

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino de Matemática no
Nível Fundamental



Iara de Medeiros Alves

Ensino por atividade envolvendo comparação multiplicativa

Belém
2024

Iara de Medeiro Alves


Ensino por atividade envolvendo comparação multiplicativa

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará.

Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental.
Orientadora: Professora Dra. Maria Lourdes Silva Santos

Data da aprovação: 29/10/2024


Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 MARIA DE LOURDES SILVA SANTOS
Data: 01/11/2024 19:39:21-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

- Orientadora

Prof^a. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos


Doutora em Educação – Pontifícia Universidade Católica/PUC-RJ
Universidade do Estado do Pará

Documento assinado digitalmente
 PEDRO FRANCO DE SA
Data: 09/01/2025 11:37:30-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Examinador interno e coorientador

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte /UFRN
Universidade do Estado do Pará

Documento assinado digitalmente
 JOSE MESSILDO VIANA NUNES
Data: 05/11/2024 09:07:29-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

- Membro externo

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

Doutor em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica/ PUC-SP
Universidade Federal do Pará

Belém
2024

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo
com o ISBD**

**Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)**

Alves, Iara de Medeiro

Ensino por atividade envolvendo comparação multiplicativa / Iara de Medeiro
Alves. — Belém, 2024.

Orientadora: Prof^a. Dra. Maria Lourdes Silva Santos

Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) -
Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de Ciências Sociais e
Educação (CCSE), 2024.

1. Ensino de matemática. 2. Engenharia didática. 3. Ensino por atividade
experimental. I. Título.

CDD 22.ed. 510.71

RESUMO

ALVES, Iara de Medeiro. **Ensino por atividade envolvendo comparação multiplicativa.** Dissertação do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2024.

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar os possíveis efeitos de uma sequência didática com atividades experimentais provoca em aulas de matemática sobre o desempenho de resolução de problemas envolvendo comparação multiplicativa, em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa seguiu os preceitos da Engenharia Didática enquanto metodologia de pesquisa, obedecendo as suas etapas. A sequência didática foi fundamentada no Ensino por Atividades Experimentais, composta por 13 atividades. A Experimentação foi desenvolvida nos meses de outubro, novembro e dezembro, aplicamos inicialmente o questionário socioeducacional, o pré-teste, a sequência didática e o pós-teste, em uma turma do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual do município de Belém-PA. O tratamento estatístico utilizamos o teste Exato de Fisher para verificarmos as associações entre as variáveis envolvidas nos testes, o que revelou que nenhum dos fatores socioeducacional investigados interferiu significativamente nos resultados obtidos, indicando que as metodologias de ensino utilizadas foram as responsáveis pelo bom resultado obtido no experimento. Assim, elaboramos um produto educacional¹ com base em nossa pesquisa e nos resultados alcançados, com o propósito de que outros professores de matemática possam conhecer e utilizar em suas aulas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Engenharia Didática. Ensino por atividade experimental. Resolução de Problemas. Problemas de comparação multiplicativa.

¹ <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/921993>

ABSTRACT

ALVES, Iara de Medeiro. **Teaching by activity involving multiplicative comparison.** Dissertation of the Postgraduate Program in Mathematics Teaching (Master's in Mathematics Teaching) – State University of Pará, Belém, 2024.

This work presents the results of a research that aimed to analyze the possible effects of a didactic sequence with experimental activities provoked in mathematics classes on the performance of problem solving involving multiplicative comparison, in a 6th year elementary school class. The research followed the precepts of Didactic Engineering as a research methodology, following its steps. The didactic sequence was based on Teaching through Experimental Activities, consisting of 13 activities. The Experimentation was carried out in the months of October, November and December, we initially applied the socio-educational questionnaire, the pre-test, the didactic sequence and the post-test, in a 6th year elementary school class at a state public school in the city of Belém-PA. For statistical treatment, we used Fisher's Exact test to verify the associations between the variables involved in the tests, which revealed that none of the socio-educational factors investigated significantly interfered with the results obtained, indicating that the teaching methodologies used were responsible for the good result obtained in the test. experiment. Therefore, we created an educational product based on our research and the results achieved, with the aim that other mathematics teachers can learn about it and use it in their classes.

Keywords: Teaching Mathematics. Didactic Engineering. Teaching through experimental activity. Problem Solving. Multiplicative comparison problems.

LISTA DE GRÁFICO

Gráfico 1: Sexo dos professores.....	68
Gráfico 2: Faixa etária.....	68
Gráfico 3: Grau de escolaridade.....	69
Gráfico 4: Tempo de serviço.....	69
Gráfico 5: Como iniciam as aulas.....	70
Gráfico 6: O que mais sentem falta ao ministrar aulas.....	71
Gráfico 7: Como os professores selecionam os conteúdos.....	72
Gráfico 8: Forma de avaliação.....	73
Gráfico 9: Meios para fixar os conteúdos.....	74
Gráfico 10: Oferecimento de uma formação continuada.....	74
Gráfico 11: Participação na formação continuada.....	75
Gráfico 12: Os alunos gostam da disciplina.....	75
Gráfico 13: As dificuldades que os alunos apresentam.....	76
Gráfico 14: As atitudes dos professores quando os alunos apresentam dificuldades.....	77
Gráfico 15: Unidade temática.....	77
Gráfico 16: Elaboração de um material didático.....	80
Gráfico 17: Faixa etária dos estudantes consultados.....	126
Gráfico 18: Escolaridade dos responsáveis.....	127
Gráfico 19: Profissão do responsável masculino.....	128
Gráfico 20: Profissão do responsável feminino.....	128
Gráfico 21: Gostar de estudar matemática.....	129
Gráfico 22: Operação com mais dificuldades.....	130
Gráfico 23: Frequência de estudo fora da escola.....	131
Gráfico 24: Como o professor inicia as suas aulas.....	131
Gráfico 25: Forma de praticar o conteúdo.....	132
Gráfico 26: Sentimentos na avaliação de Matemática	133
Gráfico 27: Tempo utilizado na aplicação das atividades.....	153
Gráfico 28: Desempenho percentual por questões nos testes da turma....	160

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Situação de configuração retangular.....	26
Quadro 2: Situação de Combinação.....	27
Quadro 3: Situação de comparação multiplicativa de relação desconhecida.....	27
Quadro 4: Situação de Comparação multiplicativa de referente desconhecido.....	29
Quadro 5: Situação de Comparação multiplicativa de referido desconhecido.....	29
Quadro 6: Habilidades referente a comparação multiplicativa SAEB.....	35
Quadro 7: Habilidades referente a comparação multiplicativa BNCC.....	36
Quadro 8: Habilidades referente a comparação multiplicativa DCEP.....	36
Quadro 9: Estudos diagnóstico.....	38
Quadro 10: Situações trabalhadas no estudo de Pereira (2015).....	39
Quadro 11: Tipos de situações-problemas aplicadas na pesquisa de Espíndola e Moura (2017).....	44
Quadro 12: Resultados obtidos na questão 3.....	45
Quadro 13: Resultados obtidos na questão 4.....	46
Quadro 14: Estudos de intervenção.....	47
Quadro 15: Estudos formativos.....	51
Quadro 16: Etapas do desenvolvimento do estudo de Santos (2017).....	55
Quadro 17: Livros analisados.....	56
Quadro 18: Questões de comparação multiplicativa no livro do Dante(2018).....	59
Quadro 19: Questões de comparação multiplicativa no livro do Pataro e Balestri (2018)	62
Quadro 20: Questões de comparação multiplicativa no livro de Souza (2018).....	64
Quadro 21: Questões de comparação multiplicativa no livro de Sampaio (2018).....	66
Quadro 22: Ensino dos conhecimentos relacionados a comparação.....	78
Quadro 23: Situações envolvendo a comparação multiplicativa.....	79
Quadro 24: Etapas da resolução de problema.....	88
Quadro 25: Os tipos problemas segundo Dante (2007).....	89
Quadro 26: Atividades elaboradas.....	95
Quadro 27: Desempenho dos alunos em problemas de comparação multiplicativa.....	134

Quadro 28: Sequência das atividades aplicadas.....	137
Quadro 29: Previsão da conclusão ao dobro de um número.....	139
Quadro 30: Percentuais das conclusões (dobro).....	140
Quadro 31: Previsão da conclusão ao triplo de um número.....	140
Quadro 32: Percentuais das conclusões (triplo).....	142
Quadro 33: Previsão da conclusão ao quádruplo de um número	141
Quadro 34: Percentuais das conclusões (quádruplo).....	141
Quadro 35: Previsão da conclusão a metade de um número.....	143
Quadro 36: Percentuais das conclusões (metade).....	143
Quadro 37: Previsão da conclusão a terça parte de um número.....	143
Quadro 38: Percentuais das conclusões (terça parte).....	144
Quadro 39: Percentuais da atividade 4.....	145
Quadro 40: Classificação das conclusões feita na atividade 5.....	146
Quadro 41: Características das conclusões da atividade 5.....	146
Quadro 42: Classificação das conclusões feita na atividade 6.....	147
Quadro 43: Características das conclusões da atividade 6.....	147
Quadro 44: Percentuais da atividade 10.....	150
Quadro 45: Percentuais da atividade 11.....	151
Quadro 46: Percentuais da atividade 12.....	151
Quadro 47: Percentuais da atividade 13.....	152
Quadro 48: Desempenho dos alunos nos teste em %.....	152
Quadro 49: Confronto da análise a priori e análise a posteriori dos testes.....	156
Quadro 50: Desempenho por questões nos testes da turma.....	159
Quadro 51: Categorias de erros nos testes.....	163
Quadro 52: Desempenho por estudante nos testes de comparação multiplicativa.....	165
Quadro 53: Faixas de acerto por estudante nos testes de comparação multiplicativa.....	167
Quadro 54: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q1 dos testes.....	167
Quadro 55: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q2 dos testes.....	169
Quadro 56: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q3 dos testes.....	170

Quadro 57: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q4 dos testes.....	171
Quadro 58: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q5 dos testes.....	172
Quadro 59: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q6 dos testes.....	173
Quadro 60: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q7 dos testes.....	174
Quadro 61: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q8 dos testes.....	175
Quadro 62: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q9 dos testes.....	176
Quadro 63: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q10 dos testes.....	177
Quadro 64: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q11 dos testes.....	178
Quadro 65: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q12 dos testes.....	179
Quadro 66: Elaboração da sentença natural e escolha da operação nas questões do pós-teste.....	181
Quadro 67: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a frequência que estuda matemática fora da escola.....	183
Quadro 68: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e quem ajuda nas tarefas de Matemática.....	184
Quadro 69: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e as notas em matemática.....	185
Quadro 70: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados.....	186
Quadro 71: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a distração nas aulas de matemática.....	186
Quadro 72: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e quem ajuda nas tarefas de matemática.....	187

Quadro 73: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas em matemática.....	188
Quadro 74: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados.....	189
Quadro 75: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e distração nas aulas de matemática.....	190
Quadro 76: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e as notas em matemática.....	191
Quadro 77: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados.....	192
Quadro 78: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e a distração nas aulas de matemática.....	193
Quadro 79: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas em matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados.....	193
Quadro 80: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas em matemática e a distração nas aulas de matemática.....	194
Quadro 81: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e a distração nas aulas de matemática.....	195
Quadro 82: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto pela matemática e as notas no pré-teste.....	196
Quadro 83: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto pela matemática e as notas no pós-teste.....	196
Quadro 84: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e as notas no pré-teste.....	197
Quadro 85: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem e ajuda nas tarefas de matemática e as notas no pós-teste.....	198
Quadro 86: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e as notas no pré-teste.....	199
Quadro 87: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e as notas no pós-teste.....	199
Quadro 88: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas no pré-teste.....	200

Quadro 89: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas no pós-teste.....	201
Quadro 90: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas em matemática e as notas no pré-teste.....	202
Quadro 91: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas em matemática e as notas no pós-teste.....	203
Quadro 92: Correlações dos fatores socioeducativos e notas do pré-teste e pós-teste	203

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Elementos do Campo Conceitual.....	24
Figura 2: Subdivisões da Estrutura Multiplicativa.....	25
Figura 3: Representação da resolução – relação desconhecida	28
Figura 4: Representação da resolução – referente desconhecido	29
Figura 5: Representação da resolução – referido desconhecido	30
Figura 6: Resolução 1 situação referido desconhecido.....	40
Figura 7: Panorama da resolução das situações-problemas.....	45
Figura 8: Sequência didática de Santana (2018).....	50
Figura 9: Ideia de função por meio da máquina de calcular.....	58
Figura 10: Exemplo de atividade experimental de conceituação de potência.....	84
Figura 11: Exemplo de atividade experimental de redescoberta de potência.....	86
Figura 12: Resolução de um aluno na atividade 9.....	154
Figura 13: Resolução de um aluno na atividade 10.....	155
Figura 14: Resolução de um dos estudantes na questão Q7 do pré-teste.....	160
Figura 15: Demais erros cometidos na Q7 do pré-teste.....	161
Figura 16: Resolução de um dos estudantes na Q1, Q2, Q3 e Q4 do pré-teste.....	161
Figura 17: Operação equivocada na Q2 no pré-teste.....	162
Figura 18: Operação equivocada na Q5 no pré-teste.....	162

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
2	ENGENHARIA DIDÁTICA.....	17
3	ANÁLISES PRÉVIAS.....	21
3.1	TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....	21
3.2	ESTRUTURA MULTIPLICATIVA.....	24
3.3	COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA NOS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS BRASILEIROS.....	31
3.3.1	Parâmetro Curricular Nacional.....	31
3.3.2	Sistema de Avaliação da Educação Básica.....	34
3.3.3	Base Nacional Comum Curricular.....	35
3.3.4	Documento Curricular do Estado do Pará.....	36
3.3.5	Matriz de referência do Sistema Paraense de Avaliação Educacional.....	38
3.4	REVISÃO DE ESTUDOS.....	38
3.5	ANÁLISES DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	55
3.6	DIAGNOSTICO REALIZADO COM OS PROFESSORES.....	67
3.7	ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS.....	80
3.8	RESOLUÇÃO DE PROBLEMA.....	87
3.9	TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.....	91
4	ATIVIDADE EXPERIMENTAL DE COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA.....	94
5	DIAGNÓSTICO INICIAL COM OS ALUNOS.....	125
5.1	PERFIL DOS DISCENTES CONSULTADOS.....	126
5.2	TESTE DIAGNÓSTICO.....	133
6	EXPERIMENTAÇÃO.....	136
6.1	INTERVENÇÃO E DELINEAMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	153
7	ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO.....	156
7.1	CATEGORIAS DE ERROS NOS TESTES.....	163
7.2	ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL E ESCOLHA DA OPERAÇÃO ADEQUADA PARA SOLUCIONAR QUESTÕES DE COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA.....	168
7.3	CORRELAÇÕES DA ETAPA MULTIPLICATIVA DA EXPERIMENTAÇÃO.....	184
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	205
	REFERÊNCIAS	
	APÊNDICES	

1. INTRODUÇÃO

A presente pesquisa tem como objeto de estudo a comparação multiplicativa que está no eixo do Campo Conceitual Multiplicativo, também chamado de Estrutura Multiplicativa, difundida nas pesquisas de Vergnaud (1982, 1993, 2009). A comparação multiplicativa está associada ao que Vergnaud (1993) chamou de Teoria dos Campos Conceituais (TCC), Vergnaud (1993) definiu o campo conceitual, como um conjunto de situações, que requer conceitos, procedimentos e representações que estão ligados entre si. Essa teoria possui concepção cognitivista, que por sua vez visa a compreensão da construção do conhecimento, como a criança internaliza e produz seus conceitos, localizando processos de continuidade e rompimentos, por intermédio do campo conceitual,

O Campo Conceitual Multiplicativo é o conjunto de situações que envolvem as operações de multiplicação e divisão ou combinação das ambas, Assim, para que se tenha a apreensão de um conceito é necessário que o aluno se depare por uma série de diferentes situações. Nesse campo o aluno precisa se envolver a longo prazo com situações que abarquem todos os eixos do campo multiplicativo, como: proporção simples, dupla e múltipla; comparação multiplicativa, produto de medidas que envolve a configuração retangular e combinatória.

Este conteúdo em geral é abordado de maneira mais ampla no quinto ano do ensino fundamental. Para Magina, Santos e Merlini (2012) nas escolas quando se trabalha o Campo Conceitual Multiplicativo resume-se a memorização e manejo dos algoritmos, ou seja, para os autores o ensino das estruturas multiplicativas nas escolas não está de acordo com o objetivo do Campo Conceitual.

O interesse em estudar o Campo Conceitual Multiplicativo surgiu ainda na graduação, o qual o tema do Trabalho de Conclusão de Curso foi o Campo Multiplicativo. Assim, a motivação em prosseguir aprofundando o tema agora na formação continuada do mestrado abordando o campo conceitual da comparação multiplicativa.

Diversos estudos realizados, como Pereira (2015) e Magina, Santos e Merlini (2012) apresentam que as maiores dificuldades dos alunos estão no Campo Multiplicativo em comparação ao Campo Aditivo, indo ao encontro com as ideias de

Vergnaud, no que tange que a compreensão de um conceito envolve um conjunto de situações variadas e que os Campos Conceituais não são independentes. Inicialmente para subsidiar teoricamente esta dissertação nos apoiamos nas ideias de Vergnaud (1982, 1993, 2009), Sá, Mafrá e Fossa (2022), Santos (2017), Almeida (2017), Magina, Merlini e Santos (2012) e Gomes (2020).

Com a intenção de nortear essa pesquisa estabelecemos a seguinte questão de investigação: **Quais os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática por atividades experimentais sobre o desempenho de estudantes na resolução de problemas envolvendo comparação multiplicativa em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental?**

Estabelecemos como objetivo geral: Analisar os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades experimentais sobre o desempenho de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de comparação multiplicativa. Para atingir o objetivo geral proposto estabelecemos como objetivos específicos: Elaborar uma sequência didática fundamentada no Ensino por Atividades Experimentais; Testar a sequência didática composta por 13 Atividades Experimentais junto a uma turma de 6º ano; Disponibilizar um produto educacional contendo uma sequência didática fundamentada no Ensino por Atividades Experimentais para ajudar no ensino de resolução de problemas comparação multiplicativa.

A metodologia de pesquisa adotada neste trabalho está fundamentada na Engenharia Didática. As aplicações das atividades experimentais ocorreram em uma escola estadual na cidade de Belém, em uma turma do 6º ano do ensino fundamental. A amostra do experimento será composta pelos resultados obtidos na análise da turma.

O percurso escolhido para este trabalho considera os pressupostos da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, visto que entre as suas aplicações tal metodologia discorre de questões da prática docente e a sala de aula. Almouloud e Silva (2012, p.26) desenvolve a engenharia didática em quatro fases: análises prévias, concepção e análise a priori, experimentação, análise a posteriori e validação. Este trabalho será composto por essas quatro fases.

A primeira seção denominada de análises prévias apresenta considerações acerca da fundamentação teórica, da teoria dos campos conceituais, do campo conceitual multiplicativo, dos aspectos teóricos e a da resolução de problemas. Nesta etapa, foi feito o levantamento e análise de resultados de 8 (oito) pesquisas divididas em três categorias de estudos, sendo 4 de diagnóstico, 2 de intervenção e 2 de processo de formação de professores.

Na segunda seção denominada concepção e análise a priori, apresentamos uma proposta de Sequência Didática (SD) composta por 13 (treze) atividades e 1 (um) pré-teste e pós-teste;

A terceira seção que corresponde a experimentação, trata-se da aplicação da fase anterior, concepção e análise a priori. Nesta seção descrevemos como acontecerá a abordagem da escola, dos alunos e responsáveis, bem como os instrumentos que serão utilizados: pré-teste e pós-teste; questionário socioeducacional; sequência didática com as atividades.

A quarta seção aborda a análise a posteriori e a validação dos dados obtidos na experimentação, que será feita a sistematização e organização dos dados obtidos em quadros, tabelas e gráficos, por meio da comparação percentual dos resultados dos testes que serão aplicados. Nesta seção, buscaremos apresentar se houve ou não uma melhora significativa no desempenho dos alunos em relação aos resultados iniciais, apresentar os resultados obtidos através das questões socioeducativas, e as notas do pré-teste e pós-teste, mostrando se houve alguma influência no resultado da análise dos dados.

2. ENGENHARIA DIDÁTICA

Nossa sequência didática será construída seguindo os preceitos da Engenharia Didática, no qual é uma metodologia de pesquisa e teoria educacional que surgiu no campo da Didática da Matemática. Proposta no início da década de 1988, pela pesquisadora em didática da matemática Michelle Artigue (Sá; Alves, 2011) essa metodologia foi pensada com ideais construtivista e com pressupostos da psicologia genética. Teve sua criação na escola francesa de didática da matemática, dentre os pesquisadores que foram fundamentais na sua criação, com os seus trabalhos servindo como suporte teórico temos, Douady, Chevallard e Brousseau, que também obtiveram influência de Piaget e Vygotsky. De acordo com Artigue (1988), o termo Engenharia Didática é em virtude de comparar o trabalho do professor/pesquisador ao trabalho de um engenheiro durante a realização de um projeto.

[...] engenheiro que, para realizar um projeto específico, conta com o conhecimento científico de sua área, concorda em se submeter a um controle de tipo científico. mas, ao mesmo tempo, vê-se obrigado a trabalhar objetos muito mais complexos do que os objetos refinados da ciência e, portanto, para enfrentar na prática, com todos os meios à sua disposição, para problemas que a ciência não quer ou ainda não pode apoiá-lo. (ARTIGUE, 1988 p. 283)

Segundo Sá e Costa (2011) a Educação Matemática estava em busca de uma metodologia de pesquisa que envolve-se a dimensão teórica e experimental em didática da Matemática. Dessa forma a metodologia engenharia didática surgiu com o intuito de mudanças na forma de ensino. Para Artigue (1988, p.285) a engenharia didática como metodologia de pesquisa visa um “desenho experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, ou seja, na concepção, produção, observação e análise de sequências de ensino” a sua validação ocorre com a realização comparativa entre a análise a priori e a análise posteriori. Desse modo a Engenharia Didática aplicada ao ensino interligar ação teórica com a ação experimental em ações pedagógicas (realizações didáticas).

Para atingir seus objetivos a Engenharia Didática é composta por fases ou etapas, que de acordo com Artigue(1988, p.287) são respectivamente: (a) **Análises**

prévias; (b) Concepção e análise a priori das situações didáticas; (d) Experimentação; (e) Análise a posteriori e validação.

A fase de **análises prévias**, consiste na obtenção do referencial teórico, dos dados que serão essenciais para estudos, análises e na elaboração da sequência didática. É composta primeiramente da definição e identificação, depois a análise epistemológica do objeto de estudo, como ocorre o ensino, análise das concepções, dificuldades e obstáculos dos alunos, escolhas de atividades e objetivos a serem desenvolvidas na investigação e na sequência didática. (Almouloud, 2007)

Para Almouloud (2007) os objetivos principais das análises prévias é identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delimitar as hipóteses, fundamentos teóricos e metodológicos da investigação.

Na **fase de concepção e análise a priori**, tem como objetivo a elaboração da sequência didática do objeto de estudo e formulação de hipóteses, com base no que foi obtido na análise prévias. Uma sequência didática sob essa perspectiva é constituída por um conjunto de atividades, no qual se espera que as atividades levem os alunos a desenvolverem competências e habilidades relacionadas ao objeto de estudo. (Sá; Alves, 2011). Para Almouloud (2007) esta etapa "é importantíssima, pois de sua qualidade depende o sucesso da situação-problema, [...]permite ao professor poderá controlar a realização das atividades dos alunos, e, também, identificar e compreender os fatos observados" (P.176)

Segundo Sá e Alves (2011), na elaboração das atividades é recomendável: Um roteiro da atividade numa linguagem clara e acessível aos alunos; o roteiro tenha título, objetivos, lista do material necessário, descrição clara dos procedimentos a serem realizados, espaço para registro de resultados ou de observações obtidas com a atividade; para cada atividade um objetivo; atividade de acordo com as condições cognitivas, emocionais e intelectual da turma, possam perceber regularidades que podem ser expressas na forma de um conceito, propriedade ou procedimento.

O papel do professor na aplicação da sequência didática é de mediador e orientador, poderá realizar intervenções para contribuir com o andamento da sequência. Nos momentos finais da aplicação é possível que o professor realize a finalização das conclusões. (Sá; Alves, 2011)

Para Artigue (1996, apud Sá; Alves, 2011), há duas variáveis que podem ajudar o professor a alcançar os objetivos proposto em sua aplicação, essas variáveis são classificadas como: *macrodidáticas* refere-se a organização global da engenharia. A *microdidática* são aquelas que dizem respeito a organização local da engenharia

Para Almouloud (2007) nesta etapa há nas situações propostas duas análises, uma *matemática* e uma *didática*. Na análise matemática temos a identificação das estratégias/métodos de resolução das situações, evidenciando os conhecimentos e saberes matemáticos envolvidos. Na análise didática podemos analisar as situações propostas ao saber matemático; identificar e escolher as variáveis de comando necessária para o estudo, prever e analisar as dificuldades que os alunos podem se deparar; identificar os conhecimentos novos que podem ser adquiridos pelos alunos, e prever os saberes e métodos resolutivo que podem ser institucionalizados.

A **fase da Experimentação** é o momento que exposto em funcionamento tudo o que foi planejado nas etapas anteriores, é a fase em que o material elaborado e construído para compor a sequência didática é aplicado, tem como laboratório a *sala de aula*. Cada encontro é chamado de “sessão”, durante a fase é possível realizar correções, com a aplicação em andamento. É importante que o professor nesta fase verifique como está a aplicação e o plano de ação que foi elaborado, se estão em conformidade, e a importância dos registros, dos instrumentos de produção de informações. (Sá; Alves , 2011)

Experimentação: consiste na aplicação da sequência didática, tendo como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação. (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 27).

Já na análise a **posteriori** e a **validação**, é o momento de se realizar o tratamento e comparação dos dados obtidos durante a experimentação com os resultado esperado nas análises a priori. Os dados geralmente são obtidos por ficha de atividade entregue aos alunos, questionários, relatórios e observações realizados durante a experimentação. (Sá e Alves, 2011)

A análise a posteriori consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo, produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nela análise, se faz necessária sua

confrontação com a análise a priori para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação. (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 27)

A última etapa a **validação** os resultados adquiridos com a aplicação é verificado se o aprendizado foi consolidado e se o objetivo foi alcançado determinando a validação se os resultados foram satisfatórios ou não validação, se a sequência não chegou ao resultado esperado. (Almouloud e Silva, 2012)

Em nossa pesquisa na fase de análises prévias apresentaremos a revisão de estudos sobre os aspectos epistemológico, curriculares e expor os dados obtidos com o estudo diagnóstico realizados juntos com os alunos participantes da pesquisas, por meio desses dados vamos obter os problemas de ensino e aprendizagem, as dificuldades, obstáculos e iniciaremos a escolhas das atividades que irão compor a nossa sequência didática. Na fase de concepção e análise a priori elaboraremos a sequência didática que visa o ensino da ideia de multiplicação associada a comparação multiplicativa.

Na experimentação descreveremos a aplicação da sequência, o *lôcus* será uma escola localizada na cidade de Belém/PA, e nesta fase vamos obter os registros, os dados, as informações que irão nos dar suporte para a próxima fase que é a posteriori e validação, no qual vamos realizar os tratamentos de dados para a análise comparativa dos objetivos iniciais com o resultados obtidos, é assim verificar a eficácia da sequência didática.

3. ANÁLISES PRÉVIAS

3.1 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A comparação multiplicativa está associada ao que pesquisador e professor Gérard Vergnaud chamou de Teoria dos Campos Conceituais (TCC), assim como a engenharia didática, esta teoria possui concepção cognitivista, que por sua vez visa a compreensão da construção do conhecimento, como a criança internaliza e produz seus conceitos. “Trata-se de uma teoria psicológica do conceito, ou melhor da conceitualização do real que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual” (Vergnaud, 1993, p.1). Para o autor entende-se como conhecimento, as habilidades e as informações expressas (ibid)

O professor Vergnaud foi um Matemático Francês com formação também em Filosofia e Psicologia, adepto dos estudos de Jean Piaget, Vergnaud foi orientando de Piaget. Para Vergnaud os professores tem que propor situações para que aprendizado aconteça, e que o conhecimento é compreendido tanto o saber fazer como os saberes expressos, assim entende-se que a aprendizagem é um processo que pode ser desenvolvido por meio de ações pedagógicas, ligadas à prática de ensino, assim o foco neste campo é o aluno. (Santos, 2017)

Para Vergnaud (1982) um campo conceitual é

Um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relacionamentos, estruturas conteúdos, e operações de pensamento, conectados uns aos outros e provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição.(VERGNAUD, 1982,p.40, tradução nossa)

Desse modo podemos inferir que o campo conceitual é um conjunto de situações diversificadas, envolve conceitos, atividade cognitiva, diferentes procedimentos e representações simbólicas que estão conectadas no momento de sua aprendizagem

A seguir apresentaremos os principais conceitos que envolvem a Teoria dos Campos Conceituais: **conceito, situação, invariante operatório, representação simbólica (significante), esquema.**

Segundo Vergnaud (1993) quando estamos interessados no ensino e aprendizagem de um conceito, ele não deve ser resumido apenas à sua definição. A

construção de um conceito é subjetivo, a definição podemos associar com um significado. Ainda conforme o autor, o conhecimento é abstraído pelo aluno quando para este é proposto diferentes situações e problemas, no qual na sua resolução é que o conceito passará fazer sentido para o aluno, pois será necessário uma mobilização de conhecimentos adquiridos anteriormente

Para o Vergnaud (1993, p. 8) conceito é uma tríade que envolve: referência, significado e significante. A referência é o conjunto de situações que fornecem sentido ao conceito. O significado permite a operação dos esquemas, o significante são as representações, seja das situações, das propriedades.

Segundo Vergnaud (1993) há duas classes de situações,

- 1- classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento, e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
- 2- classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso (VERGNAUD, 1993, p.2)

De acordo com Almeida (2017) na primeira classe quando o aluno, o aluno já possui as competências/conhecimentos necessários para a sua resolução, o realiza de forma automatizada, na segunda classe necessita tentativas necessitando de um maior tempo de reflexão, pois ele ainda não tem todos os conhecimento necessário, não o realiza de forma automatizada. Segundo Vergnaud (1993) na primeira classe o aluno utiliza somente um esquema, na segunda como ele não tem de forma mecânica é necessário a mobilização de vários esquemas.

Os invariantes operatórios fornece significados ao conceito, assim também fornece o reconhecimento dos elementos necessários, como objeto, propriedades, relações, representações para a determinada solução, ou seja permitem reconhecimento de informações que serão úteis para a formação de esquemas (Pereira, 2015)

Designam-se pelas expressões “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação” os conhecimentos contidos nos esquemas. Pode-se também designá-los pela expressão mais global “invariantes operatórios” (Vergnaud, 1993, p.4)

O Vergnaud (1993) divide os invariantes operatórios em três tipos. O primeiro é proposição, podem assumir valor lógico verdadeiro ou falso, incluem neste tipo os teoremas-em-ação. O segundo tipo é o proposicional, podemos citar como exemplo um conceito, um processo operatório. O terceiro tipo é o argumento, ou seja a argumentação de algo.

Temos em Gomes (2020) segundo a autora que quando o estudante utiliza seus conhecimentos, está utilizando os invariantes operatórios, assim entende-se que os invariantes operatórios constituem os esquemas e com base neles os alunos podem escolher a ação mais adequada para lidar com a situação proposta.

A representação simbólica é a interação entre os invariantes operatórios e as situações, os quais representarão os esquemas. Os exemplos mais comuns de representação simbólica são por meio das operações matemática e representação pictórica (símbolos numéricos para representar determinada situação e desenhos), ou seja, reúne os objetos necessários que permite a ligação entre o conceito e a situação. (Pereira, 2015)

Para Vergnaud (1993)

Chamemos "esquema" a organização invariantes do comportamento para uma classe de situações dadas. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. (Vergnaud, 1993, p.2)

Assim temos que os esquemas são as organizações dos pensamentos, das estratégias necessárias para a resolução, e como podemos observar para Vergnaud (1993) é nos esquemas que estão os elementos cognitivos que permitem a ação do estudante ser operatória, segundo Gomes (2020) o papel da educação conforme esta teoria deverá proporcionar o desenvolvimento da criança, para que ela possa desenvolver uma diversidade de esquemas que contribua com seu desenvolvimento cognitivo.

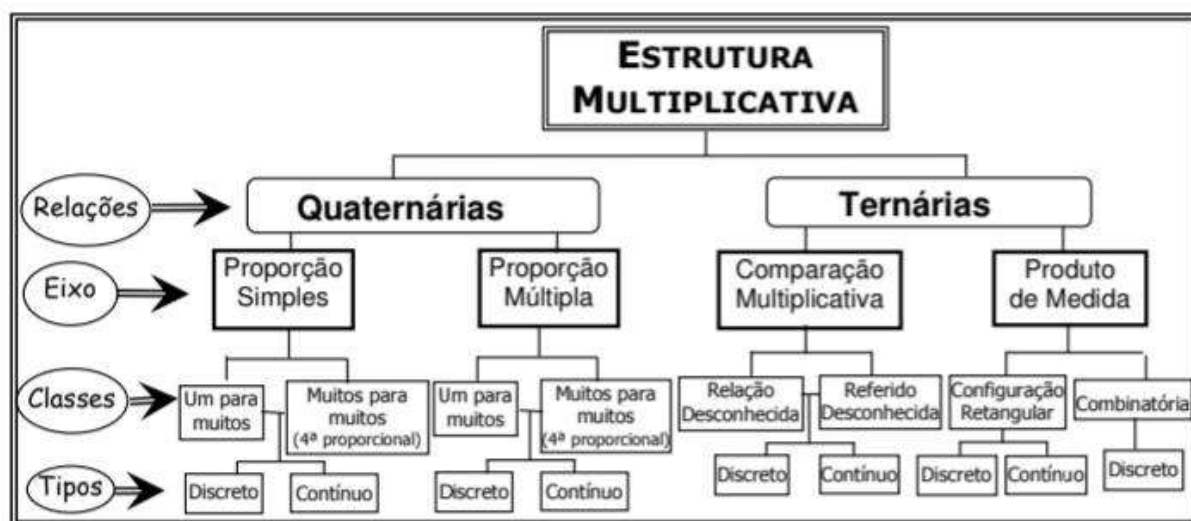
A figura 1 a seguir do trabalho de Moreira (2012), apresenta em forma de um mapa mental os elementos que compõem o campo conceitual e como eles se conectam.

linear, fração, razão, número racional, múltiplo e divisor. (VERGNAUD, 1993, p.10)

Partindo de Vergnaud (1993) podemos dizer que o Campo Conceitual Multiplicativo é o conjunto de situações que envolvem as operações de multiplicação e divisão ou combinação das ambas. Assim, como vimos anteriores para que se tenha a abstração de um conceito é necessário que o aluno se depare com distintas situações, como veremos a seguir o campo multiplicativo, mas precisamente a estrutura multiplicativa é composta pelos eixos: proporção simples, dupla e múltipla; comparação multiplicativa, produto de medidas, os alunos precisam ter contato com situações e problemas que envolvam esses eixos

Para Magina, Santos e Merlini (2011) nas escolas quando se trabalha o Campo Conceitual Multiplicativo resume-se a memorização e manejo dos algoritmos, ou seja, o ensino das estruturas multiplicativas nas escolas não está de acordo com o objetivo do Campo Conceitual. Na figura 2 a seguir podem ser vistas as subdivisões proposto por Magina, Santos e Merlini (2011) das Estruturas Multiplicativas. Na sequência explicaremos cada uma, principalmente a comparação multiplicativa.

Figura 2: Subdivisões da Estrutura Multiplicativa



Fonte: Magina, Santos e Meriline (2011, p.3)

Relação Quaternária segundo Vergnaud (2009) são relações que ligam quatro elementos entre si. A relação quaternária é dividida por três eixos: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla, que por sua vez, se constituem em duas classes: um para muitos e muito para muitos. Cada classe há dois tipos de quantidade: contínua e discreta.

