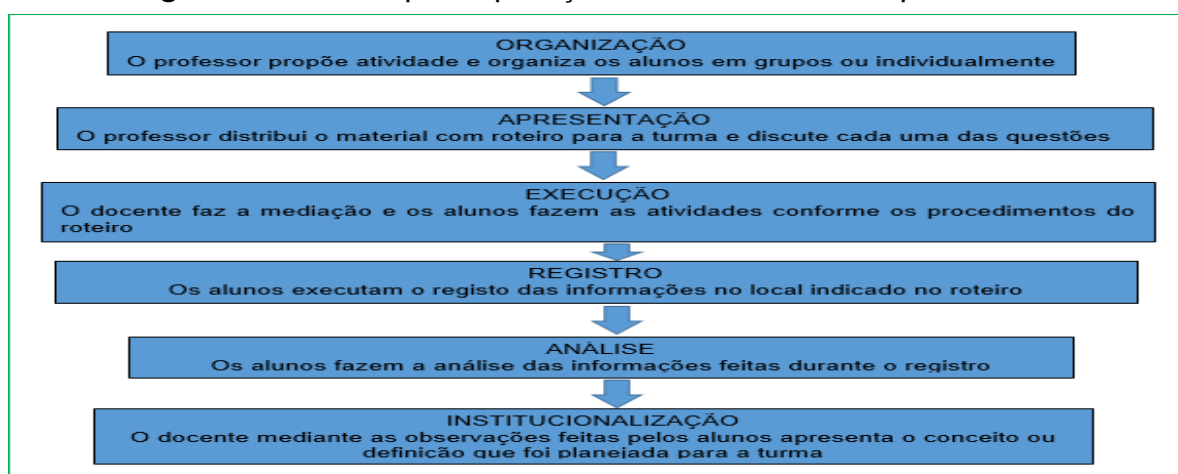
Análise a priori do pós-teste: Os estudantes resolverão o problema com bastante facilidade, pois provavelmente o identificarão como algébrico.

5.2.2 Atividades Multiplicativas com Isomorfismo de Medidas

Após a realização do teste multiplicativo, iniciamos a aplicação da sequência didática por meio das sessões de ensino. As atividades utilizadas no início dessa sequência são compostas de atividades do campo multiplicativo que visam conduzir o discente a encontrar regularidade/irregularidades das sentenças e problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas. Ao final de cada atividade, apresentamos uma análise *a priori* para cada uma delas.

Para o desenvolvimento dessas atividades, seguimos os passos descritos em Sá (2019) para o ensino por atividades, os quais estão expressos na figura a seguir.

Figura 11- Passos para aplicação das atividades multiplicativas



Fonte: Adaptado de Sá (2020).

A seguir, apresentamos as atividades da parte multiplicativa com suas respectivas análises.

5.2.2.1 Atividade 8

Quadro 28- Multiplicação na Igualdade

ATIVIDADE 8				
Título: Multiplicação na igualdade				
Objetivo: Descobrir quando, por meio da multiplicação, uma igualdade permanece verdadeira.				
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.				
Procedimento: Preencha o quadro a seguir.				
Valores	$a = b$	A expressão $a = b$ é verdadeira?	$a \times c = b \times d$	A expressão $a \times c = b \times d$ é verdadeira?

		Sim	Não		Sim	Não
a = 5 b = 5 c = 3 d = 3						
a = 4 b = 4 c = 6 d = 6						
a = 2 b = 2 c = 7 d = 7						
a = 8 b = 8 c = 4 d = 4						
a = 3 b = 3 c = 4 d = 2						
a = 5 b = 5 c = 1 d = 6						
a = 2 b = 2 c = 4 d = 7						
a = 9 b = 2 c = 3 d = 3						
a = 10 b = 5 c = 4 d = 4						
a = 7 b = 1 c = 6 d = 6						
a = 2 b = 8 c = 12 d = 3						
a = 4 b = 5 c = 10 d = 8						
a = 6 b = 9 c = 6 d = 4						
Observação:						
Conclusão:						

Fonte: Santos (2017, pp. 166-167).

Análise *a priori* da atividade 8

Os alunos não deverão apresentar dificuldades em observar que quando uma igualdade é verdadeira, multiplicando-se os dois membros da igualdade por um mesmo número, ela permanecerá verdadeira. As dificuldades que poderão surgir estarão relacionadas à tabuada de multiplicação.

5.2.2.2 Atividade 9

Quadro 29- Divisão na Igualdade

ATIVIDADE 9						
Título: Divisão na igualdade						
Objetivo: Descobrir quando, por meio da divisão, uma igualdade permanece verdadeira.						
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.						
Procedimento: Preencha o quadro a seguir.						
Valores	a = b	A expressão a = b é verdadeira?		a ÷ c = b ÷ d	A expressão a ÷ c = b ÷ d é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 14 b = 14 c = 2 d = 2						
a = 8 b = 8 c = 4 d = 4						
a = 15 b = 15 c = 5 d = 5						
a = 9 b = 9 c = 3 d = 3						
a = 12 b = 12 c = 2 d = 3						
a = 18 b = 18 c = 6 d = 9						
a = 24 b = 24 c = 4 d = 3						

5.2.2.3 Atividade 10

Quadro 30- Sentenças Multiplicativas

ATIVIDADE 10		
Título: sentenças multiplicativas		
Objetivo: praticar a resolução de sentenças matemáticas multiplicativas.		
Material: roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.		
Procedimento: entregar a cada aluno uma lista com as questões, solicitar que as resolvam individualmente.		
a) $2 \times 7 = ?$	b) $5 \times 4 = ?$	c) $6 \times 3 = ?$
d) $9 \times 8 = ?$	e) $? \times 2 = 12$	f) $? \times 4 = 28$
g) $? \times 16 = 32$	h) $? \times 9 = 45$	i) $6 \times ? = 24$
j) $15 \times ? = 60$	k) $5 \times ? = 50$	l) $20 \times ? = 160$
m) $8 \div 2 = ?$	n) $18 \div 6 = ?$	o) $36 \div 4 = ?$
p) $90 \div 15 = ?$	q) $? \div 5 = 11$	r) $? \div 8 = 12$
s) $? \div 10 = 20$	t) $? \div 25 = 14$	u) $30 \div ? = 6$
v) $56 \div ? = 7$	x) $84 \div ? = 12$	z) $100 \div ? = 2$

Fonte: Santos (2017, p. 170).

Análise *a priori* da atividade 10

A atividade em questão é uma atividade de aprofundamento que visa a fixação de sentenças multiplicativas, nas quais é necessário encontrar o valor desconhecido que é simbolizado pelo sinal de interrogação. Esperamos que o que foi vivenciado nas atividades anteriores sirva de embasamento para o entendimento desta, de forma que os estudantes sejam capazes de selecionar a operação adequada para cada item, de acordo com a posição do sinal de interrogação.

5.2.2.4 Atividade 11

Quadro 31- Questões Multiplicativas 1

ATIVIDADE 11	
Título: questões multiplicativas 1 Objetivo: Descobrir uma relação das ações de compra e venda. Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis. Procedimentos: - Leia atentamente o enunciado de cada uma das questões; - Responda cada uma das questões propostas para cada enunciado; - Com as informações obtidas, preencha o quadro da atividade.	
01) Kátia comprou 3 calças a R\$71,00 cada uma. Qual o valor total gasto na compra das 3 calças? a) Quantas calças Kátia comprou? _____ b) Qual o valor de cada calça? _____ c) O que a questão pede? _____ d) Que sentença representa a situação? _____ e) Qual o valor total gasto na compra das 3 calças? _____ f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____ Como você fez para determinar o valor total a pagar na compra das calças?	
2) Letícia comprou 8 litros de leite a R\$3,00 cada litro. Quanto ela pagou pelos 8 l de leite? a) Quantos litros de leite Letícia comprou? _____ b) Qual o preço de um litro de leite? _____ c) O que a questão pede? _____ d) Que sentença representa a situação? _____ e) Quanto ela pagou pelos 8 litros de leite? _____ f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____ Como você fez para determinar o valor total a pagar na compra do leite?	
3) Maria comprou 7 litros de açaí² a 15 reais cada litro. Quanto ela pagou pelos 7 litros? a) Quantos litros de açaí Maria comprou? _____ b) Qual o preço de um litro de açaí? _____ c) O que a questão pede? _____ d) Que sentença representa a situação? _____ e) Quanto Maria pagou pelos 7 litros? _____ f) Qual a operação usada para resolver a situação? _____ Como você fez para determinar o valor total a pagar na compra do açaí?	
4. Aline comprou 16 garrafas de refrigerante e pagou 8 reais por cada uma. Quanto Aline pagou pelas 16 garrafas de refrigerante?	

² O açaí é uma fruta que cresce no açaizeiro, uma palmeira cujo nome científico é Euterpe oleracea, é muito utilizada na produção de alimentos e bebidas, segundo Nogueira, Garcia, Santana (2013).

- a) Quantas garrafas de refrigerante Aline comprou? _____
 b) Quanto custou cada garrafa de refrigerante? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Quanto Aline pagou pelas 16 garrafas de refrigerante? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar o valor total a pagar?

5. Comprei 8 blusas iguais do meu time e paguei por cada uma R\$72,00. Quanto paguei pelas 8 blusas?

- a) Quantas blusas comprei? _____
 b) Qual o preço de cada blusa? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Quanto foi pago pelas 8 blusas do time? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar o valor total a pagar?

6. Marina comprou 11 litros de açaí a R\$ 28,00 o litro. Qual o valor pago por Marina pelos 11 litros de açaí?

- a) Quantos litros de açaí Marina comprou? _____
 b) Qual o preço de cada litro de açaí? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Marina pagou quanto pelos 11 litros de açaí? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar o valor total a pagar?

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Preencha o quadro a seguir.

Questão	Quantidade de mercadoria	Preço unitário	Valor total a pagar
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Observações:

Conclusões:

Análise *a priori* da atividade 11

Acreditamos que por esta atividade conter somente questões aritméticas e devido ao que foi vivenciado nas atividades anteriores, os alunos não terão dificuldades em resolvê-la e chegarão na relação fundamental da compra e venda: **Quantidade de mercadoria $\times$ Preço por unidade = Preço total a pagar**. Ademais, esperamos que os discentes sejam capazes de selecionar a operação adequada devido ao embasamento dado nas atividades anteriores.

5.2.2.5 Atividade 12

Quadro 32- Questões Multiplicativas 2

ATIVIDADE 12
Título: questões multiplicativas 2 Objetivo: Praticar a resolução de questões envolvendo relações de compra e venda. Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis. Procedimentos: dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo uma lista com questões e solicitar que as resolvam.
1) Comprei 8 blusas iguais e paguei um total de R\$72,00. Qual o preço de cada blusa? 2) Beatriz comprou 12 bolas iguais a R\$ 360,00. Qual o preço de cada bola comprada por Beatriz? 3) Aline comprou 6 garrafas de refrigerante e pagou um total de R\$42,00. Quanto custou cada garrafa de refrigerante? 4) Joaquim comprou alguns pirulitos a R\$5,00 cada um e pagou R\$60,00. Quantos pirulitos Joaquim comprou? 5) Berenice comprou alguns kg de peixe a R\$12,00 cada kg e pagou um total de R\$120,00. Quantos quilos (kg) de peixe Berenice comprou? 6) Pedro comprou uma certa quantidade de litros de açaí, cada litro custou R\$ 25,00, e pagou ao todo R\$ 300,00. Quantos litros de açaí Pedro comprou?

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Análise *a priori* da atividade 12

Acreditamos que por esta atividade conter somente questões algébricas, ou seja, por utilizarem a propriedade da multiplicação na igualdade, os alunos terão um pouco mais de dificuldade para resolvê-la, entretanto conseguirão resolvê-la em vista do que foi vivenciado nas atividades anteriores e concluirão que a quantidade de mercadoria e preço unitário podem ser determinados por meio da operação inversa da multiplicação.

5.2.2.6 Atividade 13

Quadro 33- Questões Multiplicativas 3

ATIVIDADE 13
Título: questões multiplicativas 3 Objetivo: praticar a resolução de problemas multiplicativos em situações com a relação fundamental de compra e venda Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis. Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que as resolvam individualmente.
01) Um bolo de chocolate custa R\$35,00. Quanto pagarei por 3 desses bolos? 02) Comprei 4 vestidos iguais e paguei R\$136,00. Quanto custou cada vestido? 03) Janice comprou algumas bonecas a R\$20,00 cada uma e pagou um total de R\$200,00. Qual a quantidade de bonecas que Janice comprou? 04) Anita comprou algumas camisas do Remo³ a R\$34,00 cada uma e pagou R\$ 204,00. Quantas camisas do Remo Anita comprou? 05) Daniel comprou cinco carrinhos de brinquedo, cada carrinho custou R\$ 18,00. Quanto Daniel pagou ao todo pela compra dos cinco carrinhos? 06) Miguel comprou uma certa quantidade de latas de refrigerante a R\$7,00 cada uma e pagou um total de R\$ de 42,00. Quantas latas de refrigerante Miguel comprou?

³ Remo é um time de futebol de Belém do Pará.

- 07) João comprou 72 kg de mapará⁴ a R\$ 8,00 o kg. Quanto João gastou nessa compra?
- 08) Mariana comprou alguns kg de farinha a R\$ 15,00 o kg, e pagou R\$ 165,00. Quantos kg de farinha Mariana comprou?
- 09) Lenir comprou 4 shorts por R\$ 70,00 cada um. Quanto Lenir pagou pela compra dos shorts?
- 10) Luana comprou uma certa quantidade de toalhas para o seu salão de beleza a R\$32,00 cada uma e pagou um total de R\$ 128,00. Quantas toalhas Luana comprou?
- 11) Liandra comprou 7 garrafas de refrigerante e pagou R\$ 63,00. Quanto custou cada garrafa de refrigerante que Liandra comprou?
- 12) Carla comprou 6 cadernos iguais e pagou ao todo R\$ 72,00. Quanto custou cada caderno que Carla comprou?
- 13) Leonardo, morador da estrada Bom Jesus, comprou 12 litros de leite a R\$ 3,00 o litro. Quanto Leonardo pagou pelos 12 litros de leite?
- 14) Milena foi à feira e comprou alguns kg de cebola a R\$ 4,00 o kg e gastou R\$ 52,00. Quantos kg de cebola Milena comprou?

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Análise *a priori* da atividade 13

Esta atividade envolve questões multiplicativas algébricas e aritméticas envolvendo a relação fundamental de compra e venda e não possui os itens interrogativos em cada questão, por se tratar de uma atividade de aprofundamento. Isso pode trazer dificuldades para os alunos resolverem os problemas, visto que os itens interrogativos conduziam o processo de resolução das questões. Porém, esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os alunos consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.

⁴ O Mapará é um peixe de porte médio amplamente distribuído na bacia amazônica, do Prata e nas águas costeiras do Pará (SILVA-JUNIOR; RODRIGUES; CARVALHO, 2019).

5.2.2.7 Atividade 14

Quadro 34- Questões Multiplicativas 4

ATIVIDADE 14
Título: questões multiplicativas 4. Objetivo: descobrir uma lei geral que relacione quantidade de elementos de uma coleção e de coleções com a quantidade total de elementos. Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis. Procedimentos: dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo uma lista com questões e solicitar que as resolvam.
1) Bruno comprou 5 caixas de bombons, cada caixa tem 12 bombons. Quantos bombons ele comprou ao todo? a) Quantas caixas de bombons Bruno comprou? _____ b) Quantos bombons tem em cada caixa? _____ c) O que a questão pede? _____ d) Que sentença representa a situação? _____ e) Quantos bombons Bruno comprou ao todo? _____ f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____ Como você fez para determinar a quantidade total de bombons? _____
2) Maria comprou 8 fardos de refrigerante de 1 litro, cada fardo tem 12 unidades. Quantos litros de refrigerantes ela comprou ao todo? a) Quantos fardos de refrigerante de 1 l Maria comprou? _____ b) Quantos refrigerantes de 1 l tem cada fardo? _____ c) O que a questão pede? _____ d) Que sentença representa a situação? _____ e) Quantos refrigerantes de 1 l Maria comprou ao todo? _____ f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar a quantidade de refrigerantes de 1 l?

3) Pedro comprou 7 fardos de arroz, cada fardo tem 6 pacotes de arroz. Quantos pacotes de arroz Pedro comprou ao todo?

- a) Quantos fardos de arroz Pedro comprou? _____
- b) Quantos pacotes de arroz tem em cada fardo? _____
- c) O que a questão pede? _____
- d) Que sentença representa a situação? _____
- e) Quantos pacotes de arroz Pedro comprou ao todo? _____
- f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar a quantidade de pacotes de arroz?

4) Joana comprou 28 caixas de suco de caju. Em cada caixa há 8 garrafas de suco. Quantas garrafas de suco de caju Joana comprou?

- a) Quantas caixas de suco Joana comprou? _____
- b) Quantas garrafas de suco de caju tem em cada caixa? _____
- c) O que a questão pede? _____
- d) Que sentença representa a situação? _____
- e) Quantas garrafas de suco de caju Joana comprou ao todo? _____
- f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar a quantidade de garrafas de suco de caju?

5) Flávio comprou 70 caixas de bombons em cada caixa há 12 bombons. Quantos bombons Flávio comprou?

- a) Quantas caixas de bombons Flávio comprou? _____
- b) Quantos bombons há em cada caixa? _____
- c) O que a questão pede? _____
- d) Que sentença representa a situação? _____

e) Quantos bombons Flávio comprou? _____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar a quantidade de bombons comprado?

6) Júnior comprou 12 caixas de refrigerante, cada caixa tem 24 latas. Quantas latas de refrigerante ele comprou?

a) Quantas caixas de refrigerante Júnior comprou? _____

b) Quantas latas de refrigerante havia em cada caixa? _____

c) O que a questão pede? _____

d) Que sentença representa a situação? _____

e) Quantas latas de refrigerante Júnior comprou? _____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar a quantidade de latas de refrigerantes compradas?

7) Milena comprou 15 pacotes de pirulito, cada pacote tinha 30 pirulitos. Quantos pirulitos Milena comprou?

a) Quantos pacotes de pirulito Milena comprou? _____

b) Quantos pirulitos havia em cada pacote? _____

c) O que a questão pede? _____

d) Que sentença representa a situação? _____

e) Quantos pirulitos Milena comprou? _____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar a quantidade de pacotes de pirulitos comprados?

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Preencha o quadro seguir:

Questão	Quantidade de coleções	Quantidade de elementos por coleção	Quantidade total de elementos
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Observações:

Conclusões:

Análise *a priori* da atividade 14

Acreditamos que por esta atividade conter somente questões aritméticas e devido ao que já foi vivenciado nas atividades anteriores, os alunos não terão dificuldades em resolvê-la e chegarão na relação: **Quantidade de coleções × Quantidade total de elementos de cada coleção = Quantidade total de elementos**. Além disso, esperamos que os discentes sejam capazes de selecionar a operação adequada devido ao embasamento dado nas atividades anteriores.

5.2.2.8 Atividade 15

Quadro 35- Questões Multiplicativas 5**ATIVIDADE 15**

Título: questões multiplicativas 5

Objetivo: praticar a resolução de problemas multiplicativos em situações que relacionam a quantidade de coleções e a quantidade total de elementos de cada coleção.

Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis.

Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que as resolvam individualmente.

1) Meire comprou 15 caixas de cerveja para a festa do seu aniversário, cada caixa tem 24 garrafas. Quantas garrafas de cerveja Meire comprou?

2) Rita comprou 4 pacotes de copos descartáveis, em cada pacote havia 100 copos. Quantos copos descartáveis Rita comprou ao todo?

03) Cira comprou 12 pacotes de fraldas descartáveis, em cada pacote tinham 16 fraldas. Quantas fraldas descartáveis Cira comprou ao todo?

04) Geraldo comprou 4 pacotes de cotonetes, em cada pacote havia 85 cotonetes. Quantos cotonetes Geraldo comprou ao todo?

05) Lara tem 8 pacotes de figurinhas, em cada pacote há 15 figurinhas. Quantas figurinhas Lara tem?

06) Leonardo comprou alguns pacotes de pratos descartáveis, em cada pacote há 24 pratos descartáveis. Se ao todo Leonardo comprou 72 pratos descartáveis, quantos pacotes de pratos descartáveis ele comprou?

07) Carlos comprou uma certa quantidade de caixas de extrato de tomate, em cada caixa havia 12 latas de extrato de tomate. Sabendo que Carlos comprou ao todo 60 latas de extrato de tomate, quantas caixas de extrato ele comprou ao todo?

08) Leo comprou algumas caixas de chocolate, em cada caixa havia 32 barras chocolates. Ao todo ele comprou 160 barras de chocolate. Quantas caixas de chocolate Leo comprou?

09) Kátia comprou uma certa quantidade de caixas de latas de sardinha, cada caixa havia 15 latas de sardinha. Sabendo que Kátia comprou ao todo 90 latas de sardinha, quantas caixas de sardinha ela comprou ao todo?

10) Vania comprou algumas caixas de cerveja, em cada caixa havia 24 garrafas de cerveja. Ao todo ela comprou 192 garrafas de cerveja. Quantas caixas de cerveja Vania comprou?

11) Pedro comprou uma certa quantidade de caixas de sabão em barra, em cada caixa tinham 15 unidades de sabão em barra. Ao todo Pedro comprou 120 unidades de sabão em barra. Quantas caixas de sabão em barra ele comprou?

12) Em uma mercearia há algumas caixas que são usadas para guardar garrafas de suco, em cada caixa cabem 20 garrafas. A mercearia tem ao todo no seu estoque 120 garrafas de suco. Quantas caixas de suco a mercearia possui?

13) Bia comprou 15 pacotes de refrigerante para a festa do seu aniversário, totalizando 360 latas de refrigerante. Quantas latas de refrigerante tinham em cada pacote?

14) Ronaldo comprou 5 fardos de arroz, totalizando 35 kg de arroz. Quantos kg de arroz havia em cada fardo que Ronaldo comprou?

15) Paulo comprou 7 fardos de feijão, totalizando 98 kg de feijão. Quantos kg de feijão havia em cada fardo que Paulo comprou?

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Observações:

Conclusões:

Análise *a priori* da atividade 15

Esta atividade envolve questões multiplicativas algébricas e aritméticas envolvendo a relação entre a quantidade de coleções $\times$ quantidade de elementos da coleção = quantidade total de elementos, e não possui os itens interrogativos em cada questão, por se tratar de uma atividade de aprofundamento. Isso pode gerar dificuldades para os alunos resolverem os problemas, visto que os itens interrogativos conduziam o processo de resolução das questões. Entretanto, esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os alunos consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.

5.2.2.9 Atividade 16

Quadro 36- Questões Multiplicativas 6

Atividade 16

Título: questões multiplicativas 6

Objetivo: praticar resolução de problemas multiplicativos com isomorfismo de medidas.

Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis.

Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que as resolvam individualmente.

- 1) Uma escola deve transportar seus 350 professores para um evento, usando um ônibus que transporta 35 passageiros sentados por viagem. Quantos ônibus desses são necessários para transportar todos os professores de uma única vez?
- 2) Uma carrocinha tem capacidade para transportar 30 caixas de refrigerante por vez. Um supermercado deseja transportar 150 caixas de refrigerante. Quantas carrocinhas iguais a essa serão necessárias para transportar as 150 caixas de uma única vez?
- 3) Uma caminhonete comporta 6 caixas de cerveja. Uma empresa deseja transportar 30 caixas de cerveja. Quantas caminhonetes iguais a essa serão necessárias para transportar as 30 caixas de cerveja de uma única vez?
- 4) Uma empresa quer transportar seus 500 funcionários para uma capacitação, usando um ônibus que transporta 50 passageiros sentados por viagem. Quantas viagens de ida e volta serão necessárias para que esse ônibus transporte todos os funcionários sentados?
- 5) Um micro-ônibus comporta 25 passageiros sentados por viagem. Um hospital necessita transportar 125 enfermeiros para realizar um curso de capacitação. Quantas viagens de ida e volta serão necessárias para que esse micro-ônibus consiga transportar todos os enfermeiros sentados, para esse curso de capacitação?
- 6) Uma escola quer transportar seus 1500 alunos para os Jogos Estudantis Paraenses, usando um ônibus que só transporta 50 estudantes sentados. Quantas viagens de ida e volta serão necessárias para transportar todos os alunos sentados?
- 7) Uma escola deve transportar 1600 estudantes para um evento, usando ônibus que só transportem estudantes sentados. Quantos ônibus serão necessários se cada ônibus transportar 40 estudantes sentados?
- 8) Uma empresa quer transportar 500 colaboradores para uma confraternização, usando um ônibus que só transporta passageiros sentados. Quantos ônibus serão necessários se cada um transportar 25 passageiros sentados?
- 9) Um hospital quer transportar 125 enfermeiros para um congresso, usando uma Van que só transporta passageiros sentados. Quantas Vans serão necessárias, se cada van transporta somente 25 passageiros sentados?

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Análise *a priori* da atividade 16

Esta atividade envolve questões multiplicativas algébricas e aritméticas envolvendo isomorfismo de medias e não possui os itens interrogativos em cada questão, por se tratar de uma atividade de aprofundamento. Isso pode gerar dificuldades para os alunos resolverem os problemas, visto que os itens interrogativos conduzem o processo de resolução das questões. Entretanto, esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os alunos consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.

5.2.2.10 Atividade 17

Quadro 37- Questões Multiplicativas 7

ATIVIDADE 17
Título: questões multiplicativas 7 Objetivo: exercitar a resolução de problemas multiplicativos com isomorfismo de medidas Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis. Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que as resolvam individualmente.
1) Maria comprou 5 caixas de pirulito, cada caixa tem 25 pirulitos. Quantos pirulitos ela comprou ao todo? 2) Luana comprou alguns pacotes de copos descartáveis, em cada pacote há 50 copos descartáveis. Se ao todo ela comprou 400 copos descartáveis, quantos pacotes de copos descartáveis ela comprou? 3) Paula comprou 9 fardos de feijão, totalizando 81 kg de feijão. Quantos kg de feijão havia em cada fardo que Paula comprou? 4) Alana comprou uma certa quantidade de caixas de sabonete, em cada caixa tinha 5 unidades de sabonete. Ao todo ela comprou 20 unidades de sabonete. Quantas caixas de sabonete ela comprou? 5) Uma escola deve transportar seus 700 alunos para um evento, usando um ônibus que transporta 35 passageiros sentados por viagem. Quantos ônibus desses são necessários para transportar todos os alunos de uma única vez? 6) Uma empresa quer transportar seus 2400 funcionários para uma capacitação, usando um ônibus que transporta 30 passageiros sentados por viagem. Quantas viagens de ida e volta serão necessárias para que esse ônibus transporte todos os funcionários sentados?

- 7) Uma empresa quer transportar 225 funcionários para um curso de capacitação, usando um ônibus que só transporta passageiros sentados. Quantos ônibus serão necessários se cada um transportar 25 passageiros sentados?
- 8) Um pacote de batata frita custa R\$5,00. Quanto pagarei por 8 desses pacotes?
- 09) Lara comprou algumas bolas a R\$20,00 cada uma e pagou um total de R\$160,00. Qual a quantidade de bolas que ela comprou?
- 10) Anita comprou algumas camisas do Remo a R\$34,00 cada uma e pagou R\$ 204,00. Quantas camisas do Remo Anita comprou?
- 11) Ricardo comprou uma certa quantidade de pacotes de fraldas a R\$12,00 cada uma e pagou um total de R\$ de 144,00. Quantos pacotes de fralda ele comprou?
- 12) Maria comprou 9 kg de carne a R\$ 38,00 o kg. Quanto ela gastou nessa compra?
- 13) Eliana comprou alguns kg de peixe a R\$ 25,00 o kg, e pagou R\$ 150,00. Quantos kg de peixe ela comprou?
- 14) Elias comprou 9 litros de açaí e pagou R\$ 180,00. Quanto custou cada litro de açaí que Elias comprou?

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Análise *a priori* da atividade 17

Esta é uma atividade de revisão e nela estão contidas questões multiplicativas algébricas e aritméticas que envolvem isomorfismo. Por hipótese, acreditamos que os discentes não terão dificuldades em resolvê-la, pois esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a resolução desta.

As atividades apresentadas nessa seção serão analisadas posteriormente na seção 7 – Análise *a posteriori* e validação, onde serão analisados e validados os dados obtidos.

A seguir, apresentamos a descrição da aplicação da sequência didática.

6 EXPERIMENTAÇÃO

Esta seção tem como objetivo descrever como ocorreu a aplicação da sequência didática. Para isso, expomos cada um dos instrumentos utilizados e os resultados obtidos. Para a realização da coleta de dados, foram utilizados os dispositivos: testes; questionário socioeducacional; sequências didáticas; uma ficha de observação na aula por atividade de redescoberta; diário de campo e registros fotográficos.

O locus da experimentação foi uma turma do 6º ano de uma escola municipal de Ensino Fundamental, localizada em Tucuruí/PA. Esta instituição de ensino oferta apenas as séries finais do Ensino Fundamental, nas modalidades de Ensino Regular e Educação de Jovens e Adultos (EJA), possuindo 1058 alunos matriculados e funciona em três turnos (manhã, tarde, noite). A instituição atende alunos do bairro no qual está situada, porém possui uma clientela que pertence a três bairros distantes da sua localização, considerados de periferia, de modo que são ofertados, pela Secretaria Municipal de Educação, aos discentes provenientes dessas localidades, ônibus para a locomoção destes até a escola e desta até seus bairros. O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) desta escola em 2019 foi de 3,6 e o projetado era de 4,8, conforme o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira – INEP, ficando abaixo da meta estipulada para o ano em questão (BRASIL, 2016).

A escolha da mesma ocorreu pelo fato dela atender discentes que pertencem a bairros periféricos, e a maioria possuir baixo poder aquisitivo. Outros fatores que influenciaram a seleção foi o fato de termos o acesso facilitado a mesma, por termos feito parte do seu quadro de docentes. Dessa forma, foi possível atuarmos como colaboradores na turma investigada. A referida turma que representa a população da pesquisa pertencia ao turno da manhã e possuía 37 alunos matriculados, entretanto durante a realização da pesquisa seis discentes se mantiveram ausentes, por terem sido transferidos pela direção da escola ou por terem solicitado transferência por motivos pessoais. Assim, para as aplicações das atividades e para as respectivas análises foi considerada como população somente os 31 discentes que frequentavam as aulas regularmente, os quais foram numerados aleatoriamente.

A realização desta etapa da pesquisa foi dividida em duas fases: uma na qual ocorreu a aplicação do questionário socioeducativo e a outra para aplicação dos testes e das demais atividades aditivas e multiplicativas, as quais descreveremos a seguir.

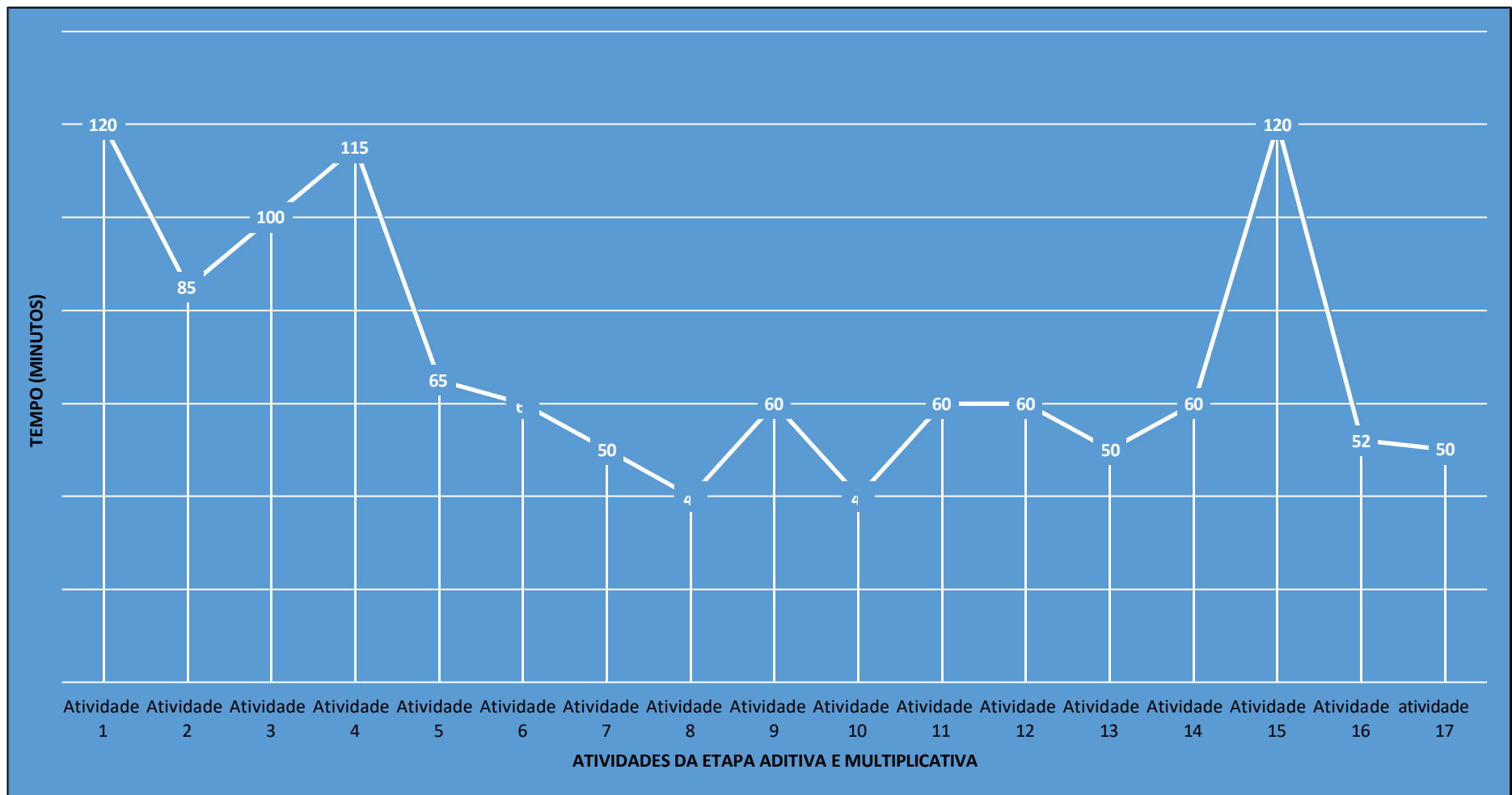
O experimento ocorreu em dezessete sessões de três horas-aula cada (uma hora-aula tem 45 minutos) e foram aplicadas ao todo 17 atividades, distribuídas entre atividades de aprendizagem e fixação. O quadro a seguir apresenta o roteiro da experimentação.

Quadro 38- Cronograma da Experimentação

ETAPA	DATA	SESSÃO	ATIVIDADES	TEMPO DE DURAÇÃO DA APLICAÇÃO
ETAPA ADITIVA	04/08/2022	1º	Questionário socioeducativo	45 minutos
	10/08/2022	2º	Pré-teste aditivo	60 minutos
	11/08/2022	3º	Atividade 1 – Adição na igualdade	120 minutos
	18/08/2022	4º	Atividade 2 – Subtração na igualdade	85 minutos
	24/08/2022	5º	Atividade 3 – Sentenças aditivas	100 minutos
	25/08/2022	6º	Atividade 4 – Questões aditivas 1	115 minutos
	31/08/2022	7º	Atividade 5 – Questões aditivas 2	65 minutos
			Atividade 6 – Questões aditivas 3	60 minutos
	08/09/2022	8º	Atividade 7 – Questões aditivas 4	50 minutos
	14/09/2022	9º	Pós-teste aditivo	60 minutos
ETAPA MULTIPLICATIVA	15/09/2022	10º	Pré-teste multiplicativo	60 minutos
	21/09/2022	11º	Atividade 8 – Multiplicação na igualdade	40 minutos
			Atividade 9 – Divisão na igualdade	60 minutos
	22/09/2022	12º	Atividade 10 – Sentenças multiplicativas	40 minutos
			Atividade 11 – Questões multiplicativas 1	60 minutos
	05/10/2022	13º	Atividade 12 – Questões multiplicativas 2	60 minutos
	06/10/2022	14º	Atividade 13 – Questões multiplicativas 3	50 minutos
			Atividade 14 – Questões multiplicativas 4	60 minutos
	13/10/2022	15º	Atividade 15 – Questões multiplicativas 5	120 minutos
	19/10/2022	16º	Atividade 16 – Questões multiplicativas 6	52 minutos
			Atividade 17 – Questões multiplicativas 7	50 minutos
	20/10/2022	17º	Pós-teste multiplicativo	65 minutos

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O Gráfico 1 a seguir indica o tempo utilizado para o desenvolvimento das atividades de ensino da etapa aditiva e da etapa multiplicativa, contendo as situações-problemas com **Isomorfismo de Medidas**.

Gráfico 1 - Tempo utilizado para realização das atividades

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O Gráfico 1 mostra que na etapa aditiva os alunos precisaram de mais tempo para resolver as atividades de redescoberta 1, 2, 3 e 4 (em média 105 minutos) e usaram menos tempo para realizar a atividade de redescoberta 5.

Na primeira atividade de redescoberta, Adição na igualdade, os alunos tiveram muita dificuldade por se tratar da primeira atividade nesses moldes e não estavam familiarizados com este tipo de procedimento. Na segunda atividade, de redescoberta, Subtração na igualdade, houve uma diminuição do tempo de resolução com relação à primeira, visto que havia uma certa similaridade entre elas.

Na terceira e quarta atividade de redescoberta, o tempo de realização aumentou, porém não superou o tempo de execução da primeira, 120 minutos. Na atividade de redescoberta 5 ocorreu uma queda significativa do tempo de realização para 65 minutos, o que mostra a ocorrência de uma certa familiaridade dos discentes com o processo resolutivo, visto que na atividade 4 os procedimentos de resolução eram semelhantes, pois ambas continham os itens interrogativos para a condução do processo de resolução.

A Atividade 6 era uma atividade de fixação, os alunos precisaram somente de 60 minutos para realizá-la, e tinha como objetivo praticar a solução de problemas com apenas uma operação. A Atividade 7 tinha como intuito que os discentes praticassem problemas aditivos com mais de uma operação. Os discentes mesmo tendo uma certa dificuldade a realizaram em 50 minutos.

As Atividades 8, 9, 10 de redescoberta da etapa multiplicativa possuíam execução semelhantes às atividades 1, 2 e 3 da etapa aditiva, porém os estudantes precisaram de menor tempo para resolvê-las (40 minutos, 60 minutos e 40 minutos), o que demonstra que as experiências adquiridas na etapa anterior serviram de suporte para essa etapa.

As Atividades 11 e 12 (etapa multiplicativa) de redescoberta apresentaram o mesmo tempo de resolução, 60 minutos, e ambas estavam relacionadas a problemas de compra e venda (Isomorfismo de Medidas). A Atividade 13 tinha como objetivo praticar a resolução de problemas de compra e venda apresentados nas atividades 11 e 12, e os estudantes usaram 60 minutos para resolvê-la.

A Atividade 14 (etapa multiplicativa) era uma atividade de redescoberta e referia-se a situações-problemas relacionados à quantidade de coleções e a quantidade de elementos de cada coleção (Isomorfismo de Medidas), e os alunos usaram 60 minutos para realizá-la.

A Atividade 15 (etapa multiplicativa) tinha como objetivo praticar a resolução de problemas com Isomorfismo de Medidas, os quais associavam a quantidade de elementos da coleção e a quantidade total de elementos da coleção, e nesta atividade os estudantes utilizaram o maior tempo para resolução, 120 minutos. Isso ocorreu devido às dificuldades que os discentes apresentaram com o manuseio do algoritmo da divisão e da multiplicação.

A Atividade 16 era de aprofundamento e contou com problemas com Isomorfismo de Medidas relacionados à quantidade de passageiros e à quantidade de veículos usados no transporte desses passageiros. Os discentes a realizaram em 52 minutos. A atividade 17 foi a última atividade realizada na sequência diática e sua realização ocorreu em 50 minutos, seu objetivo foi fixar os problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas.

Os dados evidenciam também que no decorrer da execução das atividades de redescoberta da etapa Aditiva para a etapa Multiplicativa houve uma diminuição do tempo de execução da primeira para a segunda etapa, mesmo contendo atividades distintas, e isso evidencia que a realização das tarefas da primeira etapa foram importantes para o desenvolvimento das atividades da etapa multiplicativa.

6.1 PRIMEIRA SESSÃO DE ENSINO

O nosso primeiro contato com a turma foi iniciado no dia 4 de agosto de 2022 (quinta-feira). A coordenação pedagógica realizou a nossa apresentação e explicou que a partir desse momento assumiríamos a classe, que faríamos uma pesquisa sobre o ensino de matemática.

Depois desta conversa inicial, nos apresentamos como estudantes do Programa de Pós-graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), e informamos que éramos professores de matemática. Nesse momento, enfatizamos que realizaríamos uma pesquisa e necessitaríamos da colaboração e da participação de todos os discentes para que pudessemos ter êxito na realização da mesma. Expomos que realizaríamos uma sequência didática, que possuía uma parte aditiva e outra multiplicativa, contendo problemas, e que para darmos início à esta pesquisa era necessário que seus responsáveis legais consentissem com a sua participação. E para isso era essencial que eles assinassem o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice),

conforme as exigências éticas e científicas fundamentais descritas na Resolução nº 196 de 1996, do Conselho Nacional de Saúde.

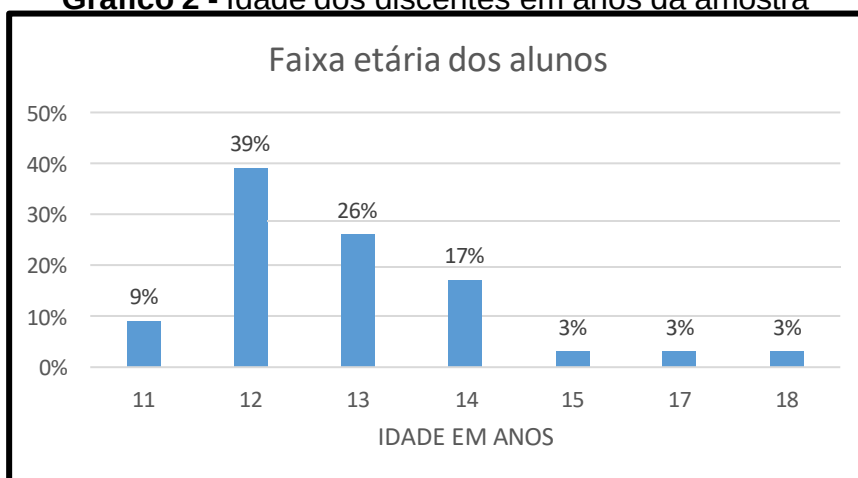
Além disso, explicitamos aos discentes sobre como seriam desenvolvidas as atividades, enfatizando que hora poderiam ser de forma individual, ou hora seriam em grupo, dependendo do objetivo a ser alcançado, e que antes de iniciarmos a aplicação da primeira etapa, que seria a aditiva, aplicaríamos um pré-teste e ao finalizarmos esta etapa novamente aplicaríamos o mesmo teste inicial, e que estes procedimentos aconteceriam de forma similar na fase multiplicativa. Frisamos que a participação, o comportamento nas atividades e o desempenho nos testes comporiam a nota do bimestre.

A primeira sessão de ensino aconteceu no dia 4 de agosto de 2022, na qual ocorreu a entrega do Questionário Socioeducativo. Após a entrega desse documento, realizamos a leitura e a explicação de cada uma das questões e esclarecemos aos discentes que as mesmas eram referentes à idade, sexo, escolaridade dos pais, hábitos de estudos de matemática, repetência e dependência do aluno. A aplicação foi realizada de 7h20min às 8h20min.

Para essa atividade, participaram todos os 31 estudantes pertencentes à nossa amostra. A seguir, expomos os dados reportados sobre o Questionário Socioeducativo.

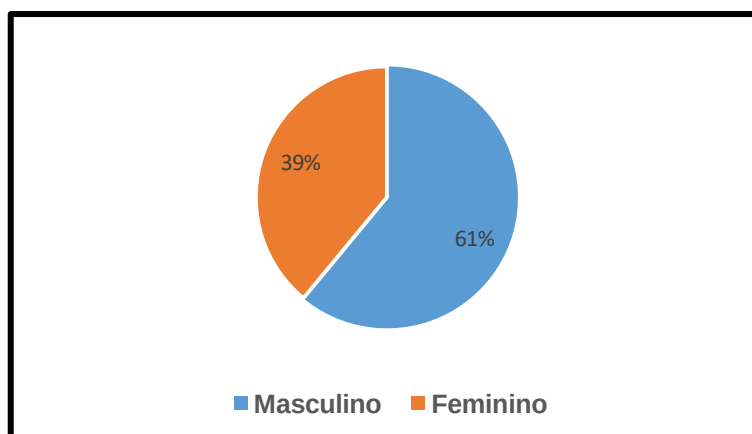
6.1.1 Perfil dos Discentes

No que tange à idade, 11 anos é a idade recomendada para esta série/ano, pois conforme o artigo 6º da Resolução 01/2010 do Conselho Nacional de Educação/Câmara Nacional de Educação Básica, “Para o ingresso no 1º ano do Ensino Fundamental, a criança deverá ter 6 (seis) anos de idade completos até o dia 31 de março do ano em que ocorrer a matrícula [...]” (BRASIL, 2010, p. 3). Portanto, ao ingressar no 6º ano, o aluno deveria estar com 11 anos de idade, porém, se somarmos os percentuais dos discentes que estão acima dessa faixa etária, observamos que 91% da amostra não se enquadra nesse perfil, conforme mostra o Gráfico 2.

Gráfico 2 - Idade dos discentes em anos da amostra

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Com relação ao gênero da turma consultada, 61% são do gênero masculino e 39% são do feminino, o que demonstra uma predominância masculina, demonstrado no Gráfico 3

Gráfico 3 - Gênero dos discentes

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Consideramos importante saber dos discentes sobre o seu gosto pela matemática, pois de acordo com Prediger, Berwanger e Mors (2009), esse gosto diminui a partir das séries finais do ensino fundamental. E segundo os autores, um dos fatores que contribui para essa falta de interesse são as

[...] mudanças biológicas no corpo da criança, com o que ela própria tem dificuldade de lidar. Desse modo, acaba acontecendo que o novo adolescente muda o foco, e passa a procurar mais o grupo de amigos, no qual os estudos ficam mais em segundo plano, e, então, começam a se acomodar. (PREDIGER; BERWANGER; MORS 2009, p.31)

O Quadro 39 mostra que 9,68% dos consultados não gostam de matemática e 38,71% gostam pouco. Ao somarmos esses valores, vemos que 48,39% tem alguma restrição com relação à matemática.

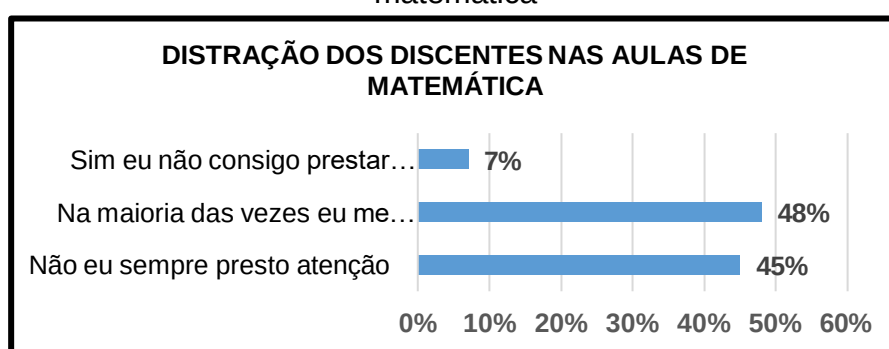
Quadro 39- Gosto dos discentes pela matemática

Gosta de Matemática	Percentual de Alunos (%)
Não gosto	9,68
Gosto pouco	38,71
Gosto	35,48
Gosto muito	16,13
Total	100

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

De acordo com Picareta e César (2001, *apud* PREDIGER; BERWANGER; MORS, 2009), o conhecimento matemático é necessário para que haja um entendimento de mundo de forma a auxiliar nas tomadas de decisões das diversas situações. No entanto, ao perguntarmos aos alunos se eles prestavam atenção nas aulas de matemática, constatamos que 48% dos discentes da amostra, na maioria das vezes, se distrai nas aulas de matemática e 7% não consegue prestar atenção. Ao somarmos esses percentuais, observamos que 55% dos discentes da amostra, em algum momento, se distraem nas aulas de matemática, conforme está exibido no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Percentual de distração dos alunos nas aulas de matemática



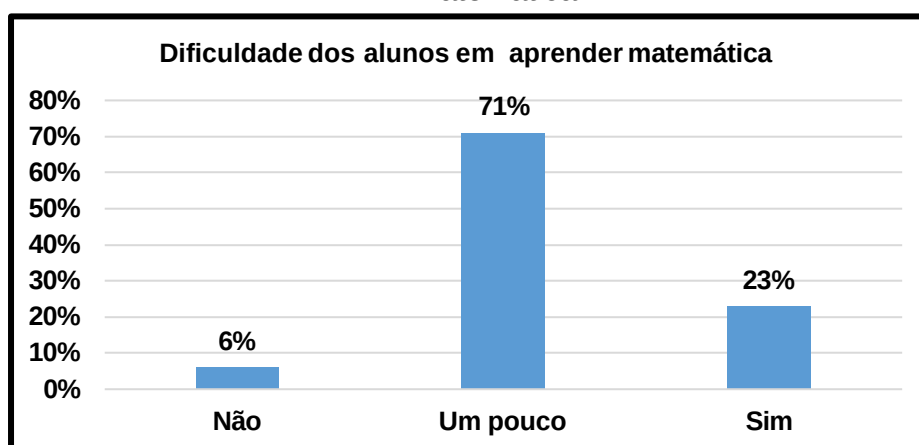
Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Esse percentual de 55% de discentes que se distraem nas aulas de matemática diverge dos de Santos (2017), que evidenciou que 62,9% dos consultados prestam atenção nas aulas de matemática, entretanto conversam com os dados da pesquisa de Barbosa (2021) e Miranda (2020), que evidenciaram respectivamente que

os percentuais de 68% e 55,55% dos aprendizes se distraem nas aulas de matemática em algum momento.

Na consulta ao discentes, perguntamos sobre a dificuldade deles em aprender matemática, que reportou um resultado desanimador, visto que somente 6% disseram não ter dificuldade, e ao somarmos os percentuais dos que afirmaram ter um pouco de dificuldade ou responderam sim, isso totaliza 94%, que podem ser visualizados no Gráfico 5.

Gráfico 5 - Percentual da dificuldade dos discentes para aprender matemática

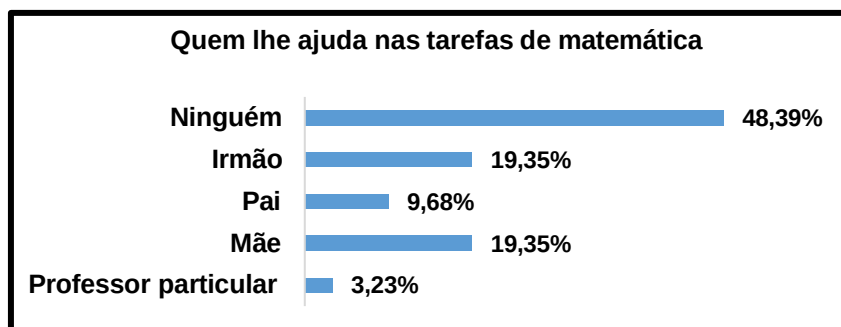


Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados expressos no Gráfico 5 conversam com os evidenciados por Santos (2017), Miranda (2020) e Barbosa (2021), nos quais o levantamento de dados respectivamente apontou que 68,9%, 75% e 59,09% dos discentes afirmaram ter alguma dificuldade em aprender matemática.

O Gráfico 6 revela que 48,39% dos discentes da amostra não têm ninguém que os auxiliem nas tarefas de matemática. Esses dados mostram que há pouca participação da família nesse processo. Esta é uma situação que merece destaque, porque durante o processo educacional a família exerce um papel relevante, pois “quanto maior a participação familiar na educação dos estudantes, maior será a possibilidade de obtenção de um bom desempenho em sua trajetória escolar” (MIRANDA, 2020, p.51).

Gráfico 6 - Percentual sobre quem auxilia os discentes nas tarefas de matemática



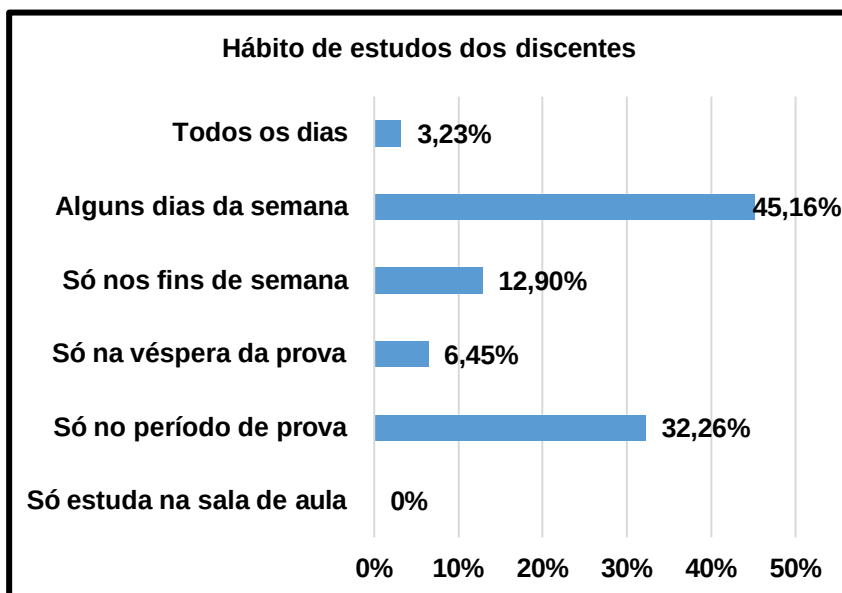
Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados reportados pela amostra divergem com os destacados por Santos e Miranda (2020), os quais reportaram respectivamente que somente 2,9% e 16,67% dos discentes não têm ninguém para lhes auxiliar nas tarefas, e conversam com os de Barbosa (2021), os quais reportaram que 68,18% não têm ninguém para lhes auxiliar nas atividades de matemática.

A ausência das famílias durante o processo de ensino-aprendizagem dos discentes tem sido tão crescente que muitas escolas têm promovido palestras com o objetivo de aproximá-las mais da escola, “pois estão sentindo que a falta dela está contribuindo com o mau desempenho escolar dos alunos e aumentando, assim, o fracasso escolar” (PACHECO, 2018, p. 74 *apud* MIRANDA, 2020, p. 51).

Acerca do hábito de estudar matemática fora do ambiente escolar, expresso no Gráfico 7, o levantamento dos dados mostrou que 45,16% dos respondentes estudam matemática alguns dias da semana; 32,26% só no período de prova; 12,90% só nos fins de semana; 6,45% só na véspera das provas e 3% todos os dias. Esses dados conversam com os dados anteriores sobre quem lhes ajuda nas tarefas de matemática, visto que só 3,23% disseram que estudam matemática todos os dias, o que demonstra pouca participação da família na orientação e fiscalização das atividades. Além disso, a falta de acompanhamento da família, a distração durante as aulas e o pouco hábito de estudar matemática podem ser fatores que contribuem para que os discentes tenham alguma dificuldade no aprendizado de matemática.

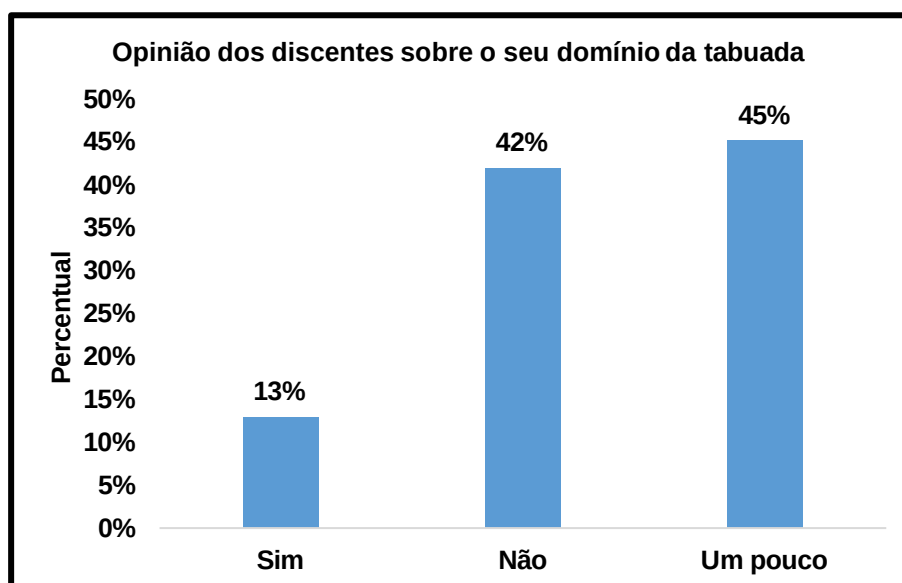
Gráfico 7 - Hábito dos discentes de estudar matemática fora da escola



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os aprendizes foram consultados sobre o seu domínio da Tabuada de Multiplicação. A investigação reportou os resultados mostrados no Gráfico 8 a seguir:

Gráfico 8 - Domínio da Tabuada pelos discentes do 6º ano



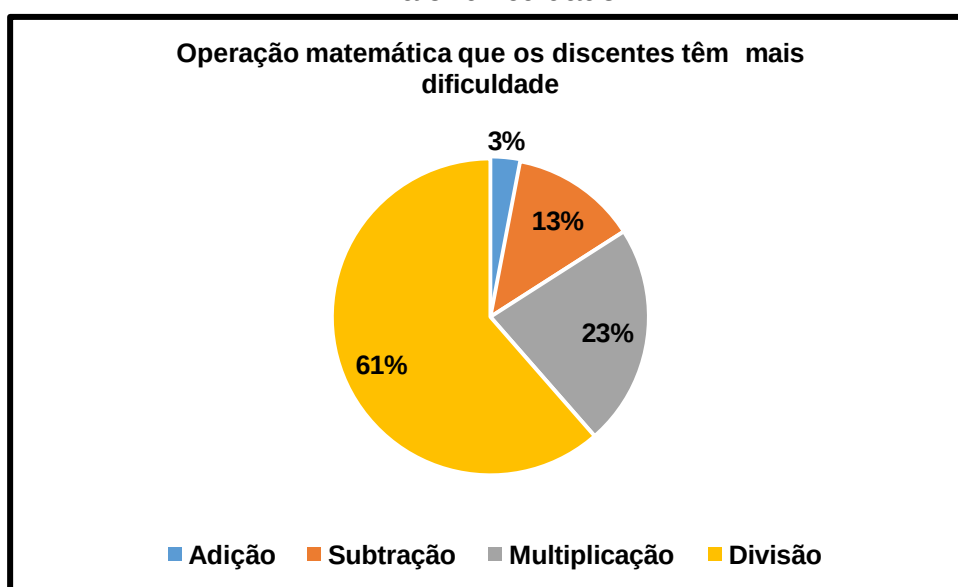
Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A análise dos dados do Gráfico 8 revelam que 45% dos discentes têm um pouco de domínio da tabuada e 42% dizem não ter nenhum domínio. Ao somarmos esses percentuais, notamos que 87% desses aprendizes têm alguma dificuldade com

o domínio da tabuada. Esses dados convergem com os de Santos (2017), os quais destacaram que 97,7% apresentavam alguma dificuldade relacionada ao domínio da tabuada, o que é um dado relevante, pois isto pode dificultar o aprendizado das operações de Multiplicação e Divisão com números naturais.

