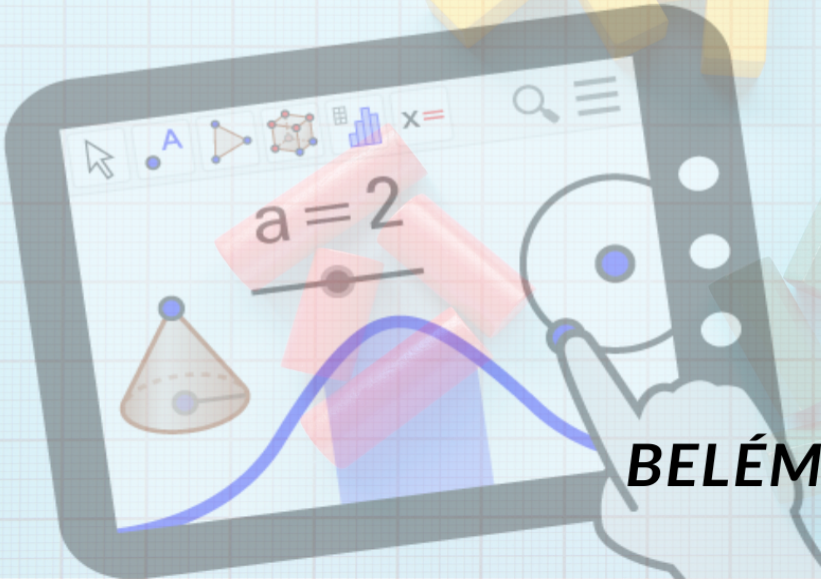
ENSINO DE PROPORCIONALIDADE DIRETA E INVERSA NO GEOGEBRA

RENATO MORAES
FÁBIO ALVES
CINTHIA MARADEI



BELÉM-2024

SILVA, Renato Moraes; PEREIRA Cinthia Cunha Maradei; ALVES, Fábio José da Costa. Ensino de proporcionalidade direta e inversa no Geogebra. Produto Educacional do Programa de Pós - Graduação em Ensino de Matemática. Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2024.

ISBN: 978-65-5291-006-6

Aprendizagem. Ensino. Geogebra. Matemática. Metodologias.

Sumário

Introdução 1
Apresentando o Geogebra 3
Proporcionalidade Direta 5
Proporcionalidade Inversa 8
Atividade no Geogebra 11
Considerações Finais 29
Referências Bibliográficas 30

Apresentação

É com grande entusiasmo que apresentamos este livro, cujo objetivo principal é oferecer uma abordagem didática e interativa para o ensino e aprendizagem de conceitos fundamentais da Matemática. Nesta obra, exploramos as relações de proporcionalidade direta e inversa, utilizando o Geogebra como ferramenta tecnológica para tornar o aprendizado mais visual, prático e envolvente.

A Matemática é uma ciência essencial para compreender o mundo ao nosso redor, mas muitas vezes enfrenta barreiras no processo de ensino, especialmente quando métodos tradicionais não conseguem engajar de forma eficaz os estudantes. Neste contexto, o uso de tecnologias educacionais, como o Geogebra, surge como uma poderosa aliada para superar tais desafios, proporcionando aos alunos uma experiência de aprendizado mais intuitiva e dinâmica.

Este livro foi cuidadosamente estruturado para explorar conceitos matemáticos relevantes de maneira prática, integrando teoria, exemplos e atividades interativas. Com o apoio do Geogebra, os leitores poderão visualizar graficamente as relações matemáticas e desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos apresentados. Além disso, as atividades propostas permitem que os alunos apliquem os conhecimentos adquiridos em situações reais, reforçando a importância da Matemática no cotidiano.

Esperamos que este material inspire alunos e professores a explorar a Matemática de forma criativa e inovadora, utilizando a tecnologia como um meio para ampliar o aprendizado e despertar o interesse pela ciência. Desejamos a todos uma ótima leitura e aprendizado significativo.

Os autores

Introdução

A Matemática nos permite entender e descrever o mundo ao nosso redor. Ela está presente em diversos aspectos do nosso cotidiano, muitas vezes de forma invisível, mas sempre impactando nossas decisões e percepções. Quando você olha para o preço de um produto, para o tempo necessário para realizar uma tarefa ou até mesmo quando calcula o gasto de combustível em uma viagem, você está lidando, de alguma forma, com conceitos matemáticos.
A proporcionalidade, em suas diferentes formas, é uma das relações mais importantes que ajudam a entender essas interações. Ela descreve como duas ou mais grandezas estão conectadas, de tal forma que, se uma mudar, a outra também muda, de acordo com uma regra específica. Existem dois tipos principais de proporcionalidade que veremos neste livro: a proporcionalidade direta e a proporcionalidade inversa. Ambas são essenciais para entender como as coisas se relacionam em nosso mundo e têm aplicações práticas que vão muito além da sala de aula.

A proporcionalidade direta ocorre quando duas grandezas aumentam ou diminuem juntas, de maneira que a razão entre elas permanece constante. Por outro lado, a proporcionalidade inversa acontece quando duas grandezas se comportam de maneira oposta: enquanto uma aumenta, a outra diminui. Esses conceitos não são apenas importantes para resolver problemas no ambiente escolar, mas também têm uma enorme relevância em atividades do cotidiano. Ao entender a proporcionalidade direta e inversa, o aluno consegue construir uma base sólida para aprender outros conceitos matemáticos até mais complexos.

Além disso, esse conhecimento é crucial para quem se prepara para exames como o ENEM, onde as questões sobre proporcionalidade são frequentes. Saber identificar e resolver problemas envolvendo essas relações pode ser a chave para resolver diversos problemas de forma mais ágil e eficiente durante a prova, além de ser um tema que é abordado de maneira transversal em várias áreas do conhecimento, como física, química e economia.

Então, como podemos entender melhor esses conceitos? A resposta está na visualização. E é exatamente aí que entra a tecnologia. O software Geogebra será nosso aliado ao longo deste livro, ajudando a criar animações e gráficos interativos que permitem explorar as relações de proporcionalidade de maneira visual. Com ele, você poderá ver as variáveis em ação e entender, na prática, como as grandezas se comportam ao variar.

Quando falamos de proporcionalidade, é importante lembrar que estamos lidando com algo mais do que apenas números em uma fórmula. Estamos falando sobre como as coisas funcionam no mundo real. Ao entender esses conceitos, você será capaz de resolver problemas de forma mais eficiente e também de fazer previsões sobre como diferentes elementos se influenciam mutuamente. A Matemática é a linguagem com a qual descrevemos o mundo ao nosso redor, e a proporcionalidade é uma das ferramentas mais poderosas dessa linguagem. Ao longo do caminho, você encontrará explicações teóricas, mas também uma série de atividades práticas, para que você possa aplicar o que aprendeu de forma interativa.

O objetivo deste livro é ajudar você a entender os conceitos de proporcionalidade de maneira clara e envolvente, e para isso, vamos usar a tecnologia a nosso favor, tornando o

aprendizado mais dinâmico e acessível. Com a ajuda do Geogebra, a matemática se torna mais palpável e, de fato, mais fácil de aprender.

A Matemática é uma disciplina fundamental que permeia diversas áreas do conhecimento e da vida cotidiana. Compreender conceitos matemáticos e suas aplicações práticas é essencial para o desenvolvimento do pensamento lógico e crítico. Este livro foi elaborado com o objetivo de proporcionar uma compreensão aprofundada sobre proporcionalidade direta e inversa, conceitos que são frequentemente utilizados em diversas situações do dia a dia e em diferentes campos do saber.

Além disso, a utilização de ferramentas tecnológicas, como o GeoGebra, pode facilitar o aprendizado e a visualização de conceitos matemáticos. O GeoGebra é um software dinâmico que permite a construção e manipulação de figuras geométricas, gráficos e outras representações matemáticas. Neste livro, exploraremos como essa ferramenta pode ser utilizada para enriquecer o ensino e a aprendizagem da proporcionalidade, oferecendo atividades práticas que incentivam a experimentação e a descoberta.

Apresentando o Geogebra

O Geogebra é uma plataforma dinâmica de Matemática que integra diferentes áreas do conhecimento, como geometria, álgebra, cálculo e estatística, em uma única ferramenta. Essa plataforma é altamente interativa e permite que os alunos, professores e entusiastas da matemática explorem e visualizem conceitos matemáticos de forma prática e dinâmica. Como software educacional é utilizado para tornar o aprendizado de Matemática mais intuitivo e acessível. Ele oferece uma interface simples, mas ao mesmo tempo poderosa, permitindo que os usuários criem gráficos, manipulem equações e visualizem funções matemáticas em tempo real. A grande vantagem do Geogebra é a sua capacidade de combinar diferentes abordagens da Matemática, oferecendo ferramentas tanto para a resolução algébrica quanto para a visualização geométrica.

O Geogebra foi criado por Markus Hohenwarter, um matemático austríaco, em 2001. Hohenwarter tinha como objetivo desenvolver uma ferramenta que unisse a geometria com o cálculo algébrico, permitindo uma interação simultânea entre ambos. A ideia surgiu da necessidade de uma ferramenta que ajudasse a superar a desconexão que muitas vezes existe entre as representações gráficas e algébricas da Matemática, facilitando a compreensão dos conceitos. Deste modo, o software foi projetado para ser acessível e intuitivo, o que o torna ideal tanto para estudantes quanto para educadores. Desde então, o Geogebra evoluiu significativamente e agora oferece uma plataforma completa para explorar conceitos matemáticos, sendo baseado em três componentes principais:

1. Álgebra: Onde o usuário pode inserir e manipular equações matemáticas, como funções algébricas, equações lineares, quadráticas, exponenciais, etc.

2. Gráficos: Onde as equações inseridas são representadas graficamente. O Geogebra permite que você visualize gráficos em 2D e 3D, alterando os valores das variáveis em tempo real.

3. Geometria: Onde você pode desenhar figuras geométricas, como pontos, linhas, círculos, polígonos, e realizar transformações geométricas dinâmicas, como rotações, reflexões, translações, etc.

Essa abordagem integrada permite que você veja a interação entre as representações algébricas e geométricas, o que facilita a compreensão dos conceitos e a resolução de problemas. Além disso, o software é uma ferramenta de código aberto, o que significa que é gratuita e acessível a qualquer pessoa. Ele está disponível em diversas plataformas, permitindo que os usuários acessem a ferramenta de forma flexível:

Web: A versão online pode ser acessada diretamente através do site oficial `www.geogebra.org`, sem a necessidade de instalar nenhum software. Funciona em qualquer navegador moderno, sendo acessível de computadores e dispositivos móveis.

Desktop: Também oferece versões para Windows, Mac e Linux, para quem preferir usar a plataforma no computador.

Mobile: O Geogebra está disponível para dispositivos móveis, com aplicativos gratuitos para Android e iOS, permitindo que os estudantes utilizem a ferramenta em seus

smartphones ou tablets.

Também merece destaque o fato de o Geogebra ser utilizado para criar atividades personalizadas, permitindo que os alunos visualizem os conceitos de maneira interativa. Isso tem um impacto significativo na aprendizagem, pois torna os conceitos abstratos mais tangíveis e mais fáceis de compreender.