A quantidade é dita contínua quando assume um valor numérico que pertence ao conjunto dos números reais e a quantidade definida como discreta quando pertence ao conjunto de resultados possíveis de enumeração (Santos, 2017)

A proporção simples envolve uma relação de quatro quantidades. O eixo divide-se em duas classes: a correspondência um para muitos, a relação entre as variáveis está explícita; já muitos para muitos a relação não está explícita. (Gomes, 2020)

Segundo Pereira (2015) proporção dupla são situações que envolvem mais de duas grandezas que se relacionam duas a duas separadamente a menos uma delas seja proporcional à duas outras separadamente. A proporção múltipla se difere da proporção dupla por envolver mais de duas grandezas que se relacionam de duas a duas juntamente.

As **Relações Ternárias** são relações entre três quantidades diferentes em que são conhecidos dois delas e objetiva encontrar a terceira quantidade, segundo Vergnaud (2009) as relações ternárias são relações que ligam três elementos entre si. Divide-se em Comparação Multiplicativa e Produto de Medidas, o eixo comparação multiplicativa é composta por duas classes: relação desconhecida, referido e referendo, que por sua vez apresenta o tipo contínua e discreta. O eixo produto de medidas também é constituído por duas classes: configuração retangular e a combinatória. Primeiramente explicaremos o eixo de produto de medida, e por conseguinte, a comparação multiplicativa.

Conforme Pereira (2015) o produto de medidas é uma relação entre três grandezas, pode estar no plano numérico ou dimensional, sendo que uma dessas grandezas é produto das outras duas. Por sua vez, a configuração retangular obedece esta relação, podemos ter a seguinte linguagem matemática: $a \times b = c$ ou $c : a = b$, tal que a , b e c pertencem ao conjunto dos números reais. Vejamos um exemplo no quadro 1:

Quadro 1 - Situação de Configuração Retangular

Em um anfiteatro, as cadeiras estão dispostas em 20 linhas e 15 colunas.
Qual é o número total de cadeiras?

Fonte: DANTE (2018, p.45)

No exemplo acima são dados dois valores, a quantidades de linhas e colunas que as cadeiras estão dispostas, deseja-se encontrar o terceiro valor, a quantidade total de cadeiras, no qual pode ser calculada pela relação $20 \times 15 = 300$.

Para Santos (2017) a classe combinatória parte de dois conjuntos disjuntos de modo que formem um terceiro conjunto das possíveis combinações enumeráveis, assim são trabalhadas apenas situações com quantidades discretas. Vejamos um exemplo no quadro 2.

Quadro 2 - Situação de Combinação

Elisa vai vestir uma boneca e dispõe de 5 saias e 6 blusas. De quantas maneiras diferentes ela pode vestir a boneca?

Fonte: DANTE(2018, p.45)

No exemplo acima são dado dois conjuntos disjuntos, a quantidade de saias e blusas, que irão se formar em um terceiro conjunto que será a quantidade de combinações possíveis, no qual pode ser obtida pela relação $5 \times 6 = 30$.

Segundo Magina, Santos e Merlini (2011), situações envolvendo comparação multiplicativa encontra-se logo no início da escolarização, quando são trabalhadas situações envolvendo a relação de dobro, triplo e metade, elas o chama de uma situação elementar da comparação multiplicativa.

Em uma situação que envolve Campo Multiplicativo é necessário que haja uma **relação** que determine a **operação** que **utilizaremos** para a resolução, e se a operação será de multiplicação ou divisão. A esta relação damos o nome de relação desconhecida. O **referente** está relacionado ao que será a **referência** para a possível resolução. Por exemplo, quando o exercício cita “Quantas vezes a quantidade tal é maior/menor “, ou seja essa “ “quantidade” será a nossa referência e por último o **referido** está relacionado o que foi mencionado.(Santos, 2017). Vejamos um exemplo quando a relação é desconhecida, no quadro 3.

Quadro 3 - Situação de Comparação multiplicativa de relação desconhecida.

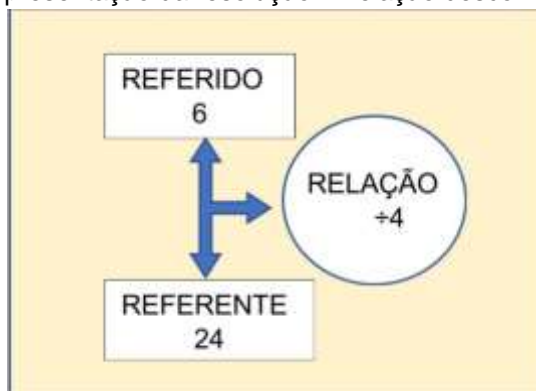
Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. **Quantas vezes** a coleção de Cido é **menor** do que a de José?

Fonte: PEREIRA (2015, p.52)

No exemplo acima são dados os valores de duas quantidades, logo o terceiro valor desconhecido será o da relação existente entre essas quantidades. Pelo enunciado “**Quantas vezes menor**” subentende-se que a relação, ou seja a operação que será necessária para a resolução é de divisão. O referente será a quantidade de carrinhos de José e o referido a quantidade de carrinhos do Cido.

Para a resolução, os valores ficarão da seguinte maneira (referente \div referido = relação), assim $24 \div 6 = 4$, logo a coleção de carrinhos de Cido é 4 vezes menor do que a de José. Mas é se fosse perguntado “**Quantas vezes a coleção de José é maior do que a de Cido?**”, teríamos que usar também a operação de divisão e assim chegaríamos a mesma conclusão, mas só que agora a resposta seria “a coleção de José é 4 vezes maior do que a de Cido”. Podemos representar esta situação utilizando o seguinte esquema dentre os vários que Vergnaud (2009) propõem teremos na figura 3 a representação.

Figura 3: Representação da resolução – relação desconhecida



Fonte: elaborado pela autora, 2023.

De acordo com Santos (2017, p.48)

“situações-problemas em que a relação é desconhecida nos permitem afirmar que não importa se expressão linguística é “vezes mais” ou “vezes menos”, a operação mais indicada para a resolução do Campo Conceitual Multiplicativo será sempre uma divisão.”

Mas nem todas as situações-problema em comparação multiplicativa envolve somente a relação desconhecida, há também referendo e referido desconhecido, adiante veremos exemplos dos demais casos. Nesta primeira situação o **referente é desconhecido**:

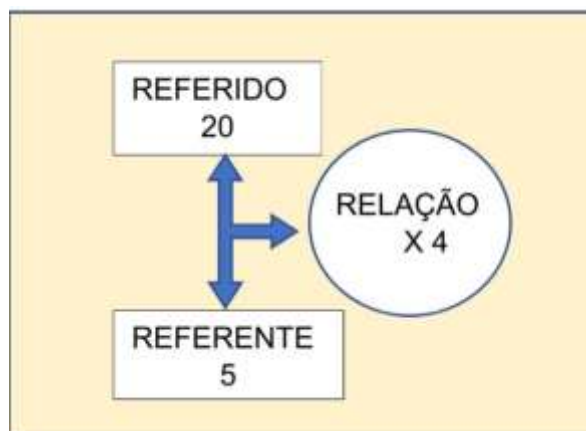
Quadro 4: Situação de Comparação multiplicativa de referente desconhecido

A distância entre a casa de José e a escola é de 20 quilômetros e a distância da casa de Luís e até a escola é **4 vezes** menor do que a de José. Qual a distância entre a casa de Luís e a escola?

Fonte: adaptada, PEREIRA (2015, p.52).

Nesse exemplo é dado o valor do referente que será a distância entre a casa de José e a escola, e a relação quatro vezes menor, assim o referendo desconhecido é a distância entre a casa de Luís e a escola. A expressão “4 vezes menor” nos remete a ideia de divisão pela relação temos o referido dividido pela relação, assim $20 \div 4 = 5$, ou seja a distância da casa de Luís da escola é de 5 km. Pela representação do esquema, temos na figura 4.

Figura 4: Representação da resolução – referente desconhecido



Fonte: elaborado pela autora, 2023.

Agora falaremos quando o **referido for desconhecido**, vejamos o exemplo abaixo no quadro 5.

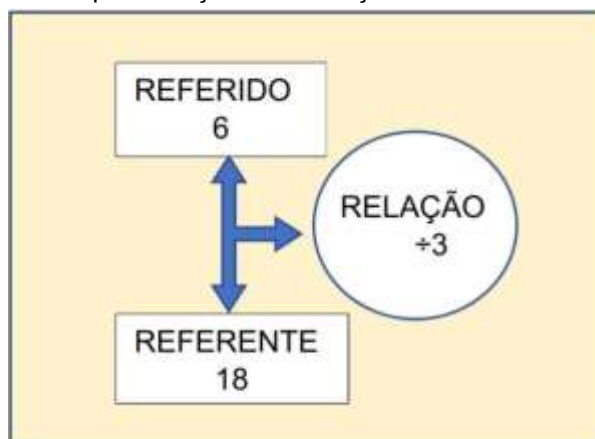
Quadro 5: Situação de Comparação multiplicativa de referido desconhecido

Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem **3 vezes menos**. Quantas figurinhas ele tem hoje?

Fonte: PEREIRA (2015, p.52)

No exemplo acima é dado o referente, o total de figurinhas e a relação 3 vezes menor, assim é solicitado o referido que é o total de figurinhas que ele tem atualmente, como foi citado no exemplo anterior a expressão “**vezes menos**” a relação será a de divisão, entretanto quando há a expressão “**vezes mais**” a relação utilizada será a de multiplicação. Vejamos um exemplo na figura 5.

Figura 5: Representação da resolução – referido desconhecido



Fonte: elaborado pela autora, 2023.

Para Magina, Santos e Merlini (2011), não é simples compreender a incongruência ou a congruência entre os termos da situação e a operação requerida, entender, por exemplo, que duas vezes mais pode ter o significado de multiplicação e duas vezes menos o significado de divisão, entretanto, incongruência entre os termos aparece a relação vezes mais, no entanto a operação a ser utilizada para resolver a situação é a divisão, ou vezes menos e a operação requerida é a multiplicação.

As dificuldades se acentuam em virtude de esses termos estarem empregados de maneira equivocada nessas situações de comparação multiplicativa, “tantas vezes mais” é diferente do termo “tantas vezes”, vejamos a situação anterior, sabemos que a questões nos quer que encontremos a quantidade 6.

Segundo Vergnaud (2009, p.190), “a divisão é uma operação complexa. Há para isto várias razões: algumas delas são de ordem conceitual, outras são ligadas à complexidade das regras operatórias implicadas pela divisão”. Conforme Vergnaud (2009, p.190) operação de divisão é a mais complexas dentre as quatro operações fundamentais, pois esta “operação implica as demais e a busca por teste e o enquadramento dos algoritmos do quociente”, isto seria é um dos motivos que levaram crianças a apresentarem dificuldades.

3.3 COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA NOS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS BRASILEIROS.

Neste tópico abordaremos como o conteúdo comparação multiplicativo se apresenta nos documentos curriculares nacionais e também estadual, como Parâmetro Curriculares Nacionais (PCN), Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Documento Curricular do Estado do Pará (DCEP) e Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE).

3.3.1 Parâmetro Curricular Nacional

O Parâmetro Curricular Nacional (PCN) foi elaborado com o intuito de ser um referencial de orientação na prática escolar. O PCN é dividido em 10 volumes, cada área de conhecimento tem o seu caderno específico, como também volumes com temas transversais. A coleção de Matemática é dividida em 1º, 2º, 3º e 4º ciclo, no primeiro ciclo que corresponde a 1º e 2º série dos anos iniciais, dentre os vários objetivos de aprendizagem para a respectiva etapa, a seguir temos os que estão intrínsecos ao estudo da comparação multiplicativa:

- Construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações-problema que envolvam contagens, medidas e códigos numéricos.
- Interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais, e de linguagem matemática.
- Desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados. (BRASIL, 1997, p.47)

No tópico seguinte que envolve **conteúdo conceituais e procedimentais**, temos os seguintes objetivos no qual está relacionada a comparação:

- Comparação e ordenação de coleções pela quantidades de elementos e ordenação de grandezas pelo aspecto de medida.
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de números familiares ou frequentes.

- Observação de critérios que definem uma classificação de números (maior que, menor que, estar entre) e de regra usadas em seriações (mais 1, mais 2, dobro, metade).
- Organização em agrupamentos para facilitar a contagem e a comparação entre grandes coleções.
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (base, valor posicional)
- Cálculos de multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais.

Quanto ao **critério de avaliação**: espera-se que o aluno tenha noção de quantidade e utilize procedimentos para identificar e comparar quantidades, em função da ordem de grandeza envolvidas [...].(BRASIL,1997, p.53). No segundo ciclo que corresponde a 3º e 4º série, no tópico de objetivos de aprendizagem em Matemática Temos:

- Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades.
- Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos racionais (idem, P.55)

Neste ciclo os alunos ampliam os conceitos, conhecimentos e procedimentos sobre os números naturais e começam a adentrar no conceito de número racional, passam a ampliar a compreensão do sistema de numeração decimal, além de uma flexibilidade de pensamento e do cálculo mental, ainda de acordo com PCN “Em relação aos números naturais, os alunos têm oportunidade de ampliar ideias e procedimentos relativos a contagem, comparação, ordenação, estimativa e operações que os envolvem” (BRASIL, 1997, P.57)

Dentre as situações que favorecem a apropriação da ideia de números pelos alunos, algumas se destacam. Uma delas consiste em levá-lo à necessidade de comparar duas coleções do ponto de vista da quantidade, seja organizando uma coleção que tenha tantos objetos quanto uma outra, seja organizando uma coleção que tenha o dobro, ou o triplo, etc., de uma outra, seja completando uma coleção para que

ela tenha a mesma quantidade de objetos de uma outra. (BRASIL, 1997, P.66)

Também no tópico Conteúdos conceituais e procedimentais há os seguintes objetivos de acordo com o nosso tema, “Compreensão e utilização de regras do sistema de numeração decimal, para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de qualquer ordem de grandezas” (BRASIL, 1997, P.58)

O PCN (BRASIL, 1997, P.72) neste ciclo apresenta quatro grupos com situações relacionadas a multiplicação e divisão, temos o primeiro grupo, no qual é sobre o conteúdo que estamos abordando neste trabalho: *situações associadas ao que se poderia denominar de multiplicação comparativa; comparações entre razões que envolve a ideia de proporcionalidade; situações associadas a disposição retangular e a combinação*. Ao primeiro grupo o PCN apresenta alguns exemplos:

- ✓ *Pedro tem R\$5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?*
- ✓ *Marta tem 4 selos e João tem 5 vezes mais selos que ela. Quantos selos tem João?*
- ✓ *Lia tem R\$ 10,00. Sabendo que ela tem o dobro da quantia de Pedro, quanto tem Pedro?*

No 3º e 4º ciclo que corresponde respectivamente 5º, 6º, 7º e 8º série, verificamos que os objetivos são semelhantes, mas agora ênfase nos números fracionários e irracionais, tendo como objetivo principal no bloco **Número e operações** “ o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre ela e no cálculo, contemplando diferentes tipos – exato e aproximado, mental e escrito” (BRASIL, 1998, P.50)

Também nos apresenta ideias relacionadas a multiplicação como no ciclo anterior, quanto a comparação multiplicativa temos mas agora envolvendo números racionais (BRASIL, 1998, P.109)

- ✓ *Um prédio tem duas caixas d'água com capacidade de 5.000 litros cada. Uma delas está com $\frac{1}{4}$ de sua capacidade e a outra está com três vezes mais. De quanto litros de água o prédio dispõe?*

- ✓ Uma caixa d'água tem 4.500 litros de água e está com $\frac{2}{3}$ de sua capacidade. Uma outra caixa tem três vezes menos água. Qual é a quantidade de litros que essa caixa possui?

Podemos perceber que o PCN infere sobre o estudo da comparação multiplicativa, abordando tópicos que estão presentes na sequência didática proposta neste trabalho, como: a resolução de problemas, comparar coleções do ponto de vista da quantidade, reconhecimento de relações e regularidades, propriedades das operações e verificação de resultados.

3.3.2 Sistema de Avaliação da Educação Básica

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) é um conjunto de avaliações externas em larga escala que permite ao Inep realizar um diagnóstico da educação básica brasileira, dentre essas avaliações temos a prova Brasil. São aplicados a cada dois anos na rede pública e em uma amostra da rede privada, reflete os níveis de aprendizagem demonstrados pelos estudantes avaliados, explicando esses resultados a partir de uma série de informações contextuais.

A Matriz de referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) passou por uma atualização para se alinhar com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), nesta matriz encontramos habilidades referente ao conteúdo de comparação multiplicativa, que se encontra no eixo de conhecimento **números**, apresentaremos a seguir:

Quadro 6: Habilidades referente a comparação multiplicativa SAEB

ANO	COMPREENDER E APLICAR CONCEITOS E PROCEDIMENTOS	RESOLVER PROBLEMAS E ARGUMENTAR
2º ano	<p>2N1.4. Comparar ou ordenar quantidade de objetos (até 3 ordens)</p> <p>2N1.5. Comparar ou ordenar números naturais de até 3 ordens com ou sem suporte da reta numérica.</p>	2N2.2 Resolver problemas de multiplicação, ou de divisão (por 2, 3, 4 ou 5), envolvendo números naturais, com os significados de formação de grupos iguais ou proporcionais (incluindo dobro, metade, triplo ou terça parte)
5º ano	5N1.2 Comparar ou ordenar números racionais (naturais de até 6 ordens, representações fracionárias ou decimal finita até a ordem dos milésimos) com ou sem suporte da reta numérica.	<p>5N2.2 Resolver problemas de multiplicação ou de divisão, envolvendo números naturais de até 6 ordens, com os significados de formação de grupos iguais (incluindo repartição equitativa de medida), proporcionalidade ou disposição retangular.</p> <p>5N2.4 Resolver problemas de multiplicação ou de divisão, envolvendo números racionais apenas na sua representação decimal finita até a ordem dos milésimos, com os significados de formação de grupos iguais (incluindo repartição equitativa de medida), proporcionalidade ou disposição retangular.</p>
9º ano	9N1.4 Comparar ou ordenar números reais, com ou sem suporte da reta numérica, ou aproximar números reais para múltiplos de potência de 10 mais próximos.	

Fonte: BRASIL, 2022, adaptada.

No documento anterior de 2001 encontramos o seguinte descritor D20 no eixo “**Números e Operações/Álgebra e Funções**” referente ao 5º ano “Resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória” (BRASIL, 2001, P.25)

As nossas atividades que vão compor a sequência didática proposta neste trabalho levará em consideração as habilidades que os documentos curriculares a propõem.

3.3.3 Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais, apresenta os objetos de conhecimentos e as habilidades inerentes à cada ano de ensino, assim como os demais documentos oficiais também encontramos o conteúdo de conhecimento de comparação multiplicativa na unidade temática **Números**. Encontramos no 2º, 3º, 4º e 7º ano, as habilidades intrínsecas a esse conhecimento.

Quadro 7: Habilidades referente a comparação multiplicativa BNCC

ANO	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
2º ano	Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte	(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.
3º ano	Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.
4º ano	Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida.	(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
7º ano	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. (EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros

Fonte: BRASIL, 2017, adaptada

Para BNCC os objetivos estão em criar situações em que se possa realizar observações sistemática de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. E principalmente destacar a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação (BRASIL, 2017, P.298). Ainda ressalta que os recursos didáticos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos, isto vai ao encontro o que propõem o nosso produto educacional, no qual é o ensino por atividade envolvendo a comparação multiplicativa, embasada na Engenharia Didática.

3.3.4 Documento Curricular do Estado do Pará

Quanto do Documento Curricular do Estado do Pará (DCEP) é dividido em eixos e ciclos, encontramos o nosso objeto de estudo no ciclo 1 que corresponde a 1º, 2º e 3º ano do ensino fundamental e no ciclo 2 que corresponde a 4º, 5º ano:

Quadro 8: habilidades referente a comparação multiplicativa DCEP

CICLO	OBJETO DE CONHECIMENTOS	HABILIDADE
1	Utilizar o conhecimento matemático na modelação e resolução de problemas sociais	(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de

		imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais. (P.381)
2	Compreender e aplicar as ideias matemáticas expressas nas regularidades e nos padrões, como estímulo a investigação e a criatividade na solução do problema.	<p>(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.</p> <p>(EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. (P.385)</p>
2	Utilizar o conhecimento matemático na modelação e resolução de problemas sociais.	(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade) utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (P.387)

Fonte: PARÁ, 2019, adaptada

Esse documento ainda nos apresenta que as dificuldades presentes estão relacionadas, principalmente de os alunos não compreenderem o enunciado do problema e de expressarem o mesmo na linguagem matemática, de encontrar na língua materna para uma linguagem matemática adequada, seja ela numérica, geométrica ou algébrica, que as competências de Matemática em articulação com as competências da BNCC, instigam o desenvolvimento de habilidades que promovam a compreensão da linguagem matemática.

A sequência didática que propomos, também instiga essa habilidade de desenvolvimento da compreensão da linguagem matemática, quando as habilidades envolvidas na aplicação de uma determinada atividade inclui: 1) Identificar as informações contidas no enunciado de cada questão, 2) Elaborar a sentença correspondente à questão e 3) Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão.

3.3.5 Matriz de referência do Sistema Paraense de Avaliação Educacional

Na Matriz de referência do Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPae), no eixo **números, aritmética e álgebra**, temos a habilidades do 4º e 5º ano, MPA09 que diz “Resolver problemas que envolvam a multiplicação e a divisão de números naturais, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e a configuração retangular” (PARÁ,2016, P.72). Dessa forma o conteúdo de comparação multiplicativa está em todos os documentos curriculares principais, seja de forma explícita ou implícita, observamos que este conteúdo está mais voltado para o ensino fundamental inicial, entre 4º e 5º ano, mas ainda encontramos nas habilidades e livros didáticos para o 6º ano.

3.4 REVISAO DE ESTUDOS.

Nessa seção descrevemos sete estudos relacionados à Campo Conceitual Multiplicativo, mas precisamente ao eixo comparação multiplicativa. Para a realização desta etapa da pesquisa fizemos uma revisão de estudos como objetivo de localizar trabalhos anteriores que tratam de “comparação multiplicativa”. Para tanto realizamos busca virtual no catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), e também na Plataforma Sucupira, utilizando o termo “comparação multiplicativa” como palavra-chave. Foram encontrados 8 trabalhos, sendo 4 de diagnóstico, 2 de intervenção e 2 de processo de formação de professores. Abaixo apresentaremos os trabalhos diagnóstico:

Quadro 9: Estudos diagnósticos.

AUTOR (ES)	TÍTULO	NATUREZA	INSTITUIÇÃO	ANO
PEREIRA	Esquemas utilizados por estudantes ao resolver situações da estrutura multiplicativa.	Dissertação	Universidade Estadual de Santa Cruz	2015
MAGINA, MERLINE E SANTOS	A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem.	Artigo	Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática	2012
GOMES	Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao Campo Multiplicativo em turma do oitavo ano.	Dissertação	Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do	2020

			Estado do Rio de Janeiro	
ESPÍNDOLA E MOURA	Resolução de situações-problemas do campo conceitual multiplicativo: o cálculo relacional e o numérico	Artigo	REVEMAT	2017

Fonte: elaborado pela autora (2023)

A pesquisa de Pereira (2015) teve por objetivo analisar os esquemas resolutivos utilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental a situações-problema relacionadas a comparação multiplicativa, no total foram 88 alunos participantes da pesquisa entre 14 e 17 anos. A pesquisa teve uma abordagem qualitativa do tipo diagnóstico e descritivo e como fundamentação teórica a Teoria dos Campos Conceituais. Para a coleta de dados foi utilizado diagnóstico composto de 14 situações-problema, no qual seis situações de Proporção Simples, uma de proporção múltipla, três de comparação multiplicativa, duas de Configuração Retangular e duas de Combinatória, entretanto somente foi analisado os esquemas de resolução que envolveu as de comparação multiplicativa.

Das três situações de comparação multiplicativa, duas são da classe referido desconhecido e, uma da classe relação desconhecida. A seguir as três situações que foram trabalhadas.

Quadro 10: Situações trabalhadas no estudo de Pereira (2015)

1) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?
2) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?
3) Ontem, Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?

Fonte: PEREIRA (2015, p.52)

A primeira situação é sobre referido desconhecido envolvendo multiplicação, a segunda situação é relação desconhecida envolvendo divisão e por último a terceira situação assim como a primeira é sobre referido desconhecido, mas agora envolvendo divisão. Para efeito de facilitação do entendimento mostraremos as possíveis

representações de esquemas que a autora supôs que os alunos utilizariam, mostraremos apenas da situação 1.

Figura 6: Resolução situação 1 referido desconhecido

Vergnaud (2009)	Uso da operação de multiplicação ou divisão	Uso de outras operações	Uso de adição de parcelas iguais
<p>Referido</p> <p>x</p> <p>(X4) Relação</p> <p>Referente</p> <p>5</p>	$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \quad 5 \\ + 5 \quad + 5 \\ \hline 10 \quad 10 \\ \hline 10 \\ + 10 \\ \hline 20 \end{array}$	$5+5+5+5=20$

Fonte: PEREIRA (2015, p.54)

Foram analisadas 264 soluções, feitas pelos 88 estudantes. Do total das três questões obtiveram 53,4% de acertos, 41% de erro e 5,6% em branco. Agora individualmente, a primeira situações apresentou 91% de acertos, para a autora uma possível explicação para este índice alto de acertos é em virtude da resolução ser apenas a multiplicação entre os valores ou até mesmo a soma de parcelas iguais, além de que se a forma mais simples envolvendo a comparação multiplicativa. Quantos aos erros, dentre as resoluções alguns estudantes associaram a expressão “vezes mais” como uma situação aditiva.

A situação dois 36,5% de acertos, a terceira situação apenas 33% de acertos, ambas situações que dá sentido ao conceito de divisão, além de que as aparecerem expressões “quantas vezes menor “ e “vezes menos “, as dificuldades estariam em entender o enunciado e transpô-la para a expressão matemática e de realizar a inversão da multiplicação para a divisão. Agora quanto ao uso de esquema de solução, foram analisadas 275 representações, 48% utilizou a operação de multiplicação ou de divisão; 25,5% uso de outra operação, no qual pode ser adição, subtração; 1,8% uso da ideia de adição de parcelas iguais e 24,7% a autora classificou as que apresentaram somente o resultado, desenhos, diagrama ou deixaram em branco.

Os resultados obtidos na pesquisa evidenciaram que os alunos ao resolverem situações com a relação e o referido desconhecido, apresentam dificuldades em compreender as expressões linguísticas, principalmente situações cuja a solução está

relacionado ao conceito de divisão, e erros relacionados à efetuar as operações mesmo compreendendo a situação. Os esquemas mais utilizados foram o uso das operações de multiplicação e divisão, o invariante operatório mais evidente foi a inversibilidade entre as operações de multiplicação e de divisão e segundo a autora os esquemas utilizados pelos estudantes estão ligados ao enunciado ou a solução da operação ou a confirmação da resposta.

O artigo de Magina, Merline e Santos (2012) teve por objetivo promover uma discussão sobre o processo de aprendizagem da estrutura multiplicativa, tendo assim o suporte teórico a Teoria dos Campos conceituais. O metodologia da pesquisa é descritiva. Os dados obtidos a partir de um estudo diagnóstico realizado com 349 estudantes do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública estadual na cidade de São Paulo, os alunos estavam assim distribuídos: 80 estudantes da 2º ano, 86 da 3º, 94 da 4º e 89 estudantes da 5º ano, segundo as autoras a pesquisa voltou-se para os anos iniciais do Ensino Fundamental, pois é nesse nível que se inicia a formação e primeiros desenvolvimentos dos conceitos básicos desse campo conceitual.

Segundo as autoras o objetivo do estudo estava voltada para a aprendizagem dos estudantes de modo a se obter uma melhor compreensão sobre os desempenhos e estratégias dos alunos das séries iniciais ao resolver problemas no campo multiplicativo. De acordo com os resultados obtidos mostrou-se um crescimento nos desempenhos dos estudantes, conforme aumentava a escolarização, entretanto, mesmo assim o quantitativo de acertos não foi satisfatório, e que as situações pertencentes às relações ternárias foram os que mostraram os mais baixo índice de sucesso em todos os quatro anos escolares. Segundo os autores, os resultados os fizeram ponderar sobre o quanto a escola ainda precisa avançar na direção de oferecer situações-problema que permitam que os estudantes expandam seus conhecimentos no âmbito da estrutura multiplicativa.

A pesquisa de Gomes (2020) teve como objetivo analisar o processo de aprendizagem do eixo comparação multiplicativa por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, em uma escola Municipal da cidade do Rio de Janeiro. A pesquisa contou a participação de 22 estudantes e teve como questão central : Como ocorre o processo de aprendizagem relativo ao eixo comparação multiplicativa junto a alunos

de uma turma do oitavo ano?. A metodologia adotada é de caráter intervencionista, sendo classificada como uma pesquisa-ação. A investigação teve uma abordagem qualitativa a partir do método de pesquisa-ação. Foi desenvolvido uma sequência de ensino e aplicado dois testes diagnósticos – um anterior e outro posterior à sequência. Foi buscado identificar e compreender os esquemas de resolução apresentadas pelos estudantes, ao vivenciarem diferentes experiências de aprendizado envolvendo esse conteúdo.

O trabalho investigativo foi dividida em três etapas. A primeira teve caráter exploratório, com aplicação do teste diagnóstico inicial com 12 situações-problema, sendo composta de quatro questões para cada uma das classes da comparação multiplicativa, ao qual teve por objetivo obter informações sobre que tipo de relação os alunos possuíam sobre comparação multiplicativa.

Na segunda etapa foi aplicada a sequência de ensino, composta de três atividades de natureza intervencionista. A primeira atividade denominada de “escala” o objetivo era que os alunos se familiarizassem com os conceitos de “vezes mais”, “vezes menos”, “dobro”, “metade”, “vezes maior”, e entre outros conceitos, eram régua de papel de diferentes tamanhos, no qual os alunos teriam que realizar as comparações entre elas. A segunda atividade “fazendo limonada” era semelhante com a anterior, mas agora nessa atividade a comparação era entre a quantidade de copos de suco de limão e copos de água. A última atividade “máquina da transformação” os alunos deveriam refletir sobre as operações que realizariam e as expressões que aparecesse em cada classe de problemas.

A terceira etapa foi novamente a aplicação de um segundo teste diagnóstico, mas agora de avaliação final, que continha as mesmas do teste diagnóstico inicial. As aplicações dos testes forneceu subsídios para a elaboração da sequência de ensino.

Quanto a aplicação do teste inicial houve um maior quantitativo de erros do que de acertos. Quanto a análise de cada classe os alunos acertaram mais as situações cujo elemento desconhecido era o referido. Segundo a autora com base no seu referencial teórico, esse dado já era esperado, pois de acordo com Gitirana et al. (2014, apud Gomes, 2020) e Pereira (2015), essa classe de situação é a mais fácil de ser compreendida pelos alunos. Quanto aos erros a classe relação desconhecida, apresentou o maior quantitativo, apresentando maior dificuldade na resolução das

situações. As situações que apresentavam as expressões “vezes menos”, “vezes mais” e “vezes menor”, segundo Gomes (2020) os alunos fizeram uso da subtração, adição ou multiplicação, associando as palavras do enunciado às operações que eles deveriam realizar, levando-os ao erro.

Os resultados do teste final já apresentou um aumento das questões corretas em comparativos com as erradas. Quanto as situações nas quais o referido ou referente é desconhecido apresentam maior número de soluções corretas. Já na classe relação desconhecida, observamos uma quantidade expressiva de erros. Foi observado que a operação mais utilizada foi a multiplicação, das 12 questões, oito eram resolvidas por divisão e apenas quatro resolvidas por uma multiplicação, ou seja, em muitas questões que deveriam ser resolvidas por meio de uma divisão, os alunos relacionaram as soluções à operação de multiplicação.

Conforme a autora, os resultados evidenciaram que a sequência de ensino desenvolvida possibilitou o aumento no número de acertos em situações de comparação multiplicativa. Todas as três classes do eixo estudado apresentaram um aumento no número de acertos, sendo a classe referido desconhecido a que teve maior diferença entre o número de acertos do teste inicial para o teste final. Segundo a autora apesar das situações de referido desconhecido apresentarem o maior número de acertos, a classe relação desconhecida foi a que apresentou maior crescimento do número de acertos. A análise dos conceitos apresentados pelos alunos aponta para a utilização dos algoritmos da multiplicação e divisão, seguido da utilização de adição de parcelas repetidas ou subtrações sucessivas.

O trabalho de Espíndola e Moura (2017) teve por objetivo de identificar as dificuldades dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental no cálculo relacional e numérico na resolução de situações-problema do campo conceitual multiplicativo. A pesquisa foi realizada com 150 alunos de uma escola pública estadual de Recife-PE. Foi proposto que os alunos respondessem uma atividade de sondagem contendo cinco situações-problemas do campo conceitual multiplicativo, sendo duas de relação quaternária (proporção simples) e três de relação terciária (comparação multiplicativa e produto de medidas). As questões estão no quadro abaixo.

Quadro 11: Tipos de situações-problemas aplicadas na pesquisa de Espíndola e Moura

Relações	Eixos	Classes	Situações-problemas
Quaternária	Proporção simples	Partição	Guilherme comprou por 35 reais 5 carrinhos. Qual o preço de um carrinho?
		Quotição	Bruna tem 340 reais para comprar bonecas a 4 reais cada uma. Quantas bonecas ela poderá comprar?
Terciária	Comparação Multiplicativa	Referente desconhecido	Uma cozinheira ganhou 180 reais por um kit festa. Ela ganhou 4 vezes mais do que sua ajudante recebeu. Quantos reais a ajudante da cozinheira recebeu?
		Relação desconhecida	Uma costureira recebeu 125 reais por uma roupa que fez e sua ajudante, 25 reais. Quem recebeu mais dinheiro e quantas vezes mais?
	Produto de medidas	Combinatória	Trocando os shorts e as blusas, Lila pode fazer 24 looks. Lila tem 4 shorts, quantas blusas ela tem?

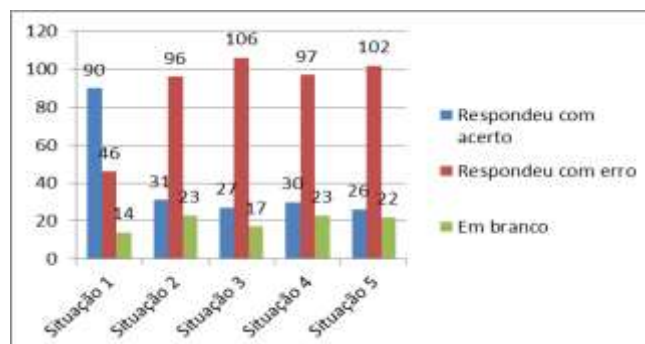
Fonte: Espíndola e Moura, (adaptado Magina; Merlini e Santana, 2013)

Entre os pontos da pesquisa está em compreender a passagem da linguagem natural para a linguagem matemática, a escolha da operação adequada para resolver uma dada situação-problema (cálculo relacional). Assim como os conhecimentos aritméticos em torno das operações, os procedimentos algorítmicos (cálculo numérico).

Os alunos foram solicitados a responder as questões individualmente; sem ajuda do professor da turma e sem intervenção do pesquisador. Segundo as autoras foi considerado acerto no cálculo relacional quando os alunos optaram por uma operação que os levassem a chegar à resposta correta, foram consideradas todas as operações (divisão, multiplicação, adição e subtração). Para o erro no cálculo relacional, as operações que não fariam os alunos chegar à resposta correta, independente de terem acerto no cálculo numérico. Quanto ao acerto no cálculo numérico, considerados os procedimentos operatórios corretos dos algoritmos e para os erros, as falhas destes procedimentos.

