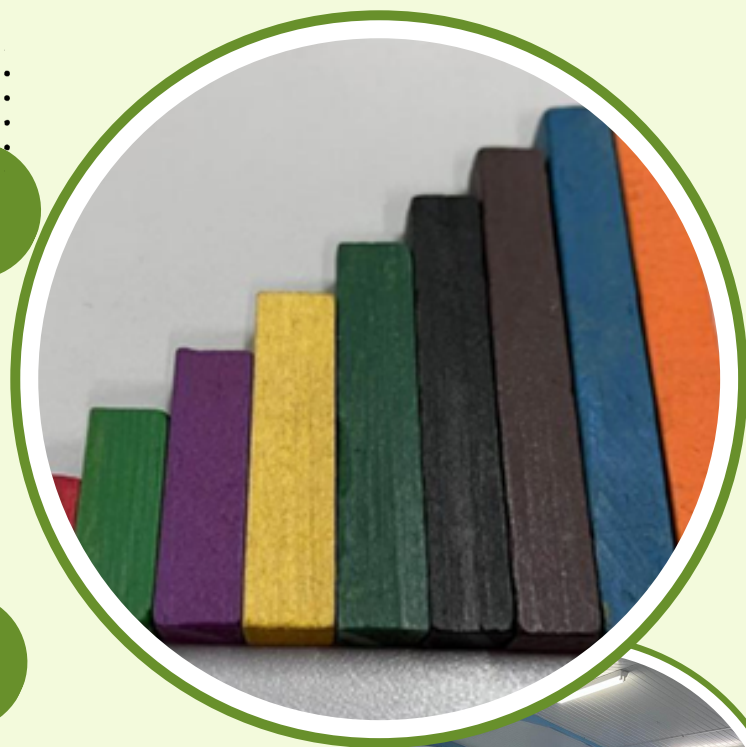
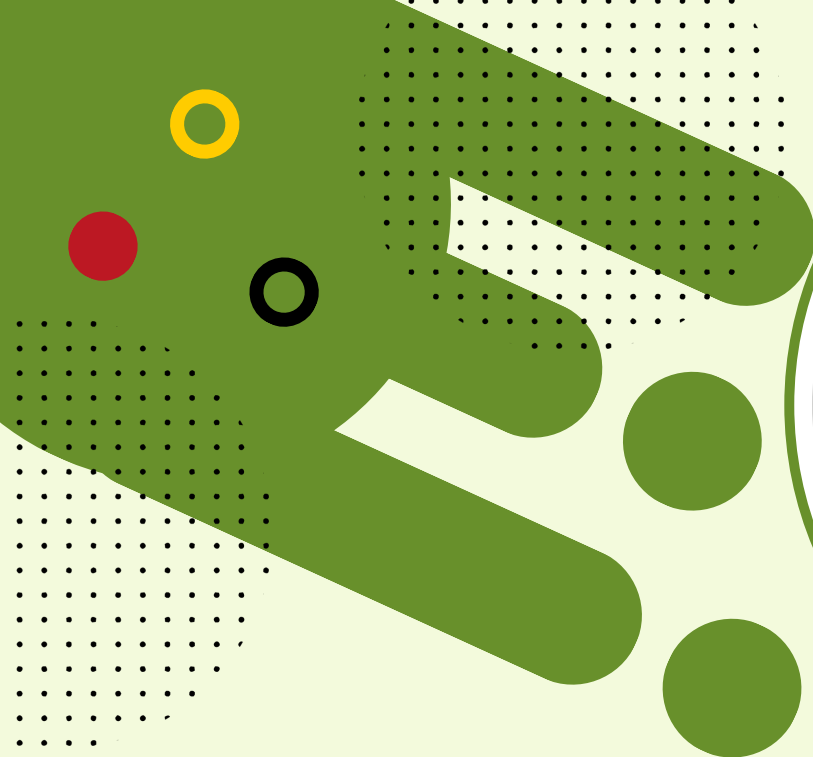




Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem na Formação de Professores: contribuições para o Ensino Fundamental

Theo Santana Sander
Rogério Marques Ribeiro



Catálogo na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

s214t Sander, Theo Santana
Trajetórias hipotéticas de aprendizagem na
formação de professores: contribuições para o
ensino fundamental / Theo Santana Sander. São
Paulo: [s.n.], 2025.
25 f.

Orientador: Rogério Marques Ribeiro

() - Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2025.

1. Ensino Fundamental. 2. Desenvolvimento
Profissional. 3. Frações. 4. Campo Conceitual
Aditivo. 5. Ensino de Matemática. I. Instituto
Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São
Paulo II. Título.