Atualmente, o Geogebra é utilizado em mais de 180 países, estando disponível em 50 idiomas. Com milhões de usuários ao redor do mundo, a plataforma se consolidou como uma das ferramentas educacionais mais populares e eficazes no ensino da Matemática, contando, inclusive com uma comunidade online repleta de membros e modelos, o que representa outro aspecto importante do seu sucesso. ESta comunidade permite que os usuários compartilhem recursos, atividades e ideias, criando um ambiente colaborativo e dinâmico. Esse aspecto comunitário contribui para o crescimento contínuo da plataforma, à medida que novos recursos e melhorias são constantemente desenvolvidos.

Proporcionalidade Direta

A proporcionalidade direta é uma das relações matemáticas mais simples e ao mesmo tempo mais poderosas. Quando duas grandezas são diretamente proporcionais, isso significa que, à medida que uma grandeza aumenta, a outra também aumenta, e da mesma forma, quando uma diminui, a outra também diminui. O ponto central da proporcionalidade direta é a razão constante entre as duas grandezas.

Quando duas grandezas são diretamente proporcionais, existe uma constante que relaciona essas grandezas. Ou seja, se uma delas aumenta, a outra também aumenta proporcionalmente. De maneira análoga, se uma diminui, a outra diminui. Para ilustrar isso, imagine uma situação simples:

Se você comprar 1 kg de maçãs e pagar R$ 4,00, o preço será proporcional à quantidade comprada. Se comprar 2 kg, pagará R$ 8,00, ou seja, o preço dobra. Se comprar 3 kg, o preço será R$ 12,00. Nesse caso, a quantidade de maçãs e o preço estão diretamente proporcionais. Quanto maior a quantidade de maçãs, maior será o preço.

A fórmula matemática que descreve essa relação é:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

onde a e b são as grandezas em uma situação inicial, c e d são os valores dessas grandezas em uma outra situação. A razão se mantém constante em todas as situações.

Características da Proporcionalidade Direta

1. Razão constante: A característica mais importante da proporcionalidade direta é a constância da razão entre as duas grandezas. A razão entre as grandezas não muda, independentemente de quanto elas variem. Ou seja, se você dividir a primeira grandeza pela segunda, sempre obterá o mesmo valor. Se você mudar uma das grandezas, a outra se ajustará para manter essa constante.

2. Gráfico linear: Quando você plota o gráfico de uma função de proporcionalidade direta, o resultado é sempre uma linha reta que passa pela origem. Isso acontece porque, quando uma grandeza é zero, a outra também é zero. O gráfico demonstra visualmente que a relação entre as duas grandezas é proporcional e linear. O ângulo da linha, ou a inclinação, depende da constante de proporcionalidade. Quanto maior a constante, mais inclinada será a linha.

Como Calcular a Constante de Proporcionalidade?

Para calcular a constante de proporcionalidade em um problema, basta aplicar a fórmula da proporcionalidade direta:

$$k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Onde:

k é a constante de proporcionalidade.

a e b são os valores conhecidos de uma grandeza em uma situação.

c e d são os valores correspondentes da mesma grandeza em outra situação.

Por exemplo, se 3 maçãs custam R$ 9,00, a constante de proporcionalidade entre o número de maçãs e o preço pode ser calculada como:

$$k = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Ou seja, a cada maçã comprada, o preço será de R$ 9,00, ou R$ 3,00 por maçã. Essa constante de proporcionalidade vai se manter para todas as outras quantidades de maçãs.

Exemplos

Problema 1: Suponha que o preço de 5 metros de tecido seja R$ 50,00. Quanto custarão 12 metros do mesmo tecido, se o preço continuar sendo proporcional à quantidade de tecido?

Solução: Primeiro, calculamos a constante de proporcionalidade entre a quantidade de tecido e o preço. A constante é dada por:

$$k = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

Agora, para encontrar o preço de 12 metros de tecido, usamos a fórmula de proporcionalidade direta:

$$\frac{5}{50} = \frac{12}{x}$$

Onde x é o valor desconhecido, ou seja, o preço de 12 metros. Multiplicando em cruz, temos:

$$5x = 50 \times 12$$

$$5x = 600$$

Agora, resolvemos para :

$$x = \frac{600}{5} = 120$$

Portanto, o preço de 12 metros de tecido será R$ 120,00.

Problema 2: Se uma pessoa trabalha 8 horas e ganha R$ 80,00, quanto ela receberá por 15 horas de trabalho, se o pagamento for proporcional às horas trabalhadas?

Solução: Aqui, a quantidade de horas trabalhadas e o valor recebido são diretamente proporcionais. Primeiro, calculamos a constante de proporcionalidade :

$$k = \frac{8}{80} = \frac{1}{10}$$

Agora, usamos a fórmula de proporcionalidade direta para encontrar o valor correspondente a 15 horas de trabalho:

$$\frac{8}{80} = \frac{15}{x}$$

Multiplicando em cruz:

$$8x = 80 \times 15$$

$$8x = 1200$$

Resolvendo para :

$$x = \frac{1200}{8} = 150$$

Portanto, o pagamento por 15 horas de trabalho será R$ 150,00.

O Gráfico da Proporcionalidade Direta

Se você quiser visualizar a relação entre duas grandezas diretamente proporcionais em um gráfico, imagine que uma grandeza esteja representada no eixo x e a outra no eixo y. O gráfico será uma linha reta que passa pela origem $(0, 0)$, o que significa que quando uma grandeza for zero, a outra também será zero. O gráfico de uma função linear que descreve uma proporcionalidade direta é sempre uma linha reta, como mostrado na seguinte representação:

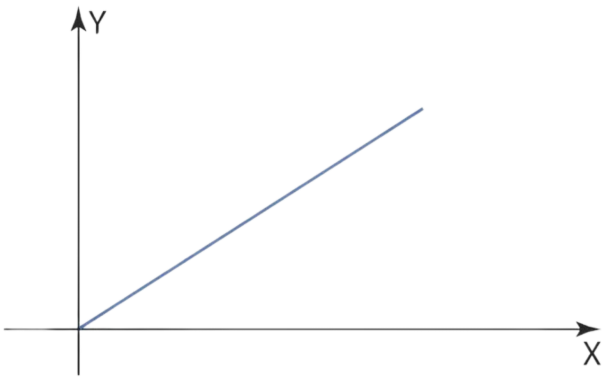


Figura 1: Exemplo de Gráfico da Proporção Direta

Esse gráfico ilustra a relação proporcional entre duas grandezas. À medida que o valor de aumenta, o valor de também aumenta na mesma proporção, o que nos leva a uma linha reta com uma inclinação que depende da constante de proporcionalidade.

Proporcionalidade Inversa

A proporcionalidade inversa é um tipo de relação matemática em que, ao aumentar uma grandeza, a outra diminui na mesma proporção, ou seja, quando uma das grandezas cresce, a outra diminui. Esse comportamento oposto é o que caracteriza a proporcionalidade inversa, e isso ocorre de forma contínua. Assim como na proporcionalidade direta, a razão entre as duas grandezas permanece constante, mas o efeito é inverso: uma aumenta enquanto a outra diminui. A fórmula que descreve essa relação é:

$$a \times b = c \times d$$

Ou seja, o produto entre as duas grandezas e em uma situação inicial será igual ao produto entre as mesmas grandezas e em uma outra situação. A constante de proporcionalidade pode ser representada por:

$$k = a \times b = c \times d$$

Onde k é a constante que descreve a relação inversa entre as grandezas.

Características da Proporcionalidade Inversa

1. Produto constante: A principal característica da proporcionalidade inversa é que o produto das duas grandezas permanece constante. Isso significa que, se uma grandeza aumentar, a outra diminui de forma a manter o mesmo valor para o produto.

2. Gráfico curvado: O gráfico de uma relação de proporcionalidade inversa não é uma linha reta. Ele é uma curva que geralmente forma uma hipérbole. O gráfico é assintótico, ou seja, ele se aproxima dos eixos e , mas nunca os atinge.

3. Mudança oposta: Quando você aumenta uma das grandezas, a outra diminui, e vice-versa. Esse comportamento é diferente da proporcionalidade direta, onde ambas as grandezas aumentam ou diminuem juntas. Aqui, elas se ajustam de maneira inversa para manter o produto constante.

Como Calcular a Constante de Proporcionalidade?

A constante de proporcionalidade em uma relação inversa pode ser calculada usando a fórmula:

$$k = a \times b$$

Por exemplo, se você souber que 4 litros de tinta são suficientes para cobrir uma área de 50 metros quadrados, e você quer saber quantos litros serão necessários para cobrir 100 metros quadrados, você pode usar a proporcionalidade inversa para resolver.

Primeiro, calculamos a constante de proporcionalidade:

$$k = 4 \times 50 = 200$$

Agora, para calcular o número de litros necessários para cobrir 100 metros quadrados, usamos a mesma fórmula:

$$200 = x \times 100$$

Resolvendo para :

$$x = \frac{200}{100} = 2$$

Portanto, serão necessários 2 litros para cobrir 100 metros quadrados.

Algumas Situações de Proporcionalidade Inversa

1. Velocidade e Tempo: Quando você viaja a uma velocidade constante, o tempo necessário para percorrer uma distância é inversamente proporcional à velocidade. Se a velocidade aumenta, o tempo diminui, e se a velocidade diminui, o tempo aumenta.

2. Trabalho e Número de Pessoas: Imagine que você tem um trabalho que precisa ser feito, como pintar uma parede. O tempo necessário para concluir o trabalho é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando. Se você tiver mais pessoas trabalhando, o tempo necessário para concluir o trabalho será menor.

3. Pressão e Volume de Gás: De acordo com a Lei de Boyle, a pressão e o volume de um gás são inversamente proporcionais, quando a temperatura é constante. Ou seja, se o volume de um gás aumenta, a pressão diminui, e se o volume diminui, a pressão aumenta.

Exemplos

Problema 1: Se 5 pessoas conseguem construir uma parede em 10 dias, quantas pessoas serão necessárias para construir a mesma parede em 5 dias?

Solução: Aqui, o número de pessoas e o tempo necessário para construir a parede são inversamente proporcionais. Usamos a fórmula da proporcionalidade inversa para resolver o problema.

Primeiro, calculamos a constante de proporcionalidade :

$$k = 5 \times 10 = 50$$

Agora, para encontrar o número de pessoas necessárias para construir a parede em 5 dias, usamos a fórmula da proporcionalidade inversa:

$$50 = x \times 5$$

Resolvendo para :

$$x = \frac{50}{5} = 10$$

Portanto, seriam necessárias 10 pessoas para construir a parede em 5 dias.

Problema 2: Se 3 máquinas produzem 150 peças por hora, quantas peças serão produzidas por 5 máquinas trabalhando ao mesmo tempo?

Solução: Aqui, o número de máquinas e o número de peças produzidas são inversamente proporcionais. A relação é dada por:

$$k = 3 \times 150 = 450$$

Agora, para saber quantas peças serão produzidas por 5 máquinas, usamos a mesma fórmula:

$$450 = 5 \times x$$

Resolvendo para :

$$x = \frac{450}{5} = 90$$

Portanto, 5 máquinas produzirão 90 peças por hora.

O Gráfico da Proporcionalidade Inversa

O gráfico de uma função de proporcionalidade inversa tem uma forma característica de hipérbole. Se a relação for , o gráfico será uma curva que se aproxima dos eixos e , mas nunca os toca. À medida que aumenta, diminui, e vice-versa. O gráfico de uma função inversa é sempre curvado e se aproxima dos eixos, mas nunca os intercepta.