Os resultados conforme as autoras indicaram um maior número de acertos na situação-problema do eixo proporção simples (partição). Como podemos ver na figura abaixo. Enquanto as situações-problemas do eixo comparação multiplicativa (procura do referente) e a do eixo produto de medidas (combinatória) foram aquelas que os alunos apresentaram maior dificuldade em respondê-las.

Figura 7: Panorama da resolução das situações-problemas



Fonte: Espíndola e Moura (2017)

Considerando a temática da nossa dissertação, apresentaremos somente a análise realizadas pelas autoras nas questões de comparação multiplicativa. Na questão 3 do eixo de situações de comparação multiplicativa, os resultados obtidos estão explicitados no quadro 12.

Quadro 12: Resultados obtidos na questão 3

Operações	Categorias de cálculo	Nº de alunos	
Multiplicação	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	7	51
	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	24	
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	20	
Divisão	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	20	34
	Acerto no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	14	
Subtração	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	16	29
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	13	
Adição	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	9	19
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	10	
	Em branco		17
		Total	150

Fonte: Espíndola e Moura (2017)

Segundo as autoras a maioria dos alunos buscou resolver a questão 3 utilizando a operação de multiplicação, apenas 7 alunos acertaram o cálculo relacional e numérico (7 em 51 alunos). Realizaram a multiplicação 45×4 ou vice-versa, encontrando o resultado 180. Dentre os alunos que apenas acertou o cálculo numérico, a maioria destes, efetuou $4 \times 180 = 720$.

Quanto a segunda operação mais empregada para resolver foi a divisão, de 34 alunos, 20 acertaram no cálculo relacional e numérico. Quanto aos erros de cálculo numérico, estão: contagem e inversão do resultado entre quociente e resto

Para as autoras no uso da subtração, a maior parte dos alunos que acertaram no cálculo numérico realizou $180 - 6$. Dentre 29 alunos que utilizou a subtração, 13 erraram no cálculo. A operação de menor uso foi a operação de adição. Efetuando $180 + 4$ ou $180+180+180+180$. Quanto aos erros no cálculo numérico, estavam: dificuldades em operar com o zero, dificuldades sobre as regras de valor posicional das centenas, dezenas e unidades.

Em relação a questão 4, onde os alunos deveriam indicar o valor da relação. Podemos ver no quadro 13 a seguir, uma síntese de seus resultados:

Quadro 13: Resultados obtidos na questão 4.

Operações	Categorias de cálculo	Quantidade de alunos	
Multiplicação	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	16	42
	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	4	
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	22	
Adição	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	7	36
	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	23	
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	6	
Subtração	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	34	34
Divisão	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	7	15
	Acerto no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	8	
Em branco			23
Total			150

Fonte: Espíndola e Moura (2017)

De modo semelhante ao que ocorreu na questão 3, a maioria dos alunos buscou resolver a questão 4, utilizando a operação de multiplicação, calcularam 5×25 , encontrando o resultado 125. Os erros de cálculo numérico quanto à multiplicação segundo Espindola e Moura (2017) revelaram a dificuldade dos alunos em operar com um termo de dois algarismos: 125×25 . A operação mais utilizada pelos alunos para resolver o questão 4 foi a adição, realizando $125 + 25 = 150$. Procedimento que ocasionou um maior número de erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico. Um aluno realizou a soma sucessivas de parcelas de 25 até o valor 125.

Para as autoras a presença da expressão *vezes mais* no enunciado da questão 4, pode ter influenciado os alunos em utilizar a adição para resolvê-la. Fato este, menos percebido na resolução da situação-problema 3. A operação mais utilizada para resolver questão 4 foi a subtração, sem dificuldades quanto ao cálculo numérico. Houve alunos que utilizaram a operação de divisão, com acertos no cálculo relacional e numérico, foi realizada a operação $125 : 25$. Dentre aqueles que erraram no cálculo numérico, os alunos demonstraram dificuldade sobre os procedimentos aritméticos necessários para resolver a divisão em questão, apresentando resultados exatos, como provenientes da multiplicação 21×25 ou 43×25 .

Conforme as autoras os resultados obtidos indicaram que em todas as situação-problema houve maior número de acertos no cálculo numérico que no relacional. As questões referentes à comparação multiplicativa e a situação-problema 5 de produto de medidas foram as que apresentaram maior dificuldade no cálculo relacional. Com isso as autoras indica uma atenção às situações-problemas de relação ternária, em virtude de os alunos parecerem mais familiarizados com a resolução de situações de relação quaternária; principalmente as que envolvem a ideia de partição

A seguir apresentaremos os trabalhos de intervenção, no qual foram realizadas propostas de intervenção em sala de aula.

Quadro 14: Estudos de intervenção.

AUTOR (ES)	TÍTULO	NATUREZA	INSTITUIÇÃO	ANO
ALMEIDA	Solução de situações de comparação multiplicativa e a criatividade matemática	Dissertação	Universidade Estadual de Santa Cruz	2017
SANTANA	Uma sequência didática para o ensino aprendizagem das operações fundamentais	Monografia	IFPA-São Paulo	2018

Fonte: elaborada pela autora (2023).

O estudo de Almeida (2017) teve por objetivo analisar as influências de uma sequência de ensino, elaborada com base na criatividade matemática, nas resoluções dadas por estudantes em situações envolvendo comparação multiplicativa. A fundamentação teórica baseia-se na Teoria dos Campos Conceituais e na Criatividade Matemática. Foi utilizada uma abordagem qualitativa e para a coleta de

dados foram elaboradas duas atividades diagnósticas contendo 10 situações-problema de Comparação Multiplicativa a serem aplicadas antes e após a sequência de ensino e uma sequência de ensino. Participaram do estudo oito estudantes de uma escola pública.

A criatividade em Matemática, segundo Gontijo (2007, APUD Almeida, 2017) é a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções aceitáveis para uma situação, de tal modo que estas soluções possam focar em aspectos distintos da situação dada. A criatividade matemática possui três dimensões que são fluência, flexibilidade e originalidade, a autora analisou as resoluções dos alunos a partir destas dimensões. Segundo a autora, a fluência diz respeito quantidade de resoluções corretas apresentadas; a flexibilidade refere-se quantidade de resoluções que apresentam diferentes raciocínios e, a originalidade são as resoluções pouco comuns no contexto da turma.

A sequência de ensino elaborada era composta de 8 situações-problema em que envolvia o referente, referido e a relação, e as expressões “vezes mais”, “vezes menor”, “vezes menos” e “vezes maior” e as operações de multiplicação e divisão. Segundo a autora as situações-problema foram elaboradas de forma que fosse permitindo ao estudante apresentar mais de uma maneira de solução possibilitando na análise, identificar as dimensões da criatividade matemática nas resoluções apresentadas pelos estudantes. E por último os estudantes teriam que elaborar uma situação-problema a partir de uma figura dada.

O resultado do teste diagnóstico inicial mostrou que os estudantes acertaram quase a metade das situações-problema, o que foi semelhante ao estudo de Pereira (2015), no qual os estudantes apresentaram um desempenho geral de 53,3%. Os estudantes acertaram mais as situações cujo referente ou referido era o elemento desconhecido, apresentando respectivamente 59,38% e 56,25% de acertos. As situações cuja relação é o elemento desconhecido apresentaram resultado baixo, apenas 12,5% de acertos. A operação mais utilizada nas resoluções é a multiplicação, principalmente nas situações em que o referido ou o referente é o elemento desconhecido.

Segundo a autora, quanto a análise das dimensões da criatividade matemática quantidade de fluência e flexibilidade é igual em todas as classes os estudantes

apresentaram, em termos de fluência, duas resoluções às situações, as quais continham raciocínios distintos. As duas resoluções fluentes foram também resoluções flexíveis. Houve somente uma resolução dita original, à situação-problema em que o referente é o elemento desconhecido, em que ela fez uso de agrupamento, sendo essa resolução única na turma.

No diagnóstico final de modo geral apresentou 67,5% de respostas corretas, 32,5% de erros e nenhuma deixado em branco. Quanto a análise de cada classe, nas situações cujo referente e o referido é desconhecido apresentou respectivamente 71,87% e 68,75% de respostas corretas e cujo a relação é desconhecida 56,25% de acertos. Quanto às dimensões da criatividade em matemática, os estudantes apresentaram maior quantidade de resoluções às situações cujo referido é o elemento desconhecido, a quantidade de resoluções fluentes e flexíveis é igual em todas as classes. Não houve resoluções originais nas situações cuja relação é o elemento desconhecido, havendo três nas situações de referido e uma no referente.

Almeida (2017) comparou as respostas certas, erradas e em branco e verificou que quantidade de respostas certas aumentou do diagnóstico inicial para o final e no que diz respeito às respostas erradas, houve uma redução e não houve respostas em branco, o que indicou que todos os estudantes tentaram resolver as situações. As situações por classe (referido, relação e referente), situações cujo referente ou referido é o elemento desconhecido, houve maior quantidade de acertos no diagnóstico inicial e no final. As situações cuja relação é o elemento desconhecido apresentaram aumento de acertos, acima de três vezes do diagnóstico inicial para o final.

Segundo a autora, os resultados indicaram que a sequência de ensino elaborada com base na criatividade matemática possibilitou que os estudantes apresentassem mais respostas corretas a situações-problemas que não foram elaboradas à luz da criatividade matemática, o maior crescimento foi nas situações cujo elemento desconhecido era a relação. No que diz respeito aos esquemas utilizados, a multiplicação se destacou. Em relação às dimensões da criatividade matemática, a fluência foi a mais recorrente. A autora conclui que o trabalho com situações-problema elaboradas à luz da criatividade matemática possibilitou que os estudantes aumentasse a quantidade de respostas corretas às situações que dão

sentido ao conceito de comparação multiplicativa que não foram elaboradas nessa perspectiva.

O trabalho de Santana (2018) teve por objetivo a elaboração de uma sequência didática para o ensino das operações fundamentais. Foram abordadas as dificuldades de aprendizagem presentes no processo de aquisição de um conhecimento relacionado às operações fundamentais da Matemática. Tendo como referencial a Teoria dos Campos Conceituais para compreender a estrutura lógica desenvolvida por alunos diante das situações problemas envolvendo as estruturas aditivas e multiplicativas. O trabalho segundo a autora se configura em pesquisa bibliográfica e qualitativa. Entretanto este trabalho foi apenas uma elaboração de sequência didática, a autora não apresentou seus resultados com a aplicação em sala de aula, porém julgamos a sequência pertinente ao ensino. A figura a seguir apresenta uma prévia da sequência.

Figura 8: Sequência didática de Santana (2018)

<p>TEMA: Operações fundamentais da matemática com números naturais</p> <p>DISCIPLINA: Matemática</p> <p>MODALIDADE DE ENSINO: Ensino Fundamental</p> <p>SÉRIE/ ANO: a partir do 4º ano</p> <p>CONTEÚDO: adição, subtração, multiplicação e divisão.</p> <p>OBJETIVO GERAL: resolver situações problemas em matemática que utilizem as operações fundamentais.</p> <p>OBJETIVOS ESPECÍFICOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aplicar as propriedades pertencentes à adição e à multiplicação; - Identificar as propriedades que são atribuídas à subtração; - Identificar quais os elementos de uma multiplicação; - Realizar divisões utilizando ideias associadas à noção de repartir; - Reconhecer qual operação utilizar em uma situação problema. <p>CONHECIMENTO PRÉVIO: saber realizar leitura e interpretação de texto.</p> <p>METODOLOGIA: aulas expositivas para revisar as propriedades de cada operação, resolução de exercícios individualmente e em dupla, uso de jogos que envolvam as operações fundamentais e discussões sobre os assuntos trabalhados.</p> <p>MATERIAL NECESSÁRIO: lista de exercícios, lápis, caderno, e uma pasta para elaboração do portfólio.</p> <p style="text-align: center;">EXERCÍCIOS RELACIONADOS AO CAMPO ADITIVO</p> <p style="text-align: center;">Composição</p> <p>(JÚNIOR e GIOVANNI, 2003) Um certo jornal conseguiu 9.345 novas assinaturas, passando a contar com 21.813 assinantes. Quantos assinantes este jornal tinha antes das novas assinaturas?</p> <p>Diante deste tipo de situação problema, o aluno deve ter ciência de que a operação a ser realizada deve ser de subtração, visto que são conhecidos o todo e uma das partes. Assim, após analisados os dados fornecidos o aluno deve subtrair do todo uma das partes, a fim de encontrar o valor inicial.</p> <p style="text-align: center;">Transformação</p> <p>(DANTE, 2012) No início da semana, em um supermercado havia 2.174 latas de leite em pó. Durante a semana, foram vendidas 1.268 latas. Quantas latas restaram?</p>
--

Neste tipo de situação problema, o aluno deverá ter clara a ideia de transformação, pois, por intermédio dela a situação problema será solucionada, ou seja, a transformação entre os valores fornecidos possibilitará o encontro do valor desconhecido. Cabe ao professor, nesse tipo de situação, ressaltar as palavras que se relacionam a uma relação de comparação, tais como: tinha, ficou, restaram

Fonte: Santana (2018)

A sequência didática foi composta de exercícios extraídos de livros didáticos e avaliações como o Saresp, as atividades do campo aditivo envolveram as seis categorias: composição, transformação, comparação, composição de duas transformações, transformação de uma relação e composição de duas relações, ao campo multiplicativo envolveu os eixos produto de medidas e comparação multiplicativa.

A seguir no quadro 15 apresentaremos os trabalhos de cunho formativo, inicialmente voltado a formação de professores.

Quadro 15: Estudos formativos

AUTOR (ES)	TÍTULO	NATUREZA	INSTITUIÇÃO	ANO
SANTOS	Formação continuada de professores dos anos iniciais: a comparação multiplicativa.	Dissertação	Universidade Estadual de Santa Cruz	2017
SANTOS	Formação de professores com dimensões colaborativas: as estruturas multiplicativas em foco.	Dissertação	Universidade Estadual de Santa Cruz	2017

Fonte: elaborada pela autora (2023)

O estudo de Santos (2017) teve por objetivo identificar as possíveis contribuições para a prática docente que uma formação continuada, com dimensões colaborativas, pode proporcionar aos professores dos anos iniciais no que concerne ao Campo Conceitual Multiplicativo (CCM) no âmbito da relação ternária. Assim como os demais trabalhos anteriores, o referencial teórico principal é o estudo dos Campos Conceituais de Vergnaud, e as ideias de Schön no que concerne ao professor reflexivo.

Com o objetivo de responder a questão de pesquisa: “Quais são as possíveis contribuições para a prática docente que uma formação continuada, com dimensões colaborativas, pode proporcionar aos professores dos anos iniciais no que concerne ao Campo Conceitual Multiplicativo no âmbito da relação ternária?”, a abordagem metodológica da pesquisa foi de cunho qualitativa, realizada em uma escola da rede pública do sul da Bahia, que atende do 1º ao 5º ano. A pesquisa contou com a participação de 14 professores e 3 professores formadores, a coleta de dados foi realizada durante todo o processo com registros áudio-gravados, registros escritos, questionário avaliativo, diário de bordo e entrevistas semiestruturadas

Para apresentação das análises Santos (2017) escolheu apenas três professores, todos com formação em pedagogia. A estratégia formativa utilizada foi a espiral de fluxo RePARE: Reflexão-planejamento-ação-reflexão de Magina, atrelada à formação com dimensões colaborativas. A pesquisa se desenvolveu em três etapas: diagnóstica, formativa e avaliação do processo formativo. A primeira etapa buscou identificar quais as concepções dos professores participantes acerca do CCM. A segunda procurou identificar as contribuições do processo formativo, com dimensões colaborativas para a prática docente. A terceira para avaliar o processo formativo na voz dos sujeitos da pesquisa, bem como fazer uma análise comparativa, identificando as possíveis contribuições da formação.

Segundo a autora, inicialmente foi solicitado aos professores que cada um elaborasse oito situações que pertencessem à estrutura multiplicativa. Foram elaboradas 144 situações, entretanto 117 foram consideradas válidas, dentre os três professores analisados das 24 situações elaboradas três foram descartadas, sendo que todas três foram elaboradas pelo mesmo professor. As elaborações do professor que não puderam ser aproveitadas, foram classificadas como situação não multiplicativa e situação multiplicativa inadequada, se assemelhando com os tipos de situações mais descartadas dos demais professores. Mais de 90% das situações elaboradas se referem à relação quaternária, o que segundo a autora confirma a hipótese de Vergnaud (2009) de que existe uma gama maior de situações relativas à relação quaternária em detrimento à relação ternária.

Em relação ao eixo Comparação Multiplicativa, foram elaboradas 13 situações, seis se referiam à relação de dobro ou triplo, e três à relação de metade, quatro com

as expressões duas vezes mais, três vezes mais e cinco vezes mais. Segundo a autora, tendo como alicerce os referenciais teóricos relacionada à formação colaborativa, o processo formativo com dimensões colaborativas favorece a reflexão crítica, na medida em que motiva a fala dos membros participantes e destaca como teoria e prática precisam e devem ser trabalhadas em conjunto.

De acordo com a autora, ao analisar os dados foi possível identificar as seguintes contribuições, em relação às dimensões colaborativas: a presença da colaboração, o trabalho em conjunto com seus pares compartilhando suas práticas; a afetividade; o companheirismo. Quanto a espiral RePARE: uma reflexão crítica sobre a própria prática docente; indicativos de mudança da prática pedagógica; maior interesse e percepção na estratégia dos alunos; reflexões individuais e em grupo, com o intuito de intervir na prática docente. No que concerne a teoria: expansão do CCM; utilização desse campo conceitual na prática docente; compreensão de que é preciso apresentar uma diversidade de situações. Dessa maneira, foi possível perceber que: os professores ressignificaram a sua prática docente; a formação contribuiu para uma mudança da perspectiva dos professores com relação à Matemática; ampliaram o conhecimento dos conceitos básicos da estrutura multiplicativa para utilizar na prática; passaram a compreender o erro como uma oportunidade de aprendizagem.

A pesquisa de Santos (2017) teve por objetivo compreender como um trabalho colaborativo pode contribuir na formação continuada de professoras dos anos iniciais que ensinam Matemática em relação à Comparação Multiplicativa. O aporte teórico foi a Teoria dos Campos Conceituais e teorias que visam a formação continuada colaborativa de professores. A natureza da pesquisa é de abordagem qualitativa. A pesquisa foi realizada em duas escolas municipais, com participação total de 26 professores, mas segundo a autora, devido estrutura do texto para que se fosse melhor explorado, foram descritas as estratégias formativa focalizando em apenas três professoras dos anos iniciais, uma do 1.^o ano e duas do 5.^o ano, que foram selecionadas conforme os critérios de escolha da autora. A coleta de dados e suas respectivas análises ocorreram em três momentos: (1) análise dos diagnósticos; (2) expansão dos conhecimentos teóricos por meio da vivência e da reflexão das professoras; e (3) a ressignificação do entendimento das professoras.

No primeiro momento da coleta de dados, foi entregue as professoras, folhas contendo espaços suficientes para elaboração de oito problemas compreendendo os conceitos de divisão e multiplicação. Cada professora individualmente realizou a sua elaboração, essa atividade teve por objetivo identificar o entendimento que as docentes possuem dos conceitos que envolvem o Campo Conceitual Multiplicativo. No segundo momento, foi entregue o instrumento denominado prognóstico, contendo 14 situações-problema relativos à estrutura multiplicativa, que seriam aplicado à todos os estudantes. Foi solicitado que, individualmente, as professoras estimassem o percentual (0% a 100%) de acerto de seus estudantes, bem como apresentassem a justificativa sobre as possíveis dificuldades encontradas por eles na resolução. Além disso, o instrumento tinha um espaço destinado à avaliação das situações de acordo com o grau de dificuldade.

Por conseguinte processo formativo teve como diretriz a discussão de cada eixo pertencente ao Campo Conceitual Multiplicativo, mas neste trabalho foi explanado apenas o eixo comparação multiplicativa. O processo formativo teve como norte três ações estratégicas: ação teórica, ação prática e ação reflexiva. A ação teórica refere-se às discussões relativas ao Campo Conceitual Multiplicativo, a ação prática se dava no momento da aplicação das situações-problema na sala de aula da professora e a ação reflexiva consistia na discussão e reflexão da ação prática.

Os instrumentos utilizados para os registros das ações foram: diário de bordo, audiograções, relatório de planejamento e de atividade desenvolvida, entrevista semiestruturada, prognóstico e por fim o questionário de avaliação dos professores com a formação. Na quadro abaixo apresentamos o quadro realizado pela autora com o intuito de sistematizar cada etapa do estudo e os procedimentos adotados para produção de dados.

Quadro 16: Etapas do desenvolvimento do estudo de Santos (2017)

ETAPAS	OBJETIVO	INSTRUMENTOS
1: O DIAGNÓSTICO	<ul style="list-style-type: none"> • Elencar o entendimento das professoras no que diz respeito ao CCM com ênfase na CM; • Identificar as expectativas das professoras quanto ao desempenho dos estudantes; 	Elaboração dos problemas (1) Prognóstico Classificação dos problemas (1) e (2)
2: O DESENVOLVIMENTO DOS PROFESSORES NO ÂMBITO DO PROCESSO FORMATIVO	Observar e registrar as ações das professoras, quanto: <ul style="list-style-type: none"> • Aos procedimentos para elaboração e aplicação das atividades aos estudantes; • A socialização da experiência anterior; • A reflexão sobre o desempenho dos estudantes 	Relatório de planejamento Relatório de atividade desenvolvida Diário de bordo Audiogravações
3: O TÉRMINO DO PROCESSO FORMATIVO	Analisar a avaliação feita pelos professores em relação ao processo formativo.	Questionário (Ficha de avaliação) Entrevista semiestruturada Elaboração dos problemas (2) Classificação dos problemas (2)

Fonte: Santos (2017)

Os resultados revelam que houve ressignificação do conhecimento da Teoria do Campo Conceitual no tocante ao eixo da comparação multiplicativa das professoras acompanhadas, assim havendo aumento no nível de compreensão desse conhecimento. Segundo Santos (2017) o trabalho colaborativo no contexto do processo formativo proporcionou a reflexão das professoras com os seus pares, a reflexão individual, possibilitando mudança na prática pedagógica. As contribuições obtidas segundo a autora no processo formativo para a prática pedagógica de acordo com as avaliações realizadas pelas próprias professoras, indicam: passaram a trabalhar com o eixo de comparação multiplicativa a partir da formação; começaram a expressar a necessidade de quebrar as barreiras internas; passaram a trabalhar com a comparação multiplicativa em situações de grau mais elevado de complexidade; e começaram a expor a preocupação.

3.5 ANÁLISES DOS LIVROS DIDÁTICOS

A seguir apresentaremos as análises de alguns livros do 6º ano do ensino fundamental, para verificarmos como a comparação multiplicativa está sendo abordada e se estar sendo abordada. Os livros didáticos foram escolhidos a partir do PNLD – Programa Nacional de Livros Didáticos (2020) e estarem de acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC. A seguir no quadro 17 os livros que foram analisados:

Quadro 17: Livros analisados

TÍTULO	AUTOR	EDITORA
Projeto Teláris	Luiz Roberto Dante	ÁTICA
Matemática Essencial	Patricia Moreno Pataro. Rodrigo Balestri	Scipione
Matemática realidade & tecnologia	Joamir Roberto de Souza	FTD
Trilhas da matemática	Fausto Arnaud Sampaio	Saraiva

Fonte: elaborado pela autora

O primeiro livro que analisamos é do autor Luiz Roberto Dante, projeto Teláris. Na apresentação o autor conversa especialmente com o aluno e apresenta o objetivo do livro didático “Escrevi este livro para você compreender as ideias matemáticas e aplicá-las em seu dia a dia.”(2018, p.3), a seguir apresenta como o livro é composto com capítulos, seções e boxes que segundo ele contribuirão para a construção dos conhecimentos matemáticos. Quanto às seções e boxes, temos **abertura do capítulo**, apresenta algumas imagens e um texto introdutório sobre o conteúdo que será abordado, **Explorar e descobrir** são atividades de exploração, experimentação, verificação, descobertas e sistematização dos conteúdos apresentados, **Atividades** propõe diferentes atividades e situações-problema sobre os conceitos abordados, **Jogos** relacionados aos conteúdos, **Leitura** são textos adicionais que complementam e contextualizam a aprendizagem, muitas vezes com contextos interdisciplinares, **Matemática e tecnologia** seção que aborda a utilização da tecnologia, como o uso de calculadora e de softwares livres.

E a seção que será de nosso interesse **Revisando seus conhecimentos** contém atividades, problemas, situações-problema contextualizadas e testes que revisam os conceitos e os procedimentos fundamentais estudados no capítulo, **Testes oficiais** são questões de avaliações oficiais sobre os conteúdos que estão sendo estudados, **Verifique o que estudou** novamente são atividades de revisão e verificação dos conteúdos e temas abordados ao longo do capítulo, seguidas de uma proposta de autoavaliação, **Raciocínio lógico** atividades voltadas para a aplicação de noções de lógica na resolução de problemas, **Bate-papo** atividades orais para compartilharem opiniões e conhecimentos, **Você sabia?** fatos e curiosidades relacionados aos tópicos estudados, **Um pouco de História** informações e fatos

históricos relacionados à Matemática, **Atividade resolvida passo a passo** atividade com proposta de resolução detalhada e comentada, seguida de uma ampliação.

Quanto os aspectos teórico-metodológicos analisaremos a apresentação do assunto; conceitos, a utilização e articulação entre diferentes representações matemáticas e principalmente as situações – problemas. Encontramos algumas questões de comparação multiplicativa no capítulo 2 que diz respeito a **operações com números naturais** o autor aponta as habilidades da BNCC envolvidas neste tópico são as habilidades EF06MA01, EF06MA03 EF06MA24, EF06MA33, EF06MA32, EF06MA14, EF06MA04, e segundo o autor o objetivo do capítulo é:

Neste capítulo, estudaremos as operações fundamentais com números naturais, enfatizando a resolução de problemas. Para isso, buscamos explorar e desenvolver as ideias associadas às operações, os algoritmos, os arredondamentos, o cálculo mental, as estimativas e os resultados aproximados.(2018, p.32)

Neste capítulo o autor inicia com a *abertura do capítulo* com uma imagem de um mapa onde será trabalhado as distâncias e em seguida algumas indagações sobre o mapa onde será utilizados as quatro operações fundamentais para as suas soluções, esta foi apenas atividades introdutória do assuntos das operações, no tópicos seguinte temos o ensino das quatro operações, onde é apresentado as ideias associadas sempre com uma situação cotidiana, os algoritmos e as propriedades, as operações inversas. Observamos que o livro há bastante questões contextualizadas envolvendo as ideias associadas as operações, o que condiz com o objetivo do capítulo segundo autor enfatizar o ensino das operações com resoluções de problemas, há também questões de apenas aplicação dos algoritmos. Apresentou sete questões na seção raciocínio lógico, em uma questão usou a história da matemática. Há o ensino de cálculo mental e aproximado, assim como o ensino da potenciação e expressões numéricas neste mesmo capítulo. Na seção matemática e tecnologia ensinou o uso da calculado para se calcular expressões numéricas com o usa das teclas de memórias e para o cálculo de potência.

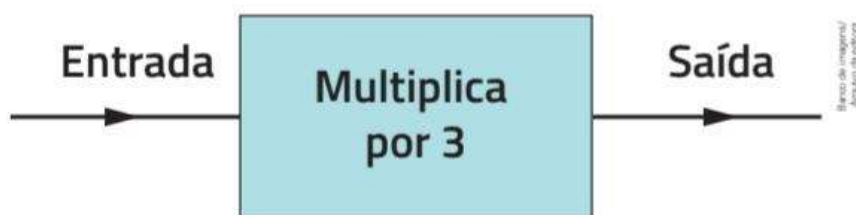
Algo que foi interessante encontrado neste livro, foi a apresentação da “máquina de calcular” no qual é estudo inicial da ideia de função, em que os alunos realizam a correspondência entre 2 valores, a máquina “transforma” um número em

outro, como mostra a figura 9. Esta ideia de transformação também está associada a comparação multiplicativa.

Figura 9: Ideia de função por meio da máquina de calcular.

13 A ideia de função

A máquina a seguir multiplica por 3 qualquer número natural colocado na entrada. Por exemplo: se colocarmos o número 1 na entrada, então aparecerá o número 3 na saída; se colocarmos o 3 na entrada, então aparecerá o 9 na saída.



Podemos dizer que existe uma **correspondência** entre o número de entrada e o número de saída, ou seja, o número de saída é dado em **função** do número de entrada. Em outras palavras, o número de saída **depende** do número de entrada.

Fonte: DANTE (2018, p.71)

Foram encontrados 9 questões envolvendo a comparação multiplicativa, que estão apresentadas no quadro 18, as questões serão identificadas como L1 referência ao livro 1 e S1 como a primeira situação-problema e assim sucessivamente.

Quadro 18: Questões de comparação multiplicativa no livro do Dante(2018)

Quadro 16: Questões de comparação multiplicativa no livro do Danilo (2016)

SITUAÇÕES	CALCULO NUMÉRICO	CLASSE																														
L1.S1. Se Ana triplicar a quantia que tem, então ficará com R\$714,00. Que quantia ela tem?	$714 = 3 \times \square$	Referente desconhecido																														
L1.S2. Determine qual número devemos escrever no lugar de cada \square A) $\square \times 7 = 84$ B) $\square + 18 = 6$ C) $9 \cdot \square = 1215$ D) $492 : \square = 41$		Referente desconhecido																														
L1.S3. A terça parte de um número é igual a 147. Qual é esse número?	$\frac{1}{3} \times \square = 147$	Referente desconhecido																														
L1.S4. Pedro, Paulo e José são irmãos. Juntos eles têm 48 miniaturas de bonecos. Paulo tem o dobro de miniaturas de José e Pedro tem o triplo de miniaturas de José. Quantas miniaturas cada um tem?	$3z + 2z + z = 48$ $6z = 48$	Referente desconhecido																														
L1.S5. Maria é 5 anos mais velha do que Linda, que tem o dobro da idade de Márcia. Se Maria tem 25 anos, então quantos anos Márcia tem?	$5 + 2X = 25$ $2X = 25$	Referente desconhecido																														
L1.S6. Copie esta tabela no caderno e complete-a	Seja o número 6, o dobro $6 \cdot 2 = 12$	Referido desconhecido																														
<table> <tr> <th>NÚMERO</th> <th>DOBRO</th> <th>TRIPLO</th> <th>QUÍNTUPLO</th> </tr> <tr> <td>6</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>10</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>8</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>27</td> <td></td> </tr> </table>	NÚMERO	DOBRO	TRIPLO	QUÍNTUPLO	6				10					8					27													
NÚMERO	DOBRO	TRIPLO	QUÍNTUPLO																													
6																																
10																																
	8																															
		27																														
L1.S7. Observe a tabela que você preencheu na atividade anterior e escreva no caderno a sentença a seguir substituindo o \square pela palavra correspondente. Adicionando o dobro com o triplo de um número obtemos o \square desse número.	Seja x o número $2X + 3X = 5X$																															
L1.S8. Copie esta tabela no caderno e complete-a		Referido desconhecido																														
<table> <tr> <th>NÚMERO</th> <td>6</td> <td>10</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>DOBRO DO NÚMERO</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>QUADRADO DO NÚMERO</td> <td></td> <td></td> <td>81</td> <td></td> </tr> <tr> <td>TRIPLO DO NÚMERO</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>CUBO DO NÚMERO</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>QUÍNTUPLO DO NÚMERO</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	NÚMERO	6	10			DOBRO DO NÚMERO					QUADRADO DO NÚMERO			81		TRIPLO DO NÚMERO				12	CUBO DO NÚMERO					QUÍNTUPLO DO NÚMERO						
NÚMERO	6	10																														
DOBRO DO NÚMERO																																
QUADRADO DO NÚMERO			81																													
TRIPLO DO NÚMERO				12																												
CUBO DO NÚMERO																																
QUÍNTUPLO DO NÚMERO																																
L1.S9. Observe os números do quadro que você construiu na atividade anterior. Copie está frase no caderno e substitua os \square por números que tornem a frase verdadeira. O quádruplo de \square é igual ao triplo de \square	$5X = 3Y$ Assim, $5 \cdot 6 = 3 \cdot 10$																															

Fonte: DANTE (2018)

Podemos observar que há somente 5 questões que obedece fielmente a estrutura do campo multiplicativo do classe comparação multiplicativa de acordo com o Vergnaud, são as questões S1, S2, S3, S6 e S8, elas envolve a relação ternária $a \cdot b = c$ já inicialmente para a sua solução, as demais questões envolvia os termos que

Magina, Santos e Merline (2011) os chamam de protótipos como “dobro”, “triplo”, mas para se chegar na relação ternária precisou de algumas manipulações algébricas, não encontramos questões com termos “quanto mais”, “quanto menos”. Observamos que as situações-problema neste livro referente a classe da comparação multiplicativa são mais bem complexas, se comparadas com as situações típicas desta classe, mas como estamos no 6º ano ensino fundamental, se esperar que nesta etapa de ensino as situações-problema sejam mais complexas para o aluno amadurecer mais ainda os conceitos e aprimorar o seu aprendizado com cálculos mais elaborados.

O Segundo livro que analisamos foi dos autores Patrícia Pataro e Rodrigo Balestri coleção **Matemática Essencial**. Na apresentação da obra os autores apresenta os objetivos tanto ao ensino quanto a aprendizagem:

esta coleção foi elaborada sob a luz de uma abordagem abrangente e integrada dos conteúdos, que foram desenvolvidos buscando relacionar, por meio de uma **linguagem clara e acessível**, os assuntos específicos a **situações cotidianas**. Aproximar o conteúdo matemático das circunstâncias do dia a dia é uma maneira de **aguçar a criatividade** e promover o interesse pela **natureza prática de seus saberes**. (Grifo nosso, p.5).

Podemos observar que o objetivo da aprendizagem está relacionado a uma matemática com uma linguagem acessível e clara, com aplicação no cotidiano e desenvolvimento do raciocínio. Ao objetivo de ensino temos :

O manual do professor foi pensado com o objetivo de auxiliar os docentes em seu trabalho em sala de aula, de modo a valorizar o **papel ativo do professor** na construção do conhecimento e estimular a participação dos **alunos** enquanto **agentes do processo de aprendizagem**. Nele, explicitamos pressupostos teóricos, tecemos comentários e sugestões e propomos atividades complementares que visam auxiliar o desenvolvimento dos conteúdos e das atividades presentes em cada volume desta coleção.(Grifo nosso, p.5)

Os capítulos são compostos por seções e boxes. Inicialmente temos a **Abertura do capítulo** está o assunto que será trabalhado e questões iniciais que objetiva mostrar o que você já sabe e trocar ideias com seus colegas e o professor. **Conteúdos** apresenta o subtópico do assunto que está sendo trabalhado, os conteúdos são propostos gradativamente para desenvolver e aprimorar o conhecimento. **Atividades** apresenta questões diversificadas, que possibilitam desenvolver as ideias e os conceitos estudados, e temos **Matemática em destaque**

são atividades que relaciona a Matemática com situações do dia a dia e também com outras áreas do conhecimento e **Explorando o que estudei** são atividades que retomam o conteúdo trabalhado, pode identificar as principais ideias compreendidas e as que precisam ser revistas.

Na seção **Cidadania: explore essa ideia** são abordados temas que contribuem com a formação da cidadania. **Explorando a tecnologia** apresenta o uso de software ou outras tecnologias para desenvolver exemplos e realizar atividades que complementam o que foi estudado no capítulo. E por último tem os **Sugestões de livros e sites** são sugestões de matérias que permite ampliar os conceitos estudados.

O capítulo 3 refere-se ao ensino das quatro operações fundamentais, as **páginas de abertura** do capítulo apresentam o ábaco japonês (soroban) com indicações sobre seu funcionamento e um breve texto acerca de sua origem. Em seguida inicia-se o ensino das operações, com uma situação introdutória em cada operação, observamos que o capítulo possui uma quantidade significativa de exercícios, porém com pouco ensino, apenas a abordagem das propriedades, podemos ver que no capítulo há bastantes figuras. Diferentemente do livro anterior, este não apresenta as habilidades envolvidas da BNCC em cada tópico.