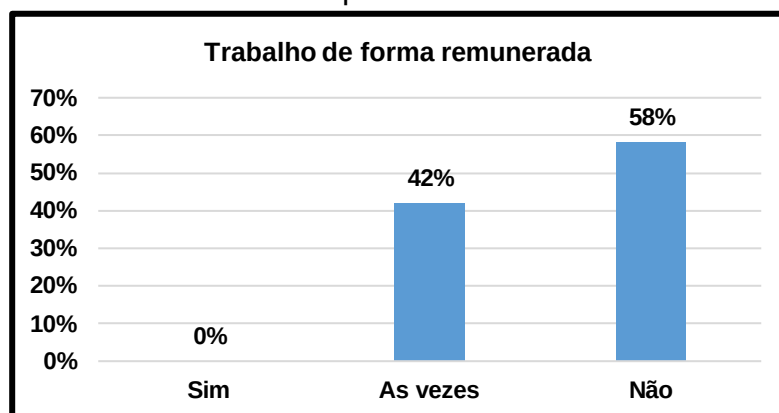
Na investigação, perguntamos aos discentes sobre a operação que consideravam a mais difícil. As respostas exibidas no Gráfico 9 revelaram que 61% dos consultados têm dificuldade em aprender a operação de divisão e 23% disseram ter dificuldade para aprender a operação de Multiplicação. Esses dados conversam com os relacionados ao domínio da tabuada dessa amostra, dado que conforme Santos (2017), isto pode ser uma das justificativas para o não aprendizado dessas operações.

Gráfico 9 - Operação matemática que os discentes do 6º ano têm maior dificuldade



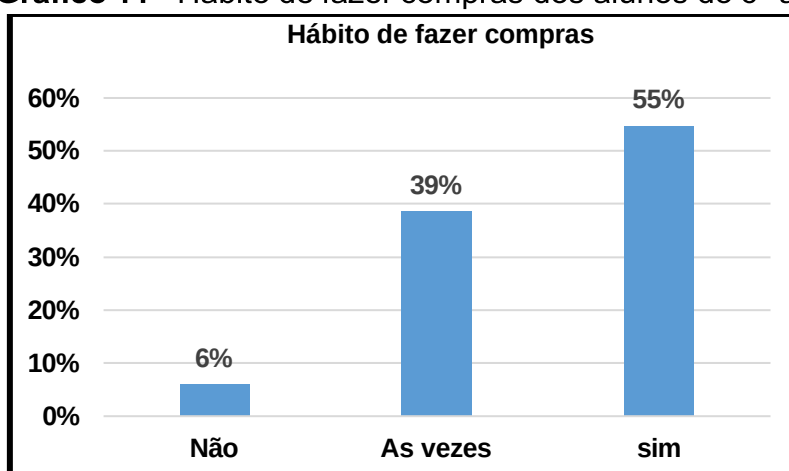
Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Em relação ao trabalho remunerado, os dados expressos no Gráfico 10 evidenciam que 58% dos consultados não exercem trabalho remunerado. Entretanto, 42% dos discentes, em algum momento, exercem algum tipo de atividade remunerada, o que é algo preocupante, visto que a amostra reportou que 74% desses possui idade entre 11 anos a 13 anos. Consideramos esses valores preocupantes, pois vão de encontro ao Artigo 60 do Estatuto da Criança e do Adolescente (LEI 8.069, de 13 de julho de 1990), tendo em vista que o mesmo só permite o trabalho remunerado de menores a partir dos 14 anos, como menor aprendiz.

Gráfico 10 - Discentes que exercem trabalho remunerado

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

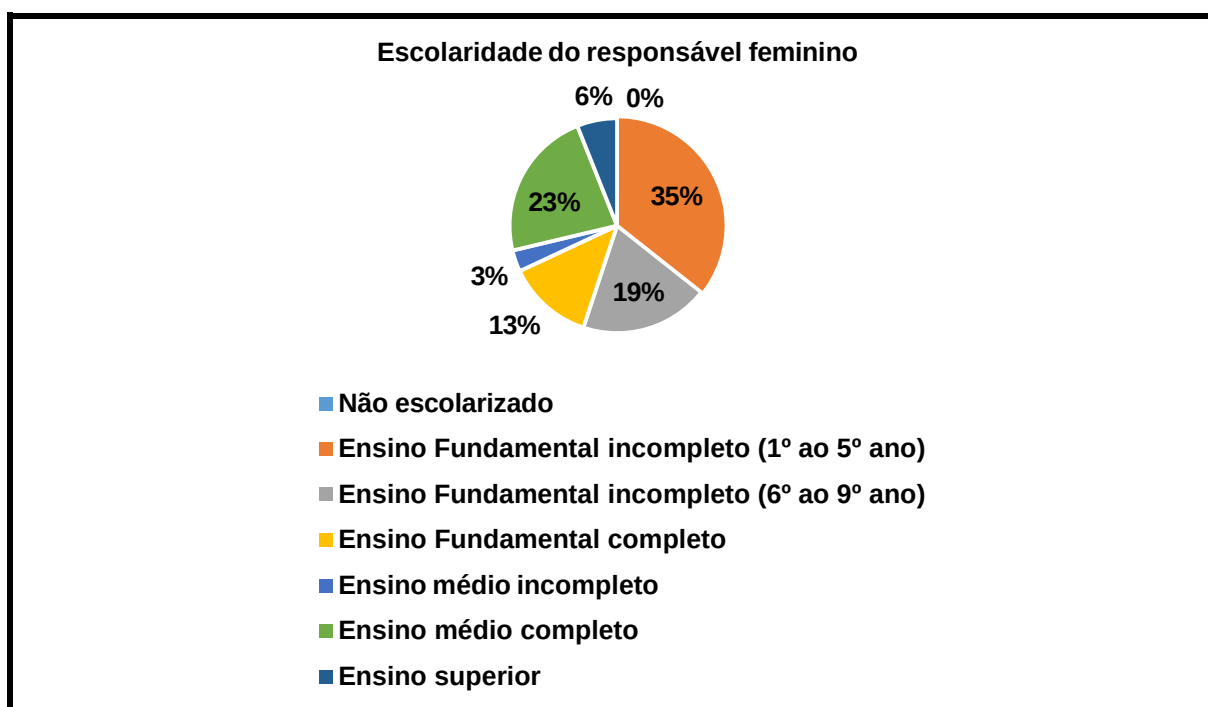
Consideramos saber sobre o hábito dos discentes em fazer compras, em virtude de que ao realizarem compras eles têm contato com o dinheiro e por consequência com as operações matemáticas de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão, e desta forma têm a oportunidade de vivenciar na prática situações-problemas, e isto pode contribuir para o desenvolvimento e aplicação da sequência didática (SANTOS, 2017). A consulta revelou que 55% dos respondentes têm o hábito de fazer compras e 39% às vezes realizam compras, conforme expresso no Gráfico 11, o que é algo significativo, pois ao somarmos esses percentuais, vemos que 94% dos respondentes em algum momento tiveram contato com a ação de fazer compras, o que pode ser positivo durante o desenvolvimento da sequência didática sobre Isomorfismo de Medidas.

Gráfico 11 - Hábito de fazer compras dos alunos do 6º ano

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

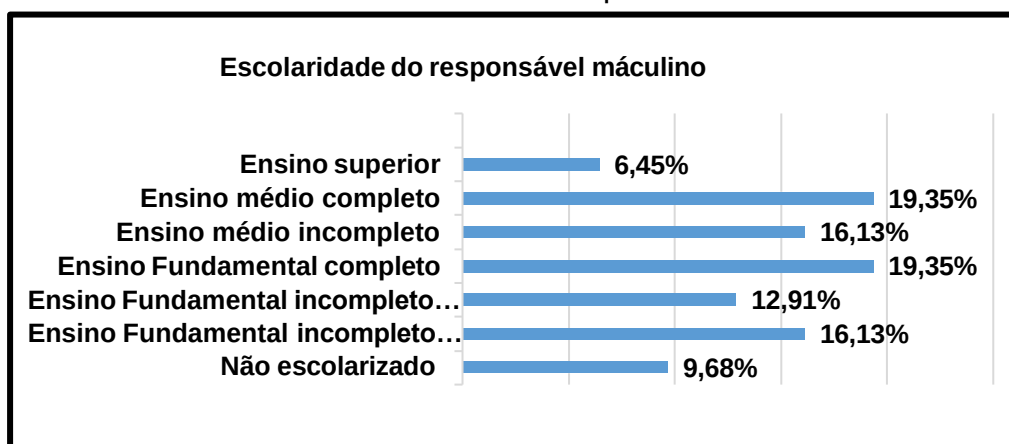
Quanto à escolaridade do responsável feminino; 35% possuem o ensino fundamental incompleto, não chegaram a concluir o 5º ano; 19% não completou o Ensino Fundamental-Anos finais; 13% completou o ensino fundamental; 23% concluiu o Ensino Médio e 6% possui ensino superior. Estas informações revelam que o nível de escolarização do responsável feminino desses respondentes é relativamente baixo. A seguir, o Gráfico 12 expõe esses resultados.

Gráfico 12- Escolaridade do responsável feminino



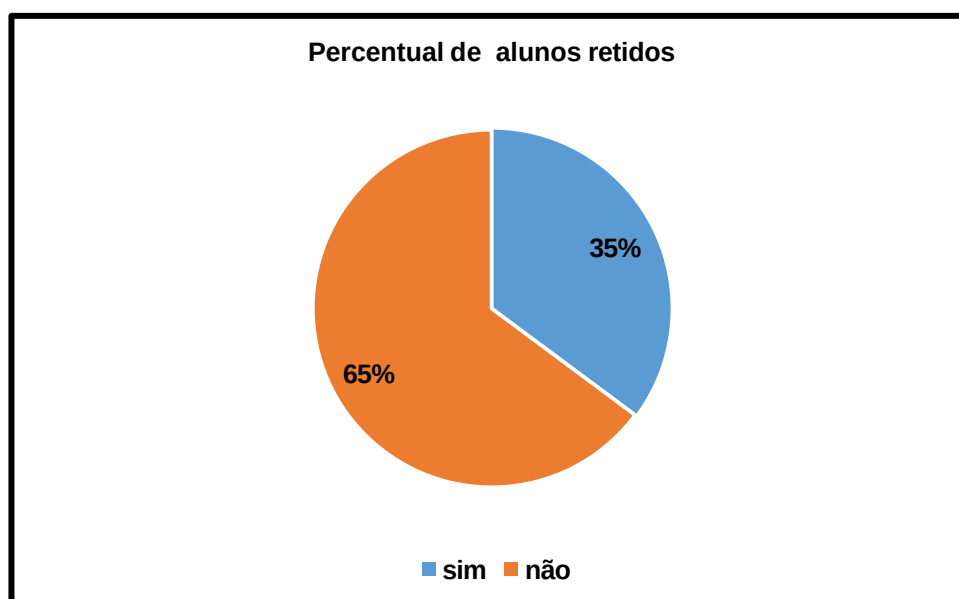
Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A escolaridade do responsável masculino, por sua vez, apresenta apenas 6,45% de nível superior; 16,13% possuem ensino médio completo; 9,68% não são escolarizados; 16,13% não chegaram a concluir o Ensino Fundamental-Anos iniciais (1º ao 5º ano); 12,91% não completaram o Ensino Fundamental-Anos finais (6º ao 9º ano); 19,35% concluiu o Ensino Médio e 16,13% não terminou o Ensino Médio. Essas informações revelam que os responsáveis masculinos dos consultados possuem baixa escolaridade, conforme expresso no Gráfico 13 a seguir.

Gráfico 13 - Escolaridade do responsável masculino

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Consideramos relevante saber se nesta turma algum aluno tinha ficado retido nessa série/ano. A amostra revelou que 35% dos discente já foram reprovados, e essa informação conversa com o percentual de discentes que possuem distorção idade/série, conforme mostra o Gráfico 14 a seguir.

Gráfico 14 - Percentual de discentes retidos

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Em virtude do que foi exposto, a investigação revelou que:

- a maioria dos discentes desta turma possuem distorção idade/série; o gênero predominante é o masculino;
- há um percentual elevado de discentes que possuem alguma restrição em relação à matemática;

- há um percentual considerável de distração durante as aulas de matemática;
- há um alto percentual de dificuldade para aprender matemática; a maioria dos discentes não têm quem os auxilie nas tarefas de matemática em casa;
- a maioria não possui uma rotina de estudos; apresentam pouco domínio da tabuada; possuem bastante dificuldade com as operações de Divisão e Multiplicação;
- a maioria não exerce trabalho remunerado; há um percentual alto de discentes que têm o hábito de fazer compras;
- a escolaridade dos responsáveis é baixa; há um percentual muito elevado de retidos.

6.2 SEGUNDA SESSÃO DE ENSINO

A segunda sessão de ensino teve início no dia 10 de agosto de 2022 (quarta-feira), na qual ocorreu a aplicação do pré-teste contendo 15 questões aditivas que foram replicadas de Santos (2017), sendo 6 questões aritméticas e 9 questões algébricas. Para isso, explicamos aos alunos que o mesmo continha somente problemas aditivos, e que o objetivo era analisarmos o conhecimento que possuíam sobre o objeto do conhecimento abordado. Solicitamos aos discentes que não fizessem uso de calculadora, celular ou qualquer recurso didático. Sua aplicação ocorreu de 8h30min às 9h30min e contou com a participação de todos os 31 discentes.

6.3 TERCEIRA SESSÃO DE ENSINO

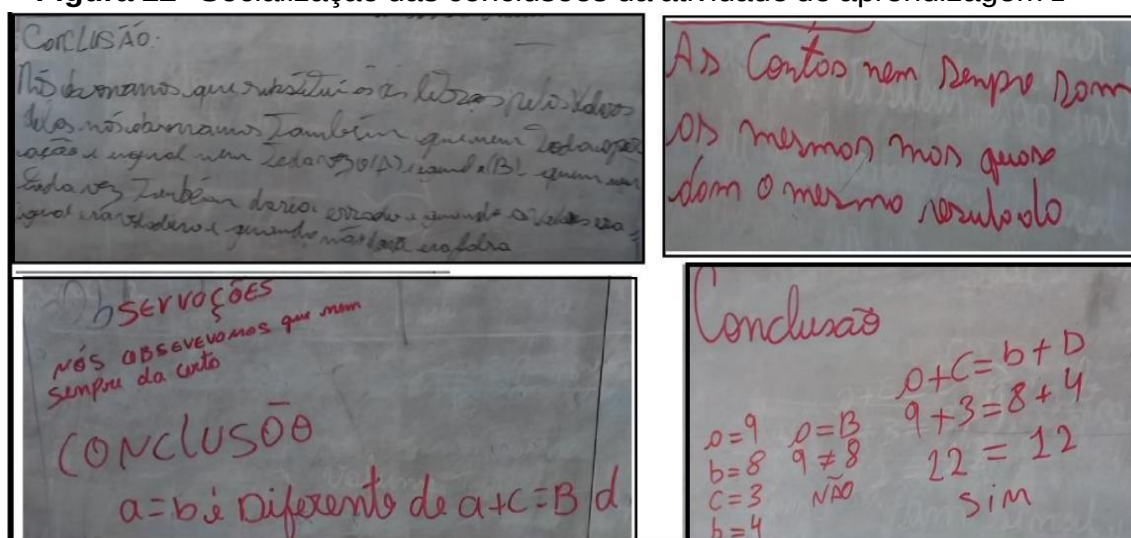
A terceira sessão de ensino ocorreu no dia 11 de agosto de 2022 (quinta-feira) com a aplicação da atividade de aprendizagem 1, Adição na igualdade, que foi iniciada às 10h05min e terminada às 11h45min, duração de uma hora e quarenta minutos, e teve a participação de 26 alunos, os discentes ausentes foram A₃, A₁₂, A₁₄, e A₂₇. O aluno A₁₇ se recusou a participar da atividade. Inicialmente pedimos aos discentes que se organizassem em 7 grupos, de forma que ficaram 05 grupos de 4 alunos e dois grupos com 3 alunos em cada. Entregamos uma cópia da atividade a cada um dos discentes, e solicitamos que fizessem uma leitura e nos relatassem sua impressão sobre como poderiam resolvê-la, porém nesse momento não ocorreram manifestações.

Durante a formação dos grupos, os alunos ficaram muito eufóricos e dispersos e não sabiam como deveriam proceder. Para minimizar essas atitudes, passamos a circular entre os grupos formados e realizamos a assessoria em cada grupo, a fim de explicarmos como deveriam proceder. Na sequência, fizemos uma explanação geral no quadro, preenchendo a primeira linha do quadro da atividade e explicando como deveriam fazer nas demais. O momento de maior dúvida dos discentes foi ao terem que descrever suas observações e realizarem suas conclusões, e mais uma vez foi necessário intervirmos. Desta vez realizamos perguntas sobre o que ocorria com a sentença quando os valores de **a** e **b** eram iguais, e quando eram diferentes.

O objetivo desta atividade foi fazer com que os discentes descobrissem por meio da adição quando uma igualdade permanece verdadeira. Para isto, a atividade continha um quadro com 13 situações com valores diferentes para **a**, **b**, **c** e **d**, nos quais os alunos tinham que verificar se as igualdades $a = b$ e $a + c = b + d$ eram verdadeiras ou falsas. Eles não apresentaram dificuldades no preenchimento do quadro, porém tiveram dificuldades em observar as regularidades presentes a partir de seu preenchimento, tanto que foi necessária a nossa intervenção. Dos sete grupos, só quatro grupos realizaram o registro das suas conclusões no quadro.

A conclusão esperada era de que os discentes percebessem o seguinte: Quando uma igualdade é verdadeira: adicionando-se um mesmo número aos dois membros da mesma, ela permanecerá verdadeira. A Figura 12 mostra a socialização das conclusões e observações que foram realizadas pelos discentes sobre a atividade proposta.

Figura 12- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 1



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

É importante destacar que três grupos se mostraram bastante arredios para realizar os registros na lousa, talvez por timidez ou por ser algo novo.

6.4 QUARTA SESSÃO DE ENSINO

Essa sessão de ensino ocorreu no dia 18 de agosto de 2022 (quinta-feira) com a aplicação da atividade de aprendizagem 2, Subtração na igualdade. Ela foi iniciada às 10h15min e terminada às 11h40min, tendo duração de uma hora e vinte cinco minutos, e contou com a participação de 25 alunos. Os discentes ausentes foram A₉, A₁₃, A₁₈, A₂₁, A₂₃, A₂₆. Para iniciarmos, pedimos aos discentes que se organizassem em 6 grupos, de forma que cada grupo ficou com 4 alunos. Entregamos uma cópia da atividade a cada um dos discentes e solicitamos que fizessem uma leitura e nos relatassem sua impressão sobre como poderiam resolvê-la.

Os alunos A₂, A₁₉, A₁₆ e A₂₄, durante a leitura da atividade, disseram: “essa atividade é igual a Atividade 1, só que as continhas são de menos”. Essa fala evidencia a percepção entre a similaridade da 1 e 2, dado que a atividade de aprendizagem 2 assemelhava-se à atividade 1, porém o objetivo da atividade 2 era fazer com que os discentes descobrissem por meio da subtração quando uma igualdade permanece verdadeira. Para isso, a atividade continha um quadro com 13 situações com valores diferentes para **a**, **b**, **c** e **d**, nos quais os alunos tinham que verificar se as igualdades **a = b** e **a - c = b - d** eram verdadeiras ou falsas.

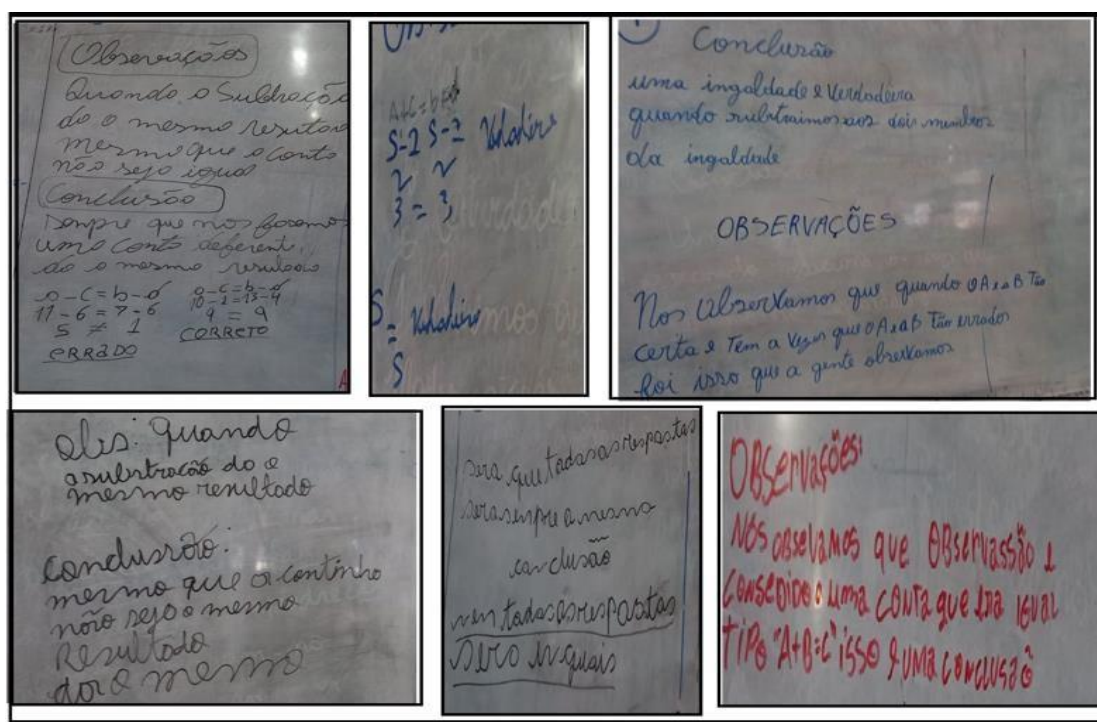
Após a realização da leitura da atividade de forma individual, solicitamos que os alunos formassem os respectivos grupos e, mais uma vez, houve euforia e dispersão. Assim como na Atividade 1, ficamos circulando entre todos os grupos para elucidarmos possíveis dúvidas. Durante a nossa assessoria aos grupos, percebermos que os discentes apresentaram uma menor dificuldade para o preenchimento dos quadros. No entanto, os alunos A₃, A₉, e A₁₄, que estavam no mesmo grupo, apresentaram bastante dificuldade para o preenchimento do quadro, visto que estes não estavam presentes na aplicação da Atividade 1. Para minimizarmos a dificuldade apresentada por este grupo, fomos ao quadro e exibimos um exemplo, preenchendo a primeira linha do quadro da atividade e explicamos como deveriam proceder nos demais quadros.

O momento de maior dúvida dos discentes foi o de realizar as observações e conclusões. E mais uma vez foi necessário intervirmos, realizando perguntas sobre o

que ocorria com a sentença $a - c = b - d$ quando os valores de a e b eram iguais, e quando eram diferentes. Entretanto, percebemos que os discentes conseguiram observar de forma mais rápida as regularidades presentes no preenchimento do quadro.

No momento da socialização das conclusões elaboradas pelos grupos, houve a participação de todos os grupos. Cada um enviou um representante para a realização dessa etapa do experimento. A seguir, mostramos na Figura 13 a socialização realizada pelos grupos para essa atividade.

Figura 13- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 2



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

As imagens da figura 13 mostram um amadurecimento dos discentes na elaboração das conclusões, isso ficou evidenciado na conclusão de um dos grupos que concluiu “uma igualdade é verdadeira, subtraímos os dois membros da igualdade”

6.5 QUINTA SESSÃO DE ENSINO

A quinta sessão de ensino ocorreu no dia 24 de agosto de 2022 (quarta-feira) com a aplicação da atividade de aprendizagem 3, Sentenças aditivas, que foi iniciada às 07h30min e terminada às 09h10min, tendo duração de uma hora e quarenta minutos, e contou com a participação de 25 alunos. Os discentes ausentes foram A12,

A13, A21, A23, A26, A28. Entregamos uma cópia da atividade a cada um dos discentes e solicitamos que fizessem uma leitura e nos relatassem sobre como poderiam resolvê-la, porém nesse momento não houve manifestações. Em vista do silêncio, solicitamos que iniciassem a atividade e que para a realização da mesma era necessário que determinassem o valor desconhecido das sentenças (representado pelo ponto de interrogação ?). O objetivo desta atividade foi determinar o valor desconhecido de uma sentença matemática aditiva, com variação da incógnita nas três possíveis posições ($a + b = c$ e $a - b = c$), por meio do princípio aditivo da igualdade. A referida atividade foi replicada de Santos (2017, p.149) e continha 24 itens, 16 algébricos e 8 aritméticos. Ela foi desenvolvida individualmente e durante a realização da mesma os estudantes se mantiveram concentrados.

Entre os discentes presentes, 14 determinaram o valor desconhecido por meio da propriedade aditiva e 12 realizaram mediante o uso de cálculo mental, o que demonstra que a maioria utilizou a propriedade aditiva para determinar o valor desconhecido nas sentenças propostas. A figura 14 a seguir mostra as conclusões e observações dos discentes A19 e A24.

Figura 14- Observações e conclusões da atividade de aprendizagem 3 dos discentes A19 e A24

The figure displays two sections of handwritten student work. The top section is for student A19, and the bottom section is for student A24. Both sections include 'Observações' (Observations) and 'Conclusão' (Conclusion) fields.

A19 Observações: Eu descobri que subtração tem como ser respondido com adição.

A19 Conclusão: adição sempre é respondido com o oposto de + ela também pode ser respondida com a multiplicação

A24 Observações: H) $? + 75 = 100$; $100 - 75 = 25$
T) $? - 55 = 100$; $100 + 55 = 155$

A24 Conclusão: Eu cheguei a conclusão que de adição usa-se subtração e de subtração usa-se adição

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A Figura 14 evidencia que os discentes A₁₉ e A₂₄ colocaram em suas observações e conclusões que o valor desconhecido em uma sentença aditiva pode ser determinado por meio do uso da operação inversa.

6.6 SEXTA SESSÃO DE ENSINO

A sexta sessão de ensino ocorreu no dia 25 de agosto de 2022 (quinta-feira), com a aplicação da atividade de aprendizagem 4 - Questões aditivas 1, e teve duração de 1h55min, de 9h30min às 11h25min, e participação de 22 alunos. Os alunos ausentes foram A₉, A₁₂, A₁₄, A₁₈, A₂₃, A₂₈, A₂₆, A₃₀, A₃₁. Inicialmente, a sala foi dividida em 5 grupos de quatro alunos cada, e um grupo com 2 alunos. Depois entregamos uma cópia do roteiro da atividade a todos os discentes e solicitamos que resolvessem as questões e preenchessem o quadro final da atividade.

Esta atividade tinha como objetivo fazer com que os alunos descobrissem uma lei geral para a resolução de problemas aditivos com uma operação em situações envolvendo valores monetários. A atividade continha 9 questões com situações envolvendo dinheiro, dividida em três grupos. No 1º grupo estavam as questões aritméticas (Q₁, Q₂ e Q₃), com sentenças do tipo $a + b = ?$ e $a - b = ?$. No 2º grupo estavam as questões algébricas com valor desconhecido localizado na posição intermediária da sentença (Q₄, Q₅ e Q₆), com sentenças do tipo $a + ? = c$ e $a - ? = c$. E no 3º grupo estavam as questões algébricas com valor desconhecido localizado no início da sentença (Q₇, Q₈ e Q₉), com sentenças do tipo: $? + b = c$ e $? - b = c$.

Essa atividade continha itens interrogativos em cada questão e tinha como objetivo levar os discentes a seguirem algumas etapas da resolução dos problemas, tais como “a compreensão do enunciado, a elaboração da sentença da modelação, a escolha da operação adequada para solucionar a questão e o cálculo” (SANTOS, 2017, p.211).

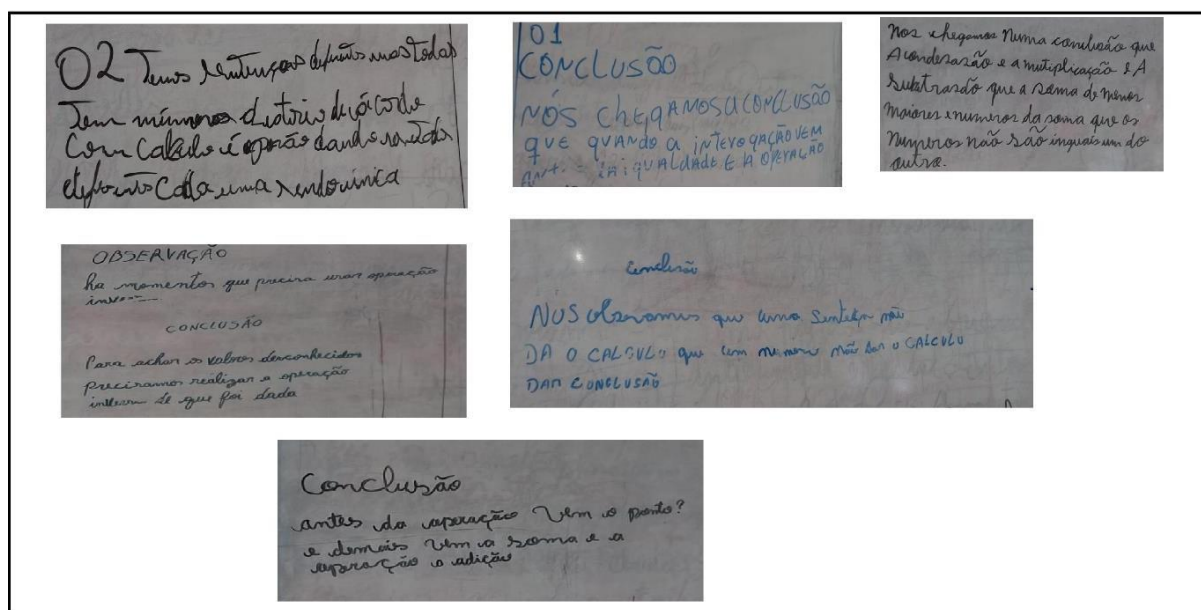
Durante o desenvolvimento da atividade, ficamos circulando entre os grupos e em uma de nossas passagens presenciamos a fala do discente A₂₁ para o A₂₂ sobre a questão Q₆ (algébrica): “certa quantia é representada pelo ponto de ? (Interrogação), pois é um termo desconhecido”. Essa fala demonstra que o discente A₂₁ estava socializando as suas percepções com A₂₂ e que tinha conseguido compreender que ao escrever a sentença referente a uma situação-problema, o símbolo “?” (ponto de

interrogação), representava o valor desconhecido. Alguns discentes tiveram dúvidas sobre o item **c** das questões (o que a questão pede?), não conseguiam entender o que era solicitado, porém contornamos a situação, explicando que se tratava da problemática a ser resolvida.

O preenchimento do quadro da atividade foi bastante positivo, pois a partir desse preenchimento alguns discentes perceberam a existência de uma relação entre a posição da incógnita na sentença de modelação e a seleção da operação adequada para resolver o problema, de modo que durante esse momento os discentes A19 e A24 disseram: “Quando a interrogação vem antes da igualdade usamos a operação inversa para resolver o problema”.

O momento da socialização foi proveitoso, todos os grupos foram ao quadro e expuseram suas conclusões. A seguir, expomos as socializações feitas pelos grupos por meio da Figura 15.

Figura 15- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 4



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Entre as conclusões expostas na Figura 15, uma nos chamou a atenção, pois evidenciou a percepção dos discentes sobre o uso das operações inversas para a resolução de problemas algébricos, o que demonstra que perceberam uma relação entre a posição da incógnita e a escolha da operação adequada para solucionar o problema.

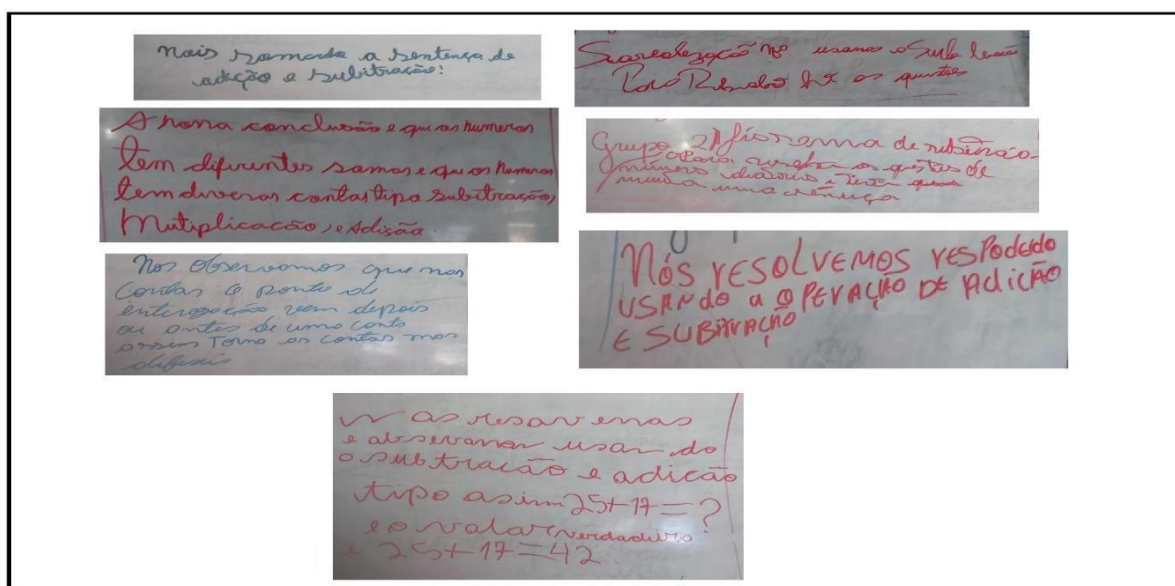
6.7 SÉTIMA SESSÃO DE ENSINO

A sétima sessão de ensino ocorreu no dia 31 de agosto de 2022 (quinta feira) com a aplicação das atividades 5 e 6, de aprendizagem; teve duração de 1h65min, de 9h40min às 11h56min, e participação de 25 alunos. Os alunos ausentes foram A₉, A₁₄, A₁₅, A₁₇, A₂₃ e A₂₄. Aconteceram na aplicação dessa sessão dois momentos, um designado para aplicação da atividade 5 e outro designado para execução da atividade 6. Inicialmente, a sala foi dividida em 7 grupos, quatro grupos com quatro discentes e três grupos com três estudantes. Após esse momento de formação dos grupos, entregamos uma cópia do roteiro da atividade 5 a cada discente e solicitamos que resolvessem as questões e preenchessem o quadro do final da atividade.

A atividade 5 teve duração de 65 minutos, de 9h40min às 10h45min, e contou com 9 questões que continham situações-problemas sem valores monetários, seguindo os mesmos parâmetros da atividade de aprendizagem 4, de forma que possuía 3 questões aritméticas e 6 questões algébricas, nas quais ocorreram a variação da posição do termo desconhecido. O objetivo da mesma era que os discentes descobrissem uma lei geral para resolver problemas aditivos com uma operação em situações sem valores monetários.

O momento da socialização trouxe algumas evidências sobre as percepções dos discentes. Destacamos as conclusões dos grupos que mostraremos a seguir na Figura 16

Figura 16- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 5



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

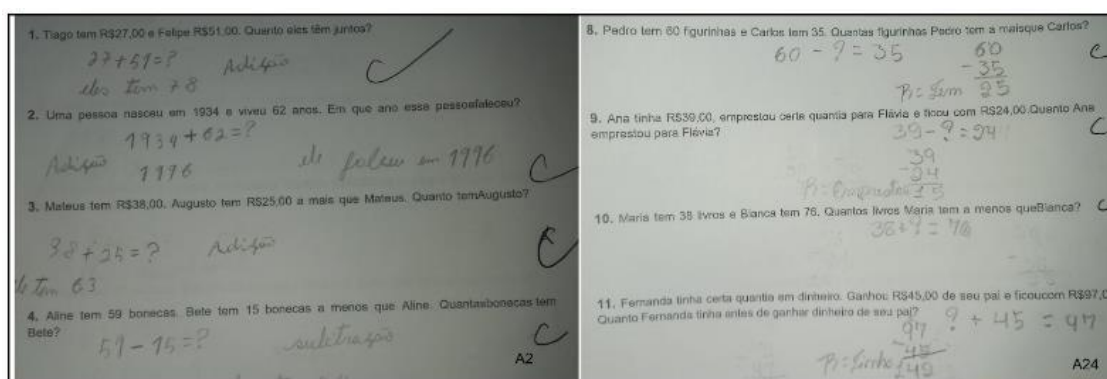
Uma das conclusões exibida na Figura 16 demonstra que os discentes consideraram os problemas do tipo algébrico mais difíceis que os aritméticos, enquanto que uma outra trouxe um exemplo de uma das possíveis sentenças de uma das situações-problema que foram propostas nessa atividade, e com isso tentaram exemplificar que nos problemas aritméticos são utilizadas as próprias operações propostas nesse tipo de sentença (adição ou subtração).

A atividade de aprendizagem 6 foi iniciada nessa sessão, logo após o término da socialização da atividade de aprendizagem 5, de 10h56min às 11h46min, tendo duração de 50 minutos. O início dessa atividade ocorreu com a sua entrega a cada aluno e com a solicitação de que a resolvessem de forma individual, sem o auxílio de calculadora ou qualquer outro equipamento eletrônico, e teve como objetivo praticar a resolução de problemas aditivos com uma operação em situações com e sem valores monetários, composta por quatorze questões, sendo 5 aritméticas e 9 algébricas.

Esta atividade diferia das atividades 4 e 5, pois não possuía os itens interrogativos. Os alunos contavam apenas com o enunciado e um espaço em branco para resolvê-la. Primeiramente, os alunos começaram a resolução das questões aplicando diretamente os algoritmos das operações de adição e subtração, sem montar inicialmente a sentença de modelação dos problemas. Contudo, intervimos e estimulamos os discentes a elaborarem a sentença de modelação, com o objetivo de minimizar os erros relacionais, ou seja, equívocos na seleção da operação adequada para solucionar os problemas propostos nas questões.

A Figura 17 a seguir mostra algumas das sentenças modeladas pelos discentes A2 e A24 nesta atividade.

Figura 17- Sentenças modeladas pelos alunos A2 e A24



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A Figura 17 evidencia a elaboração das sentenças de modelação e uma melhora na seleção da operação e nos procedimentos usados para resolução de problemas.

6.8 OITAVA SESSÃO DE ENSINO

A oitava sessão de ensino ocorreu no dia 8 de setembro de 2022 (quinta-feira), com a aplicação da atividade de aprendizagem 7, a qual era uma atividade de fixação, e tinha o objetivo de praticar a resolução de problemas aditivos com mais de uma operação em situações com e sem valores monetários. Foi composta por nove questões aritméticas combinadas e teve duração de 50 minutos, de 9h50min às 10h40min, contando com a participação de 26 alunos, dado que os alunos ausentes foram A₈, A₁₁, A₁₂, A₃₁, e o discente A₂₂, mesmo estando em sala, negou-se a realizar a atividade.

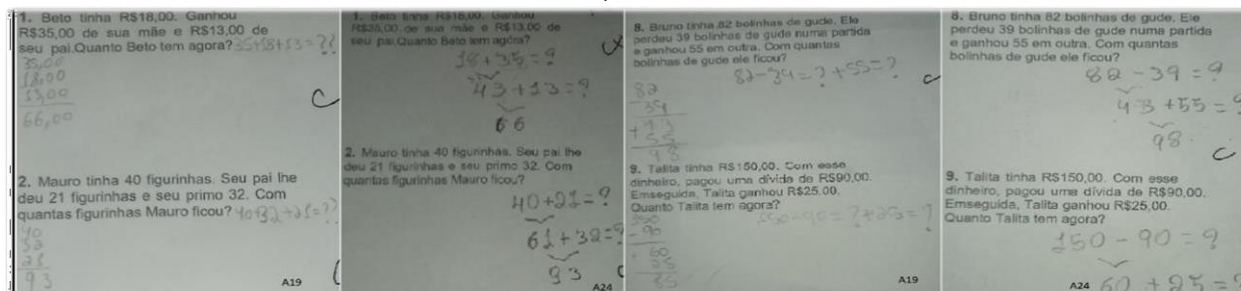
Durante a realização dessa atividade, os discentes apresentaram uma certa dificuldade, pois a mesma não possuía os itens interrogativos que conduziam a resolução das questões, e também a solução dos problemas exigia o uso de duas operações, diferente do que ocorreu nas atividades 4, 5 e 6.

No início da resolução das questões, solicitamos ao discentes que fizessem a leitura de cada uma e tentassem resolvê-las sem o uso de qualquer equipamento eletrônico. A partir dessa leitura, alguns discentes perceberam que para resolver os problemas era necessário utilizar mais de uma operação, entretanto muitos tiveram dificuldades em selecionar as operações adequadas. Para minimizar as dificuldades apresentadas, intercedemos e explicamos que cada questão deveria ser resolvida em etapas e que cada etapa correspondia a uma operação. Além disso, estimulamos-os a escrever a sentença correspondente a cada etapa, a fim de que selecionassem as operações adequadas.

Observamos que apesar de termos aumentado o grau de dificuldade dos problemas propostos, muitos discentes conseguiram estender a compreensão das atividades anteriores, com problemas aditivos com uma operação, para esta atividade, visto que os alunos que construíram a sentença realizaram a escolha adequada das operações para resolver os problemas. Entre os discentes que elaboraram as sentenças, estão os que escreveram duas sentenças, uma para cada etapa e os que

elaboraram apenas uma sentença. A seguir, mostramos na Figura 18 as sentenças elaboradas pelos discentes A₁₉ e A₂₄ para as questões 1 e 2, 8 e 9 que exemplificam essa conduta.

Figura 18- Sentenças elaboradas pelos discentes A₁₉ e A₂₄ para as Questões 1 e 2, 8 e 9



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

6.9 NONA SESSÃO DE ENSINO

A nona sessão de ensino ocorreu no dia 14 de setembro de 2022 (quinta-feira) e foi a última sessão da etapa aditiva, e nela houve a aplicação do pós-teste que teve duração de 60 minutos, de 7h50min às 8h50min, e participação de 31 alunos. Este teste continha as mesmas questões do pré-teste aditivo, sendo 6 aritméticas e 9 algébricas. A sua aplicação objetivou avaliar os conhecimentos adquiridos pelos discentes após a aplicação das atividades da etapa aditiva do experimento.

6.10 DÉCIMA SESSÃO DE ENSINO

Esta sessão de ensino ocorreu no dia 15 de setembro de 2022 (quinta-feira), com a aplicação do pré-teste multiplicativo, contendo 9 questões, sendo 2 aritméticas e 7 algébricas. O objetivo do teste foi avaliar os conhecimentos dos discentes sobre resolução de problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas. Esta sessão durou 1h, de 10h às 11h, e teve a participação dos 31 alunos. Inicialmente, entregamos os testes aos alunos e solicitamos que resolvessem as questões sem o auxílio da calculadora ou de qualquer equipamento eletrônico. Durante a resolução das questões, houve questionamento sobre qual tipo de operação seria usada no processo de resolução das mesmas. Alguns discentes indagaram sobre a possibilidade do uso das operações de adição e subtração. Com o intuito de orientarmos os discentes sobre os questionamentos realizados, explicamos que resolvessem as questões com os seus conhecimentos.

6.11 DÉCIMA PRIMEIRA SESSÃO DE ENSINO

A décima primeira sessão de ensino ocorreu no dia 21 de setembro de 2022 (quarta-feira), com a aplicação das atividades 8 e 9 de aprendizagem; tendo duração de 1h50min, de 7h30min às 9h25min, e participação de 28 alunos. Os alunos ausentes foram A₁₂, A₂₃ e A₂₇.

Essa sessão de ensino ocorreu em dois momentos, um designado para aplicação da atividade 8 e outro para aplicação da atividade 9. Primeiramente entregamos a cada aluno a atividade 8 e solicitamos que fizessem uma leitura individual. Após a leitura, pedimos que se organizassem em grupos, e nesse momento foram formados 7 grupos com quatro alunos.

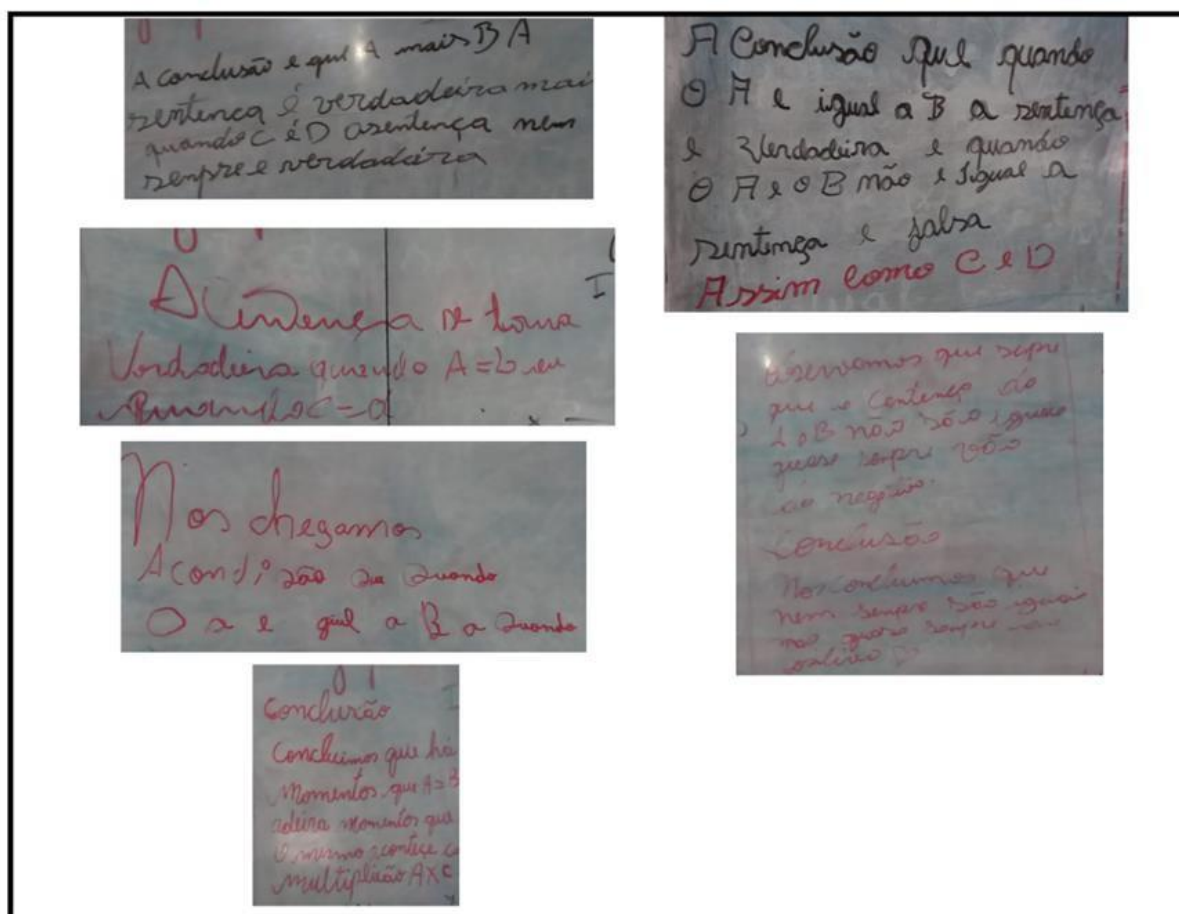
A atividade 8 teve duração de 40 minutos, de 7h30min às 8h10min, e tinha como objetivo fazer com que os discentes descobrissem por meio da multiplicação quando uma igualdade permanece verdadeira. Para isto, a atividade continha um quadro com 13 situações com valores diferentes para **a**, **b**, **c**, **d** nos quais os alunos tinham que verificar se as igualdades $a = b$ e $a \times c = b \times d$ eram verdadeiras ou falsas.

Os estudantes não apresentaram dificuldades no preenchimento do quadro e nem na observação da regularidade. Muitos discentes fizeram analogia dessa atividade com as atividades 1 e 2 da etapa aditiva do experimento e isso ficou evidenciado mediante a fala do discente A₁₆: “Essa atividade é parecida com a que já fizemos, o que muda é que a operação é de vezes”.

Podemos observar que as experiências adquiridas na etapa anterior foram importantes para o desenvolvimento desta atividade, visto que os alunos perceberam a familiaridade com as atividades 1 e 2 da etapa aditiva, e isto fez com que os discentes não tivessem tanta dificuldade para executar a atividade 8.

A Figura 19 mostra as conclusões socializadas por seis grupos, pois apesar de termos formado sete grupos durante a realização da atividade, um deles não quis socializar suas conclusões.

Figura 19- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 8

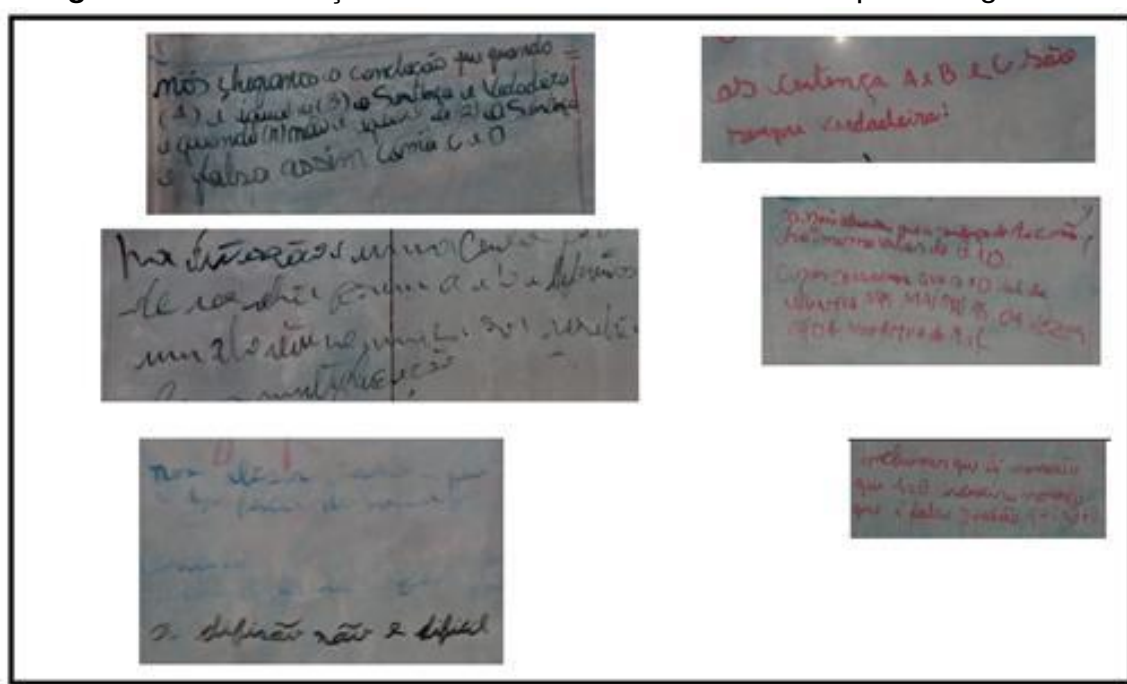


Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A atividade 9 teve duração de 60 minutos, de 8h20min às 9h20min, e seguiu os moldes da atividade anterior. O objetivo desta atividade foi levar os discentes a descobrirem quando, por meio da divisão, uma igualdade permanece verdadeira. Os discentes tiveram algumas dificuldades no desenvolvimento dessa atividade, pois muitos não sabiam utilizar o algoritmo da divisão. Mesmo diante dessa dificuldade, alguns discentes conseguiram chegar à conclusão de que quando uma igualdade é verdadeira, dividindo-se os dois membros da igualdade por um mesmo número a igualdade permanecerá verdadeira.

A seguir, a Figura 20 mostra 6 conclusões socializadas nesta atividade.

Figura 20- Socialização das conclusões da atividade de aprendizagem 9



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A Figura 20 evidencia que os discentes se aproximaram da conclusão desejada, que quando se divide os dois lados da igualdade pelo mesmo número ela permanece verdadeira, mostrando que a atividade os conduziu a encontrar a regularidade.

6.12 DÉCIMA SEGUNDA SESSÃO DE ENSINO

A décima segunda sessão de ensino ocorreu no dia 22 de setembro de 2022 (quinta-feira), com a aplicação das atividades 10 e 11 de aprendizagem, tendo duração de 1h35min, dividida em dois períodos: o primeiro de 10h05min às 10h40min e o segundo 10h50min às 11h50min, contando com a participação de 24 alunos. Os ausentes foram A₅, A₁₂, A₁₃, A₁₄, A₁₆, A₂₄, A₂₇.

A atividade de aprendizagem 10 teve duração de 40 minutos e teve como objetivo determinar o valor desconhecido de uma sentença matemática multiplicativa, com variação da incógnita nas três possíveis posições ($a \times b = c$ e $a \div b = c$), por meio do princípio da igualdade, contando com 24 itens. Os discentes não apresentaram muitas dificuldades para a sua resolução, pois fizeram analogia dessa atividade com a atividade 3 da etapa aditiva do experimento, e isso ficou evidenciado nas falas dos discentes A₁₉ e A₃: “Esta atividade é parecida com a que fizemos na

parte da adição e subtração”. Portanto, o que foi vivenciado na etapa anterior contribuiu para a realização dessa atividade.

Para o desenvolvimento da atividade de aprendizagem 11, a classe foi dividida em 6 grupos com 4 alunos, tendo duração de 60 minutos e contou com 6 questões aritméticas, com situações-problema envolvendo **Isomorfismo de Medidas relacionadas à ação de compra e venda**. Todas as questões eram aritméticas e possuíam itens interrogativos para conduzir o seu processo de resolução, e teve como objetivo conduzir os discentes a perceberem a relação fundamental de compra e venda: **Quantidade de mercadoria $\times$ Preço por unidade = Preço total a pagar**.

Ao final das questões propostas, foi solicitado aos discentes que preenchessem um quadro, cujo preenchimento tinha como objetivo conduzir os discentes a encontrarem a relação fundamental de compra e venda. Além disso, a atividade possuía espaço para que fossem colocadas as observações e a conclusão a respeito da atividade.

Os discentes não apresentaram dificuldades para o preenchimento desse quadro, e por meio do seu preenchimento conseguiram chegar à relação fundamental de compra e venda, que era o objetivo desta atividade. A seguir, a Figura 21 mostra o preenchimento das observações e conclusão realizada pelo estudante e o preenchimento do quadro e das observações realizado pelo discente A7 e A18.

Figura 21- Preenchimento do quadro, observações e conclusão da atividade

Questão	Quantidade de mercadoria	Preço unitário	Preço total a pagar
1	3	72	$72 \times 3 = 216$
2	8	3	$8 \times 3 = 24$
3	7	15	$15 \times 7 = 105$
4	16	8	$16 \times 8 = 128$
5	8	72	$72 \times 8 = 576$
6	11	28	$28 \times 11 = 308$

Observações: Multiplicação

Conclusões: Não digitei o preço que todo dia que me dá
dominamos qualquer coisa e uma multiplicação
com o quanto de mercadoria com o
Preço unitário para chegar ao total

Estudante A18

Questão	Quantidade de mercadoria	Preço unitário	Preço total a pagar
1	3 Colares	R\$ 74,00	R\$ 222,00
2	2.100	R\$ 2,00	24
3	7 de Açaí	12 R\$	84
4	16 garrafas	8 R\$	128
5	8 R\$	72 R\$	576
6	11 de Açaí	R\$ 28,00	308

Observações: Não resolvemos as questões com
multiplicação, logo não foi com um que não
relacionar as questões e não quis

Conclusões:

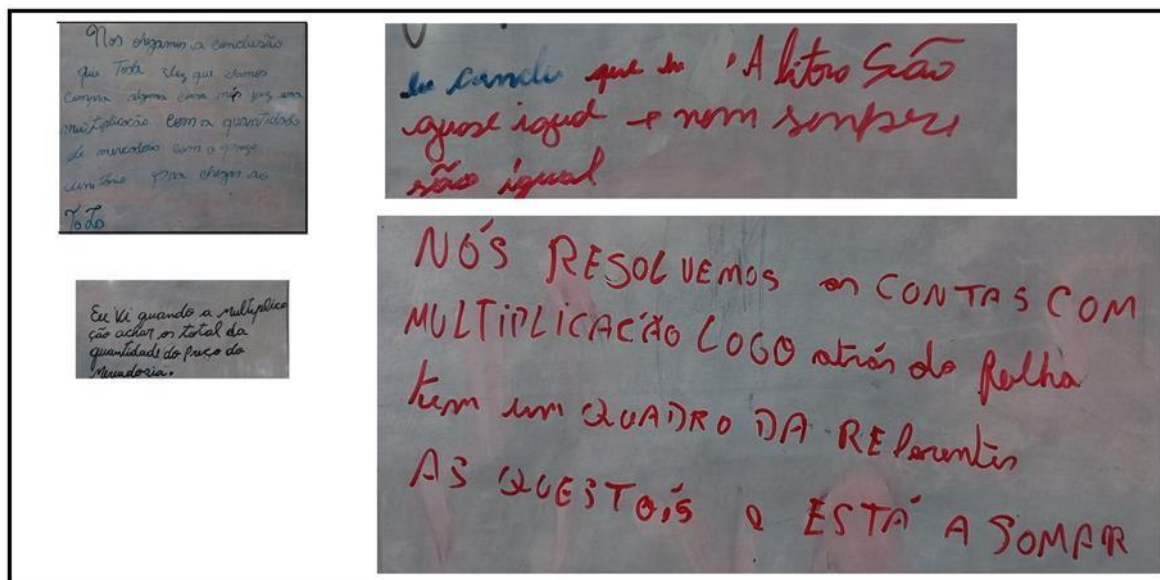
Estudante A7

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Durante o momento da socialização, também ficou evidenciado que os discentes não tiveram dificuldades em encontrar a relação fundamental de compra e

venda por meio da realização dessa atividade. A Figura 22 mostra as conclusões socializadas pelos grupos.