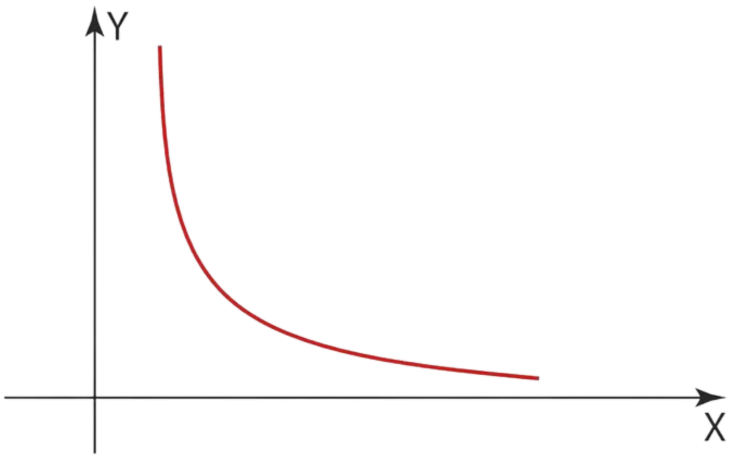


Figura 2: Gráfico da Proporção Inversa

Esse gráfico ilustra a relação inversa entre e . À medida que cresce, diminui, mas o produto permanece constante. Esse comportamento é típico das relações de proporcionalidade inversa.

Atividade no Geogebra

Preparando o Ambiente Interativo

Passo 1: **Descrição do primeiro passo.** Insira em seu navegador o endereço `https://www.geogebra.org/classic` para abrir a versão clássica do Geogebra. Deverá aparecer na tela algo parecido com a imagem a seguir, onde estão destacadas a barra de ferramentas e a caixa de entrada de fórmulas, a primeira na parte superior e a segunda na parte inferior da janela:

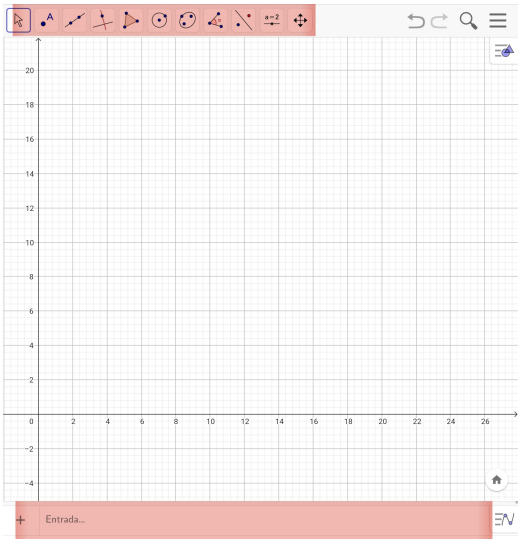


Figura 3: Abertura do GeoGebra.

Passo 2: **Descrição do segundo passo.** Clique na ferramenta de reta na barra de ferramentas. Ao fazer isso, será exibido um menu com ferramentas relacionadas, como Segmento de Reta, Reta Perpendicular, entre outras. A seguir você verifica quais ferramentas estão juntas à "reta", dentre estas usaremos aquela que cria um segmento."

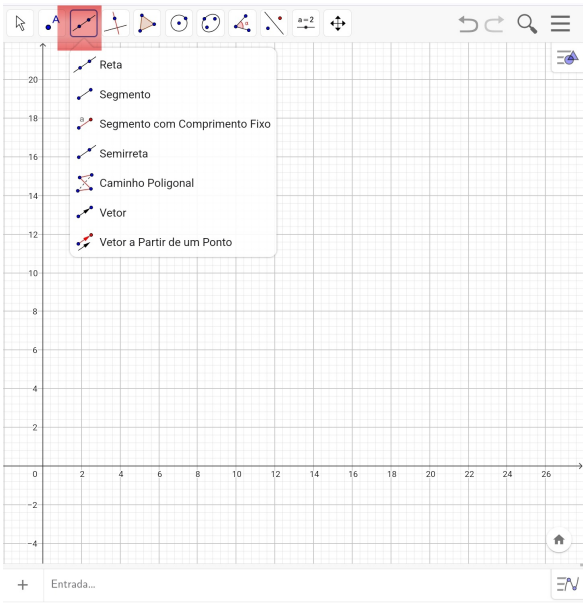


Figura 4: Criação de pontos no plano cartesiano.

Passo 3: **Descrição do terceiro passo.** Outro grupo que utilizaremos é o do Controle deslizante, na localização mostrada abaixo

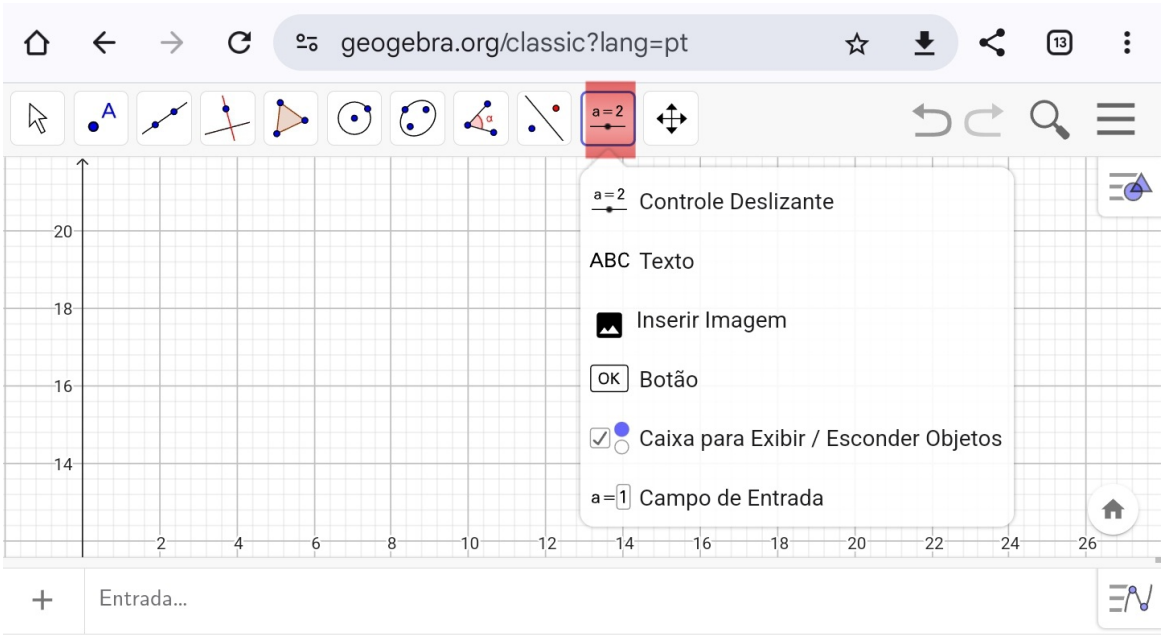


Figura 5: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 4: **Descrição do terceiro passo.** Para iniciar a construção clique no Controle deslizante (destacado na imagem) e depois clique em um local na janela de trabalho (preferencialmente na parte superior).

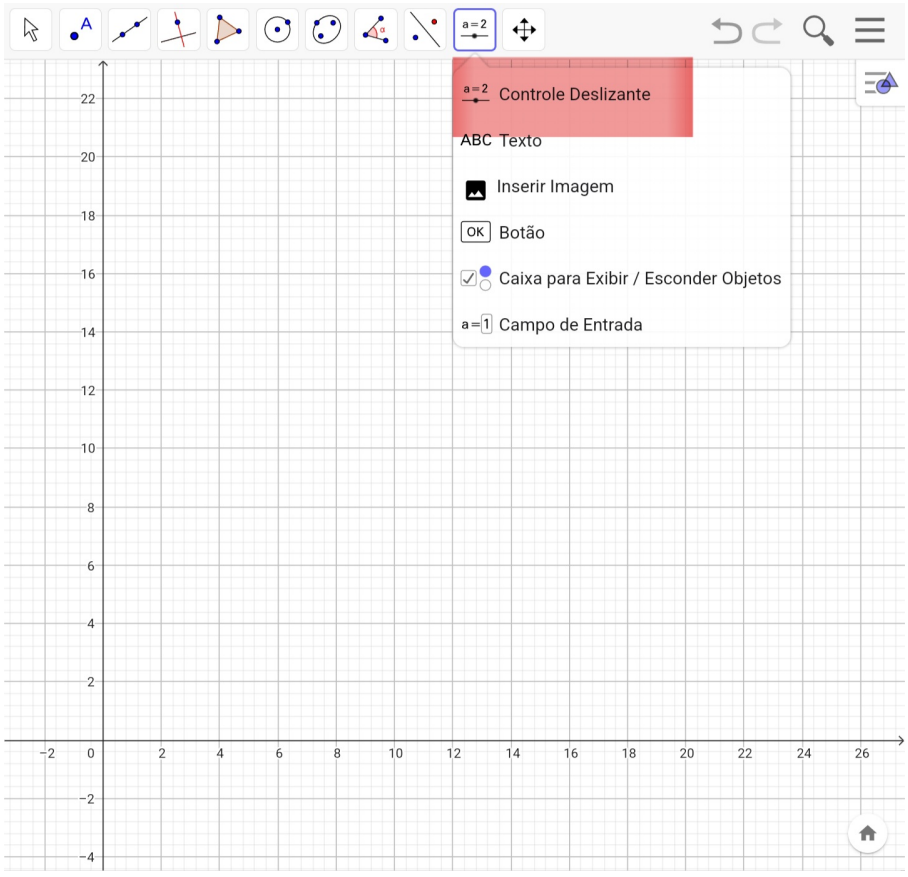


Figura 6: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 5: **Descrição do terceiro passo.** Deverá abrir a caixa representada na imagem abaixo, preencha os campos em destaque de acordo com está sendo mostrado, em seguida clique em OK. Assim, criamos o controle deslizante, que representará a velocidade na animação .

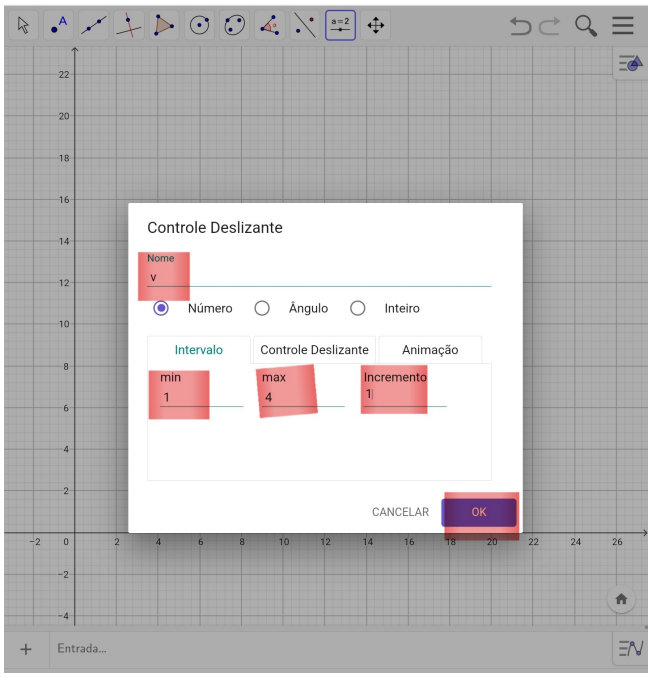


Figura 7: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 6: Repita o passo anterior para criar um segundo controle deslizante, este irá representar o tempo e deverá ter a configuração que segue na imagem abaixo.