Neste capítulo não encontramos questões que envolve-se raciocínio lógico, entretanto encontramos 6 questões nos quais os alunos deveriam elaborar situações-problema com certos dados, há bastantes questões contextualizadas e também as que envolve apenas aplicações das propriedades e a ideia das operações inversas. Apesar de o livro disponibilizar de bastantes questões, encontramos apenas 4 que estão relacionada à comparação multiplicativa, a seguir no quadro 19 as situações-problemas que encontramos:

Quadro 19: Questões de comparação multiplicativa no livro do Pataro e Balestri (2018)

SITUAÇÕES	CALCULO NUMÉRICO	CLASSE
L2.S1. Em uma loja de instrumentos musicais, o preço de uma guitarra, que custa R\$530,00, é o quádruplo do preço de um afinador de instrumentos e o dobro do preço do pedal para guitarra. Nessa loja, quanto custa o pedal para guitarra? E o afinador?	Seja A de afinador e P de pedal $530 = 4 \cdot A$ $A = 106$ $530 = 2 \cdot P$ $P = 265$	Referente desconhecido
L2.S2. Em uma gincana da escola, a fim de arrecadar roupas e alimentos para famílias carentes, Emília e Caio somaram 180 pontos. Sabendo que Caio obteve o dobro de pontos de Emília, calcule, da maneira que preferir, a quantidade de pontos de cada participante.	Seja E de Emília e C de Caio. $E + C = 180$ $C = 2 \cdot E$ $E + 2 \cdot E = 180$ $3E = 180$ $E = 60$ e $C = 120$	Referente desconhecido
L2.S3. Em uma partida de basquete, Diego fez o triplo de pontos em relação à pontuação feita por Tiago. Sabendo que Diego e Tiago fizeram 52 pontos, calcule da maneira que preferir quantos pontos cada um deles fez.	Seja D de Diego e T de Tiago. $D = 3 \cdot T$ $D + T = 52$ $3T + T = 52$ $4T = 52$ $T = 13$ e $D = 39$	Referente desconhecido
L2.S4. Copie os itens a seguir, substituindo cada \square pelo número correspondente. a) $18 \cdot \square = 702$ b) $\square \cdot 43 = 3096$ c) $31 \cdot \square = 1891$ d) $\square \cdot 11 \cdot 22 = 1452$	A) $\square = 39$ B) $\square = 72$ C) $\square = 61$ D) $\square = 6$	Referente desconhecido

Fonte: PATARO E BALESTRI (2018)

Podemos observar que há somente uma questão que obedece a estrutura do campo multiplicativo do classe comparação multiplicativa de acordo com o Vergnaud, é a questão **L2.S1**, apesar de o processo resolutivo ser composto de duas etapas, observamos que somente a última questão **L2.S4** não há contextualização, apenas a aplicação das operações inversas, as demais todas envolviam novamente os termos que Magina, Santos e Merline (2011) chamam de protótipos como “dobro”, “triplo”, porém para se chegar na relação ternária é necessárias algumas manipulações algébrica, novamente não encontramos questões com termos “quanto mais”, “quanto menos”. Quanto a classe todas as questões estão envolvidas com referente desconhecido.

O terceiro livro que analisamos é do autor Joamir Roberto de Souza com a coleção **Matemática realidade & tecnologia**. Na apresentação da obra temos o objetivo do livro segundo o autor “Este livro foi escrito pensando em contribuir para seu aprendizado em Matemática, de maneira a possibilitar que você se desenvolva e

se torne um cidadão crítico e participativo na sociedade.” Diferentemente dos livros anteriores o objetivo em si não está apenas na aplicação da Matemática no cotidiano, vai além disto, a Matemática como meio da formação da cidadania, o que vai ao encontro com um dos objetivos dos PCN's com o ensino da Matemática.

é papel da escola desenvolver uma educação que não dissocie escola e sociedade, conhecimento e trabalho e que coloque o aluno ante desafios que lhe permitam desenvolver atitudes de responsabilidade, compromisso, crítica, satisfação e reconhecimento de seus direitos e deveres. Nesse aspecto, a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p.27).

O livro é composto de oito unidades, assim como os capítulos há boxes e seções. Temos a **Abertura de unidade** apresenta imagens, textos e infográficos e algumas questões iniciais sobre o conteúdo proposto. Os **conteúdos** há exemplos e questões sobre o conteúdo ou conceito que está sendo trabalhado. O box **Para pensar** são questões que busca refletir e analisar situações com o intuito de contribuição ao assunto estudado. A seção de **Atividades** são questões propostas que discutem o conteúdo ou conceitos estudados. O box **Dica** são dicas ou lembretes para a compreensão de alguma informação. O box **Fique ligado** são informações complementares sobre o estudo em questão. **Conexões** são sugestões de livros ou sites. **Integrando** nesta seção há integração com o que está estudando com as outras áreas de conhecimento. A seção **Você cidadão** são reflexão e diálogo sobre a cidadania, com temas importantes em sociedade. O **você conectado** é o uso de recursos tecnológicos no ensino e por último a seção **o que estudei** são questões que buscam uma autoavaliação o que foi aprendido e o que precisa ser revisto.

Assim como nos demais livros o capítulo 2 **Operações com números naturais** onde encontramos o nosso objeto de estudo, as habilidades que são trabalhadas segundo o outro são: EF06MA02, EF06MA03, EF06MA05, EF06MA06, EF06MA14 e EF06MA15. O capítulo inicia com uma imagem de abertura de comprar on-line e algumas questões iniciais, em seguida inicia-se o ensino da soma no qual é usado a mesma situação de compra on-line para se iniciar o ensino da operação, em todas as operações temos uma situação introdutória o ensino das propriedades e dos

algoritmos, são trabalhadas as operações inversas das operações. O livro possui bastante atividades tanto contextualizada quanto somente a aplicação do algoritmo. Referente a multiplicação e divisão as atividades são predominantes associadas as ideias envolvidas nessas operações. Neste mesmo capítulo são ensinados as expressões numéricas, múltiplos e divisores, números primos e compostos.

Foram encontradas somente duas questões que faz alusão a comparação multiplicativa.

Quadro 20: Questões de comparação multiplicativa no livro de Souza (2018)

SITUAÇÕES	CALCULO NUMÉRICO	CLASSE
L3.S1. Em cada item, determine o número que está faltando. a) $\square : 19 = 8$ b) $27 \cdot \square = 351$ c) $\square \cdot 33 = 1683$ d) $\square : 14 = 52$	a) $\square = 8 \cdot 19 =$ b) $\square = 351 / 27 =$ c) $\square = 1683 / 33 =$ d) $\square = 52 \cdot 14 =$	Referente desconhecido
L3.S2. Rosana e Jonas realizaram diferentes multiplicações e obtiveram o mesmo resultado. Rosana: $3 \cdot \square = 18$ Jonas: $2 \cdot \square = 18$ A) Qual é o número oculto na multiplicação efetuada por: Rosana? Jonas? B) Rosana multiplicou por 4 o resultado que ela havia obtido. Qual é o novo resultado calculado por ela? C) Para que Jonas o tenha o mesmo resultado que Rosana conseguiu no segundo cálculo, por qual número ele deve multiplicar o resultado que havia obtido anteriormente?	a) Rosana $\square = 18 / 3;$ $\square = 6$ Jonas $\square = 18 / 2;$ $\square = 9$ b) $6 \cdot 4 = \square$ $\square = 24$ c) $9 \cdot \square = 24$ $\square = 7 / 3$	Referente desconhecido

Fonte: SOUZA (2018)

As duas questões envolve a classe do referente desconhecido, diferentemente dos livros anteriores as resoluções envolve somente uma sentença matemática, a **L3.S1** há somente a aplicação de algoritmos de operações inversas, em busca do valor desconhecido, a **L3.S2** envolve um conhecimento aritmético e algébrico, sem envolve uma contextualização mais voltada ao cotidiano.

O quarto livro que analisamos foi do autor Fausto Arnald Sampaio da coleção **trilhas da matemática**. Em sua apresentação segundo autor a Matemática é parte da cultura humana e contribui para a formação cidadã, desenvolvimento do raciocínio lógico e ao avanço tecnológico. O livro assim como os demais é compostos de

capítulos e unidades. Nos capítulos temos boxes e seções, a seção **Abertura da unidade** apresenta o tema relacionado ao conteúdo em estudo, apresenta os principais conteúdos que serão trabalhados na unidade, as questões do boxe **Trocando ideias** motivam uma discussão inicial. Na **Atividades** trabalha-se o conteúdo de maneira mais direta, há problemas resolvidos, que trazem exemplos de estratégias para a resolução de atividade. Em **Saiba mais** apresenta textos que abordam conteúdos relacionados ao tema em questão trabalhado. Em **Desvendando enigmas** é proposta uma situação-problema cujo objetivo é utilizar os conceitos explorados na Unidade. **Trabalhando com a informação** é abordado assuntos relacionados à leitura de gráficos e tabelas, a Estatística e Probabilidade.

Na **Análise da resolução** nesta seção apresenta problemas desafiadores, extraídos de provas e bancos de questões de olimpíadas de Matemática. A resolução é discutida passo a passo. **Tecnologia digital** propõe a utilização de recursos e ferramentas tecnológicas, na resolução de situações-problema. Em **Atividades complementares** são atividades contextualizadas com situações cotidianas que exigem a aplicação de diferentes conceitos estudados até o momento em que aparecem. **O que aprendi** traz atividades que criam a oportunidade de rever o que foi estudado e refletir sobre as dificuldades e os métodos utilizados para superá-las. Em **Conhecimento interligado** são apresentados temas que permitem a conexão entre alguns conteúdos matemáticos estudados e outras áreas do conhecimento. Em **ação** são propostos temas como cidadania, trabalho, consumo, saúde, meio ambiente, ética e pluralidade cultural, os quais permitem a reflexão sobre as próprias atitudes e o posicionamento de maneira crítica em relação a eles.

Neste livro diferentemente dos anteriores encontramos questões relacionada à comparação multiplicativa em duas unidades, primeiramente **Operações com números naturais e Frações**, em operações com números naturais temos as situações **L4.S1** e **L4.S2**. Assim como nos demais livros a unidade se inicia com uma imagem de abertura e algumas questões iniciais, as habilidades envolvidas no estudo do capítulo são: EF06MA03, EF06MA12, EF06MA14, após a abertura inicia-se o ensino da soma e as demais operações, em todas as operações temos uma situação introdutória o ensino das propriedades e dos algoritmos, são trabalhadas as operações inversas das operações. O livro possui atividades tanto contextualizada quanto somente a aplicação do algoritmo. Referente a multiplicação e divisão

observamos que o livro aborda as ideias associadas a essas operações de modo bem simplista. Neste mesmo capítulo são ensinados potenciação e expressão numérica, a seguir as questões que encontramos.

Quadro 21: Questões de comparação multiplicativa no livro de Sampaio (2018)

SITUAÇÕES	CALCULO NUMÉRICO	CLASSE
L4.S1. Descubra o resultado em cada caso. A) O dobro da metade de 40 B) A metade do dobro de 40 C) A quarta parte do quádruplo de 10. D) O triplo da terça parte de 6.	A) metade de $40=20$, logo o seu dobro é 40. B) dobro de $40 = 80$, logo a sua metade é 40. C) quádruplo de $10 = 40$, a quarta parte de 40 é 10. D) terça parte de $6 = 2$, o triplo de 2 é 6.	Referido desconhecido
L4.S2. Obtenha: A) Um número que multiplicado por 13 resulta 364. B) Um número que dividido por 17 resulta 41.	A) $\square \times 13 = 364$ $\square = 28$ B) $\square : 17 = 41$ $\square = 697$	Referente desconhecido
L4.S3. Natália e Flávia receberam juntas por um trabalho R\$ 4 800,00. O combinado era que Natália recebesse o triplo do valor recebido por Flávia. A) Quantos reais cada uma deverá receber? B) Se Natália tivesse recebido o dobro de valor recebido por Flávia, quantos reais cada uma teria recebido?	A) $N + F = 4800$ $N = 3F$ $3F + F = 4800$ $4F = 4800$ $F = 1200, N = 3600$ B) $N = 2F$ $2F + F = 4800$ $3F = 4800$ $F = 1600, N = 3200$	Referente desconhecido
L4.S4. Alexandre, Tiago e Bruno são atletas de corridas de longas distâncias e vão participar de uma corrida de revezamento, porém o percurso não será dividido igualmente por conta da condição física de cada atleta. O percurso tem 54 quilômetros, Alexandre irá percorrer o triplo de Tiago, enquanto Tiago irá percorrer o dobro de Bruno. Quantos quilômetros cada um irá percorrer?	$A + T + B = 54$ $A = 3T$ $T = 2B$ $3T + T + T/2 = 54$ $9T = 108$ $T = 12$ $A = 36$ $B = 6$	Referente desconhecido
L4.S5. Raquel é a sócia responsável em distribuir os lucros do mês da empresa entre todos os sócios. No total são seis sócios: Amanda e Roberta recebem o mesmo valor que Carlos; Luana e Daniel recebem o dobro do valor recebido por Carlos; e Raquel recebe o quádruplo do valor de Carlos. A) Determine a fração de cada sócio em relação à distribuição de lucros. B) Se o lucro na empresa foi de R\$ 36 000,00, qual é o valor que cada um deverá receber?	A) $A=C; R_o=C; L=2C;$ $D=2C; R_a=5C$ $C+C+C+2C+2C+5C=1$ $12C=1$ $C=1/12$ B) $12C=36000$ $C=3000$ $A=3000$ $R_o=3000$ $L=6000$ $D=6000$ $R_a=15000$	Referente desconhecido

Podemos observar que todas as atividades esta relacionada ao eixo do referente desconhecido, assim como, exceto a **L4S4**, todas envolve a resolução em mais de uma etapa, e também apresentam os termos protótipos como “dobro”, “triplo”, porém para se chegar na relação ternária é necessárias algumas manipulações algébrica, novamente não encontramos questões com termos “quanto mais”, “quanto menos”.

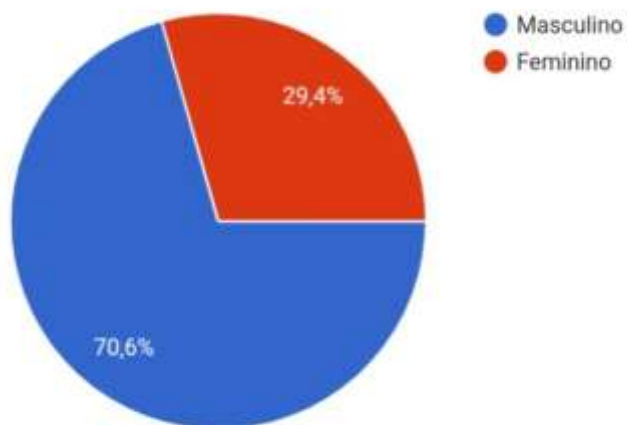
Por conseguinte, observamos que os livros didáticos a princípios apresentam poucas atividades envolvendo a comparação multiplicativa, e o eixo predominante abordado é o referente desconhecido, um fato importante de ser mencionado é o não aparecimentos de expressões como “vezes mais”, “vezes menos”, “vezes maior” e “vezes menor”. As atividades são predominantemente algébricas, envolvendo operação de soma e como se trata do campo multiplicativo, principalmente a operação de multiplicação e divisão. Observamos que a maioria das atividades contextualizadas a sua resolução envolve mais de uma sentença matemática em busca de se encontrar o valor desconhecido.

3.6 DIAGNOSTICO REALIZADO COM OS PROFESSORES.

Neste tópico analisaremos as respostas obtidas dos professores na aplicação do questionário. A coleta de dados ocorreu por meio de aplicação de um questionário online elaborado pelo programa Google Forms da Microsoft, que continha Termo e Consentimento Livre e Esclarecido, onde explicamos o objetivo do trabalho e principalmente por questões éticas que jamais divulgaríamos a identidade dos participantes. O público-alvo desta pesquisa foram professores de Matemática que atuam nos anos finais do ensino fundamental na cidade de Belém do Pará, conseguimos uma amostra de 17 professores. Para um melhor entendimento dividimos o diagnóstico, em: perfil dos professores, prática pedagógica, rede de ensino, ensino de matemática e ensino de comparação multiplicativa .

Inicialmente quanto ao perfil dos professores. A primeira pergunta estava relacionado quanto ao sexo dos professores, os resultados obtidos se encontra no gráfico 1.

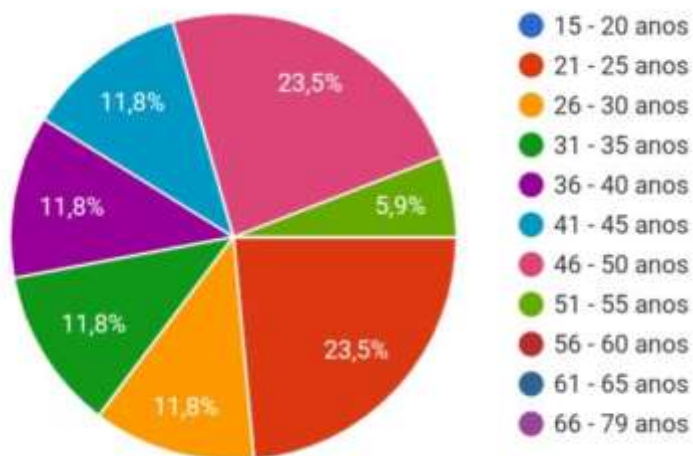
Gráfico 1: Sexo dos professores



Fonte: pesquisa de campo (2023)

Dos 17 professores participantes a maioria correspondia ao sexo masculino, cerca de 70,6% o que corresponde ao total de 12 masculinos, e conseqüentemente 5 femininos. A segunda pergunta, é a relação da idades dos professores.

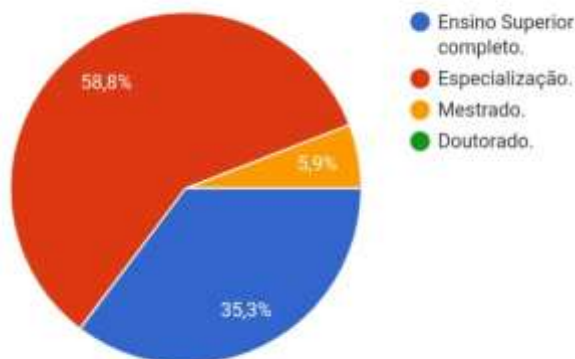
Gráfico 2: Faixa etária



Fonte: pesquisa de campo (2023)

Obtivemos duas faixas etárias com o mesmo percentual, as maiores porcentagem está a faixa etária dos 21 a 25 anos, com 4 professores e também a faixa de 46 a 50 anos com 4 professores. E também mais quatro faixa etária com o mesmo quantitativo 11,8%, o que corresponde a 2 professores. A terceira pergunta relaciona quanto ao grau de escolaridade dos professores.

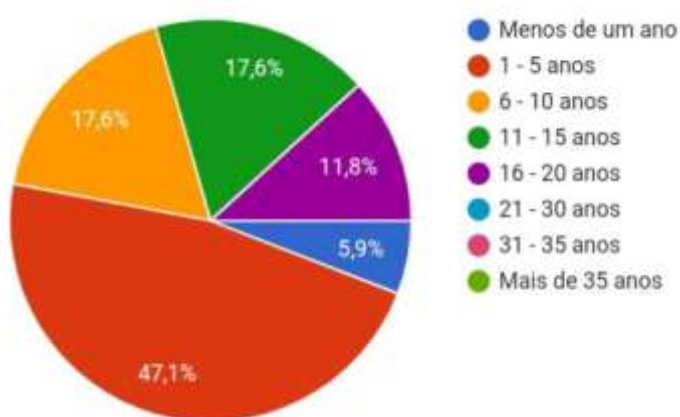
Gráfico 3: Grau de escolaridade



Fonte: pesquisa de campo (2023)

Podemos observar que a maioria dos professores consultados já possui especialização, 58,8% o que corresponde a 10 professores, somente 1 já tem o título de mestre, 6 possui somente graduação e nenhum dos professores consultados possui doutorado. Com a soma dos professores que possui especialização e mestrado, chegamos a conclusão que a maioria dos professores consultados tem uma pós-graduação, ou seja uma formação continuada, o que nos mostra um resultado satisfatória quanto ao grau de escolaridade dos professores. A quarta pergunta é quanto ao tempo de atuação como professor.

Gráfico 4: Tempo de serviço

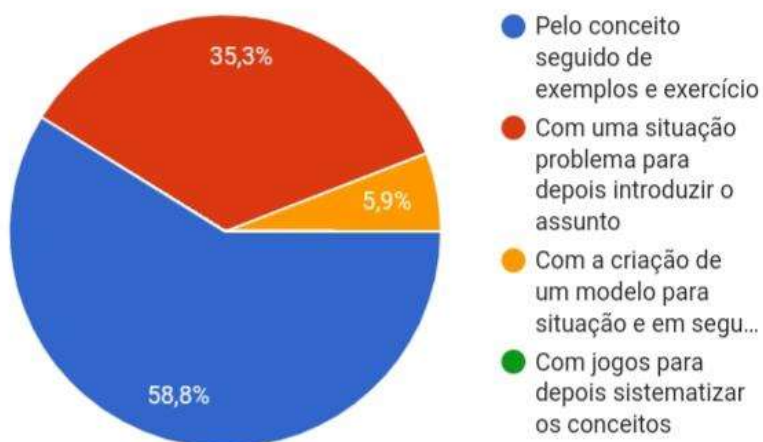


Fonte: pesquisa de campo (2023)

Com os dados obtidos 8 professores consultados têm entre 1 a 5 anos de atuação como professor, em segundo lugar entre 6 a 10 anos e 11 a 15 anos de docência. O que condiz com as faixas etárias dos professores apresentadas anteriormente.

Ao segundo bloco das perguntas relaciona-se quanto a sua prática pedagógica, na quinta pergunta perguntamos como eles costumam iniciar as suas aulas.

Gráfico 5: Como iniciam as suas aulas.

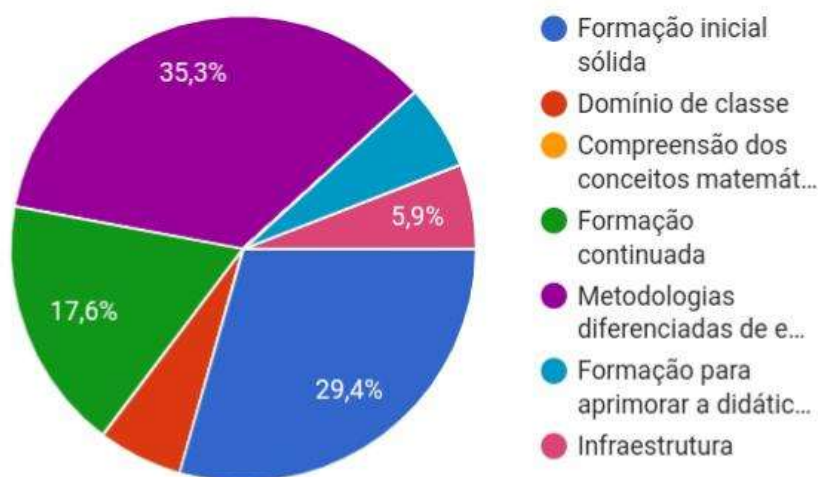


Fonte: pesquisa de campo (2023)

A maioria dos professores o que corresponde a 10 professores, marcaram que iniciam as suas aulas pelo conceito, seguido de exemplos e exercícios, a segunda alternativa com maior marcação está em iniciar com uma situação problema para depois introduzir o assunto e somente um professor marcou que inicia com a criação de um modelo.

A sexta pergunta é referente o que eles sente mais falta quando ministra as suas aulas.

Gráfico 6: O que mais sentem falta ao ministrar aulas



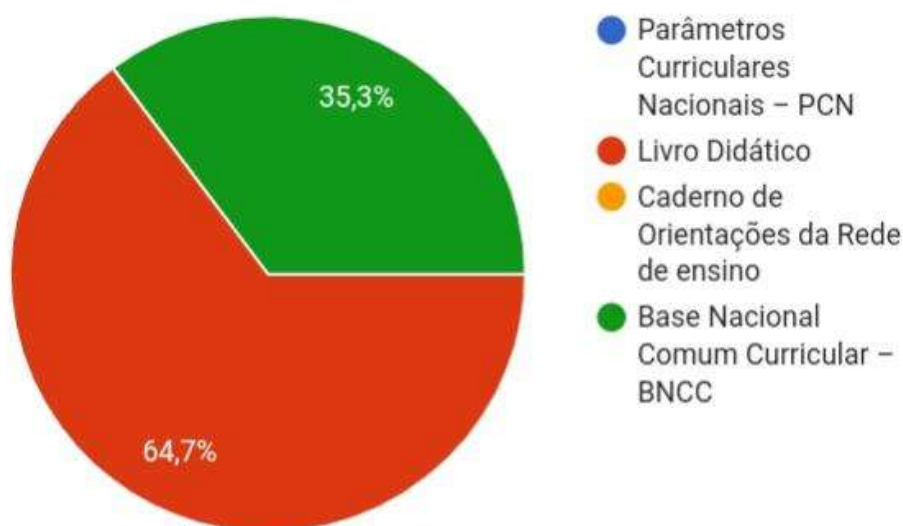
Fonte: pesquisa de campo (2023)

Com 35,3% o que corresponde a 6 professores, eles sentem mais falta de Metodologias diferenciadas de ensino, em segundo lugar de uma formação inicial sólida, ou seja de uma formação mais qualificada para sua atividade profissional, o que também condiz com o que o PCN de Matemática cita como um dos obstáculos ao ensino de Matemática.

Entre os obstáculos que o Brasil tem enfrentado em relação ao ensino de Matemática, aponta-se a falta de uma formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas. No entanto, muitos esforços vêm sendo empreendidos para minimizar esses problemas. Alguns com bastante sucesso, como os que acontecem em escolas que têm elaborado projetos educativos de modo a que contemple os interesses e necessidades da comunidade (BRASIL, 1998, p.21)

A sétima pergunta faz alusão de como os professores selecionam os conteúdos que vão ministrar nas aulas.

Gráfico 7: Como os professores selecionam os conteúdos.

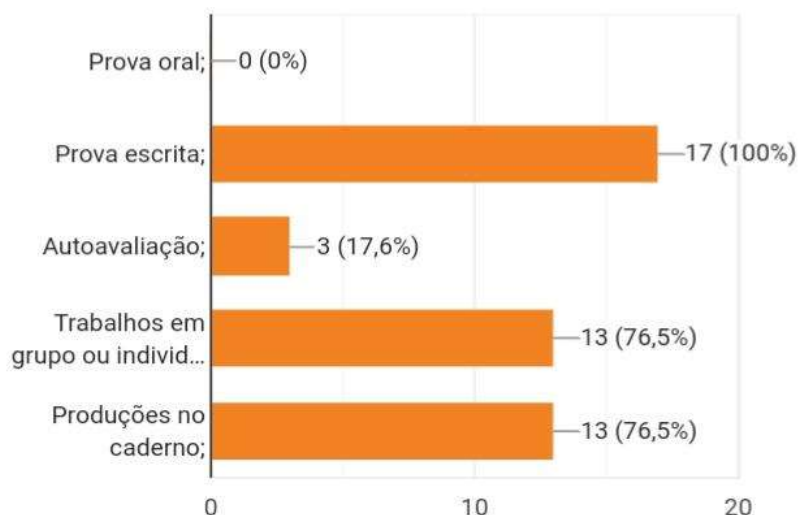


Fonte: pesquisa de campo (2023)

Obtivemos apenas a marcação de duas alternativas, com 64,7% o que corresponde a 11 professores, selecionam o conteúdo a partir do livro didático, e 6 professores a partir da BNCC. É imprescindível o uso do livro didático em sala de aula, no qual é o material que todos os alunos a princípio tem em mãos, entretanto, o livro didático não deve ser o único material utilizado pelo professor para ensinar os conteúdos ao seus alunos, buscando outras fontes de informação. Temos em Gonçalves (2013) o fato da disciplina estar consolidada no livro didático, não assegura que ela seja ministrada tal qual se imaginou. A preocupação dos professores com a adequação às aulas faz com que selecionem, preparem e organizem os conteúdos do ensino para suas aulas, reforçando o livro didático como elemento importante dentro da cultura escolar.

A oitava pergunta estava relacionada quanto a forma de avaliação utilizada pelo professor. Nesta pergunta os professores poderiam marcar mais de duas alternativas se achasse necessário.

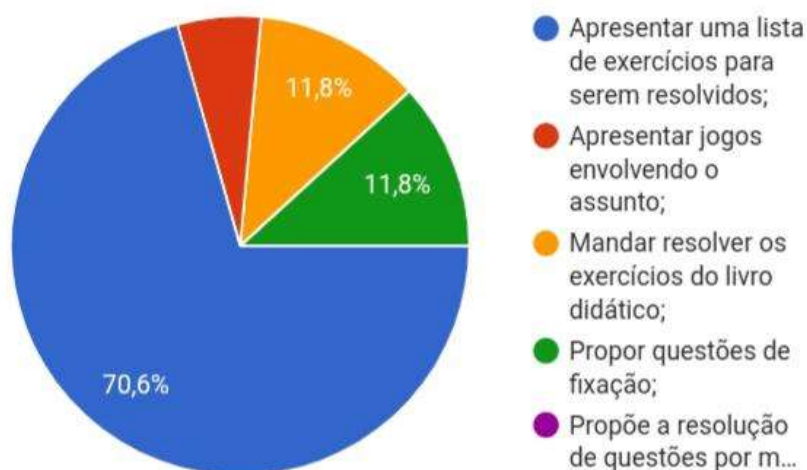
Gráfico 8: Forma de avaliação



Fonte: pesquisa de campo (2023)

Observamos que todos os professores marcaram que fazem o uso da prova escrita, segundo Gatti (2003) nos dados coletados em seu trabalho evidenciou que as provas são vistas pelos professores como um instrumento que “mede” a aprendizagem e são praticamente o único tipo de instrumento de que se valem para a avaliação. Nos dados coletados vimos que os professores fazem uso de outros meios de avaliação, não somente a prova escrita, complementam com produção no cadernos, com trabalho em grupos e o uso dos demais meios apontado no questionário. Nenhum professor marcou que faz uso da prova oral, ou seja, a expositiva. A nona pergunta é quanto a utilização de meios para fixar os conteúdos ministrados.

Gráfico 9: Meios para fixar o conteúdo

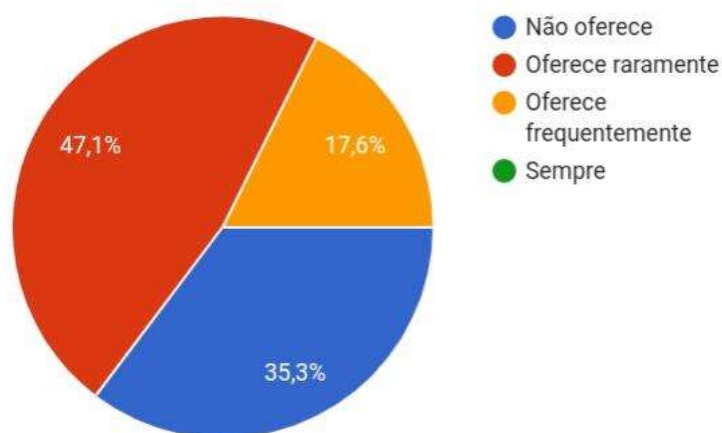


Fonte: pesquisa de campo (2023)

A maioria dos professores marcaram a alternativa de apresentar uma lista de exercício, o quantitativo de 12 professores. Além do mais, obtivemos ainda resolver os exercícios propostos no livro didático exercícios de fixação

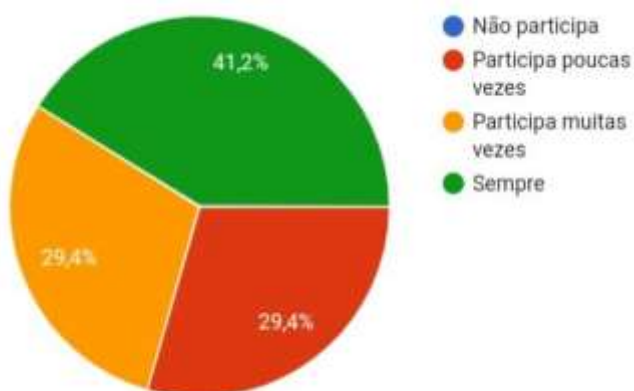
Ao terceiro bloco de perguntas está a rede de ensino que atuam. A décima e décima primeira pergunta relaciona-se ao oferecimento de uma formação continuada a rede de ensino, e também quanto a sua participação nessa formação.

Gráfico 10: Oferecimento de formação continuada.



Fonte: pesquisa de campo (2023)

Gráfico 11: Participação na formação continuada

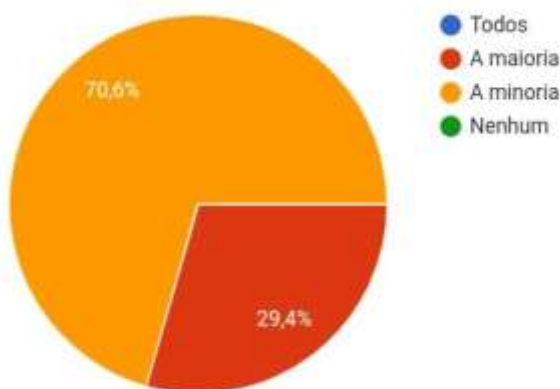


Fonte: pesquisa de campo (2023)

Quanto ao oferecimento da rede de ensino oferecer formação continuada, temos que 47,1%, cerca de 8 professores marcaram que oferecem raramente, e apenas 17,6% oferece, entretanto 35,3% marcaram que a rede de ensino não oferece uma formação continuada. Quanto a sua participação temos que 41,2% participam sempre, não obtivemos marcação quanto a não participação, assim podemos concluir que todos os professores consultados já participaram de uma formação continuada em sua docência.

O quarto bloco de pergunta é quanto ao ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática. A décima segunda perguntamos se os alunos dos professores consultados se gostavam da disciplina de Matemática,

Gráfico 12: Os alunos gostam da disciplina

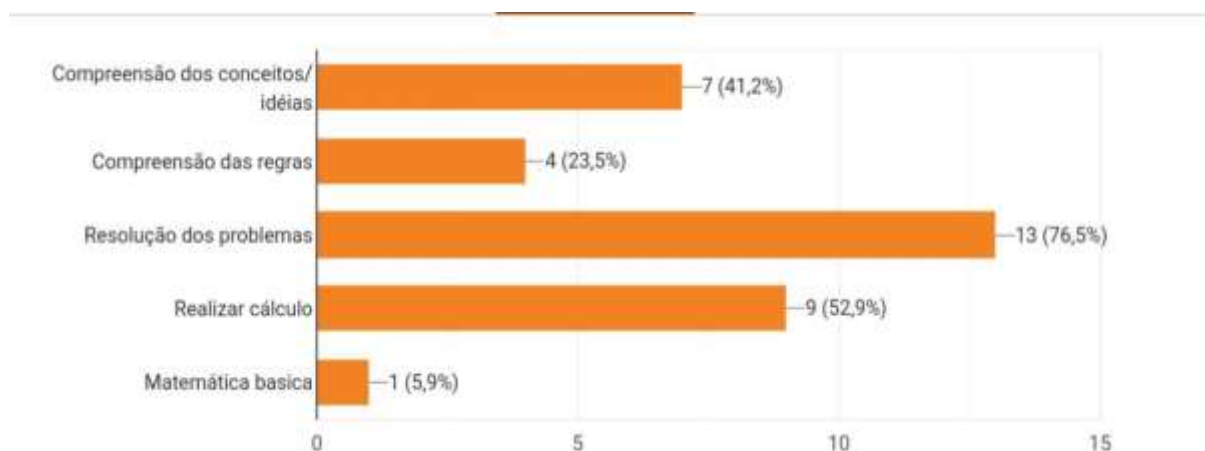


Fonte: pesquisa de campo (2023)

Podemos observar que 70,6% o que corresponde a 12 dos professores consultados marcaram a opção que a minoria dos seus alunos gostam da disciplina de Matemática, esse resultado vai de encontro com a visão que os alunos têm de Matemática, como uma disciplina difícil de ser aprender. Corroborando com esta afirmação temos no trabalho de Resende e Mesquita (2013, p.199) “os alunos justificam a causa de suas dificuldades devido a apresentarem problemas quanto à assimilação da matéria, tempo curto para dedicação ao estudo da disciplina e empenho nos estudos”

Na décima terceira questão os professores deveriam marcar as dificuldades que os alunos mais apresentam na aprendizagem de Matemática, nessa questão os professores poderiam marcar mais de uma alternativa.