Figura 22- Socialização das conclusões da atividade 11



Fonte: Pesquisa de campo (2022)

“Nós chegamos à conclusão que toda vez que nós vai comprar alguma coisa, nós faz uma multiplicação da quantidade de mercadoria com o preço para chegar no total”. Esta fala mostra que esse grupo chegou à regularidade desejada, e as demais conclusões exibidas na Figura 22 mostram que mesmo de forma não tão concisa os demais grupos também chegaram à conclusão desejada.

6.13 DÉCIMA TERCEIRA SESSÃO DE ENSINO

A décima terceira sessão de ensino ocorreu no dia 05 de outubro de 2022 (quarta-feira), com a aplicação da atividade de aprendizagem 12, tendo duração de 60 minutos, de 8h10min às 9h10min, e participação de 28 alunos. Os alunos ausentes foram A17, A23, A28, A24, A26.

Para o desenvolvimento dessa sessão, inicialmente entregamos a cada aluno a atividade e solicitamos que fizessem uma leitura de cada uma das questões propostas. Nesse momento, explicamos que as questões estavam relacionadas às ações de compra e venda.

As questões não possuíam itens interrogativos para conduzir o processo de resolução, como as da atividade 12, e todas eram algébricas com variação da posição da incógnita ($a \times ? = c$ e $? \times b = c$). Esta teve como objetivo praticar a resolução de

problemas com Isomorfismos de Medidas, contendo questões com a relação fundamental de compra e venda. Os discentes tiveram uma certa dificuldade na resolução, no entanto, minimizamos-as quando os incentivamos a formular a sentença, de forma que muitos encontraram a solução utilizando a propriedade multiplicativa da igualdade.

6.14 DÉCIMA QUARTA SESSÃO DE ENSINO

Essa sessão de ensino ocorreu no dia 06 de outubro de 2022 (quinta-feira), com a aplicação das atividades 13 e 14 de aprendizagem, tendo duração de 2h15min, dividida em dois períodos: o primeiro de 9h50min às 10h40min e o segundo de 10h55min às 12h00min, contando com a participação de 25 alunos. Os discentes ausentes foram A₉, A₁₂, A₁₃, A₁₆, A₂₀, A₂₄, A₂₆.

A atividade de aprendizagem 13 teve duração de 50 minutos, contou com 14 questões de fixação, 11 algébricas e três aritméticas, sobre problemas multiplicativos com situações de compra e venda. Esta teve como objetivo praticar a resolução de problemas multiplicativos de Isomorfismo de Medidas com a relação fundamental de compra e venda. Percebemos durante a realização desta atividade que os alunos formulavam a sentença referente ao problema e realizavam a escolha da operação de forma adequada, no entanto, na solução dos problemas algébricos, apresentaram dificuldade na utilização do algoritmo da divisão.

Para o desenvolvimento da atividade de aprendizagem 14, a classe foi dividida em 8 grupos, cinco com três alunos, dois com quatro alunos e um grupo com dois alunos. Teve duração de 60 minutos e contou com 7 questões aritméticas com situações-problema, envolvendo Isomorfismo de Medidas que se relacionavam à quantidade de coleções com a quantidade de elementos da coleção, e o total de elementos dessa coleção. Cada uma das questões possuía itens interrogativos para conduzir o processo de resolução das questões e ao final das questões propostas havia um quadro que deveria ser preenchido.

As questões propostas nessa atividade e o preenchimento do quadro tiveram como objetivo conduzir os discentes a descobrirem uma lei geral que relacionasse a quantidade de coleções com a quantidade de elementos da coleção e a quantidade total de elementos, de forma que os discentes cheguem à relação: Quantidade de coleções $\times$ Quantidade de elementos da coleção = Quantidade total de elementos.

Durante o desenvolvimento da atividade, circulamos entre os grupos e estimulamos os discentes a elaborarem as sentenças referentes aos problemas. Além disso, enfatizamos bastante a necessidade do preenchimento do quadro localizado no final da atividade, e que após o seu preenchimento, utilizassem-no para realizar as análises de como resolveram as situações-problemas propostas.

Os itens interrogativos, o preenchimento do quadro e as observações conduziram os discentes a chegarem à regularidade desejada para esta atividade. A Figura 23 mostra o preenchimento desse quadro pelos discentes A₁₅ e A₈.

Figura 23- Preenchimento do quadro, das observações e conclusões da atividade 14 dos alunos A₁₅ e A₈

QUESTÃO	QUANTIDADE DE COLEÇÕES	QUANTIDADE DE ELEMENTOS DA COLEÇÃO	QUANTIDADE TOTAL DE ELEMENTOS
1	2	30	60
2	3	32	96
3	4	24	96
4	5	20	100
5	6	18	108
6	7	16	112
7	8	15	120

OBSERVAÇÕES: *nos damos a multiplicação para fazer os valores*

CONCLUSÃO: *nos observamos para fazer os valores e nos damos a multiplicação para fazer os valores*

ESTUDANTE A8

QUESTÃO	QUANTIDADE DE COLEÇÕES	QUANTIDADE DE ELEMENTOS DA COLEÇÃO	QUANTIDADE TOTAL DE ELEMENTOS
1	2	30	60
2	3	32	96
3	4	24	96
4	5	20	100
5	6	18	108
6	7	16	112
7	8	15	120

OBSERVAÇÕES: *nos observamos que para fazer os valores, precisamos multiplicar a quantidade de coleções e a quantidade de elementos da coleção para dar o valor*

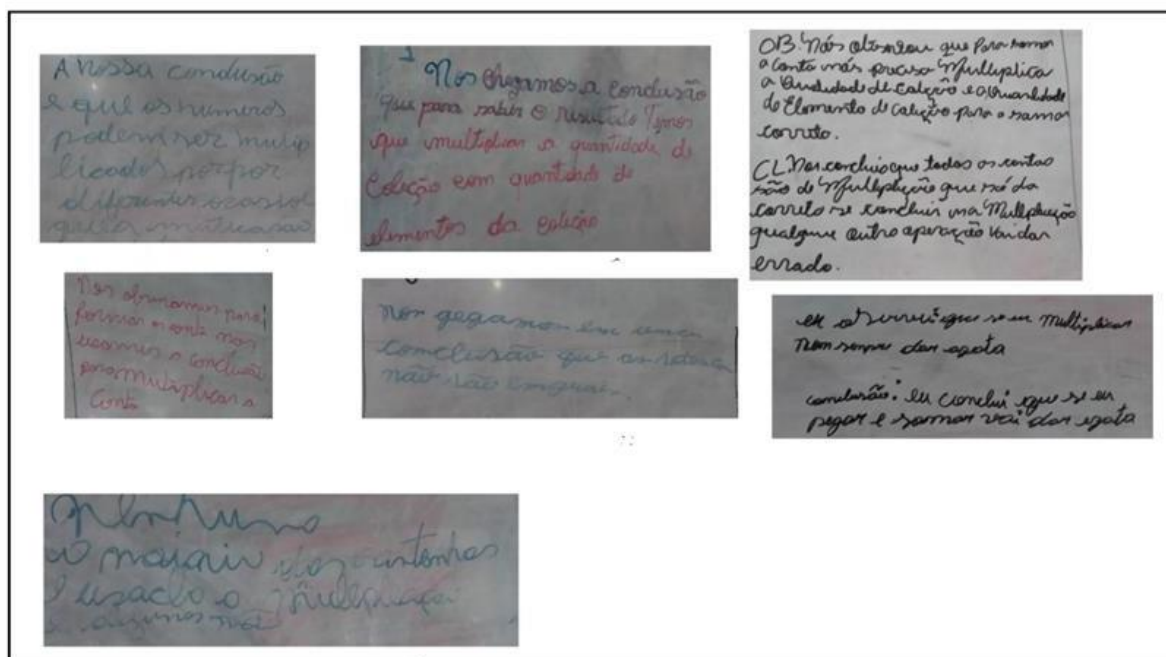
CONCLUSÃO: *nos concluímos que todos os valores são da multiplicação que se dá o valor correto e se não multiplicarmos, o valor não será correto*

ESTUDANTE A15

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Durante a realização dessa atividade, os discentes não tiveram dificuldade em encontrar a regularidade entre a quantidade de coleções e a quantidade de elementos da coleção, e concluíram que para determinar a quantidade total de elementos de uma coleção é necessário multiplicar quantidade de coleções pela quantidade de elementos da coleção.

A Figura 24 mostra algumas das socializações das conclusões realizadas pelos grupos.

Figura 24- Socialização das conclusões da atividade 14

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

As socializações das conclusões expostas na Figura 24 evidenciam que houve um grupo que conseguiu expressar de forma clara que para encontrar a quantidade total de elementos de uma coleção, é necessário multiplicar quantidade de coleções pela quantidade de elementos. Isso ficou evidente na seguinte conclusão: “nós chegamos à conclusão que para saber o resultado, temos que multiplicar a quantidade de coleção com a quantidade de elementos da coleção”. Além disso, os demais grupos perceberam que para determinar a quantidade total de elementos era necessário multiplicar as outras duas quantidades.

6.15 DÉCIMA QUINTA SESSÃO DE ENSINO

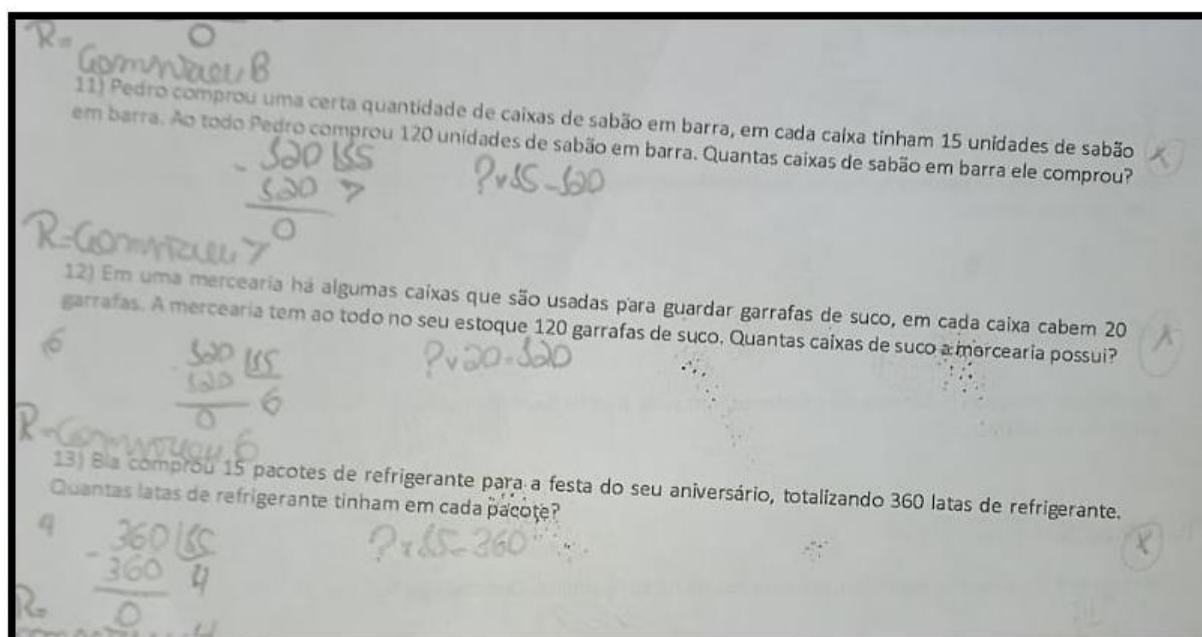
Essa sessão de ensino ocorreu no dia 13 de outubro de 2022 (quinta-feira), com a aplicação da atividade de aprendizagem 15, tendo duração de 2h, contando com a participação de 27 alunos. Os discentes ausentes foram A4, A21, A29, A28.

A atividade contou com 15 questões, 10 algébricas e 5 aritméticas, sobre problemas multiplicativos com situações de Isomorfismo de Medidas, que envolviam a quantidade de coleções, a quantidade de elementos da coleção e o total de elementos, e foi realizada de forma individual.

O objetivo dessa atividade foi o de praticar a resolução de problemas multiplicativos, praticar resolução de situações-problemas em relações que relacionam a quantidade de coleções e a quantidade total de elementos de cada coleção.

Percebemos durante a realização desta atividade que os alunos formulavam a sentença referente ao problema, no entanto, na solução dos problemas algébricos, apresentaram dificuldade na utilização do algoritmo da divisão. A Figura 25 evidencia essa dificuldade na realização das questões 11, 12 e 13 pelo discente A₃.

Figura 25- Erros do algoritmo da divisão nas questões 11 a 13 da Atividade 15



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Assim, ao final dessa sessão, fizemos uma revisão do algoritmo da divisão com o objetivo de minimizar essa situação.

6.16 DÉCIMA SEXTA SESSÃO DE ENSINO

Essa sessão de ensino ocorreu no dia 19 de outubro de 2022 (quarta-feira), com a aplicação das atividades 16 e 17 de aprendizagem, tendo duração de 1h47min, dividida em dois períodos: o primeiro de 7h28min às 8h20min e o segundo 8h25min às 9h20min, contando com a participação de 25 alunos. Os discentes ausentes foram A₉, A₁₂, A₁₈, A₁₆, A₂₃, A₂₈.

A atividade de aprendizagem 16 teve duração de 52 minutos, contou com 9 questões algébricas sobre problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas e

foi desenvolvida individualmente. Teve como objetivo praticar a resolução de problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas que associam a quantidade de viagens com a quantidade de vagas do veículo.

Durante a resolução da atividade, percebemos que muitos discentes, apesar da atividade não possuir os itens interrogativos para conduzir o processo de resolução das questões, conseguiram observar que os problemas eram todos algébricos, e utilizaram a propriedade da igualdade para determinar a solução das questões.

A atividade de aprendizagem 17 teve duração de 50 minutos, contou com 14 questões, 11 algébricas e 3 aritméticas, sobre problemas multiplicativos envolvendo Isomorfismo de Medidas. Teve como objetivo exercitar (fixar) a resolução de problemas com Isomorfismo de Medidas.

Para o desenvolvimento dessa atividade, solicitamos aos discentes que a resolvessem individualmente. À medida que os alunos apresentavam dúvidas sobre o algoritmo da divisão ou da multiplicação, auxiliávamos de forma individual. Ficamos durante todo o desenvolvimento estimulando os discentes a elaborar a sentença referente a cada uma das questões, e constatamos que muitos conseguiram modelar a sentença referente às questões e utilizaram propriedade da igualdade para a resolução dos problemas algébricos.

6.17 DÉCIMA SÉTIMA SESSÃO DE ENSINO

A décima sétima sessão de ensino ocorreu no dia 20 de outubro de 2022 (quinta-feira), na qual aconteceu a aplicação do pós-teste multiplicativo. Esta foi a última sessão da etapa multiplicativa e do experimento. Este contou com as mesmas questões do pré-teste multiplicativo e teve duração de 1h05min, de 10h40min às 11h45min, com a participação de todos os 31 alunos.

O objetivo deste pós-teste multiplicativo foi avaliar os conhecimentos adquiridos pelos discentes após a etapa multiplicativa do experimento. Os dados obtidos foram analisados e validados na seção 7- Análise a posteriori e validação.

A seguir, apresentamos uma análise da frequência e participação dos alunos na experimentação.

6.18 FREQUÊNCIA E PARTICIPAÇÃO DOS DISCENTES NO EXPERIMENTO

O Quadro 40 representa a frequência dos estudantes durante a realização do experimento.

Quadro 40- Frequência dos alunos no experimento

ETAPA ADITIVA										ETAPA MULTIPLICATIVA								
MÊS		AGOSTO							SETEMBRO				OUTUBRO					
Nº	ALUNO	04	10	11	18	24	25	31	08	14	15	21	22	05	06	13	19	20
1	A ₁	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
2	A ₂	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
3	A ₃	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
4	A ₄	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P
5	A ₅	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P
6	A ₆	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
7	A ₇	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
8	A ₈	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P
9	A ₉	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	F	P	F	P
10	A ₁₀	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
11	A ₁₁	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P
12	A ₁₂	P	P	F	F	F	F	P	F	P	P	F	F	P	F	P	P	P
13	A ₁₃	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	F	P	F	P	P	P
14	A ₁₄	P	P	F	P	P	F	F	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P
15	A ₁₅	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
16	A ₁₆	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	F	P	F	P
17	A ₁₇	P	P	F	F	P	P	F	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P
18	A ₁₈	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P
19	A ₁₉	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
20	A ₂₀	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P
21	A ₂₁	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P
22	A ₂₂	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
23	A ₂₃	P	P	P	F	F	F	F	P	P	P	F	P	F	P	P	F	P
24	A ₂₄	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	F	F	F	P	P	P
25	A ₂₅	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
26	A ₂₆	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P
27	A ₂₇	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P
28	A ₂₈	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	F	P	F	F	P
29	A ₂₉	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P
30	A ₃₀	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
31	A ₃₁	P	P	P	F	F	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O quadro 40 mostra que dos 31 discentes que participaram da pesquisa, 7 (A₁, A₂, A₇, A₁₀, A₁₉, A₂₂ e A₂₅) apresentaram 100% de frequência e, entre esses, 4 discentes (A₁, A₂, A₇ e A₁₉) tiveram um bom rendimento nos pós-testes aditivos e multiplicativos, e 3 (A₁₀, A₂₂ e A₂₅) apresentaram rendimento baixo. Em todas as sessões de ensino, ocorreu ausência de alunos, exceto nas sessões que ocorreram os pré-testes aditivo e multiplicativo, e pós-testes aditivos e multiplicativos.

Na sessão três, ocorreram quatro ausências A₃, A₁₂, A₁₄ e A₂₇. Na sessão quatro estiveram ausentes os discentes A₉, A₁₃, A₁₈, A₂₁, A₂₃ e A₂₆. A sessão cinco

contou com a ausência de seis estudantes A₁₂, A₁₃, A₂₁, A₂₃, A₂₆, A₂₈. Na sessão seis, oito discentes faltaram A₉, A₁₂, A₁₄, A₁₈, A₂₃, A₂₆, A₃₀ e A₃₁. Na sessão sete, estiveram ausentes A₉, A₁₄, A₁₅, A₁₇, A₂₃, A₂₄. A sessão oito teve a ausência dos alunos A₈, A₁₁, A₁₂ e A₃₁. Na sessão onze, ausência dos estudantes A₁₂, A₂₃ e A₂₇. Na sessão doze, ausência dos alunos A₅, A₁₂, A₁₃, A₁₄, A₁₆, A₂₄ e A₂₇. Na sessão treze, ausência dos discentes A₁₇, A₂₃, A₂₈, A₂₄ e A₂₆. A sessão quatorze teve a ausência dos alunos A₉, A₁₂, A₁₃, A₁₆, A₂₀, A₂₄ e A₂₆. Na sessão quinze, houve a ausência de A₄, A₂₁, A₂₈ e A₂₉ e na dezesesseis estiveram ausentes os discentes A₉, A₁₉, A₁₆, A₂₃ e A₂₈.

O percentual de faltas dos discentes durante a experimentação variou de 6% a 41%, de modo que os discentes A₄, A₅, A₈, A₁₁, A₁₄, A₁₅, A₁₉, A₂₀, A₂₉ e A₃₀ tiveram 6% de faltas durante a realização da experimentação. Os discentes A₁₇, A₁₈, e A₃₁ tiveram 12% de faltas. Os estudantes A₁₆, A₂₁ e A₂₇ 18% de faltas. Os alunos A₉, A₁₃, A₁₄ e A₂₄ tiveram 24% de faltas. Os discentes A₂₆ e A₂₈ alcançaram um percentual de 29% de faltas. Os estudantes A₁₂ e A₂₃ tiveram 41% de faltas.

O quadro 41 apresenta o percentual de faltas dos discentes nas sessões de ensino e os rendimentos dos discentes nos pós-testes aditivo e multiplicativo.

Quadro 41- Rendimento nos pós-testes e percentual de faltas nas sessões de ensino

% de Faltas	RENDIMENTO NOS PÓS-TESTES ADITIVO E MULTIPLICATIVO			
	Rendimento baixo pós-teste aditivo (0% a 59%)	Rendimento médio a alto pós-teste aditivo (60% a 100%)	Rendimento baixo pós-teste multiplicativo (0 a 59%)	Rendimento médio a alto pós-teste multiplicativo (60 a 100%)
6	A ₅ , A ₁₁ , A ₂₀ , A ₂₉ e A ₃₀	A ₄ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ e A ₁₉	A ₄ , A ₅ , A ₁₁ , A ₂₀ , A ₂₉ e A ₃₀	A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ e A ₁₉
12	A ₁₈ e A ₃₁	A ₁₇	A ₃₁	A ₁₇ e A ₁₈
18	-----	A ₁₆ e A ₂₁	A ₂₁	A ₁₆
24	A ₉ e A ₁₃	A ₁₄ e A ₂₄	A ₉ e A ₁₃	A ₁₄ e A ₂₄
29	A ₂₆	A ₂₈	-----	A ₂₆ e A ₂₈
41	A ₁₂ e A ₂₃	-----	A ₁₂	A ₂₃

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O Quadro 41 mostra que entre os discentes que tiveram 6% de faltas nas sessões de ensino, A₅ teve baixo rendimento nos pós-testes aditivo e multiplicativo, mesmo tendo faltado somente em uma sessão multiplicativa e o mesmo ocorreu com o discente A₂₀. O discente A₁₁ teve rendimento baixo em ambos os pós-testes, porém faltou em apenas uma sessão de ensino aditiva.

Para o percentual de 12% de faltas, ficou evidenciado que o discente A₃₁ apresentou rendimento baixo em ambos os pós-testes e faltou a duas sessões de ensino aditiva. E o discente A₁₇, mesmo tendo faltado, teve rendimentos de médio a alto em ambos os pós-testes.

Para o percentual de 18% de faltas, o quadro 40 mostra que o estudante A₁₆, mesmo apresentando esse percentual, teve rendimento de médio a alto em ambos os pós-testes. E o discente A₂₁ faltou somente nas sessões de ensino multiplicativas e teve rendimento baixo só no pós-teste multiplicativo.

A análise do percentual de 24% de faltas evidenciou que os estudantes A₉ e A₁₃ tiveram baixo rendimento em ambos os pós-testes, e estes tiveram faltas em sessões de ensino multiplicativa e aditiva. E os discentes A₁₄ e A₂₄, mesmo tendo faltado em sessões de ensino aditiva e multiplicativa, tiveram um rendimento de médio a alto em ambos os pós-testes.

Para o percentual de 41% de faltas, os dados reportaram que o aluno A₁₂ teve rendimento baixo para os pós-testes aditivo e multiplicativo, e o discente A₂₃ teve rendimento médio a alto só no pós-teste multiplicativo, mesmo tendo faltado em sessões de ensino aditiva e multiplicativa.

A análise da frequência dos alunos mostrou que ela foi um dos fatores que influenciou o rendimento dos discentes nos pós-testes. Em vista disso, o Quadro 42, mostra a participação dos estudantes nas aulas de matemática, durante a experimentação, a qual foi avaliada mediante a frequência e por meio da identificação dos seguintes comportamentos: predisposição para usar os conhecimentos matemáticos, interesse, comportamento investigativo, perseverança na busca de resultados, criticidade e valorização do trabalho coletivo.

Quadro 42- Participação dos estudantes durante a experimentação

COMPORTAMENTOS	GRADAÇÃO		
	INEXISTENTE	RARO	FREQUENTE
Predisposição para usar os conhecimentos matemáticos	A ₉ , A ₁₀ , A ₂₂ , A ₂₅ , A ₃₀	A ₃ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₂₁ , A ₃₁	A ₁ , A ₂ , A ₄ , A ₅ , A ₇ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₃ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉
Interesse	A ₉ , A ₁₀ , A ₂₂ , A ₂₅ , A ₃₀	A ₃ , A ₅ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₆ , A ₃₁ .	A ₁ , A ₂ , A ₄ , A ₇ , A ₁₅ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉
Investigativo	A ₃ , A ₉ , A ₁₀ , A ₂₂ , A ₂₅ , A ₃₀	A ₅ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₂₀ , A ₂₆ , A ₃₁	A ₁ , A ₄ , A ₇ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₉ , A ₂₇ , A ₂₈
Perseverança na busca de resultados	A ₉ , A ₁₀ , A ₂₀ , A ₂₂ , A ₂₅ , A ₂₉ , A ₃₀	A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₂₁ , A ₂₇ , A ₃₁	A ₁ , A ₂ , A ₇ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₆ , A ₂₈ , A ₂₉
Crítico	A ₉ , A ₁₀ , A ₂₀ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₅ , A ₃₀	A ₁ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₂₁ , A ₂₆ , A ₃₁	A ₁ , A ₂ , A ₇ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₄ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉
Valorização do trabalho coletivo	A ₉ , A ₁₀ , A ₂₂ , A ₃₁	A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₁₁ , A ₂₁ , A ₂₆	A ₁ , A ₂ , A ₅ , A ₇ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₃ , A ₂₅ , A ₂₄ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Para o primeiro comportamento, predisposição para usar a matemática, 49% apresentou frequência predisposição para usar os conhecimentos matemáticos; 16% dos alunos tem predisposição inexistente, e 35% raramente apresentam este comportamento. Em relação ao segundo comportamento, interesse, 42% dos discentes apresentaram esse comportamento frequentemente; 23% raramente tiveram essa conduta; 16% não apresentaram esse comportamento.

No que concerne ao comportamento investigativo, 42% apresentaram esse comportamento com frequência; 35% dos discentes raramente tiveram essa conduta; e 23% não apresentaram esse hábito.

Em relação à conduta perseverança na busca dos resultados, 42% dos alunos apresentaram este comportamento com frequência; 35% raramente procederam deste modo; e 23% não tiveram esta conduta durante o experimento.

Concernente à conduta crítica, o percentual foi distribuído da seguinte forma:

- 55% dos discentes apresentou esse comportamento;
- 19% raramente apresentou esse comportamento;
- 13% não apresentou esse comportamento.

No último comportamento analisado, isto é, a valorização do trabalho coletivo, 49% dos alunos apresentaram frequentemente; 19% raramente tiveram essa conduta; e 13% não apresentou essa conduta.

A partir da análise dos dados evidenciados no Quadro 42, os comportamentos mais evidenciados pelos estudantes foram os seguintes: 49% teve predisposição para usar os conhecimentos matemáticos; 42% apresentaram interesse; 42% apresentaram comportamento investigativo; 42% apresentaram perseverança e 55% apresentaram um comportamento crítico, o que mostra que houve um percentual significativo de condutas positivas durante a realização das atividades propostas.

6.19 CONSIDERAÇÕES QUANTO À EXPERIMENTAÇÃO

A experimentação foi iniciada no mês de agosto e estendeu-se até meados de outubro. Perdurou por dois meses e meio na escola, tendo sido aplicada um total de 17 atividades em doze sessões de ensino e as outras cinco sessões foram destinadas à aplicação do questionário socioeducativo e testes.

A etapa aditiva foi aplicada em 9 sessões de ensino, de forma que 6 sessões foram utilizadas para a aplicação das sete atividades aditivas, as quais foram replicadas de Santos (2017), e as outras três foram utilizadas para aplicação do questionário socioeducativo e testes aditivos.

A etapa multiplicativa contou com 8 sessões de ensino, nas quais 6 sessões foram utilizadas para a aplicação de 10 atividades multiplicativas, e nas outras duas sessões foram aplicados os testes multiplicativos. As três primeiras atividades dessa etapa foram replicadas de Santos (2017), e as demais atividades versaram sobre situações-problemas com Isomorfismo de Medidas.

As aplicações das atividades da etapa aditiva foram relevantes para o desenvolvimento das atividades multiplicativas, dado que os discentes durante a experimentação notaram similaridades entre as atividades aditivas 1, 2 e 3, com as atividades 8, 9 e 10 da fase multiplicativa, facilitando, deste modo, o seu entendimento, posto que, com a não realização das atividades da etapa aditiva, os discentes não teriam tanta familiaridade e isso ocasionaria mais dúvidas e aumento no tempo de resolução das questões propostas na etapa multiplicativa.

A forma como as atividades foram desenvolvidas mediante o modelo do Ensino por Atividades Experimentais fez com que os discentes interagissem entre si

e adotassem uma nova conduta de aprendizagem, uma vez que se descobriram produtores do conhecimento e passaram a ver o docente como um mediador.

O uso da Tendência Ensino por Atividades Experimentais concomitantemente com a Resolução de Problemas na concepção de ponto de partida proposto por Sá (2021), proporcionou aos discentes um avanço significativo na resolução de situações-problema com Isomorfismo de Medidas, tanto no que se refere à escolha da operação adequada para solucionar as questões, quanto na utilização de procedimento de algoritmos das operações de adição, subtração e multiplicação.

O uso dessas novas tendências para o ensino de matemática atraiu bastante a atenção dos estudantes, pois as aulas se tornaram mais dinâmicas, principalmente quando as atividades eram desenvolvidas em grupo. Por outro lado, os erros cometidos foram originados da utilização dos algoritmos das operações ou erros na leitura dos problemas.

As análises dos pré-testes aditivo e multiplicativo ratificam as dificuldades dos discentes no procedimento algorítmico das operações, e as análises dos pós-testes aditivos e multiplicativo revelam melhorias tanto na seleção da escolha da operação adequada, quanto na utilização dos procedimentos algorítmicos.

Na seção a seguir, apresentamos a análise *a posteriori* e validação do experimento, bem como os resultados e análises dos dados produzidos na pesquisa.

7 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Esta seção tem como objetivo apresentar a análise a posteriori e a validação da experimentação, objetivando analisar os resultados dos instrumentos (testes, questionário socioeducacional, ficha de observação, diário de campo, registros fotográficos) que foram utilizados na coleta dos dados durante a aplicação da sequência didática, realizando o confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori*.

Para realizarmos a pesquisa, foi feito o tratamento estatístico dos elementos que foram obtidos na fase de experimentação por meio da comparação percentual dos dados obtidos nos testes e análises dos tipos de erros.

A análise dos dados foi iniciada mediante a observação dos percentuais de acertos (quando o estudante apresentou uma solução e estava correto), erros (quando o estudante apresentou uma solução e o resultado estava incorreto) e em branco (quando o estudante não apresentou solução), em cada questão dos testes aditivos e multiplicativos. Apresentamos também a classificação dos problemas (em aritméticos ou algébricos) e a análise (se a elaboração da sentença de modelação resultou em acertos ou erros na escolha da operação). Além disso, foi analisada a conduta dos discentes nos testes aditivos e multiplicativos referentes à sentença de modelação e à escolha da operação, assim como os equívocos cometidos na elaboração da sentença de modelação.

O cômputo dos testes e do questionário foi sistematizado em quadros, tabelas e gráficos. Ademais, o Teste de Exato de Fisher foi utilizado com o objetivo de averiguar se existe ou não uma associação entre o desempenho dos estudantes e suas situações socioeducativas, como: afinidade com a matemática, hábitos de estudos, exercício do trabalho remunerado, escolaridade do responsável feminino e masculino, distração nas aulas, dificuldade em aprender matemática, distração nas aulas de matemática, auxílio nas tarefas de casa e notas em matemática.

O Teste T para amostras pareadas foi utilizado para verificar se a metodologia adotada proporcionou melhoras no desempenho dos discentes do segundo para o primeiro teste, tanto na etapa aditiva quanto na multiplicativa.

A seguir, apresentamos as análises da parte aditiva do experimento e, na sequência, as análises da parte multiplicativa.

7.1 RESULTADOS E ANÁLISES DA PARTE ADITIVA DO EXPERIMENTO

Iniciamos a análise dos dados a partir da etapa aditiva do experimento, realizando o confronto entre as análises a priori e a análise a posteriori dos testes aditivos que estão apresentadas no Quadro 43.

Quadro 43- Confronto da análise a priori e análise a posteriori da etapa aditiva

ATIVIDADES	ANÁLISE A PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
1	Os alunos terão dificuldades no desenvolvimento desta atividade, devido ser o primeiro contato com atividades de redescoberta para a maioria deles ou senão para todos. Além disso, eles poderão apresentar dificuldades em identificar as regularidades ou irregularidades presentes na tabela acima e chegar à formalização da seguinte conclusão: quando uma igualdade é verdadeira, adicionando-se um mesmo número aos dois membros da mesma, e ela permanecerá verdadeira.	Esta atividade era composta de 13 situações com valores para a , b , c , d . De tal forma que os estudantes precisavam averiguar se as igualdades a = b e a + c = b + d eram verdadeiras ou falsas. Eles apresentaram muita dificuldade, o que já era esperado, em decorrência de ser a primeira atividade deste formato, com a exigência de procurar regularidades, observar, registrar e discutir com a equipe. É importante ressaltar que estes alunos ainda não tinham tido contato com questões em que as letras têm um valor numérico. Após este esclarecimento, os grupos preencheram os quadros com facilidade. O problema ocorreu na hora de enunciar as conclusões, isto causou um desequilíbrio na turma, e pedimos que eles escrevessem o que eles tinham observado.	Positiva
2	Os alunos não apresentarão dificuldades nesta atividade, pois acreditamos que as experiências adquiridas na atividade anterior servirão de suporte para a compreensão desta, logo chegarão à seguinte conclusão: quando uma igualdade é verdadeira, subtraindo-se um mesmo número aos dois membros da mesma, ela permanecerá verdadeira.	Nesta segunda atividade, esperávamos que os discentes utilizassem a primeira atividade como modelo e não apresentassem dificuldades para redigir as conclusões, entretanto, ainda que as conclusões se aproximassem do esperado, ainda tivemos que mostrar que as letras assumiam valores numéricos.	Positiva

3	Esta é uma atividade de fixação de sentenças aditivas e esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta.	Conforme esperado, os alunos utilizaram as experiências adquiridas nas atividades 1 e 2 e, no momento de socialização, os grupos foram ao quadro e expuseram suas conclusões. Entre as conclusões expostas, uma nos chamou a atenção, pois evidenciou a percepção dos discentes sobre o uso das operações inversas para a resolução de problemas algébricos, o que demonstra que perceberam uma relação entre a posição da incógnita e a escolha da operação adequada para solucionar o problema.	Positiva
4	Esta atividade envolve problemas de estruturas aditivas, variando-os em aritméticos e algébricos. A princípio, os alunos podem ficar surpresos com a variedade de situações-problema envolvendo a adição e subtração. Acreditamos que o desmembramento do enunciado do problema em várias perguntas fará o aluno compreender o mesmo e que eles terão mais dificuldades nos problemas algébricos (Q ₄ , Q ₅ , Q ₆ , Q ₇ , Q ₈ , e Q ₉) do que nos aritméticos (Q ₁ , Q ₂ , e Q ₃). Além disso, o fato das situações-problema envolverem valores monetários facilitará a resolução.	Como o esperado, o desmembramento do enunciado em várias perguntas facilitou a compreensão dos alunos aos problemas propostos. Além disso, os alunos apresentaram mais dificuldade nos problemas do tipo algébrico, mas conseguiram perceber que na resolução dos problemas aritméticos usa-se a própria operação para resolvê-los e nos algébricos a operação inversa.	Positiva
5	Esta atividade envolve problemas aditivos em situações sem valores monetários, portanto há a possibilidade de surgirem dificuldades na utilização dos dados e na execução dos cálculos. Contudo, esperamos que, além dos discentes lembrarem dos procedimentos utilizados na atividade anterior, sintam-se familiarizados com os modelos de problemas apresentados e isso possa minimizar as dificuldades que poderão surgir da ausência de valores monetários.	Nesta atividade, esperávamos que os estudantes apresentassem uma certa dificuldade em sua realização, devido aos problemas não envolverem situações monetárias, e isso se confirmou. Entretanto, o desmembramento das perguntas e a elaboração da sentença de modelação do problema minimizaram as dificuldades.	Positiva

6	A atividade proposta difere das anteriores de problemas aditivos, devido à ausência dos itens interrogativos em cada questão. Isso pode causar certa dificuldade para os discentes solucionarem os problemas, visto que os itens interrogativos conduziam o processo de resolução das questões. Entretanto, esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os discentes consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.	Como esperado, os alunos tiveram inicialmente um pouco mais de dificuldades para a realização dessa atividade devido à ausência dos itens interrogativos. Porém, durante sua realização estimulamos os estudantes a realizarem a sentença de modelação, e isto contribuiu para que muitos a elaborassem e, a partir dela, acertassem a escolha da operação.	Positiva
7	A proposta desta atividade envolve questões aritméticas combinadas, isto é, no seu processo de resolução haverá a necessidade de serem ou mais operações ou a repetição de uma mesma operação. Portanto, acreditamos que os discentes terão dificuldades no seu desenvolvimento, porém esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os discentes consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.	Nesta última atividade, esperávamos que os alunos tivessem um certa dificuldade, pois as questões apresentavam mais de uma operação, e nossas expectativas se confirmaram, visto que muitos apresentaram dificuldade, porém intervimos explicando que cada questão deveria ser resolvida em etapas e que cada etapa correspondia a uma operação e os estimulamos a elaborar a sentença de modelação para cada etapa.	Positiva

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

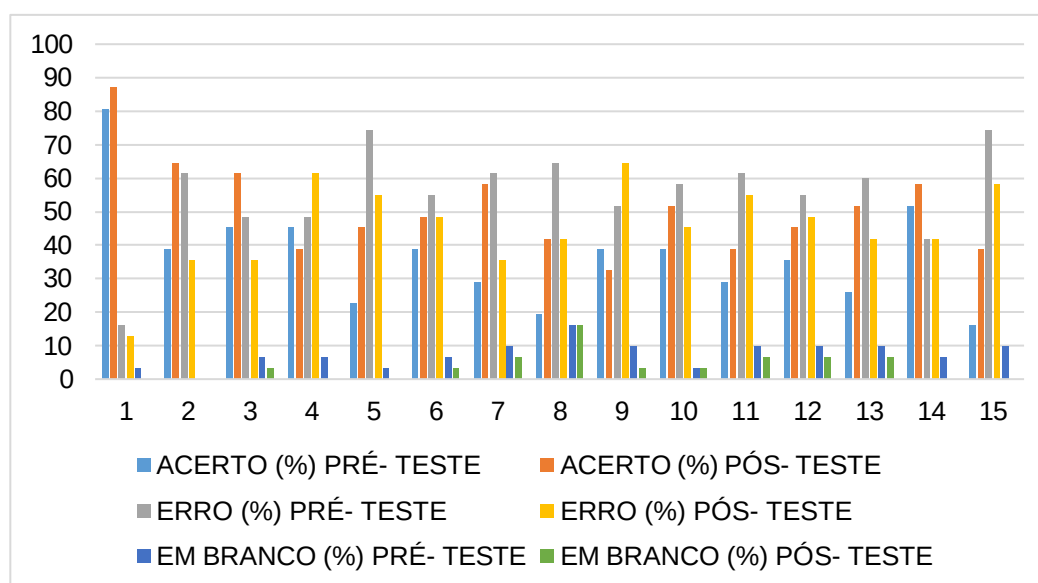
Os dados do Quadro 43 mostram que a maioria dos comportamentos esperados e descritos na análise a priori foi confirmado na análise a posteriori, que se converteram em validações positivas. As conclusões e observações se aproximaram do que foi colocado como hipótese para a turma.

A seguir, apresentamos no Quadro 44 a análise dos dados, observando os percentuais de acertos (quando o discente apresentou uma solução e o resultado estava correto), erros (quando o estudante apresentou uma solução e o resultado estava incorreto) e em branco (quando o estudante não apresentou nenhuma solução) no pré-teste e pós-teste aditivo. Além disso, apresentamos a classificação de cada situação problema em aritmético ou algébrico e a sentença natural correspondente a cada uma delas.

Quadro 44- Desempenho por questão nos testes aditivos

	TIPO	SENTENÇA	ACERTO (%)		ERRO (%)		EM BRANCO (%)	
			PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q ₁	Aritmética	65+55=?	80,65	87,10	16,12	12,90	3,23	0,00
Q ₂	Aritmética	1934+68=?	38,70	64,51	61,30	35,49	0,00	0,00
Q ₃	Aritmética	43+17=?	45,16	61,29	48,38	35,48	6,46	3,23
Q ₄	Aritmética	40-18=?	45,16	38,71	48,38	61,29	6,46	0,00
Q ₅	Aritmética	85-26=?	22,58	45,16	74,19	54,84	3,23	0,00
Q ₆	Algébrica	54+?=72	38,71	48,39	54,83	48,38	6,46	3,23
Q ₇	Algébrica	37+?=99	29,03	58,06	61,29	35,47	9,68	6,45
Q ₈	Algébrica	60+?=145	19,35	41,93	64,51	41,93	16,14	16,14
Q ₉	Algébrica	70-?=28	38,71	32,26	51,61	64,51	9,68	3,23
Q ₁₀	Algébrica	97-?=56	38,71	51,61	58,06	45,16	3,23	3,23
Q ₁₁	Algébrica	?+50=184	29,03	38,70	61,29	54,81	9,68	6,45
Q ₁₂	Algébrica	?+12=34	35,48	45,16	54,84	48,39	9,68	6,45
Q ₁₃	Algébrica	?-25=88	25,81	51,61	59,96	41,93	9,68	6,45
Q ₁₄	Algébrica	?-75=39	51,61	58,06	41,93	41,94	6,46	0,00
Q ₁₅	Aritmética combinada	21+63=? e 100-84=? ou 100-21=? e 79-63=?	16,12	38,70	74,19	58,07	9,68	3,23

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Gráfico 15 - Desempenho por questão nos testes aditivos

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

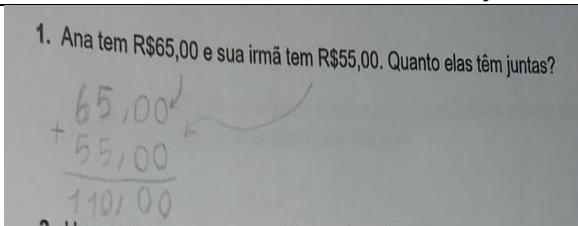
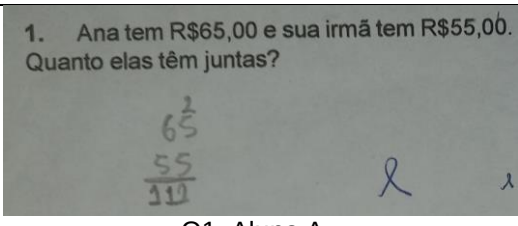
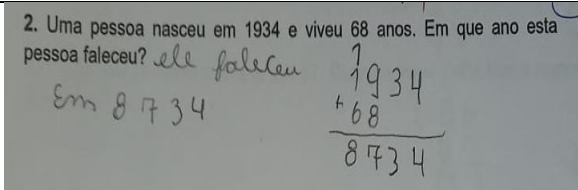
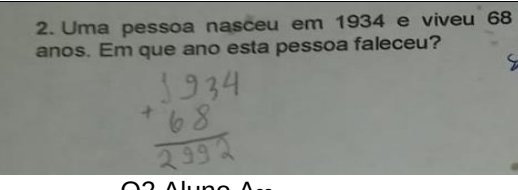
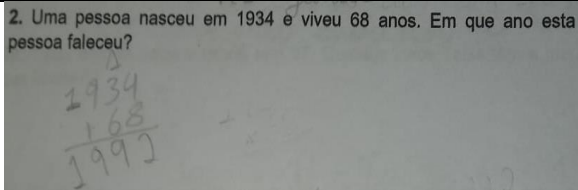
De acordo com os dados apresentados no Quadro 44 e Gráfico 15, a média de acertos no pré-teste foi de 36,99%; de erros 55,69%, e em branco foi 7,32%. No pós-teste, a média de acertos das questões foi de 50,75%; de erros 43,32% e em branco 3,87%.

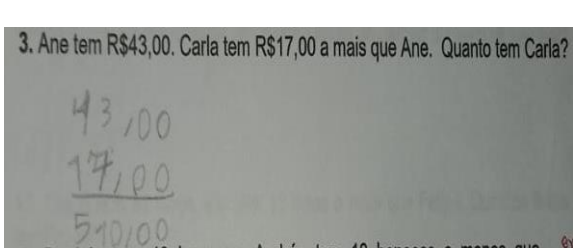
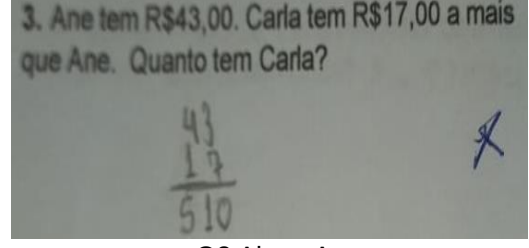
Em relação às questões Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5 aritméticas, no primeiro teste, a média de acertos foi de 46,45%; no segundo teste a média de acertos foi de 59,35%, havendo um aumento percentual médio de 12,90%. No caso das questões algébricas Q6, Q7, Q8, Q9, Q10, Q11, Q12, Q13, Q14 e Q15, a média de acertos no primeiro teste foi de 32,26%; no segundo teste essa média passou para 48,45%, havendo um aumento médio percentual de 16,19%.

As questões Q1, Q2 e Q3 (aritméticas), todas apresentaram um aumento percentual dos acertos do pré-teste para o pós-teste. Os erros predominantes nas questões Q1 e Q3 no pré-teste foi o erro de execução do algoritmo da adição e na Q2 o erro predominante foi na escolha da operação. No pós-teste nas questões Q1, Q2 e Q3 também ocorreram erros na execução do algoritmo, porém houve uma melhora significativa no processo de escolha da operação.

Os Quadros ilustrados a seguir demonstram os tipos de erros encontrados em diferentes questões, a saber: O Quadro 45 mostra os tipos de erros na execução do algoritmo encontrados nas questões Q1, Q2 e Q3, no primeiro e no segundo teste.

Quadro 45- Erros nos testes aditivos das questões Q1, Q2 e Q3

ERROS NO PRÉ-TESTE	ERROS NO PÓS-TESTE
EXECUÇÃO DO ALGORITMO	
 Q1 Aluno A₁₀	 Q1 Aluno A₁₂
 Q2 Aluno A₂₅	 Q2 Aluno A₂₃
 Q2 Aluno A₁₆	-----

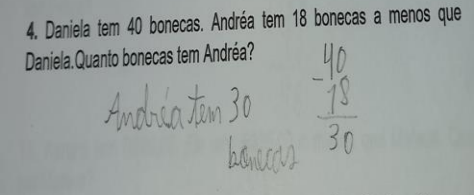
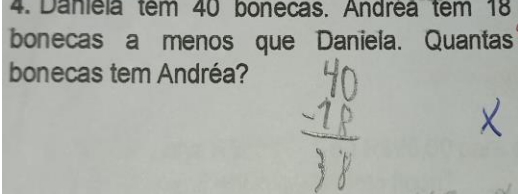
 Q3 Aluno A₁₀	 Q3 Aluno A₁₆
--	---

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A questão Q4 no primeiro teste apresentou 45,16% de acertos; 48,38% de erros e em branco 6,46%. No segundo teste o percentual de acertos foi 38,71%; de erros 61,29%, e não houve questões que foram deixadas em branco. Entre as questões aritméticas, foi a única na qual ocorreu um aumento percentual nos erros do pós-teste. Tanto no pré-teste quanto no pós-teste ocorreram erros na execução do algoritmo.

O Quadro 46 mostra os tipos de erros na execução do algoritmo encontrados na questão Q4 no primeiro e no segundo teste.

Quadro 46- Erros no pré-teste e pós-teste na execução do algoritmo da subtração

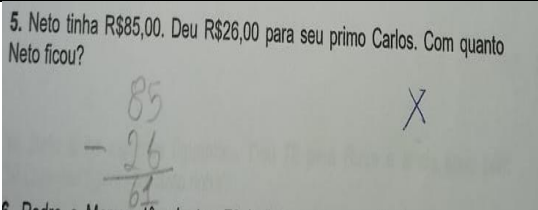
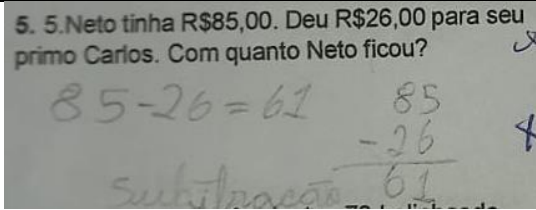
ERROS NO PRÉ-TESTE	ERROS NO PÓS-TESTE
EXECUÇÃO DO ALGORITMO	
 Q4 Aluno A₁₈	 Q4 Aluno A₅

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A questão Q5, entre as questões aritméticas, foi a que apresentou o maior percentual de erros no pré-teste: 74,19%. Porém, no pós-teste houve uma melhora significativa, esse percentual caiu para 54,89%. Em ambos os testes ocorreram erros relacionados à execução do algoritmo da subtração.

O Quadro 47 mostra os tipos de erros na execução do algoritmo encontrados na questão Q5 no primeiro e no segundo teste.

Quadro 47- Erros nos testes aditivos da questão Q5

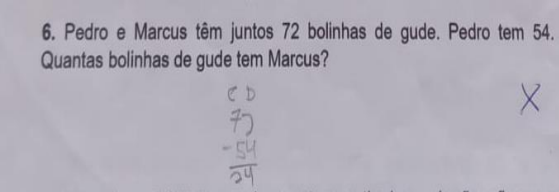
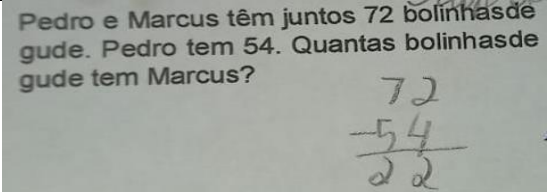
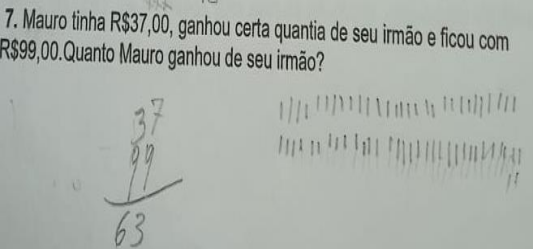
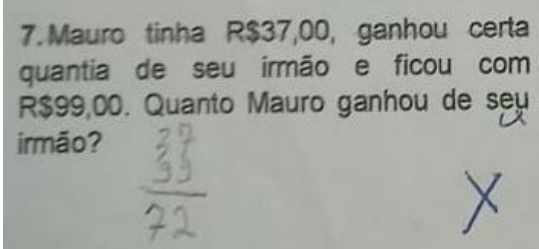
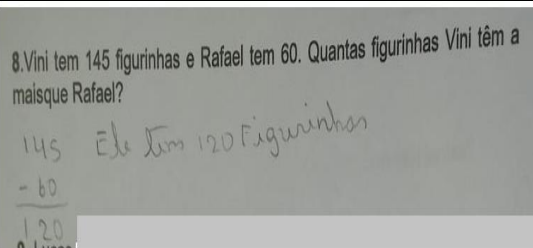
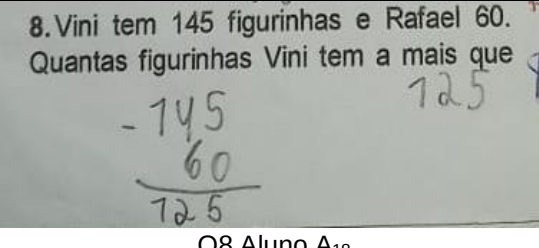
ERROS NO PRÉ-TESTE	ERROS NO PÓS-TESTE
EXECUÇÃO DO ALGORITMO	
 Q5 Aluno A17	 Q5 Aluno A18

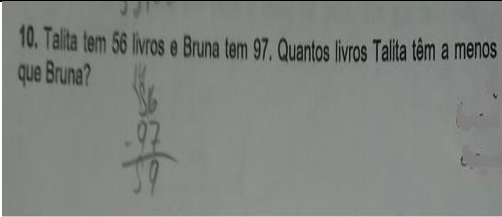
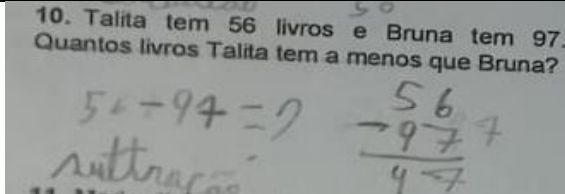
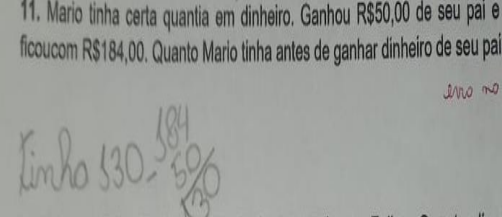
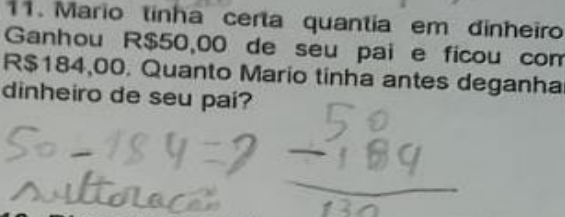
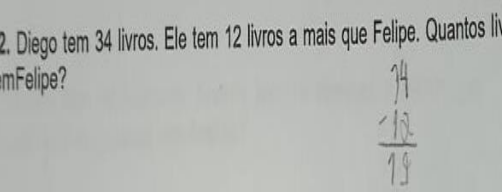
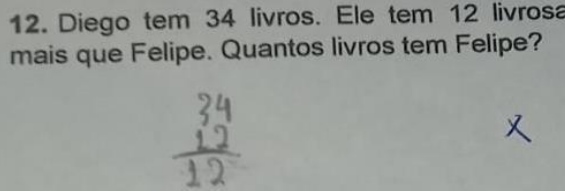
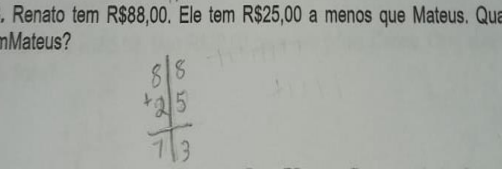
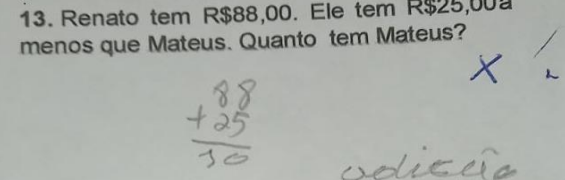
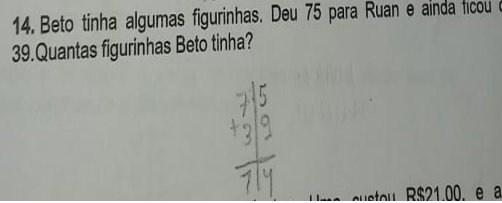
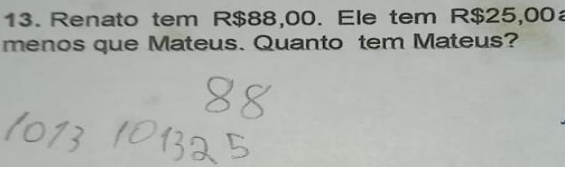
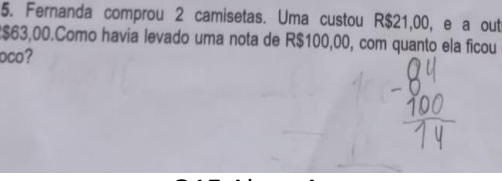
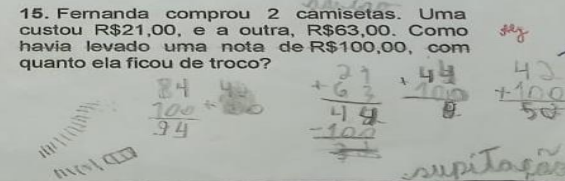
Fonte: Pesquisa de campo (2022).

As questões Q6, Q7, Q8, Q9, Q10, Q11, Q12, Q13, Q14 e Q15 eram algébricas e houve um aumento percentual dos acertos do pré-teste para o pós-teste em todas, exceto na questão Q9, na qual o percentual de acerto caiu no pós-teste. Em todas essas questões ocorreram erros na escolha da operação e na execução dos algoritmos, em ambos os testes.

O Quadro 48 mostra os tipos de erros na execução do algoritmo encontrados nas questões Q6, Q7, Q8, Q10, Q11, Q12, Q12, Q14 e Q15 no 1º e no 2º teste.

Quadro 48- Erros nos testes aditivos Q6, Q7, Q8, Q10, Q11, Q12, Q13, Q14 e Q15

ERROS NO PRÉ-TESTE	ERROS NO PÓS-TESTE
EXECUÇÃO DO ALGORITMO	
 Q6 Aluno A31	 Q6 Aluno A5
 Q7 Aluno A22	 Q7 Aluno A23
 Q8 Aluno A22	 Q8 Aluno A18

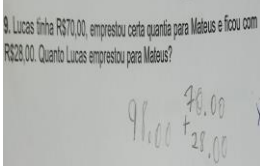
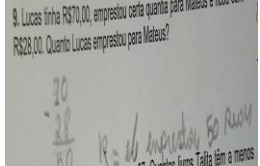
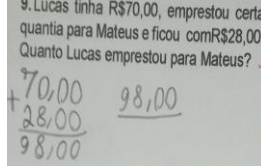
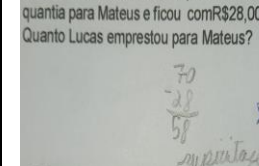
 Q10 Aluno A₁	 Q10 Aluno A₂₆
 Q11 Aluno A₃	 Q11 Aluno A₂₆
 Q12 Aluno A₅	 Q12 Aluno A₁₂
 Q13 Aluno A₂₁	 Q13 Aluno A₉
 Q14 Aluno A₂₀	 Q14 Aluno A₁₃
 Q15 Aluno A₁₈	 Q15 Aluno A₅

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A Q9 (algébrica) foi a única questão que teve o percentual de acerto no pré-teste superior ao pós-teste. Os erros cometidos pelos discentes no pré-teste nessa questão foram: o uso do algoritmo e a escolha da operação. No pós-teste também ocorreram esses erros. No pós-teste, houve um aumento no acerto da escolha da operação, mas muitos discentes cometeram equívocos com a execução do algoritmo.

O Quadro 49 mostra os tipos de erros, na execução do algoritmo, encontrados na questão Q9 no primeiro e no segundo teste.