CDD

Apresentação

Olá, professora e professor!

Este trabalho é o Produto Educacional de árduos anos de estudo para a obtenção do título de mestre no Mestrado Profissional no Ensino de Ciências e Matemática (EnCiMa), no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFSP), campus São Paulo.

Neste material você encontrará uma adaptação da pesquisa, direcionada à utilização em sala de aula, pensada em ser tomada como exemplo de possibilidades de utilização da THA, principalmente para o ensino de frações.

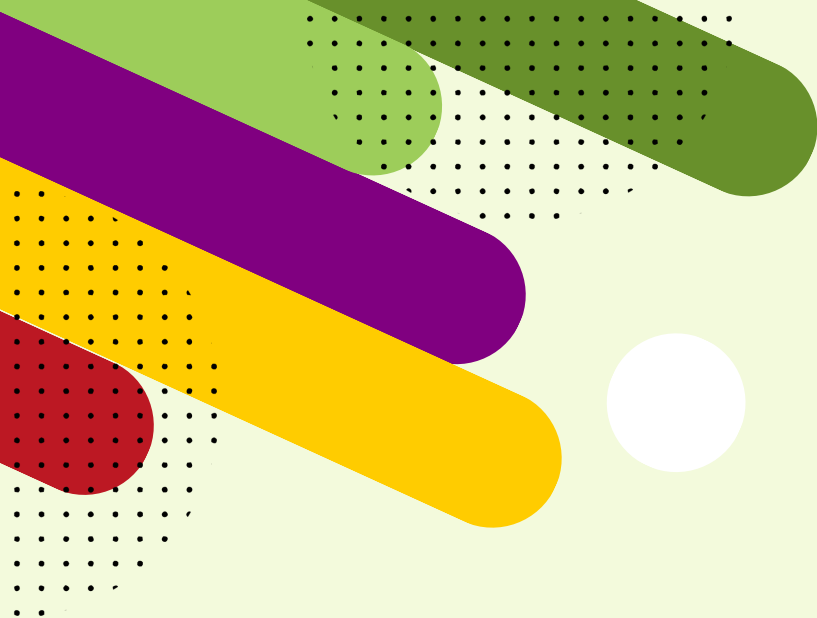
Espero que te auxilie no aprofundamento dos temas aqui abordados!
Boa leitura!

Professor Theo Sander



Theo S. Sander é professor da rede estadual de São Paulo, atualmente trabalhando como formador de professores e coordenadores na Diretoria de Ensino Guarulhos Sul. Licenciado pelo IFSP – Campus Guarulhos e Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo IFSP – Campus São Paulo.

Contato: theo.sander94@gmail.com



Sumário

Afinal, o que é THA?	p. 04
THA para retomada de frações	p. 07
Afinal, o que é Material Cuisenaire?	p. 08
Tarefa 0: Conhecendo o Material Cuisenaire	p. 10
Tarefa 1: Representação de frações no Material Cuisenaire	p. 12
Tarefa 2: Operacionalizando com o Material Cuisenaire	p. 16
Tarefa 3: Situações problema com o Material Cuisenaire	p. 19
Referências Bibliográficas	p. 24



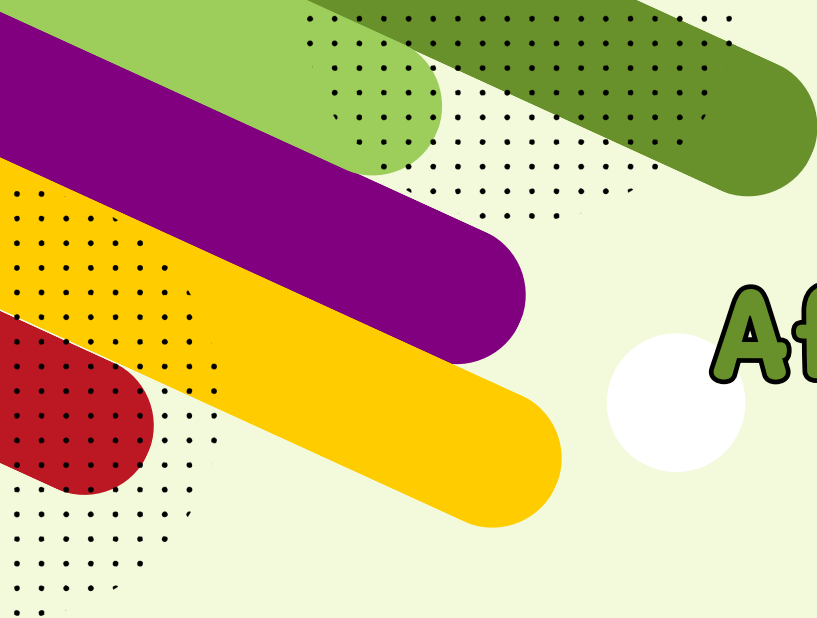
Afinal, o que é THA?