Gráfico 13: As dificuldades que os alunos apresentam.



Fonte: pesquisa de campo (2023)

A alternativa com o maior percentual é referente quanto a resolução de problemas, seguida da realização do cálculo e compreensão dos conceitos. A décima quarta pergunta os professores deveriam marcar o que realizam quando o aluno apresenta dificuldades.

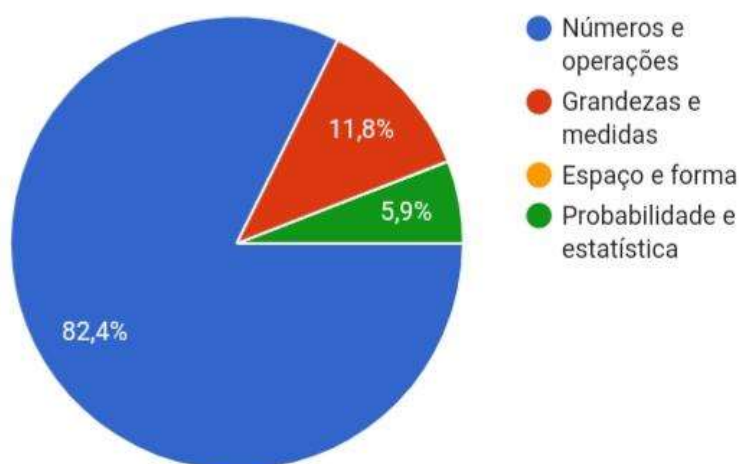
Gráfico 14: Atitudes dos professores quando os alunos apresentam dificuldades.



Fonte: pesquisa de campo (2023)

A alternativa com maior percentual foi a de explicar novamente para a turma, e em segundo lugar de ir até o aluno e explicar novamente para ele. A décima quinta pergunta é referente a unidade temática que eles consideram mais importante nas aulas.

Gráfico 15: Unidade temática



Fonte: pesquisa de campo (2023)

Observamos que a unidade temática que apresentou o maior percentual de importância foi a unidade números, temos que na BNCC esta unidade tem como finalidade

desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em

quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos (BRASIL, 2017, p.269)

O próximo bloco de perguntas relaciona-se quanto ao ensino do objeto da nossa pesquisa, a comparação multiplicativa. A décima sexta e a décima sétima pergunta refere-se quanto ao ensino dos conhecimentos intrínseco ao ensino do objeto, assim como ao grau de dificuldade dos alunos em assimilar esses conhecimentos. O quadro 22 apresenta os resultados obtidos, dados vão ser em valores nominal, pelo quantitativo de professores que marcaram as opções.

Quadro 22: Ensino dos conhecimentos relacionados a comparação

Conteúdo - COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA	Costuma ensinar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem			
	Sim	Não	Muito fácil	Fácil	Difícil	Muito difícil
Operação de Multiplicação	17	0		10	7	
Soma de parcelas iguais	17	0	1	16		
Disposição retangular	12	5		9	4	4
Combinação	14	3		8	5	4
Proporcionalidade	16	1		7	6	4
Comparação multiplicativa	16	1		8	8	1
Termo- referente desconhecido	8	9		4	9	4
Termo- referido desconhecido	8	9		4	9	4
Termo- relação desconhecida	8	9		3	10	4
Expressões – dobro, triplo, quádruplo, quíntuplo e etc.	17	0	2	9	4	2
Expressões – metade, terça parte, quarta parte e etc.	17	0		9	6	2
Expressão – “vezes mais” e “vezes menos”	14	3	1	9	4	3
Expressão – “vezes maior” e “vezes menor”	14	3	1	10	3	3
Divisão	17	0	1	4	10	2
Repartição equitativa	12	5	1	4	10	2
Medida	16	1	1	4	10	2
Operações inversas	16	2		4	12	1

Fonte: pesquisa de campo (2023)

Observamos que a maioria dos professores ensinam esses conhecimentos, o que é satisfatório, vimos também que quanto o referente, referido e relação desconhecida, a maioria dos professores afirmaram que não ensinam, o que condiz com o resultado quanto a dificuldade dos alunos em aprenderem. As expressões que

há o predomínio da comparação multiplicativa, como dobro, metade, triplo, e também as expressões vezes mais, vezes menos, os professores marcaram que ensinam. Algo que nos chamou atenção foi o fato de apresentar pouca marcação na opção de “muito fácil” relacionado a dificuldade de aprendizagem.

A décima oitava e décima nona apresentamos algumas situações envolvendo comparação multiplicativa com os termos “vezes” e “vezes menos” perguntamos se os professores ensinam e o grau de dificuldade dos alunos em aprenderem.

Quadro 23: Situações envolvendo comparação multiplicativa

	Costuma ensinar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem			
	Sim	Não	Muito fácil	Fácil	Difícil	Muito difícil
O professor de Matemática no primeiro semestre passou 86 questões de dever para casa, no segundo semestre ele passou duas vezes mais do que no primeiro semestre a quantidade de deveres. Quantos deveres o professor passou no segundo semestre?	12	5		11	6	
Em uma competição em um jogo eletrônico, Daniel acumulou 156 pontos, enquanto Felipe acumulou 26 pontos. Felipe acumulou quantas vezes menos pontos em Comparação ao Daniel?	11	6	1	4	12	
Maria comprou um celular e um notebook para auxiliar nos estudos. O celular custou a terça parte do notebook. Sabendo que o valor do celular foi de R\$1200,00, quanto custou o notebook?	16	1	1	4	10	2
A idade do seu Raimundo é quatro vezes a mais do que a idade do seu filho Rafael. Rafael tem 11 anos. Quantos anos tem o seu Raimundo?	16	1		5	10	2
Em uma padaria em um final de semana é vendido 48 fatias de bolo. Em dias da semana é vendido três vezes menos do que no final de semana. Quantas fatias de bolo é vendido no dia de semana?	14	2		4	11	2

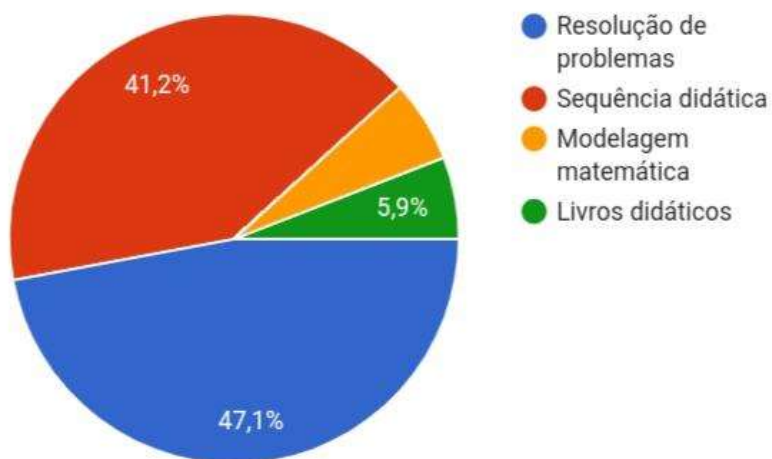
Fonte: pesquisa de campo (2023)

Podemos observar que a maioria dos professores marcaram que ensinam essas situações aos seus alunos, entretanto o grau de dificuldade de aprendizagem segundo os professores é de “difícil”, tivemos apenas duas marcações de “muito fácil”

A vigésima questão perguntamos se existia mais algum aspectos que os professores gostariam de acrescentar quanto as dificuldades do ensino da comparação multiplicativa, as respostas que obtivemos foram “interpretação do problema, modelagem matemática”, percepção das regularidades e padrões existentes nos modelos", e “as dificuldades aparecem quando são utilizados termos desconhecidos”

E por último perguntamos que sugestão os professores nos dariamos para uma possível elaboração de um material didático para o ensino da comparação multiplicativa.

Gráfico 16: Elaboração de um material didático



Fonte: pesquisa de campo (2023).

A maioria dos professores recomendaram a resolução de problemas, o PCN de Matemática nos recomendam a Resolução de Problemas como ponto de partida para a atividade Matemática (BRASIL,1998) com isto consideramos válida a recomendação dos professores, em segundo lugar a elaboração de uma sequência didática, o que condiz com a proposta do nosso trabalho, a elaboração de uma sequência com atividades experimentais para o ensino da comparação multiplicativa.

3.7 ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Para Sá, Mafra e Fossa (2022) o ensino de Matemática fundamentada em atividades experimentais objetiva conduzir o estudante ao objeto de conhecimento, levar a formação de conceito por meio de sequência de atividades, essa sequência por sua vez estará vinculada aos objetivos da nossa intervenção pedagógica. Segundo os mesmos autores, as atividades deverão ter possibilidade de elaboração de situações de ensino que reflete o conteúdo que queremos ensinar, mas também que a sua implementação possibilite diversas situações posteriores e de desenvolvimento.

O professor terá um papel desafiador, deverá elaborar um ambiente investigativo, propor as atividades e o seu principal papel será de instigar as ações exploratórias dos estudantes e questiona-los quanto ao seus resultados. (Sá, Mafra e Fossa, 2022)

No ensino por atividade experimental o estudante assumirá a função de “pesquisador matemático”, serão instigados a descobrir os padrões, os conceitos, as estruturas, vão realizar questionamento, ou seja realizaram a problematização, formularão hipóteses, vão refletir, experimentar as suas inferências e por último, e apresentarão os resultados. (Fey, 2021)

Segundo Fey (2021) ao aplicar uma atividade experimental é necessário verificar o grau de familiaridade dos alunos com esse modelo de ensino, atentar para a faixa etária do estudante, o desenvolvimento matemático e conhecimentos prévios para se que se obtenha os resultados esperados.

O estudante se torna um agente ativo no processo de ensino e aprendizagem, pois a atividade fica centrada no próprio aluno. O sucesso da utilização do ensino por meio de atividades experimentais depende da sequência das atividades e da sua aplicação correta (Sá, Mafra e Fossa, 2022)

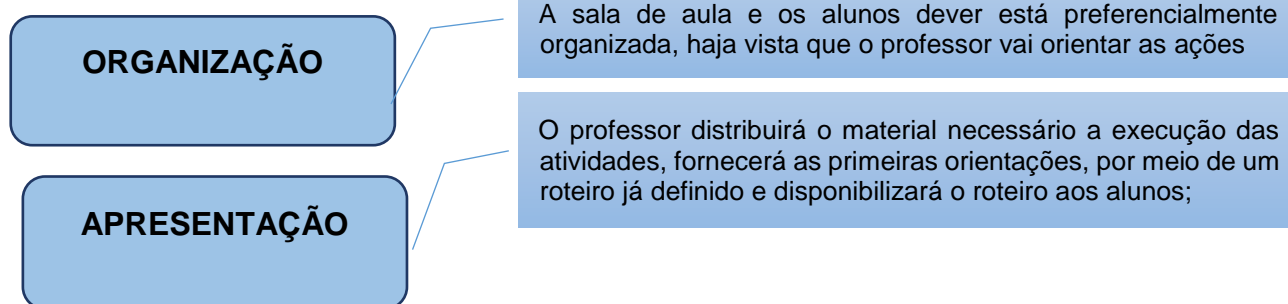
Em seu trabalho Sá, Mafra e Fossa (2022) esclarece que as atividades experimentais podem ser tantos individuais como em grupo. Há também as atividades de conceituação, onde os alunos são levados a reconhecer um conceito matemático numa situação vivenciada. As atividades de redescoberta o professor media as inferências realizadas pelos alunos por meios das ações exploratórias relacionando o conhecimento do novo conceito com os seus conhecimentos anteriores, com os resultados positivos obtidos, os alunos se torna segundo Sá, Mafra e Fossa (2022, p.5) “contribuirão para a capacitação deles como pensadores matemáticos, tanto na sua compreensão de textos com conteúdos matemáticos, quanto no seu próprio uso de matemática na sua vida diária.” Os alunos desenvolveram os seus métodos, explorar as estratégias para verificar se é valida para determinada situação.

O êxito da aplicação do ensino por atividade experimental está nas situações que possibilitam articulações entre as inferências dos alunos e do conhecimento do objeto matemático que está inerente as atividades, que por sua vez deve está pautada em situações passíveis de discussões, não somente do conhecimento matemático que se busca conceber, mas como este conhecimento está relacionado pelo estudante durante a atividade. (Sá, Mafra e Fossa, 2022)

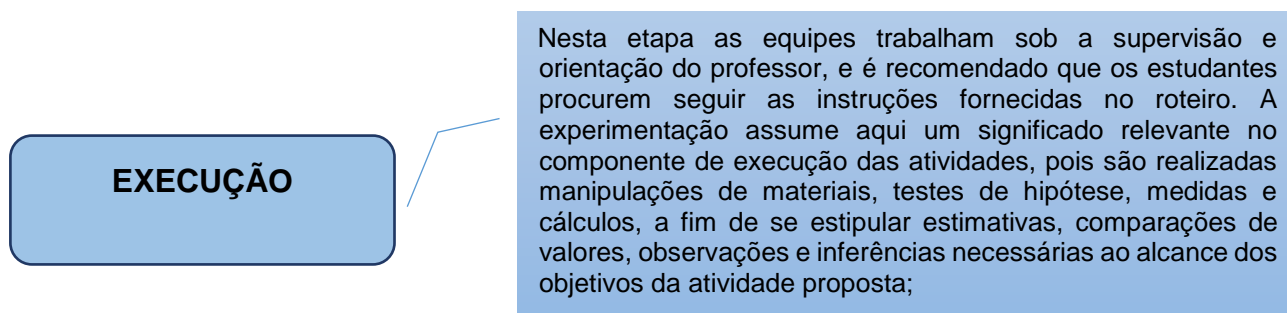
Sá, Mafrá e Fossa (2022) elencaram um planejamento didático relacionado ao ensino por atividades, no âmbito da atividade de conceituação e da redescoberta. Primeiramente temos, segundo os autores a

determinação e construção do objetivo, elaboração dos procedimentos, seleção do material, elaboração do espaço de registro, previsão de observações e de institucionalização da atividade, bem como a elaboração do roteiro e testagem da eficiência da atividade proposta. (Sá, Mafrá e Fossa, 2022, p.7)

Segundo Sá, Mafrá e Fossa (2022) o ensino por atividade no âmbito da conceituação é organizada na seguinte sequência:



Nesse momento inicial de acordo com Fey (2021) é importante que o professor assegure que os alunos compreendam a atividade, e explicar o objetivo da atividade. A autora também indica a realização da leitura conjunta do enunciado e esclarecer termos que os alunos ainda não estão familiarizados



Segundo Fey (2021) a etapa da exploração inicial é o momento em que os alunos vão demandar de mais tempo, onde as dificuldades serão mais aparentes, pois é o primeiro contato dos alunos. Fey (2021) prescreve que se a atividade estiver sendo realizada em grupos o professor deverá observar e instigar a participação de todos, poderá ocorrer momentos em que os alunos não estejam conseguindo realizar as suas conjecturas, podendo ocasionar impasses e desmotivação, nesse caso o professor deverá realizar a sua intervenção objetivando minimizar essas dificuldades.

REGISTRO

É o momento da sistematização das informações resultantes das discussões e ações previstas no espaço destinado aos registros dos resultados;

Os alunos podem ter dificuldades para verbalizar ou não encontrar as palavras corretas quanto a sua conceituação final. É necessário o registro escrito para que se tenha, primeiramente, a guarda das informações obtidas inicialmente e por fim vem o processo da escrita que os alunos tendem a expor as suas ideias de modo mais claro e utilizem a linguagem matemática, possibilitam expressar seu pensamento matemático.

Ainda no momento de execução e registro, para Fey (2021) os alunos tem a tendência de elevar seus pensamentos já para conclusões, sem antes realizar a justificativa ou provas. O professor poderá realizar questionamentos com o intuito de instigar os alunos, enriquecendo assim a sua conclusão.

ANÁLISE

Nesta etapa cada equipe apresenta uma sistematização das informações registradas, da forma que possibilite as características do objeto matemático a ser conceituado.

INSTITUCIONALIZAÇÃO

É o momento em que as equipes apresentam os resultados provenientes de suas atividades e o professor as confronta com os conceitos ou estruturas matemáticas do objeto matemático que está em foco. A apresentação pode variar entre exposições gráficas, orais e representações diversas, desde que o grupo responsável possa propiciar uma discussão crítica sobre os conhecimentos trabalhados naquele momento

Após aplicação das atividades e obtidas as primeiras análises, a exposição dos resultados é a etapa de suma importância, pois é o momento de socialização entre os estudantes onde eles apresentam os seus raciocínios. Nas etapas da resolução os estudantes desenvolvem a sua oralidade e consequentemente a sua capacidade argumentativa, se apresentarem conceitos errôneos ou frases mal-colocadas o professor auxiliará para que os verbalize de modo adequado.

SÁ (2019) apresenta alguns exemplos de Atividades experimentais relacionadas a conceituação, veremos na figura a seguir:

Figura 10 : Exemplo de atividade experimental de conceituação de potência

Objetivo: Conceituar potenciação

Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: Com o auxílio da calculadora, calcule as operações abaixo e registre os resultados obtidos:

1) $3^2 =$

2) $6^2 =$

3) $4^2 =$

4) $7^2 =$

5) $2^3 =$

6) $5^2 =$

7) $1^3 =$

8) $3^3 =$

9) $0^4 =$

10) $10^2 =$

Com base nos resultados obtidos, descubra como a máquina operou para obter os resultados em cada item.

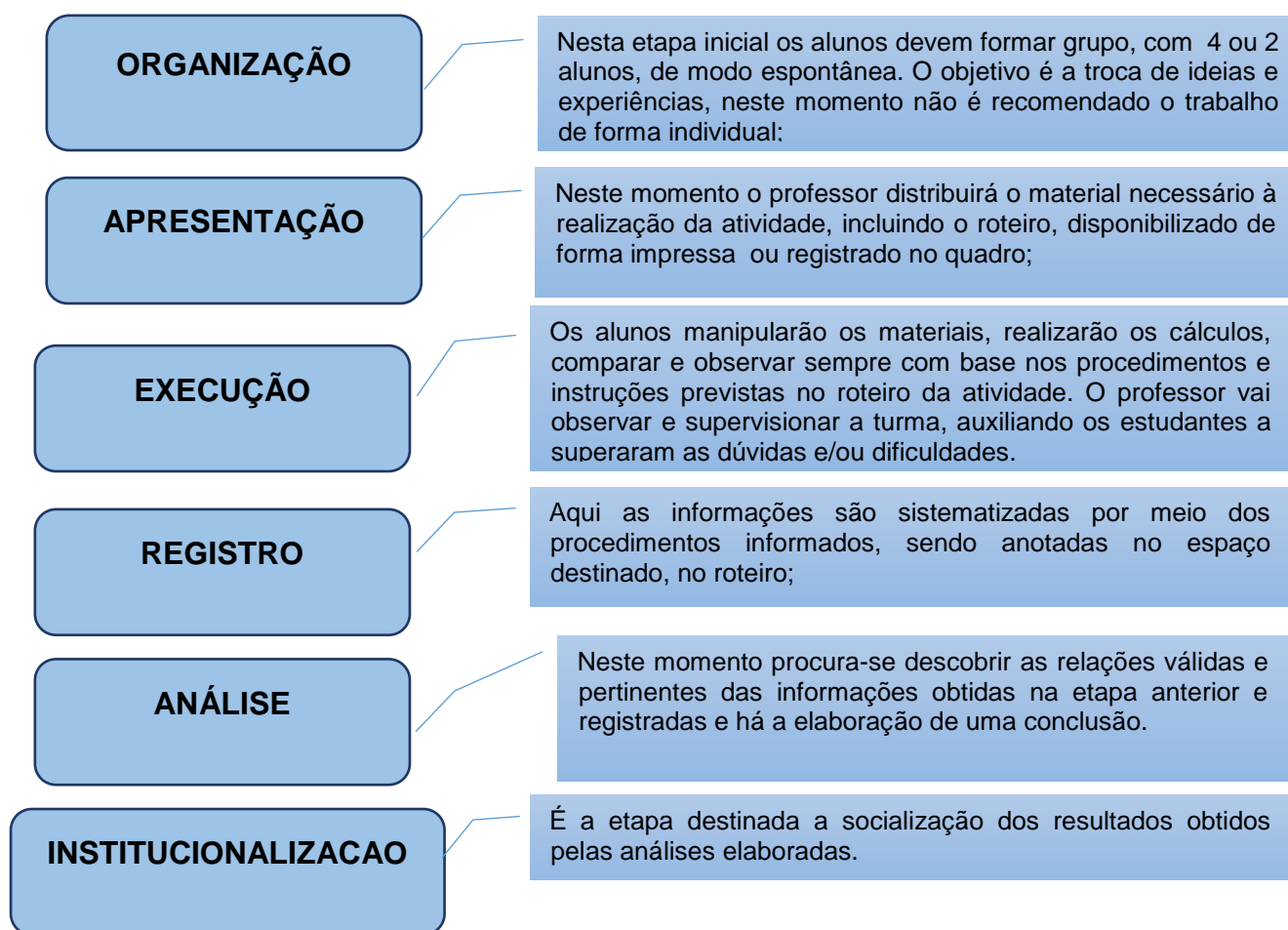
Fonte: SÁ (2019,p.32)

Quanto ao planejamento da atividade experimental, segundo os autores Sá, Mafra e Fossa (2022, p.8) ,temos:

- I. Determinação do conceito a ser apresentado aos estudantes
- II. a elaboração do objetivo da atividade a ser apresentada aos estudantes de forma única. Sua elaboração requer uma estratégia de redação capaz de não deixar claro, inicialmente, o propósito do que se pretende conceituar, para que o estudante não saiba o resultado antes da conclusão da atividade;
- III. a elaboração dos procedimentos da atividade, ou seja, os caminhos a serem percorridos aos estudantes para que eles consigam identificar as características do objeto matemático que se pretende internalizar. Os procedimentos podem variar, dependendo da configuração de cada atividade; elas devem estar associados ao conjunto de ações a serem feitas pelos estudantes na busca da compreensão do objeto matemático que a atividade pretende conceituar;
- IV. a seleção do material a serem utilizados pelos estudantes. Esta seleção está associada às especificidades procedimentais de cada atividade;
- V. a elaboração do espaço especialmente aos registros que serão realizados pelos alunos, conforme os objetivos e procedimentos das respectivas atividades;
- VI. a previsão das observações quanto as possibilidades e a previsibilidade ou não dos registros a respectiva atividade, sejam os registros válidos ou inválidos, cabendo inferências e conclusões, conforme os objetivos propostos;
- VII. a previsão de institucionalização, que informa como o professor vai proceder a mediação da apresentação do conceito desejado, pelas equipes, com base tanto nas informações válidas, inválidas, desejadas ou não;

- VIII. a elaboração do roteiro sugestivo para a atividade, com os seguintes itens: título, objetivo, material, procedimento, espaço de registro, espaço de observação e espaço de conclusão;
- IX. a verificação de se o roteiro permite chegar à observação das características desejadas ao objetivo proposto.
- X. a finalização, ou seja, todas as informações apresentadas no plano de trabalho e validadas na sua verificação final

A organização do ensino por atividade relacionada a redescoberta é similar com a da conceituação, está organizada nas seguintes etapas: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.



Sá, Mafra e Fossa (2022, p.9-10)

Quanto ao planejamento para os autores, temos os seguintes momentos: determinação do resultado desejado, construção do objetivo, produção do material, elaboração do procedimento, elaboração do espaço de registro, elaboração do espaço para os registros, verificação, previsão da institucionalização e elaboração do roteiro.

Assim como na atividade envolvendo conceituação, Sá (2019) apresenta alguns exemplos de atividades produzidas com o objetivo da redescoberta.

Figura 11: Exemplo de atividade experimental de redescoberta de potência.

TÍTULO: A base 1	
OBJETIVO: Descobrir uma relação entre as potenciações de base 1.	
MATERIAL: Papel, Lápis ou caneta e máquina de calcular.	
PROCEDIMENTO:	
Calcule as potenciações abaixo:	
1) $1^2 =$	6) $1^{10} =$
2) $1^3 =$	7) $1^{12} =$
3) $1^4 =$	8) $1^{15} =$
4) $1^5 =$	9) $1^{40} =$
5) $1^6 =$	10) $1^{30} =$
OBSERVAÇÃO:	
CONCLUSÃO:	

Fonte: Sá (2019, p.41)

Conforme Sá, Maфра e Fossa (2022) o uso desta metodologia pode ser adaptada para diferentes níveis de ensino, e do objeto que será de estudo, e das condições oferecidas para o professor, as atividades geralmente são estruturadas da seguinte maneira: título, objetivo, material, procedimento, observações e conclusões, podendo sofrer modificações conforme a vontade do professor. Corroborando com o exposto temos segundo Lorenzato (2010 apud Fey 2021, p.6) “na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la”

3.8 RESOLUÇÃO DE PROBLEMA

O Parâmetro Curricular Nacional (BRASIL, 1998) expressa a indicação do uso da Resolução de Problemas como base para o ensino de Matemática e destaca também a importância de se utilizar para o mesmo objetivo a História da Matemática, esta nos conta que a própria evolução da Matemática partiu de questões motivadas por problemas de ordem práticas, problemas de outras ciências e problemas da própria Matemática.

De acordo com o PCN (1998) a definição de um problema matemático é “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (p. 41). Para o Dante (2007) um problema matemático é “qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-lo” (p. 10).

Hoje vemos a resolução de problemas aplicada ao ensino, no contexto escolar, com o objetivo segundo PCN (1998, p.40) “Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.”. Ainda de acordo com este documento, a resolução de problemas não vem sendo utilizada para a sua real finalidade, que quando é usada pratica-se apenas na aplicação de conhecimentos já obtidos pelos estudantes.

Os anos de 1980 foram os anos de destaque para a Resolução de Problemas, principalmente discussões que envolviam a implementação de tendências educacionais para um efetivo ensino e aprendizagem da Matemática. Em 1980 aconteceu nos Estados Unidos a publicação do National Council of Teachers of Mathematics - Conselho Nacional de Professores de Matemática, que é uma organização profissional para professores de matemática, este conselho apresentou um documento intitulado “Agenda para Ação” no qual apresentava recomendações para o ensino de Matemática, entre as recomendações estava a de que a Resolução de Problemas como foco da matemática para a década de 80 (BRAGA, 2020).

Nesta mesma linha de pensamento Luiz Roberto Dante é um dos principais educadores matemático brasileiro referência na Resolução de Problemas, para o autor:

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las. Esta é uma das razões pela qual a resolução de problemas tem sido reconhecida no mundo todo como uma das metas fundamentais no 1º grau (DANTE, 2007, P.11)

Polya (1995) foi um dos principais autores sobre a Resolução de Problemas definiu quatro etapas para a Resolução de um Problema Matemático qualquer, as etapas são: **a)** Compreensão do problema, **b)** Estabelecer um plano, **c)** Executar o plano estabelecido e **d)** Realizar a verificação do resultado. Para Dante (2007) essas fases não são estáticas, inflexível.

No quadro a seguir apresentamos um quadro resumo das etapas proposta por Polya (1995) com contribuições de Dante (2007) que apresenta alguns questionamentos que podem auxiliar na resolução e de Braga (2020) que apresenta descrição das etapas.

Quadro 24: Etapas da resolução de problemas

ETAPA	BREVE DESCRIÇÃO	ALGUNS QUESTIONAMENTO
Compreensão do problema	Busca compreender o problema a fim de encontrar sua incógnita. É nesta fase que há o reconhecimento dos dados conhecidos, bem como a determinação do objetivo a ser alcançado.	<ul style="list-style-type: none"> - O que se pede no problema? - O que se procura no problema? - O que se quer resolver? - O que o problema está perguntando? - Quais são os dados e as condições do problema? - É possível fazer uma figura? - É possível estimar ou "chutar" a resposta?
Estabelecer um plano	Elabora-se de posse da compreensão dos problemas, os cálculos e caminhos a percorrer no intuito de obter a incógnita. Importante a concepção deste plano para sua futura execução.	<ul style="list-style-type: none"> - Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este? - É possível colocar as informações numa tabela, gráfico ou diagrama? - É possível resolver o problema por partes?
Executar o plano estabelecido	Coloca-se em prática o plano elaborado, examinando todos os detalhes decorrentes de sua execução. Caso haja contratempos, volta-se a fase anterior para elaboração de um novo plano.	<ul style="list-style-type: none"> - Execute o plano elaborado, verificando passo a passo. - Efetue todos os cálculos indicados no plano.

		- Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.
Realizar a verificação do resultado	Em consonância com o raciocínio inicial, verifica-se o resultado fazendo uma revisão crítica da execução de todo o plano traçado.	- Examine se a solução obtida está correta. - Existe outra maneira de resolver o problema? - É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

Fonte: Dante (2007, p.23-29) e Braga (2020, p.9-10)

Esses questionamentos podem auxiliar os alunos para a resolução do problema em questão, além de que podem realizar outros questionamentos pertinente ao problema assim como realizar as representações, sejam gráficas, geométricas, aritméticas ou algébricas. Para Dante (2007,p.53) umas das maiores dificuldades dos estudantes na resolução está a leitura e a compreensão do texto, acrescenta também o autor que quando o professor se utiliza da resolução de problemas ele deve ser um incentivador e moderador das ideias que os alunos propõem, para o autor os alunos estão “fazendo Matemática” e não “observando a Matemática”

Dante (2007) apresenta exemplos que segundo ele seria os tipos de problemas, como podemos visualizar no quadro 25.

Quadro 25: Os tipos de problemas segundo Dante (2007).

TIPO	OBJETIVO	EXEMPLO
Exercícios de reconhecimento	Reconhecer, identificar ou lembrar de um conceito, definição ou de propriedade.	Dados os números 2, 5, 10, 103, 156, 2007, quais são pares? Qual o sucessor de 109?
Exercícios de algoritmos	Execução de um algoritmo de operação	Efetue: A) $128 + 79 =$ B) $101 - 68 =$
Problemas-padrão	Aplicação direta de um ou mais algoritmos aprendidos anteriormente.	Em uma classe há 17 meninos e 22 meninas. Quantos há na classe?
Problemas-processo ou heurístico	Problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas no enunciado. Não podem traduzidas diretamente para a linguagem matemática	Em uma reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?
Problemas de aplicação	Retratam situações reais do dia-a-dia, também chamados de situações-problemas	Para fazer seu relatório, um diretor de escola precisa saber qual é o gasto mensal, por aluno, que ele tem com a merenda escolar. Vamos ajudá-lo a fazer esses cálculos?

Problemas de quebra-cabeça	Sua solução depende, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque	Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadrados. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadrados?
-----------------------------------	---	--

Fonte: Dante (2007, p.16-21)

Conhecer as variadas formas de problemas é interessante para o professor, pois possibilita um leque de opções, principalmente seleciona-la com de acordo com o objetivo que se deseja atingir. O objetivo da resolução de problemas está em desenvolver nos educando habilidade de problematização, ou seja de pensar, refletir e propor uma solução, argumentar, a sua resolução não é somente a aplicação de algoritmos e fórmulas decoradas

3.9 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

É notório que as representações têm um papel essencial para a Matemática, assim como no âmbito escolar para o ensino e aprendizagem. Segundo Almeida e Silva (2018) a semiótica como ciência dos signos vem sendo desenvolvida com o passar do tempo, a sua aplicação na matemática é imprescindível, pois utiliza-se de símbolos, representações, objetos e consequentemente de signos. De acordo com Almeida e Silva (2018):

Levando em consideração que toda e qualquer apreensão se dá por meio da linguagem, que os signos são justamente os meios que viabilizam a linguagem, que a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem estão também associados à produção e ao uso de signos(P.703)

Tendo como seus constructos teóricos do educador, filósofo e psicólogo francês Raymond Duval, interessado no funcionamento cognitivo. Para o educador, devemos considerar como os objetos nos são apresentados, para ele o pensamento é ligado às operações semióticas, logo não é possível obtemos compreensão cognitiva sem o recurso das representações (Almeida e Silva, 2018).

Conforme Duval (2012) as representações semióticas são produtos formados pelo emprego de signos. Os objetos matemáticos não são de fácil percepção, e nem também de acessibilidade, o acesso a esses objetos é mediado pela representação semiótica, ou seja, um conjunto de signos que permite o seu registro. O autor citar exemplo de representações semiótica aplicada a Matemática, como figura geométrica; enunciado em língua natural; fórmula algébrica, com isso podemos dizer que a aplicabilidade, o estudo e desenvolvimento das representações semióticas são imprescindível para o campo da Matemática, e consequentemente para o campo educacional. “A Semiótica é uma ciência que tem por objeto de investigação a utilização da linguagem por meio dos diferentes signos, denominados por Duval de registros de representações semiótica.” (Andrade Filho, 2013, p.6)

Ainda para Duval (2012) os objetos matemáticos não devem equiparados com a representação que se realiza dele, a diferenciação entre o objeto e a representação é importante para se ter a efetiva compreensão da matemática, segundo a autor:

“toda confusão acarreta[...] uma perda de compreensão e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis ao longo de seu contexto de aprendizagem: seja por não lembrar ou

porque permanecem como representações “inertes” que não sugerem nenhum tratamento.” (P.268)

Almeida e Silva (2018) para Duval a representação semiótica não pode ter seu papel resumido apenas à codificação dos objetos matemáticos, Duval orienta que deve ser utilizados nas atividades matemáticas pelo menos dois registros de representação, podendo realizar o comparativo e exploração das representações

Neste contexto, entre professores de Matemática ou pesquisadores, especialmente da área de Educação Matemática, parece haver um consenso de que não é possível compreender e operar diretamente com os objetos matemáticos, havendo a necessidade de signos para se ter acesso a eles. (ALMEIDA E SILVA, 2018, p.701)

Segundo Duval (2012) as representações semióticas não são subordinados as representações mentais, pois as representações mentais depende da apreensão das representações semiótica, o autor conceitua duas fases da atividade cognitivo do pensamento humano, a “semiose” que o autor define como a apreensão ou a produção da representação, e “noesis” o qual ocorre a apreensão conceitual de um objeto, as duas fases são dependente uma da outra, ou seja, para que se tenha e seja efetiva a apreensão conceitual, precisamos de um sistema semiótico. (P.270)

Para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, deve haver as três atividades cognitivas ligadas a semiose, segundo Duval (2012). A primeira é a formação de uma representação identificável, conforme o autor pode ser comparada como uma tarefa de descrição, “enunciação de uma frase, composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, etc.” (P.271). A segunda é o tratamento, ocorre a transformação da representação no mesmo registro onde ela foi formada, para o autor o tratamento é uma transformação interna a um registro. Por último temos a conversão da representação, acontece a “transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial.” (P.272), exemplo de conversão segundo o autor, temos a ilustração, a tradução e a descrição.

Para Duval (2012) somente as atividades cognitivas de formação e tratamento são consideradas no ensino, para o autor a conversão das representações acontece por si mesma, pois se limita apenas a mudança de registro. Ainda de acordo com

Almeida e Silva (2018) as demandas cognitivas associadas a Matemática está relacionada com as operações e as interpretações das diferentes representações que as constituem.