Quadro 49- Erros no pré-teste e no pós-teste da Q9

ERROS NO PRÉ-TESTE		ERROS NO PÓS-TESTE	
ESCOLHA DA OPERAÇÃO	EXECUÇÃO DO ALGORITMO	ESCOLHA DA OPERAÇÃO	EXECUÇÃO DO ALGORITMO
 Q9 Aluno A26	 Q9 Aluno A16	 Q9 Aluno A10	 Q9 Aluno A5

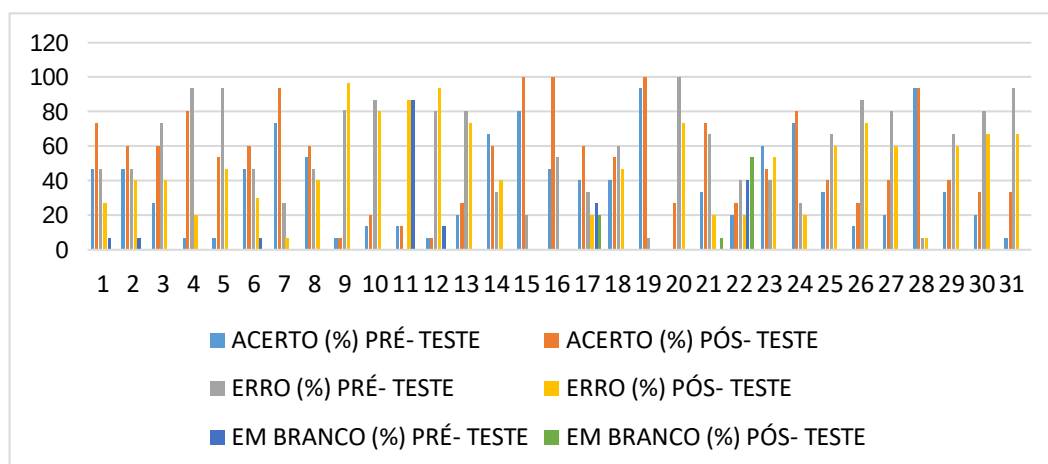
Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Abaixo, os resultados dos testes aditivos de acordo com o desempenho por aluno.

Quadro 50- Desempenho por aluno nos testes aditivos

ALUNO	ACERTO (%)		ERRO (%)		EM BRANCO (%)	
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
A1	46,67	73,33	46,67	26,67	6,66	0,00
A2	46,66	60,00	46,66	40,00	6,68	0,00
A3	26,67	60,0	73,33	40,00	0,00	0,00
A4	6,67	80,00	93,33	20,00	0,00	0,00
A5	6,67	53,33	93,33	46,67	0,00	0,00
A6	46,66	60,00	46,66	30,00	6,68	0,00
A7	73,33	93,30	26,67	6,67	0,00	0,00
A8	53,33	60,00	46,67	40,00	0,00	0,00
A9	6,67	6,67	80,66	96,33	0,00	0,00
A10	13,34	20,00	86,66	80,00	0,00	0,00
A11	13,34	13,34	00,00	86,66	86,66	0,00
A12	6,67	6,67	80,00	93,33	13,33	0,00
A13	20,00	26,67	80,00	73,33	0,00	0,00
A14	66,66	66,66	33,34	33,34	0,00	0,00
A15	80,00	100,00	20,00	0,00	0,00	0,00
A16	46,67	100,00	53,33	0,00	0,00	0,00
A17	40,00	60,00	33,33	20,00	26,67	20,00
A18	40,00	53,33	60,00	46,67	0,00	0,00
A19	93,33	100,00	6,67	0,00	0,00	0,00
A20	0,00	26,67	100,00	73,33	0,00	0,00
A21	33,34	73,33	66,66	20,00	0,00	6,67
A22	20,00	26,67	40,00	20,00	40,00	53,33
A23	60,00	46,67	40,00	53,33	0,00	0,00
A24	73,32	80,00	26,66	20,00	0,00	0,00
A25	33,33	40,00	66,67	60,00	0,00	0,00
A26	13,33	26,67	86,67	73,33	0,00	0,00
A27	20,00	40,00	80,00	60,00	0,00	0,00
A28	93,33	93,33	6,67	6,67	0,00	0,00
A29	33,33	40,00	66,67	60,00	0,00	0,00
A30	20,00	33,33	80,00	66,67	0,00	0,00
A31	6,67	33,33	93,33	66,67	0,00	0,00

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Gráfico 16- Desempenho por aluno nos testes aditivos

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

No pré-teste aditivo, conforme os dados apresentados no Quadro 50 e no Gráfico 16, 41,94% dos discentes (A₄, A₅, A₉, A₁₀, A₁₁, A₁₂, A₁₃, A₂₀, A₂₂, A₂₆, A₂₇, A₃₀, A₃₁) tiveram rendimento compreendido no intervalo de 0% a 20%. 74,19% dos discentes (A₁, A₂, A₃, A₄, A₅, A₆, A₉, A₁₀, A₁₁, A₁₂, A₁₃, A₁₆, A₁₇, A₁₈, A₂₀, A₂₁, A₂₂, A₂₅, A₂₆, A₂₇, A₂₉, A₃₀ e A₃₁) tiveram rendimento inferior a 50%. E 29,03% dos alunos (A₇, A₈, A₁₄, A₁₅, A₁₉, A₂₄, A₂₈) tiveram rendimento superior a 50%. Isso nos fez inferir que os discentes não tinham um bom entendimento sobre o assunto, pois eles tinham recebido orientações sobre ele no início desse ano letivo.

No pós-teste aditivo, houve uma melhora significativa no percentual de acertos dos discentes, com exceção dos alunos A₉, A₁₁ e A₁₂, que mantiveram o mesmo percentual do pré-teste: 6,67%. O percentual de acerto do A₂₃ diminuiu para 46,67%, enquanto que o A₂₈ se manteve no mesmo percentual: 93,33%. Já o A₁₄ manteve o percentual de 66,66%. Os Discentes A₁₅, A₁₆ e A₁₉ obtiveram 100% de acerto no pós-teste. Os discentes A₁, A₂, A₃, A₅, A₆, A₇, A₈, A₁₄, A₁₆, A₁₇, A₁₈, A₁₉, A₂₁, A₂₄ e A₂₈ tiveram índice de rendimento acima de 50%, o que representa um percentual de 51,61% dos participantes.

O discente A₂₀, que no primeiro teste não acertou nenhuma questão, neste segundo teste acertou 20%. Os discentes A₁₃, A₃₁, A₁₀, A₂₂, A₂₆ e A₃₁ tiveram uma discreta progressão no pós-teste, compreendida no intervalo de 26,67% a 33,33%. O discente A₁₆ progrediu para 100%. O estudante A₁ avançou para 73,33%. A₃ aumentou para 60%. Os discentes A₄ e A₂₄ progrediram para 80%. A₅ avançou para 53,33%. A₇ subiu para 93,33%.

A estagnação do rendimento dos discentes A_9 , A_{11} e A_{12} no segundo teste era esperado devido a fatores ligados à conduta destes durante as sessões de ensino e à frequência. Em relação à conduta, esses alunos não apresentaram interesse, não eram investigativos e não eram perseverantes na busca de resultados. O discente A_9 faltou a duas sessões de ensino, o estudante A_{12} a cinco sessões de ensino e o aluno A_1 a uma sessão de ensino.

O discente A_{28} , no pós-teste, cometeu erros na execução do algoritmo da subtração em duas questões aritméticas, já nas questões algébricas selecionou a operação adequada em 80% dessas questões. Apesar disso, cometeu erros na execução do algoritmo da subtração. Isso evidencia que o discente tem dificuldade nessa operação. Além disso, o aluno não elaborou a sentença de modelação em nenhuma das questões e esteve ausente em quatro sessões de ensino da fase aditiva.

A seguir, apresentamos a análise dos tipos de erros nos testes aditivos.

7.2 TIPOS DE ERROS NOS TESTES ADITIVOS

Nesta subseção, apresentamos as categorias de erros cometidos pelos discentes no pré-teste e no pós-teste aditivos, e identificamos os fatores que os levaram a cometer tais erros. Com o objetivo de analisarmos esses erros, elegemos as categorias: elaboração da sentença; escolha da operação e realização do cálculo.

Para realizarmos as análises referentes às sentenças, verificamos se os discentes realizaram sua elaboração e se fizeram de forma correta ou incorreta ou não fizeram. No que tange à escolha da operação e realização do cálculo, verificamos os acertos, os erros e as questões que ficaram em branco.

Quadro 51- Categorias de erros dos testes aditivos

Questão	Tipo	Elaboração da sentença natural da questão(%)						Escolha da operação (%)						Efetuar a operação (%)					
		Elaborou a sentença corretamente		Elaborou a sentença incorretamente		Não elaborou a sentença		Acerto		Erro		Em branco		Acerto		Erro		Em branco	
		Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
Q ₁	Aritmética	0,00	58,06	0,00	0,00	100	38,71	74,19	96,77	29,04	3,23	3,23	0,00	80,64	87,10	16,13	12,90	3,23	0,00
Q ₂	Aritmética	0,00	54,84	0,00	0,00	100	45,16	87,10	100,00	12,90	0,00	0,00	0,00	45,15	70,97	54,84	29,09	0,00	0,00
Q ₃	Aritmética	0,00	45,16	0,00	9,68	100	41,94	77,42	83,87	22,58	16,13	6,45	3,23	45,16	58,06	48,38	38,71	6,46	3,23
Q ₄	Aritmética	0,00	51,61	0,00	9,68	100	35,48	61,29	74,19	32,26	25,81	6,45	0,00	61,29	51,61	32,26	48,39	6,45	0,00
Q ₅	Aritmética	0,00	51,61	0,00	12,90	100	45,16	77,42	90,32	22,58	9,68	3,23	0,00	38,70	45,16	58,06	54,84	3,23	0,00
Q ₆	Algébrica	0,00	19,35	0,00	35,48	100	38,71	67,74	80,64	29,03	19,35	3,23	3,23	51,61	41,93	45,16	54,84	3,23	3,23
Q ₇	Algébrica	0,00	38,71	0,00	22,58	100	35,48	35,48	70,97	58,07	16,13	6,45	3,23	45,16	74,19	48,39	22,58	6,45	3,23
Q ₈	Algébrica	0,00	6,45	0,00	51,61	100	41,94	32,26	51,61	54,84	35,49	12,90	12,90	29,41	51,61	54,84	35,48	15,75	12,61
Q ₉	Algébrica	0,00	25,81	0,00	32,26	100	38,71	61,29	70,97	29,03	25,80	9,68	3,23	38,71	45,16	51,61	51,61	9,68	3,23
Q ₁₀	Algébrica	0,00	22,58	0,00	35,48	100	38,71	45,16	77,42	49,39	19,35	6,45	3,23	29,03	64,51	64,52	32,25	6,45	3,23
Q ₁₁	Algébrica	0,00	45,16	0,00	9,68	100	38,71	48,39	83,87	41,46	12,90	9,68	3,23	32,26	41,93	54,39	51,82	13,35	3,23
Q ₁₂	Algébrica	0,00	6,45	0,00	41,94	100	48,39	48,39	48,39	41,93	45,16	9,68	6,45	51,61	74,19	38,71	19,31	9,68	6,46
Q ₁₃	Algébrica	0,00	3,23	0,00	45,16	100	45,16	32,26	74,19	58,06	19,36	9,68	6,45	48,39	70,97	41,93	22,58	9,68	6,45
Q ₁₄	Algébrica	0,00	22,58	0,00	29,03	100	48,39	58,06	61,29	35,49	38,71	6,45	0,00	51,61	61,29	41,93	38,71	6,46	0,00
Q ₁₅	Aritmética Combinada	0,00	9,68	0,00	22,58	100	61,29	16,13	54,84	77,42	38,71	6,45	6,45	16,13	38,70	77,41	58,07	16,13	3,23

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 51 mostram que não ocorreu a elaboração da sentença natural em nenhuma das questões do pré-teste. Isso evidencia que talvez os discentes não foram ensinados no primeiro semestre desse ano letivo ou em anos anteriores sobre a utilização da sentença natural para o processo de resolução de problemas, e que suas respostas foram construídas por meio da escolha direta da operação e mediante a execução dos algoritmos da adição e subtração. Essa situação foi evidenciada também nas pesquisas de Santos (2017) e Ferreira (2021).

A sequência didática da nossa experimentação foi embasada em Sá (2003), pois os problemas aritméticos são os que usam durante o processo de resolução, de forma implícita ou explícita, as propriedades aditivas da igualdade, e os algébricos são os que não usam essa propriedade de forma explícita ou implícita. Essa escolha teve como objetivo facilitar a seleção da operação adequada para solucionar o problema.

Nas observações realizadas durante as aplicações das sessões de ensino, verificamos que uma quantidade significativa de discentes fizeram, nas sessões iniciais, a elaboração da sentença de modelação e depois realizavam a escolha da operação. Porém, no decorrer das sessões, muitos discentes avançaram e não realizavam mais essa etapa e passaram a resolver os problemas por meio da execução direta do cálculo. Essa situação também foi observada por Santos (2017).

Os dados presentes no Quadro 51 mostram que no pós-teste, em todas as questões, houve a elaboração da sentença natural. O percentual de alunos que elaborou a sentença natural no pós-teste aditivo de forma adequada variou entre 3,23% a 54,84%. Nas questões aritméticas esse percentual variou de 58,06% a 45,16%. Nas questões algébricas esse percentual ficou compreendido entre 3,23% a 45,16%. Entre as questões, a que obteve menor percentual de acertos na elaboração da sentença natural foi a Q13 (3,23%), uma questão algébrica. E a que teve maior percentual foi a questão Q1 (58,06%), aritmética.

A partir das análises dos dados, foi evidenciado que o percentual de erros na elaboração da sentença no pós-teste variou de 0% a 51,61%. A variação dos erros na elaboração das questões aritméticas ficou compreendida nos percentuais de 0% a 12,90%, e nas questões algébricas a variação ficou entre 9,68% a 51,61%. Acerca da não elaboração da sentença, a variação ficou entre 35,48% e 61,29%.

Em relação à escolha da operação, os dados evidenciam uma significativa melhora do primeiro teste para o segundo teste, visto que em todas as questões do pós-teste o percentual cresceu. Nas questões aritméticas, o percentual de acertos na

escolha da operação no segundo teste ficou compreendida entre 90,32% a 100%; nas questões algébricas essa variação ficou nos percentuais de 48,39% a 83,87%, e no primeiro teste nas questões aritméticas, o percentual de acertos variou de 61,29% a 77,42%; nas questões algébricas a variação dos acertos foi de 16,13% a 67,14%. Entre as questões, a que teve menor percentual de acerto na seleção da operação no pós-teste foi a questão Q12, algébrica, com índice de 48,39%.

No que se refere à efetuação das operações, em todas as questões no pós-teste houve um crescimento percentual em relação ao pré-teste. A variação dos acertos ao efetuar a operação no pré-teste variou de 16,13% a 80,64% e no pós-teste a variação foi de 38,70% a 87,10%.

7.3 ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL E ESCOLHA DA OPERAÇÃO ADEQUADA PARA SOLUCIONAR QUESTÕES ADITIVAS

A seguir, apresentamos uma análise por questão da elaboração da sentença natural do problema e da escolha da operação adequada para solucioná-lo nas questões do pré-teste e do pós-teste.

Quadro 52- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na primeira questão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Ana tem R\$65,00 e sua irmã tem R\$55,00. Quanto elas têm juntas?		Q ₁			65 + 55 = ?		
		PRE-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERAÇÃO	Acerto	----	----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₉ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉ e A ₃₁	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₈ , A ₁₁ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₄ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ e A ₂₉	-----	A ₇ , A ₅ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₈ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₈ , A ₃₀ e A ₃₁
	Erro	----	----	A ₄ , A ₅ , A ₁₀ , A ₂₀ e A ₃₀	-----	A ₂₀	----
	Em branco	----	----	A ₁₂	----	----	----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na primeira questão do pré-teste aditivo, nenhum estudante elaborou a sentença natural que a representava. Porém, no pós-teste 58,06% dos discentes participantes elaboraram corretamente a sentença natural e todos esses estudantes acertaram a escolha da operação para solucioná-la. O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural desta questão no segundo teste e acertaram a escolha da operação foi de 38,71%, e entre os discentes o único que elaborou incorretamente a sentença e errou a escolha da operação foi o discente A₂₀ (3,23%).

A seguir, apresentamos a análise da segunda questão dos testes aditivos.

Quadro 53- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na segunda questão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Uma pessoa nasceu em 1934 e viveu 68 anos. Em que ano esta pessoa faleceu?		Q ₂			1935 + 68 = ?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	----	----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₉ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₃₀ e A ₃₁	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₄ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ e A ₂₉	-----	A ₅ , A ₇ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₈ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₈ , A ₃₀ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₅ , A ₁₀ , A ₂₄ e A ₂₉	-----	-----	-----
	Em branco	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na segunda questão do pré-teste aditivo, nenhum estudante elaborou a sentença natural que a representava, e no pós-teste 54,84% dos discentes que participaram da pesquisa elaboraram a sentença correta e todos acertaram na escolha da operação para solucioná-la. O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural desta questão no segundo teste e acertaram a escolha da operação foi de 45,16%, e todos esses estudantes acertaram a escolha da operação. Nenhum discente no pós-teste elaborou a sentença natural de forma incorreta.

A seguir, apresentamos a análise da terceira questão dos testes aditivos.

Quadro 54- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na terceira qu estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Ane tem R\$43,00. Carla tem R\$17,00 a mais que Ane. Quanto tem Carla?		Q ₃			43 + 17 = ?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			POS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₀ A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₈ e A ₃₀	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₄ , A ₂₇ e A ₂₉	-----	A ₅ , A ₇ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₂₂ , A ₂₆ , A ₂₈ e A ₃₀
	Erro	-----	-----	A ₉ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₉ e A ₃₁	-----	A ₂₀ e A ₂₅	A ₁₈ , A ₂₃ e A ₃₁
	Em branco	-----	-----	A ₃ e A ₁₁	-----	-----	A ₁₇

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na terceira questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. No entanto, no pós-teste 45,16% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença natural e todos acertaram a escolha da operação adequada para solucioná-lo. O percentual de discentes que deixaram essa questão em branco no pós-teste foi de 3,23%.

O percentual de alunos que não elaboraram a sentença natural dessa questão no pós-teste aditivo foi de 41,94%. Entre esses discentes 78,57% acertaram a escolha da operação e 21,43% cometeram equívoco na escolha da operação. 6,45% dos discentes elaboraram a sentença de forma incorreta, e todos esses discentes erraram a escolha da operação para solucionar o problema. 3,23% dos educandos deixaram a questão em branco.

A seguir, apresentamos a análise da quarta questão dos testes aditivos.

Quadro 55- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na quarta questão dos testes aditivos.

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Daniela tem 40 bonecas. Andréa tem 18 bonecas a menos que Daniela. Quantas bonecas Andréa tem?		Q ₄			40 – 18 = ?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₇ , A ₈ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₅ , A ₂₈ , A ₂₉ e A ₃₁	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₈ , A ₁₁ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₄ , A ₂₇ e A ₂₉	-----	A ₅ , A ₇ , A ₁₈ , A ₂₂ , A ₂₃ e A ₂₈ ,
	Erro	-----	-----	A ₆ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₃₀	-----	A ₂₀ , A ₂₅ e A ₂₆	A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₃₀ e A ₃₁
	Em branco	-----	-----	A ₉ e A ₁₁	-----	-----	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na quarta questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. No entanto, no pós-teste 51,61% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença e todos esses acertaram a escolha da operação.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural desta questão no pós-teste aditivo foi de 35,48%. Desses alunos 54,54% acertaram a escolha da operação para resolver o problema. 9,68% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente e todos esses se equivocaram na escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da quinta questão dos testes aditivos.

Quadro 56- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na quinta qu estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NUMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Neto tinha R\$85,00. Deu R\$26,00 para seu primo Carlos. Com quanto Neto ficou?		Q ₅			85 – 26 = ?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₉ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉ , A ₃₁	A ₂ , A ₃ , A ₆ , A ₈ , A ₁₁ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₅ , A ₂₇ e A ₂₉	A ₁ , A ₂₀ e A ₂₄	A ₄ , A ₅ , A ₇ , A ₉ , A ₁₃ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₈ , A ₃₀ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₁₀ , A ₁₂ , A ₂₀ , A ₂₅ e A ₃₀	-----	A ₂₆	A ₁₀ , e A ₁₂
	Em branco	-----	-----	A ₁₁	-----	-----	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na quinta questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 51,61% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença, e todos esses discentes acertaram a escolha da operação adequada para solucioná-la.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural desta questão no pós-teste aditivo foi de 45,16%. Desses alunos 85,71% acertaram a escolha da operação para resolver o problema. 12,90% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. Desses discentes 75% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da sexta questão dos testes aditivos.

Quadro 57- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na sexta q u estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NUMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Pedro e Marcus têm juntos 72 bolinhas de gude. Pedro tem 54. Quantas bolinhas de gude tem Marcus?		Q ₆			54 + ? = 72		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			POS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₇ , A ₈ ,A ₁₃ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₇ e A ₂₈ , A ₃₁	A ₁₆ , A ₁₇ , A ₂₁ ,A ₁₉ , A ₂₄ , A ₂₇ e A ₂₉	A ₁ , A ₂ ,A ₃ ,A ₄ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₄ e A ₁₅	A ₅ , A ₇ , A ₈ , A ₁₃ , A ₁₈ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₈ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₆ ,A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₄ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₉ e A ₃₀	-----	A ₂₀ , A ₂₅ e A ₂₆	A ₉ , A ₁₀ e A ₃₀
	Em branco	-----	-----	A ₁₁	-----	-----	A ₁₂

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na sexta questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 19,35% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença, e todos esses estudantes acertaram a escolha da operação para solucioná-la. 3,23% dos discentes deixaram questões em branco no pós-teste.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural desta questão no pós-teste aditivo foi de 38,71%. Desses alunos 75% acertaram a escolha da operação para resolver o problema. 35,48% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. E desses discentes 72,73% acertaram a escolha da operação e 20% se equivocaram na escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da sétima questão dos testes aditivos.

Quadro 58- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na sétima qu estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NUMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Mauro tinha R\$37,00. Ganhou certa quantia de seu irmão e ficou com R\$99,00. Quanto Mauro ganhou de seu irmão?		Q ₇			37 + ? = 99		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			POS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₁ e A ₂₈	A ₂ , A ₄ , A ₁₅ , A ₆ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₄ , A ₂₇ e A ₂₉	A ₁ , A ₃ , A ₈ e A ₁₄	A ₅ , A ₇ , A ₉ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₈ , A ₂₃ , A ₂₈ e A ₃₀
	Erro	-----	-----	A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₉ , A ₃₀ e A ₃₁	-----	A ₁₁ , A ₂₅ e A ₂₆	A ₁₀ , A ₃₁
	Em branco	-----	-----	A ₁ e A ₁₁	-----	-----	A ₂₂

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na sétima questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 38,71% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença e todos esses alunos acertaram a escolha da operação adequada para solucioná-la.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural desta questão no pós-teste aditivo foi de 35,48%. Desses alunos 81,82% realizaram a escolha correta da operação para resolver o problema. 22,58% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. E desses discentes 50% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da oitava questão dos testes aditivos.

Quadro 59- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na oitava qu estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NUMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Vini tem 145 figurinhas e Rafael tem 60. Quantas figurinhas Vini têm a mais que Rafael?		Q ₈			60 + ? = 145		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			POS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₅ , A ₇ , A ₁₈ , A ₁₅ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₈ e A ₂₉	A ₂₄	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ e A ₂₅	A ₅ , A ₁₈ , A ₂₃ e A ₂₈
	Erro	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₈ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₆ , A ₂₀ , A ₂₂ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₃₀ e A ₃₁	A ₆	A ₇ , A ₂₀ , A ₂₆ , A ₂₇ e A ₂₉	A ₉ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₂ e A ₃₀
	Em branco	-----	-----	A ₁₁ , A ₁₂ e A ₁₇ , A ₂₇	-----	-----	A ₁₃ , A ₂₁ , A ₂₂ e A ₃₁

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na oitava questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 6,45% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença. E desses alunos 50% acertaram a escolha da operação adequada para solucioná-la.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural desta questão no pós-teste aditivo foi de 41,94%. Desses alunos 30,77% realizaram a escolha correta da operação para resolver o problema. 51,61% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. E desses discentes 68,75% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da nona questão dos testes aditivos.

Quadro 60- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na nona qu estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Lucas tinha R\$70,00. Emprestou certa quantia para Mateus e ficou com R\$28,00. Quanto Lucas emprestou para Mateus?		Q ₉			70 - ? = 28		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERAÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₅ , A ₇ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₅ , A ₂₈ , A ₂₉ , A ₃₁	A ₄ , A ₁₇ , A ₁₆ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₇ e A ₂₉	A ₁ , A ₃ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₂₀ e A ₂₆	A ₅ , A ₇ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₈ , A ₂₃ , A ₃₀ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₄ , A ₉ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₂₀ , A ₂₆ , A ₂₇ e A ₃₀	A ₂₈	A ₂ , A ₆ e A ₂₄	A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ e A ₂₅
	Em branco	-----	-----	A ₆ , A ₁₇ e A ₁₁	-----	-----	A ₂₂

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na nona questão do pré-teste aditivo, não ocorreram elaborações da sentença natural do problema, mas no pós-teste 25,81% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença. E desses alunos 87,50% tiveram êxito na escolha da operação adequada para solucioná-la. 3,23% dos discentes deixaram essa questão em branco.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural desta questão no pós-teste aditivo foi de 38,71%. Desses alunos 66,67% realizaram corretamente a escolha correta da operação para resolver o problema. 32,26% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste, e desses estudantes 70% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da décima questão dos testes aditivos.

Quadro 61- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima qu estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NUMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Talita tem 56 livros e Bruna tem 97. Quantos livros Talita tem a menos que Bruna?		Q ₁₀			97 - ? = 56		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₁ , A ₃ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₆ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₈ e A ₂₉	A ₆ , A ₁₅ , A ₆ , A ₂₇ , A ₂₉ e A ₃₀	A ₁ , A ₃ , A ₄ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₁ e A ₂₆	A ₅ , A ₇ , A ₉ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₈ , A ₂₃ , A ₂₈ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₂ , A ₄ , A ₅ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₅ , A ₁₇ , A ₂₀ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₃₀ e A ₃₁	A ₂₄	A ₂ e A ₂₀	A ₁₀ , A ₁₂ e A ₂₅
	Em branco	-----	-----	A ₁₁ e A ₂₂	-----	-----	A ₂₂

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na décima questão do pré-teste aditivo, não ocorreram elaborações da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 22,58% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença e desses alunos 85,71% tiveram êxito na escolha da operação para solucioná-la. Além disso, um discente (3,23%) deixou essa questão em branco.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural dessa questão no pós-teste aditivo foi de 38,71%. Desses alunos 75% realizaram de forma correta a escolha da operação para resolver o problema. 35,48% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. E desses estudantes 82% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da décima primeira questão dos testes aditivos.

Quadro 62- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima primeira questão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Mario tinha certa quantia em dinheiro. Ganhou R\$50,00 de seu pai e ficou com R\$184,00. Quanto Mario tinha antes de ganhar dinheiro de seu pai?		Q ₁₁			? + 50 = 184		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			POS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₃ , A ₂₄ e A ₃₁	A ₂ , A ₄ , A ₈ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₄ , A ₂₇ e A ₂₉	A ₃ , A ₂₆	A ₅ , A ₇ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₈ , A ₂₃ , A ₂₈ , A ₃₀ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₁ , A ₈ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₂₀ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₈ , A ₂₉ e A ₃₀ .	A ₆ , A ₂₅	A ₁	A ₉ , A ₁₀ e A ₁₂
	Em branco	-----	-----	A ₂ , A ₁₁ , A ₂₂ e A ₂₇	-----	-----	A ₂₂

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na décima primeira questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 45,16% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença. E desses alunos 85,71% tiveram êxito na escolha da operação para solucioná-la. 3,23% dos discentes deixaram essa questão em branco.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural dessa questão no pós-teste aditivo foi de 38,71%. Desses alunos 83,33% realizaram a escolha correta da operação para resolver o problema. 9,68% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. E desses estudantes 66,67% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da décima segunda questão dos testes aditivos.

Quadro 63- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima segunda que estão dos testes aditivos.

ENUNCIADO		NUMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Diego tem 34 livros. Ele tem 12 livros a mais que Felipe. Quantos livros tem Felipe?		Q ₁₂			? + 12 = 34		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₇ , A ₁₃ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₉ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₇ , A ₂₈ e A ₃₀	A ₁₉	A ₁ , A ₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ e A ₂₆	A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₈ , A ₂₃ , A ₂₈ , A ₃₀ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₆ , A ₈ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₄ , A ₁₈ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₆ , A ₂₉ , A ₂₅ A ₃₀ e A ₃₁	A ₂₄	A ₂ , A ₆ , A ₂₀ , A ₂₁ A ₂₅ , A ₂₇ e A ₂₉	A ₄ , A ₅ , A ₇ , A ₈ , A ₉ , A ₁₀ e
	Em branco	-----	-----	A ₁₁ , A ₁₇ e A ₂₂	-----	-----	A ₁₇ e A ₂₂

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na décima segunda questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 6,45% dos discentes da amostra elaboraram a sentença natural de forma correta. E desses alunos 50% tiveram êxito na escolha da operação para solucioná-la. 6,45% dos discentes deixaram essa questão em branco.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural dessa questão no pós-teste aditivo foi de 48,39%. Desses alunos 53,33% fizeram de forma correta a escolha da operação para resolver o problema. 41,94% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. E desses estudantes 46,15% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da décima terceira questão dos testes aditivos.

Quadro 64- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima terceira qu estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NUMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Renato tem R\$88,00. Ele tem R\$25,00 a menos que Mateus. Quanto tem Mateus?		Q ₁₃			? – 25 = 88		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₄ , A ₂₀ , A ₂₅ e A ₂₇	-----	A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₈ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₆ e A ₂₉	A ₅ , A ₇ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₈ , A ₂₃ , A ₂₅ , A ₂₈ , A ₃₀ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₈ , A ₁₃ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₆ , A ₂₈ , A ₂₉ , A ₃₀ e A ₃₁	A ₂₄	A ₁ , A ₆ , A ₂₇	A ₉ e A ₁₀
	Em branco	-----	-----	A ₁₁ , A ₁₇ e A ₂₂	-----	-----	A ₁₇ e A ₂₂

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na décima terceira questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 3,23% dos discentes da amostra elaboraram a sentença natural de forma correta, mas nenhum desses alunos tiveram êxito na escolha da operação para solucioná-la. 6,45% deixaram essa questão em branco.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural dessa questão no pós-teste aditivo foi de 45,16%. Desses alunos 85,71% fizeram de forma correta a escolha da operação para resolver o problema. 45,16% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. E desses estudantes 78,57% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da décima quarta questão dos testes aditivos.

Quadro 65- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima quarta que estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Beto tinha algumas figurinhas. Deu 75 para Ruan e ainda ficou com 39. Quantas figurinhas Beto tinha?		Q ₁₄			? - 75 = 39		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			POS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₂ , A ₃ , A ₇ , A ₈ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉ e A ₃₁	A ₁₆ , A ₁₉ , A ₂₁ e A ₂₄	A ₁ , A ₂ , A ₁₄ , A ₁₅ e A ₂₀	A ₅ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₇ , A ₂₂ , A ₂₆ , A ₂₈ , A ₃₀ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₁ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₁₃ , A ₁₇ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₅ , A ₂₆ e A ₃₀ .	A ₂₅ , A ₂₇ e A ₂₉	A ₃ , A ₄ , A ₆ , e A ₈	A ₇ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₈ e A ₂₃
	Em branco	-----	-----	A ₁₁ e A ₂₂	-----	-----	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na décima quarta questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 22,58% dos discentes da amostra elaboraram a sentença natural de forma correta. E desses alunos 57,14% tiveram êxito na escolha da operação para solucioná-la.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural dessa questão no pós-teste aditivo foi de 48,39%. Desses alunos 66,67% fizeram de forma correta a escolha da operação para resolver o problema. 29,03% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. E desses estudantes 55,56% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da décima quinta questão dos testes aditivos.

Quadro 66- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na décima quinta qu estão dos testes aditivos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Fernanda comprou 2 camisetas. Uma custou R\$21,00 e a outra R\$63,00.Como havia levado uma nota de R\$100,00, com quanto ela ficou de troco?		Q ₁₅			21+63=? e 100-84=? ou 100-21=? e 79-63=?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₇ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₄ e A ₂₈	A ₃ , A ₁₄ e A ₁₉	A ₂ , A ₁₅ , A ₁₆ e A ₂₁	A ₅ , A ₇ , A ₁₂ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₂₄ , A ₂₈ , A ₂₉ , A ₃₀ e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₈ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₈ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₃ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₉ , A ₃₀ e A ₃₁	-----	A ₁ , A ₄ , A ₂₀	A ₈ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₂₃ , A ₂₅ , A ₂₆ e A ₂₇ .
	Em branco	-----	-----	A ₁₁ e A ₂₂	-----	-----	A ₆ e A ₂₂

Fonte: Pesquisa de campo(2022).

Na décima quinta questão do pré-teste aditivo, não houve elaboração da sentença natural do problema. Porém, no pós-teste 9,68% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença e todos esses alunos tiveram êxito na escolha da operação para solucioná-la. 6,45% dos discentes deixaram essa questão em branco.

O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural dessa questão no pós-teste aditivo foi de 61,29%. Desses alunos 52,63% realizaram de forma correta a escolha correta da operação para resolver o problema. 22,58% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente no pós-teste. E desses estudantes 57,14% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos no Quadro 67 os percentuais sobre a elaboração correta da sentença natural, a não elaboração da sentença natural e elaboração incorreta da sentença natural, assim como os respectivos acertos e erros referentes à escolha da operação para cada uma dessas categorias.

Quadro 67- Elaboração da sentença natural e escolha da operação no pós-teste aditivo

QUESTÃO	TIPO DE QUESTÃO	PÓS – TESTE ADITIVO								
		Elaborou a sentença natural corretamente	Acerto da escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença natural (%)	Erro na escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença natural (%)	Não elaborou a sentença natural (%)	Acerto da escolha da operação sem a elaboração da sentença natural (%)	Erro na escolha da operação sem a elaboração da sentença natural (%)	Elaborou sentença natural incorretamente (%)	Acerto da escolha da operação a partir da elaboração incorreta da sentença natural (%)	Erro na escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença natural (%)
Q ₁	Aritmética	58,06	58,06	0,00	38,71	38,71	0,00	3,23	0,00	3,23
Q ₂	Aritmética	54,84	54,84	0,00	45,16	45,16	0,00	0,00	0,00	0,00
Q ₃	Aritmética	45,16	45,16	0,00	41,94	41,94	0,00	6,45	0,00	6,45
Q ₄	Algébrica	51,61	51,61	0,00	35,48	19,35	16,13	9,68	0,00	9,68
Q ₅	Aritmética	51,61	51,61	0,00	45,16	38,71	6,45	12,90	9,67	3,23
Q ₆	Algébrica	19,35	19,35	0,00	38,71	29,03	9,68	35,48	22,58	12,90
Q ₇	Algébrica	38,71	38,71	0,00	35,48	29,03	6,45	22,58	12,90	9,68
Q ₈	Algébrica	6,45	3,23	3,22	29,03	12,90	16,13	51,61	35,48	16,13
Q ₉	Algébrica	25,58	19,34	3,23	38,71	25,81	12,90	32,26	22,58	12,90
Q ₁₀	Algébrica	22,58	19,34	3,23	38,71	29,90	8,81	35,48	29,03	6,45
Q ₁₁	Algébrica	45,16	38,71	6,45	38,71	32,26	6,45	9,68	6,45	3,23
Q ₁₂	Algébrica	6,45	3,23	3,22	61,29	25,80	19,35	41,94	19,35	22,59
Q ₁₃	Algébrica	3,23	0,00	3,23	45,16	38,71	6,45	45,16	35,48	9,68
Q ₁₄	Algébrica	22,58	12,90	9,68	48,38	32,16	16,12	29,03	16,13	12,90
Q ₁₅	Algébrica	9,68	9,68	0,00	61,29	32,26	29,03	22,58	12,90	9,68

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 67 mostram que no pós-teste o percentual de elaboração correta da sentença natural nas questões variou de 3,23% a 58,06%, revelando que em todas as questões houve a elaboração da sentença natural de forma correta.

Os erros na escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença natural ficaram compreendidos no intervalo de 0% a 9,68%. O erro na escolha da operação mediante a elaboração incorreta das questões variou de 0% a 22,59%. Nas questões aritméticas Q1, Q2, Q3, e Q4 não ocorreram erros na escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença de modelação. Porém, com a elaboração incorreta da sentença de modelação, ocorreram erros na escolha da operação nas questões Q1, Q3 e Q4 (32,23%, 6,45% e 9,68%).

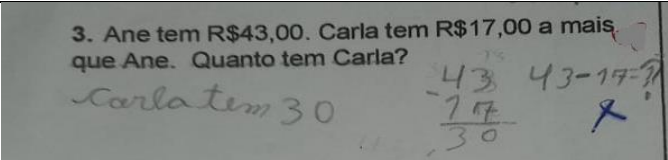
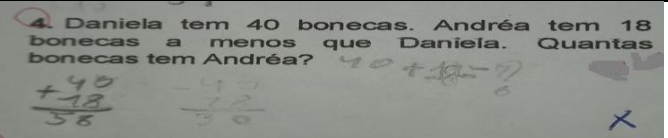
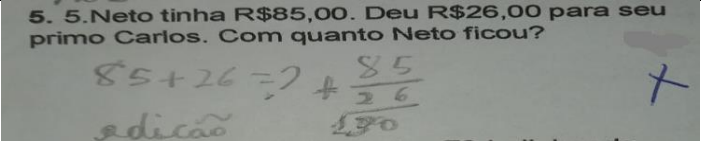
Nas questões algébricas, os erros na escolha da operação, a partir da elaboração correta da sentença de modelação, ficou compreendido entre 0 a 9,68%. As questões algébricas Q11 e Q14 apresentaram o maior percentual de erros na escolha da operação, mediante a elaboração da sentença, respectivamente 6,45% e 9,68%.

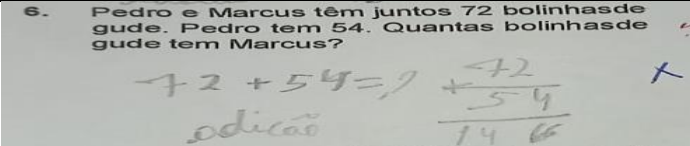
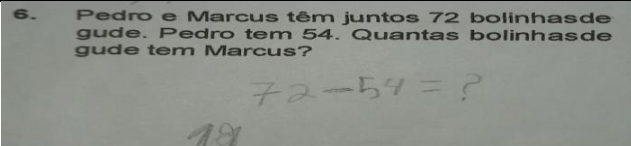
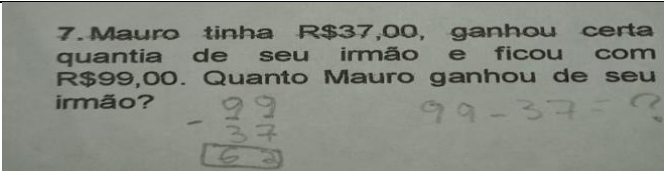
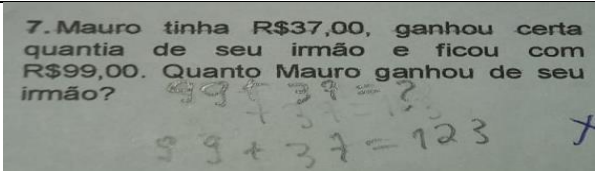
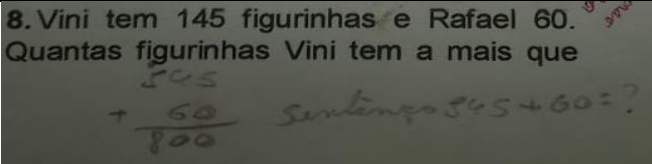
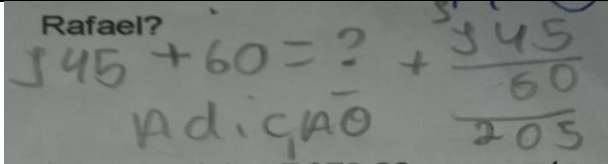
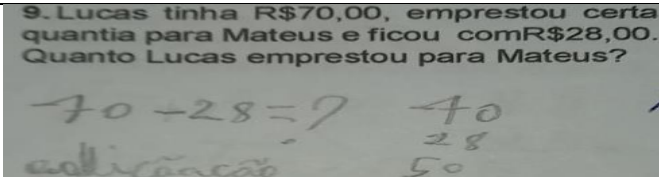
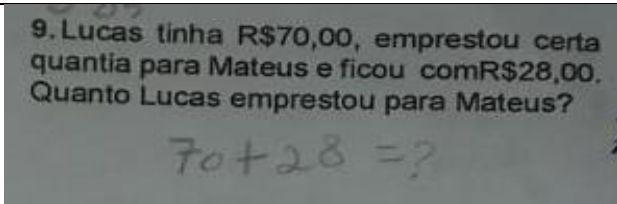
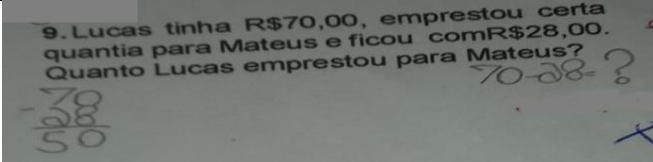
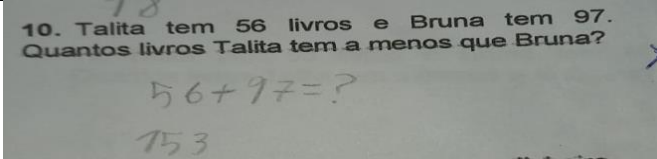
A média de erros na escolha da operação nas questões algébricas por meio da elaboração correta da sentença foi de 3,23%, inferior à média de erros na escolha da operação a partir da não elaboração da sentença, que foi de 13,3% e também com relação à elaboração incorreta da sentença natural, que foi de 11,61%.

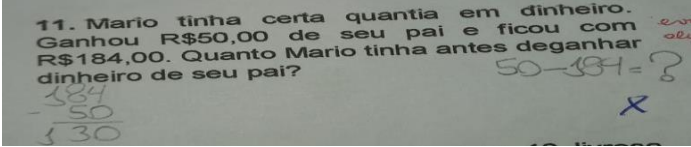
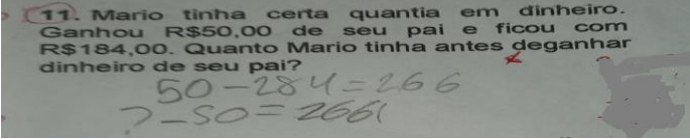
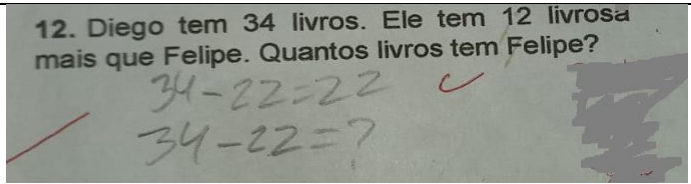
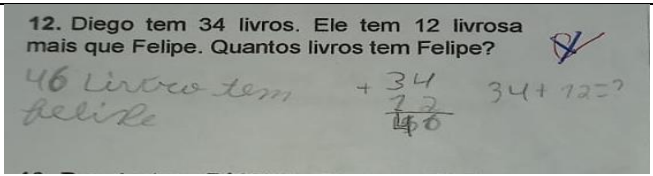
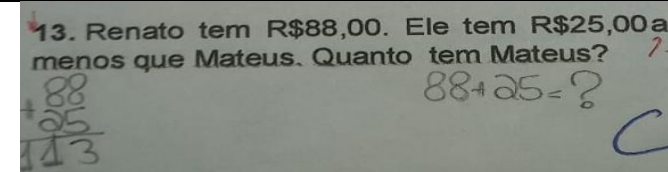
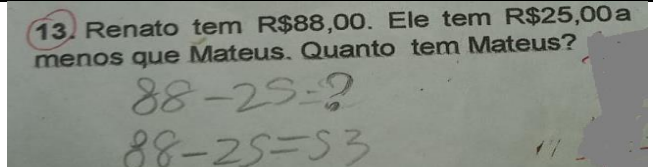
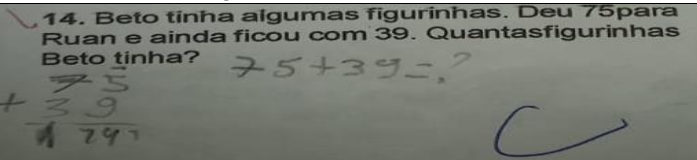
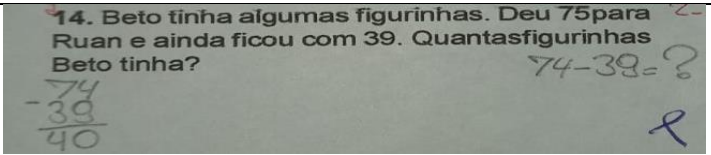
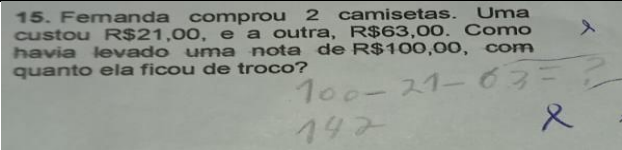
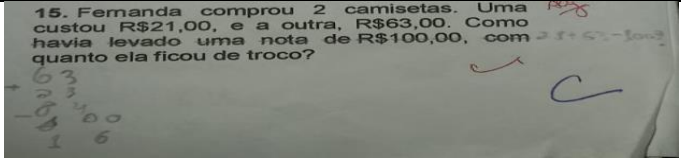
O fato da não elaboração da sentença natural e o acerto na escolha da operação evidenciou que muitos discentes inicialmente realizavam a escolha da operação através da modelação da sentença. Porém, posteriormente avançavam e não mais realizavam essa etapa, e passavam a resolver os problemas por meio da execução direta do cálculo. Esta situação também foi observada por Santos (2017) em sua pesquisa.

A seguir, apresentamos no quadro 68 os erros e acertos cometidos na escolha da operação mediante a elaboração incorreta da sentença natural.

Quadro 68- Elaboração incorreta da sentença natural e a escolha da operação no pós-teste aditivo

QUESTÕES	TIPO	ALUNO (S)		RESOLUÇÃO	
		Acerto na escolha da operação	Erro na escolha da operação	ELABOROU A SENTENÇA INCORRETAMENTE E ERROU A ESCOLHA DA OPERAÇÃO	ELABOROU A SENTENÇA INCORRETAMENTE E ACERTOU A ESCOLHA DA OPERAÇÃO
Q1	Aritmética	---	---	Não houve erros na elaboração da sentença natural	Não houve
Q2	Aritmética	---	---	Não houve erros na elaboração da sentença natural	Não houve
Q3	Aritmética	---	A ₂₀ e A ₂₅	 Questão 3 - Aluno A₂₅	Não houve
Q4	Aritmética	---	A ₂₀ , A ₂₅ e A ₂₆	 Questão 4- Aluno A₂₀	Não houve
Q5	Aritmética	---	A ₂₆	 Questão 5- Aluno A₂₆	Não houve

Q6	Algébrica	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₄ e A ₁₅	A ₂₅ , A ₂₀ e A ₂₆	6. Pedro e Marcus têm juntos 72 bolinhas de gude. Pedro tem 54. Quantas bolinhas de gude tem Marcus?  Questão 6- Aluno A₂₆	6. Pedro e Marcus têm juntos 72 bolinhas de gude. Pedro tem 54. Quantas bolinhas de gude tem Marcus?  Questão 6- Aluno A₂
Q7	Algébrica	A ₃ e A ₁₄	A ₁₁ , A ₂₅ e A ₂₆	7. Mauro tinha R\$37,00, ganhou certa quantia de seu irmão e ficou com R\$99,00. Quanto Mauro ganhou de seu irmão?  Questão 7- Aluno A₁₄	7. Mauro tinha R\$37,00, ganhou certa quantia de seu irmão e ficou com R\$99,00. Quanto Mauro ganhou de seu irmão?  Questão 7- Aluno A₁₁
Q8	Algébrica	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ e A ₂₅	A ₂₀ , A ₂₆ , A ₂₇ e A ₂₉	8. Vini tem 145 figurinhas e Rafael 60. Quantas figurinhas Vini tem a mais que Rafael?  Questão 8 – Aluno A₈	Rafael?  Questão 9 – A₂₉
Q9	Algébrica	A ₁ , A ₃ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₂₀ e A ₂₆	A ₂ e A ₂₄	9. Lucas tinha R\$70,00, emprestou certa quantia para Mateus e ficou com R\$28,00. Quanto Lucas emprestou para Mateus?  Questão A26- Aluno A₁₄	9. Lucas tinha R\$70,00, emprestou certa quantia para Mateus e ficou com R\$28,00. Quanto Lucas emprestou para Mateus?  Questão 9- Aluno A₂
Q10	Algébrica	A ₁ , A ₂₃ , A ₄ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₁ e A ₂₆	A ₂ e A ₂₄	9. Lucas tinha R\$70,00, emprestou certa quantia para Mateus e ficou com R\$28,00. Quanto Lucas emprestou para Mateus?  Questão 10 – Aluno A₃	10. Talita tem 56 livros e Bruna tem 97. Quantos livros Talita tem a menos que Bruna?  Questão 10- Aluno A₂

Q11	Algébrica	A ₃ e A ₂₆	A ₁	 Questão 11- Aluno A₃	 Questão 11- Aluno A₁
Q12	Algébrica	A ₁ , A ₃ , A ₁₄ , A ₁₅ e A ₂₆	A ₂ , A ₆ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₅ , A ₂₇ e A ₂₉	 Questão 12 – Aluno A₁	 Questão 12 – Aluno A₂₅
Q13	Algébrica	A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₁₅ e A ₁₆	A ₁ , A ₆ e A ₂₆	 Questão 13 - Aluno A₃	 Questão 13 – Aluno A₁
Q14	Algébrica	A ₁ , A ₂ , A ₁₅ e A ₂₀	A ₃ , A ₄ , A ₆ , e A ₈	 Questão 14- Aluno A₂₀	 Questão 14- Aluno A₃
Q15	Algébrica	A ₁₅ e A ₂₁	A ₂ e A ₄	 Questão 15- Aluno A₁₅	 Questão 15 – Aluno A₄

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados apresentados no Quadro 68 mostram o tipo de erro cometido em cada questão na elaboração da sentença natural e o acerto ou o erro na escolha da operação a partir dessa elaboração.

A amostra revelou que em todas as questões do pós-teste houve a elaboração incorreta da sentença natural, exceto nas questões Q1 e Q2. As questões Q3, Q4 e Q5 apresentaram elaboração incorreta da sentença natural e todas tiveram somente erros na escolha da operação; e as questões Q6, Q7, Q8, Q9, Q10, Q11, Q12, Q13, Q14 e Q15 apresentaram erros e acertos na escolha da operação.

Em todas as questões apresentadas no Quadro 68, cuja elaboração da sentença natural estava incorreta, foram cometidos erros de construção, visto que o tipo de sentença construída nessas questões são sentenças aritméticas e não sentenças de modelação (sentença natural), pois de acordo com Carey (1991, *apud* SANTOS, 2017), na elaboração de uma sentença de modelação (sentença natural) são usados os dados os quais se referem diretamente aos dados do enunciado do problema, diferente de uma sentença aritmética, que é usada para determinar o valor procurado em um problema. Isso ficou evidenciado tanto nas questões com a elaboração incorreta da sentença e erro na escolha da operação quanto nas questões que foram elaboradas incorretamente e a escolha da operação estava adequada. Esses tipos de erros na construção da sentença natural também foram observados na pesquisa realizada por Santos (2017).

A seguir, apresentamos os comportamentos dos discentes na elaboração da sentença natural e na escolha da operação nos testes aditivos. Estes comportamentos foram observados a partir da análise dos dados obtidos nos Quadros 52 a 66, os quais apresentaram a análise por questão da elaboração da sentença natural do problema e da escolha da operação adequada para solucioná-lo nas questões do pré-teste e do pós-teste aditivos.

A análise realizada reportou 21 tipos de condutas e, com o intuito de analisarmos essas condutas, elegemos as seguintes categorias:

- **C1-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação, e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e continuam a acertar a escolha da operação.

- **C2-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e erram a escolha da operação.
- **C3 –** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e acertam a escolha da operação.
- **C4-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e erram a escolha da operação.
- **C5-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste continuam a não elaborar a sentença e continuam acertando a escolha da operação.
- **C6-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste continuam a não elaborar a sentença e erram a escolha da operação.
- **C7-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste deixam em branco.
- **C8-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e acertam a escolha da operação.
- **C9-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e erram a escolha da operação.
- **C10-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e acertam a escolha da operação.
- **C11-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e erram a escolha da operação.
- **C12-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste continuam a não elaborar a sentença e passam a acertar a escolha da operação.

- **C13-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste não elaboram a sentença e continuam a errar a escolha da operação.
- **C14-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste deixam em branco.
- **C15–** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e acertam a escolha da operação.
- **C16-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e erram a escolha da operação.
- **C17–** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e acertam a escolha da operação.
- **C18 –** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e erram a escolha da operação.
- **C19-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação.
- **C20 –** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação.
- **C21-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste continuam deixando em branco.

O quadro 69, a seguir, contém todas as categorias mencionadas anteriormente.

Quadro 69- Comportamento dos discentes na elaboração da sentença e escolha das operações nos testes aditivos

Questões	Tipo	Categorias (%)																				
		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21
Q1	AT	54,84	0	0	0	25,79	0	0	3,23	0	0	3,23	9,68	0	0	0	0	0	0	3,23	0	0
Q2	AT	54,84	0	0	0	32,26	0	0	6,45	0	0	0	6,45	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q3	AT	35,48	0	0	0	29,02	0	0	6,45	0	0	6,45	3,23	9,68	3,23	3,23	0	0	0	3,23	0	0
Q4	AT	38,71	0	0	3,23	22,58	0	0	3,23	0	0	0	9,68	9,68	3,23	3,23	0	0	0	0	0	0
Q5	AT	35,48	0	0	6,45	35,48	0	0	3,23	0	3,23	3,23	3,23	6,44	0	3,23	0	0	0	0	0	0
Q6	ALG	19,35	0	16,13	3,23	29,03	0	0	3,23	0	6,45	6,45	3,23	6,45	3,23	0	0	3,23	0	0	0	0
Q7	ALG	22,58	0	3,23	0	9,68	0	0	16,13	0	6,45	6,45	19,35	6,45	3,23	0	3,23	3,23	0	0	0	0
Q8	ALG	3,23	0	6,45	6,45	12,90	0	3,23	0	3,23	25,81	6,45	0	9,68	9,68	0	0	3,23	3,23	0	6,45	0
Q9	ALG	12,90	3,23	16,13	6,45	16,13	3,23	3,23	6,45	0	6,45	0	9,68	6,45	0	3,23	0	0	3,23	3,23	0	0
Q10	ALG	9,68	3,23	19,35	0	12,90	0	0	9,68	0	9,68	6,46	12,90	9,68	0	0	0	0	0	3,23	0	3,23
Q11	ALG	22,58	3,23	3,23	0	19,35	0	0	9,68	3,23	3,23	3,23	9,68	9,68	0	6,45	0	0	0	3,23	3,23	0
Q12	ALG	3,23	3,23	12,90	6,45	9,68	9,68	0	0	0	6,45	16,12	12,90	9,68	0	0	0	0	0	0	3,23	6,45
Q13	ALG	3,23	6,45	0	0	16,12	6,45	0	0	3,23	32,26	3,23	19,35	0	0	0	0	0	0	3,23	0	6,45
Q14	ALG	9,68	6,45	9,68	6,45	16,13	9,68	0	3,23	3,23	6,45	6,45	12,90	3,23	0	0	0	0	0	3,23	3,23	0
Q15	ALG	3,23	0	0	0	12,90	0	0	26,45	0	12,90	9,68	19,35	29,03	3,23	0	0	0	0	0	0	3,21

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A análise dos dados reportou 21 categorias a respeito da conduta dos discentes na elaboração e escolha da operação nos testes aditivos. No pré-teste, nenhum discente elaborou a sentença natural. Entretanto, após a aplicação da sequência didática os discentes apresentaram condutas diversas no pós-teste.

No pós-teste, em todas as questões, ocorreu a conduta C1, porém nas questões aritméticas Q1 e Q2, Q3, Q4 e Q5 ocorreram percentual mais elevado de estudantes que assumiram essa conduta, que variou de 35,84% a 54,84% e a média foi de 21,93% para essas questões. Nas questões algébricas Q6 a Q15 esse percentual variou dentre 3,23% a 22,58% e a média foi de 10,96%. Esses dados evidenciam uma contribuição positiva da aplicação da sequência didática, visto que esses estudantes não elaboravam a sentença natural no pré-teste. E no pós-teste passam a ter essa conduta e continuam a acertar a escolha da operação.

A conduta C2 foi adotada pelos estudantes apenas nas questões Q9, Q10, Q11, Q12, Q13, Q14 (Algébricas). O percentual de alunos que assumiram essa conduta ficou compreendido entre 3,23% a 6,45% e a média foi de 2,58%. Esses dados constatarem que houve um percentual discreto de estudantes que no pós-teste elaboraram a sentença natural corretamente, porém erram a escolha da operação.

O comportamento C3 ocorreu somente nas questões algébricas Q6, Q7, Q8, Q9, Q10, Q11, Q12 e Q14. O percentual de discentes que dispuseram desse procedimento variou entre 3,23% a 19,35% e a média foi de 5,81%. Isso certifica um percentual pequeno de discentes que no pós-teste elaboraram a sentença incorretamente e acertaram a escolha da operação. Esses dados constatarem que os discentes que acertaram a escolha da operação nessas questões construíram a sentença aritmética e não a de modelação.

A conduta C4 ocorreu nas questões Q4, Q5 aritméticas, e nas questões algébricas Q6, Q8, Q9, Q12 e Q14, o percentual de discentes que assumiu esse procedimento variou de 3,23% a 6,45%. E a média foi de 2,58%. Isto mostra que houve um percentual discreto de discentes que no primeiro teste não elaboravam a sentença natural e no pós-teste passam a elaborar a sentença natural, porém incorretamente, incorrendo no erro de construir nessas questões sentenças aritméticas e não de modelação.

O padrão C5 ocorreu em todas as questões do pós-teste. O percentual de estudantes que tiveram esse comportamento variou de 9,68% a 35,48%. E a média foi de 20%. Nas questões aritméticas a média foi de 29% e nas algébricas 15,48%.

A conduta C6 ocorreu somente nas questões algébricas Q9, Q12, Q13 e Q14. A média dos discentes que portaram esse comportamento foi de 1,94%. Esses dados revelam que houve um percentual muito pequeno de discentes que não elaboravam a sentença natural no primeiro teste e acertaram a escolha da operação, e no segundo teste continuam a não elaborar a sentença, porém erram a escolha da operação.

O comportamento C7 ocorreu apenas nas questões algébricas Q8 e Q9. E o percentual de alunos que assumiu essa conduta nessas questões foi de 3,23%, ou seja, ocorreu um percentual muito pequeno de discentes que não elaboravam a sentença no pré-teste e, no pós-teste deixaram essas questões em branco.

A conduta C8 ocorreu em todas as questões dos testes, exceto nas questões algébricas Q8, Q12 e Q13, isto é, em 80% das questões ocorreram esse padrão. E a média dos discentes que tiveram esse comportamento foi de 6,49% e variou de 3,23% a 26,45%, o que evidencia uma mudança positiva de comportamento, dado que no primeiro teste o discente não elaborava a sentença natural e errava a escolha da operação e no segundo teste passaram a elaborar a sentença natural e acertar a escolha da operação, proporcionado um crescimento no acerto da escolha da operação nessas questões.