A Trajetória Hipotética de Aprendizagem é uma abordagem pensada por Simon (1995) e utilizada na Educação Matemática para auxiliar o professor no planejamento e desenvolvimento de tarefas que proporcionem aprendizagem ao seu estudante. Uma THA precisa ter três pontos importantes para sua definição:

- o **objetivo da aprendizagem**, que leva o professor a refletir sobre o que ele espera que o estudante consolide ao final do desenvolvimento;
- as **tarefas matemáticas**, formuladas ou selecionadas pelo professor;
- as **hipóteses de resolução** pelo estudante, que são as previsões de respostas e compreensões dos estudantes em relação à tarefa proposta.

obs.

uma “tarefa” é definida como algo que o professor propõe ao estudante, e a “atividade” é a resposta do estudante (Swan, 2017)

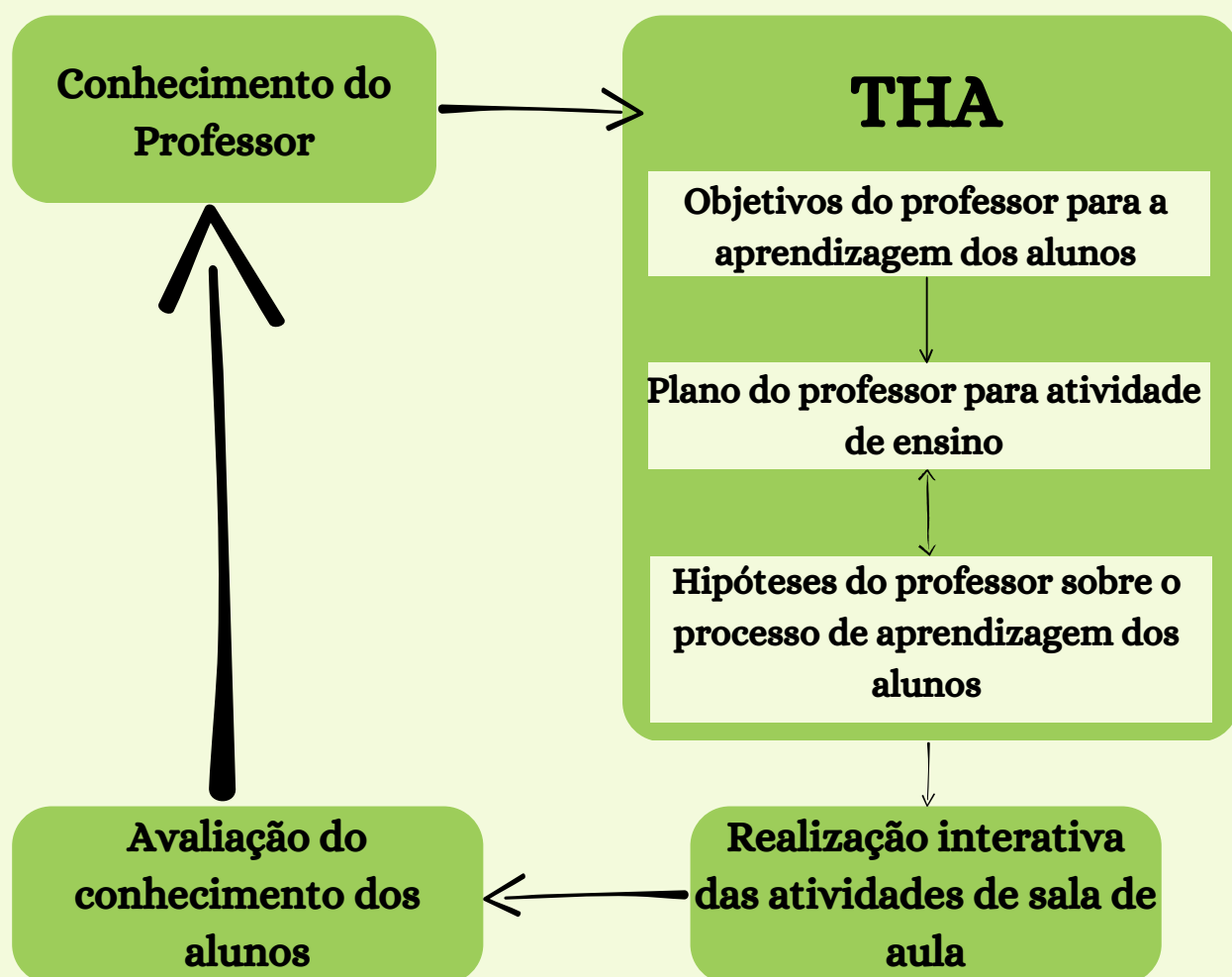


Afinal, o que é THA?