Os registros de representações torna acessível a percepção dos assuntos estudados em Matemática, principalmente os mais abstratos, as representações são facilitadas pelos signos, um signo representa um objeto, assim o signo é um registro de uma representação (Andrade Filho, 2013). O PCN (1998) cita um exemplo de como os alunos buscam a representação como um caminho para a facilitação do entendimento da situação,

Quando os alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto.”(BRASIL, 1998, p.125)

Trazendo Vergnaud (1982) levando em consideração o campo conceitual, o qual é objeto desta dissertação, mas precisamente o campo multiplicativo, para o autor

O estudo psicogenético da aquisição desse campo requer a análise das diferentes relações envolvidas e o estudo hierárquico das diferentes classes de problemas que podem ser oferecidos aos alunos. Requer também o estudo dos diferentes procedimentos e das diferentes representações simbólicas que os alunos podem usar.(P.40, tradução nossa)

De acordo com o trabalho de Pereira (2015) a qual nos diz que dentre as dificuldades na resolução de situações problemas envolvendo comparação multiplicativa encontra-se o de entender o enunciado e transpô-la para a expressão matemática e realizar a inversão da multiplicação para a divisão. Desse modo podemos inferir que a representação, um sistema semiótica é uma ferramenta útil para a realiza-se a compreensão, a resolução de problemas para o campo conceitual, seja aditivo ou multiplicativo, onde temos que realizar a conversão da linguagem natural para a numérica ou algébricas.

Na próxima seção apresentaremos o conjunto de atividades elaboradas para a composição da nossa pesquisa.

4. ATIVIDADE EXPERIMENTAL SOBRE COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA

A seguir as atividades que irão compor este trabalho, as atividades foram elaboradas a partir de pontos intrínsecos a comparação multiplicativa e pontos evidenciados pela revisão bibliográfica realizada, principalmente as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de problemas envolvendo comparação multiplicativa.

As atividades 1, 2, 3 e 4 foram elaboradas levando em consideração, o que preconiza a habilidade 2N2.2, descrita no SAEB "Resolver problemas de multiplicação ou de divisão (por 2, 3, 4 e 5 envolvendo números naturais com os significado de formação de grupos iguais ou proporcionalidade (incluindo dobro, metade, triplo ou terça parte)" (BRASIL, 2022.p.4), e pela BNCC "(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais" (BRASIL, 2017, p.283).

E de acordo com Pereira (2015, p.17) situações que abordam dobro, metade, triplo e etc, "são consideradas simples para os estudantes, pois são "treinados" desde os anos iniciais a resolverem situações desse tipo, porém, quando são abordados com outras mais elaboradas, sentem dificuldade em resolvê-las" e então o abordados em nossa atividade com o objetivo de que os alunos aprimorem o conhecimento desses conceitos e suas habilidades na resolução de problemas que os envolvam. Além de que na consulta que realizamos com os professores, as três principais dificuldades quanto a disciplina de Matemática, que eles mais evidenciam nos alunos é a compreensão dos conceitos e ideias, resolução dos problemas e realizar os cálculos.

As atividades 5, 6, 7 e 8, foram elaboradas com o objetivo de os alunos desenvolverem a compreensão sobre a reversibilidade das operações, importantíssimo para se obter sucesso na resolução de problemas do campo multiplicativo. Foi pensadas de acordo com habilidade do Ensino Fundamental, descrita na BNCC: "(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas" (BRASIL, 2017, p. 301).

A atividade 9 é uma aplicação dos conhecimentos apreendidos com as atividades anteriores, foi pensada de acordo com a habilidade de Documento

Curricular do Estado do Pará, “(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais” (PARÁ, 2019, p.385)

A atividade 10 foi elaborada resolver situações-problema sobre o princípio multiplicativo, por meio de esquemas variadas, no caso utilizamos a ideia da máquina de transformação. Esta atividade foi pensada com a ideia de utilização de um esquema, para expressar o que Vergnaud (1982, 1993) chamou de invariantes operatórios, eles dão significado ao conceito e permitem o reconhecimento dos elementos necessários à situação para a sua resolução.

As atividades 11, 12 e 13 são atividades com foco na elaboração da sentença adequada a resolução das situações, abordando de acordo com a Estrutura Multiplicativa, as classes de comparação multiplicativa, relação, referido e referente desconhecido respectivamente, as atividades foram elaboradas com base na habilidade proposta no DCEP “(EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.” (PARÁ, 2019, p.385). Além de que na pesquisa do nosso referencial teórico, conforme foi constatado no trabalho de Magina, Santos e Merline (2011, p.11) as dificuldades não estão diretamente relacionado a efetuar as operações matemáticas, mas sim a “complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo em uma operação adequada para a resolução da situação”

Ao todo foram elaboradas 13 atividades, envolvendo conceituação, aplicação e observação. As atividades foram desenvolvidas de acordo com Sá (2019). Observemos as atividades.

Quadro 26: Atividades elaboradas

ATIVIDADE	TITULO	OBJETIVO
1	Dobro, triplo e quádruplo	Ideia associada a dobro, triplo e quádruplo.
2	Metade e terça parte	Ideia associada a metade e terça parte
3	Ideia de dobro e triplo, metade e terça parte	Aplicar a ideia de dobro, metade, triplo e terça parte
4	Situações-problema envolvendo o significados de dobro, metade, triplo e terça parte.	Resolver Situações-problema envolvendo o significados de dobro, metade, triplo e terça parte

5	Adição na igualdade	Descobrir quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira.
6	Subtração na igualdade	Descobrir quando por meio da subtração uma igualdade permanece verdadeira.
7	Multiplicação na igualdade	Descobrir quando por meio da multiplicação uma igualdade permanece verdadeira.
8	Divisão na igualdade	Descobrir quando por meio da divisão uma igualdade permanece verdadeira.
9	Sentenças multiplicativas	Determinar o valor desconhecido em cada sentença matemática
10	Máquina de transformação e a relação, referente e referido desconhecido	Identificar relação, referente e referido desconhecido
11	Situações-problema envolvendo a identificação da relação desconhecida	Identificar relação desconhecida
12	Situações-problema envolvendo a identificação do referido desconhecido	Identificar referido desconhecido
13	Situações-problema envolvendo a identificação do referente desconhecido	Identificar referente desconhecido

Fonte: autora (2023)

ATIVIDADE 1.

Título: Dobro, triplo e quádruplo

Objetivo: Ideia associada a dobro, metade, triplo e terça parte.

Material: Roteiro da atividade para o professor e aluno, caneta ou lápis

Procedimento: Resolva as seguintes perguntas abaixo, primeiramente com a multiplicação e em seguida com a ideia da adição de parcelas iguais.

A) Qual é o valor obtido da multiplicação de 3 por 2? _____

B) Qual é o valor obtido da multiplicação de 4 por 2? _____

C) Qual é o valor obtido da multiplicação de 5 por 2? _____

D) Qual é o valor obtido da multiplicação de 6 por 2? _____

E) Qual é o valor obtido da multiplicação de 7 por 2? _____

A pergunta: “Qual é o valor obtido da multiplicação de 3 por 2?” É equivalente a pergunta: “Qual é o dobro de 3?”

1.O que deve ser realizado para obter o dobro de um número?

2.O que é o dobro de um número?

A) Qual é o valor obtido da multiplicação de 3 por 3? _____

B) Qual é o valor obtido da multiplicação de 4 por 3? _____

C) Qual é o valor obtido da multiplicação de 5 por 3? _____

D) Qual é o valor obtido da multiplicação de 6 por 3? _____

E) Qual é o valor obtido da multiplicação de 7 por 3? _____

A pergunta: “Qual é o valor obtido da multiplicação de 4 por 3?” É equivalente a pergunta: “Qual é o triplo de 4?”

3.O que deve ser realizado para obter o triplo de um número?

4. O que é o triplo de um número?

A) Qual é o valor obtido da multiplicação de 3 por 4? _____

B) Qual é o valor obtido da multiplicação de 4 por 4? _____

C) Qual é o valor obtido da multiplicação de 5 por 4? _____

D) Qual é o valor obtido da multiplicação de 6 por 4? _____

E) Qual é o valor obtido da multiplicação de 7 por 4? _____

--

A pergunta: “Qual é o valor obtido da multiplicação de 3 por 4?” É equivalente a pergunta: “Qual é o quádruplo de 3?”

5.O que deve ser realizado para obter o quádruplo de um número?

6. O que é o quádruplo de um número?

Observações:

Conclusão:

Análise *a priori* da atividade 1

Os estudantes terão dificuldades no desenvolvimento desta atividade, devido ser provavelmente o primeiro contato deles com esse tipo de atividade, os alunos poderiam apresentar dificuldades na identificação de regularidades ou irregularidades após o preenchimento. Conforme os passos do ensino por atividades experimentais, os alunos deverão anotar as observações feitas e em seguida, após a socialização com a turma e a mediação do professor, deverão chegar à formalização da seguinte conclusão: para se obter o dobro, triplo, quádruplo e quádruplo devemos respectivamente multiplica-los por o algarismo 2, 3, 4 e 5.

ATIVIDADE 2

Título: Metade e terça parte

Objetivo: Desenvolver a ideia associada a metade e terça parte.

Material: Roteiro da atividade para o professor e aluno, caneta ou lápis

Procedimento: Resolva as seguintes perguntas abaixo, se necessário pode-se utilizar calculadora.

- A) Qual é o valor obtido da divisão de 2 por 2? _____
- B) Qual é o valor obtido da divisão de 4 por 2? _____
- C) Qual é o valor obtido da divisão de 6 por 2? _____
- D) Qual é o valor obtido da divisão de 8 por 2? _____
- E) Qual é o valor obtido da divisão de 10 por 2? _____
- F) Qual é o valor obtido da divisão de 12 por 2? _____

A pergunta: “Qual é o valor obtido da divisão de 4 por 2?” É equivalente a pergunta: “Qual é a metade de 4?”

1.O que deve ser realizado para obter a metade de um número ?

6. O que é a metade de um número?

- A) Qual é o valor obtido da divisão de 3 por 3? _____
- B) Qual é o valor obtido da divisão de 6 por 3? _____
- C) Qual é o valor obtido da divisão de 9 por 3? _____
- D) Qual é o valor obtido da divisão de 12 por 3? _____
- E) Qual é o valor obtido da divisão de 15 por 3? _____
- F) Qual é o valor obtido da divisão de 18 por 3? _____

A pergunta: “Qual é o valor obtido da divisão de 3 por 3?” É equivalente a pergunta: “Qual é a terça parte de 3?”

3.O que deve ser realizado para obter a terça parte de um número ?

4. O que é a terça parte de um número?

Observações:

Conclusão:

Análise *a priori* da atividade 2

Entende-se que os estudantes não terão tanta dificuldades no desenvolvimento desta atividade, devido o primeiro contato com atividade anterior. Assim, conforme seguindo os mesmos passos da atividade anterior, os alunos deverão anotar as observações feitas e em seguida, após a socialização com a turma e a mediação do professor, deverão chegar à formalização da seguinte conclusão: para se obter a metade ou terça parte de um número devemos respectivamente dividi-los pelo algarismo 2 e 3.

ATIVIDADE 3.

Título: Ideia de dobro e triplo, metade e terça parte.

Objetivo: Aplicar a ideia de dobro, metade, triplo e terça parte.

Material: Roteiro da atividade para o professor e aluno, caneta ou lápis

Procedimento: Determine o dobro, triplo, metade e terça parte de cada número baixo

NÚMERO	DOBRO	TRIPLO	METADE	TERÇA PARTE
2				X
3			X	
4				X
5			X	X

6				
8				X
10				X
15			X	
20				X
28				X
35			X	X
36				
40				X
X				

Análise *a priori* da atividade 3

Esta atividade envolve apenas a aplicação das ideias desenvolvidas, nas duas atividades anteriores, espera-se que os estudantes lembre dos procedimentos utilizados nas atividades anteriores.

ATIVIDADE 4.

Título: Situações-problema envolvendo o significados de dobro, metade, triplo e terça parte.

Objetivo: Resolver Situações-problema envolvendo o significados de dobro, metade, triplo e terça parte.

Desenvolver a habilidade de:

- 1) Identificar as informações contidas no enunciado de cada questão.
- 2) Elaborar a sentença correspondente à questão;
- 3) Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão.

Material: Roteiro da atividade para o professor e aluno, caneta ou lápis

Procedimento: Resolver os itens a seguir de acordo com cada questão dada.

1. Ana faz bolos para vender. Na sexta-feira Ana vendeu 18 bolos, no sábado a Ana conseguiu vender o dobro da quantidade de sexta - feira. Quantos bolos Ana vendeu no sábado?
2. Carlos possui 68 card's de um jogo, o seu amigo Vicente tem a metade dessa quantidade de card's . Quantos card's o Vicente tem?
3. Rui tem R\$150,00. A sua prima Carol tem a terça parte desse valor. Quanto a Carol tem?
4. Alice tem 52 figurinhas. Sabendo que a sua irmã tem o triplo dessa quantidade de figurinhas. Qual a quantidade de figurinhas que a irmã de Alice tem?
5. O professor de Matemática do 6ºano passou no total 48 atividades para casa, no ano seguinte o professor tem por objetivo passar o quádruplo dessa quantidade. Quantos deveres para casa o professor passará no ano seguinte?
6. O Bosque Rodrigues Alves, o Jardim botânico localizado na cidade de Belém, recebe em média 20 mil visitantes por mês. Nas férias escolares o número de visitantes chega a duplicar. Qual é o quantitativo de visitantes que o Bosque chegar a receber nas férias escolares?

7. A Lara em seu post no Instagram obteve 72 visualizações, enquanto que a sua amiga Camila obteve a metade de visualizações que a Lara. Quantas visualizações a Camila teve?
8. Se forem somadas as pontuações de Miguel de todos os testes de Matemática que ele realizou na escola, dar no total 90 pontos. Seu amigo Pedro obteve a terça parte da pontuação de Miguel? Quantos pontos o Pedro fez no total dos testes de Matemática?

Análise *a priori* da atividade 4

Esta atividade envolve problemas envolvendo os conceitos apreendidos, envolve apenas problema aritmético, seja resolução da tríade $a \cdot b = ?$ Ou $a : b = ?$. É possível que surjam dificuldades no manuseio dos dados e na escolha da operação correta.

ATIVIDADE 5(ADAPTADA DE SANTOS (2017))

Título: Adição na igualdade

Objetivo: Descobrir quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira.

Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.

Procedimento: Preencha o quadro a seguir.

VALORES	a=b	A EXPRESSÃO a=b É VERDADEIRA		a+c=b+d	A EXPRESSÃO a+c=b+d É VERDADEIRA	
		SIM	NÃO		SIM	NÃO
a=3 b=3						

c=5 d=5						
a=6 b=6 c=4 d=4						
a=7 b=7 c=2 d=2						
a=12 b=12 c=8 d=8						
a=3 b=3 c=4 d=2						
a=8 b=8 c=1 d=6						
a=5 b=5 c=4 d=7						
a=9 b=2 c=3 d=3						
a=10 b=5 c=4 d=4						
a=7 b=1 c=6 d=6						
a=3 b=5 c=4 d=2						
a=9 b=8 c=3 d=4						
a=6 b=1 c=6 d=11						

Observações:

Conclusões

Análise *a priori* da atividade 5

Os discentes poderão apresentar dificuldades ainda em identificar as regularidades ou irregularidades após preencher o quadro.

Conforme os passos do ensino por atividades experimentais, os alunos deverão anotar as observações realizadas e em seguida, após a socialização com a turma e a mediação do professor, deverão chegar à formalização da seguinte conclusão: quando uma igualdade é verdadeira, adicionando-se um mesmo número aos dois membros da mesma, ela permanecerá verdadeira.

ATIVIDADE 6(ADAPTADA DE SANTOS (2017))

Título: Subtração na igualdade

Objetivo: Descobrir quando por meio da subtração uma igualdade permanece verdadeira.

Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.

Procedimento: Preencha o quadro a seguir

VALORES	a=b	A EXPRESAO a=b É VERDADEIRA		a-c=b-d	A EXPRESAO a-c=b-d É VERDADEIRA	
		SIM	NÃO		SIM	NÃO
a=5 b=5 c=2 d=2						

a=8 b=8 c=3 d=3						
a=10 b=10 c=6 d=6						
a=15 b=15 c=9 d=9						
a=7 b=7 c=2 d=5						
a=9 b=9 c=8 d=3						
a=13 b=13 c=7 d=10						
a=4 b=3 c=1 d=1						
a=10 b=8 c=5 d=5						
a=11 b=7 c=6 d=6						
a=5 b=8 c=3 d=6						
a=9 b=7 c=5 d=3						
a=10 b=13 c=1 d=4						

Observações:

Conclusão:**Análise *a priori* da atividade 6**

Os estudantes não terão dificuldades nesta atividade, pois acreditamos que as experiências adquiridas na atividade anterior servirão de suporte para a compreensão desta, logo após a socialização com a turma e a mediação do professor, deverão chegar à formalização da seguinte conclusão: quando uma igualdade é verdadeira, subtraindo-se um mesmo número aos dois membros dela, ela permanecerá verdadeira.

ATIVIDADE 7. (ADAPTADA DE SANTOS (2017))

Título: multiplicação na igualdade

Objetivo: descobrir quando por meio da multiplicação uma igualdade permanece verdadeira.

Material: roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.

Procedimento: preencha o quadro a seguir.

VALORES	a=b	A EXPRESAO a=b É VERDADEIRA		a×c=b×d	A EXPRESAO a×c=b×d É VERDADEIRA	
		SIM	NÃO		SIM	NÃO
a=5 b=5 c=3 d=3						
a=4 b=4 c=6 d=6						
a=2 b=2 c=7 d=7						
a=8 b=8 c=4						

d=4						
a=3 b=3 c=4 d=2						
a=5 b=5 c=1 d=6						
a=2 b=2 c=4 d=7						
a=9 b=2 c=3 d=3						
a=10 b=5 c=4 d=4						
a=7 b=1 c=6 d=6						
a=2 b=8 c=12 d=3						
a=4 b=5 c=10 d=8						
a=6 b=9 c=6 d=4						

Observações:

Conclusão:

Análise a priori da atividade 7

Os estudantes não terão dificuldades nesta atividade, devido as experiências adquiridas nas atividades anteriores servirão de suporte para a compreensão desta, logo após a socialização com a turma e a mediação do professor, deverão chegar à formalização da seguinte conclusão: quando uma igualdade é verdadeira, multiplicando-se os dois membros da igualdade por um mesmo número, ela permanecerá verdadeira. As dificuldades que poderão surgir estarão relacionadas à tabuada.

ATIVIDADE 8. (ADAPTADA DE SANTOS (2017))

Título: divisão na igualdade

Objetivo: descobrir quando por meio da divisão uma igualdade permanece verdadeira.

Material: roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.

Procedimento: preencha o quadro a seguir

VALORES	a=b	A EXPRESAO a=b É VERDADEIRA		a÷c=b÷d	A EXPRESAO a÷c=b÷d É VERDADEIRA	
		SIM	NÃO		SIM	NÃO
a=14 b=14 c=2 d=2						
a=8 b=8 c=4 d=4						
a=15 b=15 c=5 d=5						
a=9 b=9 c=3 d=3						
a=12 b=12 c=2 d=3						

a=18 b=18 c=6 d=4						
a=24 b=24 c=4 d=3						
a=4 b=3 c=1 d=1						
a=10 b=20 c=5 d=5						
a=12 b=18 c=6 d=6						
a=8 b=16 c=2 d=4						
a=9 b=21 c=3 d=7						
a=10 b=25 c=2 d=5						

Observações:

Conclusão:

Análise a priori da atividade 8

Os alunos não terão dificuldades em observar que dividindo os dois membros de uma igualdade por um mesmo número diferente de zero, a igualdade permanecerá verdadeira. Com o intuito de minimizar as dificuldades relacionadas ao cálculo da divisão, todos os divisores possuem um algarismo e variam de 2 a 9

ATIVIDADE 9

Título: sentenças multiplicativas

Objetivo: determinar o valor desconhecido em cada sentença matemática.

Material: roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.

Procedimento: Resolva os itens a seguir, determinando o valor desconhecido que torna a igualdade verdadeira.

a) $2 \times 7 = \square$

h) $24 \div \square = 8$

b) $9 \times 8 = \square$

i) $150 \div \square = 50$

c) $90 \div 15 = \square$

j) $36 \times \square = 108$

d) $18 \div 6 = \square$

k) $16 \times \square = 192$

e) $6 \times 3 = \square$

l) $\square \div 3 = 115$

f) $36 \div 4 = \square$

m) $\square \div 8 = 52$

g) $5 \times 10 = \square$

n) $\square \div 2 = 56$

h) $6 \times \square = 18$

o) $\square \times 4 = 36$

i) $15 \times \square = 60$

p) $\square \times 16 = 32$

j) $56 \div \square = 7$

r) $84 \div \square = 12$

Observações:

Análise a priori da atividade 9

Esta atividade foi desenvolvida para trabalhar a determinação do valor desconhecido em sentenças matemáticas multiplicativas, com variação da incógnita nas três

possíveis posições. Acredita-se que os estudantes poderá apresentar certa dificuldade, mas necessariamente nos problemas algébrico, onde a incógnita (quadrado) não fica isolado após a igualdade e sim isolados nas demais posições antes da igualdade.

Esta é uma atividade de fixação de sentenças multiplicativas e esperamos que com as experiências adquiridas nas atividades anteriores, sirvam de suporte para a compreensão desta. O professor pode explicar para os alunos que o quadrado é um número (valor desconhecido), podemos multiplicar ou dividir aos dois membros da igualdade sem alterar o resultado.

ATIVIDADE 10

Título: Máquina de transformação

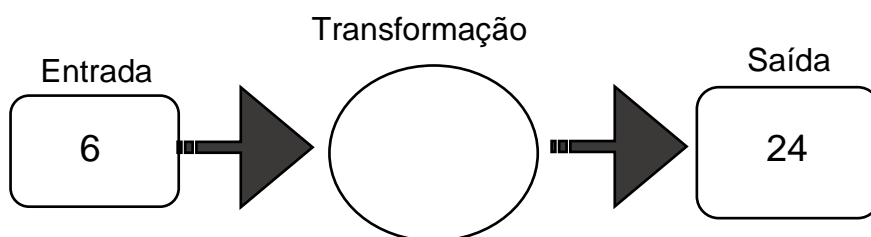
Objetivo: Identificar relação, referente e referido desconhecido, por meio da máquina de transformação.

Material: Roteiro da atividade para o professor e aluno, caneta ou lápis

Procedimento: complete a máquina de transformação.

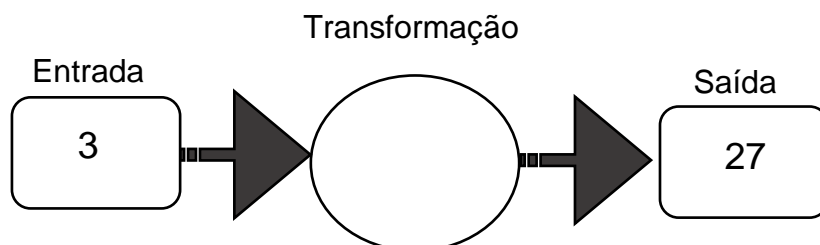
A máquina de transformação a seguir, há uma relação de correspondência entre o valor de entrada e o de saída. O valor de entrada passará por uma transformação em que resultará no valor de saída, essa transformação só é possível devido a operação matemática a ser realizada para que se resulte no valor de saída. Identifique a operação matemática que foram utilizadas nas seguintes transformações a seguir.

1)



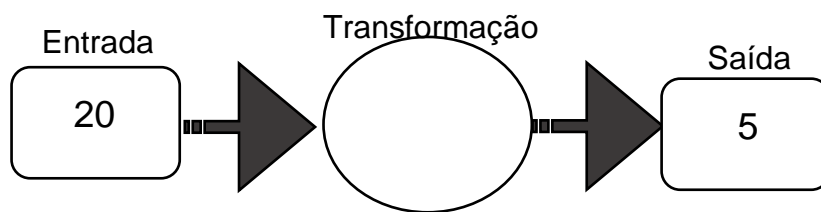
- O valor de entrada é maior ou menor do que o valor de saída? _____
- Se houve um aumento, qual a operação matemática que foi utilizada? _____
- Qual é a relação que satisfaz a igualdade? _____
- Que sentença representa a situação? _____

2)



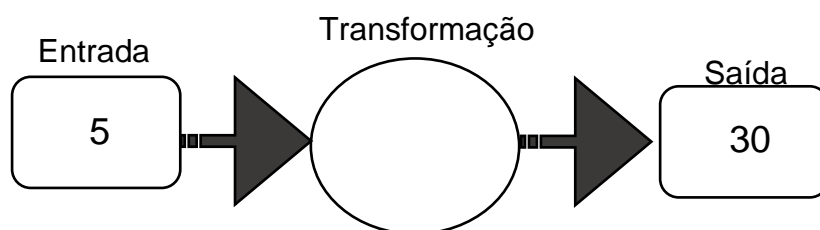
- a) O valor de entrada é maior ou menor do que o valor de saída? _____
- b) Se houve um aumento, qual a operação matemática que foi utilizada? _____
- c) Qual é a relação que satisfaz a igualdade? _____
- d) Que sentença representa a situação? _____

3)



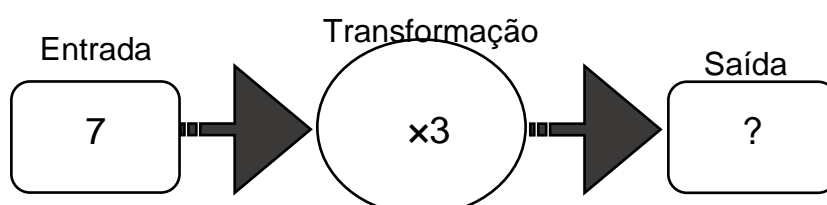
- a) O valor de entrada é maior ou menor do que o valor de saída? _____
- b) Se houve uma diminuição, qual a operação matemática que foi utilizada? _____
- c) Qual é a relação que satisfaz a igualdade? _____
- d) Que sentença representa a situação? _____

4)



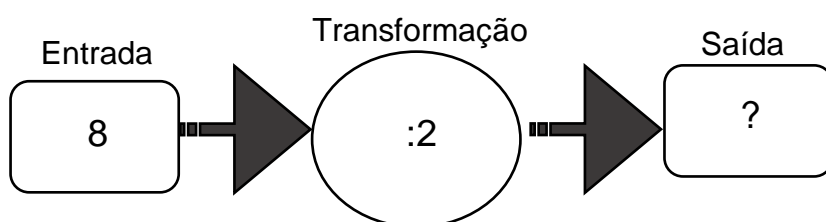
- a) O valor de entrada é maior ou menor do que o valor de saída? _____
- b) Se houve um aumento, qual a operação matemática que foi utilizada? _____
- c) Qual é a relação que satisfaz a igualdade? _____
- d) Que sentença representa a situação? _____

5)



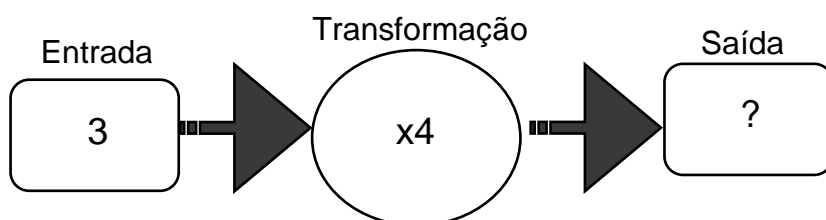
- a) O que a questão pede? _____
- b) Que sentença representa a situação dada? _____
- c) Como você encontrará o nosso valor de saída (valor desconhecido)? _____
- d) Qual é o valor desconhecido? _____

6)



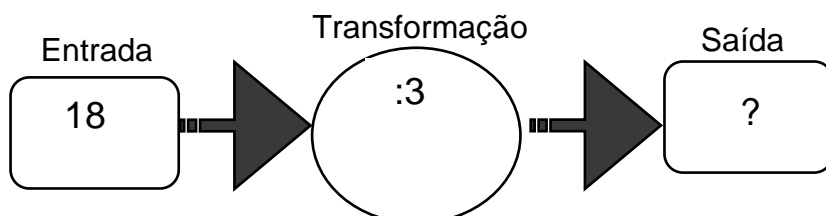
- a) O que a questão pede? _____
- b) Que sentença representa a situação dada? _____
- c) Como você encontrará o nosso valor de saída (valor desconhecido)? _____
- d) Qual é o valor desconhecido? _____

7)



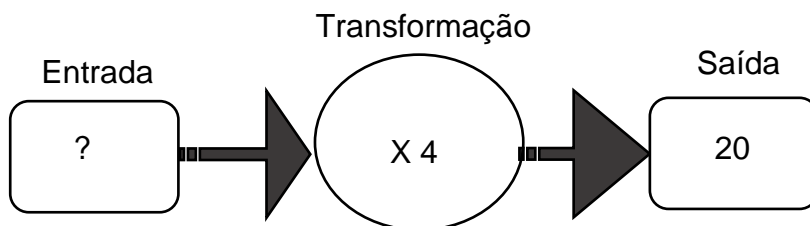
- a) O que a questão pede? _____
- b) Que sentença representa a situação dada? _____
- c) Como você encontrará o nosso valor de saída (valor desconhecido)? _____
- d) Qual é o valor desconhecido? _____

8)



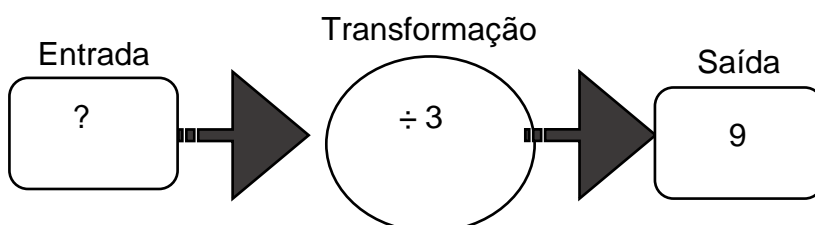
- a) O que a questão pede? _____
- b) Que sentença representa a situação dada? _____
- c) Como você encontrará o nosso valor de saída (valor desconhecido)? _____
- d) Qual é o valor desconhecido? _____

9)



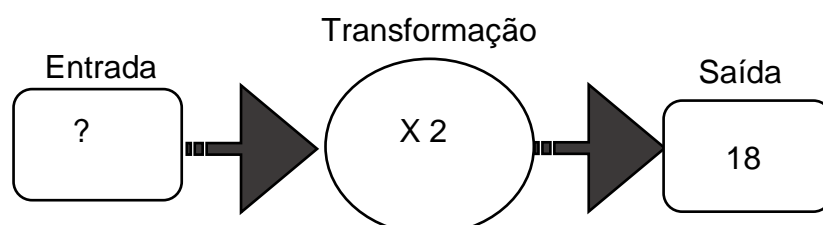
- a) O que a questão pede? _____
- b) Que sentença representa a situação dada? _____
- c) Como você encontrará o nosso valor de entrada (valor desconhecido)? _____
- d) Qual é o valor desconhecido? _____

10)



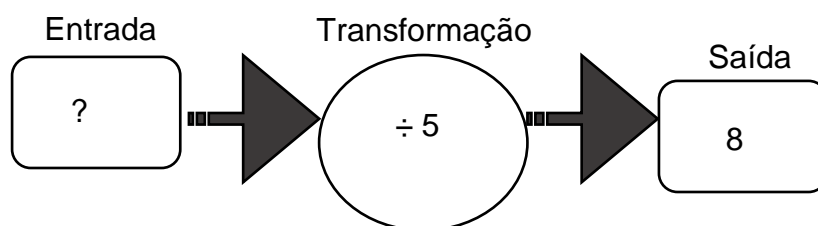
- a) O que a questão pede? _____
- b) Que sentença representa a situação dada? _____
- c) Como você encontrará o nosso valor de entrada (valor desconhecido)? _____
- d) Qual é o valor desconhecido? _____

11)



- a) O que a questão pede? _____
- b) Que sentença representa a situação dada? _____
- c) Como você encontrará o nosso valor de entrada (valor desconhecido)? _____
- d) Qual é o valor desconhecido? _____

12)



- a) O que a questão pede? _____
- b) Que sentença representa a situação dada? _____
- c) Como você encontrará o nosso valor de entrada (valor desconhecido)? _____
- d) Qual é o valor desconhecido? _____

Agora complete está tabela de acorda com as questões anteriores

QUESTÃO	MÁQUINA	SENTENÇA	OPERAÇÃO
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

Observações

Análise a priori da atividade 10

Nesta atividade, pretendemos que o aluno que se o valor aumentou, aplicará a operação de multiplicação, se diminuiu a operação de divisão e aplique os conhecimentos anteriores adquiridas das relações de igualdades, e dos conhecimentos algébricos para se encontrar o valor desconhecido.

Ao final da atividade os alunos irão preencher a tabela com base em suas respostas sentença, cálculos, e a operação utilizada na resolução de cada questão. Temos o intuito de os alunos perceberem nas diferenças entre as modelações das sentenças de acordo com o problema multiplicativo: aritmético ou algébrico.

ATIVIDADE 11.

Título: Situações-problema envolvendo a identificação da relação desconhecida.

Objetivo: Identificar a relação desconhecida

Desenvolver a habilidade de:

- 1) Identificar as informações contidas no enunciado de cada questão.
- 2) Elaborar a sentença correspondente à questão;
- 3) Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão.

Material: Roteiro da atividade para o professor e aluno, caneta ou lápis

Procedimento: Represente por meia da máquina de transformação as situações a seguir e depois resolva.

1. Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 42 carrinhos.
A coleção de José compreende quanta vezes a coleção de Cido?

2. Comprei uma calça por R\$ 84,00 e uma camiseta por R\$ 14,00. Quantas vezes o preço da calça é maior do que o preço da camiseta?

Almeida, adaptada, 2017.

3. Em um campeonato de futebol, Fábio marcou 4 gols e Lucas marcou 8 gols. Lucas marcou quantas vezes em relação a Fábio?

Gomes, adaptada, 2020.

4. Júlia comprou um pedaço de tecido com 90 cm e Isabel comprou 15 cm do mesmo tecido. Quantas vezes o pedaço de tecido que a Isabel comprou esta inserido em relação ao pedaço que a Júlia comprou?

Gomes, adaptada, 2020.

5. Flávia juntou 49 selos para uma promoção e seu irmão Carlos só conseguiu juntar 7 selos. O quantitativo de selos da Flávia é quantas vezes o quantitativo de selos do Carlos?

Gomes, adaptada, 2020.

Observações:

Conclusão:

Análise a priori da atividade 11

Esta atividade tem por finalidade conduzir os alunos a descobrirem as operações que deverá ser utilizadas, para que a igualdade seja verdadeira de acordo com os valores de entrada e saída dada, e o comparativo que as questões estão realizando, nestas questões é dado o valor inicial e final e pede -se a transformação. Acreditamos que os estudantes não terem grandes dificuldades no manuseio dos dados e na escolha da operação, esperamos que os alunos já familiarizados com os modelos de problemas apresentados possam minimizar as possíveis dificuldades.

ATIVIDADE 12

Título: Situações-problema envolvendo a identificação do referido desconhecido.

Objetivo: Identificar o referido desconhecido

Desenvolver a habilidade de:


- 1) Identificar as informações contidas no enunciado de cada questão.
- 2) Elaborar a sentença correspondente à questão;
- 3) Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão.

Material: Roteiro da atividade para o professor e aluno, caneta ou lápis

Procedimento: Represente por meia da máquina de transformação as situações a seguir e depois resolva.

1. A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes esta distância. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

Pereira, adaptada, 2015.



2. Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele a terça parte dessa quantidade. Quantas figurinhas ele tem hoje?



Pereira, adaptada, 2015

3. Na padaria Pão Doce um bolo confeitado custa R\$ 30,00. Na Padaria da Tia Vera esse mesmo bolo custa a metade do valor do que a Padaria Pão Doce. Quanto custa o bolo na Padaria da Tia Vera?

Santos, adaptada, 2017.

4. Bia e Lis colecionam esmaltes. Lis têm 32 esmaltes e Bia tem a metade esmaltes que Lis. Quantos esmaltes Bia têm?


Almeida, adaptada, 2017.

5. Eduardo tem oito carrinhos e seu amigo Carlos tem o triplo de carrinhos que Eduardo. Quantos carrinhos Carlos tem?

Almeida, 2017

6. lanchonete “Doce Bom” vende em média 64 salgados por dia, em dias comuns. Aos feriados é vendida a quarta parte dessa quantidade de salgados. Quantos salgados são vendidos no feriado?