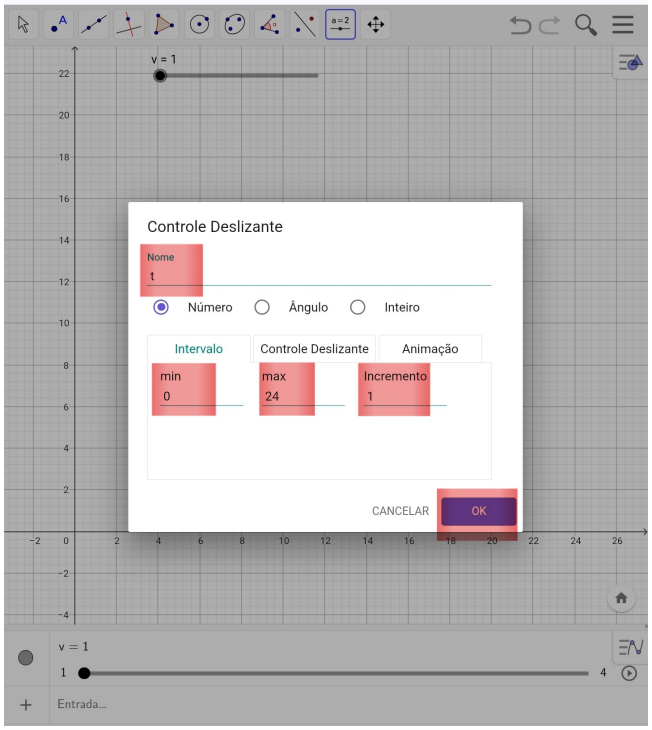


Figura 8: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 7: Na parte inferior da janela localize a caixa de entrada, nela digite $d = vt$, o comando funciona como uma definição algébrica simples, onde v é a velocidade e t o tempo. A fórmula deverá ficar parecido ao visto na imagem abaixo.

Figura 9: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 8: Agora vamos criar o segmento de reta que representará a distância, para isso clique no grupo da reta e em seguida na ferramenta **Segmento**, como está sendo mostrado na imagem abaixo.

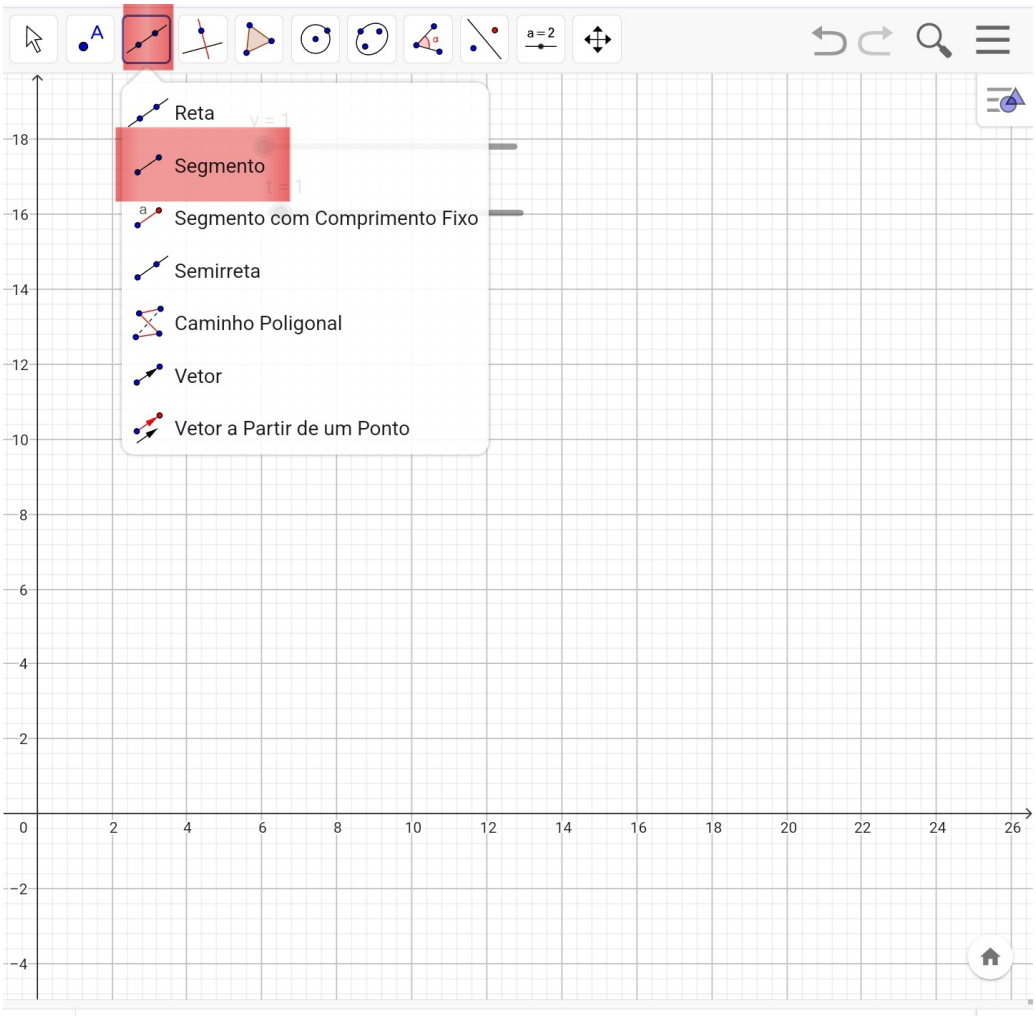


Figura 10: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 9: Com a ferramenta selecionada, construa um segmento de reta sobre o eixo x, indo da origem até o 24, ficando parecido com a Figura abaixo.

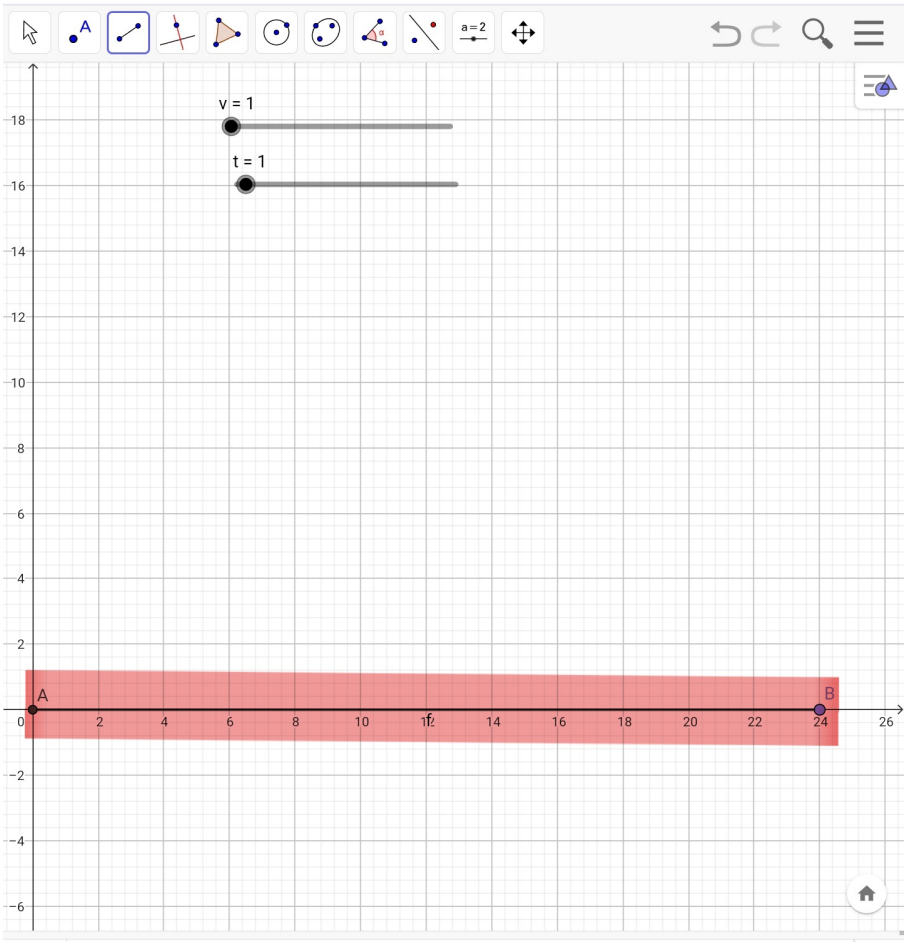


Figura 11: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 10: Clique com o botão direito do mouse sobre o seguimento de reta criado até aparecer a janela demonstrada na figura abaixo. Em seguida clique em **Configurações**

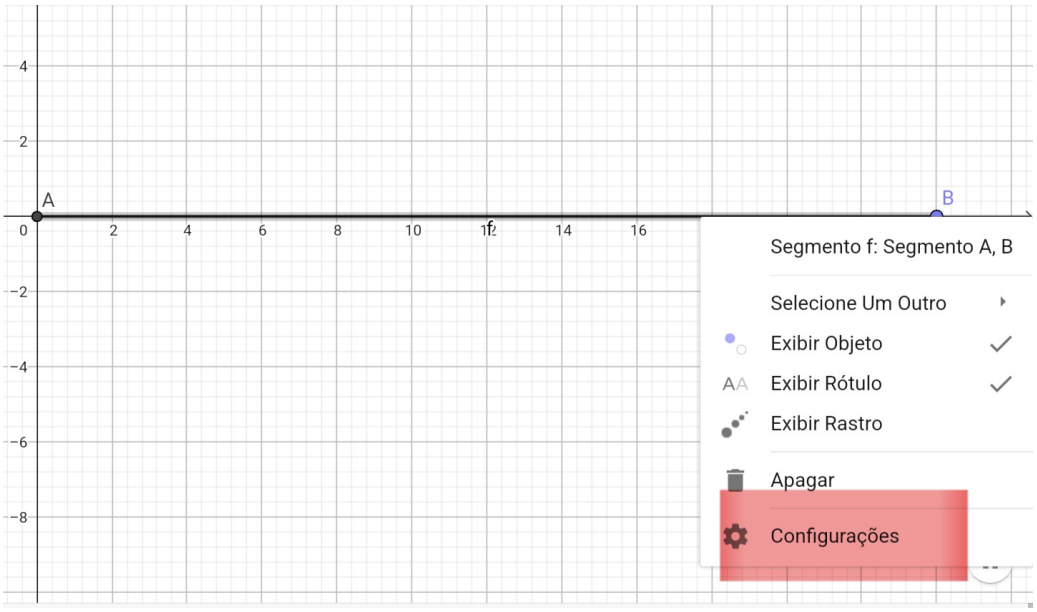


Figura 12: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 11: Ao abrir uma janela, localize a aba **Estilo**, e ajuste a espessura da linha para 10. Em seguida feche esta janela.