Simon (1995) ressalta que numa THA os objetivos necessitam estar claros e declarados aos estudantes, pois, assim, será possível definir quais conceitos deverão ser apreendidos. Para esse autor, a partir da definição dos objetivos, estabelece-se uma sequência de aprendizagens pela qual os estudantes deverão ser desafiados e ser capazes de novas formulações.

É importante ressaltar que a THA leva em conta a individualidade da turma, o que faz com que não possa ser literalmente replicada, mas sim servir como inspiração para outros desenvolvimentos.

Afinal, o que é THA?



Fonte: Simon (1995) apud Pires (2009)

Além do que, esta relação estabelecida é cíclica, o que faz com que de acordo com as resoluções dos estudantes as hipóteses e tarefas futuras sejam reformuladas.



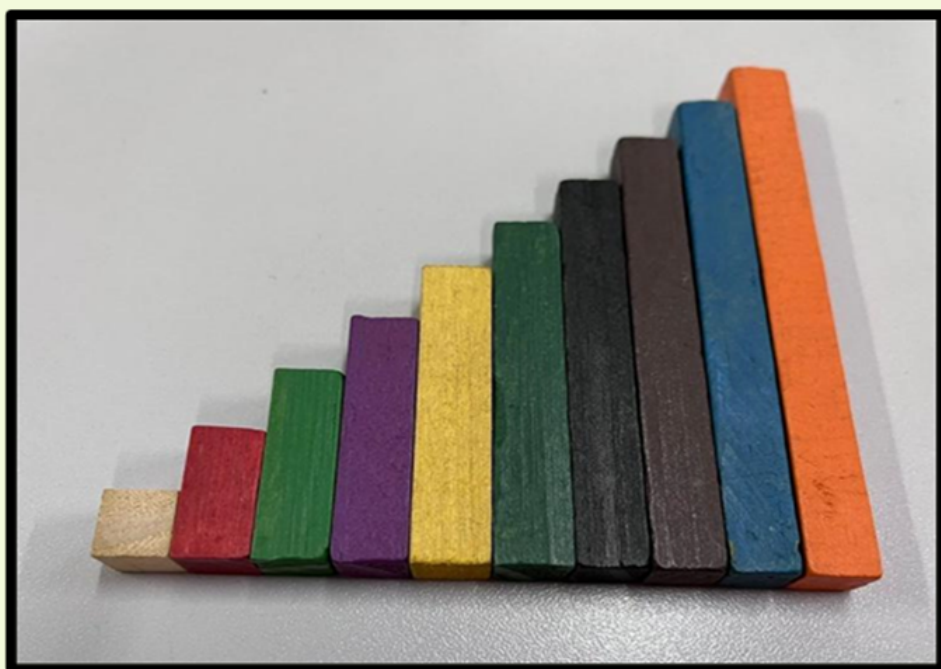
THA para o ensino de frações

No âmbito do ensino de matemática, a compreensão do conceito de fração representa um desafio recorrente para estudantes e professores. A transição dos estudantes dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental, em particular, é marcada por essa dificuldade, evidenciada pela necessidade de abordagens pedagógicas que promovam uma compreensão significativa desse tema complexo.

Assim, aqui apresentaremos uma possibilidade de trabalhar com estudantes de sextos anos do Ensino Fundamental que já tenham tido contato com o conceito de frações, mas apresentem dificuldades. Tal ideia é a retomada por meio da utilização do material Cuisenaire.

Afinal, o que é Material Cuisenaire?

A Escala (ou Barras) de Cuisenaire é um material manipulativo criado no início do século XX, pelo professor belga Èmile Georges Cuisenaire Hottelet, que percebeu as dificuldades dos seus estudantes em conceitos básicos de matemática. Feita originalmente e normalmente de madeira, a Escala é composta por barras (prismas quadrangulares) com alturas variando de 1 a 10 cm, sendo que cada tamanho tem uma cor correspondente, conforme figura abaixo.