O padrão C9 foi assumido em média por 0,86% dos discentes e ocorreu nas questões algébricas Q8, Q11, Q13 e Q14. Esses dados revelam que um percentual discreto de discentes não elaborava a sentença natural no pré-teste e no pós-teste passa a elaborar a sentença corretamente e comete erro ao escolher a operação para solucionar essas questões.

O comportamento C10 ocorreu na questão aritmética Q5 e nas questões algébricas Q6, Q7, Q8, Q9, Q10, Q11, Q12, Q13, Q14 e Q15. Os dados mostram que em média 7,96% dos discentes não elaboravam a sentença natural e erravam a escolha da operação; no pós-teste passam a elaborar a sentença incorretamente, porém acertam a escolha da operação, o que evidencia um crescimento na escolha adequada da operação. Os erros cometidos na elaboração da sentença foram de construção da sentença aritmética e não de modelação.

No que se refere à conduta C11, ela ocorreu em todas as questões, exceto nas questões Q2 e Q9. E os dados reportam que em média 5,16% dos discentes no pré-teste não elaboravam a sentença natural e erravam a escolha da operação e, no pós-teste passaram a elaborar a sentença incorretamente e continuaram se equivocando na escolha da operação.

A conduta C12 ocorreu em todas as questões, exceto na questão algébrica Q8. A variação dos discentes que assumiu essa conduta foi de 3,23% a 9,68% e a média foi de 10,10%, o que prova que houve um crescimento na escolha adequada da operação no pós-teste, pois no pré-teste os discentes não haviam elaborado a sentença e haviam errado a seleção da operação, já no pós-teste continuaram não elaborando a sentença, mas passaram a acertar a escolha da operação.

O comportamento C13 diz respeito aos discentes que no pré-teste não elaboraram a sentença e erraram a escolha da operação, e no pós-teste continuam a não elaborar e a errar a escolha da operação. Os dados apresentados no quadro mostram que essa conduta ocorreu nas questões Q4, Q5, Q6, Q7, Q8, Q9, Q10, Q11, Q12, Q14 e Q15 e a média desse comportamento foi de 7,74%, cuja variação foi de 9,68% a 29,03%.

A Conduta C14 ocorreu em seis questões dos testes (Q3, Q4, Q6, Q7, Q8 e Q15). A média desse comportamento nessas questões foi de 1,72%, representando um percentual discreto de discentes que no pré-teste não elaboraram a sentença e erraram a escolha da operação e no pós-teste passaram a deixar essas questões em branco.

O comportamento C15 foi apresentado em cinco questões Q4, Q5, Q6, Q9 e Q11. A média desse comportamento nessas questões foi de 1,29%. Isto evidencia que houve uma melhora, pois no pré-teste os discentes deixaram essas questões em branco e no pós-teste passaram a elaborar a sentença natural corretamente e acertarem a escolha da operação.

O comportamento C16 representa os discentes que no primeiro teste deixaram as questões em branco e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente, porém erram a escolha da operação. Esse comportamento ocorreu apenas na questão Q7 (algébrica) e foram apenas 3,23% do discentes que apresentaram esse procedimento.

A conduta C17 foi apresentada nas questões Q6, Q7 e Q8 e representam os discentes que no pré-teste deixaram essas questões em branco e no pós-teste elaboraram a sentença natural incorretamente e acertaram a escolha da operação. A média dos discentes que assumiram essa conduta foi de 0,64%.

O comportamento C18 ocorreu nas questões Q8 e Q9 e representa os discentes que no primeiro teste deixaram essas questões em branco e no segundo

teste elaboraram a sentença natural incorretamente e erraram a escolha da operação. O percentual médio de discentes que apresentaram essa conduta foi de 0,43%.

O padrão C19 representa os discentes que no pré-teste deixaram as questões em branco e no pós-teste não elaboraram a sentença natural, mas acertaram a escolha da operação. Isso ocorreu nas questões Q1, Q3, Q9, Q10, Q11, Q13, Q14. A média dos discentes que assumiu essa postura foi de 1,50%.

A conduta C20 ocorreu nas questões Q8, Q11, Q12 e Q14 e representa os discentes que no primeiro teste deixaram as questões em branco e no pós-teste não elaboraram a sentença natural e erraram a escolha da operação. A média dos discentes que tiveram essa conduta foi de 1,08%.

O comportamento C21 ocorreu nas questões Q10, Q12, Q13 e Q14 e representa os discentes que no pré-teste deixaram as questões em branco e no pós-teste continuaram a deixar as questões em branco. A média dos discentes que assumiram essa postura foi de 1,29%.

O comportamento C1 ocorreu em 100% das questões. Isto constata que em todas as questões houve discentes que no pré-teste não elaboraram a sentença natural e acertavam a escolha da operação e no pós-teste passaram a elaborar a sentença natural e continuaram a acertar a escolha da operação.

A conduta C5 ocorreu em 100% das questões. Esses dados evidenciam que em todas as questões houve discentes que não elaboravam a sentença natural no pré-teste e acertavam a escolha da operação e no pós-teste continuaram a não elaborar e continuaram a acertar a escolha da operação.

Os dados evidenciam que em 80% das questões ocorreu a conduta C8. Os discentes no pré-teste não elaboravam a sentença natural e erravam a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença natural corretamente e passam a acertar a escolha da operação.

Em 93,33% das questões ocorreu a conduta C12, na qual os discentes no pré-teste não elaboravam a sentença natural e erravam a escolha da operação e no pós-teste continuam não elaborando a sentença natural, porém passam a acertar a escolha da operação.

A conduta C8 ocorreu em 80% das questões. Por meio disso, constatou-se que houve um percentual elevado de discentes que no primeiro teste não elaboravam a sentença natural e erravam a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença natural corretamente e passam a acertar a escolha da operação.

Em 6,67% das questões ocorreu o comportamento C9, no qual os discentes no pré-teste não elaboravam a sentença natural e erravam a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença natural incorretamente e erram a escolha da operação.

Em 93,33% das questões houve a conduta C12, e isto evidencia que no pré-teste os estudantes não elaboraram a sentença natural e erraram a escolha da operação, mas no pós-teste continuam a não elaborar a sentença natural e passam a acertar a escolha da operação.

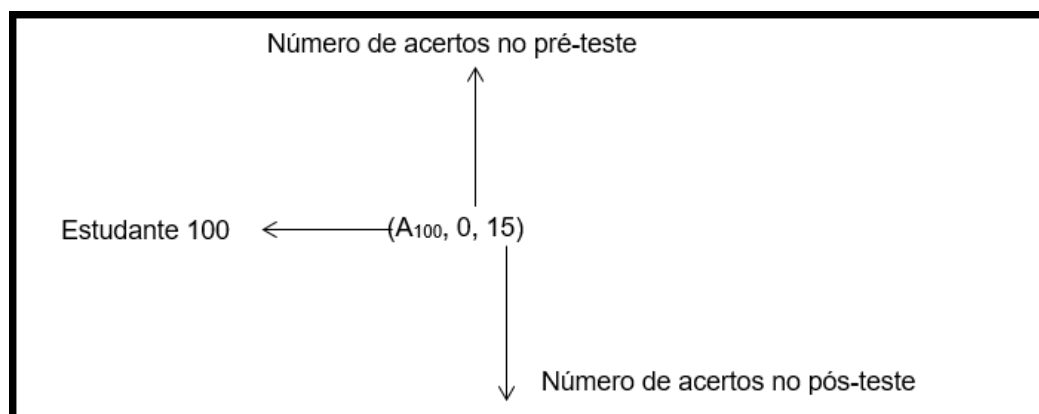
A análise dos dados obtidos na elaboração da sentença natural e escolha da operação reportou o seguinte: o percentual de acertos na escolha da operação por meio da elaboração correta da sentença natural foi maior em todas as questões do pós-teste aditivo (exceto na questão 8) do que quando os estudantes não elaboravam a sentença ou a elaboravam incorretamente. Esses dados evidenciam que a elaboração da sentença natural dos problemas aditivos foi importante para os discentes escolherem corretamente a operação adequada para solucionar as questões, evidenciando assim que esta é uma etapa necessária na resolução de um problema aditivo.

A seguir, apresentamos os resultados e análises das correlações entre os fatores socioeducativos e a diferença das notas nos testes multiplicativos.

7.4 A RELAÇÃO ENTRE FATORES SOCIOEDUCATIVOS, A MATEMÁTICA E O DESEMPENHO NOS TESTES ADITIVOS

Nesta subseção, apresentamos as análises referentes às informações produzidas a partir da aplicação do questionário socioeducativo utilizado na experimentação e o desempenho dos estudantes nos testes aditivos, com o objetivo de verificar se há alguma relação entre os fatores socioeducativos e questões relacionadas à matemática com a performance dos estudantes na resolução das questões aditivas.

As informações presentes nos quadros a seguir referem-se à quantidade de acertos nos testes de cada discente na etapa aditiva de modo a formar a terna: aluno, nota no pré-teste e nota no pós-teste, como mostra o exemplo abaixo.



A apresentação dos dados produzidos com a aplicação do questionário usado no experimento inicia-se com as variáveis “afinidade e dificuldade em matemática” e o “desempenho nos testes aditivos”.

Quadro 70- Afinidade e dificuldade em matemática e desempenho nos testes aditivos

		DIFICULDADE EM APRENDER MATEMÁTICA		
		Não	Um pouco	Sim
AFINIDADE COM A MATEMÁTICA	Não gosto	-----	-----	(A4: 1, 12) (A21: 5, 11) (A22: 3, 4)
	Gosto um pouco	(A1: 7, 11)	(A3: 4, 9) (A5: 1, 15) (A6: 9, 9) (A9: 1, 1) (A10: 1, 3) (A14: 9, 9) (A15: 12, 15) (A18: 6, 8) (A20: 0, 4) (A24: 11, 12) (A27: 2, 6)	-----
	Gosto	(A2: 7, 9)	(A7: 10, 14) (A8: 8, 9) (A12: 1, 9) (A13: 3, 3) (A16: 7, 15) (A17: 6, 9) (A19: 14, 15)	(A11: 2, 3) (A25: 4, 6) (A30: 1, 5)
	Gosto muito	-----	(A23: 9, 7) (A26: 2, 4) (A28: 14, 13) (A29: 1, 5)	(A31: 1, 5)

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O quadro acima mostra que o discente A₁ (3,23%) não possui dificuldade com a matemática e tem pouca afinidade com ela. Esse discente apresentou um desempenho bom no pré-teste, acertando 7 (46,67%) questões, e no pós-teste os acertos subiram para 11 (73,33%).

Os discentes A₃, A₅, A₆, A₉, A₁₀, A₁₄, A₁₅, A₁₈, A₂₀, A₂₄ e A₂₇ afirmaram ter pouca afinidade com a matemática e pouca dificuldade em aprender os conteúdos matemáticos. Eles representam 22,58% dos participantes da pesquisa. Os alunos A₃, A₅, A₉, A₁₀, A₁₈, A₂₀ e A₂₇, no pré-teste, apresentaram um desempenho ruim, acertando de 0 a 6 questões. No pós-teste, os discentes A₃, A₅ e A₁₈ progrediram e acertaram respectivamente, 8, 9 e 15 questões (53,33%; 60% e 100%). Porém, os educandos A₁₀, A₂₀ e A₂₇, apesar de apresentarem progressos nos rendimentos, no pós-teste apresentaram rendimento inferior a 50%. Os estudantes A₆, A₁₄ e A₁₅, no pré-teste, tiveram rendimento superior a 50%. No pós-teste, os estudantes A₆ e A₁₄ mantiveram o mesmo nível de acertos e o estudante A₁₅ acertou 100% das questões.

Os discentes A₄, A₂₁ e A₂₂ afirmaram não ter afinidade com a matemática e ter dificuldade com a mesma (9,68%). Todos esses estudantes, no pré-teste, tiveram rendimento inferior a 34%, entretanto no pós-teste os discentes A₄ e A₂₁ passaram a ter rendimento superior a 70% e o A₂₂ continuou com o rendimento inferior a 34%.

O discente A₁ afirmou não ter dificuldade em matemática e ter pouca afinidade com a mesma (3,23% da amostra). No pré-teste ele acertou 7 (46,67%) questões e no pós-teste progrediu para 11 (73,33%) questões certas.

O percentual de alunos que disseram ter afinidade com a matemática e não ter dificuldade foi de 3,23% (A₂). O discente A₂, no pré-teste, acertou 7 (46,67%) questões e no pós-teste avançou para 9 (60%) questões.

Os discentes A₇, A₈, A₁₂, A₁₃, A₁₆, A₁₇ e A₁₉ relataram que têm afinidade com a matemática e também têm um pouco de dificuldade com essa disciplina (35,48% da amostra). Os alunos A₇, A₈ e A₁₉, no pré-teste, apresentaram respectivamente acertos de 10, 8 e 14 questões e no pós-teste progrediram respectivamente para 14, 9 e 15 acertos. Os estudantes A₁₂, A₁₃, A₁₆ e A₁₇, no pré-teste, tiveram rendimento inferior a 50%, no pós-teste todos esses discentes tiveram rendimento superior a 50%, exceto o A₁₃, que manteve o mesmo rendimento do primeiro teste: 20%.

Os estudantes A₂₃, A₂₆, A₂₈ e A₂₉ afirmaram ter pouca dificuldade em aprender matemática e ter muita afinidade com a mesma (12,90% da amostra). No primeiro teste, os educandos A₂₆ e A₂₉ apresentaram rendimentos de 13,33% e 6,67%, e no

pós-teste progrediram respectivamente para 26,67% e 33,33%. Os estudantes A₂₃ e A₂₈ apresentaram decrescimento de rendimento, pois no primeiro teste o A₂₃ apresentou 60% de rendimento e o A₂₈ 93,33%; no pós-teste obtiveram rendimentos respectivamente de 46,66% e 86,67%.

Os alunos A₁₁, A₂₅ e A₃₀ (9,68% da amostra) disseram que têm dificuldade para aprender matemática e têm afinidade com a mesma. No pré-teste, esses discentes tiveram rendimentos muito baixos, variando entre 3,23% a 26,67%, no pós-teste ocorreu um discreto rendimento que variou entre 20% a 40%.

O percentual de discentes que afirmaram ter dificuldade em aprender matemática e têm muita afinidade com a disciplina foi de 3,23% (A₃₁). Estes apresentaram no pré-teste rendimento de 6,67% e no pós-teste progrediram para 33,33%.

A seguir, apresentamos os dados referentes às notas, distração nas aulas de matemática e desempenho nos testes aditivos.

Quadro 71- Notas, distração nas aulas de matemática e desempenho nos testes aditivos

		DISTRAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA		
		Não	Na maioria das vezes	Sim
NOTAS EM MATEMÁTICA	Abaixo da média	(A ₃₁ : 1, 5) (A ₆ : 9, 9) (A ₁₂ : 1, 9)	(A ₁₇ : 6, 9) (A ₉ : 1, 1)	(A ₁₁ : 2, 4) (A ₂₂ : 3, 4)
	Na média	(A ₅ : 1, 7) (A ₁₅ : 12, 15) (A ₁₆ : 7, 15) (A ₁₈ : 6, 8) (A ₂₉ : 6, 6)	(A ₂₄ : 11, 12) (A ₁ : 7, 11) (A ₄ : 1, 12) (A ₁₀ : 1, 3) (A ₁₃ : 3, 3) (A ₁₄ : 9, 10) (A ₂₃ : 9, 7) (A ₂₅ : 4, 6) (A ₂₇ : 2, 6) (A ₂₈ : 14, 13)	-----
	Acima da média	(A ₂ : 7, 9) (A ₈ : 8, 9) (A ₁₉ : 14, 15) (A ₂₁ : 5, 11) (A ₂₆ : 2, 4)	(A ₃ : 4, 12) (A ₇ : 10, 14) (A ₂₀ : 0, 4) (A ₃₀ : 1, 5)	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os discentes A₃₁, A₆ e A₁₂ (9,68% da amostra) afirmaram que não se distraem nas aulas de matemática e possuem notas abaixo da média, entre esses discentes A₃₁ e A₁₂ tiveram rendimento de apenas 6,67% no pré-teste, e no pós-teste tiveram

aumento nos seus respectivos rendimentos. A₃₁ subiu para 33,33% e A₁₂ subiu para 60%. O discente A₆ não apresentou evolução no pós-teste, mantendo o mesmo rendimento do pré-teste, 60%.

Os discentes A₁₇ e A₉ disseram que na maioria das vezes se distraem nas aulas de matemática e têm notas abaixo da média (6,45% da amostra). O primeiro discente apresentou no pré-teste rendimento de 40% e o segundo de 3,23%. No pós-teste o discente A₁₇ apresentou um rendimento de 60% e A₉ não evoluiu, continuou com rendimento de 3,23%. Os discentes A₁₁ e A₂₂ afirmaram que se distraem nas aulas de matemática e possuem baixo rendimento. No pré-teste, o rendimento desses discentes foram respectivamente de 6,45% e 20%, e no pós-teste ambos apresentaram um discreto aumento de rendimento, o qual passou para 26,67%.

Os alunos A₅, A₁₅, A₁₆, A₁₈ e A₂₉ (16,13% da amostra) declararam que não se distraem nas aulas de matemática e suas notas são na média. Esses discentes apresentaram no pré-teste rendimentos variados. O discente A₅ acertou 3,23% das questões, os discentes A₁₆, A₁₈ e A₁₉ apresentaram rendimento inferior a 50% e o discente A₁₅ teve rendimento de 80%. No pós-teste, os discentes A₁₅ e A₁₆ acertaram 100% das questões. O discente A₅ aumentou seu rendimento para 46,67% e o A₁₈ para 53,33%. O discente A₂₉, no pós-teste, foi o único que se manteve com o mesmo rendimento do pré-teste.

O percentual de alunos que afirmaram que na maioria das vezes se distraem nas aulas de matemática e possuem suas notas nessa disciplina na média foi de 32,26% (A₂₄, A₁, A₁₀, A₄, A₁₃, A₁₄, A₂₃, A₂₅, A₂₇ e A₂₈). No pré-teste, os discentes A₁, A₄, A₁₀, A₁₃, A₂₅ e A₂₇ apresentaram rendimentos baixos, que variaram de 3,23% a 20%, e no pós-teste ocorreu uma melhora no rendimento desses discentes. A₄ subiu para 80%, A₂₇ e A₂₅ progrediram para 40% e A₁ progrediu para 20%. Os estudantes A₁₄ e A₂₃, no pré-teste, apresentaram rendimento de 60%; A₂₈ acertou 93,33% das questões e o A₂₄ teve 73,33% de acerto. No pós-teste, os discentes A₁₄ e A₂₄: o primeiro subiu para 66,67% e o segundo cresceu para 80%. A₂₃ e A₂₈ tiveram um declínio em seus rendimentos no pós-teste, o primeiro caiu 46,67% e o segundo diminuiu para 86,67%.

Os discentes A₃, A₇, A₂₀ e A₃₀ (12,90% da amostra) afirmaram que na maioria das vezes se distraem nas aulas de matemática e têm notas acima da média. Os estudantes A₃, A₂₀ e A₃₀ apresentaram baixo rendimento no pré-teste. O A₂₀ não acertou nenhuma questão e A₃ e A₂₀ tiveram rendimento inferior a 30%. No pós-teste,

esses discentes tiveram crescimento no percentual de acertos, A₃ subiu para 80%, A₂₀ subiu para 26,67% e A₃₀ cresceu para 33,33%. O discente A₇ apresentou, no pré-teste, um rendimento 66,67% e no pós-teste subiu para 93,33%.

Os estudantes A₂, A₈, A₁₉, A₂₁ e A₂₆ disseram que não se distraem nas aulas de matemática e possuem notas nessa disciplina acima da média. Entre esses estudantes, A₂, A₈ e A₁₉, no pré-teste, apresentaram rendimento superior a 50% e A₂₁ e A₂₆ tiveram rendimento inferior a 50%. No pós-teste, A₂, A₈, A₁₉ e A₂₁ apresentaram rendimento superior a 50% e o A₄ continuou a ter rendimento inferior a 50%.

A seguir, apresentamos os dados referentes aos hábitos de estudos, auxílio nas tarefas de casa de matemática e desempenho nos testes aditivos.

Quadro 72- Hábitos de estudos, auxílio nas tarefas de casa de matemática e desempenho nos testes aditivos

		AJUDA NAS TAREFAS DE CASA DE MATEMÁTICA					
		Mãe	Pai	Irmão(ã)	Professor Particular	Ninguém	Amigo
HÁBITOS DE ESTUDOS EM MATEMÁTICA	Só estuda em sala de aula	-----	-----	-----	-----	-----	-----
	Só no período de prova	(A ₂₄ : 11, 12)	(A ₃₀ : 1, 5)	-----	-----	(A ₄ : 1, 12) (A ₅ : 1, 7) (A ₁₄ : 9, 15) (A ₁₇ : 6, 9) (A ₂₂ : 3, 4) (A ₂₉ : 6, 6) (A ₃₁ : 1, 5)	(A ₂₁ : 5, 11)
	Só na véspera da prova	(A ₂₈ : 14, 15)	-----	(A ₁₆ : 7, 15)	-----	-----	-----
	Só nos fins de semanas	-----	-----	(A ₇ : 10, 14)	(A ₂ : 7, 9) (A ₉ : 1, 1)	(A ₁₀ : 1, 3)	-----
	Alguns dias da semana	(A ₁₃ : 3, 3) (A ₁₈ : 6, 8) (A ₂₅ : 4, 6) (A ₂₇ : 2, 6)	-----	(A ₆ : 9, 9) (A ₈ : 8, 9) (A ₂₆ : 2, 4)	-----	(A ₁ : 7, 11) (A ₃ : 4, 9) (A ₁₁ : 2, 4) (A ₁₂ : 1, 9) (A ₁₅ : 12, 15) (A ₁₉ : 14, 15) (A ₂₃ : 9, 7)	-----
	Todos os dias	-----	-----	-----	-----	(A ₂₀ : 0, 4)	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Conforme os dados contidos no quadro, somente o discente A₂₄ (3,23% da amostra) tem ajuda da mãe para as tarefas de matemática e só estuda no período de prova. O desempenho desse aluno no pré-teste foi de 73,33% e no pós-teste aumentou para 80%.

O percentual de alunos que afirmaram que têm ajuda do pai nas tarefas de matemática e só estudam na véspera da prova foi de 3,23% (A₂₈). O discente A₂₈ teve um rendimento elevado no primeiro teste, acertando 14 (93,33%) questões e no segundo teste acertou todas as questões.

O discente A₁₆ (3,23% da amostra) informou que tem ajuda dos irmãos nas tarefas de matemática e só estuda na véspera de prova. Esse estudante teve 7 (46,67%) acertos no pré-teste e no pós-teste acertou todas as questões.

O estudante A₇ relatou que tem ajuda dos irmãos nas tarefas de matemática e só estuda nos dias de prova. Ele apresentou 10 (66,67%) acertos no pré-teste e no pós-teste subiu para 14 (93,33%) acertos.

Os educandos A₂ e A₇ (6,45% da amostra) informaram que têm ajuda de professor particular e só estudam nos finais de semana. O estudante A₂ no pré-teste acertou 7 questões e no pós-teste subiu para 9 questões. Porém, o estudante A₉ não apresentou mudanças de rendimentos, sendo que no pré-teste e no pós-teste acertou apenas uma questão.

Acerca de ter ajuda de amigos nas tarefas de matemática e estudar só nos finais de semana, isso foi relatado apenas pelo estudante A₂₁ (3,23% da amostra). Esse discente no pré-teste acertou 5 (33,33%) questões e no pós-teste subiu para 11 (73,33%) questões.

Os discentes A₄, A₅, A₁₄, A₁₇, A₂₂, A₂₉ e A₃₁ revelaram que não têm ajuda nas tarefas de matemática e só estudam no período de prova. Todos esses discentes tiveram rendimentos inferiores a 50% no pré-teste, exceto A₁₄ que apresentou rendimento superior a 50%. Os discentes A₄, A₁₄ e A₁₇, no pós-teste, tiveram rendimento de 60% a 100%, porém os discentes A₅, A₂₂, A₂₉ e A₃₁ continuaram a ter rendimentos abaixo de 50%.

O percentual referente aos discentes que não têm ajuda nas tarefas de matemática e só estudam nos finais de semana foi de 3,23%, e refere-se ao discente A₁₀, que no pré-teste apresentou rendimento de 6,67% e no pós-teste cresceu para 20%.

Os alunos A₁, A₃, A₁₁, A₁₂, A₁₅, A₁₉ e A₂₃ (22,58% da amostra) afirmaram que não têm ajuda nas tarefas de matemática e só estudam nos finais de semana. Os estudantes A₁₅ e A₁₉ tiveram rendimento expressivo no pré-teste e acertaram 12 (80%) e 14 (93,33%) questões respectivamente, e no pós-teste acertaram todas as questões. Os discentes A₁, A₃ e A₁₁ acertaram no pré-teste respectivamente 7, 4 e 4 questões, e no pós-teste acertaram respectivamente 11, 9 e 4 questões. Isso evidencia uma melhora discreta nos acertos. O discente A₂₃ regrediu no pós-teste, pois acertou 7 questões e no pré-teste acertou 9 questões.

O discente A₂₀ foi o único que afirmou que ninguém o ajuda nas tarefas de matemática e estuda todos os dias e não teve nenhum acerto no pré-teste e no pós-teste progrediu para 4 acertos.

Os estudantes A₁₃, A₁₈, A₂₅ e A₂₇ (26,67%) afirmaram que ninguém os ajuda nas tarefas de matemática e estudam alguns dias da semana. Todos esses discentes apresentaram rendimento baixo no pré-teste, variando de 13,33% a 40%. No pós-teste o discente A₁₈ teve rendimento de 53,33%, os estudantes A₂₅ e A₂₇ apresentaram rendimento de 40% e o aluno A₁₃ não teve melhoras, continuou com o mesmo rendimento apresentado no primeiro teste.

O percentual de discentes que afirmou ter ajuda dos irmãos nas tarefas de matemática e estuda alguns dias da semana foi de 9,68% da amostra (A₆, A₈ e A₂₆). Os discentes A₈ e A₂₆ tiveram respectivamente no pré-teste 8 e 2 acertos e no pós-teste progrediram respectivamente para 9 e 4 acertos. O discente A₆ apresentou tanto no pré-teste quanto no pós-teste 9 acertos.

A seguir, apresentamos os dados referentes ao trabalho remunerado, hábitos de fazer compras e desempenho nos testes aditivos.

Quadro 73- Trabalho remunerado, hábito de fazer compras e desempenhos nos testes aditivos

		HÁBITO DE FAZER COMPRAS		
		Não	Às vezes	Sim
TRABALHO REMUNERADO	Não	(A ₄ : 1,12)	-----	-----
	Às vezes	(A ₃₀ : 1, 5) (A ₆ : 9, 9) (A ₇ : 10,14) (A ₁₁ : 2, 4) (A ₁₄ : 9, 10) (A ₁₆ : 7,15) (A ₁₈ : 6, 8) (A ₂₆ : 2,4)	(A ₃ : 4, 9) (A ₁₅ : 12, 15) (A ₁₉ : 14,15)	-----
	Sim	(A ₂ : 7, 9) (A ₂₀ : 0, 4) (A ₂₂ : 3, 4) (A ₂₄ : 11,12) (A ₂₅ : 4, 6) (A ₂₉ : 6, 6) (A ₃₁ : 1, 5)	(A ₁ : 7, 11) (A ₅ : 1, 7) (A ₈ : 8, 9) (A ₉ : 1, 1) (A ₁₀ : 1, 3) (A ₁₂ : 1, 9) (A ₁₃ : 3, 3) (A ₁₇ : 6, 9) (A ₂₁ : 5, 11) (A ₂₃ : 9, 7) (A ₂₇ : 2, 6) (A ₂₈ : 14,13)	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os discentes A₆, A₇, A₁₁, A₁₄, A₁₆, A₁₈, A₂₆, e A₃₀ disseram que não possuem o hábito de fazer compras e às vezes trabalham de forma remunerada (25,80% da amostra). Os estudantes A₆, A₇, A₁₄, A₁₆, A₁₈ apresentaram no pré-teste um bom rendimento, que variou de 40% a 66,67%. E os discentes A₁₁, A₂₆ e A₃₀ apresentaram um baixo rendimento, que variou de 3,23% a 6,45%. No segundo teste, o aluno A₆ manteve o mesmo rendimento do pré-teste, e os discentes A₇, A₁₄, A₁₆ e A₁₈ tiveram um aumento significativo no rendimento no pós-teste, que variou de 53,33% a 100%. Os discentes A₁₁, A₂₆, e A₃₀ tiveram um aumento discreto no rendimento no pós-teste, que variou de 26,67% a 33,33%.

Os discentes A₁, A₅, A₈, A₉, A₁₀, A₁₂, A₁₃, A₁₇, A₂₁, A₂₃, A₂₇ e A₂₈ (38,71% da amostra) revelaram que possuem o hábito de fazer compras e trabalham de forma remunerada. No pré-teste, os discentes A₅, A₉, A₁₀, A₁₂, A₁₃ e A₂₇ apresentaram rendimento baixo, de 6,67% a 20%. E os estudantes A₈, A₁₇, A₂₁ e A₂₃ apresentaram respectivamente rendimentos de 53,33%; 40%; 33,33% e 60%. No pós-teste, o aluno A₅ cresceu para 46,67%; A₁₂ avançou para 60%; A₂₇ progrediu para 40%; A₁₀ subiu para 20%; A₁₇ progrediu para 60%; A₂₁ avançou para 73,33%. Ademais, os alunos A₂₃, A₂₈, A₉ e A₁₃ não progrediram no segundo teste. A₂₃ decresceu para 46,67%; A₂₈ diminuiu para 93,33% e A₉ e A₁₃ mantiveram o mesmo rendimento do primeiro teste.

Os alunos A₂, A₂₀, A₂₂, A₂₄, A₂₅, A₂₉ e A₃₁ afirmaram que trabalham de forma remunerada e não possuem o hábito de fazer compras (22,58% da amostra). Os discentes A₂₀, A₂₂, A₂₅ e A₃₁ tiveram baixo desempenho no primeiro teste, que variou de 0% a 26,67% e no segundo teste esses discentes apresentaram uma melhora no desempenho, que variou de 26,67% a 40%. Os discentes A₂ e A₂₄ apresentaram um bom desempenho no primeiro teste, que variou de 46,67% a 73,33% e no segundo teste o desempenho desses discentes variou de 60% a 80%.

A seguir, apresentamos os dados referentes à escolaridade dos responsáveis masculino e feminino e o desempenho nos testes aditivos.

Quadro 74- Escolaridade do responsável feminino e masculino e o desempenho nos testes aditivos

		ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL FEMININO					
		Não escolarizado	EF incompleto	EF completo	EM incompleto	EM completo	Ensino Superior
ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL MASCULINO	Não escolarizado	----	(A ₃ : 4, 9)	----	----	(A ₁₅ : 12, 15)	----
	EF incompleto	-----	(A ₁ : 7, 11) (A ₅ : 1, 7) (A ₈ : 8, 9) (A ₁₁ : 2, 4) (A ₁₃ : 3, 3) (A ₁₇ : 6, 9) (A ₁₈ : 6, 8) (A ₂₁ : 5, 11) (A ₂₆ : 2, 4) (A ₂₉ : 6, 6) (A ₃₀ : 1, 5)	-----	-----	-----	(A ₂₇ : 2, 6)
	EF completo	----	(A ₄ : 1, 12) (A ₁₂ : 1, 9)	(A ₉ : 1, 1) (A ₂₀ : 5, 11)	----	----	(A ₁₀ : 1, 3)
	EM incompleto	----	-----	(A ₂₅ : 4, 6) (A ₂₈ : 4,13)	(A ₁₉ : 14,15)	(A ₁₄ : 9, 10) (A ₃₁ : 1,5)	----
	EM completo	----	(A ₂₃ : 9, 7)	-----	-----	(A ₂ : 7, 9) (A ₆ : 9, 9) (A ₇ : 10,14) (A ₂₄ : 11,12)	----
	Ensino Superior	----	(A ₂₂ : 3, 4)	-----	(A ₁₄ : 9, 10)	(A ₁₆ : 7, 15)	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os alunos A₁, A₅, A₈, A₁₁, A₁₃, A₁₇, A₁₈, A₂₁, A₂₆, A₂₉ e A₃₀ (35,48% da amostra) afirmaram que, tanto seu responsável feminino quanto o masculino possuem o Ensino Fundamental incompleto. Os estudantes A₅, A₁₁, A₁₃, A₂₆ e A₃₀ apresentaram baixo rendimento no primeiro teste, pois a quantidade de acertos nessas questões foi de 1 a 3 acertos, e no pós-teste houve um crescimento discreto na quantidade de acertos

nessas questões, passando respectivamente para 7, 4,3, 4 e 5 acertos. Os discentes A₁, A₈, A₁₇, A₁₈ e A₂₁ apresentaram um bom rendimento no pré-teste, a quantidade de acertos referentes a esses discentes foi de 6 a 11 questões e no pós-teste foi de 9 a 11 questões. O discente A₂₉ foi o único que apresentou a mesma quantidade de acertos no pré e pós-teste (6 acertos).

O percentual de discentes que disseram que tanto o seu responsável feminino quanto o masculino possuem o Ensino Médio incompleto foi de 26,67% (A₂, A₆, A₇ e A₂₄). Todos esses discentes apresentaram um bom rendimento, tanto no pré-teste quanto no pós-teste e tiveram rendimento superior a 50%.

Os estudantes A₄ e A₁₂ (6,45% da amostra) afirmaram que o responsável feminino possui o Ensino Fundamental incompleto e o responsável masculino concluiu o Ensino Fundamental. O desempenho desses discentes no pré-teste foi muito baixo, dado que ambos acertaram somente 1 questão. Porém, no pós-teste houve uma melhora expressiva: o estudante A₄ acertou 12 questões e o A₁₂ fez 9 acertos.

O percentual de discentes que disseram que tanto o seu responsável feminino quanto o masculino têm o Ensino Fundamental completo foi de 6,45% (A₉ e A₂₀). Esses discentes no pré-teste apresentaram baixo rendimento. A₉ teve apenas 1 acerto e o A₂₀ 5 acertos, no pós-teste somente o discente A₂₀ progrediu e realizou 11 acertos e A₉ continuou a acertar apenas uma questão.

Os estudantes A₂₅ e A₂₈ (6,45% da amostra) afirmaram que seu responsável feminino possui o Ensino Fundamental completo e o responsável masculino possui o Ensino Fundamental incompleto. O discente A₂₅ no pré-teste realizou 4 acertos e no pós-teste subiu para 6 acertos. O discente A₂₈ no pré-teste realizou 14 acertos e no pós-teste caiu para 13 acertos.

O percentual de alunos que afirmaram que tanto o responsável feminino quanto o masculino têm o Ensino Médio incompleto foi de 3,23% (A₁₉). O discente A₁₉ realizou no pré-teste 14 acertos e no pós-teste realizou 15 acertos.

Apenas um discente (3,23% da amostra) afirmou que o responsável feminino concluiu o Ensino Superior e o responsável masculino tem o Ensino Fundamental completo. Esse discente teve rendimento baixo, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, acertando no primeiro teste 1 questão e no segundo 3 questões.

Os discentes A₁₄ e A₃₁ (6,45% da amostra), ambos disseram que seu responsável feminino concluiu o Ensino Médio e o seu responsável masculino não concluiu. O discente A₁₄, no primeiro teste, realizou 9 acertos e no segundo teste

realizou 10 acertos e o discente A₃₁ no primeiro teste acertou uma questão e no segundo teste progrediu para 5 questões certas.

O aluno A₂₇ (3,23% da amostra) foi o único que afirmou que seu responsável feminino concluiu o Ensino Superior e seu responsável masculino não concluiu o Ensino Fundamental. Esse discente apresentou no primeiro teste 2 acertos e no segundo teste subiu para 6 acertos.

O discente A₃ foi o único da amostra (3,23%) a afirmar que seu responsável feminino não concluiu o Ensino Fundamental e o seu responsável masculino não é escolarizado. Esse discente no pré-teste realizou 4 acertos e no pós-teste progrediu para 9 acertos.

O estudante A₁₅ (3,23% da amostra) afirmou que seu responsável feminino concluiu o Ensino Médio e o seu responsável masculino não foi escolarizado, esse discente no primeiro teste acertou 12 questões e no segundo teste avançou para 15 questões.

Apenas o discente A₂₃ (3,23% da amostra) afirmou que seu responsável feminino não concluiu o Ensino Fundamental e o seu responsável masculino concluiu o Ensino Médio. No pré-teste esse discente realizou 9 acertos e no pós-teste caiu para 7 acertos.

O discente A₂₂ (3,23% da amostra) disse que seu responsável feminino não concluiu o Ensino Fundamental e o seu responsável masculino possui nível superior. No pré-teste apresentou 3 acertos e no pós-teste progrediu discretamente para 4 acertos.

Somente o discente A₁₄ (3,23% da amostra) afirmou que seu responsável feminino tem o Ensino Médio incompleto e o seu responsável masculino concluiu o Ensino Superior. No pré-teste apresentou 9 acertos e no pós-teste teve 10 acertos.

O estudante A₁₆ (3,23% da amostra) afirmou que seu responsável feminino concluiu o Ensino Médio e o responsável masculino concluiu o Ensino Superior. No pré-teste apresentou 7 acertos e no pós-teste ocorreu a progressão para 15 acertos.

A seguir, apresentamos a definição de teste de hipótese.

7.5 TESTE DE HIPÓTESE

O teste de hipótese, segundo Larson e Faber (2015), é um procedimento que usa a estatística amostral para realizar a testagem de um parâmetro populacional, no

qual devem ser estabelecidas duas hipóteses, de forma que uma refere-se à afirmação e a outra é o seu complemento, de maneira que se uma delas é considerada verdadeira, a outra deve ser considerada falsa. Essas hipóteses são denominadas como hipótese “nula” e “alternativa”, e são definidas como

hipótese nula H_0 é uma hipótese estatística que contém uma afirmação de igualdade, tal como $\leq$, $=$ ou $\geq$. A **hipótese alternativa H_a** é o complemento da hipótese nula. É uma afirmação que é aceita como verdadeira se H_0 for falsa e contém uma declaração de desigualdade estrita, tal como $<$, $\neq$ ou $>$. O símbolo H_0 é lido como “H zero” ou “H nula”, e H_a , como “Ha” (LARSON; FARBER, 2015, p. 324).

Para a formulação das hipóteses, é necessário que seja elaborada uma afirmação a respeito do parâmetro populacional, a qual deve ser expressa a partir de uma sentença matemática e na sequência deve ser escrito o complemento. A sentença que contém a igualdade é considerada a hipótese nula. Para iniciar um teste de hipótese não é relevante qual das hipóteses representa a afirmação, porém deve-se supor que a condição de igualdade para hipótese nula é verdadeira. Assim, ao realizar um teste de hipótese é preciso tomar duas decisões: rejeitar a hipótese nula ou não rejeitar a hipótese nula (LARSON; FABER, 2015).

O Quadro 75 expõe a relação entre as possíveis declarações sobre o parâmetro μ e as correspondentes hipóteses nula ou alternativa.

Quadro 75- Declaração e construção de hipóteses

Declaração sobre H_0 A média é...	Sentença matemática	Declaração sobre H_a A média é...
... maior ou igual a k. ... pelo menos k. ... não menos que k.	$H_0: \mu \geq k$ $\{ H_a: \mu < k$	... menor que k. ... abaixo de k. ... menos que k.
... menor ou igual a k. ... no máximo k. ... não mais que k.	$H_0: \mu \leq k$ $\{ H_a: \mu > k$	... maior que k. ... acima de k. ... mais que k.
... igual a k. ... k. ... exatamente k.	$H_0: \mu = k$ $\{ H_a: \mu \neq k$	... não igual a k. ... diferente de k. ... não k.

Fonte: Larson e Farber (2015, p. 325).

A decisão tomada, por ser pautada em uma amostra e não no todo da população, pode apresentar a possibilidade de ser uma decisão equivocada, o que pode gerar dois tipos erros: “Um erro tipo I ocorre se a hipótese nula é rejeitada quando na realidade é verdadeira. Um erro tipo II ocorre se a hipótese nula não é rejeitada quando na realidade é falsa” (LARSON; FABER, 2015 p. 327).

Para minimizar a probabilidade de ocorrer erros do tipo I nos testes de hipóteses, os autores orientam que é necessário estabelecer um nível de significância que “é a probabilidade máxima permitida de cometer um erro do tipo I. Ele é simbolizado por α (letra grega minúscula alfa). A probabilidade de um erro tipo II é simbolizada por β (letra grega minúscula beta)” (LARSON; FABER, 2015, p.329). Os três níveis de significância habituais são $\alpha = 0,10$, $\alpha = 0,05$ e $\alpha = 0,001$.

A seguir, apresentamos o Teste Exato de Fisher, que foi utilizado nas análises das correlações entre os fatores socioeducativos e o desempenho dos discentes na escolha da operação nos testes aditivos. E o Teste T para amostras pareadas, que foi usado para averiguar se a performance dos alunos melhorou do primeiro para o segundo teste, em decorrência da metodologia de ensino utilizada.

7.5.1 Teste Exato de Fisher

O Teste Exato de Fisher é um teste estatístico não paramétrico que é utilizado em inferências que não dependem dos conhecimentos dos parâmetros populacionais, isto é, sua execução não depende do conhecimento de parâmetros populacionais e “nem da garantia de normalidade das populações envolvidas” (CABRAL, 2017, p. 19).

Esse teste é proposto a partir da ideia de realizar análises em tabelas de contingência, diferindo da maioria dos testes estatísticos, os quais “dependem de uma aproximação que tenderá a se tornar exata à medida que o tamanho das amostras tenderem para o infinito” (AGRESTI, 1992, p. 132 *apud* CABRAL, 2017, p. 22). Ele surgiu como uma alternativa do teste qui-quadrado⁵, pois pode ser utilizado para análise de amostras de quaisquer tamanho, sendo chamado de exato porque a sua estatística de teste possibilita encontrar os *p-values* sem a necessidade do uso de tabelas.

O Teste Exato de Fisher é muito útil na análise de dados discretos, quando os tamanhos das amostras independentes são muito pequenos, correspondendo a encontrar a probabilidade exata de uma frequência observada. Pode ser utilizado em análises de tabelas de dimensões generalizadas $m \times n$, conforme Mehta e Patel (1983, p.1 *apud* CABRAL, 2017, p.22), contudo é mais indicado para tabelas de contingência 2×2 .

⁵ “Os cálculos do Qui-Quadrado são válidos apenas quando todos os valores esperados são maiores que 1,0 e pelo menos 20% dos valores esperados são maiores que 5” (LOPES, 2020, p.141).

Firmino (2015) recomenda o uso do Teste Exato de Fisher quando ao se utilizar o teste Qui-quadrado o valor esperado é menor que 5 e, de um modo geral, sugere o seu uso quando:

- O valor de n for menor que 20;
- A frequência esperada for menor que 5 e $20 < n < 40$;
- As hipóteses a serem testadas são iguais às hipóteses no teste do Qui-quadrado.

7.5.2 Correlações da Etapa Aditiva da Experimentação

Aqui, apresentamos os resultados obtidos das correlações entre os fatores socioeducativos e os resultados referentes à escolha da operação nos testes aditivos, com o objetivo de verificar se esses fatores interferiram no desempenho dos discentes na escolha da operação nos testes.

Para a análise dessa correlação foi utilizado o Teste Exato de Fisher, em decorrência desse instrumento gerar informações não-paramétricas, não normal e a possibilidade de informar se há dependência ou não entre os dados. E, para alcançar os objetivos da análise, foi estabelecido $\alpha = 0,05$ para o p -valor obtido no teste, o qual se reporta ao nível de confiança de 95% estabelecido para as hipóteses. Além disso, realizou-se um recorte nos acertos referentes à escolha da operação. Foram considerados como corretos os acertos acima de 60% na seleção da operação nos testes aditivos.

A realização do Teste Exato de Fisher ocorreu mediante o uso do programa *Jamovi Project* (2022), desenvolvido pela comunidade científica, um software gratuito de código aberto, em sua versão 2.3. A escolha do programa ocorreu devido à sua gratuidade e por possuir uma interface bastante intuitiva

Para a realização deste experimento, instituímos para o teste de hipótese as seguintes afirmações:

- **Hipótese nula (H_0):** Não há associação significativa entre as duas variáveis.
- **Hipótese alternativa (H_a):** Há associação significativa entre as duas variáveis.

A seguir, iniciamos as análises pela correlação entre os acertos na escolha da operação nos testes aditivos e a afinidade com a matemática. Os dados obtidos são mostrados no Quadro 76.

Quadro 76- Resultado do Teste Exato de Fisher para associação entre afinidade com a matemática e acertos na escolha da operação nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Afinidade	Gosta pouco	8	5	8,39	4,61	6	7	5,03	7,97
	Gosta	7	3	6,45	3,55	3	7	3,87	6,13
	Não gosta	3	0	1,94	1,05	2	1	1,16	1,84
	Gosta muito	2	3	3,23	1,77	1	4	1,94	3,06
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 0,407 Resultado obtido no pós-teste aditivo 0,581									
Conclusão		Nos dados obtidos, a afinidade e o acerto na escolha da operação nos testes aditivos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do quadro 76, referentes à afinidade e acertos na escolha da operação nos testes aditivos, revelaram por meio da aplicação do teste Exato de Fisher que não houve associação entre a afinidade na matemática e o desempenho na escolha correta da operação nos testes aditivos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o primeiro teste foi de 0,407 e para o segundo 0,581.

A seguir, apresentamos no quadro 77 as análises na correlação entre a escolaridade do responsável feminino e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos.

Quadro 77- Resultado do Teste Exato de Fisher para associação entre a escolaridade do responsável feminino e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Escolaridade do responsável feminino	EF incompleto	13	3	10,32	5,677	0	2	0,774	1,23
	EM completo	3	4	4,52	2,484	1	6	2,710	4,29
	EF completo	2	2	2,58	1,419	2	2	1,548	2,45
	EM Incompleto	0	2	1,29	0,710	0	2	0,774	1,23
	Ensino Superior	2	0	1,29	0,710	1	1	0,774	1,23
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 0,059 Resultado obtido no pós-teste aditivo 0,406									
Conclusão		Nos dados obtidos, escolaridade do responsável feminino e o acerto na escolha da operação nos testes aditivos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 77, referentes à escolaridade do responsável feminino e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação da escolaridade do responsável feminino e o desempenho na escolha correta da operação nos testes aditivos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05, e o P-valor encontrado para o primeiro teste foi de 0,059 e para o segundo 0,406.

A seguir, exibimos no Quadro 78 as análises na correlação entre trabalho remunerado e acertos na escolha da operação nos testes aditivos.

Quadro 78- Resultado do Teste Exato de Fisher para associação entre trabalho remunerado e acertos na escolha da operação nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Trabalho remunerado	Sim	15	4	12,258	6,742	7	12	7,355	11,645
	Às vezes	4	7	7,097	3,903	7	4	4,258	6,742
	Não	1	0	0,645	0,355	0	1	0,387	0,613
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 0,047 Resultado obtido no pós-teste aditivo 0,441									
Conclusão		Nos dados obtidos, o trabalho remunerado está associado ao acerto da escolha da operação no pré-teste e não está associado aos acertos da escolha da operação no pós-teste aditivo.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 78 referentes ao trabalho remunerado e acertos na escolha da operação nos testes aditivos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que houve associação entre o trabalho remunerado e os acertos na escolha da operação no pré-teste, pois o P-valor encontrado foi de 0,047, menor que a significância estabelecida.

No pós-teste aditivo não houve associação entre os acertos na escolha da operação e o trabalho remunerado, dado que o P-valor encontrado é maior que a significância estabelecida.

A seguir, mostramos no Quadro 79 as análises na correlação entre as notas e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos.

Quadro 79- Resultado do Teste Exato de Fisher para associação entre as notas e os acertos nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Notas	Na média	8	7	9,68	5,32	4	11	5,81	9,19
	Acima da média	6	3	5,81	3,19	4	5	3,48	5,52
	Abaixo da média	6	1	4,52	2,48	4	3	2,71	4,29
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 0,395 Resultado obtido no pós-teste aditivo 0,407									
Conclusão		Nos dados obtidos, as notas e o acerto na escolha da operação nos testes aditivos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 79, referentes às notas e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação das notas e o desempenho na escolha correta da operação nos testes aditivos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o primeiro teste foi de 0,395 e para o segundo 0,407.

A seguir, mostramos no Quadro 80 as análises na correlação entre as dificuldades de aprender matemática e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos.

Quadro 80- Resultado do Teste Exato de Fisher para associação entre as dificuldades para aprender matemática e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Dificuldade para aprender matemática	Não tem dificuldade	2	0	1,29	0,710	0	2	0,774	1,23
	Um pouco de dificuldade	11	11	14,19	7,806	8	14	8,516	13,48
	Tem dificuldade	7	0	4,52	2,484	4	3	2,710	4,29
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 0,020 Resultado obtido no pós-teste aditivo 0,389									
Conclusão		Nos dados obtidos, a dificuldade para aprender matemática está associada ao acerto da escolha da operação no pré-teste e não está associada aos acertos da escolha da operação no pós-teste aditivo.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 80 referentes à dificuldade para aprender matemática e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que houve associação entre a dificuldade para aprender matemática e os acertos na escolha da operação no pré-teste, pois o P-valor encontrado foi de 0,020, menor que a significância estabelecida. No pós-teste aditivo não houve associação entre os acertos na escolha da operação e a dificuldade para aprender matemática, dado que o P-valor encontrado é maior que a significância estabelecida.

A seguir, mostramos no Quadro 81 as análises na correlação entre a escolaridade do responsável masculino e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos.

Quadro 81- Resultado do Teste Exato de Fisher para associação da escolaridade do responsável masculino e acertos nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Escolaridade do responsável masculino	EF incompleto	10	2	7,74	4,258	6	6	4,645	7,35
	EM completo	2	3	3,23	1,774	1	4	1,935	3,06
	Não escolarizado	1	1	1,29	0,710	0	2	0,774	1,23
	EF completo	4	1	3,23	1,774	5	0	1,935	3,06
	EM Incompleto	2	3	3,23	1,774	0	5	1,935	3,06
	Ensino Superior	1	1	1,29	0,710	0	2	0,774	1,23
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 0,338 Resultado obtido no pós-teste aditivo 0,005									
Conclusão		Nos dados obtidos, a escolaridade do responsável masculino não está associada ao acerto da escolha da operação no pré-teste e está associada aos acertos da escolha da operação no pós-teste aditivo.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 81 referentes à escolaridade do responsável masculino e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos revelaram, por meio da aplicação do teste Exato de Fisher, que não houve associação entre a escolaridade do responsável masculino e os acertos na escolha da operação no pré-teste, pois o P-valor encontrado foi de 0,338, maior que a significância estabelecida. No pós-teste aditivo houve associação entre os acertos na escolha da operação e a escolaridade do responsável masculino, dado que o P-valor encontrado é menor que a significância estabelecida.

A seguir, mostramos no quadro 82 as análises na correlação entre distração nas aulas e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos.

Quadro 82- Resultado do Teste Exato de Fisher para associação entre as distrações nas aulas de matemática e acertos na escolha da operação nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Distração nas aulas	Não se distrai	8	5	8,39	4,613	5	8	5,032	7,97
	Na maioria das vezes se distrai	10	6	10,32	5,677	10	6	9,81	6,194
	Se distrai	2	0	1,29	0,710	1	1	1,23	0,774
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 0,732 Resultado obtido no pós-teste aditivo 1,000									
Conclusão		Nos dados obtidos, a distração nas aulas e o acerto na escolha da operação nos testes aditivos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 82, referentes à distração e acertos na escolha da operação nos testes aditivos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação da distração nas aulas e o desempenho na escolha correta da operação nos testes aditivos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o primeiro teste foi de 0,732 e para o segundo 1,000.

A seguir, mostramos no Quadro 83 as análises na correlação entre os hábitos de fazer compras e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos.

Quadro 83- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de fazer compras e os acertos nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Hábitos de fazer compras	Às vezes	10	5	9,68	5,32	9	6	5,81	9,19
	Não tem	10	6	10,32	5,68	10	6	6,19	9,81
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 1,000 Resultado obtido no pós-teste aditivo 1,000									
Conclusão		Nos dados obtidos, o hábito de fazer compras e o acerto na escolha da operação nos testes aditivos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 83, referentes aos hábitos de fazer compras e aos acertos na escolha da operação nos testes aditivos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre os hábitos de fazer compras e o desempenho na escolha correta da operação nos testes aditivos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o primeiro teste foi de 1,000 e para o segundo 1,000.

A seguir, mostramos no Quadro 84 as análises na correlação entre auxílio nas tarefas de matemática e acertos na escolha da operação nos testes aditivos.

Quadro 84- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre auxílio nas tarefas de matemática e os acertos nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Auxílio nas tarefas	Tem auxílio de alguém	8	7	9,68	5,32	6	9	5,81	9,19
	Não tem auxílio de ninguém	12	4	10,32	5,68	6	10	6,19	8,81
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 0,273 Resultado obtido no pós-teste aditivo 1,000									
Conclusão		Nos dados obtidos, o auxílio nas tarefas e o acerto na escolha da operação nos testes aditivos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 84, referentes ao auxílio nas tarefas de matemática e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação do auxílio nas tarefas de matemática e o acerto na escolha correta da operação nos testes aditivos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o primeiro teste foi de 0,273 e para o segundo 1,000.

A seguir, mostramos no quadro 85 as análises na correlação hábitos de estudos e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos.

Quadro 85- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre hábitos de estudos e os acertos nos testes aditivos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Hábitos de estudos	Só nos finais de semana	2	2	2,581	1,419	2	2	1,548	2,452
	Alguns dias da semana	9	5	9,032	4,968	9	5	5,419	8,581
	Só no período de provas	8	2	6,452	3,548	6	4	3,871	6,129
	Só na véspera de prova	0	2	1,290	0,710	2	0	0,744	1,226
	Todos os dias	1	0	0,645	0,355	0	1	0,613	0,387
Teste Exato de Fisher - teste aditivo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 0,251 Resultado obtido no pós-teste aditivo 0,670									
Conclusão		Nos dados obtidos, os hábitos de estudo e o acerto na escolha da operação nos testes aditivos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 85, referentes aos hábitos de estudos e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação dos hábitos de estudos e o acerto na escolha correta da operação nos testes aditivos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o primeiro teste foi de 0,251 e para o segundo 0,670.

Com o objetivo de realizar uma síntese do Teste Exato de Fisher sobre as correlações da etapa aditiva do experimento, apresentamos no Quadro 86 as associações e não associações entre os fatores socioeducativos e o acerto na escolha da operação nos testes aditivos

Quadro 86- Correlações dos fatores socioeducativos e o acerto na escolha da operação da etapa aditiva

Fatores socioeducativos	Acerto na escolha da operação no pré-teste	Acerto na escolha da operação no pós-teste
1. Trabalho Remunerado	Houve associação	Não Houve associação
2. Hábitos de fazer compras	Não houve associação	Não Houve associação
3. Escolaridade do responsável feminino	Não Houve associação	Não Houve associação
4. Distração nas aulas	Não houve associação	Não houve associação
5. Dificuldade de aprender matemática	Houve associação	Não houve associação
6. Afinidade com a matemática	Não houve associação	Não houve associação
7. Escolaridade do responsável masculino	Não houve associação	Houve associação
8. Hábitos de estudo	Não houve associação	Não houve associação
9. Auxílio nas tarefas	Não houve associação	Não houve associação
10. Notas	Não houve associação	Não houve associação

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 86 evidenciam que ocorreu associação de dois fatores socioeducativos com o acerto da escolha correta da operação no pré-teste aditivo, e a associação de um único fator socioeducativo com o acerto na escolha da operação no pós-teste aditivo.

As associações entre essas variáveis foram mensuradas nominalmente e foram dispostas em tabelas de contingência ordem superior a 2x2, de modo que seu grau de correlação pode ser medido por meio do teste de contingência *V Cramer*, o qual, de acordo com Levin (1978), usa-se para o cálculo desse coeficiente o valor do Teste Qui-quadrado calculado.

Considerando o exposto e que o Teste Exato de Fisher é utilizado em tabelas de contingências (e que este surgiu como uma alternativa do teste do Qui-quadrado, quando as hipóteses a serem testadas são iguais), utilizamos o teste de contingência *V Cramer* para medirmos o grau de associação entre as variáveis que apresentaram associação nos testes aditivos.

A seguir, apresentamos as respectivas medidas encontradas no cálculo do *V Cramer*. Para tanto, utilizamos o software *Jamovi* (2022) versão 2.3, que reportou os resultados expostos no Quadro 87:

Quadro 87- *V de Cramer* para fatores socioeducativos e acerto na escolha da operação nos testes aditivos

Fator socioeducativo	Valor do <i>V Cramer</i>
Trabalho remunerado e acerto na escolha da operação no pré-teste aditivo.	0,474
Dificuldade em aprender matemática e acerto na escolha da operação no pré-teste aditivo.	0,443
Escolaridade do responsável masculino e acerto na escolha da operação no pós-teste aditivo.	0,695

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O *V Cramer* mede as correlações para variáveis categóricas, de forma que é “como se fosse a correlação de Person, mas para variáveis categóricas, ou seja, nominais” (IGNORÂNCIA ZERO, 2022). Considerando as medidas expostas no Quadro 87, e que podem ser consideradas Correlações de Person, apresentamos no Quadro 88 uma classificação para essas correlações obtidas, com o intuito de classificar os resultados (*V Cramer*).

Quadro 88- Classificação da correlação

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	CORRELAÇÃO
$r = 1$	Perfeita positiva
$0,8 \leq r < 1$	Forte positiva
$0,5 \leq r < 0,8$	Moderada positiva
$0,1 \leq r < 0,5$	Fraca positiva
$0 < r < 0,1$	Ínfima positiva
$r = 0$	Nenhuma correlação
$-0,1 < r < 0$	Ínfima negativa
$-0,5 < r \leq -0,1$	Fraca negativa
$-0,8 < r \leq -0,5$	Moderada negativa
$-1 < r \leq -0,8$	Forte negativa
$r = -1$	Perfeita negativa

Fonte: Sistematizado de Barbetta (2012, p. 258 *apud* SANTOS, 2017, p. 266).

A seguir, no Quadro 89 apresentamos as classificações dos fatores expostos no Quadro 87.

Quadro 89- Grau das correlações dos testes aditivos

Associação entre os fatores socioeducativos e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos	Valor do <i>V Cramer</i>	Grau de associação
Trabalho remunerado e acerto na escolha da operação no pré-teste aditivo.	0,474	Fraca positiva
Dificuldade em aprender matemática e acerto na escolha da operação no pré-teste aditivo.	0,443	Fraca positiva
Escolaridade do responsável masculino e acerto na escolha da operação no pós-teste aditivo.	0,695	Moderada positiva

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O resultado entre o fator escolaridade do responsável masculino e o acerto na escolha da operação no pós-teste aditivo foi moderada positiva; e a correlação no pré-teste dos fatores trabalho remunerado e dificuldade de aprender matemática e acerto na escolha da operação teve como resultado uma correlação fraca positiva, indicando que não houve influência forte desses fatores nos testes aditivos.