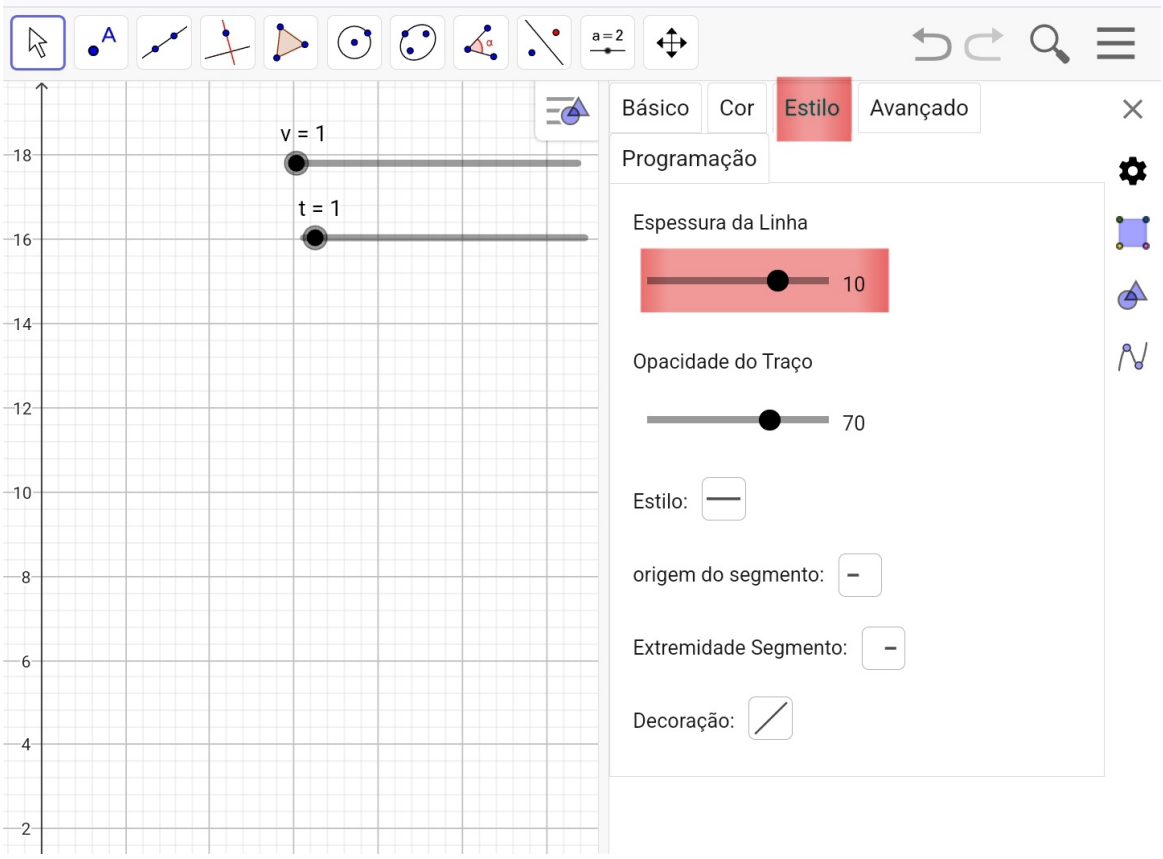


Figura 13: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 12: Agora vamos inserir uma figura para ilustrar o movimento sobre o seguimento de reta. Nesta ocasião escolhemos a imagem de um calango, vale ressaltar que esta imagem deve ter sido previamente salva em seu dispositivo para que consiga inserir neste trabalho, certifique-se de salvar a imagem desejada no formato PNG ou JPG em uma pasta acessível no computador. No grupo do **Controle Deslizante**, clique sobre a ferramenta **Inserir Imagem**, ambos estão destacados na imagem a seguir.

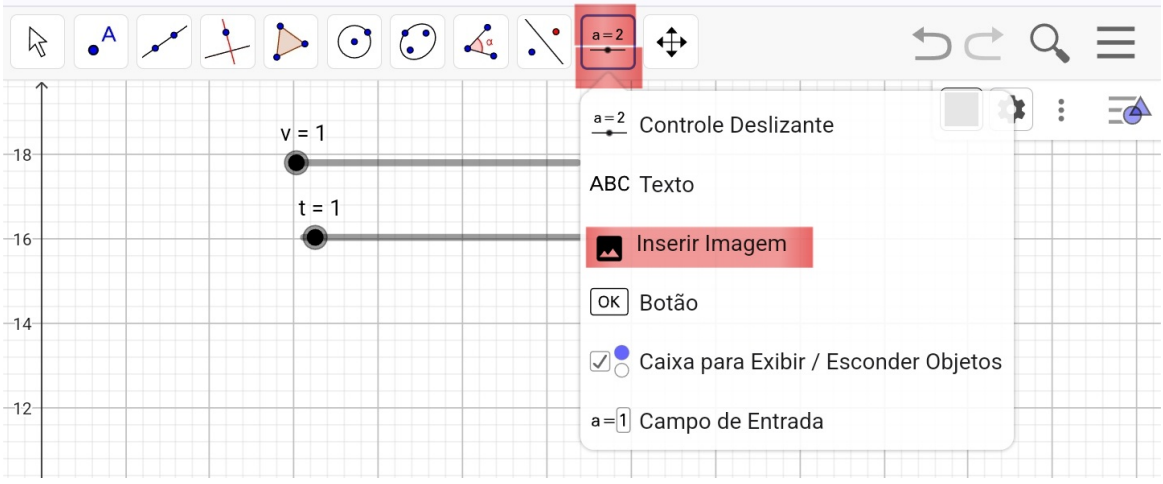


Figura 14: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 13: Ao abrir uma janela parecida com a da imagem a seguir, clique em **NAVEGADOR**, em seguida localize o arquivo da imagem em seu computador, clicando sobre ele e em seguida no Abrir.

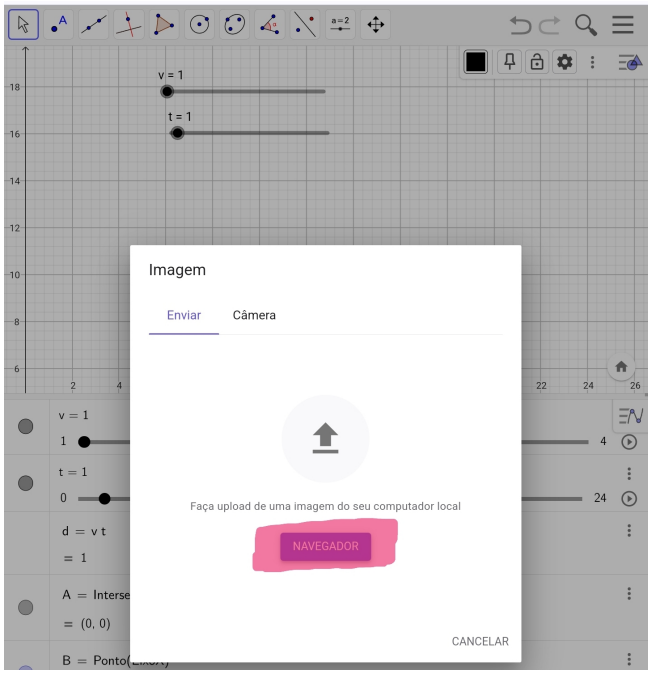


Figura 15: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 14: Ao abrir a imagem, movimente os pontos C e D para que fiquem a uma unidade de distância um do outro no início do segmento de reta. Ela deve se assemelhar à imagem a seguir.

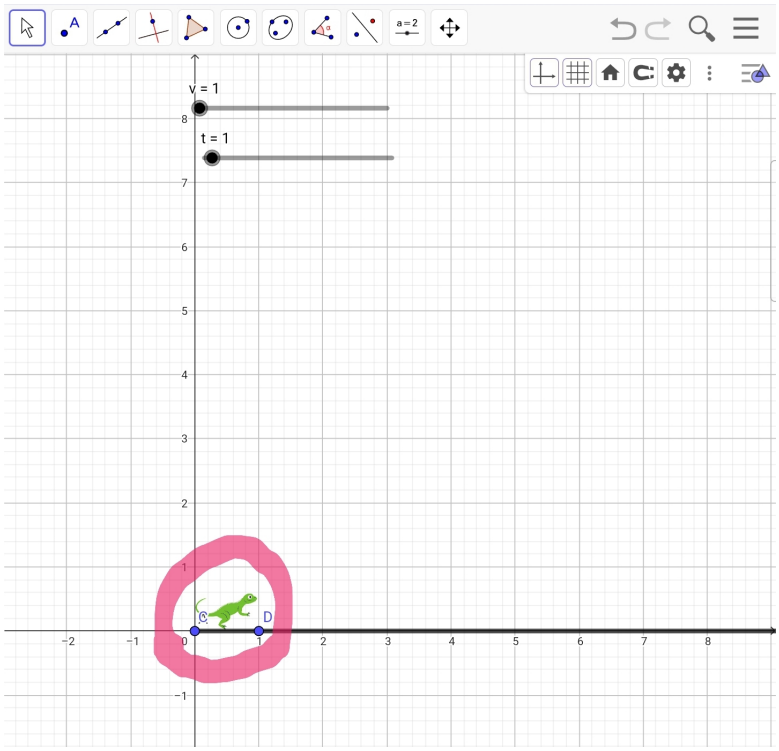


Figura 16: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 15: Agora vamos configurar para que o calango consiga se movimentar sobre o segmento de reta, para isso os pontos devem ser fixados ao controle deslizante para acompanhar o movimento da imagem. Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto *C* e em seguida em **Configurações**, como indicado na figura abaixo.