Fonte: Acervo pessoal do autor (2023)

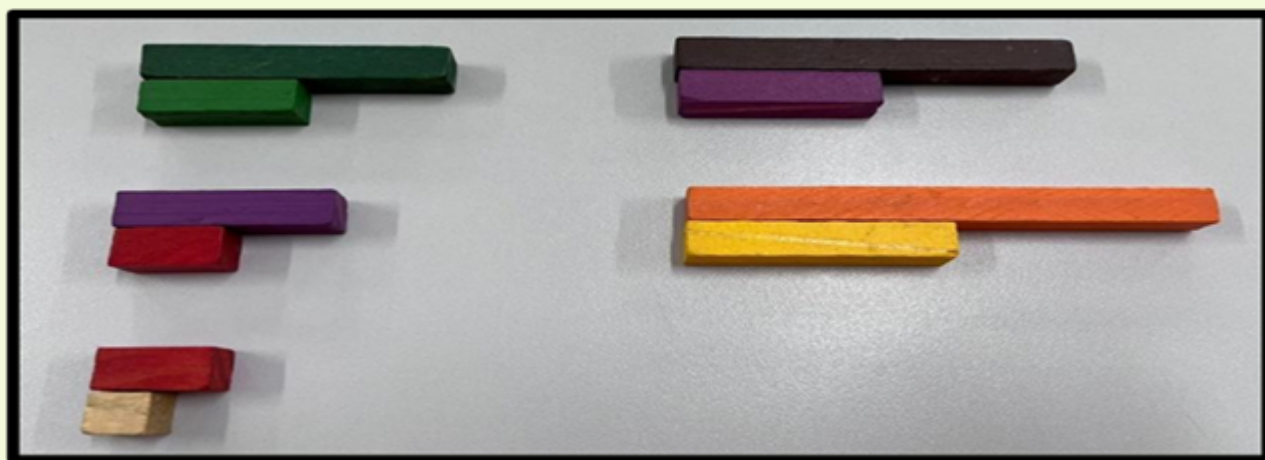
Veja mais



Afinal, o que é Material Cuisenaire?

A ideia principal é que as barras estabeleçam relações de medidas entre elas. Com este material podem ser trabalhados o conceito de números, as quatro operações básicas, e o conceito de fração. Powell (2019) afirma que as barras de Cuisenaire têm muitos atributos, incluindo a cor e o comprimento.

Com o material, uma das possibilidades, é trabalhar a fração como medida, uma vez que se utiliza o tamanho de cada barra em comparação a uma outra. Por exemplo, para representar a fração $\frac{1}{2}$ não há apenas um par de barras, como mostra a figura abaixo.



Fonte: Acervo pessoal do autor (2023)

Tarefa 0: Conhecendo o Material Cuisenaire

Para iniciar a retomada do conceito de frações com o Material Cuisenaire, é imprescindível que o estudante conheça as barras e saiba como manuseá-las.

O **objetivo de aprendizagem para a Tarefa 0** é conhecer o pesquisador, que acompanhou as aulas, e reconhecer o material Cuisenaire.

As **hipóteses sobre o processo de aprendizagem da Tarefa 0** são:

- Apresentar o material aos estudantes, que em sua maioria não a conhecem. Neste momento os estudantes devem iniciar a relacionar as medidas das barras.

- Iniciar uma comparação entre as barras, a princípio com números inteiros.

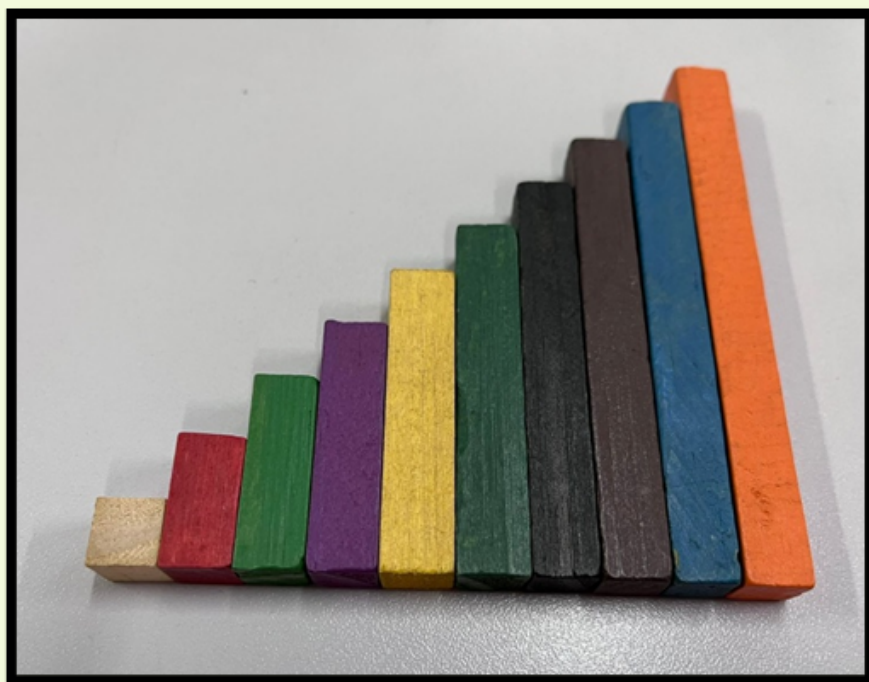
Tarefa 0: Conhecendo o Material Cuisenaire

Perguntas possíveis:

- Cada cor de peça tem um tamanho. Qual a maior? E a menor?