Além do exposto acima, considerando os dados expostos no Quadro 86, que mostram que não houve associação dos demais fatores ao acerto na escolha da operação nos testes aditivos, concluímos que o bom desempenho dos discentes na resolução de problemas de estruturas aditivas deve-se às metodologias de ensino adotadas nessa experimentação. A sequência didática aplicada surtiu efeito positivo na resolução desses tipos de problemas e na participação dos estudantes durante a experimentação.

A seguir, apresentamos o Teste T para amostras pareadas.

7.5.3 Teste T para Amostras Dependentes

O Teste T para amostras dependentes (pareadas) apresenta como característica para cada uma das unidades amostrais a realização de duas medições. As medidas são realizadas e tomadas a partir de um único indivíduo. Elas ocorrem em dois momentos distintos de tempo, de modo que as observações feitas correspondem a medições realizadas antes e após uma dada intervenção. As

aferições de cada indivíduo da amostra ocorrem antes de uma determinada intervenção e depois que a intervenção é concluída (LARSON; FABER, 2015).

As condições necessárias para a realização deste tipo de teste de acordo com Larson e Faber (2015) são que: As amostras devem ser aleatórias; as amostras têm que ser emparelhadas; as populações devem ser normalmente distribuídas.

A estatística de teste é:
$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$$

A estatística de teste padronizada é:
$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

s_d : O desvio padrão das diferenças entre os valores dos dados.

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n-1}}$$

Os graus de liberdade são: g.l. = $n - 1$.

Onde:

$\bar{d}$ = diferença entre os valores dos dados emparelhados nas amostras dependentes.

d = diferença entre os valores em um par de dados.

s_d = desvio padrão.

μ_d = média hipotética das diferenças de dados emparelhados na população.

n = número de elementos da amostra.

A seguir, realizamos o teste de hipótese entre as médias dos testes aditivos do experimento com o objetivo de verificar se o desempenho dos discentes melhorou do pré-teste para o pós-teste, em virtude da metodologia de ensino adotada. Para isso, realizamos a comparação entre as médias normais de uma mesma população, em momentos distintos: no pré-teste aditivo (x) e no pós-teste aditivo (y). A estatística de teste adotada foi a **t-student** para as diferenças entre médias de amostras dependentes (pareadas).

O Quadro 90 mostra as notas absolutas dos estudantes em ambos os testes.

Quadro 90- Desempenhos nos testes aditivos e diferença entre as médias

Alunos	Acertos no pré-teste(X)	Acertos no pós-teste(Y)	Diferença(d)
A1	7	11	-4
A2	7	9	-2
A3	4	9	-5
A4	1	12	--11
A5	1	7	- 6
A6	9	9	0
A7	11	14	-3
A8	9	9	0
A9	1	1	0
A10	2	3	-1
A11	2	4	-2
A12	1	9	-8
A13	3	3	0
A14	9	10	-1
A15	12	15	-3
A16	7	15	-8
A17	6	9	-3
A18	6	8	-2
A19	14	15	-1
A20	0	4	- 4
A21	5	11	- 6
A22	3	4	- 1
A23	9	7	2
A24	11	12	-1
A25	4	6	-2
A26	2	4	-2
A27	3	6	- 3
A28	14	13	-1
A29	6	6	0
A30	1	5	- 4
A31	1	5	- 4
$\sum X$ = 171		$\sum Y =$ 255	
		$\mu_d = 0$	
		$S_d = 2,9164$	
		n= 31 pares	

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

As notas variaram de 0 a 15 conforme a quantidade de acertos de cada discente, e o intervalo para pontuação foi escolhido porque os testes aditivos continham 15 questões.

- Média do Pré-teste $\Rightarrow \mu_X = \frac{\sum X}{n} = \frac{171}{31} = 5,516129032$

- Média do Pós-teste $\Rightarrow \mu_Y = \frac{\sum Y}{n} = \frac{255}{31} = 8,225806452$

Para este experimento, instituímos para o teste de hipótese as seguintes afirmações:

- **Hipótese nula (H_0):** a média do pré-teste é maior ou igual à do pós-teste.

$$H_0 = \mu_X \geq \mu_Y \therefore \mu_X - \mu_Y \geq 0 \therefore \bar{d} \geq 0 \therefore \bar{d} > \mu_d$$

- **Hipótese alternativa (H_a):** a média do pré-teste é menor que à do pós-teste

$$H_a = \mu_X < \mu_Y \therefore \mu_X - \mu_Y < 0 \therefore \bar{d} < \mu_d$$

Mediante à escolha de utilizar os símbolos maior que ou menor que, o teste é unilateral à esquerda, com grau de liberdade igual a **g.l. = n - 1 = 31 - 1 = 30** e de nível de significância de 95% ($\alpha = 0,05$). Agora, utilizamos o software Excel (2016) para determinarmos a estatística de teste padronizada $t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$. O Quadro 91 a seguir

apresenta os dados determinados pelo excel.

Quadro 91- Teste-T aditivo: duas amostras em par para médias

	<i>Pré-teste (x)</i>	<i>Pós-teste (y)</i>
Média	5,516129032	8,225806452
Variância	17,19139785	15,38064516
Observações	31	31
Correlação de Pearson	0,74696261	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	30	
Stat t	-5,243177385	
P(T<=t) uni-caudal	5,8611854824950E-06	
t crítico uni-caudal	-1,697260887	
P(T<=t) bi-caudal	1,17224E-05	
t crítico bi-caudal	2,042272456	

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A partir da análise dos dados apresentados no Quadro 91, temos que P (T<=t) uni-caudal **5,8611854824950 x10⁻⁶** é menor que o valor de α . A estatística de teste (t observado) foi de **-5,243177385**, que é menor que T crítico (tabelado **-1,697260887**), de modo que T observado < T crítico.

Os resultados do Teste T fornecem evidências que **H₀** deve ser rejeitado com um grau de confiança de 95% para comprovarmos que **H_a**, ou seja, a metodologia aplicada proporcionou uma melhora no desempenho dos alunos na resolução do pós-

teste aditivo, o que denota uma melhoria nos resultados da resolução de problemas após a aplicação da sequência didática.

Considerando os dados apresentados, concluímos que o Teste Exato de Fisher e o Teste T para amostra pareadas comprovaram que as metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de problemas proporcionaram uma melhoria dos acertos na escolha da operação e também foram responsáveis pelo melhor desempenho dos estudantes no pós-teste aditivo.

A seguir, são apresentados os resultados e análises da parte multiplicativa do experimento, seguindo os mesmos critérios da parte aditiva.

7.6 RESULTADOS E ANÁLISES DA PARTE MULTIPLICATIVA COM ISOMORFISMO DE MEDIDAS DO EXPERIMENTO

Iniciamos a análise dos dados da etapa multiplicativa do experimento, realizando o confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori dos testes multiplicativos que estão apresentadas no Quadro 92.

Quadro 92- Confronto da análise a priori e análise a posteriori da etapa multiplicativa

ATIVIDADES	ANÁLISE A PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
8	Os alunos não deverão apresentar dificuldades em observar que quando uma igualdade é verdadeira, multiplicando-se os dois membros da igualdade por um mesmo número, ela permanecerá verdadeira. As dificuldades que poderão surgir estarão relacionadas à tabuada de multiplicação.	Os estudantes não apresentaram dificuldades na observação da regularidade, pois muitos discentes fizeram analogia desta atividade com as atividades 1 e 2 da etapa aditiva do experimento.	POSITIVA
9	Os alunos não deverão apresentar dificuldades em observar que dividindo os dois membros de uma igualdade por um mesmo número diferente de zero, a igualdade permanecerá verdadeira.	Os discentes tiveram uma certa dificuldade em revolver essa atividade, pois não tinham muita familiaridade com algoritmo da divisão, porém alguns discentes conseguiram chegar à conclusão que, quando uma igualdade é verdadeira, dividindo-se os dois membros da igualdade, ela permanece verdadeira.	POSITIVA

10	A atividade em questão é uma atividade de aprofundamento que visa a fixação de sentenças multiplicativas, nas quais é necessário encontrar o valor desconhecido que é simbolizado pelo sinal de interrogação. Esperamos que o que foi vivenciado nas atividades anteriores, sirvam de embasamento para o entendimento desta, de forma que os estudantes sejam capazes de selecionar a operação adequada para cada item, de acordo com a posição do sinal de interrogação.	Os estudantes não apresentaram muitas dificuldades, pois fizeram analogia dessa atividade com a atividade 3 da etapa aditiva, evidenciando que as experiências adquiridas nas atividades anteriores serviram de embasamento para essa atividade.	POSITIVA
11	Acreditamos que por esta atividade conter somente questões aritméticas e devido ao que foi vivenciado nas atividades anteriores, os alunos não terão dificuldades em resolvê-la e chegarão na relação fundamental de compra e venda: Quantidade de mercadoria × Preço por unidade = Preço total a pagar. Ademais, esperamos que os discentes sejam capazes de selecionar a operação adequada devido ao embasamento dado nas atividades anteriores.	Os estudantes não apresentaram dificuldades em resolver essa atividade e conseguiram chegar à relação fundamental de compra e venda, e conseguiram selecionar a operação adequada por meio da elaboração da sentença natural, demonstrando que as experiências vivenciadas anteriormente serviram de suporte para a realização dessa atividade.	POSITIVA
12	Acreditamos que por esta atividade conter somente questões algébricas, ou seja, por utilizarem a propriedade da multiplicação na igualdade, os alunos terão um pouco mais de dificuldade para resolvê-la, entretanto conseguirão resolvê-la em vista do que foi vivenciado nas atividades anteriores e concluirão que a quantidade de mercadoria e o preço unitário podem ser determinados por meio da operação inversa da multiplicação.	Os estudantes apresentaram uma certa dificuldade para resolver essa atividade, porém as minimizamos quando os estimulamos a elaborar a sentença natural. Dessa forma, muitos discentes conseguiram resolvê-la.	POSITIVA
13	Esta atividade envolve questões multiplicativas algébricas e aritméticas, envolvendo a relação fundamental de compra e venda e não possui os itens interrogativos em cada questão, por se tratar de uma atividade de aprofundamento. Isso pode trazer dificuldades para os alunos resolverem os problemas, visto que os itens interrogativos conduziam o processo de resolução das questões. Porém, esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os alunos consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.	Os estudantes, na realização dessa atividade, apresentaram dificuldade na execução do algoritmo, porém conseguiram identificar as relações presentes no enunciado das questões por meio da elaboração da sentença natural.	POSITIVA

14	Acreditamos que por esta atividade conter somente questões aritméticas e devido ao que foi vivenciado nas atividades anteriores os alunos não terão dificuldades em resolvê-la e chegarão na relação: Quantidade de coleções × Quantidade total de elementos de cada coleção = Quantidade total de elementos. Além disso, esperamos que os discentes sejam capazes de selecionar a operação adequada devido ao embasamento dado nas atividades anteriores.	Na realização dessa atividade, os estudantes não apresentaram dificuldade em encontrar a regularidade entre a quantidade de coleções e a quantidade de elementos da coleção, e conseguiram concluir por meio do uso dos itens interrogativos, pelo preenchimento do quadro e das observações realizadas que para determinar a quantidade total de elementos de uma coleção é necessário multiplicar a quantidade de coleções pela quantidade de elementos da coleção.	POSITIVA
15	Esta atividade envolve questões multiplicativas algébricas e aritméticas envolvendo a relação entre a quantidade de coleções × quantidade de elementos da coleção = quantidade total de elementos, e não possui os itens interrogativos em cada questão, por se tratar de uma atividade de aprofundamento. Isso pode gerar dificuldades para os alunos resolverem os problemas, visto que os itens interrogativos conduziam o processo de resolução das questões. Entretanto, esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os alunos consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.	Esta atividade contou com 15 questões: 10 algébricas e 5 aritméticas, e durante a sua realização os estudantes conseguiram realizar a elaboração da sentença natural, e conseguiram selecionar a operação adequada, no entanto, nas questões algébricas apresentaram uma certa dificuldade na utilização do algoritmo da divisão.	POSITIVA
16	Esta atividade envolve questões multiplicativas algébricas e aritméticas envolvendo isomorfismo de medias, e não possui os itens interrogativos em cada questão, por se tratar de uma atividade de aprofundamento. Isso pode gerar dificuldades para os alunos resolverem os problemas, visto que os itens interrogativos conduzem o processo de resolução das questões. Entretanto, esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a compreensão desta e que os alunos consigam identificar as relações existentes nos enunciados dos problemas, obtendo êxito na resolução dos mesmos.	Apesar da atividade não conter os itens interrogativos para sua condução, muitos estudantes conseguiram perceber que todos os problemas eram algébricos e utilizaram a propriedade da igualdade para resolvê-los.	POSITIVA

17	Esta é uma atividade de revisão e nela estão contidas questões multiplicativas algébricas e aritméticas que envolvem isomorfismo. Por hipótese, acreditamos que os discentes não terão dificuldades em resolvê-la, pois esperamos que as experiências adquiridas nas atividades anteriores sirvam de suporte para a resolução desta.	Para o desenvolvimento dessa questão, solicitamos aos estudantes que elaborassem a sentença natural e ficamos, durante todo tempo, estimulando-os a fazer isso e constatamos que muitos conseguiram modelar a sentença natural e selecionar a operação adequada para resolver as questões propostas, porém alguns estudantes apresentaram dificuldades na utilização dos algoritmos da divisão.	POSITIVA
----	--	---	----------

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

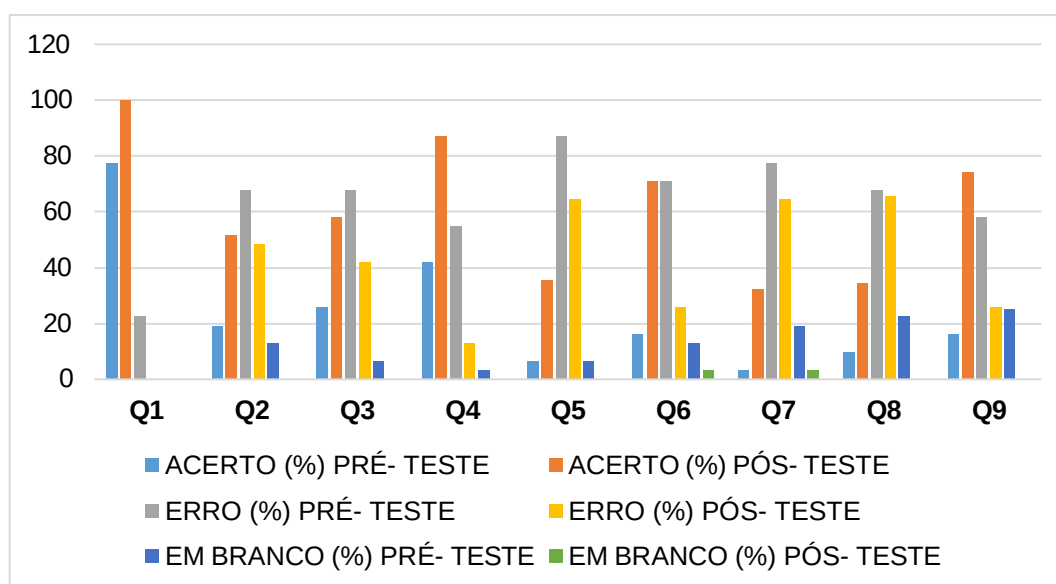
Os dados do Quadro 92 mostram que a maioria dos comportamentos esperados e descritos na análise a priori foi confirmado na análise a posteriori, que se converteram em validações positivas e que as conclusões e observações se aproximaram do que foi colocado como hipótese para a turma.

O Quadro 93 e o Gráfico 17 a seguir apresentam a análise dos percentuais de acertos, erros e questões em branco nos testes multiplicativos. Ademais, apresentamos também a classificação de cada problema, aritmético ou algébrico, e a sentença natural correspondente a cada questão.

Quadro 93- Desempenho por questão nos testes multiplicativos

QUESTÃO	TIPO	SENTENÇA	ACERTO (%)		ERRO (%)		EM BRANCO (%)	
			PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q ₁	Aritmética	$4 \times 6 = ?$	77,42	100,00	22,58	0,00	0,00	0,00
Q ₂	Algébrica	$7 \times ? = 105$	19,35	51,61	67,74	48,39	12,91	0,00
Q ₃	Algébrica	$? \times 25 = 275$	25,81	58,06	67,74	41,94	6,45	0,00
Q ₄	Aritmética	$6 \times 15 = ?$	41,93	87,10	54,84	12,90	3,23	0,00
Q ₅	Algébrica	$4 \times ? = 92$	6,45	35,48	87,10	64,52	6,45	0,00
Q ₆	Algébrica	$? \times 20 = 160$	16,13	70,97	70,97	25,81	12,90	3,22
Q ₇	Algébrica	$12 \times ? = 288$	3,23	32,26	77,42	64,52	19,35	3,22
Q ₈	Algébrica	$? \times 55 = 275$	9,68	34,48	67,74	65,52	22,58	0,00
Q ₉	Algébrica	$5 \cdot P = ?$	16,14	74,19	58,06	25,81	25,20	0,00

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Gráfico 17- Desempenho por aluno nos testes multiplicativos

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Conforme os dados apresentados no Quadro 93 e no Gráfico 17, a média de acertos no pré-teste foi de 24,01%; de erros 63,79%, e em branco foi 12,12%. No pós-teste a média de acertos das questões progrediu para 60,46%, a média de erros caiu para 38,82% e a média de brancos diminuiu para 0,72%.

Nas questões Q1 e Q4 aritméticas, do primeiro teste, a média de acertos foi de 59,68%, no segundo teste a média de acertos avançou para 93,55%. Isso evidencia que no segundo teste houve um aumento percentual médio de 33,87% nos acertos. No caso das questões algébricas Q2, Q3, Q5, Q6, Q7, Q8 e Q9, a média de acertos no primeiro teste foi de 13,83%, no segundo teste essa média passou para 51,00%, houve um aumento médio percentual de 37,17%.

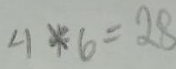
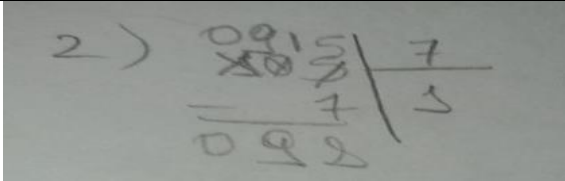
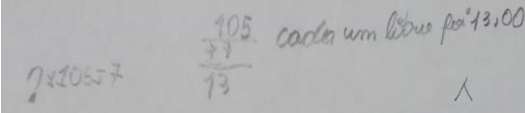
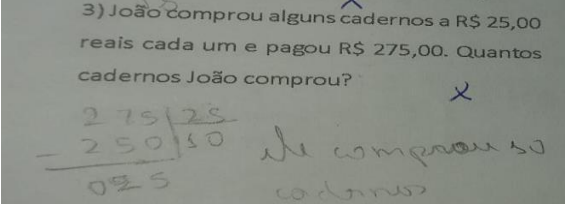
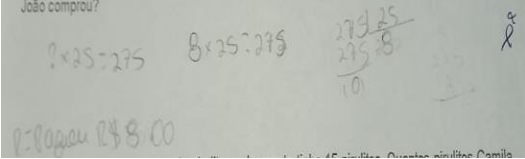
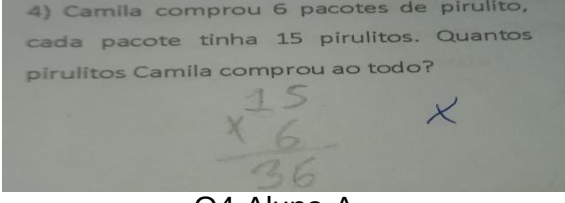
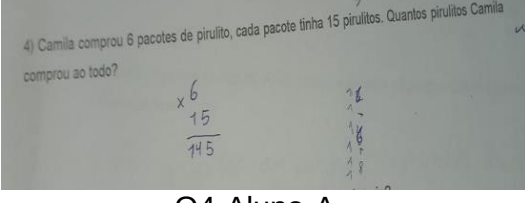
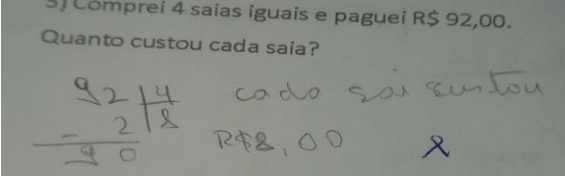
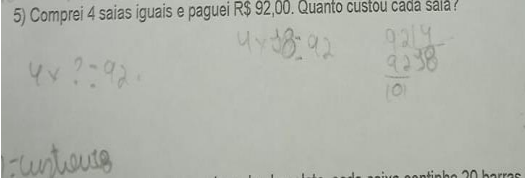
No pós-teste em todas as questões houve o aumento percentual de acertos, porém as questões que apresentaram o maior percentual foram as questões aritméticas Q1 (100%) e Q4 (87,10%) e as que apresentaram o menor percentual de acertos foram as questões algébricas Q5, Q7, Q8 e Q9. Entretanto, essas questões apresentaram um avanço considerável no pós-teste, visto que no pré-teste o percentual de acertos delas foi respectivamente 6,45%, 3,23%, 9,68% e 16,14%. Dessa maneira, cada uma dessas questões avançou no pós-teste, respectivamente, 29,03%; 29,03%; 24,80% e 58,05%.

No pré-teste em todas as questões ocorreram erros referentes à escolha da operação ou relacionados à execução do algoritmo da multiplicação ou da divisão,

exceto na questão Q8, na qual o erro se refere somente à escolha da operação. No pós-teste houve erros relacionados à execução do algoritmo e à escolha da operação, exceto na questão Q1, na qual os estudantes participantes acertaram tanto a escolha da operação quanto a execução do algoritmo.

A seguir, apresentamos no Quadro 94 os tipos de erros realizados na execução do algoritmo no pré-teste e no pós-teste.

Quadro 94- Erros na execução do algoritmo dos testes multiplicativos

ERROS NO PRÉ-TESTE	ERROS NO PÓS-TESTE
EXECUÇÃO DO ALGORITMO	
1) Minha Mãe quer comprar 4 pacotes de bolacha. Cada pacote custa R\$ 6,00. Quanto ela irá pagar pelos quatro pacotes de bolacha?  Q1 Aluno A23	Não houve
 Q2 Aluno A7	2) Bianca comprou 7 litros de açaí e pagou R\$ 105,00. Quanto custou o litro do açaí?  Q2 Aluno A31
3) João comprou alguns cadernos a R\$ 25,00 reais cada um e pagou R\$ 275,00. Quantos cadernos João comprou?  Q3 Aluno A7	3) João comprou alguns cadernos a R\$ 25,00 reais cada um e pagou R\$ 275,00. Quantos cadernos João comprou?  Q3 Aluno A29
4) Camila comprou 6 pacotes de pirulito, cada pacote tinha 15 pirulitos. Quantos pirulitos Camila comprou ao todo?  Q4 Aluno A16	4) Camila comprou 6 pacotes de pirulito, cada pacote tinha 15 pirulitos. Quantos pirulitos Camila comprou ao todo?  Q4 Aluno A10
5) Comprei 4 saias iguais e paguei R\$ 92,00. Quanto custou cada saia?  Q5 Aluno A7	5) Comprei 4 saias iguais e paguei R\$ 92,00. Quanto custou cada saia?  Q5 Aluno A29

6) Mariana comprou algumas caixas de chocolate, cada caixa continha 20 barras de chocolate. Ao todo Mariana comprou 160 barras de chocolate. Quantas caixas de chocolate Mariana comprou ao todo? $\begin{array}{r} 360 \ 20 \\ - 120 \ 7 \\ \hline 020 \end{array}$	6) Mariana comprou algumas caixas de chocolate, cada caixa continha 20 barras de chocolate. Ao todo Mariana comprou 160 barras de chocolate. Quantas caixas de chocolate Mariana comprou ao todo? $20 \times 8 = 160$ Resposta: 8
Q6 Aluno A7	Q6 Aluno A20
7) Pedro comprou 288 latas de refrigerante que vieram armazenadas em 12 caixas. Quantas latas de refrigerante havia em cada caixa? $\begin{array}{r} 24 \\ 12 \overline{) 288} \\ \underline{24} \\ 04 \\ \underline{00} \\ 8 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$	7) Pedro comprou 288 latas de refrigerante que vieram armazenadas em 12 caixas. Quantas latas de refrigerante havia em cada caixa? $288 \div 12 = 24$ Resposta: 24
Q7 Aluno A6	Q7 Aluno A29
Não houve	8) Ronaldo comprou algumas camisas do time do Remo e pagou R\$ 55,00 por cada camisa. O valor total pago por Ronaldo pelas camisas foi de R\$ 275,00. Quantas camisas Ronaldo comprou? $275 \div 55 = 5$ Resposta: 5
	Q8 Aluno A29
9) João comprou uma bicicleta por um certo valor e pagou em 5 prestações iguais de R\$ 70,00. Qual o valor total que João vai pagar pela bicicleta? $\begin{array}{r} 70 \\ \times 5 \\ \hline 350 \end{array}$	9) João comprou uma bicicleta por um certo valor e pagou em 5 prestações iguais de R\$ 70,00. Qual o valor total que João vai pagar pela bicicleta? $70 \times 5 = 350$ Resposta: 350
Q9 Aluno A22	Q9 Aluno A13

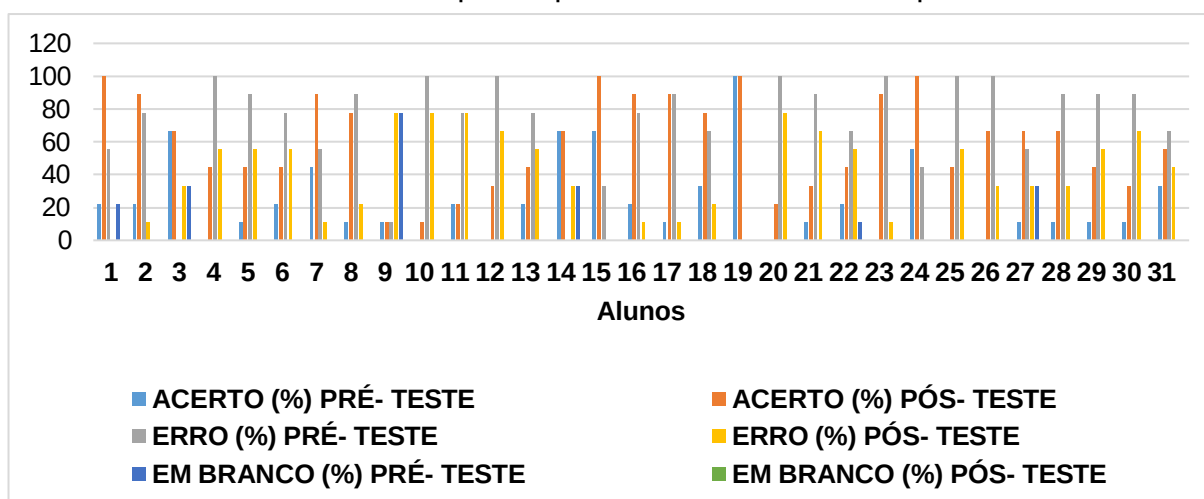
Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A seguir, apresentamos os resultados dos testes multiplicativos de acordo com o desempenho por aluno.

Quadro 95- Desempenho por aluno nos testes multiplicativos

ALUNO	ACERTO (%)		ERRO (%)		EM BRANCO (%)	
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
A ₁	22,22	100,00	55,55	0,00	22,23	0,00
A ₂	22,22	88,89	77,78	11,11	0,00	0,00
A ₃	66,67	66,67	0,00	33,33	33,33	0,00
A ₄	0,00	44,45	100,00	55,55	0,00	0,00
A ₅	11,11	44,45	88,89	55,55	0,00	0,00
A ₆	22,22	44,45	77,78	55,55	0,00	0,00
A ₇	44,45	88,89	55,55	11,11	0,00	0,00
A ₈	11,11	77,78	88,89	22,22	0,00	0,00
A ₉	11,11	11,11	11,11	77,78	77,78	0,00
A ₁₀	0,00	11,11	100,00	77,78	0,00	0,00
A ₁₁	22,22	22,22	77,78	77,78	0,00	0,00
A ₁₂	0,00	33,33	100,00	66,67	0,00	0,00
A ₁₃	22,22	44,45	77,78	55,55	0,00	0,00
A ₁₄	66,67	66,67	0,00	33,33	33,33	0,00
A ₁₅	66,67	100,00	33,33	0,00	0,00	0,00
A ₁₆	22,22	88,89	77,78	11,11	0,00	0,00
A ₁₇	11,11	88,89	88,89	11,11	0,00	0,00
A ₁₈	33,33	77,78	66,67	22,22	0,00	0,00
A ₁₉	100,00	100,00	0,00	00,00	0,00	0,00
A ₂₀	0,00	22,22	100,00	77,78	0,00	0,00
A ₂₁	11,11	33,33	88,89	66,67	0,00	0,00
A ₂₂	22,22	44,45	66,67	55,55	11,11	0,00
A ₂₃	0,00	88,89	100,0	11,11	0,00	0,00
A ₂₄	55,55	100,00	44,45	0,00	0,00	0,00
A ₂₅	0,00	44,45	100,00	55,55	0,00	0,00
A ₂₆	0,00	66,67	100,00	33,33	0,00	0,00
A ₂₇	11,11	66,67	55,55	33,33	33,34	0,00
A ₂₈	11,11	66,67	88,89	33,33	0,00	0,00
A ₂₉	11,11	44,45	88,89	55,55	0,00	0,00
A ₃₀	11,11	33,33	88,89	66,67	0,00	0,00
A ₃₁	33,33	55,55	66,67	44,45	0,00	0,00

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Gráfico 18- Desempenho por aluno nos testes multiplicativos

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

No pré-teste multiplicativo, conforme os dados apresentados no Quadro 95 e no Gráfico 18, a maioria dos discentes apresentou rendimento muito baixo. 19,35% dos discentes não acertaram nenhuma questão (A₄, A₂₀, A₂₃, A₂₅, A₂₆); 74,19% tiveram rendimento compreendido entre 0% a 23% (A₁, A₂, A₄, A₅, A₆, A₈, A₉, A₁₀, A₁₁, A₁₂, A₁₃, A₁₆, A₁₇, A₂₀, A₂₁, A₂₂, A₂₃, A₂₅, A₂₆, A₂₇, A₂₈, A₂₉ e A₃₀); 83,87% apresentaram rendimento inferior a 50% (A₁, A₂, A₄, A₅, A₆, A₇, A₈, A₉, A₁₀, A₁₁, A₁₂, A₁₃, A₁₆, A₁₇, A₁₈, A₂₀, A₂₁, A₂₂, A₂₃, A₂₅, A₂₆, A₂₇, A₂₈, A₂₉ e A₃₀, A₃₁). Além disso, somente o discente A₁₉ apresentou 100% de rendimento, e apenas os discentes A₃, A₁₄, A₁₅, A₁₇ e A₂₄ (16,13% da amostra) tiveram rendimento superior a 50%.

No pós-teste multiplicativo houve uma melhora significativa nos acertos das questões, com exceção dos discentes A₃, A₉, A₁₁ e A₁₄ (12,90% da amostra) que mantiveram o mesmo rendimento do pré-teste, respectivamente 66,67%; 11,11%; 22,22% e 66,67%. 12,90% dos discentes (A₁, A₁₅, A₁₉ e A₂₄) acertaram todas as questões. 51,61% dos discentes (A₂, A₃, A₇, A₈, A₁₄, A₁₅, A₁₆, A₁₇, A₁₈, A₁₉, A₂₃, A₂₄, A₂₆, A₂₇, A₂₈ e A₃₁) apresentaram rendimento acima de 50% e apenas 12,90% tiveram rendimento compreendido entre 10% a 22,22%. Ademais, os discentes A₁, A₁₅ e A₂₄ avançaram para 100%. Os estudantes A₂, A₇, A₁₆, A₁₇, A₁₈ e A₂₃ progrediram para 88,89%. Os alunos A₂₆, A₂₇, A₂₈ subiram para 66,67%. Os estudantes A₄, A₅, A₆, A₂₂, A₂₅ e A₂₉ avançaram 44,45% e os alunos A₂₁ e A₃₀ progrediram para 33,33%.

A seguir, apresentamos a análise dos tipos de erros nos testes multiplicativos.

7.7 CATEGORIAS DE ERROS NOS TESTES MULTIPLICATIVOS

Nesta subseção, apresentamos as categorias de erros cometidos pelos discentes nas questões dos testes multiplicativos. Com o objetivo de analisarmos os equívocos cometidos pelos discentes, selecionamos três categorias: elaboração da sentença; escolha da operação e realização do cálculo.

Na análise das sentenças, verificamos se os discentes realizaram sua elaboração de forma correta ou incorreta ou não as elaboraram, e no que tange à escolha da operação, analisamos os acertos, erros e itens em branco.

O Quadro 96 a seguir contém as três categorias de erros mencionadas anteriormente

Quadro 96- Categorias dos erros nos testes multiplicativos

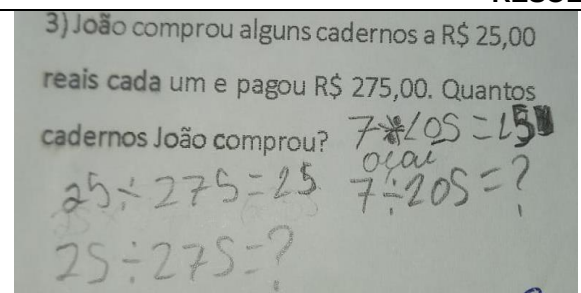
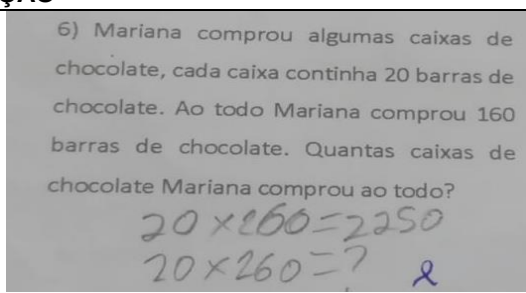
Questão	Tipo	Elaboração da sentença natural da questão(%)						Escolha da operação (%)						Efetuar a operação (%)					
		Elaborou a sentença corretamente		Elaborou a sentença incorretamente		Não elaborou a sentença		Acerto		Erro		Em branco		Acerto		Erro		Em branco	
		Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
Q ₁	Aritmética	6,45	67,74	6,45	6,45	87,10	25,81	70,97	100	29,03	0,00	0,00	0,00	74,19	100	25,81	0,00	0,00	0,00
Q ₂	Algébrica	3,23	29,04	9,68	41,94	87,15	35,48	9,68	51,61	64,52	48,39	22,58	0,00	12,90	64,52	64,52	35,48	22,58	0,00
Q ₃	Algébrica	3,23	41,94	9,68	29,03	87,10	29,03	25,81	67,42	74,19	32,58	00,00	0,00	22,58	54,84	70,97	45,16	6,45	0,00
Q ₄	Aritmética	6,45	58,06	3,23	6,45	87,10	35,48	51,61	83,87	45,17	16,13	3,23	0,00	41,93	83,87	54,84	16,13	3,23	0,00
Q ₅	Algébrica	0,00	29,03	9,68	41,94	77,42	29,03	22,58	80,65	61,29	16,12	9,68	3,23	12,90	54,84	74,19	38,71	12,90	6,45
Q ₆	Algébrica	0,00	51,61	6,45	16,13	83,87	29,03	22,58	74,19	67,74	22,58	9,68	3,23	29,04	74,19	58,06	22,58	12,90	3,23
Q ₇	Algébrica	0,00	19,35	6,45	48,39	74,19	32,26	9,68	48,39	67,74	51,61	19,35	3,23	3,23	29,03	77,42	67,74	19,35	3,23
Q ₈	Algébrica	0,00	45,16	3,23	12,90	67,74	41,94	9,68	61,29	58,06	38,71	29,03	0,00	9,68	35,48	64,52	64,52	25,80	0,00
Q ₉	Algébrica	0,00	45,16	0,00	19,35	96,78	32,26	25,80	77,42	70,97	22,58	3,23	0,00	16,13	77,42	58,06	22,58	25,81	0,00

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A análise do quadro 96 mostra que no pré-teste houve a elaboração da sentença natural de forma correta nas questões Q1 (6,45% da amostra), Q3 (3,23% da amostra), Q4 (6,45% da amostra) e Q5 (3,23% da amostra) e também de forma incorreta nas questões Q1 (6,45% da amostra), Q4 (6,45% da amostra), Q5 (6,45% da amostra), Q6 (6,45% da amostra), Q7 (6,45% da amostra), Q8 (3,23% da amostra) e Q9 (3,23% da amostra). Diferente do que ocorreu na etapa aditiva, na qual não ocorreu a elaboração da sentença natural. Isso evidencia que os discentes tentaram colocar em prática o que foi ensinado na etapa aditiva da pesquisa. Os discentes que elaboraram incorretamente a sentença cometeram o equívoco de construir a sentença aritmética e não a sentença de modelação.

O Quadro 97 apresenta exemplos de elaboração incorreta da sentença nas questões do pré-teste multiplicativo.

Quadro 97- Erros na elaboração da sentença natural no pré-teste multiplicativo

ERROS NO PRÉ-TESTE NA ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL	
RESOLUÇÃO	
 Questão 3- Aluno A₁	 Questão 6 – Aluno A₁

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados mostram que o percentual de elaboração correta da sentença no pós-teste variou de 25,81% a 70,97% e no pré-teste esse percentual varia de 3,23% a 6,45%. No pós-teste, as questões que apresentaram o maior percentual de elaboração correta da sentença foram as questões aritméticas Q1 (70,97%) e Q4 (54,80%) e entre as algébricas foram as questões Q6 (51,61%) e Q8 (48,39%). A média de acertos na elaboração da sentença natural no primeiro teste foi de 2,15% e no pós-teste avançou para 43,73%. O percentual de discentes que não elaboraram a sentença natural no pré-teste foi de 93,19% e no pós-teste caiu para 29,75%.

No pós-teste, em todas as questões, houve progressão no acerto da escolha da operação. O percentual de acertos na escolha da operação no pré-teste variou de 6,45% a 83,87% e no pós-teste variou de 34,48% a 100%. As questões no pós-teste

que tiveram o maior percentual de acertos na escolha da operação foram as questões aritméticas Q1 (100%) e Q4 (83,87%) e entre as algébricas as que apresentaram maior percentual foram: Q6 (77,42%), Q8 (58,06%) e Q9 (87,10%).

No ato de efetuar a operação, em todas as questões houve um crescimento no percentual de acertos, do pré-teste para o pós-teste, o que evidencia uma melhora significativa.

A seguir, apresentamos a relação entre a elaboração da sentença natural dos problemas e a escolha da operação adequada para solucionar as questões dos testes multiplicativos.

7.8 ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL E ESCOLHA DA OPERAÇÃO ADEQUADA PARA SOLUCIONAR QUESTÕES MULTIPLICATIVAS

Na presente subseção, apresentamos uma análise por questão sobre a elaboração da sentença natural do problema e da escolha da operação adequada para solucioná-lo, nas questões multiplicativas do primeiro e do segundo teste.

Quadro 98- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na primeira questão dos testes multiplicativos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Minha Mãe quer comprar 4 pacotes de bolacha. Cada pacote custa R\$ 6,00. Quanto ela irá pagar pelos quatro pacotes de bolacha?		Q ₁			4 x 6 =?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	A ₁ , A ₆	-----	A ₄ , A ₅ , A ₇ , A ₈ , A ₉ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₄ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉ .	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₅ e A ₂₉	A ₁₁ , A ₃₁	A ₉ , A ₅ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₈ e A ₃₀
	Erro	-----	A ₂₅ e A ₂₀	A ₂ , A ₃ , A ₁₀ , A ₂₃ , A ₂₆ , A ₃₀ e A ₃₁	-----	-----	----
	Em branco	-----	-----	-----	-----	-----	----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nessa questão do pré-teste multiplicativo 6,45% (A₁ e A₆) dos discentes elaboraram corretamente a sentença natural e acertaram a escolha da operação e 6,45% dos estudantes elaboraram a sentença natural incorretamente e erraram a escolha da operação. 64,52% dos discentes não elaboraram a sentença natural e acertaram a escolha da operação no pré-teste multiplicativo. 22,58% dos estudantes não elaboraram a sentença natural e erraram a escolha da operação no primeiro teste multiplicativo.

No pós-teste multiplicativo 67,74% elaboraram a sentença natural corretamente e acertaram a escolha da operação. O percentual de alunos que elaboraram a sentença natural incorretamente e acertaram a escolha da operação foi de 6,45% (A₁₁ e A₃₁). 25,81% dos discentes no segundo teste multiplicativo não elaboraram a sentença natural e acertaram a escolha da operação.

A, seguir apresentamos a análise da segunda questão dos testes multiplicativos.

Quadro 99- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na segunda questão dos testes multiplicativos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Bianca comprou 7 litros de açaí e pagou R\$ 105,00. Quanto custou o litro do açaí?		Q2			7 x ? = 105		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	----	----	A ₃ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₉	A ₅ , A ₁₅ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₉ , A ₃₁	A ₁ , A ₂ , A ₇ , A ₈ , A ₁₆ , A ₁₈	A ₂₇ , A ₂₈
	Erro	----	----	A ₂ , A ₅ , A ₈ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₅ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉ e A ₃₁	A ₂₂	A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₂₁	A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₂₀ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₃₀
	Em branco	----	----	A ₁ , A ₄ , A ₆ , A ₇ , A ₉ , A ₁₆ e A ₃₀	----	----	----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na segunda questão do pré-teste multiplicativo, nenhum aluno elaborou a sentença natural corretamente. O percentual de discentes que não elaborou a sentença natural corretamente e acertou a escolha da operação no pré-teste

multiplicativo foi de 12,90%. E 64,52% dos discentes não elaboraram a sentença natural no pré-teste multiplicativo e erraram a escolha da operação. O percentual de questões que foram deixadas em branco no primeiro teste foi de 22,58%.

No pós-teste multiplicativo 29,03% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença natural que representa esta questão, sendo que entre esses discentes 88,89% acertaram a escolha da operação e 11,11% erraram a escolha da operação. O percentual de discentes que elaborou a sentença natural incorretamente no pós-teste multiplicativo foi de 41,94%, sendo que 46,15% desses alunos acertaram a escolha da operação. E 29,03% dos discentes no pós-teste multiplicativo não elaboraram a sentença natural e, entre esses, 22,22% acertaram a escolha da operação e 77,78% erraram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da terceira questão dos testes multiplicativos.

Quadro 100- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na terceira questão dos testes multiplicativos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
João comprou alguns cadernos a R\$ 25,00 reais cada um e pagou R\$ 275,00. Quantos cadernos João comprou?		Q3			? x 25 = 275		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	A ₂₄	A ₁	A ₃ , A ₇ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₉ e A ₃₁	A ₃ , A ₈ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₅ e A ₂₉	A ₁ , A ₂ , A ₇ , A ₁₆	A ₁₃ , A ₂₇ e A ₂₈ e A ₃₁
	Erro	-----	A ₂₀ , A ₂₅	A ₂ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₈ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉ e A ₃₀	A ₄	A ₆ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₂₀ , A ₂₁	A ₅ , A ₉ , A ₁₀ , A ₂₆ e A ₃₀
	Em branco	-----	-----	-----	----	-----	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na terceira questão do pré-teste multiplicativo 3,23% dos discentes elaboraram a sentença natural corretamente e acertaram a escolha da operação. Dos três alunos que formularam a sentença incorretamente, o discente A₁ (3,23% da amostra) acertou a escolha da operação e os discentes A₂₀ e A₂₅ erraram a escolha da operação (6,45% da amostra). E 87,10% dos discentes, no pré-teste, não elaboraram sentença natural. Destes, 22,22% acertaram a escolha da operação e 77,78% erraram a escolha da operação.

No pós-teste multiplicativo 41,94% da amostra elaborou corretamente a sentença natural que representa esta questão. E entre esses: 92,31% acertaram a escolha da operação e 7,69% erraram a escolha da operação. E 29,03% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente. Entre esses 44,44% acertaram a escolha da operação. O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural desta questão no segundo teste multiplicativo foi de 29,03%, sendo que 44,44% desses discentes acertaram a escolha da operação e nenhum aluno deixou essa questão em branco.

A seguir, apresentamos a análise da quarta questão dos testes multiplicativos.

Quadro 101- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na quarta questão dos testes multiplicativos

ENUNCIADO		NUMERO DA QUESTAO			SENTENÇA NATURAL		
Camila comprou 6 pacotes de pirulito. cada pacote tinha 15 pirulitos. Quantos pirulitos Camila comprou ao todo?		Q4			6 x 15 =?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	A1, A24	----	A2, A3, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A14, A15, A16, A18, A22, A27 e A31	A1, A3, A4, A7, A8, A11, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A21, A23, A24 e A29	A31	A5, A6, A12, A22, A26, A27, A28 e A30
	Erro	----	A25	A4, A5, A13, A17, A19, A20, A21, A23, A26, A29, A30	A2	A25	A9, A10 e A20
	Em branco	----	----	A28	----	----	----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nessa questão, no pré-teste multiplicativo, 6,45% dos discentes elaboraram a sentença natural corretamente e acertaram a escolha da operação e 3,23% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente e erraram a escolha da operação. O percentual de discentes que não elaborou a sentença natural no pré-teste e acertaram a escolha da operação foi de 51,61%. O percentual da amostra que não elaborou a sentença natural e errou a escolha da operação foi de 35,48%. Somente o estudante A₂₈ (3,23%) deixou essa questão em branco no pré-teste.

No pós-teste multiplicativo 58,07% da amostra elaborou a sentença corretamente, sendo que 94,44% acertou a escolha da operação e 5,56% errou. E 6,45% dos discentes elaboraram a sentença natural incorretamente e dentre esses 50% acertaram a escolha da operação (A₃₁). O percentual de discentes que não elaborou a sentença natural foi de 35,48% e entre esses 72,73% acertaram a escolha da operação e 27,28% erraram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da quinta questão dos testes multiplicativos.

Quadro 102- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na quinta questão dos testes multiplicativos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Comprei 4 saias iguais e paguei R\$ 92,00. Quanto custou cada saia?		Q5			4 x ? = 92		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	----	A ₁ e A ₂₅	A ₃ , A ₇ , A ₁₄ e A ₁₉	A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₉ , A ₂₄ , A ₂₃ , A ₂₅ , A ₂₉ e A ₃₁	A ₁ , A ₂ e A ₃ , A ₇	A ₂₆ e A ₂₈
	Erro	----	A ₂₄	A ₂ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₈ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₂₀ , A ₂₃ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₉ , A ₃₀ e A ₃₁	-----	A ₄ , A ₆ , A ₈ , A ₁₁ , A ₁₄ , A ₁₈ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₂	A ₅ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₂₇ e A ₃₀
	Em branco	----	-----	A ₉ , A ₂₁ , A ₂₂ e A ₂₈	-----	-----	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na quinta questão do pré-teste multiplicativo 9,68% da amostra elaboraram a sentença natural incorretamente, sendo que 66,67% erraram escolha da operação e 33,33% acertaram a escolha da operação. O percentual da amostra que não elaborou

a sentença natural no pré-teste foi de 77,42% e entre esses 16,67% acertaram a escolha da operação e 83,33% erraram a escolha da operação. E 12,90% dos participantes deixaram essa questão em branco.

No pós-teste multiplicativo 29,03% dos discentes elaboraram a sentença corretamente e todos acertaram a escolha da operação. O percentual da amostra que elaborou a sentença incorretamente foi de 41,94%, sendo que 30,77% acertou a escolha da operação e 69,23% errou a escolha da operação. E 29,03% dos discentes não elaboraram a sentença natural e entre esses 22,22% acertaram a escolha da operação e 77,78% erraram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos a análise da sexta questão dos testes multiplicativos.

Quadro 103- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na sexta questão dos testes multiplicativos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Mariana comprou algumas caixas de chocolate. Cada caixa continha 20 barras de chocolate. Ao todo, Mariana comprou 160 barras de chocolate. Quantas caixas de chocolate Mariana comprou ao todo?		Q6			? x 20 = 160		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			POS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	----	----	A ₃ , A ₇ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₈ , A ₁₉ e A ₂₄	A ₃ , A ₄ , A ₇ , A ₈ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₉ , A ₂₁ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₅ , A ₂₈ , A ₂₉ e A ₃₁	A ₁ e A ₂₆	A ₂ , A ₅ , A ₁₇ , A ₁₈ e A ₂₇ ,
	Erro	----	A ₁ , A ₂₅	A ₂ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₈ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₂₀ , A ₂₂ , A ₃₀ , A ₂₃ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₉ e A ₃₁	----	A ₆ , A ₁₁ e A ₁₂	A ₉ , A ₁₀ , A ₂₀ , A ₃₀
	Em branco	----	----	A ₉ , A ₂₁ , A ₂₈	----	----	A ₂₂

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na sexta questão do pré-teste multiplicativo 6,45% da amostra elaboraram a sentença natural incorretamente e erraram escolha da operação. O percentual da amostra que não elaborou a sentença natural no pré-teste foi de 83,87% e entre esses

26,92% acertaram a escolha da operação e 73,08% erraram a escolha da operação. E 9,68% dos participantes deixaram essa questão em branco.

No pós-teste 51,61% dos discentes elaboraram a sentença natural e todos esses discentes acertaram a escolha da operação. O percentual de alunos que elaborou a sentença natural incorretamente foi de 16,13%, sendo que desses estudantes 40% acertou a escolha da operação e 60% errou a escolha da operação. E 29,03% dos discentes não elaboraram a sentença e entre esses 55,56% acertaram a escolha da operação. E 3,23% da amostra deixaram a questão em branco.

A seguir apresentamos a análise da sétima questão dos testes multiplicativos.

Quadro 104- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na sétima questão dos testes multiplicativos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Pedro comprou 288 latas de refrigerante que vieram armazenadas em 12 caixas. Quantas latas de refrigerante havia em cada caixa?		Q7			12 x ? = 288		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	A ₂₅	A ₁₅ e A ₁₉	A ₈ , A ₁₅ , A ₁₉ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₉	A ₁ , A ₂ , A ₁₈ , A ₂₂ , A ₂₅	A ₁₇ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₃₁
	Erro	-----	A ₁	A ₂ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₂₀ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₄ , A ₂₆ , A ₂₉ , A ₃₀ e A ₃₁	-----	A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₇ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₆ , A ₂₀ , A ₂₁	A ₅ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₂ , A ₂₆ , A ₂₈ , A ₃₀
	Em branco	-----	-----	A ₃ , A ₉ , A ₁₄ , A ₂₁ , A ₂₇ e A ₂₈	-----	-----	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na sétima questão do pré-teste multiplicativo 6,45% dos estudantes elaboraram a sentença natural incorretamente e entre esses 50% acertaram a escolha da operação e 50% erraram a escolha da operação. O percentual da amostra que não elaborou a sentença natural foi de 74,19%, sendo que 8,70% desses estudantes acertaram a escolha da operação e 91,30% erraram a escolha da operação. E 19,35% dos discentes deixaram a questão em branco.

No pós-teste 19,35% da amostra elaboraram a sentença natural corretamente e acertaram a escolha da operação. O percentual de estudantes que elaborou a sentença natural incorretamente foi de 48,39%, sendo que 33,33% desses discentes acertaram a escolha da operação e 66,67% erraram a escolha da operação. E 32,26% dos educandos não elaboraram a sentença natural e entre esses 40% acertaram a escolha da operação e 60% erraram.

A seguir, apresentamos a análise da oitava questão dos testes multiplicativos.

Quadro 105- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na oitava questão dos testes multiplicativos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Ronaldo comprou algumas camisas do time do Remo e pagou R\$ 55,00 por cada camisa. O valor total pago por Ronaldo pelas camisas foi de R\$ 275,00. Quantas camisas Ronaldo comprou?		Q8			? x 55 = 275		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	----	----	A7, A15 e A19	A3, A7, A8, A14, A15, A16, A19, A21, A23, A24, A22, A25, A29, A31	A1, A2,	A17, A18, A27
	Erro	----	A25	A2, A4, A5, A6, A8, A10, A11, A12, A13, A16, A18, A20, A23, A24, A26, A29, A30 e A31	-----	A6, A11	A4, A5, A9, A10, A12, A13, A20, A26, A28, A30
	Em branco	----	----	A1, A3, A9, A14, A17, A21, A22, A27 e A28	-----	-----	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na oitava questão do pré-teste multiplicativo 3,23% da amostra elaboraram a sentença natural incorretamente e erraram a escolha da operação. O percentual da amostra que não elaborou a sentença natural no pré-teste foi de 67,74% e entre esses 14,29% acertaram a escolha da operação e 85,71% erraram a escolha da operação. E 29,03% dos participantes deixaram essa questão em branco.

No pós-teste multiplicativo 45,16% dos discentes elaboraram a sentença corretamente e todos esses estudantes acertaram a escolha da operação. E 12,90% da amostra elaboraram a sentença natural incorretamente, sendo que 50% desses estudantes erraram a escolha da operação e 50% acertaram a escolha da operação. O percentual de estudantes que não elaborou a sentença natural foi de 41,94% e entre esses 23,08% acertaram a escolha da operação e 76,92% erraram a escolha da operação.

A seguir apresentamos a análise da nona questão dos testes multiplicativos.

Quadro 106- Elaboração da sentença natural e escolha da operação na nona questão dos testes multiplicativos

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
João comprou uma bicicleta por um certo valor e pagou em 5 prestações iguais de R\$ 70,00. Qual o valor total que João vai pagar pela bicicleta?		Q9			5 x 70 = ?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença	Elaborou sentença correta	Elaborou sentença incorreta	Não elaborou sentença
ESCOLHA DA OPERÇÃO	Acerto	-----	-----	A ₇ , A ₈ , A ₁₂ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₉ , A ₂₂ , A ₂₄	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₂ , A ₂₃ e A ₂₄	A ₂₁ e A ₂₅	A ₁₇ , A ₁₃ , A ₁₆ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₃₀ , e A ₃₁
	Erro	-----	-----	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₉ , A ₁₀ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₃ , A ₂₅ , A ₂₆ , A ₂₇ , A ₂₈ , A ₂₉ , A ₃₀ e A ₃₁	-----	A ₈ , A ₁₁ , A ₁₂ e A ₂₉	A ₉ , A ₁₀ e A ₂₈
	Em branco	-----	-----	A ₁₄	-----	-----	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na nona questão no pré-teste multiplicativo, alguns alunos não elaboraram sentença natural e entre esses 25,81% (A₇, A₈, A₁₂, A₁₅, A₁₆, A₁₉, A₂₂ e A₂₄) acertaram a escolha da operação e 70,96% erraram a escolha da operação. E 3,23% dos estudantes deixaram a questão em branco.

No pós-teste 45,16% da amostra elaborou a sentença corretamente e acertou a escolha da operação. O percentual de educandos que elaborou a sentença natural incorretamente foi de 19,35%. E desses estudantes 33,33% acertaram a escolha da operação e 66,67% erraram. E 32,26% dos participantes não elaboraram a sentença natural, entre esses 70% acertaram a escolha da operação.

A seguir, apresentamos no Quadro 107 os erros e acertos cometidos na escolha da operação mediante a elaboração incorreta da sentença natural.

Quadro 107- Elaboração da sentença natural e escolha da operação no pós-teste multiplicativo

<i>PÓS – TESTE MULTIPLICATIVO</i>										
QUESTÃO	TIPO DE QUESTÃO	Elaborou a sentença natural corretamente	Acerto da escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença natural (%)	Erro na escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença natural (%)	Não elaborou a sentença natural (%)	Acerto da escolha da operação sem a elaboração da sentença natural (%)	Erro na escolha da operação sem a elaboração da sentença natural (%)	Elaborou a sentença natural incorretamente (%)	Acerto da escolha da operação a partir da elaboração incorreta da sentença natural (%)	Erro na escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença natural (%)
Q₁	Aritmética	67,74	67,17	0	25,81	25,81	0	6,45	6,45	0
Q₂	Algébrica	29,03	25,80	3,23	35,48	6,45	29,03	41,94	19,35	22,54
Q₃	Algébrica	41,94	38,71	3,23	29,03	12,90	16,13	29,03	12,90	16,13
Q₄	Aritmética	58,07	54,84	0	35,48	25,81	9,67	6,45	3,23	3,22
Q₅	Algébrica	29,03	29,03	0	29,03	6,45	22,58	41,94	12,90	29,04
Q₆	Algébrica	51,61	51,61	0	29,03	16,12	12,91	16,13	3,23	12,90
Q₇	Algébrica	19,35	19,35	0	30,26	12,90	17,36	48,39	16,13	32,26
Q₈	Algébrica	45,16	45,16	0	41,94	9,68	32,26	12,90	6,45	6,45
Q₉	Algébrica	45,16	45,16	0	32,26	22,58	9,68	19,35	12,90	12,90

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 107 mostram que no pós-teste o percentual de elaboração correta da sentença natural nas questões variou entre 19,35% a 67,74% e revelou que em todas as questões houve a elaboração da sentença natural de forma correta.

O acerto da escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença natural teve percentuais elevados que variaram de 19,35% a 67,17%, e que foram superiores aos obtidos na etapa aditiva (0% a 58,06% da amostra).

O percentual de acertos na escolha da operação por meio da elaboração correta da sentença de modelação foi superior ao percentual de acertos mediante a não elaboração da sentença de modelação, exceto nas questões Q3 (Aritmética) e Q7 (Algébrica). Com relação à elaboração incorreta da sentença de modelação, os dados evidenciaram que houve um percentual maior de erros na escolha da operação em todas as questões a partir da elaboração incorreta do que quando os estudantes elaboraram a sentença de modelação de forma correta.