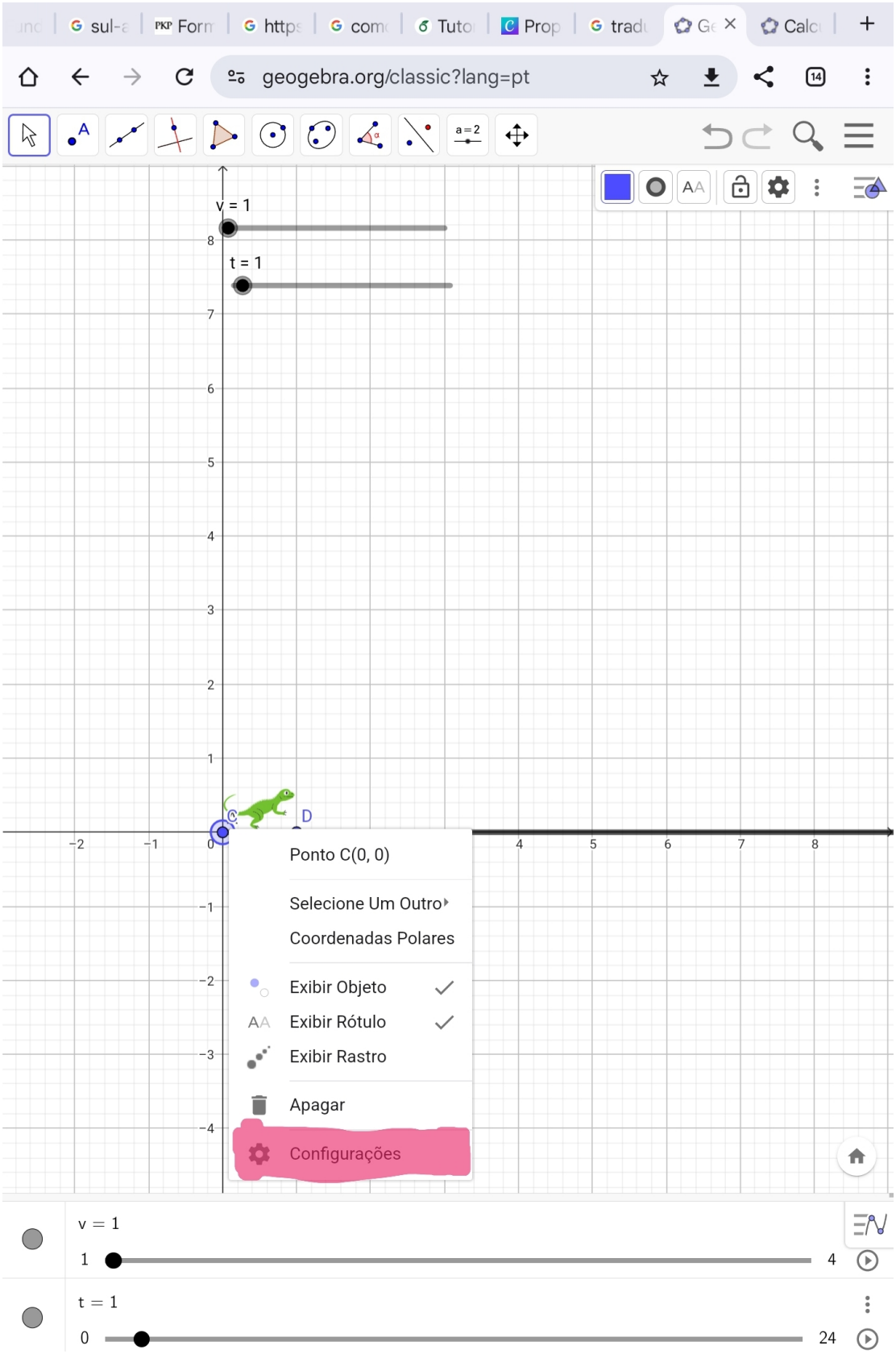


Figura 17: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 16: Ao abrir uma nova janela, configure alguns campos de modo que fiquem parecidos com o que está destacado na imagem abaixo. Com isso fixamos o ponto *C* ao controle deslizante e ao desmarcar a caixa **Exibir Objeto** ocultamos este ponto na tela.

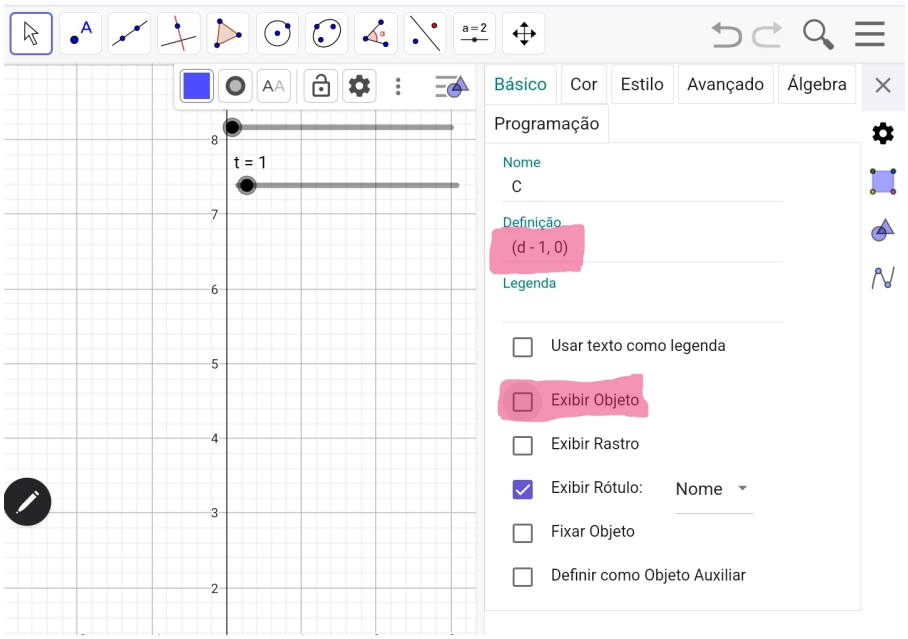


Figura 18: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 17: Repita o passo anterior com o ponto *D*, mudando apenas a configuração que deve ficar como consta na imagem a seguir.

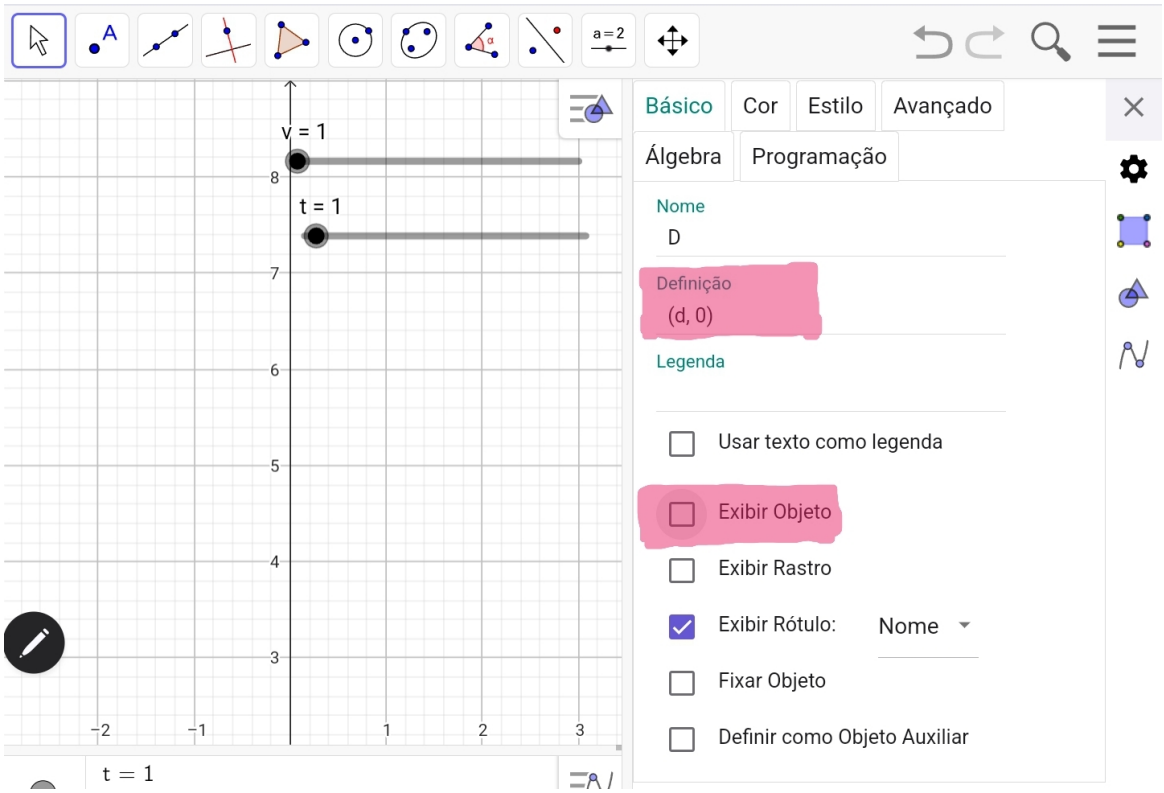


Figura 19: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 18: Agora vamos inserir o gráfico que vai ser gerado a partir da proporção direta. Na caixa de entrada digite $gráficoDireta(x) = tx$ e aperte enter. No contexto de proporção direta isto representa a constante de proporcionalidade. A escrita deverá ficar parecido com a imagem abaixo.

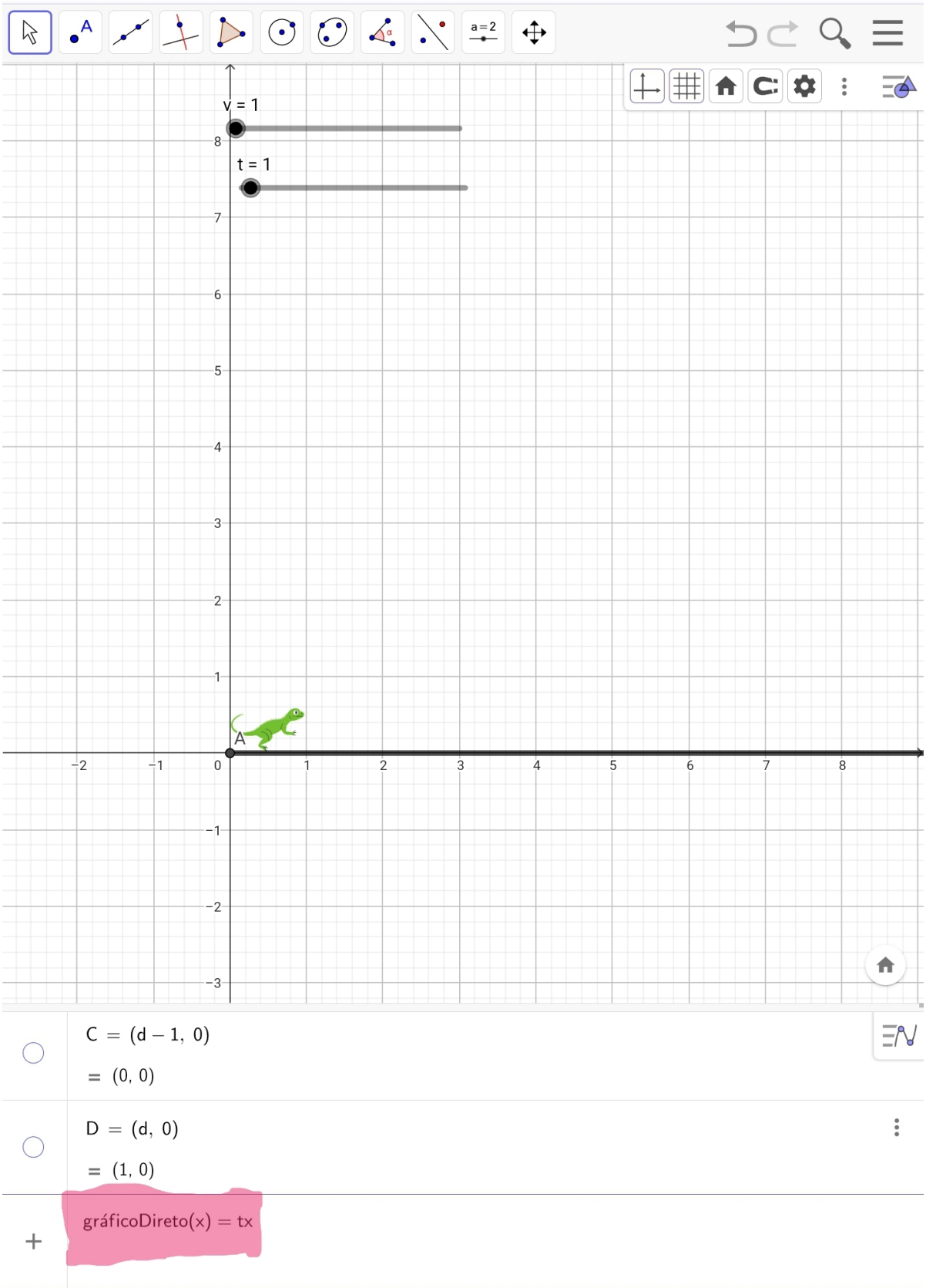


Figura 20: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 19: Neste passo estaremos inserindo e configurando uma caixa de seleção exibir ou ocultar o gráfico criado anteriormente. Clique no grupo de ferramentas do controle deslizante e identifique a ferramenta **Caixa para ExibirEsconder Objeto** e clique sobre ela.