- Conseguem colocar em ordem crescente? Como ficaria?



obs.

uma possibilidade é pedir que a cada descoberta os estudantes façam seus registros no papel quadriculado

Tarefa 1: Representação de frações no Material Cuisenaire

Para a introdução da ideia de fração com a utilização do Material Cuisenaire uma possibilidade é a utilização de perguntas abertas à sala como um todo de forma que, em grupos, possam ser levados a uma discussão mais específica.

O **objetivo de aprendizagem para a Tarefa 1** é que os estudantes compreendam que uma das possibilidades do material é a representação e, futuramente, operacionalização de frações.

A **hipótese sobre o processo de aprendizagem da Tarefa 1** é:

- Continuar a comparação entre as barras, ainda com números inteiros, problematizando a possibilidade de partes dos inteiros - espera-se que seja uma mudança sutil com apreensão satisfatória.

Tarefa 1: Representação de frações no Material Cuisenaire

Perguntas possíveis:

- Comparando as peças roxa e vermelha. Quantas peças vermelhas cabem na roxa? Então a vermelha é que parte da roxa?



2 peças, sendo $\frac{1}{2}$

- Comparando as peças verde escura e vermelha. Quantas peças vermelhas cabem na verde escura? Então a vermelha é que parte da verde escura?



3 peças, sendo $\frac{1}{3}$

- Comparando as peças preta e laranja. Consigo representar em fração a relação entre elas?



$\frac{7}{10}$

Tarefa 1: Representação de frações no Material Cuisenaire

- Agora, conseguem escolher duas peças para representar a fração $\frac{3}{5}$?



verde clara e amarela ou
verde escura com laranja

Para melhor entendimento, pode-se pedir que outras frações sejam representadas no Material, com registro em papel quadriculado, podendo ser os exemplos abaixo:

$\frac{2}{5}$



$\frac{1}{3}$



$\frac{4}{5}$

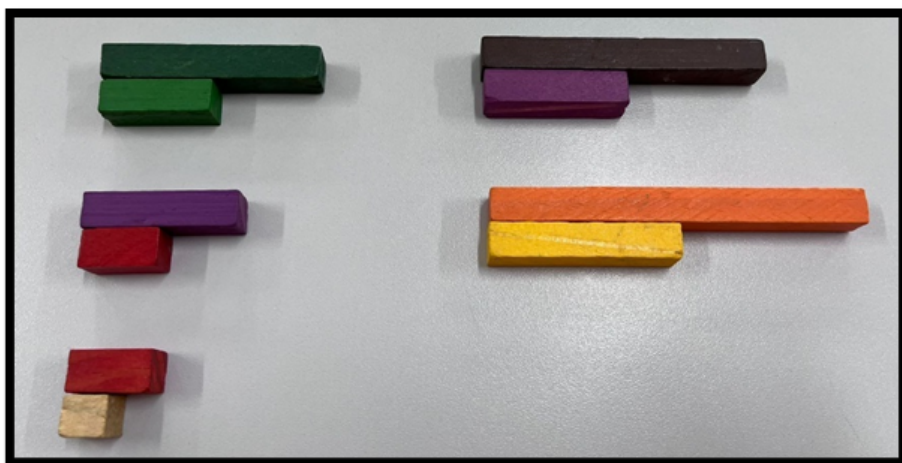


$\frac{3}{7}$



Vamos de desafio?

Representem, de três formas diferentes, a fração $\frac{1}{2}$.



Tarefa 2: Operacionalizando com o Material Cuisenaire

Agora chegou o momento dos estudantes começarem a operacionalizar com o Material. Para início, foi preferido operações simples de adição e subtração de frações com denominadores iguais.

O **objetivo de aprendizagem para a Tarefa 2** é introduzir as operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais com a utilização do material Cuisenaire.