Almeida, adaptada, 2017.



7. Num supermercado, um pacote de biscoitos custa R\$4,00 e uma caixa de bombons custa o dobro que o biscoito. Quanto custa a caixa de bombons?

Gomes, adaptada 2020.



Análise a priori da atividade 12.

Esta atividade tem por finalidade conduzir os alunos a descobrirem as operações que deverão ser utilizadas, para que a igualdade seja verdadeira de acordo com os valores dados, e o comparativo que as questões estão realizando, é dado a transformação e o estado inicial pedindo-se para encontrar o estado final. É possível que surjam dificuldades no manuseio dos dados e na escolha da operação, porém, esperamos que os alunos já familiarizados com os modelos de problemas apresentados possa minimizar as dificuldades

ATIVIDADE 13

Título: Situações-problema envolvendo a identificação do referente desconhecido.

Objetivo: Identificar o referido desconhecido.

Desenvolver a habilidade de:

- 1) Identificar as informações contidas no enunciado de cada questão.
- 2) Elaborar a sentença correspondente à questão;
- 3) Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão.

Material: Roteiro da atividade para o professor e aluno, caneta ou lápis

Procedimento: Represente por meia da máquina de transformação as situações a seguir e depois resolva.

1. Mariana e Lúcia foram ao Supermercado Santo André; a conta de Mariana deu o triplo do valor que a de Lúcia. Sabendo que a conta de Mariana custou R\$ 180,00, quanto custou a conta de Lúcia?

Santos, adaptada, 2017.

--

2. Hoje Marta vendeu a terça parte em comparativo do que ontem. Hoje ela vendeu 40 trufas. Quantas trufas ela vendeu ontem?

Almeida, adaptada, 2017.

--

3. A idade de Luana é o dobro que a idade de sua irmã Beatriz. Luana tem 24 anos. Quantos anos Beatriz têm?

Almeida, adaptada, 2017.

4. Lúcia comprou uma cômoda que custa a quinta parte de um guarda-roupa. A cômoda custa R\$ 120,00. Quanto custa o guarda-roupa?

Almeida, 2017.

5. Manu tem o quádruplo de sobrinhos que sua vizinha Bete. Manu tem 20 sobrinhos. Quantos sobrinhos Bete tem?

Almeida, 2017.

6. Leandro comprou uma TV que custou o quádruplo de um sapato. O sapato custou R\$160,00. Quanto custou a TV?

Gomes, adaptada, 2020.

7. Uma goiabeira tem a metade do tamanho que uma palmeira. A goiabeira possui 4 metros de altura. Qual é a altura da palmeira?

Gomes, adaptada, 2020.

Análise a priori da atividade 13

Esta atividade tem por finalidade conduzir os alunos a descobrirem as operações que deverão ser utilizadas, para que a igualdade seja verdadeira de acordo com os valores dados, e o comparativo que as questões estão realizando.

Com essa sequência didática pretendemos contribuir com a aprendizagem dos estudantes na resolução de problemas comparativos, fazendo-os compreender a utilização das propriedades de igualdade, a existência da reversibilidade (propriedade da operação inversa) entre as operações de multiplicação e divisão.

A seguir apresentamos os resultados obtidos da aplicação do teste socioeducacional aplicado aos alunos que foram os sujeitos desta pesquisa. Ressaltamos que primeiramente obtivemos a autorização dos responsáveis para que os seus filhos participasse da pesquisa. Com o objetivo de conhecermos o nosso público-alvo, contribuindo para a obtenção da realidade didático-pedagógica destes.

5. DIAGNÓSTICO INICIAL COM OS ALUNOS

Nesta seção apresentamos os resultados de uma pesquisa de campo que consistiu em uma consulta junto a 33 estudantes do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Belém-PA, no dia 19 de outubro de 2023. A pesquisa foi realizada durante o mês de outubro, novembro e dezembro de 2023, o trabalho cumpriu com os padrões éticos, inicialmente entregamos para à direção da escola e ao professor regente da turma o ofício de apresentação fornecido pela

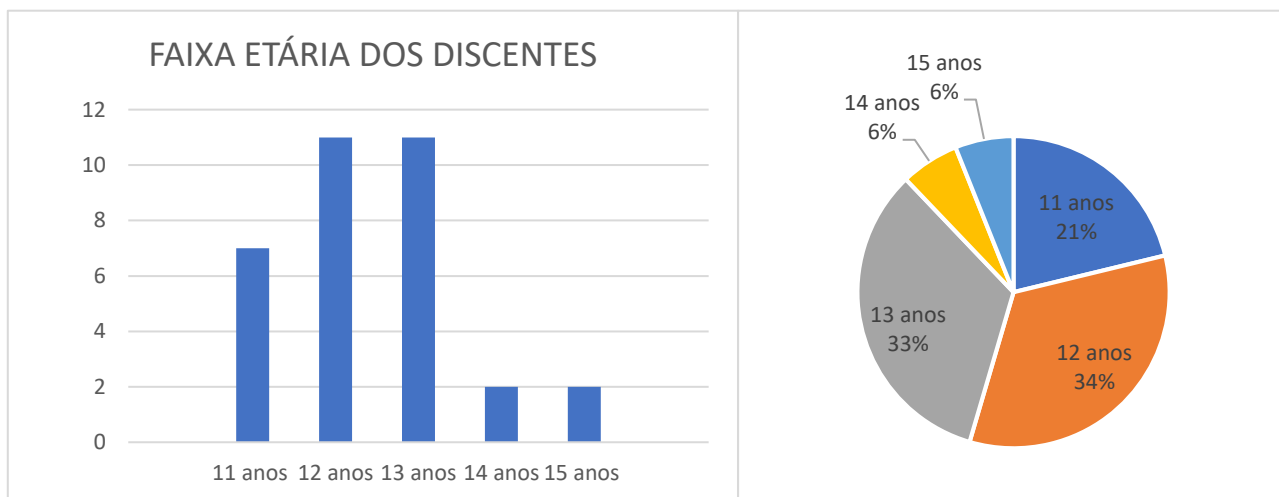
instituição do programa de mestrado e a minuta com o teor da pesquisa, também foi realizado a entrega do termo de consentimento livre e esclarecido dos responsáveis (TCLE-Apêndice C), informando a realização da pesquisa e garantindo o anonimato dos discentes.

Para realizar o diagnóstico acerca do nosso objeto de estudo, aplicamos o questionário socioeducacional (Apêndice- D) com questões envolvendo o perfil do aluno, sua relação com a matemática, seus hábitos de estudos, a sua dificuldade e a sua opinião sobre a prática pedagógica do professor. Após este questionário os estudantes resolveram um teste de conhecimento do nosso objeto matemático em estudo contendo 12 questões. Os modelos dos documentos e instrumentos utilizados na pesquisa encontram-se nos apêndices. A organização das informações obtidas se deu por meio de gráficos. A seguir demonstramos os resultados.

5.1 PERFIL DOS DISCENTES CONSULTADOS

Dentre os 33 discentes consultados constatamos que 15 é do sexo masculino e 18 do sexo feminino o que corresponde o percentual de 45% masculino e 55% feminino. Quanto a faixa etária, apresentou o intervalo de 11 aos 15 anos. O que vimos que a maioria está na faixa etária correspondente, cerca de 55% entre 11 e 12 anos. Dentre os motivos que conseguimos visualizar sobre a distorção idade-série está a repetência de alguns alunos. A distribuição da faixa etária está demonstrada no gráfico abaixo.

Gráfico 17: Faixa etária dos estudantes consultados

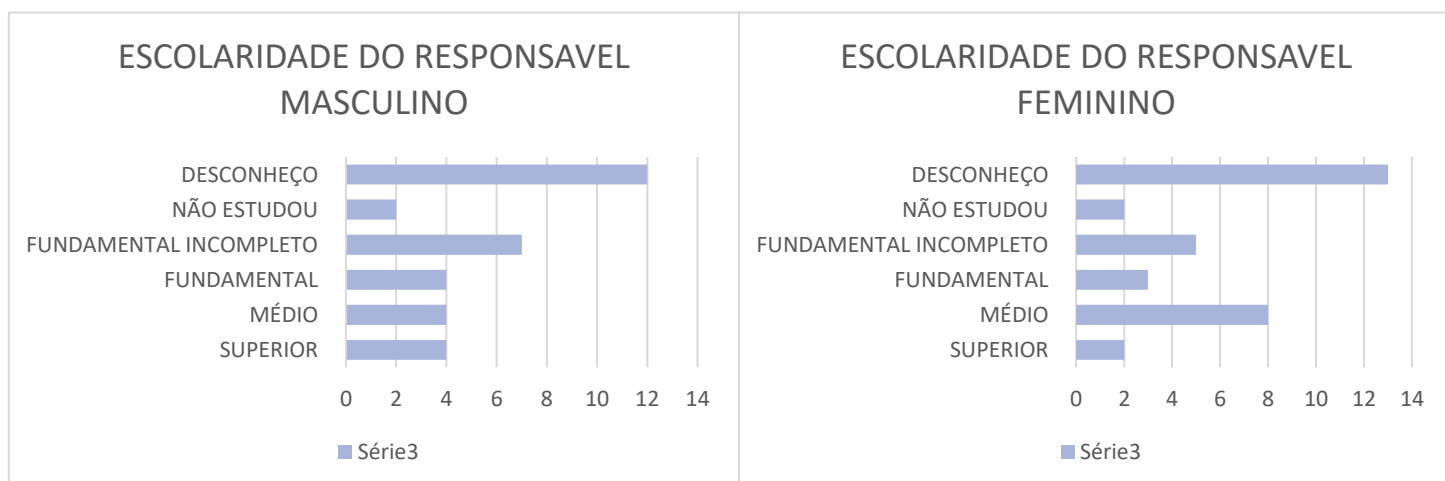


Fonte : Pesquisa de campo (2023).

Quanto ao tipo de escola em que estudaram no ano anterior, obtivemos apenas marcações somente em escola municipal e estadual, ou seja nenhum aluno advém de escola particular ou conveniada, o que condiz com resultado do trabalho de Ferreira (2021), nesse quesito apresentou também 100% dos alunos cursaram no ano anterior ao 6º ano em uma escola pública estadual ou municipal. Os dados obtidos mostrou que dos 33 alunos consultados, apenas três afirmaram que são alunos repetentes do 6º ano. Em relação à prática de atividade remunerada, 20 alunos não praticam, 8 realizam esporadicamente, 5 afirmaram que realizam trabalho de forma remunerada, ou seja, considerando a faixa etária dos alunos que a maioria tem menos de 14 anos, os dados são significativo quanto a não realização de atividade remunerada.

Em relação à escolaridade dos responsáveis, como podemos ver no gráfico abaixo, observamos que a opção mais marcada em ambos os responsáveis foi “Desconheço”, corresponde a 36,36% e 39,39% das marcações respectivamente para responsável masculino e feminino, percentuais aproximados ao resultado do trabalho de Ferreira (2021) que obteve 33,33% para os ambos responsáveis. Quanto a ajuda nas tarefas de Matemática 15 alunos afirmaram que não possuem ajuda de nenhum familiar ou de terceiros - foi a opção com maior marcação - o que constatamos que há uma falta de acompanhamento da família, uma falta de auxiliar no processo de aprendizagem, diversos autores salientam a importância do envolvimento das famílias nos processos de aprendizagem dos alunos, como aponta o estudo de César (2012).

Gráfico 18: Escolaridade dos responsáveis



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

De acordo com os dados coletados, revelam que majoritariamente tanto os responsáveis femininos e masculinos dos sujeitos da pesquisa exercem profissões informais e autônomas, vale destacar que cerca 45,45% dos responsáveis femininos são donas de casa, convergindo a amostra com os resultados da pesquisa de Ferreira (2021), onde a maioria dos responsáveis também exercem atividades informais e autônomas e também 50% dos responsáveis femininos são donas de casa, a seguir apresentamos as profissões exercidas pelos responsáveis masculinos e femininos

Gráfico 19: Profissão do responsável masculino



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

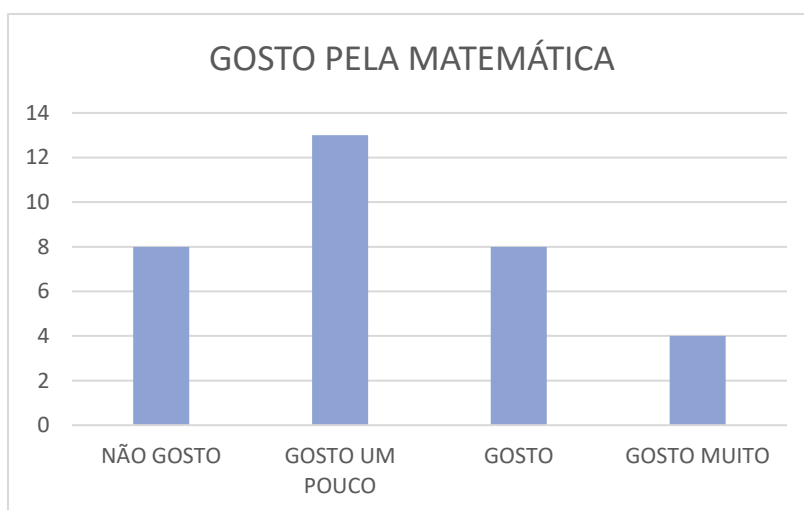
Gráfico 20: Profissão do responsável feminino



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Referente ao gosto pela disciplina, mostram que aproximadamente 76% dos estudantes possui afinidade com a matemática, sendo a opção com o maior percentual foi de “gosto um pouco” cerca de 13 alunos, cerca de 40%, apenas 4 alunos, 12%, marcaram que gostam muito. Resultados inferiores aqueles obtidos por Ferreira (2021), sendo que na sua pesquisa 100% dos alunos de acordo com as marcações possui afinidade com a disciplina, sendo que destes, 16,67% afirmaram gostar muito, 16,67% gostar um pouco e 66,67% gosta da disciplina. Dentre os inúmeros motivos que levam os alunos a não gostarem da disciplina, de acordo com Thomaz (1999) está a metodologia empregada pelo professor, ênfase em repetição, memorização, podemos citar até mesmo a relação professor-aluno, mas a dificuldade em aprender está dentre os principais motivos de os alunos não gostarem da disciplina, o que ocasiona a resistência ao aprendizado. A distribuição quanto a afinidade com a matemática está demonstrada no gráfico abaixo.

Gráfico 21: Gostar de estudar matemática

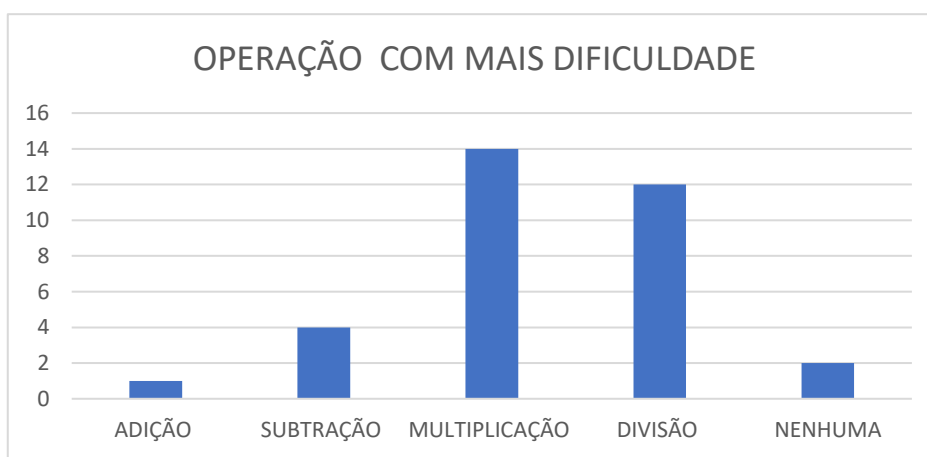


Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Adjunto a isso perguntamos se as aulas de Matemática despertam a atenção em aprendizagem, 17 alunos marcaram “sim”, 5 marcaram “não” e 11 alunos realizaram a marcação em “As vezes”. Em relação à dificuldade em aprender matemática, 16 alunos, cerca de 48,48%, afirmaram que há “um pouco” e 9 declararam que “sim” em aprender essa disciplina, ou seja, percentual de 75,75%, resultado superior ao de Ferreira (2021), na qual 66,67% dos alunos relatou ter dificuldade de aprendizagem na disciplina de matemática. Quanto a operação que mais sentem dificuldades está as operações do campo multiplicativo, 14 alunos marcaram a operação de multiplicação e 12 a de divisão, o que corresponde

respectivamente a 42,42% e 36,36% dos alunos consultados, na pesquisa de Ferreira (2021) a operação com maior percentual de marcação foi a divisão com 33,33%, podemos inferir que os dados foram similares. No estudo de Pereira (2016) ela constatou que os alunos possuía o domínio do algoritmo dessas operações, entretanto não tinha domínio na tabuada, quando ela questionou os alunos qual das operações sente maior dificuldade? “quatorze responderam ser multiplicação e treze alunos responderam se tratar de uma divisão” (Pereira, 2016. p.52)

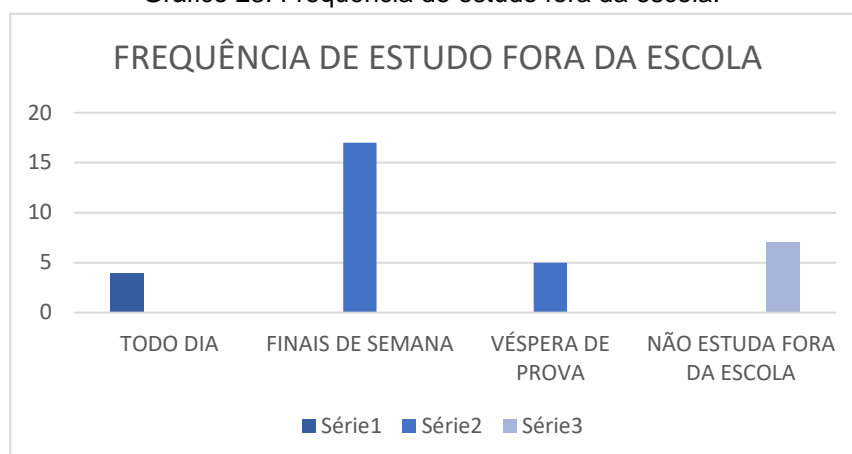
Gráfico 22: Operação com mais dificuldade



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

O gráfico a seguir é referente quanto ao estudo fora do ambiente escolar, o que constatamos que a maioria dos alunos 48,48% marcaram a opção que só estudam nos fins de semana e aproximadamente 12% declararam que estudam todos os dias, os dados converge para os resultados do trabalho de Ferreira (2021) que verificou que 50% dos alunos informou que tem o hábito de estudar matemática fora da escola somente nos finais de semana e apenas 16,67% todos os dias. É evidente que rotina escolar é importante no desenvolvimento de crianças e adolescentes, todavia esse hábito não é praticada pelos estudantes, o que consideramos uma entrave, tanto na sua aprendizagem, como no seu desenvolvimento cognitivo, podendo ocasionar um não aproveitamento dos estudos.

Gráfico 23: Frequência de estudo fora da escola.

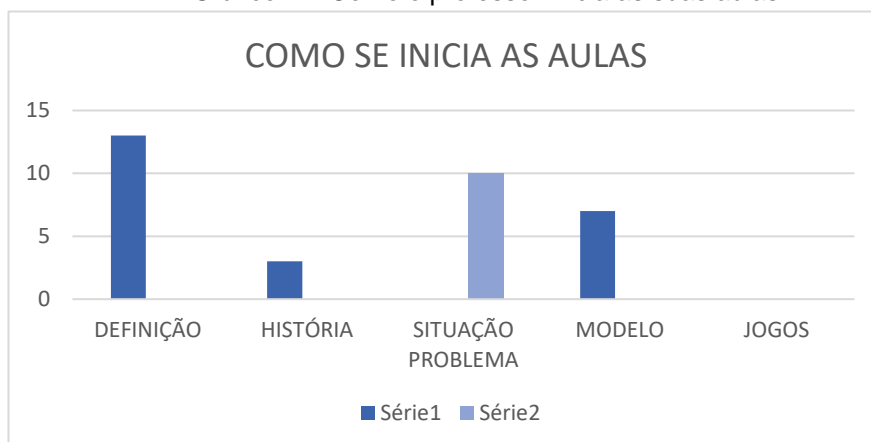


Fonte: Pesquisa de campo (2023).

Quando questionados sobre as médias, constatamos um embate entre as marcações “Na média” e “Acima de média,” havendo 15 marcações, 45,45% em ambas as opções e apenas três alunos marcaram a opção “abaixo da média”, ou seja mais de 90% dos alunos afirmam que possui notas satisfatória em Matemática.

No que condiz com o questionamento a seguir, refere-se à metodologia adotada pelo professor na inicialização dos conteúdos matemáticos, a opção com maior marcação foi pela “definição”, 42,42%, a segunda com maior marcação foi “situação problema”, 30,30%. A inicialização da aula pela definição está inclusa na ideia do ensino tradicional marcada pela tríplice definição-exemplo-exercícios. Na pesquisa de Ferreira (2021) apresentou que 83,33%, informaram que os professores iniciam pela definição seguida de exemplos e exercício e 16,67% iniciam suas aulas com a história do assunto para depois explorar os conceitos.

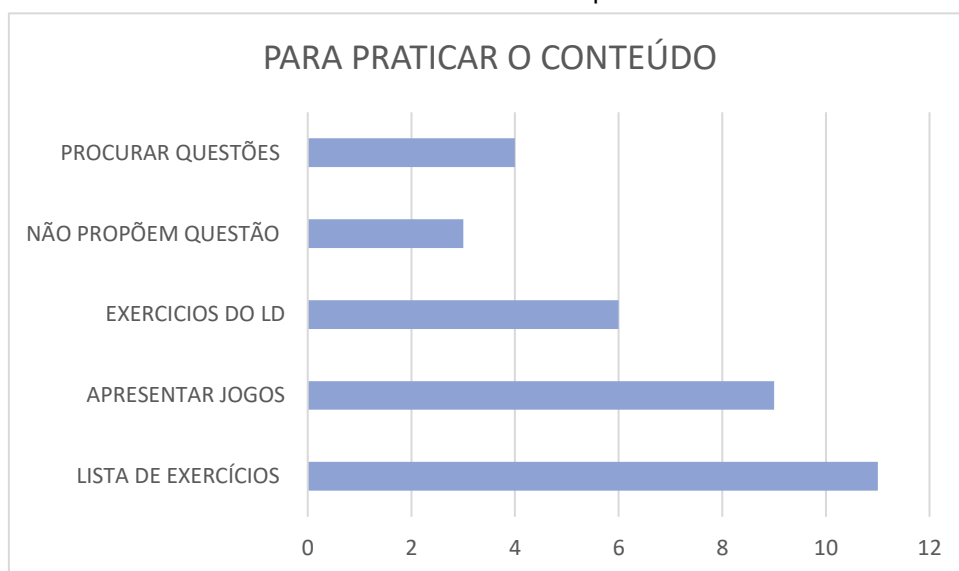
Gráfico 24: Como o professor inicia as suas aulas.



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

Seguida a mesma linha de pensamento, quanto a forma que o propõem aos alunos a prática do conteúdo estudado. A opção mais marcada com 33,33% foi que o professor passa uma lista de exercícios para os alunos resolverem, em segundo lugar com 27,27% foi a apresentação de jogos para praticar o conteúdo, concluímos que a resolução de questões seja por meia da utilização de lista ou do livro didático predominam como recursos pedagógica para a fixação de conteúdos.

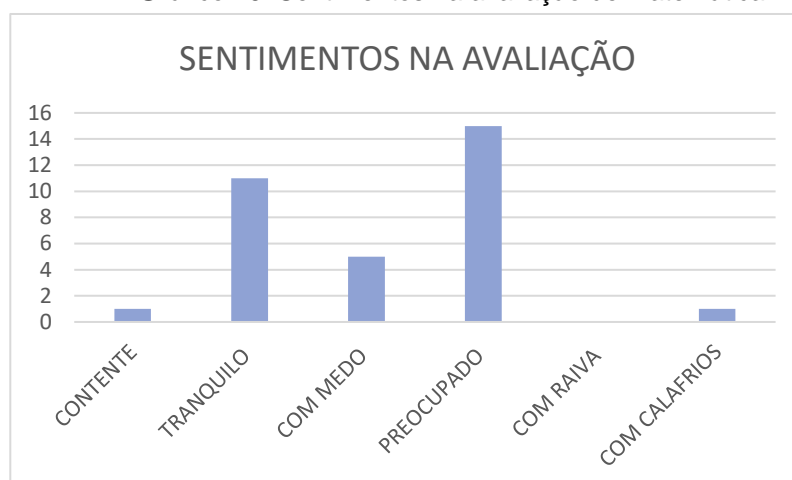
Gráfico 25: Forma de praticar o conteúdo.



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

O nosso penúltimo questionamento foi referente se os alunos já tinha visto o conteúdo da nossa pesquisa, a comparação multiplicativa, houve um alto índice de negação, 29 alunos marcaram que ainda não tinha visto essa temática, apenas 4 marcaram que sim, um índice bastante alto. Segundo o professor da turma, no ano de aplicação dessa sequência o professor ainda não tinha ministrado esse assunto. Quantos aos sentimentos que sentem na avaliações de Matemática, as informações estão no gráfico a seguir.

Gráfico 26: Sentimentos na avaliação de Matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

Observamos uma dualidade na duas opções com maiores marcações, a opção com maior marcação está que os alunos se sentem preocupados 45%, quando vai realizar as provas, todavia, a segunda opção com maior marcação está que se sentem tranquilos 33%. O que vai ao encontro pois a maioria dos alunos afirmaram que gostam de Matemática, vale lembra também que a maioria afirmou que não tem o hábito de estudos, apenas realizam nos fins de semana.

Nesta etapa do trabalho, verificamos que os estudantes apresentaram algumas dificuldades de compreensão de algumas palavras presentes no questionário socioeducacional, por isso optamos a realização da explicação das perguntas e acompanhar o preenchimento para depois prosseguir para as próximas perguntas.

5.2 TESTE DIAGNÓSTICO

Neste tópico apresentaremos o resultado do desempenho dos estudantes que foram os nossos sujeitos de pesquisa para aplicação da sequência, a aplicação do pré-teste com situações-problema de comparação multiplicativa, composto por 12 problemas, dividida em quatro situações de cada classe: relação, referente e referido desconhecido. Nosso objetivo foi analisar as habilidades e estratégias de resolução em problemas que envolvem o nosso objeto matemático. Participaram desse teste 34 alunos.

Para a análise categorizamos os resultados, em três categorias: “**Acerto (A)**”, “**Acerto parcial (AP)**”, “**Errado (E)**” e “**Não fez (NF)**”, considerando que quando o

estudante apresentou solução para o problema e obteve a resposta correta, consideramos como “Acerto”. Quando o estudante apresentou solução para o problema e obteve a resposta incorreta, consideramos como “Acerto Parcial”. Ao escolher a operação inadequada e errou no cálculo caracterizou-se “Erro”, e “Não Fez” quando o estudante não apresentou solução para o problema.

Organizamos os resultados no quadro abaixo para assim visualizarmos de maneira geral o desempenho dos estudantes consultados, classificamos os problemas e de suas sentenças de modelação.

Quadro 27: Desempenho dos alunos em problemas de comparação multiplicativa

PROBLEMA	CLASSE	CLASSIFICAÇÃO	SENTENÇA DA MODELAÇÃO	SENTENÇA ARITMÉTICA	DESEMPENHO			
					A	AP	E	NF
P1	Relação	Algébrico	$8x?=24$	$24\div 8=?$	13	1	18	2
P2	Relação	Algébrico	$16x?=32$	$32\div 16=?$	14	1	19	0
P3	Relação	Algébrico	$5x?=30$	$30\div 5=?$	17	1	16	0
P4	Relação	Algébrico	$40x?=120$	$120\div 4=?$	12	1	19	1
P5	Referente	Aritmético	$32x\frac{1}{4}=?$ $32:4=?$	$32x\frac{1}{4}=?$	7	0	22	5
P6	Referente	Algébrico	$?x\frac{1}{5}=4$ $? :5=4$	$4x5=?$	21	2	7	4
P7	Referente	Algébrico	$?x3=9$	$9\div 3=?$	20	0	11	3
P8	Referente	Algébrico	$?x3=210$	$210\div 3=?$	8	0	22	4
P9	Referido	Aritmético	$3x19=?$	$3x19=?$	16	3	10	5
P10	Referido	Aritmético	$24:8=?$	$24:8=?$	6	1	20	7
P11	Referido	Aritmético	$5x9=?$	$5x9=?$	12	4	13	5
12	Referido	Aritmético	$420\div 2=?$	$420\div 2=?$	19	0	6	9

Fonte: experimentação (2023)

No primeiro problema obtivemos 13 acertos o que corresponde aproximadamente a 38%, os erros corresponde a 53%. O principal motivo dos erros foi a realização inversa da multiplicação, os alunos multiplicaram 24 por 8, ao invés da realização da divisão $24\div 8$, ou verificar qual valor multiplicarmos por 8 para obter 24, o que vale ressaltar que foi este o modo resolutivo mais utilizado pelos estudantes. O segundo principal motivo dos erros foi a utilização da operação de soma, alguns alunos subtraídas 24 por 8.

No segundo problema o quantitativo de erro aumentou, correspondeu a 55,88% das respostas obtidas, quanto a de acerto foi de 41,18%. Assim como no problema anterior, os principais motivos dos erros está na utilização da subtração $32-16$, dando

resposta como 16, uns alunos apresentaram respostas como 24, e o outro motivo está na operação da multiplicação 32×16 . Quanto aos acertos considerados parciais, estão repostas como $16 + 16 = 32$; um aluno respondeu que 16 é metade de 32, consideramos que há sim um pensamento aritmético não explícito quanto a ideia de dobro, ou seja a sua formalização.

No terceiro problema o quantitativo de certos e erros foram semelhantes, desta vez o principal motivos dos erros foi a realização da multiplicação $30 \times 5 = 150$. No quarto problema obtivemos 12 acertos e 20 erros, aproximadamente 59%. Entre as diversas maneiras consideradas corretas na resolução, apresentaram a multiplicação de 40×3 , assim como a soma $40 + 40 + 40$ e também o uso da divisão $120 \div 40$. Consideramos assim, que não há apenas um modo correto para a resolução, os alunos apresentaram diferentes modos, que estão interligados. É os erros estão na multiplicação equivocada 40×120 , no uso da subtração $120 - 40$, e no uso da soma $120 + 40$.

O quinto problema apresentou 7 acertos, o que corresponde apenas a 20% dos alunos, 22 erros, aproximadamente a 65%. Assim como os problemas anteriores, os principais motivos dos erros cometidos está na utilização da multiplicação 32×4 , a soma $32 + 32 + 32 + 32$, ou subtração $32 - 4$. No sexto problema houve um alto índice de acertos, cerca de 62%, devido os erros dos problemas anterior apresentados e o baixo porcentagem de acertos, acreditamos que os acertos foram devido à utilização mecânica da operação de multiplicação, nesse caso os alunos utilizaram 4×5 , não utilizaram a operação de divisão. Os acertos parciais foram devido à utilização da multiplicação correta, mas os cálculos incorretos. Os erros ocorreram em virtude de operações para essa situação como a subtração e erros de multiplicação com valores que nem pertenciam ao problema.

No sétimo problema obtivemos somente 21 acertos e 10 erros, o motivo dos erros confirma a nossa a análise do problema anterior, o uso da operação de multiplicação de modo mecânico, no caso a multiplicação 9×3 . No oitavo problema também obtivemos um grande número de erros, também 22 erros, os motivos está no uso da operação de multiplicação de modo equivocada realizando 210×3 , até o uso de subtração e soma, os acertos parciais foram devido à utilização da multiplicação correta, mas os cálculos incorretos. No nono problema apresentou 16 acertos, realizando a operação corretamente e o resultado certo 3×19 , os erros foram em

virtude de operação da soma e subtração e cálculos com valores que não pertenciam ao problema, e os erros parciais foi quanto a resultados errados obtido na multiplicação de 3×19 .

No décimo problema, novamente associando somente a palavra triplo com a multiplicação por 3, os erros cometidos foram devido à utilização da multiplicação 24×8 , uns alunos somaram $24 + 8$, outros subtraíram $24 - 8$. No décimo primeiro problema, os erros cometidos foram a utilização da multiplicação 9×9 , da soma $9 + 5$, e da subtração $9 - 5$, os erros parciais foram com uso correto da multiplicação 9×5 , entretanto com resultado equivocado. No décimo segundo problema obtivemos 19 acertos, aproximadamente 56%, as resoluções que obtivemos foi a divisão de $420 : 2$, mas algo nos chamou atenção alguns alunos primeiramente realizaram a decomposição de $420 = 400 + 20$ e dividiram individualmente $400 : 2 = 200$, $20 : 2 = 10$, e depois realizaram a soma 210.

Os problemas que tiveram o maior quantitativo de acertos foram os problemas 6, 9, 12, um classificado como algébrico e dois aritméticos, os problemas 6 e 9 acreditamos que os acertos foram em virtude da utilização da operação de multiplicação de modo mecânico, pois a maioria das resoluções de todos os problemas foram utilizada a multiplicação, até mesmo os problemas que não utilizavam a multiplicação no seu modo resolutivo, equívocos como um terço ser associado a ideia de triplo, o problema 12 acreditamos que os acertos foi a linguagem simples do problema, a ideia de metade, conhecida pela maioria dos estudantes.

Com os resultados obtidos constatamos que as dificuldades presentes estão na interpretação do problema, mas necessariamente no reconhecimento da operação adequada a situação, dificuldade de organização no pensamento algébrico e/ou aritmético que levaria a solução da situação, constatamos também o que os trabalhos anteriormente citados já indicavam, erros quanto a expressões “vezes mais” vezes menos” ser associadas a operação da soma e subtração e a falta de experiência, bem como da interpretação de enunciados em responder a pesquisas deste teor.

6 EXPERIMENTAÇÃO

A experimentação da sequência didática foi aplicada em uma escola pública estadual no município de Belém/PA, que atende estudantes do Ensino Fundamental

e Ensino Médio Regular. A escolha da escola se justifica pelo fato da professora regente da turma disponibilizar as suas aulas para a experimentação.

A turma em que desenvolvemos este trabalho foi a do 6º ano, pois acreditamos que os alunos deste ano estão com os conhecimentos sobre as operações de multiplicação e divisão mais desenvolvidos. Além de que nos anos anteriores são abordados tópicos de comparação multiplicativa, como a ideia de dobro, triplo, metade, como vimos nas análises dos livros didáticos.

Os instrumentos e as sessões de ensino foram aplicados a aproximadamente a 33 estudantes, vale ressaltar que os alunos participantes tiveram a permissão concedida pelos responsáveis por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. A experimentação ocorreu nos meses de outubro, novembro e dezembro, no período da tarde, nos dias de quinta-feira, em algumas semanas foi possível para a autora também realizar a experimentação no dia de sexta-feira, tiveram alguns dias que não foi possível realizar a experimentação em virtude de situações como feriado e aplicação de prova do Saeb.

Para a coleta de dados, utilizamos instrumentos como: pré-teste, questionário socioeducacional, sequência didática e pós-teste, fizemos uso do diário de campo para registrar situações não previstas e impressões pessoais acerca do experimento. A etapa da experimentação foi subdividida em 9 sessões de ensino, com duração de 135 minutos cada, equivalente a três horas-aula e foram aplicadas 13 atividades, 1 diagnóstico inicial e 1 teste final.

O quadro 28 apresenta os dias e as atividades aplicadas na experimentação.