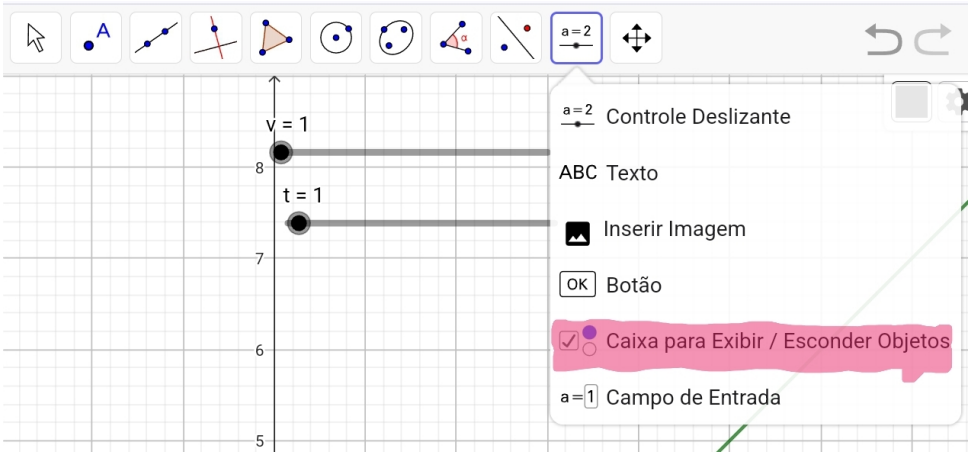


Figura 21: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 20: Ao abrir a janela, preencha os campos destacados na imagem abaixo com os respectivos dados e, em seguida, clique em OK.

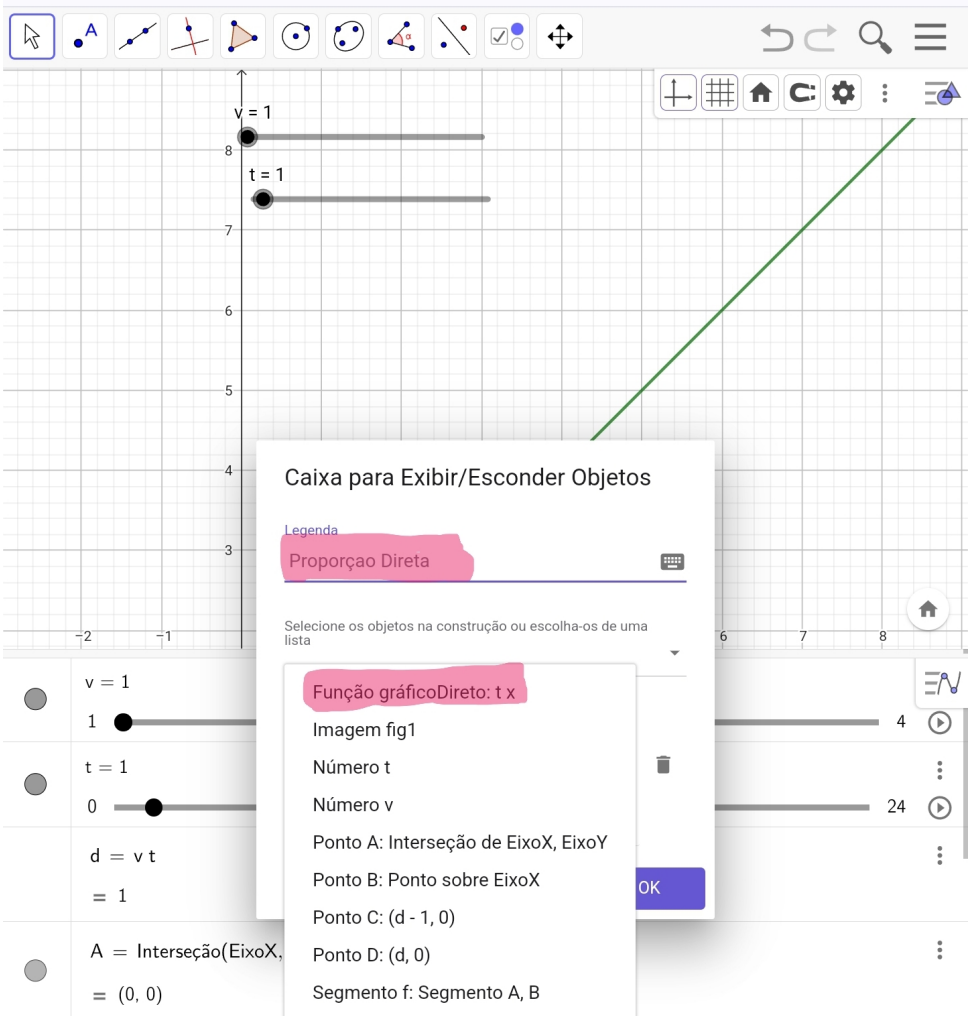


Figura 22: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 21: Agora vamos inserir o gráfico que vai ser gerado a partir da proporção inversa. Na caixa de entrada digite $gráficoInversa(x) = d/x$ e aperte enter. Com isso aparecerá na tela uma hipérbole, que é o gráfico resultante da proporção inversa. Deverá ficar parecido com a imagem abaixo.

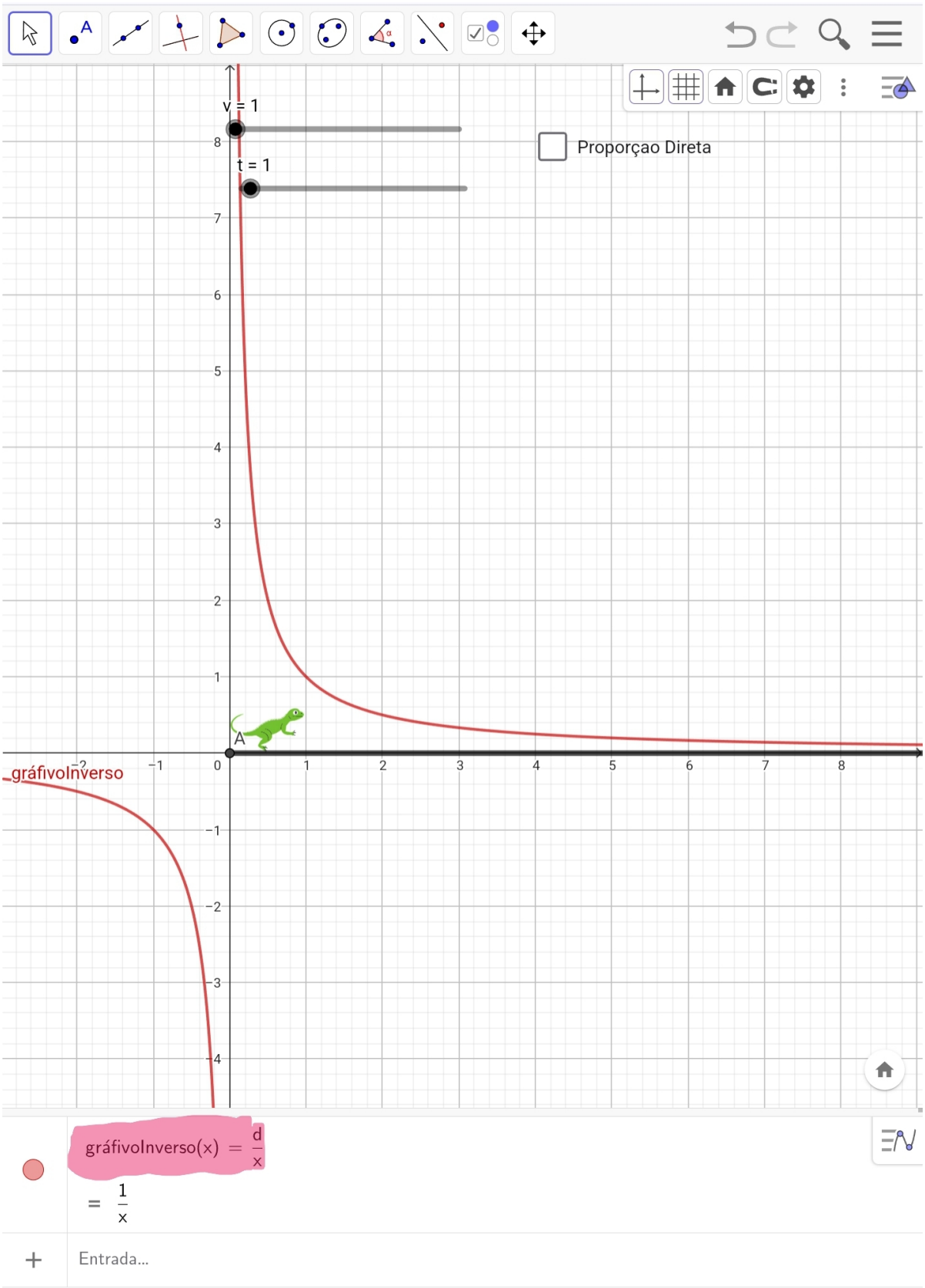


Figura 23: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Passo 22: Repetimos o passo em que foi criada e configurada a caixa Exibir/Esconder, com as configurações que constam na imagem a seguir.