As **hipóteses sobre o processo de aprendizagem da Tarefa 2** são:

- Representar com as barras as frações, sem maiores dificuldades, por ser continuidade da tarefa anterior.
- Operacionalizar adição e subtração com denominadores iguais, com certa dificuldade porém com orientações pontuais e auxílio do professor chegando às resoluções.

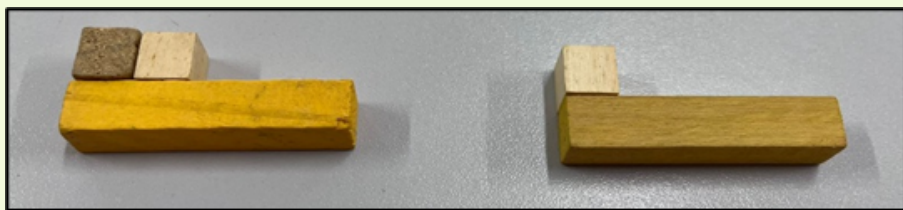
Veja mais



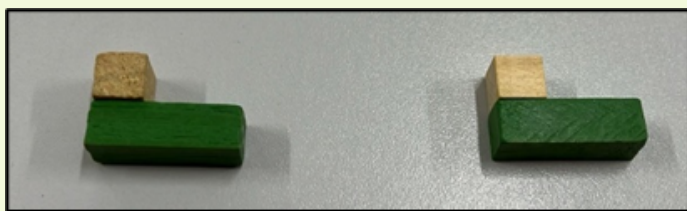
Tarefa 2: Operacionali- zando com o Material Cuisenaire

Orientações possíveis:

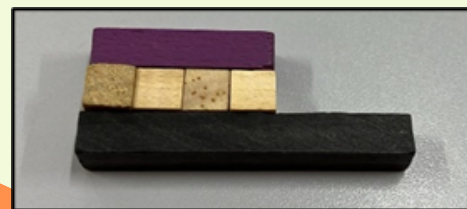
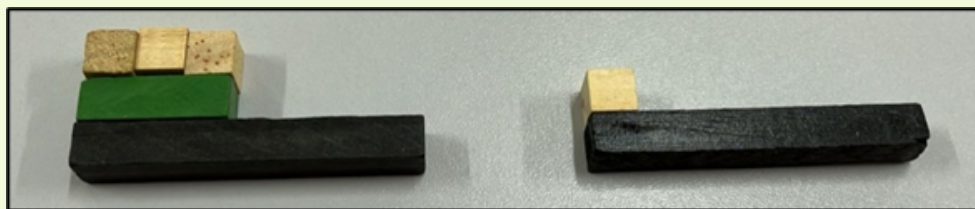
- Separem com o material as frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{5}$. Como ficaria a soma? Calcule com o material e com a fração correspondente. $\frac{3}{5}$



- Separem com o material as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{3}$. Como ficaria a soma? Calcule com o material e com a fração correspondente. $\frac{2}{3}$



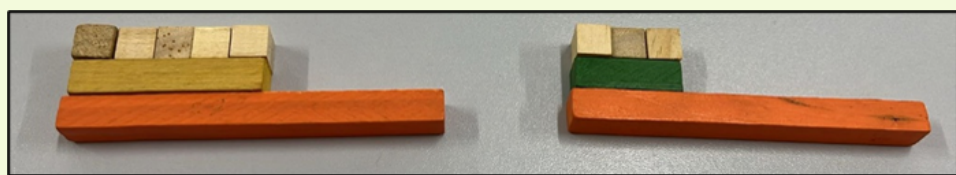
- Separem com o material as frações $\frac{3}{7}$ e $\frac{1}{7}$. Como ficaria a soma? Calcule com o material e com a fração correspondente. $\frac{4}{7}$



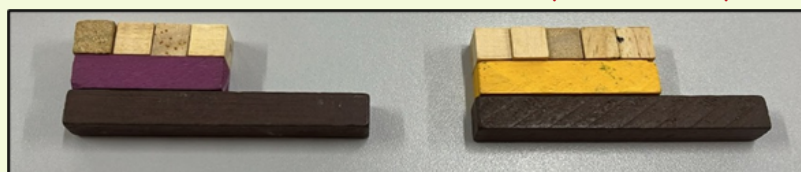
Tarefa 2: Operacionalizando com o Material Cuisenaire

Orientações possíveis:

- Separem com o material as frações $\frac{5}{10}$ e $\frac{3}{10}$. Como ficaria a soma? Calcule com o material e com a fração correspondente. $\frac{8}{10}$ ou $\frac{4}{5}$