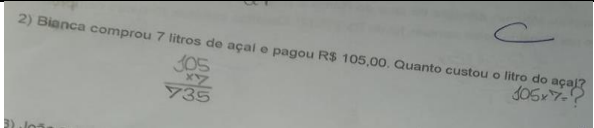
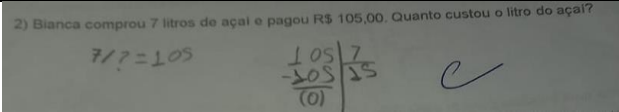
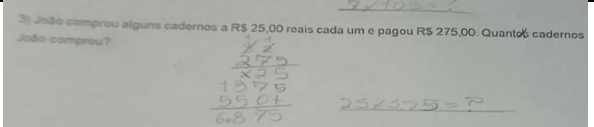
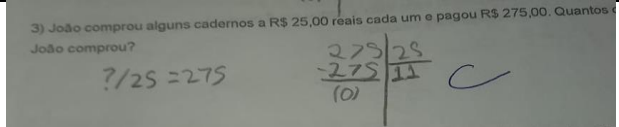
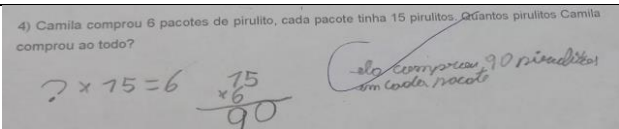
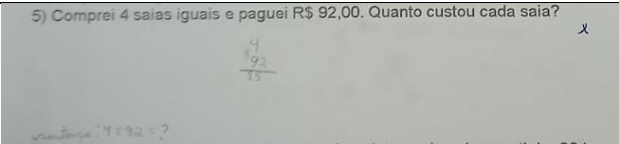
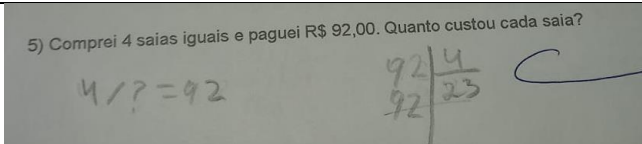
A média de acertos a partir da elaboração correta das sentenças de modelação foi de 41,87%, e sem a elaboração da sentença foi de 22,58%, e com a elaboração incorreta da sentença foi de 10,39%. A média de acertos por meio da elaboração correta da sentença de modelação na etapa multiplicativa foi superior ao da aditiva, que foi de 24,94%, e houve um decréscimo do acerto através da não elaboração da sentença, dado que na etapa aditiva a média foi de 31,46%.

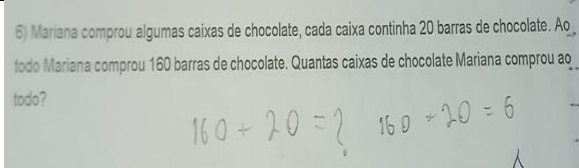
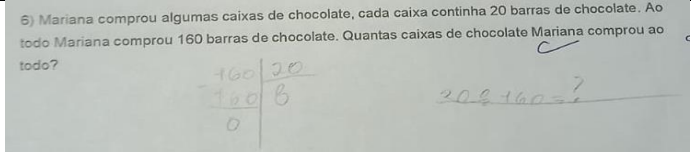
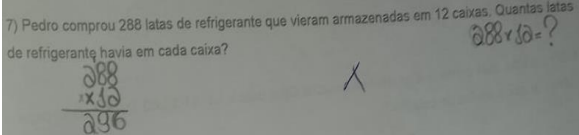
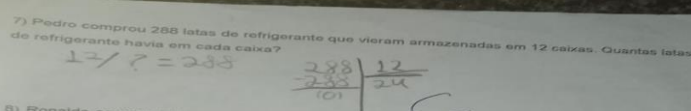
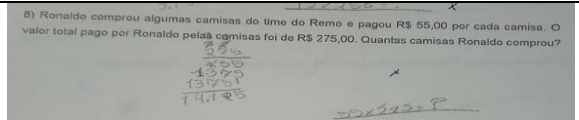
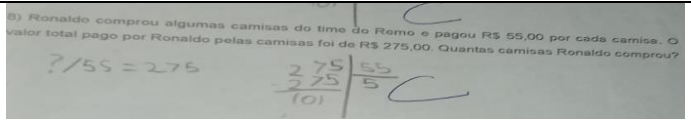
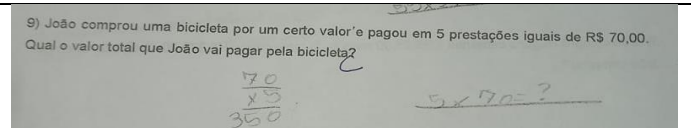
O percentual de estudantes que não elaborou a sentença natural variou de 25,81% a 41,94%. O percentual de discentes que elaboraram a sentença de modelação ficou compreendido entre 19,35% a 67,74%. Os percentuais da elaboração da sentença natural da etapa multiplicativa são superiores aos da etapa aditiva, cujos percentuais ficaram compreendidos entre 0,0% e 58,06%.

A média de acertos na escolha da operação por meio da elaboração correta da sentença de modelação foi de 61% nas questões aritméticas e nas algébricas foi de 36,40%. O percentual de acertos através da elaboração correta da sentença de modelação nas questões aritméticas ficou compreendido entre 54,84% e 67,17%, e nas questões algébricas os percentuais ficaram compreendidos entre 25,80 a 51,61%.

A seguir, apresentamos no Quadro 108 os erros e acertos cometidos na escolha da operação através da elaboração incorreta da sentença natural.

Quadro 108- Elaboração incorreta da sentença natural e a escolha da operação

QUESTÕES	TIPO	ALUNO (S)		RESOLUÇÃO	
		Acerto na escolha da operação	Erro na escolha da operação	ELABOROU A SENTENÇA INCORRETAMENTE E ERROU A ESCOLHA DA OPERAÇÃO	ELABOROU A SENTENÇA INCORRETAMENTE E ACERTOU A ESCOLHA DA OPERAÇÃO
Q1	Aritmética	-----	-----	Não houve erros na elaboração da sentença natural	-----
Q2	Algébrica	A ₁ , A ₂ , A ₇ , A ₈ , A ₁₆ , A ₁₈	A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₂₂	 Questão 3- Aluno A₃	 Questão 2- Aluno A₁
Q3	Algébrica	A ₁ , A ₂ , A ₇ , A ₁₆ ,	A ₆ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₂₀	 Questão 3 - Aluno A₆	 Questão 3- Aluno A₁
Q4	Aritmética	A ₃₁	-----	-----	 Questão 4 - Aluno A₃₁
Q5	Algébrica	A ₁	A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₈ , A ₁₁ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₈ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₃₁	 Questão 5- Aluno A₄	 Questão 5- Aluno A₁

Q6	Algébrica	A ₁ , A ₆ , A ₁₃	A ₁₁	6) Mariana comprou algumas caixas de chocolate, cada caixa continha 20 barras de chocolate. Ao todo Mariana comprou 160 barras de chocolate. Quantas caixas de chocolate Mariana comprou ao todo? 	6) Mariana comprou algumas caixas de chocolate, cada caixa continha 20 barras de chocolate. Ao todo Mariana comprou 160 barras de chocolate. Quantas caixas de chocolate Mariana comprou ao todo? 
Q7	Algébrica	A ₁	A ₂ , A ₃	7) Pedro comprou 288 latas de refrigerante que vieram armazenadas em 12 caixas. Quantas latas de refrigerante havia em cada caixa? 	7) Pedro comprou 288 latas de refrigerante que vieram armazenadas em 12 caixas. Quantas latas de refrigerante havia em cada caixa? 
Q8	Algébrica	A ₁	A ₆	8) Ronaldo comprou algumas camisas do time do Remo e pagou R\$ 55,00 por cada camisa. O valor total pago por Ronaldo pelas camisas foi de R\$ 275,00. Quantas camisas Ronaldo comprou? 	8) Ronaldo comprou algumas camisas do time do Remo e pagou R\$ 55,00 por cada camisa. O valor total pago por Ronaldo pelas camisas foi de R\$ 275,00. Quantas camisas Ronaldo comprou? 
Q9	Algébrica	-----	A ₆	-----	9) João comprou uma bicicleta por um certo valor e pagou em 5 prestações iguais de R\$ 70,00. Qual o valor total que João vai pagar pela bicicleta? 

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados apresentados no Quadro 108 mostram o tipo de erro cometido em cada questão na elaboração da sentença natural e o acerto ou o erro na escolha da operação a partir dessa elaboração.

A amostra evidenciou que em todas as questões do pós-teste houve a elaboração incorreta da sentença natural, exceto na questão aritmética Q1. Nas questões Q2, Q3, Q5, Q6, Q7 e Q8 ocorreram erros na seleção da operação adequada e também acertos. Nas questões Q4 e Q9 ocorreram somente erro na escolha da operação mediante a elaboração incorreta da sentença natural.

Os erros cometidos na elaboração da sentença em todas as questões do pós-teste multiplicativo são semelhantes aos que foram observados durante a etapa aditiva, visto que os discentes construíram nessas questões sentenças aritméticas e não sentenças de modelação, isto porque, segundo Carey (1991 *apud* SANTOS, 2017), na elaboração de uma sentença de modelação (sentença natural) são usados os dados que se referem diretamente aos dados do enunciado do problema, diferente de uma sentença aritmética, a qual é usada para determinar o valor procurado.

A seguir, apresentamos os comportamentos dos discentes na elaboração da sentença natural e na escolha da operação nos testes multiplicativos. Estes comportamentos foram observados através da análise dos dados obtidos nos Quadros 98 a 106, os quais apresentaram a análise por questão da elaboração da sentença natural do problema e da escolha da operação adequada para solucioná-lo nas questões do pré-teste e do pós-teste multiplicativos.

A análise realizada reportou os 21 tipos de condutas encontradas, que também foram encontradas na etapa aditiva, e outras cinco novas. Com o intuito de analisarmos essas condutas, elegemos as seguintes categorias:

- **C1-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e continuam a acertar a escolha da operação.
- **C2-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e erram a escolha da operação.
- **C3-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e acertam a escolha da operação.

- **C4-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e erram a escolha da operação.
- **C5-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste continuam a não elaborar a sentença e continuam acertando a escolha da operação.
- **C6-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste continuam a não elaborar a sentença e erram a escolha da operação.
- **C7-** No pré-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação e no pós-teste deixam em branco.
- **C8-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e acertam a escolha da operação.
- **C9-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e erram a escolha da operação.
- **C10-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e acertam a escolha da operação.
- **C11-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e erram a escolha da operação.
- **C12-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste continuam a não elaborar a sentença e passam a acertar a escolha da operação.
- **C13-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste não elaboram a sentença e continuam a errar a escolha da operação.
- **C14-** No pré-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação e no pós-teste deixam em branco.
- **C15-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e acertam a escolha da operação.

- **C16-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste passam a elaborar a sentença corretamente e erram a escolha da operação.
- **C17-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e acertam a escolha da operação.
- **C18-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste elaboram a sentença incorretamente e erram a escolha da operação.
- **C19-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste não elaboram a sentença e acertam a escolha da operação.
- **C20-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste não elaboram a sentença e erram a escolha da operação.
- **C21-** No pré-teste deixam a questão em branco e no pós-teste continuam deixando em branco.
- **C22-** No pré-teste elaboram a sentença corretamente e acertam a escolha da operação e no pós-teste continuam a elaborar a sentença corretamente e a acertar a escolha da operação.
- **C23-** No pré-teste elaboram a sentença natural incorretamente e acertam a escolha da operação e no pós-teste passam a elaborar a sentença natural corretamente e acertam a escolha da operação.
- **C24-** No pré-teste elaboram a sentença natural incorretamente e erram a escolha da operação e no pós-teste continuam a elaborar a sentença natural incorretamente e continuam errando a escolha da operação.
- **C25-** No pré-teste elaboram a sentença natural incorretamente e acertam a escolha da operação e no pós-teste continuam elaborando incorretamente a sentença natural e continuam a acertar escolha da operação.
- **C26-** No pré-teste elaboram a sentença natural incorretamente e erram a escolha da operação e no pós-teste continuam elaborando a sentença natural incorretamente e passam a acertar a escolha da operação.

O Quadro 109 a seguir contém todas as categorias mencionadas anteriormente.

Quadro 109- Comportamento dos discentes na elaboração da sentença e escolha das operações nos testes aditivos

		QUESTÕES								
		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
CATEGORIAS (%)	C1	45,16	3,23	12,90	25,81	3,23	19,35	6,45	9,68	16,13
	C2	0	0	0	3,23	0	0	0	0	0
	C3	3,23	0	3,23	3,23	6,45	0	0	0	0
	C4	0	9,68	0	0	3,23	0	0	0	0
	C5	16,13	0	3,23	12,90	0	3,23	0	0	3,23
	C6	0	0	0	6,45	0	0	0	0	0
	C7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	C8	9,68	22,58	19,35	22,58	19,35	22,58	9,68	19,35	22,58
	C9	0	3,23	3,23	0	0	0	0	0	0
	C10	3,23	3,23	6,45	0	3,23	3,23	9,68	3,23	6,45
	C11	0	6,45	12,90	0	3,23	3,23	9,68	3,23	6,45
	C12	9,68	6,45	9,68	9,68	3,23	12,90	6,45	3,23	19,35
	C13	0	16,13	3,23	19,35	9,68	16,12	25,81	25,81	9,68
	C14	0	0	3,23	0	0	6,45	0	9,68	3,23
	C15	0	0	3,23	0	0	6,45	0	9,68	3,23
	C16	0	0	0	0	0	0	0	3,23	0
	C17	9,68	0	0	3,23	0	0	0	3,23	0
	C18	0	6,45	0	0	6,45	0	9,68	0	0
	C19	0	0	3,23	3,23	3,23	0	6,45	6,45	0
	C20	0	6,45	0	0	3,23	3,23	3,23	6,45	0
	C21	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	C22	6,45	0	3,23	6,45	0	0	0	0	0
	C23	6,45	0	3,23	0	3,23	3,23	0	3,23	0
	C24	0	0	3,23	3,23	0	0	0	0	0
	C25	0	0	0	0	3,23	0	3,23	0	0
	C26	0	0	0	0	0	3,23	3,23	0	0

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do quadro 109 reportaram 26 categorias a respeito das condutas dos discentes referentes à elaboração da sentença natural e escolha da operação nos testes multiplicativos. Assim, como na etapa aditiva, na multiplicativa foram apresentadas condutas diversas no pós-teste multiplicativo e, diferente do que ocorreu no pré-teste aditivo, no multiplicativo houve a elaboração da sentença natural em todas as questões, exceto nas questões Q2 e Q9, e isto implicou no surgimento de cinco categorias novas (C22, C23, C24, C25 e C26).

No pós-teste multiplicativo, em todas as questões, ocorreu a conduta C1, porém nas questões aritméticas Q1 (45,16% da amostra) e Q4 (25,81% da amostra) ocorreu um percentual mais elevado de estudantes que assumiram essa conduta. Em média 15,77% assumiram essa conduta na realização das questões. Nas questões algébricas, a média de alunos que a tiveram foi de 10,14%. Esses dados evidenciam uma mudança de postura dos discentes que no primeiro teste não realizavam a

elaboração da sentença natural e passam a realizá-la, elaborando a sentença natural, e com isso acertam a escolha da operação.

A conduta C2 foi adotada pelos estudantes apenas na questão aritmética Q4 (11,11 % da amostra), e 3,23 % dos discentes a assumiram. Isto comprova que houve um percentual muito pequeno de alunos que não elaboraram a sentença natural nessa questão no pré-teste, mas passam a elaborá-la de forma correta no pós-teste, porém se equivocaram na seleção da operação adequada para resolvê-la.

O comportamento C3 foi adotado em 44,44% das questões (Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5) e o percentual de estudantes que dispuseram dela durante a resolução dessas questões variou de 3,23% a 6,45%. Um percentual discreto de alunos nessas questões não elabora a sentença natural no primeiro teste e acertaram a escolha da operação, e no segundo teste passam a elaborar a sentença natural de forma incorreta, contudo acertaram a escolha da operação.

A postura C4 ocorreu em 22,22% das questões (Q2 e Q5) e o percentual de estudantes que a assumiu foi de 3,23% e 6,45% da amostra. Esses dados comprovam que um percentual pequeno de discentes nessas questões, no primeiro teste, não elaborou a sentença natural e acertou a escolha da operação, e no pós-teste elaborou a sentença com equívocos e errou a escolha da operação.

O comportamento C5 foi evidenciado em cinco questões: Q1, Q3, Q4, Q6 e Q9 (55,56%). E o percentual de educandos que dispuseram dessa conduta variou de 3,23% a 16,13%. Esses dados revelam que um percentual pequeno de estudantes, nessas questões no pré-teste, não elaborava a sentença natural e acertava a escolha da operação, e no pós-teste manteve a mesma conduta.

A conduta C6 foi apresentada apenas na questão Q4 (11,11%) e 6,45% dos discentes a assumiram nessa questão. Isso mostra que no pré-teste um percentual discreto de discentes não elaborava a sentença natural e acertava a escolha da operação, no pós-teste continua a ter a mesma conduta.

Os comportamentos C7 e C21 (22,22%), que foram observados durante a etapa aditiva, não ocorreram em nenhuma das questões dos testes multiplicativos.

A postura C8 foi apresentada em todas as questões. Esse comportamento teve variação de 9,68% a 22,58%. A média de estudantes que assumiu esse comportamento foi de 18,63%. Esses dados mostram uma mudança positiva no comportamento dos alunos, os quais no primeiro teste não elaboravam a sentença

natural e erravam a escolha da operação, e no segundo teste passam a elaborar a sentença natural e passam a acertar a escolha da operação.

A conduta C9 ocorreu nas questões Q2 e Q3 (22,22%). E 3,23% dos discentes apresentaram esse comportamento nessas questões. Isso representa um percentual pequeno da amostra, que não elaborava a sentença natural e errava a escolha da operação, no pré-teste. No pós-teste os estudantes passam a elaborar a sentença natural, porém continuam errando a escolha da operação.

O comportamento C10 ocorreu em todas as questões, exceto na questão Q4. O percentual médio de estudante que tiveram essa conduta nessas questões foi de 4,30%, e variou de 3,23% a 9,68%. Por meio desses dados, constatou-se que houve um percentual discreto de estudantes no primeiro teste que não elaboravam a sentença natural e erravam a escolha da operação, e no pós-teste mudam de comportamento e passam a elaborar a sentença natural incorretamente e passam a acertar a escolha da operação.

A postura C11 foi observada em todas as questões, exceto na questão Q1. O percentual de variação desse comportamento nas questões foi de 3,23% a 12,90%. A média de estudantes que apresentou essa conduta foi de 5,02%. Esses dados mostram que nessas questões ocorreu um percentual discreto de estudantes que no pré-teste não elaboravam a sentença natural e erravam a escolha da operação, e no pós-teste passam a elaborar a sentença natural incorretamente e continuam errando a escolha da operação.

A conduta C12 ocorreu em todas as questões, porém as questões Q5 e Q8 apresentaram o menor percentual: 3,23% da amostra. E a questão Q9 obteve o maior percentual da amostra: 19,35%. A média de estudantes que assumiram esse comportamento nas questões foi de 8,96%. Essas informações mostram uma mudança de comportamento positiva, dado que esses estudantes no segundo teste continuaram a não elaborar a sentença natural, porém passaram a acertar a escolha da operação.

Em todas as questões dos testes, exceto na questão Q1, ocorreu a conduta C13, a qual obteve maior percentual nas questões Q7 e Q8 (25,81% da amostra) e menor percentual na questão Q3 (3,23% da amostra). Essa conduta se apresentou em 88,89% das questões, e em média 13,97% dos participantes da pesquisa não mudaram sua postura, pois no segundo teste continuaram a não elaborar a sentença natural e continuaram cometendo equívocos na escolha da operação.

As questões Q3, Q6, Q8 e Q9 apresentaram a conduta C14 e obtiveram respectivamente os percentuais 3,23%; 6,45%; 9,68% e 3,23%, evidenciando que em 44,44% das questões houve um percentual pequeno de discentes que no primeiro teste não elaboraram a sentença natural e erraram a escolha da operação, e no segundo teste passaram a deixar em branco essas questões.

O comportamento C15 foi observado nas questões Q3, Q6, Q8 e Q9, e apresentaram respectivamente os percentuais 3,23%; 6,45%; 9,68% e 3,23%, evidenciando que houve em 44,44% das questões uma mudança positiva de comportamento, pois os discentes no primeiro teste as deixavam em branco e no segundo passaram a elaborar a sentença natural corretamente, e acertaram a escolha da operação.

O comportamento C16 ocorreu somente na questão Q8 (11,11% da amostra), e teve um percentual bem discreto de estudantes que o assumiram: 3,23%, da amostra. Esses dados mostram um pequeno percentual de alunos que deixaram essa questão em branco no pré-teste, e no pós-teste elaboraram a sentença natural corretamente, mas erraram a escolha da operação.

A conduta C17 ocorreu somente nas questões Q1, Q4 e Q8 (33,33% da amostra) e apresentou os respectivos percentuais 9,68%; 3,23% e 3,23%. A média de discentes que dispuseram dela foi de 2,50%, constatando que um percentual discreto de alunos deixava essas questões em branco no pré-teste, e no pós-teste passam a elaborar a sentença incorretamente e passam a acertar a escolha da operação.

Nas questões Q2, Q5 e Q9 ocorreu o comportamento C18, e conforme os dados explicitados no quadro, em média 2,50% dos discentes em 33,33% das questões deixavam a questão em branco no pré-teste, e no pós-teste passam a elaborar a sentença natural incorretamente e erram a escolha da operação.

A postura C19 ocorreu em 55,56% das questões (Q3, Q4, Q5, Q7 e Q8). Em média, esse comportamento foi assumido por 2,51% dos estudantes, evidenciando que os estudantes no primeiro teste deixaram essas questões em branco, e no segundo teste não elaboraram a sentença natural, porém passam a acertar a escolha da operação.

O comportamento C20 ocorreu em 55,56% das questões e em média 2,50% dos discentes assumiram esse comportamento, isto é, esses discentes deixaram essas questões em branco no pré-teste e no segundo teste não elaboraram a sentença e erraram a escolha da operação.

As condutas C22, C23, C24, C25 e C26 referem-se à elaboração da sentença natural nas questões no pré-teste e não ocorreram na etapa aditiva. A conduta C22 ocorreu em 33,33% das questões; a C23 ocorreu em 55,56%; a C24, C25 e C26 ocorreram em 22,22% das questões. Em média 1,79% dos discentes assumiu a conduta C22, no pré-teste elaboraram corretamente a sentença e acertaram a escolha da operação e no pós-teste mantiveram esse comportamento. Em média 2,15% dos discentes assumiram a conduta C23, no pré-teste elaboraram a sentença natural incorretamente e acertaram a escolha da operação e no pós-teste passaram a elaborar a sentença natural corretamente e continuam acertando a escolha da operação.

As condutas C24, C25 e C26 referem-se à elaboração incorreta da sentença natural no pré-teste. Os dados mostram que em média 0,71% (C24) dos alunos que elaboraram a sentença natural incorretamente no pré-teste e erraram a escolha da operação, mantiveram essa conduta no pós-teste. E 0,71% em média dos estudantes assumiram a conduta C25: no pré-teste elaboraram a sentença incorretamente e acertaram a escolha da operação e no pós-teste mantiveram essa postura. Já 0,71% dos estudantes assumiram a conduta C26, no primeiro teste elaboraram a sentença natural incorretamente e erraram a escolha da operação e no pós-teste continuaram elaborando a sentença incorretamente, porém acertaram a escolha da operação.

A análise dos dados obtidos na elaboração da sentença natural e escolha da operação reportou o seguinte: o percentual de acertos na escolha da operação mediante à elaboração correta da sentença natural foi maior em todas as questões do pós-teste multiplicativo do que quando os estudantes não elaboraram a sentença ou a elaboraram incorretamente, assim como na etapa aditiva. Assim, foram 26 tipos de comportamentos na elaboração da sentença natural nos testes multiplicativos, diferindo da etapa aditiva que teve 21 tipos de condutas.

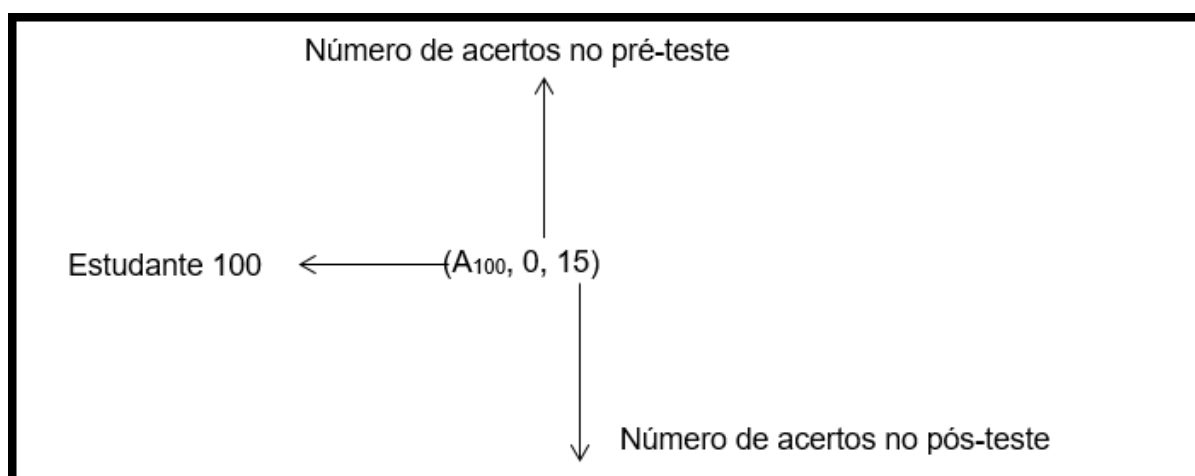
Os dados acima evidenciam que a elaboração da sentença natural dos problemas multiplicativos, assim como na etapa aditiva, foi importante para os discentes escolherem corretamente a operação adequada para solucionar as questões, evidenciando assim que esta é uma etapa necessária na resolução de um problema multiplicativo.

A seguir, apresentamos os resultados e análises das correlações entre os fatores socioeducativos e a diferença das notas nos testes multiplicativos.

7.9 A RELAÇÃO ENTRE FATORES SOCIOEDUCATIVOS, A MATEMÁTICA E O DESEMPENHO NOS TESTES MULTIPLICATIVOS

Nesta subseção, assim como na etapa aditiva, apresentamos as análises referentes às informações produzidas a partir da aplicação do questionário socioeducativo utilizado na experimentação e o desempenho dos estudantes nos testes multiplicativos, com o objetivo de verificar se há alguma relação entre os fatores socioeducativos e questões relacionadas à matemática, com a performance dos estudantes na resolução das questões multiplicativas.

As informações presentes nos quadros a seguir referem-se à quantidade de acertos nos testes de cada discente na etapa multiplicativa, de modo que forma a terna: aluno, nota no pré-teste e nota no pós-teste, como mostra o exemplo abaixo.



A apresentação dos dados produzidos com a aplicação do questionário usado no experimento inicia com as variáveis “afinidade” e “dificuldade” em matemática e o desempenho nos testes multiplicativos.

Quadro 110- Afinidade e dificuldade em matemática e o desempenho nos testes multiplicativos

		DIFICULDADE EM APRENDER MATEMÁTICA		
		Não	Um pouco	Sim
AFINIDADE COM A MATEMÁTICA	Não gosto	-----	-----	(A ₄ : 0,4) (A ₂₁ : 1, 4) (A ₂₂ : 2,5)
	Gosto um pouco	(A ₁ : 2,9)	(A ₃ : 0, 4) (A ₅ : 0, 4) (A ₆ : 2, 4) (A ₉ : 1, 1) (A ₁₀ : 0, 1) (A ₁₄ : 6, 6) (A ₁₅ : 6,9) (A ₁₈ : 3, 7) (A ₂₀ : 0, 2) (A ₂₄ : 5,9) (A ₂₇ : 1,7)	-----
	Gosto	(A ₂ : 2, 9)	(A ₇ : 4, 8) (A ₈ : 1, 7) (A ₁₂ : 0,1) (A ₁₃ : 1, 4) (A ₁₆ : 2, 7) (A ₁₇ : 6, 9) (A ₁₉ : 9, 9)	(A ₁₁ : 2, 2) (A ₂₅ : 0, 4) (A ₃₀ : 1, 5)
	Gosto muito	-----	(A ₂₃ : 0, 8) (A ₂₆ : 0, 5) (A ₂₈ : 1, 7) (A ₂₉ : 1, 4)	(A ₃₁ : 3, 5)

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O quadro acima mostra que o aluno A₁ (3,23% da amostra) tem pouca afinidade com a matemática e disse que não tem dificuldade em aprendê-la. Esse discente apresentou um desempenho baixo no primeiro teste, realizando 2 acertos neste e no pós-teste acertou todas as questões.

Os discentes A₃, A₅, A₆, A₉, A₁₀, A₁₄, A₁₅, A₁₈, A₂₀, A₂₄ e A₂₇ (35,48% da amostra) afirmaram ter pouca afinidade com a matemática e que possuem pouca dificuldade em aprender os seus conteúdos. Os alunos A₃, A₅, A₉, A₁₀, A₁₈, A₂₀ e A₂₇ apresentaram um desempenho muito baixo no pré-teste: acertaram de 0 a 3 questões, e no pós- teste os estudantes A₃, A₅, A₆ progrediram: acertaram 4 questões (44,44%). O estudante A₂₀ avançou para 2 acertos, e o A₁₀ apresentou um rendimento muito baixo: apenas 1 acerto. Os discentes A₁₅, A₁₈, A₂₄ e A₂₇ no primeiro teste tiveram de 1 a 3 acertos, e no segundo teste os acertos subiram respectivamente para 9 acertos,

7 acertos, 9 acertos e 7 acertos. O discente A₁₄ não apresentou avanços, pois no primeiro teste realizou 6 acertos e no segundo teste continuou com 6 acertos.

Os discentes A₄, A₂₁ e A₂₂ afirmaram ter afinidade com a matemática e possuir dificuldade com a disciplina (9,68% da amostra). Todos esses estudantes no pré-teste tiveram rendimento muito variado, de 0% a 22,22%, porém no pós-teste os discentes A₄ e A₂₁ avançaram para 44,44% e o discente A₂₂ progrediu para 55,56%.

O discente A₁ afirmou não ter dificuldade em matemática e que possui pouca afinidade com a mesma (3,23% da amostra). No pré-teste acertou 2 questões e no pós-teste acertou todas as questões.

O estudante A₂ (3,23% da amostra) disse que não possuía dificuldade no aprendizado de matemática e que gosta da disciplina. No pré-teste esse aluno acertou apenas duas questões, e no pós-teste acertou todas as questões.

Os discentes A₇, A₈, A₁₂, A₁₃, A₁₆, A₁₇ e A₁₉ disseram que têm afinidade com a matemática e possuem um pouco de dificuldade com a disciplina, e isto corresponde a 22,58% da amostra. Os alunos A₇, A₈, A₁₂, A₁₃ e A₁₆ tiveram rendimento baixo no primeiro teste: 44,44%; 11,11%; 0%; 11,11% e 22,22%. No pós-teste, o aluno A₇ progrediu para 88,89% de rendimento; A₈ avançou para 77,78%; A₁₂ continuou com rendimento baixo: 11,11%; A₁₃ avançou para 44,44%. Os estudantes A₁₇ e A₁₉ no primeiro teste apresentaram um bom rendimento: 66,67% e 100%, no segundo teste o discente A₁₇ progrediu para 100% e o A₁₉ continuou com 100% de rendimento.

Os discentes A₂₃, A₂₆, A₂₈ e A₂₉ afirmaram ter pouca dificuldade em aprender matemática e ter muita afinidade com a mesma (12,90% da amostra). Todos esses alunos no primeiro teste tiveram um rendimento baixo, que variou de 0% a 11,11%, e no pós-teste todos tiveram avanços nos seus rendimentos, progrediram respectivamente para 88,89%, 55,56%, 77,78% e 44,44%.

Os alunos A₁₁, A₂₅ e A₃₀ (9,68%) disseram que têm dificuldade para aprender matemática e têm afinidade com a mesma. No pré-teste esses discentes tiveram rendimentos muito baixo, inferiores a 23%. No pós-teste, o discente A₁₁ continuou com rendimento abaixo de 23%, e os estudantes A₂₅ e A₃₀ avançaram, o primeiro para 44,44% e o segundo para 55,56%.

O aluno A₃₁ afirmou ter dificuldade no aprendizado da disciplina e possuir muita afinidade com a mesma. No primeiro teste esse aluno apresentou somente 3 acertos e no segundo teste progrediu para 5 acertos, ou seja, teve um rendimento acima de 50%.

A seguir, apresentamos os dados referentes às notas, distração nas aulas de matemática e desempenho nos testes multiplicativos.

Quadro 111- Notas e distração nas aulas de matemática e desempenho nos testes multiplicativos

		DISTRAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA		
		Não	Na maioria das vezes	Sim
NOTAS EM MATEMÁTICA	Abaixo da média	(A ₃₁ : 3, 5) (A ₆ : 2, 4) (A ₁₂ : 0, 1)	(A ₁₇ : 1, 8) (A ₉ : 1, 1)	(A ₁₁ : 2, 2) (A ₂₂ : 2, 5)
	Na média	(A ₅ : 0, 4) (A ₁₅ : 6, 9) (A ₁₆ : 2, 7) (A ₁₈ : 3, 7) (A ₂₉ : 1, 4)	(A ₂₄ : 5, 9) (A ₁ : 2, 9) (A ₄ : 0, 4) (A ₁₀ : 0, 1) (A ₁₃ : 1, 4) (A ₁₄ : 6, 9) (A ₂₃ : 0, 8) (A ₂₅ : 0, 4) (A ₂₇ : 1, 7) (A ₂₈ : 1, 7)	-----
	Acima da média	(A ₂ : 2, 8) (A ₈ : 1, 7) (A ₁₉ : 9, 9) (A ₂₁ : 1, 4) (A ₂₆ : 0, 9)	(A ₃ : 0, 4) (A ₇ : 4, 8) (A ₂₀ : 0, 2) (A ₃₀ : 3, 5)	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os discentes A₃₁, A₆ e A₁₂ (9,68% da amostra) afirmaram que não se distraem nas aulas de matemática e possuem notas abaixo da média. Todos esses discentes no pré-teste tiveram rendimentos baixos, inferiores a 34%. No pós-teste o discente A₃₁ cresceu para 55,56%; o A₆ subiu para 44,44% e o A₁₂ continuou com rendimento inferior a 34%.

Os discentes A₁₇ e A₉ disseram que na maioria das vezes se distraem nas aulas de matemática e têm notas abaixo da média. Tanto o primeiro discente quanto o segundo, no pré-teste, realizaram apenas um acerto. No pós-teste o discente A₁₇ evoluiu para 8 acertos, porém o A₉ permaneceu com 1 acerto.

Os discentes A₁₁ e A₂₂ afirmaram que se distraem nas aulas de matemática e possuem baixo rendimento. No pré-teste o rendimento desses discentes foi de apenas 22,22%. No pós-teste só o aluno A₂₂ progrediu para 55,56% e o A₁₁ manteve o mesmo rendimento do primeiro teste.

Os alunos A₅, A₁₅, A₁₆, A₁₈ e A₂₉ (16,13% da amostra) declararam que não se distraem nas aulas de matemática e suas notas são na média. Os discentes A₅, A₁₆,

A₁₈ e A₂₉, no pré-teste, apresentaram rendimento compreendido entre 0% a 22,22%, no pós-teste esses discentes progrediram para rendimentos entre 44,44% a 77,78%. O aluno A₁₅ no primeiro teste teve rendimento de 66,67% e no segundo teste avançou para 100%.

O percentual de alunos que afirmaram que na maioria das vezes se distraem nas aulas de matemática e possuem suas notas nessa disciplina na média foi de 32,26% (A₂₄, A₁, A₁₀, A₄, A₁₃, A₁₄, A₂₃, A₂₅, A₂₇ e A₂₈). No pré-teste os discentes A₁, A₄, A₁₀, A₁₃, A₂₃, A₂₅, A₂₇ e A₂₈ apresentaram rendimentos baixos, que variaram de 0% a 22,22%. No pós-teste, todos esses alunos evoluíram, exceto A₁₀ (que o rendimento continuou abaixo de 22,22%). A₁ avançou para 100%; A₄, A₁₃ e A₂₅ subiram para 44,44%; A₂₇ e A₂₈ progrediram para 77,78%. Os discentes A₂₄ e A₁₄ tiveram rendimento superior a 50% e no pós-teste atingiram 100%.

Os discentes A₃, A₇, A₂₀ e A₃₀ (12,90% da amostra) afirmaram que na maioria das vezes se distraem nas aulas de matemática e têm notas acima da média. Os discentes A₃ e A₂₀ no primeiro teste não acertaram nenhuma questão, e os discentes A₇ e A₃₀ tiveram rendimento inferior a 50%. No segundo teste, A₃ avançou para 44,44%; A₇ subiu para 88,88%; A₂₀ teve uma pequena progressão para 22,22% e A₃₀ subiu para 55,56%.

Os estudantes A₂, A₈, A₁₉, A₂₁ e A₂₆ disseram que não se distraem nas aulas de matemática e possuem notas acima da média nessa disciplina. Todos esses discentes apresentaram, no pré-teste, rendimento de 0% a 22,22%, exceto o aluno A₁₉ que teve rendimento de 100%. No pós-teste, A₂ avançou para 88,89%; A₈ subiu para 77,78%; A₂₁ progrediu para 44,44%; A₂₆ subiu para 100% e A₁₉ continuou com 100% de rendimento.

A seguir, apresentamos os dados referentes aos hábitos de estudos, auxílio nas tarefas de casa de matemática e desempenho nos testes multiplicativos.

Quadro 112- Hábitos de estudos, auxílio nas tarefas de casa de matemática e desempenho nos testes multiplicativos

		AJUDA NAS TAREFAS DE CASA DE MATEMÁTICA					
		Mãe	Pai	Irmão(ã)	Professor Particular	Ninguém	Amigo
HÁBITOS DE ESTUDOS EM MATEMÁTICA	Só estuda em sala de aula	-----	-----	-----	-----	-----	-----
	Só no período de prova	(A ₂₄ : 5, 9)	(A ₃₀ : 1, 5)	-----	-----	(A ₄ : 0, 4) (A ₅ : 0, 4) (A ₁₄ : 6, 6) (A ₁₇ : 1, 8) (A ₂₂ : 2, 5) (A ₂₉ : 1, 4) (A ₃₁ : 3, 5)	(A ₂₁ : 1, 4)
	Só na véspera da prova	(A ₂₈ : 1, 7)	----	(A ₁₆ : 2, 7)	-----	-----	-----
	Só nos fins de semanas	-----	-----	(A ₇ : 4, 8)	(A ₂ : 2, 8) (A ₉ : 1, 1)	(A ₁₀ : 0, 1)	-----
	Alguns dias da semana	(A ₁₃ : 1, 4) (A ₁₈ : 3, 7) (A ₂₅ : 0, 4) (A ₂₇ : 1, 7)	-----	(A ₆ : 2, 4) (A ₈ : 1, 7) (A ₂₆ : 0, 9)	-----	(A ₁ : 2, 9) (A ₃ : 0, 4) (A ₁₁ : 2, 2) (A ₁₂ : 0, 1) (A ₁₅ : 6, 9) (A ₁₉ : 9, 9) (A ₂₃ : 0, 8)	-----
	Todos os dias	-----	-----	-----	-----	(A ₂₀ : 0, 2)	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do quadro acima revelaram que o estudante A₂₄ tem a ajuda da mãe para estudar matemática e só estuda no período de prova. No pré-teste, teve rendimento de 55,56% e no pós-teste o rendimento aumentou para 100%.

No que tange à ajuda do pai nas tarefas de matemática e a estudar apenas na véspera da prova, apenas o estudante A₂₈ fez essa afirmação. No pré-teste apresentou rendimento de 11,11% e no pós-teste subiu para 77,78%.

O discente A₁₆ informou que tem ajuda dos irmãos nas tarefas de matemática e só estuda na véspera de prova. No pré-teste seu rendimento foi de 22,22% e no pós-teste avançou para 77,78%.

Os estudantes A₂ e A₉ (6,45% da amostra) informaram que têm ajuda de professor particular e só estudam nos finais de semana. Ambos no pré-teste tiveram rendimentos baixos: 11,11% e 22,22%. No pós-teste, o estudante A₂ progrediu para 88,89% e o A₉ continuou com rendimento de 11,11%.

3,23% dos discentes afirmaram que têm ajuda de amigos nas tarefas de matemática e estudam só nos finais de semana. O discente A₂₁ acertou no pré-teste 5 questões e no pós-teste 11 questões.

Os discentes A₄, A₅, A₁₄, A₁₇, A₂₂, A₂₉ e A₃₁ disseram que ninguém os ajuda nas tarefas de matemática e só estudam no período de prova. No pré-teste, os estudantes A₄, A₅, A₁₇, A₂₂, A₂₉ obtiveram rendimento de 0% a 22,22%. No pós-teste os estudantes A₄, A₅ e A₂₉ avançaram para 44,44%, e o A₁₇ subiu para 88,89%. O estudante A₁₄ manteve o percentual de 66,67% nos testes multiplicativos e A₃₁ avançou para 55,56%.

Com relação aos discentes que não têm ajuda nas tarefas de matemática e só estudam nos finais de semana, somente o estudante A₁₀ fez essa afirmação. No pré-teste esse discente não obteve nenhum acerto e no pós-teste acertou só uma questão, houve um crescimento muito pequeno.

Os alunos A₁, A₃, A₁₁, A₁₂, A₁₅, A₁₉ e A₂₃ (22,58% da amostra) disseram que não têm ajuda nas tarefas de matemática e só estudam nos finais de semana. No pré-teste os estudantes A₁, A₃, A₁₁, A₁₂ e A₂₃ tiveram rendimento baixos, que variam de 0 a 22,22%, e no pós-teste apresentaram crescimento que variou de 44,44% a 100%, exceto A₁₂ que manteve o rendimento de 11,11%. Os discentes A₁₅ e A₁₉ no pré-teste tiveram rendimento superior a 50% e no pós-teste atingiram 100%.

O discente A₂₀ foi o único que afirmou que ninguém o ajuda nas tarefas de matemática e estuda todos os dias e não teve nenhum acerto no pré-teste e no pós-teste progrediu para 22,22%.

Os estudantes A₁₃, A₁₈, A₂₅ e A₂₇ (12,90% da amostra) afirmaram que quem os ajuda nas tarefas de matemática é a mãe, e que estudam alguns dias da semana. Todos esses discentes apresentaram rendimento baixo no pré-teste: de 0% a 33,33%. No pós-teste A₁₃ e A₂₅ progrediram para 44,44% e os estudantes A₁₈ e A₂₇ subiram para 77,78%.

O percentual de discentes que afirmaram ter ajuda dos irmãos nas tarefas de matemática e estudam alguns dias da semana foi de 9,68% da amostra (A_6 , A_8 e A_{26}). Todos esses alunos no primeiro teste tiveram rendimento de 0% a 22,22% e no pós-teste progrediram de 44,44% a 100%.

A seguir, apresentamos os dados referentes ao trabalho remunerado, hábitos de fazer compras e desempenho nos testes multiplicativos.

Quadro 113- Trabalho remunerado, hábito de fazer compras e desempenhos nos testes multiplicativos

		HÁBITO DE FAZER COMPRAS		
		Não	Às vezes	Sim
TRABALHO REMUNERADO	Não	(A_4 : 0, 4)	---	---
	Às vezes	(A_{30} : 1, 5) (A_6 : 2, 4) (A_7 : 4, 8) (A_{11} : 2, 2) (A_{14} : 6, 6) (A_{16} : 0, 5) (A_{18} : 3, 7) (A_{26} : 0, 5)	(A_3 : 0, 4) (A_{15} : 6, 15) (A_{19} : 9, 9)	---
	Sim	(A_2 : 2, 8) (A_{20} : 0, 2) (A_{22} : 2, 5) (A_{24} : 5, 9) (A_{25} : 0, 4) (A_{29} : 1, 4) (A_{31} : 3, 5)	(A_1 : 2, 9) (A_5 : 0, 4) (A_8 : 1, 7) (A_9 : 1, 1) (A_{10} : 0, 1) (A_{12} : 0, 1) (A_{13} : 1, 4) (A_{17} : 1, 8) (A_{21} : 1, 4) (A_{23} : 0, 8) (A_{27} : 1, 7) (A_{28} : 1, 7)	---

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os discentes A_6 , A_7 , A_{11} , A_{14} , A_{16} , A_{18} , A_{26} , e A_{30} disseram que não possuem o hábito de fazer compras e às vezes trabalham de forma remunerada (25,81% da amostra). Os estudantes A_6 , A_{11} , A_{14} , A_{16} e A_{18} no pré-teste tiveram um rendimento baixo que variou de 0% a 33,33%. No pós-teste esses estudantes progrediram e seus rendimentos variaram de 44,44% a 77,78%, exceto o aluno A_{11} , que manteve o

rendimento de 22,22%. Os educandos A₁₄ e A₇ no primeiro teste apresentaram rendimento de 66,67% e 44,44% e no pós-teste o discente A₇ progrediu para 88,89% e A₁₄ manteve o mesmo rendimento do primeiro teste.

O percentual de estudantes que afirmaram que possuem o hábito de fazer compras e trabalham de forma remunerada foi de 39,71% (A₁, A₅, A₈, A₉, A₁₀, A₁₃, A₁₇, A₂₃, A₂₇ e A₂₈). Todos esses discentes apresentaram rendimento baixo no primeiro teste, que variou de 0% a 22,22%. No segundo teste, o discente A₁ avançou para 100%; A₅ subiu para 44,44%; A₈, A₂₇ e A₂₈ progrediram para 77,78%; A₁₃ avançou para 44,44%; A₁₇ e A₂₃ subiram para 88,89%; A₉ e A₁₀ continuaram com rendimento baixo: 11,11%.

Os alunos A₂, A₂₀, A₂₂, A₂₄, A₂₅, A₂₉ e A₃₁ afirmaram que trabalham de forma remunerada e não possuem o hábito de fazer compras (22,58% da amostra). Os discentes A₂, A₂₀, A₂₂, A₂₅ e A₂₉ tiveram baixo desempenho no primeiro teste e apresentaram rendimentos de 0% a 22,22%. Os estudantes A₂₄ e A₃₁ tiveram um rendimento um pouco melhor: 33,33% e 55,56%. No pós-teste, o educando A₂ progrediu para 88,89%; A₂ teve progressão discreta para 22,22%; A₂₂ e A₃₁ subiram para 55,56%; A₂₅ e A₂₉ cresceram para 44,44%; A₂₄ progrediu para 100%.

A seguir, apresentamos os dados referentes à escolaridade dos responsáveis masculino e feminino e o desempenho nos testes multiplicativos.

Quadro 114- Escolaridade do responsável feminino e masculino e o desempenho nos testes multiplicativos

		ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL FEMININO					
		Não escolarizado	EF incompleto	EF completo	EM incompleto	EM completo	Ensino Superior
ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL MASCULINO	Não escolarizado		(A ₃ : 0, 4)			(A ₁₅ : 6, 9)	
	EF incompleto	-----	(A ₁ : 2, 9) (A ₅ : 0, 4) (A ₈ : 1, 7) (A ₁₁ : 2, 2) (A ₁₃ : 1, 4) (A ₁₇ : 1, 8) (A ₁₈ : 3, 7) (A ₂₁ : 1, 4) (A ₂₆ : 0, 5) (A ₂₉ : 1, 4) (A ₃₀ : 1, 5)	-----	-----	-----	(A ₂₇ : 2, 6)
	EF completo	-----	(A ₄ : 0, 4) (A ₁₂ : 0, 1)	(A ₉ : 1, 1) (A ₂₀ : 0, 2)	-----	-----	(A ₁₀ : 0, 1)
	EM incompleto	-----	-----	(A ₂₅ : 0, 4) (A ₂₈ : 1, 7)	(A ₁₉ : 9, 9)	(A ₁₄ : 6, 6) (A ₃₁ : 3, 5)	-----
	EM completo	-----	(A ₂₃ : 0, 8)	-----	-----	(A ₂ : 2, 8) (A ₆ : 2, 4) (A ₇ : 4, 8) (A ₂₄ : 5, 9)	-----
	Ensino Superior	-----	(A ₂₂ : 2, 5)	-----	(A ₁₄ : 6, 6)	(A ₁₆ : 2, 7)	-----

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os alunos A₁, A₅, A₈, A₁₁, A₁₃, A₁₇, A₁₈, A₂₁, A₂₆, A₂₉ e A₃₀ (35,48% da amostra) afirmaram que tanto o responsável feminino quanto o masculino possuem o Ensino Fundamental incompleto. Todos esses estudantes no primeiro teste apresentaram rendimento de 0 a 33,33%. No segundo teste, o educando A₁ cresceu para 100%; A₅, A₁₃ e A₂₉ progrediram para 44,44%; A₈ e A₁₈ avançaram para 77,78%; A₃₀ e A₂₆ cresceram para 55,56%; A₁₁ não progrediu e manteve o rendimento de 22,22% do primeiro teste.

Os educandos A₂, A₆, A₇ e A₂₄ (26,67% da amostra) relataram que tanto o seu responsável feminino quanto o masculino possuem o Ensino Médio incompleto. Os discentes A₂ e A₆ no primeiro teste tiveram rendimento de 22,22%, e os discentes A₇ e A₂₄ tiveram respectivamente 44,44% e 55,56%. No segundo teste, o estudante A₆ progrediu para 44,44%; A₂ cresceu para 88,89%; A₇ avançou para 66,67%; A₂₄ subiu para 100%.

Os estudantes A₄ e A₁₂ (6,45% da amostra) afirmaram que o responsável feminino possui o Ensino Fundamental incompleto e o responsável masculino concluiu o Ensino Fundamental. O desempenho desses discentes no pré-teste foi muito baixo, ambos não acertaram nenhuma questão. No pós-teste, o aluno A₄ progrediu para 44,44% e o A₁₂ teve um rendimento baixo: 11,11%.

Os discentes A₉ e A₂₀ (6,45% da amostra) disseram que tanto o seu responsável feminino quanto o masculino têm o Ensino Fundamental completo. Esses discentes no pré-teste apresentaram rendimento muito baixo, A₉ teve apenas 1 acerto e o A₂₀ nenhum acerto, e no pós-teste A₉ não progrediu e A₂₀ passou para apenas 2 acertos.

Os estudantes A₂₅ e A₂₈ (6,45% da amostra) afirmaram que seu responsável feminino possui o Ensino Fundamental completo e o responsável masculino possui o Ensino Fundamental incompleto. No pré-teste, esses discentes apresentaram rendimento baixo, A₂₅ não acertou nenhuma questão e A₂₈ acertou apenas 11,11% das questões. No pós-teste, o educando A₂₅ progrediu para 44,44% e o A₂₈ cresceu para 77,78%.

O percentual de alunos que afirmaram que tanto o responsável feminino quanto o masculino têm o Ensino Médio incompleto foi de 3,23% (A₁₉). Esses discentes no primeiro e segundo teste obtiveram 100% de acertos.

Apenas o discente A₁₀ (3,23% da amostra) afirmou que o responsável feminino concluiu o Ensino Superior e o responsável masculino tem o Ensino Fundamental completo. Esse discente teve rendimento baixo, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, não acertou nenhuma questão no primeiro teste e no segundo apenas uma questão.

Os discentes A₁₄ e A₃₁ (6,45% da amostra), ambos disseram que seu responsável feminino concluiu o Ensino Médio e o seu responsável masculino não o concluiu. O estudante A₁₄ no primeiro teste obteve 66,67% de rendimento e o A₃₁ teve

33,33% de rendimento. No pós-teste A₁₄ manteve o mesmo rendimento do primeiro teste e A₃₁ progrediu para 55,56%.

Apenas o aluno A₂₇ (3,23% da amostra) disse que seu responsável feminino concluiu o Ensino Superior e seu responsável masculino não concluiu o Ensino Fundamental. No primeiro teste, ele teve um rendimento baixo: de 22,22% e no pós-teste seu rendimento foi superior a 50%.

O discente A₃ (3,23% da amostra) afirmou que seu responsável feminino não concluiu o Ensino Fundamental e o masculino não é escolarizado. Esse discente no pré-teste não obteve nenhum acerto e no pós-teste cresceu para 44,44%.

O único aluno que relatou que seu responsável feminino concluiu o Ensino Médio e o masculino não foi escolarizado foi o A₁₅ (3,23% da amostra). Esse discente, no primeiro teste, teve rendimento de 66,67% e no segundo teste cresceu para 100%.

Apenas o discente A₂₃ (3,23% da amostra) afirmou que seu responsável feminino não concluiu o Ensino Fundamental e o masculino concluiu o Ensino médio. No pré-teste, esse discente não obteve nenhum acerto e no pós-teste cresceu para 88,89%.

Acerca do responsável feminino não ter concluído o Ensino Fundamental e o masculino possuir Nível Superior, apenas o aluno A₂₂ (3,23% da amostra) fez esse relato. No pré-teste, esse discente teve rendimento de 22,22% e no pós-teste progrediu para 55,56%.

Somente o discente A₁₄ (3,23% da amostra) afirmou que seu responsável feminino possui o Ensino Médio incompleto e o masculino concluiu o Ensino Superior. No pré-teste, apresentou 66,67% de rendimento e no pós-teste manteve esse rendimento.

No que tange ao responsável feminino ter concluído o Ensino Médio e o masculino possuir nível superior, apenas o estudante A₁₆ (3,23%) fez esse relato. Esse estudante no primeiro teste acertou 22,22% das questões e no segundo teste avançou para 77,78%.

7.9.1 Correlações da Parte Multiplicativa do Experimento

Aqui, apresentamos as correlações entre os fatores socioeducativos com o intuito de verificar se estes fatores interferiram no desempenho dos discentes na

realização da escolha da operação no pós-teste multiplicativo. Para a execução dessa análise, seguimos os mesmos moldes da etapa aditiva. Foi estabelecido como acerto na escolha da operação os acertos acima de 60% em ambos os testes multiplicativos, e o teste aplicado para verificação foi o Teste Exato de Fisher, através do software *Jamovi* (2000), versão 2.3. E para medir as correlações usamos *V de Cramer*.

Iniciamos a análise pela verificação da associação entre o trabalho remunerado e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos, a qual está expressa no Quadro 115 a seguir.

Quadro 115- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre trabalho remunerado e acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Trabalho remunerado	Sim	18	1	15,935	3,065	7	12	7,355	11,645
	Às vezes	7	4	9,226	1,774	7	4	4,258	6,742
	Não	1	0	0,839	0,161	1	0	0,387	0,613
Teste Exato de Fisher - teste multiplicativo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste multiplicativo 0,083 Resultado obtido no pós-teste multiplicativo 0,658									
Conclusão		Nos dados obtidos, o trabalho remunerado e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 115 referentes ao trabalho remunerado e aos acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher que não houve associação do trabalho remunerado e o desempenho na escolha correta da operação nos testes multiplicativos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o primeiro teste foi de 0,083 para o segundo 0,658.

A seguir, mostramos no Quadro 116 as análises na correlação entre as notas

e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 116- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Notas	Na média	12	3	12,58	2,42	4	11	5,81	9,19
	Acima da média	7	2	7,55	1,45	4	5	3,48	5,52
	Abaixo da média	7	0	5,87	1,13	4	3	2,71	4,29
Teste Exato de Fisher - teste multiplicativo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste multiplicativo 0,559 Resultado obtido no pós-teste multiplicativo 0,407									
Conclusão		Nos dados obtidos, as notas e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 116 referentes às notas em matemática e aos acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação das notas e o desempenho na escolha correta da operação nos testes multiplicativos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o primeiro teste foi de 0,559 e para o segundo 0,407.

A seguir, mostramos no Quadro 117 as análises na correlação entre os hábitos de fazer compras e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 117- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de fazer compras e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Hábitos de fazer compras	Às vezes	13	2	12,6	2,42	6	9	5,81	9,19
	Não tem	13	3	13,4	2,58	6	10	6,19	9,81
Teste Exato de Fisher - teste multiplicativo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste multiplicativo 1,000 Resultado obtido no pós-teste multiplicativo 1,000									
Conclusão		Nos dados obtidos, hábito de fazer compras e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 117, hábito de fazer compras e acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher que não houve associação do hábito de fazer compras e o desempenho na escolha correta da operação nos testes multiplicativos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o pré-teste foi de 1,000 e para o pós-teste foi de 1,000.

A seguir, apresentamos no Quadro 118 as análises na correlação entre a escolaridade do responsável masculino e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 118- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do responsável masculino e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Escolaridade do responsável masculino	EF incompleto	12	0	10,06	1,935	6	6	4,645	7,35
	EM completo	4	1	4,19	0,806	4	1	1,935	3,06
	Não escolarizado	1	1	1,68	0,323	2	0	0,774	1,23
	EF completo	5	0	4,19	0,806	0	5	3,06	1,935
	EM Incompleto	2	3	4,19	0,806	5	0	3,06	1,935
	Ensino Superior	2	0	1,68	0,323	2	0	1,23	0,774
Teste Exato de Fisher - teste multiplicativo Significância estabelecida $P\text{-}Valo < 0,05$ Resultado obtido no pré-teste multiplicativo 0,020 Resultado obtido no pós-teste multiplicativo 0,005									
Conclusão		Nos dados obtidos, escolaridade do responsável masculino está associado à escolha correta da operação nos testes multiplicativos.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 118 relacionados à escolaridade do responsável masculino e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que houve associação da escolaridade do responsável masculino e o desempenho na escolha correta da operação nos testes multiplicativos, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o pré-teste foi de 0,020 e no pós-teste foi de 0,005.

A seguir, apresentamos no Quadro 119 as análises na correlação entre a distração nas aulas de matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 119- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação da distração nas aulas de matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Distração nas aulas	Não se distrai	11	2	10,90	2,097	5	8	5,032	7,97
	Na maioria das vezes se distrai	13	3	13,42	2,581	6	10	6,194	9,81
	Se distrai	2	0	1,68	0,323	1	1	0,774	1,23
Teste Exato de Fisher - testes multiplicativos Significância estabelecida $P\text{-}Valo < 0,05$ Resultado obtido no pré-teste multiplicativo 1,000 Resultado obtido no pós-teste multiplicativo 1,000									
Conclusão		Nos dados obtidos, distração nas aulas e acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 119, relacionados à distração nas aulas de matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre essas variáveis, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado tanto para o pré-teste quanto para o pós-teste foi de 1,000.

A seguir, apresentamos no Quadro 120 as análises da correlação entre a dificuldade em aprender matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 120- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação da dificuldade em aprender matemática os e acertos nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Dificuldade de aprender matemática	Não tem dificuldade	2	0	1,68	0,323	0	2	0,774	1,23
	Um pouco de dificuldade	18	4	18,45	3,548	14	8	8,516	13,48
	Tem dificuldade	6	1	5,87	1,129	3	4	2,710	4,29
Teste Exato de Fisher - teste multiplicativo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste multiplicativo 1,000 Resultado obtido no pós-teste multiplicativo 0,389									
Conclusão		Nos dados obtidos, dificuldade em aprender matemática e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 120 relacionados à dificuldade de aprender matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre essas variáveis, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o pré-teste foi de 1,000 e para o pós-teste foi de 0,389.

A seguir, apresentamos no Quadro 121 as análises da correlação entre a afinidade com a matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 121- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação da afinidade com a matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Afinidade com a matemática	Gosta pouco	11	2	10,90	2,097	6	7	5,03	7,97
	Gosta	7	3	8,39	1,613	3	7	3,87	6,13
	Não gosta	3	0	2,52	0,484	2	1	1,16	1,84
	Gosta muito	5	0	4,19	0,806	1	4	1,94	3,06
Teste Exato de Fisher - teste multiplicativo. Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste multiplicativo 0,606 Resultado obtido no pós-teste multiplicativo 0,581									
Conclusão		Nos dados obtidos, afinidade com a matemática e o acerto na escolha da operação nos testes não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 121 relacionados à afinidade com a matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre essas variáveis, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o pré-teste foi de 0,606 e para o pós-teste foi de 0,581.