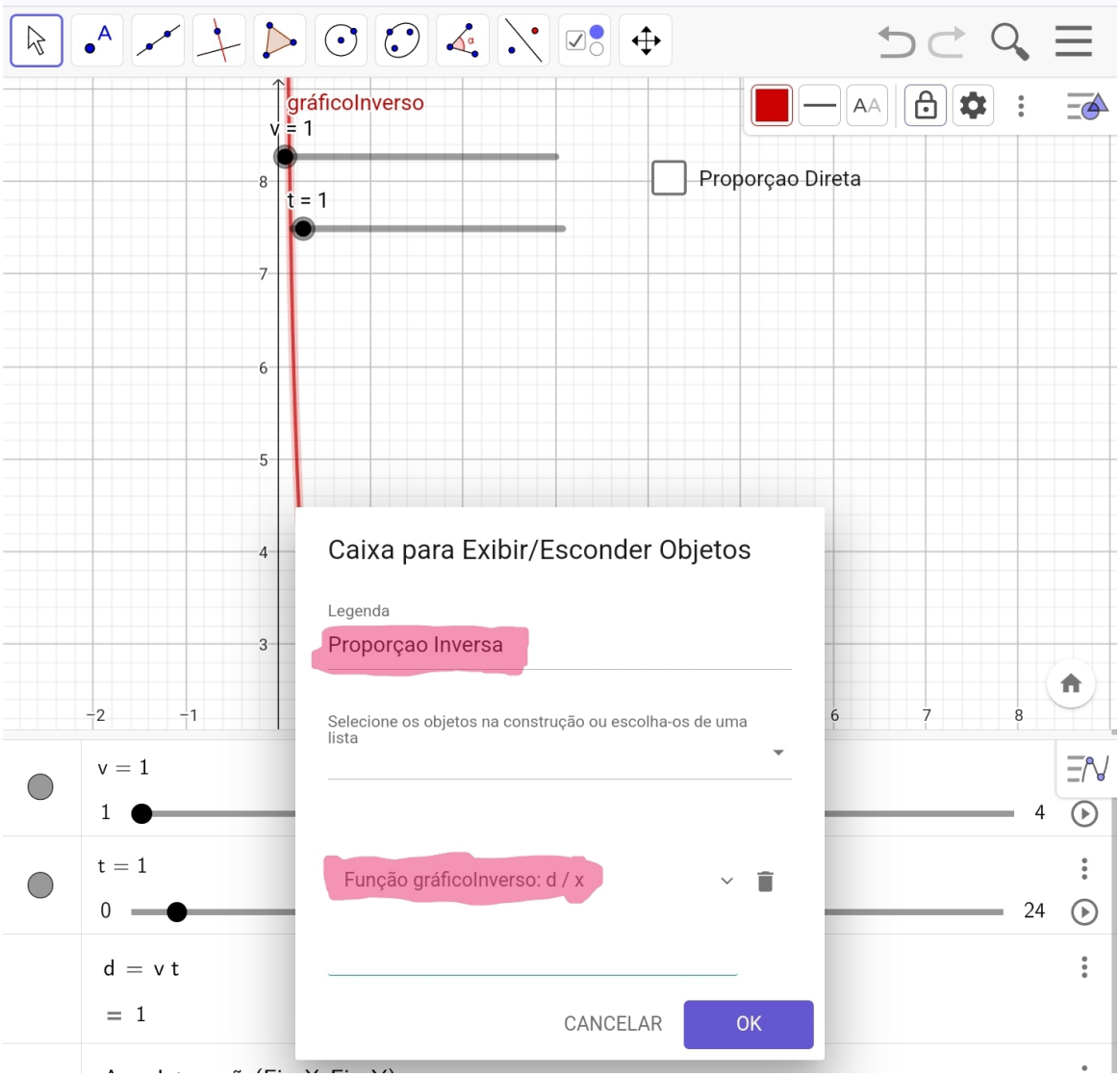


Figura 24: Ligando os pontos com a ferramenta Reta.

Atividade 1: Proporcionalidade Direta - Tempo e Distância

Objetivo: Observar e analisar a relação de proporcionalidade direta entre tempo e distância percorrida utilizando a animação criada no GeoGebra.

1. Certifique-se de que a animação está configurada com:
   - Velocidade fixa em 1 m/s no controle deslizante.
   - O ponto móvel (representando o calango) movendo-se ao longo do segmento de reta.
2. Varie o valor do controle deslizante **tempo** (t) e observe:
   - Quando $t = 1$ s, quantos metros o calango percorre?

- Quando $t = 2\,\text{s}$, $t = 3\,\text{s}$, e assim por diante, como varia a distância percorrida?

3. Identifique a relação direta entre t (tempo) e d (distância percorrida).

Perguntas para Reflexão:

1. O que acontece com a distância percorrida quando o tempo aumenta? Como você descreveria essa relação?

2. O gráfico gerado é uma linha reta. O que isso significa sobre a relação entre tempo e distância percorrida?

3. Se o tempo fosse de 3 s, quantos metros o calango teria percorrido? Verifique no gráfico e calcule o valor.

Atividade 2: Proporcionalidade Inversa - Velocidade e Tempo

Objetivo: Observar e analisar a relação de proporcionalidade inversa entre velocidade e tempo, mantendo a distância fixa em 24 metros.

1. Certifique-se de que a animação está configurada com:
   - A distância percorrida fixa em 24 metros.
   - Controle deslizante para **velocidade** variando entre 1 m/s e 4 m/s.

2. Varie o valor do controle deslizante **velocidade** (v) e observe:
    - Quando $v = 1\,\mathrm{m/s}$, quanto tempo (t) o calango leva para percorrer 24 metros?
    - Quando $v = 2\,\mathrm{m/s}$, $v = 3\,\mathrm{m/s}$, e assim por diante, como varia o tempo necessário para percorrer a mesma distância?
3. Identifique a relação inversa entre v (velocidade) e t (tempo).

Perguntas para Reflexão:

1. O que acontece com o tempo quando a velocidade aumenta? Como você descreveria essa relação?

2. O gráfico gerado é uma hipérbole. O que isso significa sobre a relação entre tempo e velocidade?

3. Qual é o tempo necessário para percorrer 24 metros a uma velocidade de $2\,\mathrm{m/s}$? Faça o cálculo e verifique no gráfico.

Atividade 3: Relacionando Proporcionalidades Direta e Inversa

Tabela Comparativa de Proporcionalidades A tabela abaixo compara os valores obtidos nas situações de proporcionalidade direta e inversa. Complete os espaços conforme os experimentos realizados.

Situação	Tipo de Proporção	Tempo (s)	Velocidade (m/s)	Distância (m)
Direta: Tempo = 1 s	Direta			
Direta: Tempo = 2 s	Direta			
Direta: Tempo = 3 s	Direta			
Direta: Tempo = 4 s	Direta			
Inversa: Velocidade = 1 m/s	Inversa			
Inversa: Velocidade = 2 m/s	Inversa			
Inversa: Velocidade = 3 m/s	Inversa			
Inversa: Velocidade = 4 m/s	Inversa			
(Resposta do aluno)	Direta			
(Resposta do aluno)	Inversa			

Perguntas para Responder

1. **Comparando as Proporções:**

   - O que acontece com o gráfico da proporcionalidade direta quando você aumenta o tempo?

   - O que acontece com o gráfico da proporcionalidade inversa quando você aumenta a velocidade?

2. **Semelhanças:**

   - Em que sentido as duas proporcionalidades se assemelham?

3. **Diferenças:**

   - Qual é a principal diferença no comportamento das grandezas envolvidas em cada tipo de proporção?

4. **Aplicações no Cotidiano:**

   - Cite uma situação do dia a dia que poderia ser modelada por uma relação de proporcionalidade direta.

   - Cite um exemplo que seja melhor representado por uma relação de proporcionalidade inversa.

5. **Análise Geral:**

   - Se você tivesse que explicar as diferenças entre proporcionalidade direta e inversa para outra pessoa, como você faria? Use exemplos concretos baseados nas atividades realizadas.

Perguntas para Responder

1. **Comparando as Proporções:**

   - O que acontece com o gráfico da proporcionalidade direta quando você aumenta o tempo?

   - O que acontece com o gráfico da proporcionalidade inversa quando você aumenta a velocidade?

2. **Semelhanças:**

   - Em que sentido as duas proporcionalidades se assemelham?

3. **Diferenças:**

   - Qual é a principal diferença no comportamento das grandezas envolvidas em cada tipo de proporção?

4. **Aplicações no Cotidiano:**

   - Cite uma situação do dia a dia que poderia ser modelada por uma relação de proporcionalidade direta.

   - Cite um exemplo que seja melhor representado por uma relação de proporcionalidade inversa.

5. **Análise Geral:**

   - Se você tivesse que explicar as diferenças entre proporcionalidade direta e inversa para outra pessoa, como você faria? Use exemplos concretos baseados nas atividades realizadas.

Você completou com sucesso as atividades sobre proporcionalidade direta e inversa, utilizando o Geogebra para visualizar e experimentar com as relações matemáticas. Com isso, você aprendeu a identificar e comparar as duas formas de proporcionalidade, além de explorar suas aplicações em situações do cotidiano.

Considerações Finais

O estudo da proporcionalidade direta e proporcionalidade inversa é fundamental para a compreensão de muitos conceitos matemáticos que aparecem tanto em situações cotidianas quanto em problemas mais complexos. Ao longo deste livro, exploramos como essas duas formas de proporcionalidade se manifestam em diferentes contextos, utilizando o Geogebra como uma ferramenta poderosa para visualizar e entender essas relações.

A partir das atividades propostas, você teve a oportunidade de experimentar e observar, na prática, como o tempo, distância e velocidade se relacionam entre si de maneira direta e inversa. Essas atividades foram desenhadas para permitir que você reconhecesse, por meio de gráficos e animações, a importância desses conceitos na resolução de problemas matemáticos e sua aplicação em diversas áreas, como física, economia e engenharia.

Além disso, o Geogebra se mostrou uma ferramenta importante para a visualização das relações matemáticas, tornando o aprendizado mais dinâmico e acessível. Sua capacidade de integrar álgebra, geometria e cálculo em uma plataforma única facilita o entendimento de conceitos que, de outra forma, poderiam parecer abstratos ou difíceis de compreender. A interatividade do Geogebra, especialmente com os gráficos e animações, contribui para uma compreensão mais profunda das variáveis envolvidas, tornando o processo de aprendizado mais envolvente.

O uso de tecnologia no ensino da matemática é, sem dúvida, uma das ferramentas mais eficazes para a educação do futuro. À medida que novas ferramentas digitais se tornam mais acessíveis, o aprendizado se torna mais inclusivo, prático e interessante para todos os tipos de alunos. A matemática, muitas vezes vista como uma disciplina desafiadora, pode ser mais compreendida e aplicada por meio do uso dessas ferramentas, ajudando não só na resolução de problemas, mas também no desenvolvimento do raciocínio lógico e analítico dos alunos.

Por fim, esperamos que este material tenha proporcionado uma compreensão mais clara sobre as relações de proporcionalidade e seu impacto em diversas áreas da matemática e da vida cotidiana. Com o uso do Geogebra e a exploração de conceitos teóricos e práticos, você agora está mais capacitado para entender como essas relações funcionam e como utilizá-las para resolver problemas matemáticos com eficiência.

Referências Bibliográficas

BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: Sala de Aula e Internet em Movimento. 1ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto e aplicações – Volume 1. São Paulo: Ática, 2012.

LIMA, Elon Lages. Meu professor de Matemática e outras histórias. Rio de Janeiro: SBM, 2008.

GEOGEBRA. GeoGebra - Matemática Interativa.

Autores

	RENATO MORAES DA SILVA – Graduado em Licenciatura em Matemática e em Química, com especialização em Educação com Ênfase no Ensino Fundamental II e Médio, e também especialista em Matemática e Suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho. Mestrando profissional em ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará – UEPA. Atualmente trabalha no ensino regular como professor efetivo do quadro da SEDUC-PA e professor efetivo do quadro da secretaria municipal de educação de Curralinho-Pará. E-mail: `r-e-nato@hotmail.com`
	CINTHIA CUNHA MARADEI PEREIRA – Possui graduação em Licenciatura em Matemática e em Tecnologia em Processamento de Dados, especialização em Informática Médica, Mestrado em Ciências da Computação e Doutorado em Genética e Biologia Molecular (Bioinformática). Atualmente é Professora da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA e vice-líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. E-mail: `cinthia@uepa.br`
	FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES – Pós-doutorado pelo Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN. Doutorado e Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará – UFPA. Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPA, Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará – UNESPA. Graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará - UFPA. Docente do Mestrado em Educação e do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará - UEPA. Líder do grupo de pesquisa em ensino de matemática e tecnologias. Experiência em desenvolvimento de software educacional na área de matemática e experiência em Geociências, com ênfase em Geofísica aplicada, nos temas: deconvolução, filtragem em Wiener, atenuação e supressão de múltiplas. E-mail: `fjca@uepa.br`