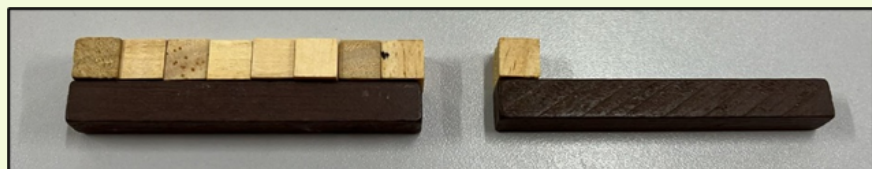


- Separem com o material as frações $\frac{4}{8}$ e $\frac{5}{8}$. Como ficaria a soma? Calcule com o material e com a fração correspondente. $\frac{9}{8}$ ou $1\frac{1}{8}$



obs.

nessa duas últimas questões são trazidas as possibilidades de discutir simplificação de frações e as frações mistas ou fração inteira, podendo ser pensado como retomada ou desafio.



Tarefa 3: Situações problema com o Material Cuisenaire

Como última tarefa, a ideia é aplicar a utilização do material com a operacionalização de frações em situações problema.

O **objetivo de aprendizagem para a Tarefa 3** é utilizar o material Cuisenaire para realizar operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais dentro de situações problema preestabelecidas.

As **hipóteses sobre o processo de aprendizagem da Tarefa 3** são:

- Representar com as barras as frações, sem maiores dificuldades
- Operacionalizar adição e subtração com denominadores iguais, sem maiores dificuldades, por ser continuidade da tarefa anterior.
- Compreender os enunciados, pois são atividades cotidianas, tendo poucas dificuldades em relação a cada situação, conforme quadro abaixo.

Tarefa 3: Situações problema com o Material Cuisenaire

Situações

1. Isabel e sua colega de turma Marta compraram uma folha de cartolina para fazer um trabalho escolar. Na parte que cabia a Isabel fazer, ela utilizou $\frac{3}{7}$ da folha para realizar o trabalho enquanto Marta utilizou $\frac{2}{7}$ da mesma folha. Determinem a fração que representa o espaço da folha de cartolina que as duas usaram juntas para fazer o trabalho.

Hipóteses

Os estudantes interpretariam sem maiores dificuldades, principalmente por ser uma adição direta. Uma vez que já expressaram essas frações no material, também não apresentariam dificuldades, e registrariam no papel quadriculado conforme esperado.

Tarefa 3: Situações problema com o Material Cuisenaire

Situações

2. Sabendo que um carro gastou $\frac{1}{2}$ tanque de combustível para percorrer determinado percurso e que, inicialmente, o ponteiro marcava $\frac{3}{4}$ do total de combustível que tinha, qual fração representará a quantidade de gasolina que esse carro ainda tem disponível no tanque de gasolina?

Hipóteses

Os estudantes apresentariam dificuldade na interpretação do enunciado, principalmente em perceber qual a subtração necessária. Poderiam tentar operacionalizar partindo do combustível gasto, percebendo a impossibilidade dentro dos números positivos.

Tarefa 3: Situações problema com o Material Cuisenaire

Situações

3. Mirela e Paulo estão em um dilema. Mirela tem $\frac{2}{5}$ de seu álbum de figurinhas completado, e Paulo tem $\frac{1}{2}$ do mesmo álbum completado. Cada um acha que tem mais parte completada. Quem está correto?

Hipóteses

Os estudantes poderiam tentar comparar apenas com o olhar das peças. Depois, poderiam pensar que metade de 5 é maior do que 2 (pensando no $\frac{2}{5}$).

Tarefa 3: Situações problema com o Material Cuisenaire

Situações

4. (SARESP) Na casa de Mariana o gasto diário de água com descargas correspondia a $\frac{2}{5}$ da capacidade da caixa d'água. Com a troca por descargas mais econômicas, esse consumo passou a ser de $\frac{1}{4}$ da capacidade da mesma caixa d'água. Logo, a fração da caixa d'água economizada com essa troca foi de:

a) $\frac{1}{20}$ b) $\frac{3}{20}$ c) $\frac{2}{4}$ d) $\frac{1}{5}$

Hipóteses

Os estudantes apresentariam dificuldade na interpretação do enunciado, principalmente em perceber qual a subtração necessária. Poderiam acertar pela ordem do enunciado. Quanto às peças, a dificuldade pode ser em possuir um denominador maior do que 10 peças brancas (não executaram dessa forma até o momento).



Referências Bibliográficas

SIMON, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145

PIRES, C. M. C. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 11, n. 1, 2009.

POWELL, A. B. Como uma fração recebe seu nome. *ReBECCEM*, Cascavel, Pr, v. 3, n. 3, p. 700- 713, 2019.