A seguir, apresentamos no Quadro 122 as análises da correlação entre a escolaridade do responsável feminino e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 122- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a escolaridade do responsável feminino e acertos nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Escolaridade do responsável feminino	EM Incompleto	0	2	1,68	0,323	0	2	6,194	9,81
	EM Completo	5	2	5,87	1,129	1	6	2,710	4,29
	EF completo	3	1	3,35	0,645	2	2	1,548	2,45
	EF Incompleto	16	0	13,42	2,581	8	8	6,194	9,81
	Ensino Superior	2	0	1,68	0,323	1	1	0,774	1,23
Teste Exato de Fisher - teste multiplicativo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste multiplicativo 0,006 Resultado obtido no pós-teste multiplicativo 0,406									
Conclusão		Nos dados obtidos, escolaridade do responsável feminino e o acerto na escolha da operação, houve associação no pré-teste e não houve no pós-teste.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 122 referentes à escolaridade do responsável feminino e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que houve associação entre essas variáveis no pré-teste, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o pré-teste foi de 0,006 e no pós-teste não houve associação, pois, o P-valor obtido foi de 0,406.

A seguir, apresentamos no Quadro 123 as análises da correlação entre os hábitos de estudo e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 123- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre os hábitos de estudo e acertos nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Hábito de estudos	Só nos finais de semana	4	1	4,194	0,806	2	3	1,935	3,065
	Alguns dias das semana	10	3	10,903	2,097	8	5	5,032	7,968
	Só no período de prova	9	1	8,387	1,613	6	4	3,871	6,129
	Só na véspera de prova	2	0	1,677	0,323	2	0	0,744	1,226
	Todos os dias	1	0	0,839	0,161	0	1	0,387	0,613
Teste Exato de Fisher - teste multiplicativo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste multiplicativo 0,897 Resultado obtido no pós-teste multiplicativo 0,742									
Conclusão		Nos dados obtidos, hábitos de estudos e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 123 referentes aos hábitos de estudo e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre essas variáveis, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado para o pré-teste foi de 0,897 e para o pós-teste foi de 0,742.

A seguir, apresentamos no Quadro 124 as análises da correlação entre auxílio nas tarefas de matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 124- Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o auxílio nas tarefas de matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos

		Acerto na escolha da operação pré-teste				Acerto na escolha da operação pós-teste			
		Observado		Esperado		Observado		Esperado	
		Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Auxílio nas tarefas	Tem auxílio de alguém	13	2	12,6	2,42	6	9	5,81	9,19
	Ninguém auxilia	13	3	13,4	2,58	6	10	6,19	9,81
Teste Exato de Fisher - teste multiplicativo Significância estabelecida P-Valor < 0,05 Resultado obtido no pré-teste aditivo 1,000 Resultado obtido no pós-teste aditivo 1,000									
Conclusão		Nos dados obtidos, auxílio nas tarefas e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos não estão associados.							

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados do Quadro 124 referentes ao auxílio nas tarefas de matemática e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos revelaram, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre essas variáveis, dado que a significância estabelecida foi de 0,05 e o P-valor encontrado, tanto para o pré-teste quanto para o pós-teste foi de 1,000.

Com o objetivo de realizar uma síntese do Testes Exato de Fisher sobre as correlações da etapa multiplicativa do experimento, apresentamos no Quadro 125 as associações e não associações entre os fatores socioeducativos e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos.

Quadro 125- Correlação dos fatores socioeducativos e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos

Fatores socioeducativos	Acerto na escolha da operação no pré-teste	Acerto na escolha da operação no pós teste
1. Trabalho Remunerado	Não houve associação	Não houve associação
2. Hábitos de fazer compras	Não houve associação	Não Houve associação
3. Escolaridade do responsável feminino	Houve associação	Não houve associação
4. Distração nas aulas	Não houve associação	Não houve associação
5. Dificuldade de aprender matemática	Não houve associação	Não houve associação
6. Afinidade com a matemática	Não houve associação	Não houve associação
7. Escolaridade do responsável masculino	Houve associação	Houve associação
8. Hábitos de estudo	Não houve associação	Não houve associação
9. Auxílio nas tarefas	Não houve associação	Não houve associação
10. Notas	Não houve associação	Não houve associação

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Os dados apresentados no Quadro 125 mostram que houve associação dos fatores socioenômicos: escolaridade do responsável feminino e escolaridade do responsável masculino no pré-teste multiplicativo, com acerto na escolha da operação. E essa associação não foi evidenciada no pré-teste aditivo. No pós-teste multiplicativo, os dados obtidos mostram que houve associação do fator escolaridade do responsável masculino e isto também foi evidenciado no pós-teste aditivo.

A partir dos dados apresentados no Quadro 125, mostramos a seguir o Quadro 126 que contém apenas os fatores que apresentaram correlação com o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos. Para a elaboração do Quadro 126, utilizamos os mesmos parâmetros que foram utilizados na etapa aditiva para analisar as associações, ou seja, consideramos o *V Cramer*, e o grau de associação de Person.

Quadro 126- Grau de correlações nos testes multiplicativos

Associação entre os fatores socioeducativos e os acertos na escolha da operação	Valor do <i>V Cramer</i>	Grau de associação
Escolaridade do responsável feminino e acerto na escolha da operação no pré-teste multiplicativo.	0,693	Moderada positiva
Escolaridade do responsável masculino e acerto na escolha da operação no pré-teste multiplicativo.	0,635	Moderada positiva
Escolaridade do responsável masculino e acerto na escolha da operação no pós-teste multiplicativo.	0,695	Moderada positiva

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Considerando que nos testes multiplicativos os fatores que apresentaram associação tiveram uma correlação moderada positiva, conforme os dados do Quadro 126, concluímos que o bom desempenho dos discentes na resolução de problemas de estruturas multiplicativas com Isomorfismo de Medidas deve-se às metodologias de ensino adotadas nessa experimentação. A sequência didática aplicada surtiu efeito positivo na resolução desses tipos de problemas e na participação dos estudantes durante a experimentação.

A seguir, apresentamos o teste de hipótese entre as médias dos testes multiplicativos do experimento.

7.9.2 Teste de Hipóteses da Parte Multiplicativa do Experimento

Expomos aqui o teste de hipótese utilizado na etapa multiplicativa, com problemas multiplicativos, com Isomorfismo de Medidas do experimento, com o objetivo de verificar se o desempenho dos estudantes melhorou após a aplicação do pré-teste para o pós-teste, em decorrência da metodologia de ensino adotada. O Quadro 127 a seguir apresenta as notas absolutas dos estudantes no pré-teste e pós-teste multiplicativo.

As notas variaram de 0 a 9, conforme a quantidade de acertos dos estudantes. O intervalo de pontuação foi escolhido porque os testes multiplicativos contaram com 9 questões.

Quadro 127- Desempenhos nos testes multiplicativos e diferença entre as médias

Alunos	Acertos no pré-teste (X)	Acertos no pós-teste (Y)	Diferença (d)
A1	2	9	- 7
A2	2	8	- 6
A3	0	4	- 4
A4	0	4	- 4
A5	0	4	- 4
A6	2	4	- 4
A7	4	8	- 4
A8	1	7	- 6
A9	1	1	0
A10	0	1	- 1
A11	2	2	0
A12	0	1	-1
A13	1	4	- 3
A14	6	6	0
A15	6	9	- 3
A16	2	7	- 5
A17	1	8	- 7
A18	3	7	- 4
A19	9	9	0
A20	0	2	- 2
A21	1	4	- 3
A22	2	5	-3
A23	0	8	- 8
A24	5	9	- 4
A25	1	7	- 6
A26	0	5	- 5
A27	1	7	- 6
A28	1	7	- 6
A29	1	4	- 3
A30	1	5	- 4
A31	3	5	- 2
$\sum X = 58$		$\sum Y = 171$	
		$S_d = 1,900672$	
		n= 31	

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

$$\text{Média do Pré-teste} \Rightarrow \mu_X = \frac{\sum X}{n} = \frac{58}{31} = 1,870967742$$

$$\text{Média do Pós-teste} \Rightarrow \mu_Y = \frac{\sum Y}{n} = \frac{171}{31} = 5,516129032$$

Para este experimento, instituímos para o teste de hipótese as seguintes afirmações:

- **Hipótese nula (H_0):** a média do pré-teste é maior ou igual à do pós-teste.

$$H_0 = \mu_X \geq \mu_Y \therefore \mu_X - \mu_Y \geq 0 \therefore \bar{d} \geq 0 \therefore \bar{d} > \mu_d$$

- **Hipótese alternativa (H_a):** a média do pré-teste é menor que à do pós-teste

$$H_a = \mu_X < \mu_Y \therefore \mu_X - \mu_Y < 0 \therefore \bar{d} < \mu_d$$

Escolhemos utilizar os símbolos “maior que” ou “menor que”, de modo que o teste é unilateral à esquerda, com grau de liberdade igual a **g.l. = n - 1 = 31 - 1 = 30** e de nível de significância 95% ($\alpha = 0,05$). Para a realização do teste foi utilizado o software Excel (2016) para determinar a estatística de teste padronizada $t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$.

O Quadro 128 apresenta os dados determinados pelo excel.

Quadro 128- Resultado do Teste T para os testes multiplicativos

	μ_X	μ_Y
Média	1,870967742	5,516129032
Variância	4,582795699	6,324731183
Observações	31	31
Correlação de Pearson	0,545247163	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	30	
Stat t	-9,043376824	
P(T<=t) uni-caudal	2,25392E-10	
t crítico uni-caudal	-1,697260887	
P(T<=t) bi-caudal	4,50783E-10	
t crítico bi-caudal	2,042272456	

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A partir da análise dos dados apresentados no Quadro 128, temos **P (T<=t)** uni-caudal **2,25392 x10⁻¹⁰** (P-valor), que é menor que o valor de α , que foi

estabelecido. A estatística de teste (t observado) foi de **-9,043376824**, que é menor que $T_{\text{crítico}}$ (t tabelado -1,697260887), de modo que $T_{\text{observado}} < T_{\text{crítico}}$.

Os resultados do Teste T fornecem evidências que H_0 deve ser rejeitado com um grau de confiança de 95% para comprovarmos que H_a , ou seja, a metodologia aplicada proporcionou uma melhora no desempenho dos alunos na resolução do pós-teste, o que denota uma melhoria nos resultados da resolução de problemas após a aplicação da sequência didática.

Os dados obtidos na etapa multiplicativa são semelhantes aos obtidos na etapa aditiva, visto que o resultado do Teste T dessa etapa também comprovou que H_0 devia ser rejeitado com grau de confiança de 95%, ou seja, constatou que as metodologias de ensino adotadas foram responsáveis pelo bom desempenho dos estudantes na resolução de problemas. Além disso, o Teste Exato de Fisher apresentou semelhança nas duas etapas, dado que comprovaram que não houve associação dos fatores socioeducativos com os acertos na escolha da operação.

Em face do exposto, concluímos que o Teste Exato de Fisher e o Teste T para amostras pareadas comprovaram que as metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de problemas proporcionaram uma melhoria nos acertos na escolha da operação e também foram responsáveis pelo melhor desempenho dos estudantes na resolução de situações-problemas envolvendo Isomorfismo.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma pesquisa que foi desenvolvida durante o curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática sobre o ensino de Problemas Multiplicativos com Isomorfismo de Medidas, e buscou resposta para o seguinte problema científico: Quais os benefícios que uma sequência didática por meio das metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas pode proporcionar ao ensino de situações-problemas, com princípio multiplicativo, envolvendo isomorfismo de medidas em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental?

A pesquisa teve como objetivo investigar os efeitos que uma sequência didática – realizada por meio das metodologias Ensino por Atividades Experimental e Resolução de Problemas – tem sobre a aprendizagem de situações-problemas com princípio multiplicativo, envolvendo Isomorfismo de Medidas em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental.

A metodologia de pesquisa adotada para alcançarmos esse objetivo foi a Engenharia Didática. Dessa forma, foram realizadas análises prévias nas quais foram abordados os aspectos curriculares dos problemas com Isomorfismos de Medidas, aspectos históricos, uma revisão de literatura sobre os objetos matemáticos que fazem parte do tema, uma consulta aos docentes de matemática sobre as metodologias adotadas para o ensino das operações de multiplicação e divisão e uma análise nos livros didáticos de matemática do 5º e 6º do Ensino Fundamental.

O levantamento sobre os aspectos curriculares reportou que os problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas estão presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), na Base Comum Curricular (BNCC) e no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Os PCN e a BNCC recomendam que esses objetos de conhecimento sejam ensinados por meio da análise, interpretação e resolução de situações-problema, a partir do 2º ano do Ensino Fundamental Anos-iniciais e devem estender-se até o 6º ano do Ensino Fundamental Anos-finais. O SAEB faz a inserção desse objeto por meio das matrizes de referência do 2º ano, 5º ano do Ensino Fundamental Anos-iniciais e 9º ano do Ensino Fundamental-Anos finais.

O panorama histórico mostrou que as operações de Multiplicação e Divisão, que se relacionam aos problemas de Isomorfismo de Medidas, foram utilizadas pelos povos Babilônicos, Egípcios, Hindus e Chineses para solucionar questões

empíricas/concretas, como as de agrimensura, engenharia e comércio, e tiveram como ponto de partida a Revolução Agrícola.

A revisão de literatura revelou a influência positiva do uso de sequências didáticas pautadas em diversas Tendências da Educação Matemática no ensino de problemas multiplicativos. Além disso, mostrou a interferência de fatores que desfavorecem o desempenho dos estudantes na resolução desses tipos de problemas, dentre os quais enfatizamos: os fatores semânticos relacionados à interpretação do comando do problema; os ligados ao uso dos algoritmos das operações fundamentais; o modelo de problema, aritmético ou algébrico; o modelo de problema de Isomorfismo de Medidas, um a muitos ou muitos a muitos; a posição da incógnita.

Além da revisão de literatura, a investigação realizada mostrou a interferência dos fatores que desfavorecem o desempenho dos alunos na resolução de “problemas multiplicativos com Isomorfismo de medidas”, dentre os quais enfatizamos: fatores relacionados à interpretação do comando do problema e modelo de problema aritmético ou algébrico. Para minimizarmos essas interferências, fomos incansáveis em exigir que os alunos realizassem a elaboração da sentença natural, a fim de que melhorassem a interpretação do comando, buscando a melhora no desempenho desses estudantes no processo de escolha da operação. Para minimizarmos os problemas relacionados aos algoritmos, foi realizada uma revisão sobre sua utilização.

O diagnóstico realizado com os docentes de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental-Anos finais da rede municipal de ensino de Tucuruí/ PA mostrou que há a predominância do uso da estratégia tradicional de ensino-definição, exemplos e exercícios no ensino das operações de Multiplicação e Divisão nessa rede. Além disso, reportou que nenhum dos docentes consultados usam modelos e tecnologias para criar uma situação e depois propor ao discente que realizem análises, o que demonstra que os docentes consultados não usam as ferramentas tecnológicas como estratégia de ensino, o que é algo preocupante, dado que vivemos em um mundo totalmente conectado, e a tecnologia está inserida no cotidiano do aluno.

A análise dos livros didáticos de matemática do 5º ano e 6º ano do Ensino Fundamental evidenciou que os problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas estão distribuídos de forma desigual em ambos os livros. Ademais, há uma maior concentração, tanto no primeiro quanto no segundo, das situações-problemas de multiplicação.

Na etapa concepção a e análise a priori foi construída a sequência didática, dividida em duas etapas, aditiva e multiplicativa, para o ensino da resolução de situações-problemas multiplicativas com Isomorfismo de Medidas. A sequência elaborada foi composta por 17 atividades, divididas em duas etapas – aditiva e multiplicativa –, envolvendo as metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas. A primeira fase continha 7 atividades aditivas e a segunda contou com 10 atividades multiplicativas.

Na etapa de experimentação, ocorreu a descrição da aplicação da sequência didática, iniciada pela etapa aditiva e seguida da multiplicativa. A etapa aditiva foi realizada em 9 sessões de ensino, começou por meio da aplicação do questionário socioeducativo e depois a aplicação do pré-teste aditivo. A etapa multiplicativa foi realizada em 7 sessões de ensino, iniciada com a aplicação do pré-teste e contou com 10 atividades. Nas duas etapas houve a utilização dos dispositivos: diário de campo (em que foram realizadas as anotações e observações referentes à participação e o desempenho dos discentes durante a realização das atividades propostas); fotografias das sessões de ensino e pós-teste (que foram aplicados ao final de cada etapa). A experimentação em sua totalidade foi realizada em 16 sessões de ensino de três hora aula.

O desenvolvimento da experimentação na etapa aditiva foi diferente do desenvolvimento da multiplicativa. O da primeira etapa ocorreu em maior tempo do que os da segunda etapa. Os discentes, na primeira etapa, apresentaram dificuldades maiores na elaboração da sentença de modelação do que na segunda etapa. Nas duas etapas os discentes tiveram muitas dificuldades no uso dos algoritmos, porém na etapa multiplicativa houve uma melhora significativa no uso dos algoritmos.

As anotações e observações realizadas na etapa de experimentação evidenciaram que as atividades que continham itens interrogativos foram importantes, pois conduziram o entendimento da elaboração da sentença de modelação. O preenchimento dos quadros propostos em ambas as etapas facilitou a percepção dos alunos sobre a existência de uma relação de dependência entre a posição da incógnita na sentença de modelação dos problemas e a escolha da operação. Observamos que as atividades realizadas na fase aditiva serviram de suporte para a realização das atividades multiplicativas, dado que nessa fase os discentes apresentaram redução das dificuldades para realizar as atividades.

Na etapa da análise a posteriori e validação, houve a análise e formalização dos resultados dos instrumentos que foram utilizados durante a aplicação da experimentação. Foi realizado o tratamento estatísticos dos dados obtidos mediante a comparação dos resultados dos testes, análises dos tipos de erros cometidos, análise da elaboração da sentença natural e escolha da operação no pós-testes; análises do comportamento dos discentes na elaboração da sentença nos testes e testes de hipótese: como o Teste Exato de Fisher e o Teste T para amostra pareadas.

Os resultados comparativos percentuais do pré-teste para o pós-teste mostraram que houve melhoria no desempenho dos discentes, tanto na etapa aditiva quanto na multiplicativa, porém na etapa multiplicativa houve um aumento percentual maior. Os resultados nos dois pós-testes mostraram que houve um desempenho melhor nas questões aritméticas do que nas algébricas, porém ocorreu um aumento percentual nas questões algébricas.

As análises comparativas percentuais dos erros nos testes aditivos e multiplicativos reportou uma diminuição nos erros dos discentes na escolha da operação e do uso dos algoritmos do primeiro para o segundo teste nas duas etapas. Nos dois pós-testes, observamos que a elaboração correta da sentença de modelação contribuiu para o acerto da escolha da operação. Os resultados da análise das condutas dos discentes dos testes aditivos mostrou a ocorrência de 21 tipos de condutas e nos testes multiplicativos mostrou a ocorrência de 26 tipos de condutas.

Os resultados do Teste Exato de Fisher para correlação entre os fatores socioeducativos (hábitos de estudos, auxílio nas tarefas de matemática, hábitos em fazer compras, distração nas aulas de matemática, escolaridade do responsável masculino e feminino, dificuldade em aprender matemática) e os acertos na escolha da operação nos testes aditivos resultaram para os dados obtidos: não houve associação entre os fatores socioeducativos e o acerto na escolha da operação no pós-teste, exceto para o fator escolaridade do responsável masculino que houve uma associação moderada, indicando que não há influencia forte desse fator no experimento. Portanto, não houve influência desses fatores no experimento. Assim, o bom desempenho dos discentes na resolução de problemas de estruturas aditivas se deve às metodologias de ensino adotadas nessa experimentação.

Os resultados do Teste Exato de Fisher para correlação entre os fatores socioeducativos (hábitos de estudos, auxílio nas tarefas de matemática, hábitos em fazer compras, distração nas aulas de matemática, escolaridade do responsável

masculino e feminino, dificuldade em aprender matemática) e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos resultaram para os dados obtidos: não houve associação entre os fatores socioeducativos e os acertos na escolha da operação no pós-teste multiplicativo, exceto para o fator escolaridade do responsável masculino, e o seu grau de associação foi moderado. Concluímos que não houve influência desses fatores nos problemas com estruturas multiplicativas com Isomorfismo de Medidas. Portanto, o bom desempenho dos estudantes nessa fase se deve às metodologias de ensino adotadas na experimentação.

Os testes de hipótese para amostras pareadas evidenciaram que houve uma melhora nas notas dos pós-testes em relação aos pré-testes. Portanto, estatisticamente ocorreu um aumento significativo de desempenho do primeiro para o segundo teste nas duas etapas da experimentação. E isso comprovou que as metodologias de ensino adotadas durante a aplicação da sequência didática proporcionaram melhoria no desempenho dos discentes no pós-testes aditivo e multiplicativo. Logo, o bom desempenho dos discentes na resolução de problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas nos pós-testes se deve às metodologias de ensino usadas durante o processo de experimentação.

Mesmo considerando o sucesso das metodologias de ensino adotadas, queremos ressaltar que os estudantes que participaram da experimentação vieram de período atípico na educação mundial, o período pós-pandêmico da Covid-19. Acreditamos que isto pode ter contribuído para alguns equívocos na utilização dos algoritmos nos testes aditivos e multiplicativos.

Tendo em conta o sucesso do uso das metodologias Ensino por Atividades experimentais e Resolução de problemas na experimentação realizada, e cientes de que a sequência didática utilizada surtiu efeitos positivos na aprendizagem de problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas, elaboramos um produto educacional embasado nos resultados obtidos, com o objetivo de oferecer aos docentes de matemática um guia didático para o ensino de problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas, de modo que possam conhecer os benefícios dessas metodologias, e assim terem a oportunidade de melhorar o desempenho dos seus alunos na aprendizagem desses tipos de problemas.

Esperamos que, a partir dessa pesquisa, os docentes de matemática possam utilizar a sequência didática apresentada nessa investigação para melhorar o

desempenho dos estudantes no aprendizado de problemas multiplicativos com Isomorfismo de medidas.

Verificamos também que este trabalho abre horizontes para o desenvolvimento de pesquisas futuras sobre o ensino de outros conteúdos matemáticos através do uso dessas metodologias, de forma a contribuir com a elaboração de propostas para melhorar o ensino ofertado aos estudantes da Educação Básica. Além disso, sugerimos que sejam realizadas outras pesquisas com essa temática, utilizando as metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de problemas, por meio da adequação e aplicação da sequência didática aqui apresentada, uma vez que os problemas com Isomorfismo de Medidas são abordados de acordo com os documentos oficiais da educação a partir do 2º ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. C de; SANTANA, E. R. dos S. **Resolução de situações de comparação multiplicativa**: um olhar baseado na criatividade matemática. *Intermaths: Vitória da Conquista*, 2022, v. 3, n. 1, pág. 164-182. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths/article/view/10691>. Acesso em: 16 ago. 2022.

ALMOULOUD, Saddo; COUTINHO, Cileda. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19. ANPED. **Revemat**: Florianópolis, 2008, v. 3, n. 1, p. 62-77. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2008v3n1p62>. Acesso em: 21 fev. 2022.

ALTOÉ, Renan Oliveira. **Formulação de problemas do campo conceitual multiplicativo no ensino fundamental**: uma prática inserida na metodologia de resolução de problemas. 229p. Dissertação (mestrado) - Instituto Federal do Espírito Santo. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Vitória/ES, 2017.

ARTIGUE, Michele; DOUADY, Régine; MORENO, Luis. **Inginiería Didáctica em Educación Matemática**: um esquema para la inversión y la innovación em la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

BACICH, Lilian; NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando. **Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

BACICH, Lilian; MORAM, José (org.). **Metodologias Ativas para uma Educação Inovadora**. Porto Alegre: Penso, 2017.

BASSETO, Camila F. Aplicação do Teste Qui-Quadrado sobre a associação entre proficiências em matemática e fatores socioeconômicos: uma abordagem com dados dos SARESP. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**. Araraquara, 2021, v. 8, n. 1, p.1-7.

BARBOSA, Cira Naiá Campos. **O ensino do princípio fundamental da contagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental por meio de atividades experimentais**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará: PPGED, 2021.

BEIGUELMAN, B. **Curso de Bioestatística Básica**. 4 ed. Ribeirão Preto: Sociedade Brasileira de Genética, 1996.

BITTAR, Marilena; SOUZA, Naiara F. de. **Contextualização no ensino da álgebra**: análise de uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba/PR: Anais, 2013, p. 1-13. Disponível em: < <https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/3798> >. Acesso em: 2 jan. 2022.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. São Paulo, SP: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. Ministério da Mulher, da Família e dos Direitos Humanos. Lei nº 8.069, 13 de julho de 1990. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. **Diário Oficial da União**: Brasília/DF, 1990. Disponível em: <https://cutt.ly/yECVBmB>. Acesso em: 6 out. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudo e Pesquisa Anísio Teixeira. **INEP**. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educa%C3%A7ao-basica/provabrasil/edital/2015-enem.2015.pdf>. Acesso em 20 set. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática –1ª a 4ª série. Brasília, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2020**: apresentação – guia de livros didáticos/ Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019.

BRASIL. **Decreto n. 9099, de 18 de julho de 2017**: Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Brasília/DF: Diário Oficial da União, 2017.

BRASIL. **Lei no 8.069, de 13 de julho de 1990**: Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. Brasília/DF: Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, 1990.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Censo da Educação Básica 2020**: resumo técnico. Brasília: INEP, 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_escolar_2020.pdf. Acesso em: 4 out. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Matrizes de referência de língua portuguesa e matemática do SAEB**: documento de referência do ano de 2001. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/matriz_de_referencia_de_lingua_portuguesa_e_matematica_do_sae_b.pdf. Acesso em: 15 nov. 2021.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Escala de proficiência do SAEB**. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484421/Escalas+de+Profici%C3%A7%C3%A3o>

a+do+Saeb/d9d241ab-01be-49d3-b69c-8ee3e6bbb95b?version=1.0>. Acesso em: 15 nov. 2021.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Matriz de referência de língua portuguesa e matemática do SAEB: 2º ano do ensino fundamental**. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/matriz_de_referencia_de_lingua_portuguesa_e_matematica_do_saeb_ensino_fundamental.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2021

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, **Relatório Saeb (Aneb e Anresc) 2005-2015: panorama da década**. Brasília, DF: INEP, 2018. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_saeb_ana_2016_panorama_do_brasil_e_dos_estados.p. Acesso em: 7 jul. 2021.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matrizes de referência de língua portuguesa e matemática do SAEB 2001**. Brasília/DF: INEP, 2020. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/matrizes-de-referencias-de-lingua-portuguesa-e-matematica-do-saeb>>. Acesso em: 11 nov. 2021.

CARNEIRO, Vera C. G. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática**. v. 13, n. 23, p. 85-118. Campinas-UNICAMP: Zetetike, 2005.

CASTRO, Claudia A. de; CURI, Edda. Resolução de Problemas do Campo Multiplicativo com Crianças de 1º e 2º Anos do Ensino Fundamental. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, v 17, p. 1-18. São Paulo: RSBM, 2020.

CASTRO FILHO, José Aires de; CASTRO, Jucileide Braga; BARRETO, Marcília Chagas. Teoria dos Campos Conceituais. In: CASTRO FILHO, José A. de; SANTANA, Eurivalda R. S.; LAUTER, Sintria Labres (org.). **Ensinando Multiplicação e Divisão no 6º ao 9º ano**. Itabuna: Via Litterarum, 2017. cap. 1, p. 13-39.

CASTRUCI, Benedito; GIOVANNI JUNIOR, José Ruy. **A Conquista da Matemática: 6º ano – ensino fundamental: anos finais**. 4. Ed. São Paulo: FTD, 2018.

CHARLOT, B. **Relação com o saber: elementos para uma teoria**. Porto Alegre: ARTMED, 2000.

CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências Matemática: ensino fundamental – anos finais: 6º ano**. 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2018.

COUTO, Maria Elizabeth S.; CABRAL, Débora; SANTANA, Eurivaldo Ribeiro dos Santos. O estudo da relação ternária para o ensino do Campo Conceitual Multiplicativo. **Revista Binacional Brasil-Argentina: Diálogo entre as ciências**. [S. l.],

v. 10, n. 01, p. 330-356, 2021. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/rbba/article/view/8319>. Acesso em: 19 set. 2022.

CONSELHO NACIONAL DE SAÚDE: **Resolução nº 196, de 10 de outubro de 1996**: Aprovar as diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisa envolvendo seres humanos. Disponível em: <https://www.ufrgs.br/bioetica/res19696.htm>. Acesso em 29 out. 2022.

CRUZ, José Andrade B.; TELES, Rosinalda Aurora de M. Divisão de Números Naturais: do Saber Previsto ao Saber Ensinado em Classes do Ensino Fundamental – Educação Matemática em Debate. **Rev. Montes Claros**, v. 4, n. 10, p. 1-26 jan./dez. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.46551/emd.e202036>. Acesso em: 12 jun. 2021.

DA SILVA, N. L.; DE OLIVEIRA, A. M. P.; MAKNAMARA, M. **Interações discursivas sobre a contextualização matemática na educação de jovens e adultos**: Práxis Educacional. [S. l.], v. 16, n. 42, p. 535-559, 2020. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/6636>. Acesso em: 12 jan. 2022.

EVES, Howard; DOMINGUES, Hygino (tradução). **Introdução à história da matemática**. 5ª ed. Campinas/SP: Editora Unicamp, 2011.

FELIX, Ana Paula Nunes. **O ensino de problemas aditivos com mais de uma operação**. 2021, 291f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Belém: Universidade do Estado do Pará, 2021.

FERRAZ, Sara R. **Investigando a aprendizagem de noções associadas ao campo multiplicativo**: um estudo com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). 2016. 218 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Ouro Preto/MG: UFOP, 2016. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3979191. Acesso em: 25 mai. 2021.

FERREIRA, João Max Damasceno. **Ensino de Problemas de Comparação Aditiva por Atividades Experimentais**. Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (Mestrado em Ensino de Matemática). Belém: Universidade do Estado do Pará, 2021.

FOSSA, John Andrew; SÁ, Pedro Franco de. Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos. **Revista Educação em Questão**. Natal, v. 33, n. 19, set/dez 2008, p.253-278. Natla/RN: REQ, 2008.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

FREIRE, Paulo. **Educação e mudança**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.

GAY, Maria Regina Garcia; SILVA, William Raphael (ed.). **Araribá Mais: matemática** (manual do professor). São Paulo: Moderna, 2018.

GIOVANNI JÚNIOR, José; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 6º ano: ensino fundamental – anos finais**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

GODOY, E. V.; CARRETA, C. L. A. O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e a Educação Matemática crítica: uma análise dos conceitos de função e funções polinomiais do 1º e 2º graus no livro didático mais adotado no PNLD 2015. **Revista de Educação Matemática**, v. 15, n. 18, p. 117-135, jan. 2018. Disponível em: <<https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/107>>. Acesso 10 de jan. 2022.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática: Práxis Educacional**. Vitória da Conquista. v. 8, n. 13 p. 253-280 jul./dez. 2012.

GONTIJO, Cleyton Hércules (org.). **Avaliação em matemática: contribuições do feedback para as aprendizagens**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2020.

GROENWALD, Claudia Lisete O.; ZAT, Ancilla Dall'Onder. Resolução de problemas Matemáticos no “sexto ano” do Ensino Fundamental de Canoas. **Revemat**. Florianópolis/Sc. v. 11. n. 2. p. 437-456. fev.2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p437>>. Acesso em: 7 jul. 2021.

IGNORÂNCIA ZERO. **CCDD 338, Inferência Frequencista, Cramer-V e Razão de Correlação**. YouTube, 21 set. 2022. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=33oyf9TF5G8>>. Acesso em: 06 abr. 2023.

JANUÁRIO, Gilberto. Análise de livro didático e a prática pedagógica do professor que ensina matemática. Horizontes – **Revista de Educação**. Dourados-MS, v. 6, n. 11, p. 31-46, jan-jun. 2018.

LARSON, Ron; FARBER, Betsy. **Estatística aplicada**. 6. Ed. Tradução: José Fernando Pereira Gonçalves, São Paulo: Pearson, 2016.

LARA, Izabel C. M. de. O uso da estrutura multiplicativa na resolução de problemas nos anos iniciais da educação básica. **Revista Vidya**, v. 31, n. 2, p.105-122, 2011.

LAUTERT, Síntria L.; SANTOS, Ernani M. dos. Estudantes do 1º ano ao 3º ano resolvem situações multiplicativas. In LAUTERT, Síntria L.; CASTRO-FILHO, José A.; SANTANA, Eurivalda R. dos S. (Org.). **Ensinando multiplicação e divisão do 1º ao 3º ano – Série Alfabetização Matemática, Estatística e Científica**. Coletânea Cadernos E-Mult, v. 1, p. 45-76. Itabuna -Bahia: Via Litterarum, 2017.

LEVIN, Jack. **Estatística aplicada a ciências humanas**. 2. Ed. Tradução: Sergio Francisco da Costa, São Paulo: Habra, 1978.

LEVIN, Jack; FOX, James Alan. **Estatística para ciências humanas**. 9. Ed. Tradução: Alfredo Alves de Farias, São Paulo: Pearson, 2004.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LIMA, Débora Cabral. **Estruturas Multiplicativas nos anos iniciais**: Analisando situações-Problema. *In*: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Juiz de Fora/MG: Anais, 2 out., 2015. Disponível em: <https://www.ufjf.br/ebrapem2015/anais/sessao-b-3110/>. Acesso em: 22 jul. 2022.

LIMA, Polyana Marques; RODRIGUES, Willam, dos Santos; VIANA, Maria Aparecida Pereira. A importância da formação continuada de professores da educação básica: a arte de ensinar e o fazer cotidiano. **Rev.Saberes Docentes em Ação**. Maceió/AL, v. 03. n. 01, p. 28-4, set. 2017. Disponível em: <<http://www.maceio.al.gov/semad/saberes-docentes-em-acao>>. Acesso em: 7 jul. 2021.

MAGINA, S.; SANTANA, E.; CAZORLA, I. As Estruturas Multiplicativas e a formação de professores que ensinam Matemática na Bahia: um projeto de larga escala. **Rev. Com a Palavra, o Professor**, v. 3, n. 7, p. 33-52, 17 dez. 2018.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; GITIRANA, Verônica; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; SPINILLO, Alina Galvão. **Repensando a multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2014.

MAGINA, Sandra Maria Pinto. A pesquisa na sala de aula de matemática das séries iniciais do ensino fundamental: Contribuições teóricas da psicologia. **Educar em Revista**. Curitiba/PR: Editora UFPR, 2011, p. 63-75.

MAGINA, Sandra M. P.; SANTOS, Aparecido dos. MERLINI, Vera Lucia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Revista Ciência e Educação**, v. 20, n.2, p.517-533. Bauru/SP, 2014.

MAGINA, Sandra M. P.; MERLINI, Vera L.; SANTOS, Aparecido dos. **A Estrutura Multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais**: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. *In*: 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Fortaleza: Anais, 2012. Disponível em: <https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/mesas/3/3.pdf>. Acesso em: 19 set. 2022.

MAGINA, Sandra M. P.; LAUTERT, Sintria L.; SANTOS, Ernani M. dos. Estratégias Exitosas de Alunos dos Anos Iniciais em Situações de Proporção. **Revista Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 45, n. 4, p.1-24, 2020. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/2175-623696023>>. Acesso em: 20 set. 2022.

MAIA, Jurama. **Uma análise da linguagem utilizada em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio**. 2016. 109 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – UFMG: Programa de Mestrado Profissional de Educação, 2016.

MARINHO, Alexandre; MANDARINO, Mônica Cerbella Freire. **As frações nos livros didáticos do sexto ano do ensino fundamental**: Educação Matemática. Rio Grande

do Sul, v. 1, n. 14, p. 52-64, 2013.

MARTINS, Henrique Araken. **Estruturas de avaliação escolar para mapear habilidades tomando como base as Taxonomias de Bloom em questões de múltipla escolha**. 75f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do ABC/ Santo André: PROFMAT, 2016.

MARTINS, Esther M. Freixedelo. **Resolução de situações-problema da categoria isomorfismo de Medidas, por alunos de 4º e 5º anos do ensino fundamental: reflexão e análise**. In: Encontro de Produção Discente PUC-SP/Cruzeiro do Sul. São Paulo: 2012, p. 1-12. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6632_2634_ID.pdf>. Acesso em: 2 mai. 2022.

MELO, Carlos Ian Bezerra de; LOPES, Tânia Maria Rodrigues; OLIVEIRA, João Luzeilton de. Análise crítica do processo de escolha do livro didático de Matemática na EEF José Jucá, no município de Quixadá-CE. **Revista Tema [S.l.]**, v. 14, n. 4 (2017), p. 100-113.

MELLO, Guiomar Namó. **Currículo da Educação Básica no Brasil: Concepções e políticas**. São Paulo: USP, 2014.

MIRANDA, Denis do S. P. **O ensino por atividades de problemas multiplicativos envolvendo a ideia de disposição retangular**. 2021. 183f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Belém: Universidade do Estado do Pará, 2020.

MÜLLER, I. **Tendências atuais de Educação Matemática: Ensino, Educação e Ciências Humanas**. Londrina, v. 1, n. 1, p. 133-144, jun. 2000. Disponível em : < <https://doi.org/10.17921/2447-8733.2000v1n1p%25p> > Acesso em : 15 jul. 2021.

NASCIMENTO, Sheila Motta do. **Problemas multiplicativos no 4º ano do ensino fundamental: ensino e estratégias de resolução**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Canoas: Universidade Luterana do Brasil, 2017.

NERI, Camila Américo; NASCIMENTO, Cristiane Matos de O.; SANTOS, Felipe Edward M. **Análise de livros didáticos do ensino médio sobre o conteúdo de funções, afim, exponencial e quadrática**. In: Seminário de Cognição e Educação Matemática, 2019. Belém/PA: Anais, 2019. p.225-236.

NOGUEIRA, Ana Karlla M.; SANTANA, Antônio C. de; GARCIA, Wilnália S. **A dinâmica do mercado de açaí, fruto do Estado do Pará: de 1994 a 2009**. Rev. Ceres, Viçosa, v. 60, n.3, p. 324-331, mai/jun, 2013.

OLIVEIRA JUNIOR, Moacy A. de. **O uso dos métodos egípcio, babilônico, chinês e russo no ensino da multiplicação de números naturais na escola pública**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Amapá: PROFMAT, 2015. 60f.

PACHECO, Adan R. V. **Medidas de Comprimento: Uma sequência didática na perspectiva do ensino por atividades**. Dissertação (Mestrado Profissional em

Ensino de Matemática). Belém: UFPA, 2018.

PATARO, Patrícia M.; BALESTRI, Rodrigo. **Matemática Essencial 6º ano**: ensino fundamental – anos finais. São Paulo: Scipione, 2019.

PERON, L. D. C.; NOGUEIRA, C. M. I.; REZENDE, V. Análise de problemas do campo conceitual multiplicativo presentes em livros didáticos de 5º ano ofertados pelo PNLD. **Revista Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 6, n. 3, p. 89-119, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/44521>>. Acesso em: 1 nov. 2022.

PEROVANO, Ana Paula. Quando professores do Ensino Fundamental elaboram situações problema envolvendo estruturas multiplicativas: que situações priorizar? **Rev. Educação Matemática em Debate**. Montes Claros, SP. v. 3, n. 8, p. 131-144, mai./ago. 2019.

PIRES, C. M. C. Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. **Rev. Bolema**. Rio Claro/SP, ano 21. n. 29, p. 13 – 42, 2008.

PIRES, C. M. C. **Currículos de Matemática**: da organização linear à ideia de rede. Tese (Doutorado em Educação). São Paulo/SP: Faculdade de Educação da USP, 1995.

PONTES, Edel Alexandre S. **Método de Polya para Resolução de Problemas Matemáticos**: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. Disponível em: <<https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/6703>>. Acesso em: 10 mai.2022.

PREDIGER, Juliane; BERWANGER, Luana; MÖRS, Marlete Finke. Relação entre aluno e matemática: reflexões sobre o desinteresse dos estudantes pela aprendizagem desta disciplina. **Revista Destaques Acadêmicos**, [S.l.], v. 1, n. 4, fev. 2013. Disponível em: <<http://www.univates.com.br/revistas/index.php/destaques/article/view/39>>. Acesso em: 15 out. 2022.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades de Resolução de Problemas em Aula de Matemática**. In: 2º Simpósio Nacional sobre Ensino e Pesquisa de Matemática no Contexto da Educação, Ciência e Tecnologia. Belém/PA: SINEPEM, 2021, p. 4-35.

SÁ, Pedro F. de; SILVA, Benedita das G.; SANTOS, Neusa de O. As operações aritméticas fundamentais ao longo da história. In: SÁ, Pedro F. de; LOPES, Adrielle C. Mendello. (Org.). **Aspectos históricos da matemática elementar**. Belém: CCSE-UEPA, 2018.

SÁ, Pedro F. de; ALVES, Fábio J. da C. A engenharia didática: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: MARCONDES, Maria Inês; OLIVEIRA, Ivanilde A.; TEIXEIRA, Elizabeth. (Org.). **Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em educação**. Belém: EDUEPA, 2011.

SÁ, Pedro F. de; SILVA, Benedita das G. S. da. Esta questão é de vezes ou de dividir? **Revista Cocar**, Edição Especial n.3, p. 59 a 87 – Jan./Jul. 2017. Belém: Programa de Pós-graduação em Educação da UEPA. Disponível em: <<http://páginas.uepa.br/seer/index.php/cocar>>. Acesso em: 10 mai. 2022.

SÁ, Pedro Franco de. Ensinando matemática através da redescoberta. **Revista Traços**, Belém, v. 2, n. 3, p. 77-81, 1999.

_____. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

_____. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do pensamento linear** (Tese de Doutorado). Natal/RN: UFRGN, 2003, 214 p.

_____. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC**, v. 15, n. 35, p. 143-162, 5 dez. 2020.

SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo Souza e; FOSSA; John Andrew. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática. **Revista Cocar**. Edição Especial, Belém-UEPA, v. n. 14, 2022, p. 1-20. Disponível em: <<https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5498>>. Acesso em: 27 set. 2022.

SANTOS, Ângela C; GATTI JÚNIOR, Décio. Os Caminhos da Educação Matemática Brasileira: histórias e concepções por meio da análise do livro didático. **Cadernos de história da educação [S.l.]** v. 8, n.1,p.27-36, jan-jun 2009.

SILVA JUNIOR, Clóvis Gomes da. O livro didático de matemática e o tempo. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, [S.l.] v. 7, n. 1, p.13-21, 2007.

SANTOS, Robério Valente. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. 2017. 393f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Belém: UEPA, 2017.

SANTOS, Rafaella Matos dos; BESSA, Sônia. Operações Aritméticas de Multiplicação: Compreensão de Estudantes do 5º e 6º ano do Ensino Fundamental – **Rev. Ensino da Matemática em Debate**. São Paulo. v. 8, n. 1, p.19-43, 2021. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/48995/pdf>>. Acesso em: 23 maio 2022.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico**. São Paulo: Cortez, 2013.

SILVA-JUNIOR, A. R. da; RODRIGUES, S. C. M.; CARVALHO, A. C. Pesca predatória do mapará (*Hypophthalmus spp.*) no município de Limoeiro do Ajuru (PA) e Educação Ambiental como instrumento mediador de interesses e conflitos. **Revista Brasileira de Educação Ambiental (RevBEA)**, [S. l.], v. 14, n. 1, p. 81–100, 2019.

SILVA, Benedita das Graças Sardinha da. **Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades**. 223p. Dissertação (Mestrado em

Educação). Belém: Universidade do Estado do Pará, 2015.

SILVA, Sheila Valéria Pereira. **Ideias/Significados da Multiplicação e Divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 2016. 172 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Campina Grande/PB: UEP, 2016. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4343555>. Acesso em: 25 jul. 2021.

TONÉIS, Cristiano N. **Os games na sala de aula: Games na educação ou gamificação da educação?** Rio de Janeiro: Bookess Editoras, 2017.

TURÍBIO, Solange R. T.; SILVA, Adelmo C. A influência do livro didático na prática pedagógica do professor que ensina matemática. **Revista Prática Docente**. v. 2, n. 2, p. 158-178, jul-dez, 2017.

UNIVERSITANDO. **Dados Categóricos no SPSS – Qui-quadrado, Correção de Yates, Exato de Fisher e McNemar**. Youtube, 11 de julho de 2021. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=rEx_hrKJ5l8>. Acesso em: 06 abr. 2023.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**. Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR, 2009, 322p.

VIZZULA, Aline Mazza. **Aprendizagem Matemática da Multiplicação e Divisão: proposta de atividades para alunos do 6º ano**. 2020. 149 f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Campos dos Goytacazes/RJ: Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, 2020.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa: Como educar**. Porto Alegre: Penso, 2014.

ZARAN, Mariana L. de O.; SANTOS, Cintia Aparecida B. **Análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5º ano em relação a problemas do grupo isomorfismo de medidas**. In: Encontro de Produção Discente PUCSP/Cruzeiro do Sul. São Paulo: Anais, 2012. Disponível em: <<https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/epd/article/view/458>>. Acesso em: 2 mai. 2022.

APÊNDICES

**APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)
PARA ALUNOS DO 6º ANO/9**



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Prezado(a) senhor(a), o(a) menor, pelo qual o(a) senhor(a) é responsável, está sendo convidado(a) para participar da pesquisa intitulada: **O ensino de problemas multiplicativos envolvendo isomorfismo de medidas por meio de atividades experimentais**, sob a responsabilidade dos pesquisadores **Ana Kely Martins da Silva, Pedro Franco de Sá e Valquíria Magalhães de Oliveira**, vinculados a Universidade do Estado do Pará. Nesta pesquisa nós estamos buscando avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática, diferente da tradicional, para o ensino de resolução de problemas envolvendo as operações de multiplicação e divisão com naturais tem sobre a participação dos alunos de uma escola pública do Ensino Fundamental de Tucuruí nas aulas de Matemática e sobre o desempenho de resolução de questões envolvendo esses tipos de problemas.

Na participação do(a) menor, ele(a) responderá as perguntas a serem realizadas sob a forma de questionário e durante a execução da sequência didática será utilizado uma câmera como um recurso para captar vídeo e áudio do ambiente de sala de aula, após a transcrição das gravações para a pesquisa as mesmas serão desgravadas. Também, durante a aplicação das atividades uma pessoa exercerá a função de observador das mesmas e registrará toda a dinâmica de sala de aula.

O(A) senhor(a) e seu dependente não terão nenhum **custo ou quaisquer compensações financeiras** por participarem da pesquisa. **Não haverá riscos** de qualquer natureza relacionada à participação do(a) menor na pesquisa. O **benefício** relacionado à participação de seu dependente será de aumentar o conhecimento científico na área de ensino de matemática. O(A) menor é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste **Termo de Consentimento Livre e Esclarecido** ficará com o senhor (a). Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Valquíria Magalhães (94 98117-6328) ou Pedro Franco de Sá (91-981523988)**. Poderá também entrar em contato com a Direção do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n.Telegrafo. Belém-Pará- CEP:66113-010; fone: 4009-9542.

Tucuruí, _____ de _____ de 2022.

Pedro Franco de Sá
Doutor em Educação
PMPEM/UEPA

Ana Keli Silva Martins
Doutora em Educação
PMPEM/UEPA

Valquíria M. de Oliveira
Mestranda
PMPEM/UEPA

Eu, _____ autorizo o(a) menor _____ a
participar da pesquisa citada acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecida.

Assinatura do responsável

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SOCIOEDUCACIONAL PARA ALUNOS 6º ANO do ENSINO FUNDAMENTAL



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E
EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE
MATEMÁTICA**

Caro (a) aluno (a),

Neste momento estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino e aprendizagem, para tanto necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo para o êxito deste trabalho. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

Muito obrigado!

QUESTÕES

1- Idade: ano

2- Gênero: ☐ Masculino ☐ Feminino

3- Qual o tipo de escola em que você estudou o ano anterior?

☐ Municipal ☐ Estadual ☐ Privada/Particular ☐ Conveniada

4- Você é dependente ou repetente desta série?

☐ Não ☐ Sim.

5- Você gosta de estudar Matemática?

☐ Não gosto ☐ Gosto um pouco ☐ Gosto ☐ Gosto muito

6- Quem lhe ajuda nas tarefas de casa de Matemática? ☐ Professor particular ☐ Pai

☐ Mãe ☐ Irmão ☐ Amigo(a) ☐ Ninguém ☐ Outro, quem? _____

7- Você costuma estudar Matemática fora da escola? Só estudo em sala de aula ☐ Só

no ☐ período de prova ☐ Só na véspera da prova

☐ Só nos fins de semana ☐ Alguns dias da semana ☐ Todos os dias

8- Suas notas em Matemática geralmente são:

☐ Abaixo da média ☐ Na média ☐ Acima da média

9- Você tem dificuldade para aprender Matemática?

☐ Não ☐ Um pouco ☐ Sim

10- Qual a operação que você tem mais dificuldade em Matemática?

☐ Adição ☐ Subtração ☐ Multiplicação ☐ Divisão ☐ Nenhuma

11- Você tem domínio da tabuada? ☐ Não ☐ Um pouco ☐ Sim

12- Você se distrai nas aulas de Matemática?

☐ Não, eu sempre presto atenção

☐ Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática

☐ Sim, eu não consigo prestar atenção

13- Você trabalha de forma remunerada?

☐ Não ☐ Às vezes ☐ Sim

14- Você costuma fazer compras (comércio, mercearia, supermercado, etc.)?

☐ Não ☐ Às vezes ☐ Sim

15- Qual a profissão do seu responsável masculino?

16- Qual a profissão do seu responsável feminino?

17- Qual a escolaridade do seu responsável masculino?

- ☐ Não escolarizado
- ☐ Ensino Fundamental Incompleto (1ª a 4ª série / 1º ao 5º ano)
- ☐ Ensino Fundamental Incompleto (5ª a 8ª série / 6º ao 9º ano)
- ☐ Ensino Fundamental Completo
- ☐ Ensino Médio Incompleto (antigo 2º Grau)
- ☐ Ensino Médio Completo (antigo 2º Grau)
- ☐ Ensino Superior

18- Qual a escolaridade do seu responsável feminino?

- ☐ Não escolarizado
- ☐ Ensino Fundamental Incompleto (1ª a 4ª série / 1º ao 5º ano)
- ☐ Ensino Fundamental Incompleto (5ª a 8ª série / 6º ao 9º ano)
- ☐ Ensino Fundamental Completo
- ☐ Ensino Médio Incompleto (antigo 2º Grau)
- ☐ Ensino Médio Completo (antigo 2º Grau)
- ☐ Ensino Superior

**APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)
PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA 6 º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO**

**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Leia o termo abaixo e preencha seu nome caso concorde. Suas respostas serão utilizadas para produção de um artigo científico para o Mestrado Profissional em Matemática.

Eu, _____ aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido da pesquisa intitulada O uso de atividades para o Ensino de Multiplicações e Divisões com números naturais, sob a responsabilidade das pesquisadoras Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kely Martins da Silva, orientadoras e orientanda Valquíria Magalhães de Oliveira vinculados a Universidade do Estado do Pará. Estou ciente que esta pesquisa busca realizar um diagnóstico do ensino das operações de multiplicação e divisão com números naturais a partir da opinião dos professores de matemática. Tenho clareza que minha colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização da pesquisa. Em nenhum momento serei identificado. Estou ciente que resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim minha identidade será preservada. Estou ciente ainda que os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica com um estudo sobre o ensino de multiplicação e divisão de números naturais.

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E
EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE
MATEMÁTICA**

Prezados (as) professores (as),

Sou estudante do curso de Mestrado Profissional do ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, a fim de gerar dados acerca dos docentes de matemática, com a finalidade de futuramente elaborar produtos educacionais que possam ajudar no ensino mais dinâmico de matemática na educação básica.

Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

Eu, _____, aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido da pesquisa intitulada O uso de atividades para o Ensino de Multiplicações e Divisões com números naturais, sob a responsabilidade das pesquisadoras Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kely Martins da Silva, orientadoras e orientanda Valquíria Magalhães de Oliveira vinculados a Universidade do Estado do Pará. Estou ciente que esta pesquisa busca realizar um diagnóstico do ensino das operações de multiplicação e divisão com números naturais a partir da opinião dos professores de matemática. Tenho clareza que minha colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização da pesquisa. Em nenhum momento serei identificado. Estou ciente que resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim minha identidade será preservada. Estou ciente ainda que os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica com um estudo sobre o ensino de multiplicação e divisão de números naturais.

1 – Sexo: Masculino () Feminino () 2 – Faixa Etária: () 15-20 anos () 21-25 anos () 26-30 anos () 31- 35 anos () 36-40 anos () 41-45 anos () 46-50 anos () 51-55 anos () 56 –60 anos () 61-65 anos () 66-70 anos. 3 – Escolaridade: (Informe a formação inicial e continuada) () Ensino Médio Curso: _____ Ano da Conclusão: _____ () Ensino Superior completo. Curso: _____ Ano da Conclusão: _____ () Especialização. Curso: _____ Ano da Conclusão: _____ () Mestrado. Curso: _____ Ano da Conclusão: _____ () Doutorado. Curso: _____ Ano da Conclusão: _____ 4 – Tempo de serviço como professor? () Menos de um ano () 1-5 anos () 6-10 anos () 11-15 anos () 16-20 anos () 21-25 anos () 26-30 anos () 31-35 anos () Mais de 35 anos 5 – Como você costuma iniciar suas aulas de matemática? () Pelo conceito seguido de exemplos e exercícios; () Com uma situação problema para depois introduzir o assunto; () Com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo; () Com jogos para depois sistematizar os conceitos; () Outros. Qual: _____ 6 – Do que você mais sente falta quando ministra suas aulas de matemática? () Formação inicial sólida; () Domínio de classe; () Compreensão dos conceitos matemáticos; () Formação continuada; () Metodologias diferenciadas de ensino; () Recursos didáticos e pedagógicos; () Outros. Qual: _____	7 – Você seleciona os conteúdos de matemática a partir de que? () Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN; () Livro Didático; () Caderno de Orientações da Rede de ensino.; () Base Nacional Comum Curricular – BNCC; () Outros. Qual: _____ 8 - Quais as principais formas de avaliação que você costuma aplicar/ utilizar? (Marque mais de uma opção, se necessário) () Prova oral; () Prova escrita; () Autoavaliação; () Trabalhos em grupo ou individuais; () Produções no caderno; () Outros. Qual: _____ 9 - Para fixar o conteúdo ministrado, você costuma? () Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos; () Apresentar jogos envolvendo o assunto; () Mandar resolver os exercícios do livro didático; () Não propor questões de fixação; () Propõe a resolução de questões por meio de softwares () Outros. Qual: _____ 10 – A rede de ensino onde você atua oferece formação continuada? () Não oferece () Oferece raramente () Oferece frequentemente () Sempre 11 – Quando a rede de ensino onde você trabalha, ou ainda outras instituições, ofertam curso de formação continuada Você: () Não participa () Participa poucas vezes () Participa muitas vezes () Sempre 12 – Você considera a matemática uma disciplina difícil de ser ensinada ? () Sim () Não
--	---

TESTE ADITIVO

1. Ana tem R\$65,00 e sua irmã tem R\$55,00. Quanto elas têm juntas?
2. Uma pessoa nasceu em 1934 e viveu 68anos. Em que ano esta pessoa faleceu?
3. Ane tem R\$43,00. Carla tem R\$17,00 a mais que Ane. Quanto tem Carla?
4. Daniela tem 40 bonecas. Andréa tem 18 bonecas a menos que Daniela. Quantas bonecas tem Andréa?
5. Neto tinha R\$85,00. Deu R\$26,00 para seu primo Carlos. Com quanto Neto ficou?
6. Talita tem 56 livros e Bruna tem 97. Quantos livros Talita tem a menos que Bruna?
7. Mario tinha certa quantia em dinheiro. Ganhou R\$50,00 de seu pai e ficou com R\$184,00. Quanto Mario tinha antes de ganhar dinheiro de seu pai?
8. Diego tem 34 livros. Ele tem 12 livros a mais que Felipe. Quantos livros tem Felipe?
9. Renato tem R\$88,00. Ele tem R\$25,00 a menos que Mateus. Quanto tem Mateus?
10. Beto tinha algumas figurinhas. Deu 75 para Ruan e ainda ficou com 39. Quantas figurinhas Beto tinha?
11. Fernanda comprou 2 camisetas. Uma custou R\$21,00, e a outra, R\$63,00. Como havia levado uma nota de R\$100,00, com quanto ela ficou de troco?
12. Diego tem 34 livros. Ele tem 12 livros a mais que Felipe. Quantos livros tem Felipe?
13. Renato tem R\$88,00. Ele tem R\$25,00 a menos que Mateus. Quanto tem Mateus?
14. Beto tinha algumas figurinhas. Deu 75 para Ruan e ainda ficou com 39. Quantas figurinhas Beto tinha?
15. Fernanda comprou 2 camisetas. Uma custou R\$21,00, e a outra, R\$63,00. Como havia levado uma nota de R\$100,00, com quanto ela ficou de troco?

TESTE MULTIPLICATIVO

- 1) Minha Mãe quer comprar 4 pacotes de bolacha. Cada pacote custa R\$ 6,00. Quanto ela irá pagar pelos quatro pacotes de bolacha?
- 2) Bianca comprou 7 litros de açaí e pagou R\$ 105,00. Quanto custou o litro do açaí?
- 3) João comprou alguns cadernos a R\$ 25,00 reais cada um e pagou R\$ 275,00. Quantos cadernos João comprou?
- 4) Camila comprou 6 pacotes de pirulito, cada pacote tinha 15 pirulitos. Quantos pirulitos Camila comprou ao todo?
- 5) Comprei 4 saias iguais e paguei R\$ 92,00. Quanto custou cada saia?
- 6) Mariana comprou algumas caixas de chocolate, cada caixa continha 20 barras de chocolate. Ao todo Mariana comprou 160 barras de chocolate. Quantas caixas de chocolate Mariana comprou ao todo?
- 7) Pedro comprou 288 latas de refrigerante que vieram armazenadas em 12 caixas. Quantas latas de refrigerante havia em cada caixa?
- 8) Ronaldo comprou algumas camisas do time do Remo e pagou R\$ 55,00 por cada camisa. O valor total pago por Ronaldo pelas camisas foi de R\$ 275,00. Quantas camisas Ronaldo comprou?
- 9) João comprou uma bicicleta por um certo valor e pagou em 5 prestações iguais de R\$ 70,00. Qual o valor total que João vai pagar pela bicicleta?