Quadro 28: Sequência das atividades aplicadas

Data	Sessão	Atividades desenvolvidas	Tempo de duração da aplicação
19/10/2023	1ª	Aplicação do questionário socioeducacional Teste diagnóstico	75 minutos 60 minutos
26/10/2023	2ª	Atividade 1: Ideia associada a dobro, triplo e quádruplo.	100 minutos
10/11/2023	3ª	Atividade 2: Ideia associada a metade e terça parte Atividade 3: Aplicar a ideia de dobro, triplo, metade e terça parte. Atividade 4: Situações-problema envolvendo p significado de dobro, metade, triplo e terça parte	30 minutos 45 minutos 55 minutos
16/11/2023	4ª	Atividade 5: Adição na igualdade	110 minutos
17/11/2023	5ª	Atividade 6: Subtração na igualdade	60 minutos
23/11/2023	6ª	Atividade 7: Multiplicação na igualdade Atividade 8: Divisão na igualdade.	45 minutos 50 minutos

30/11/2023	7ª	Atividade 9: Determinar o valor desconhecido em cada sentença matemática	50 minutos
		Atividade 10: Identificar a relação, referente e referido desconhecido, por meio da máquina de transformação	85 minutos
01/12/2023	8ª	Atividade 11: Situações-problema envolvendo a identificação da relação desconhecido	65 minutos
		Atividade 12: Situações-problema envolvendo a identificação do referido desconhecido	60 minutos
07/12/2023	9ª	Atividade 13: Situações-problema envolvendo a identificação do referente desconhecido	55 minutos
		Teste final	70 minutos

Fonte: Experimentação (2023)

Primeiro Encontro

O primeiro encontro ocorreu no dia 19 de outubro de 2023, a professora regente realizou a nossa apresentação para a turma e explicou a pesquisa que iríamos realizar, no qual a turma com a devida autorização iria participar, explicou que a participação dos alunos seria em realizar algumas atividades sobre os conhecimentos envolvendo a comparação multiplicativa. No mesmo encontro fizemos a aplicação do questionário socioeducacional e do teste diagnóstico referente ao nosso objeto de estudo desta pesquisa. Foi esclarecido que não era necessário a identificação nas atividades e nos testes. O questionário socioeducacional, os resultados já apresentados na sessão anterior, continha 24 questões referentes à idade, sexo, escolaridade dos responsáveis, hábitos de estudos, afinidade com a matemática, atividades econômicas, operação que mais apresenta dificuldade, prática pedagógica do professor e entre outros questionamentos. Após o término da aplicação do questionário de pesquisa sobre as informações socioeducacionais, realizamos a aplicação do teste diagnóstico de nossa pesquisa, possuía 12 problemas envolvendo comparação multiplicativa, que teve como objetivo verificar o desempenho dos alunos sobre o assunto abordado. Realizamos a distribuição do teste, fizemos uma leitura conjunta das questões que o compunha, devido ser a primeira vez que os estudantes participam de uma pesquisa experimental, era previsto que surgisse vários questionamentos sobre as operações que deveriam ser utilizadas na resolução, e principalmente dificuldade referente de não ser lembrar do conteúdo.

Neste momento tivemos que intervir e orientá-los que deveriam resolvê-lo de acordo com os seus conhecimentos, e esclarecemos que nos próximos encontros iríamos propor atividades vinculada ao assunto abordado nesse diagnóstico. Os estudantes ficaram tranquilos e deram prosseguimento à resolução desse instrumento

de pesquisa. Durante a realização do diagnóstico não foi permitido o uso da calculadora ou de qualquer outro tipo de recurso didático.

Segundo Encontro

A realização do segundo encontro ocorreu no dia 26 de outubro de 2023, com a aplicação da primeira atividade da sequência didática: Atividade 1 (Ideia associada a dobro, triplo e quádruplo). Neste dia estava presente 35 alunos, teve duração de uma hora e quarenta minutos. Entregamos a cópia da primeira atividade, solicitamos que os estudantes realizasse uma leitura inicial e iniciasse o preenchimento da atividade e nos colocamos a disposição para esclarecer possíveis dúvidas sobre a resolução da mesma, ao final foi discutido com a turma e explanado no quadro as conclusões e observações obtidas.

Propusemos que cada aluno resolvesse a atividade de forma individual, acreditamos que em virtude de ser a aplicação da primeira atividade e de os alunos ainda não terem participado de uma pesquisa experimental, inicialmente observamos que os estudantes estavam apresentando dificuldades no preenchimento da atividade, optamos assim, em realizar a leitura de forma coletiva e explicamos como deveria ser preenchida a atividade utilizando exemplos no quadro branco da sala de aula. A primeira atividade teve como objetivo de conduzir os alunos a conceituar o procedimento a ser realizar para ser obter o dobro, triplo e quádruplo de um valor numérico. Os estudantes iriam observar que para ser obter o dobro, triplo ou quádruplo de um número teríamos que multiplicar este número por 2, 3 e 4 respectivamente.

A seguir apresentamos um referencial das conclusões feitas pelos estudantes na atividade 1, a nossa primeira conclusão foi referente o que deve ser realizado para obter o dobro de um número. Classificamos de acordo com Miranda (2020) em: 1) Válida, prevista e desejada; 2) Válida, prevista e não desejada; 3) Válida, não prevista e não desejada; 4) Inválida, prevista e não desejada; e 5) Não formulada.

Quadro 29: Previsão da conclusão ao dobro de um número.

CONCLUSÃO	CLASSIFICAÇÃO
Para se obter o dobro de um número devemos multiplicar o número por 2.	Válida, prevista e desejada.

Para se obter o dobro de um número multiplicarmos com o outro número	Válida, prevista e não desejada.
Para se obter o dobro de um número somamos por 2	Inválida, prevista e não desejada.
Conclusão sem sentido	Inválida, prevista e não desejada.
Deixou a conclusão em branco	Não formulada.

Fonte: Experimentação (2023).

A seguir apresentamos o percentual das características das conclusões elaboradas pelos alunos.

Quadro 30: Percentuais das conclusões (dobro)

CARACTERÍSTICAS DAS CONCLUSÕES	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	23	65,71%
Válida, prevista e não desejada	5	14,29%
Inválida, prevista e não desejada	4	11,43%
Não formulada	3	8,57%
TOTAL	35	100%

Fonte: Experimentação (2023).

O quadro revela 65,71% dos alunos conseguiram elaborar uma conclusão considerada válida, dentro das previsões. Contudo 11,42% apresentou conclusões sem nexos ou relatou que deveríamos somar o valor 2. O mesmo quadro também mostra que 14,29% dos alunos elaboraram conclusões válidas, previstas e não desejadas e que 8,57% dos alunos não formulou conclusão para esta atividade.

A seguir serão apresentadas as conclusões referente ao procedimento para se obter o triplo de um valor.

Quadro 31: Previsão da conclusão ao triplo de um número

CONCLUSÃO	CLASSIFICAÇÃO
Para se obter o dobro de um número devemos multiplicar o número por 3	Válida, prevista e desejada.
Para se obter o triplo de um número multiplicarmos com o outro número	Válida, prevista e não desejada.
Para se obter o dobro de um número somamos por 3.	Inválida, prevista e não desejada.
Conclusão sem sentido	Inválida, prevista e não desejada.
Deixou a conclusão em branco	Não formulada.

Fonte: Experimentação (2023).

A seguir apresentamos o percentual das características das conclusões elaboradas pelos alunos.

Quadro 32: Percentuais das conclusões (triplo)

CARACTERÍSTICAS DAS CONCLUSÕES	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	18	51,42%
Válida, prevista e não desejada	2	5,72%
Inválida, prevista e não desejada	7	20%
Não formulada	8	22,86%
TOTAL	35	100%

Fonte: Experimentação (2023).

O quadro revela 51,42% dos alunos conseguiram elaborar uma conclusão considerada válida, dentro das previsões. Mas 20% apresentou conclusões sem nexos ou relatou que deveríamos somar o valor 3, um percentual maior do que na conclusão do tópico anterior. O quadro também mostra que 5,72% dos alunos elaboraram conclusões válidas, previstas e não desejadas e que 22,86% dos alunos não formulou conclusão para esta atividade. Neste sentido foi necessária a nossa intervenção para o objetivo da atividade fosse alcançado

A seguir serão apresentadas as conclusões referente ao procedimento para se obter o quádruplo de um valor.

Quadro 33: Previsão da conclusão ao quádruplo de um número

CONCLUSÃO	CLASSIFICAÇÃO
Para se obter o dobro de um número devemos multiplicar o número por 4.	Válida, prevista e desejada.
Para se obter o quádruplo de um número multiplicarmos com o outro número	Válida, prevista e não desejada.
Para se obter o dobro de um número somamos por 4.	Inválida, prevista e não desejada.
Conclusão sem sentido	Inválida, prevista e não desejada.
Deixou a conclusão em branco	Não formulada.

Fonte: Experimentação (2023).

A seguir apresentamos o percentual das características das conclusões elaboradas pelos alunos.

Quadro 34: Percentuais das conclusões (quádruplo)

CARACTERÍSTICAS DAS CONCLUSÕES	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	21	69%
Válida, prevista e não desejada	1	2,85%
Inválida, prevista e não desejada	6	17,15%
Não formulada	7	20%
TOTAL	35	100%

Fonte: Experimentação (2023).

O quadro nos mostra que 69% dos alunos conseguiram elaborar uma conclusão considerada válida. Apenas 1% apresentou conclusão válida, prevista e não desejada. 17,15% dos alunos apresentou conclusões inválidas, e 20% não formulou conclusão para esta atividade.

Na realização da primeira atividade percebemos que os estudantes tiveram um pouco de dificuldade no preenchimento, mas realizamos interferência de como se realizar a atividade de modo correto, foi percebido que além das dificuldades de percepção das regularidades, os estudantes também apresentaram dificuldade em formalizar na forma de escrita suas conclusões, registrando-as na maioria das vezes de forma confusa, além de alguns casos não conseguirmos entender o que o estudante escreveu.

Terceiro encontro

A realização do terceiro encontro ocorreu no dia 10 novembro de 2023, com a aplicação da segunda, terceira e quarta atividade da sequência didática. Neste dia estava presente 30 alunos, a segunda atividade teve duração de trinta minutos. Entregamos a cópia da segunda atividade, solicitamos que os estudantes realizasse uma leitura inicial, e iniciasse o preenchimento da atividade e nos colocamos a disposição para esclarecer possíveis dúvidas sobre a resolução da mesma, ao final foi discutido com a turma e explanado no quadro as conclusões e observações obtidas. Assim como na atividade anterior propusemos que cada aluno resolvesse a atividade de forma individual, devido a experiência tida na atividade anterior, os alunos não apresentaram tanta dificuldade no preenchimento da mesma, mas optamos em todas as atividades realizar a leitura coletiva.

A segunda atividade teve a mesma estrutura da primeira e com objetivo de conduzir os alunos a conceituar o procedimento a ser realizar para ser obter a metade e a terça parte de um valor numérico. Os estudantes iriam observar que para ser obter a metade e a terça parte de um número deveriam que dividir este número por 2 e 3 respectivamente.

A seguir apresentamos um referencial das conclusões feitas pelos estudantes na atividade 2, a nossa primeira conclusão foi referente o que deve ser realizado para obter a metade de um número.

Quadro 35: Previsão da conclusão a metade de um número

CONCLUSÃO	CLASSIFICAÇÃO
Para se obter a metade de um número devemos dividir o número por 2.	Válida, prevista e desejada.
Para se obter a metade de um número dividimos com o outro número	Válida, prevista e não desejada.
Para se obter metade de um número subtraímos por 2.	Inválida, prevista e não desejada.
Conclusão sem sentido	Inválida, prevista e não desejada.
Deixou a conclusão em branco	Não formulada.

Fonte: Experimentação (2023).

A seguir apresentamos o percentual das características das conclusões elaboradas pelos alunos.

Quadro 36: Percentuais das conclusões (metade)

CARACTERÍSTICAS DAS CONCLUSÕES	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	27	90%
Válida, prevista e não desejada	2	6,67%
Inválida, prevista e não desejada	0	0%
Não formulada	1	3,33%
TOTAL	30	100%

Fonte: Experimentação (2023).

Conforme o quadro percebemos um aumento percentual considerável quanto a formalização para se obter a metade de um número 90% dos estudantes elaboraram uma conclusão considerada válida e prevista, 6,67% de conclusão válidas, mas não desejada, apenas 1% de conclusão deixada em branco e nenhuma conclusão inválida.

A seguir serão apresentadas as conclusões referente ao procedimento para se obter a terça parte de um valor.

Quadro 37: Previsão da conclusão a terça parte de um número

CONCLUSÃO	CLASSIFICAÇÃO
Para se obter a metade de um número devemos dividir o número por 3.	Válida, prevista e desejada.
Para se obter a terça parte de um número dividimos com o outro número	Válida, prevista e não desejada.
Para se obter metade de um número subtraímos por 3.	Inválida, prevista e não desejada.
Conclusão sem sentido	Inválida, prevista e não desejada.
Deixou a conclusão em branco	Não formulada.

Fonte: Experimentação (2023).

A seguir apresentamos o percentual das características das conclusões elaboradas pelos alunos.

Quadro 38: Percentuais das conclusões (terça parte)

CARACTERÍSTICAS DAS CONCLUSÕES	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	21	70%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Inválida, prevista e não desejada	5	16,67%
Não formulada	4	13,33%
TOTAL	30	100%

Fonte: Experimentação (2023).

De acordo com o quadro 70% dos estudantes elaboraram uma conclusão considerada válida e prevista e desejada, também um percentual considerável. Contudo 16,67% apresentaram conclusões inválidas e 13,33% não formularam conclusões para essa atividade. Na realização da segunda atividade percebemos que os estudantes tiveram bom desempenho no preenchimento dos quadros, mas também alguns estudantes apresentaram dificuldades em formalizar as suas conclusões.

Neste mesmo dia aplicamos a atividade 3, foi uma atividade de aplicação já dos conceitos trabalhados anteriormente. Teve duração de 45 minutos, para a realização dessa atividade foi mantida a mesma organização das atividades anteriores, ou seja, primeiramente a leitura coletiva e em seguida cada estudante resolveu de forma individual. A atividade 3 apresentou como objetivo o preenchimento da tabela já com os valores determinados, o dobro, triplo, metade e terça parte dos valores dados. Nesta atividade não foi proposto a emissão de conclusões, pois era de fixação. Os resultados obtidos foram satisfatórios, os alunos não apresentaram dificuldade no preenchimento, e pouco questionamentos.

Também foi aplicado a quarta atividade (situações-problema envolvendo p significado de dobro, metade, triplo e terça parte), teve duração de 55 minutos, os objetivos eram desenvolver a habilidade de: 1) identificar as informações contidas no enunciado de cada questão; 2) elaborar a sentença correspondente à questão e 3) determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão. Foi proposta 8 situações. A seguir apresentamos os percentuais obtidos na atividade 4.

Quadro 39: Percentuais da atividade 4

SITUAÇÃO	ACERTO FA / FR	ACERTO PARCIAL FA/FR	ERRO FA/FR	NÃO FEZ FA/FR
1	30 – 100%	0	0	0
2	26 – 86,67%	0	4 – 13,33%	0
3	27 – 90%	0	3 – 10%	0
4	30 – 100%	0	0	0
5	21 – 70%	2 – 6,67%	2 – 6,67%	5 - 16,66%
6	18 - 60%	0	4- 13,33%	8- 26,67%
7	15 - 50%	2 – 6,67%	7- 23,33%	6 - 20%
8	16 – 53,33%	2 – 6,67%	6 - 20%	6 - 20%

O objetivo foi praticar esse tipo de problema, para verificar o desempenho dos estudantes frente ao tema investigado, e para uma possível adequação metodológica. Os alunos não apresentaram dificuldade na resolução da atividade, o resultado foi satisfatório, percebemos que os estudantes apresentaram cálculos claro e organizados e ao término de cada questão formalizaram a resposta. Nesta atividade não foi proposto a emissão de conclusões, pois era somente de fixação.

Quarto Encontro

A realização do quarto encontro ocorreu no dia 16 de novembro de 2023, com a aplicação da quinta atividade: Atividade 5 (Adição na igualdade). Em todas as atividades as aplicações seguiu o mesmo trajeto, primeiro a leitura coletiva, em seguida propusemos que cada aluno resolvesse a atividade de forma individual, assim como na primeira atividade observamos que os estudantes estavam apresentando dificuldades no entendimento e conseqüentemente no preenchimento da tabela, com isso ficaram agitados e dispersos, falando que não sabiam como resolver. Assim realizamos a explicação da atividade com exemplos no quadro branco da sala de aula, para que assim sanasse as dificuldades dos alunos e nos colocamos a disposição para esclarecer possíveis dúvidas sobre a resolução da mesma.

Este encontro teve duração de uma hora e quarenta minutos, 31 alunos estavam presente. Esta atividade teve como objetivo conduzir os estudantes a descobrirem quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira. Ela foi formada por um quadro com 13 situações que atribuíam diferentes valores para a, b, c, d, e os estudantes iriam verificar se as igualdades $a = b$ e $a + c = b + d$ eram verdadeiras ou falsas.

De maneira geral, os estudantes não apresentaram obstáculos no preenchimento do quadro, após a nossa intervenção, no entanto apenas o

preenchimento do quadro não foi suficiente para que fossem capazes de identificar as regularidades presentes em cada situação e assim a formalização escrita. A discussão em sala de aula foi primordial para a percepção dos resultados.

A seguir apresentamos um referencial das conclusões feitas pelos estudantes na atividade 5, as quais classificamos de acordo com Miranda (2020) em: 1) Válida, prevista e desejada; 2) Válida, prevista e não desejada; 3) Válida, não prevista e não desejada; 4) Inválida, prevista e não desejada; 5) Inválida, não prevista e não desejada e 6) Não formulada.

Quadro 40: Classificação das conclusões feita na atividade 5

CONCLUSÃO	CLASSIFICAÇÃO
Quando somamos o mesmo valor em cada lado da igualdade, a igualdade continua a mesma	Válida, prevista e desejada.
Somar o mesmo número nos dois lados da igualdade o resultado será verdadeiro, número diferente será falsa.	Válida, prevista e não desejada.
Quando a igualdade é exata igual a outra igualdade, a conta está certa, se o resultado não é exato a conta está errada.	Inválida, prevista e não desejada.
Deixou a conclusão em branco	Não formulada.

Fonte: Experimentação (2023).

A seguir apresentamos o percentual das características das conclusões elaboradas pelos estudantes na atividade 5.

Quadro 41: Características das conclusões da atividade 5

CARACTERÍSTICAS DAS CONCLUSÕES	FREQÜÊNCIA	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	5	16,13%
Válida, prevista e não desejada	9	29,03%
Inválida, prevista e não desejada	6	19,36%
Não formulada	11	35,48%
TOTAL	31	100%

Fonte: Experimentação (2023).

De acordo com a tabela que 16,13% elaborou uma conclusão válida, prevista e desejada, e que 29,03% elaboraram uma conclusão considerada válida, prevista e não desejada e 19,36% elaboraram conclusão inválidas, e a maioria dos estudantes 35,48% deixou a formalização em branco. Desta forma, foi necessária a intervenção para o alcance do objetivo da atividade.

Quinto Encontro

A realização do quinto encontro ocorreu no dia 17 de novembro de 2023, com a aplicação da sexta atividade: Atividade 6 (Subtração na igualdade). A sexta atividade teve a mesma estrutura da quinta, nosso objetivo foi conduzir os estudantes a descobrirem quando por meio da subtração uma igualdade permanece verdadeira. Essa atividade também foi formada por um quadro com 13 situações que atribuíam diferentes valores para a , b , c , d , e os estudantes iriam verificar se as igualdades $a = b$ e $a - c = b - d$ eram verdadeiras ou falsas.

Este encontro teve duração de uma hora, 27 alunos estavam presente Primeiramente realizamos a leitura coletiva, em seguida propusemos que cada aluno resolvesse a atividade de forma individual. Realizamos a explicação da atividade com exemplos no quadro branco da sala de aula, para que assim sanasse as dificuldades dos alunos e nos colocamos a disposição para esclarecer possíveis dúvidas sobre a resolução da mesma. A realização da atividade anterior facilitou o desenvolvimento desta, mas mesmo assim, alguns estudantes apresentaram dificuldades no momento de elaborar de forma escrita a conclusão da atividade, também foi necessária nossa intervenção para que os estudantes atingissem o objetivo da mesma.

A seguir apresentamos um referencial das conclusões feitas pelos estudantes na atividade 6

Quadro 42: Classificação das conclusões feita na atividade 6

CONCLUSÃO	CLASSIFICAÇÃO
Quando subtraímos o mesmo valor em cada lado da igualdade, a igualdade continua a mesma	Válida, prevista e desejada.
Subtrair o mesmo número nos dois lados da igualdade o resultado será verdadeiro, número diferente será falsa.	Válida, prevista e não desejada.
Quando a igualdade é exata igual a outra igualdade, a conta está certa, se o resultado não é exato a conta está errada.	Inválida, prevista e não desejada.
Deixou a conclusão em branco	Não formulada.

Fonte: Experimentação (2023).

A seguir apresentamos o percentual das características das conclusões elaboradas pelos estudantes na atividade 6.

Quadro 43: Características das conclusões da atividade 6

CARACTERÍSTICAS DAS CONCLUSÕES	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
--------------------------------	------------	------------

Válida, prevista e desejada	7	25,93%
Válida, prevista e não desejada	5	18,52%
Inválida, prevista e não desejada	6	22,22%
Não formulada	9	33,33%
TOTAL	27	100%

Fonte: Experimentação (2023).

Podemos percebermos por meio da tabela que 25,93% elaborou uma conclusão válida, prevista e desejada, e que 18,52% elaboraram uma conclusão considerada válida, prevista e não desejada e que a maioria dos estudantes 33,33% deixou a formalização em branco. Desta forma, também foi necessária a nossa intervenção para o alcance do objetivo da atividade.

Sexto Encontro

A realização do sexto encontro ocorreu no dia 23 de novembro de 2023, com a aplicação da sétima e oitava atividade: Atividade 7 (Multiplicação na igualdade), atividade 8 (Divisão na igualdade). As atividades tiveram a mesma estrutura das duas atividades anteriores. A atividade 7 teve por objetivo foi conduzir os estudantes a descobrirem quando por meio da multiplicação uma igualdade permanece verdadeira. Essa atividade também foi formada por um quadro com 13 situações que atribuíam diferentes valores para a , b , c , d , e os estudantes iriam verificar se as igualdades $a = b$ e $a \times c = b \times d$ eram verdadeiras ou falsas.

Este encontro teve duração de 95 minutos, sendo 45 minutos para a realização da atividade 7 e 50 minutos para a atividade 8, estavam presentes 26 alunos. Realizamos a leitura coletiva, em seguida propusemos que cada aluno resolvesse a atividade de forma individual. Em virtude das atividades anteriores com o mesmo objetivo, já com a familiarização dos estudantes, não foi necessário a explicação da atividade com exemplos no quadro branco da sala de aula, mas mesmo assim nos colocamos a disposição para esclarecer possíveis dúvidas sobre a resolução da mesma. Entretanto foi apresentada dificuldades no momento de elaboração da forma escrita a conclusão da atividade, alguns alunos relatavam que entenderam a atividade, mas não sabia como explicar direito, que não sabiam escrever de modo correto, foi necessária a nossa intervenção para a conclusão da forma escrita, os alunos chegaram a conclusão que quando multiplicamos os dois membros da

igualdade por um mesmo número, ela permanecerá verdadeira alguns alunos escreveram “ Quando multiplicarmos pelos mesmos número a igualdade é verdadeira/ igual” e “ Multiplicando o mesmo número nos dois lados da igualdade o resultado será verdadeiro, número diferente será falsa “

A atividade 8 teve duração de 50 minutos. O objetivo da atividade foi de levar os alunos a descobrirem quando por meio da divisão em uma igualdade permanece verdadeira. A atividade também foi formada por um quadro com 13 situações que atribuíam diferentes valores para a , b , c , d , e os estudantes iriam verificar se as igualdades $a = b$ e $a \div c = b \div d$ eram verdadeiras ou falsas. Com as experiências das atividades anteriores, os estudantes não apresentaram dificuldade no preenchimento do quadro, logo conseguiram chegar a conclusão esperada de que quando uma igualdade é verdadeira, multiplicando-se os dois membros da igualdade por um mesmo número, ela permanecerá verdadeira, fazendo comparação com as atividades 5, 6, e 7 .

Sétimo Encontro

A realização do sétimo encontro ocorreu no dia 30 de novembro de 2023, com a aplicação da atividade 9 (Determinar o valor desconhecido em cada sentença matemática), atividade 10 (Identificar a relação, referente e referido desconhecido, por meio da máquina de transformação). Estavam presentes 32 alunos. A atividade 9 teve duração de 50 minutos, foi uma atividade de aplicação. O objetivo desta atividade foi determinar o valor desconhecido de uma sentença matemática multiplicativa, com variação da incógnita nas três possíveis posições ($a \times b = ?$, $a \div b = ?$, $a \times ? = c$, $a \div ? = c$, $? \times b = c$ e $? \div b = c$), por meio do princípio multiplicativo da igualdade, foi composta de 20 situações.

Para a realização dessa atividade foi mantida a mesma organização das atividades anteriores, ou seja, primeiramente a leitura coletiva e em seguida cada estudante resolveu de forma individual. Os estudantes não apresentaram dificuldade na resolução da atividade, o resultado foi satisfatório, a maioria dos discentes determinou o valor desconhecido utilizando a conhecimento das operações inversas e a minoria determinou de maneira direta o valor desconhecido nas sentenças, fazendo cálculos mentais. Nesta atividade não foi proposto a emissão de conclusões, pois era de fixação.

A atividade 10 teve duração de 85 minutos, teve por objetivo utilizar a ideia da máquina de transformação no qual há uma relação de correspondência entre o valor de entrada, a relação e o valor de saída, a atividade foi composta de 12 situações, 4 de relação, 4 de referente e 4 se referido desconhecido. A seguir apresentamos os percentuais obtidos na atividade 10.

Quadro 44: Percentuais da atividade 10

SITUAÇÃO	ACERTO FA / FR	ACERTO PARCIAL FA/FR	ERRO FA/FR	NÃO FEZ FA/FR
1	31 – 96,87%	0	0	1 – 3,13%
2	29 – 90,62%	0	2 – 6,45%	1 – 3,13%
3	5 – 15,63%	0	25 – 78,12%	2 – 6,25%
4	19 – 59,37%	0	12 – 37,5%	1 – 3,13%
5	29 – 90,62%	0	2 – 6,25%	1 – 3,13%
6	19 – 59,37%	0	12 – 37,5%	1 – 3,13%
7	28 – 87,5%	0	2 – 6,25%	2 – 6,25%
8	17 – 53,13%	0	12 – 37,5%	3 – 9,37%
9	28 – 87,5%	0	1 – 3,13%	3 – 9,37%
10	25 – 78,13%	0	2 – 6,25%	5 – 15,62%
11	27 – 84,37%	0	1 – 3,13%	4 – 12,5%
12	20 – 62,5%	0	4 – 12,5%	8 – 25%

Fonte: Experimentação (2023).

Os objetivos da atividades eram desenvolver a habilidade de: 1) identificar as informações contidas no enunciado; 2) elaborar a sentença correspondente à questão e 3) determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão. O preenchimento da máquina e da tabela tinha como objetivos: 1) fazer os alunos perceberem a diferença no modelo de sentença de acordo com o tipo de dados informados com o valor de entrada e de saída.

Na realização das atividades os alunos tiveram bom desempenho no preenchimento, tanto nas sentenças aritmética quanto as algébricas apresentaram facilidade e também no preenchimento final da tabela. Nesta atividade não foi proposto a emissão de conclusões, pois era de fixação.

Oitavo encontro

O oitavo encontro ocorreu no dia 1 de dezembro de 2023 realizamos a aplicação da atividade 11 (Situações-problema envolvendo a identificação da relação desconhecida) que durou 65 minutos, seus objetivos eram desenvolver a habilidade de: 1) identificar as informações contidas no enunciado de cada questão; 2) elaborar a sentença correspondente à questão e 3) determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão. Foi proposta 5 situações que envolveram a

identificação do operador desconhecido. Estavam presente 29 estudantes. A seguir apresentamos os percentuais obtidos na atividade 11.

Quadro 45: Percentuais da atividade 11

SITUAÇÃO	ACERTO FA / FR	ACERTO PARCIAL FA/FR	ERRO FA/FR	NÃO FEZ FA/FR
1	27 – 93,10%	1 – 3,45%	1 – 3,45%	0
2	26 – 86,20%	1 – 3,45%	3 – 10,35%	0
3	26 – 89,66 %	0	2 – 6,89%	1 – 3,45%
4	26 – 89,66%	0	1 – 3,45%	2 – 6,89%
5	27 – 93,11%	0	2 – 6,89%	0

Fonte: Experimentação (2023)

Para a realização dessas atividades foi mantida a mesma organização da anterior, ou seja, cada estudante resolveu de forma individual. Foi uma importante oportunidade para que os discentes respondessem aos problemas de estrutura multiplicativa, no intuito de praticar a elaboração de sentença de modelação e escolha correta da operação. Podemos perceber um grande percentuais de acertos, o que nos chamou nossa atenção foi quanto uma maior organização nas respostas e nos cálculos realizados, diferentemente do que acontecia nas primeiras aplicações, cálculos desorganizados, explicações confusas. Nesta atividade não foi proposto a emissão de conclusões, pois era de fixação.

Neste mesmo dia também aplicamos a atividade 12 (Situações-problema envolvendo a identificação da referido desconhecido) que durou 60 minutos, seus objetivos eram desenvolver a habilidade de: 1) identificar as informações contidas no enunciado de cada questão; 2) elaborar a sentença correspondente à questão e 3) determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão. Foi proposta 7 situações. A seguir apresentamos os percentuais obtidos na atividade 12.

Quadro 46: Percentuais da atividade 12

SITUAÇÃO	ACERTO FA / FR	ACERTO PARCIAL FA/FR	ERRO FA/FR	NÃO FEZ FA/FR
1	27 – 93,10%	1 – 3,45%	0	1 – 3,45%
2	24 – 82,76%	1 – 3,45%	4 – 13,79 %	0
3	26 – 89,66 %	1 – 3,45%	0	2 – 6,89%
4	28 – 96,55%	1 – 3,45%	0	0
5	26 – 89,66%	1 – 3,45%	2 – 6,89%	0
6	23 – 79,31%	0	5 – 17,24%	1 – 3,45%
7	26 – 89,66%	0	3 – 10,34%	0

Fonte: Experimentação (2023)

Para a realização dessas atividades foi mantida a mesma organização da anterior. Com os resultados obtidos, podemos constatar que foram próximos dos obtidos na atividade anterior, percebemos que os erros cometidos foram quanto ao

termo terça parte e quarta parte, onde os alunos realizaram a multiplicação respectivamente por 3 e 4. Nesta atividade não foi proposto a emissão de conclusões, pois era de fixação

Nono encontro.

O nono encontro ocorreu no dia 1 de dezembro de 2023 realizamos a aplicação da última atividade (Situações-problema envolvendo a identificação da referente desconhecida) que durou 55 minutos, seus objetivos eram desenvolver a habilidade de: 1) identificar as informações contidas no enunciado de cada questão; 2) elaborar a sentença correspondente à questão e 3) determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão. Foi proposta 7 situações que envolveram a identificação do operador desconhecido. Participaram 25 estudantes. A seguir apresentamos os percentuais obtidos na atividade 13.

Quadro 47: Percentuais da atividade 13

SITUAÇÃO	ACERTO FA / FR	ACERTO PARCIAL FA/FR	ERRO FA/FR	NÃO FEZ FA/FR
1	17 – 68%%	0	5 – 20%	3 – 12%
2	18 – 72%	0	4 – 16%	3 – 12%
3	16 – 64 %	0	5 – 20%	4 – 16%
4	19 – 76%	0	4 – 16%	2 – 8%
5	18 – 72%	0	3 – 12%	4 – 16%
6	21 – 84%	0	1 – 4%	3 – 12%
7	19 – 76%	0	3 – 12%	3 – 12%

Fonte: Experimentação (2023)

Para a realização dessas atividades foi mantida a mesma organização da anterior. Constatamos que as maiores dificuldades, assim como abordado no nosso referencial teórico está quando o referente é desconhecido, entretanto, obtivemos mesmo assim resultados satisfatórios.

Finalizando a etapa de Experimentação, aplicamos o teste final que contou com a participação de 38 alunos, abordou as mesmas questões do diagnóstico inicial. Foi realizado de forma individual, e teve duração de 70 minutos, e objetivou traçar um comparativo com o diagnóstico inicial para verificar o desempenho dos estudantes frente ao tema investigado após as intervenções das atividades experimentais. A seguir apresentamos os comparativos do teste inicial e do teste final.

Quadro 48: Desempenho dos aluno nos testes em %.

SITUAÇÃO	CLASSIFICAÇÃO	SENTENÇA DA MODELAÇÃO	ACERTO		ERRO		BRANCO		PARCIAL	
			Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
1	Algébrico	$8x?=24$	38,24	71,05	52,94	13,16	5,88	15,79	2,94	0
2	Algébrico	$16x?=32$	41,18	71,05	55,88	18,42	0	10,53	2,94	0

3	Algébrico	$5x?=30$	50	65,79	47,06	28,95	0	5,26	2,94	0
4	Algébrico	$40x?=120$	35,30	63,16	58,82	21,05	2,94	15,79	2,94	0
5	Aritmético	$32x\frac{1}{4}=?$ $32:4=?$	20,59	52,63	64,70	34,21	14,71	10,53	0	2,63
6	Algébrico	$?x\frac{1}{5}=4$ $? :5=4$	61,77	81,59	20,59	7,89	11,76	7,89	5,88	2,63
7	Algébrico	$?x3=9$	61,77	68,42	29,41	15,79	8,82	5,26	0	10,53
8	Algébrico	$?x3=210$	23,53	65,79	64,71	28,95	11,76	5,26	0	0
9	Aritmético	$3x19=?$	47,06	78,95	29,41	13,16	14,71	5,26	8,82	2,63
10	Aritmético	$24:8=?$	17,65	57,89	58,82	26,32	20,59	10,53	2,94	5,26
11	Aritmético	$5x9=?$	35,29	57,89	38,24	18,42	14,71	10,53	11,76	13,16
12	Aritmético	$420\div2=?$	55,88	86,85	17,65	5,26	26,47	5,26	0	2,63

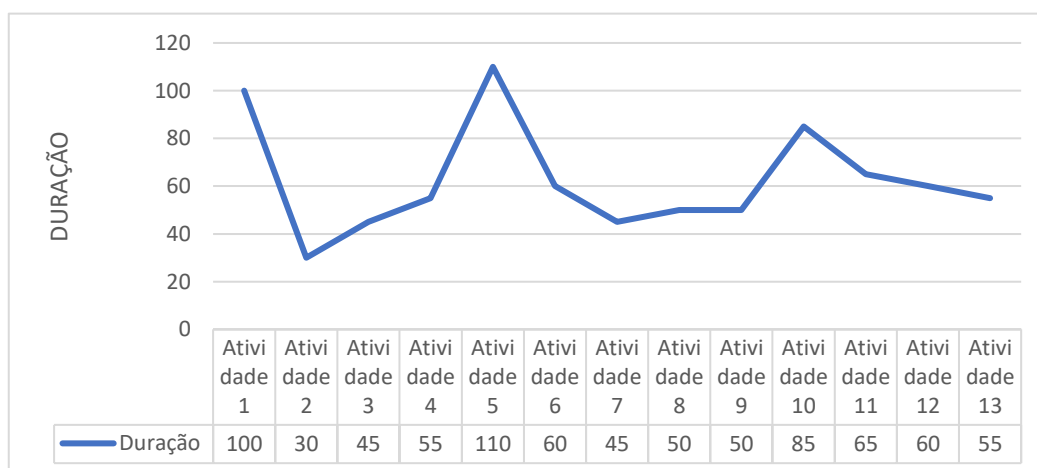
Fonte: Experimentação (2023)

Após a aplicação do pós-teste, agradecemos a turma pelo acolhimento, parabenizando-os pelo comportamento e empenho durante as sessões de ensino.

6.1 INTERVENÇÃO E DELINEAMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A etapa de intervenção foi organizada em 9 sessões/encontro, no primeiro encontro aplicamos o questionário socioeducacional e o teste inicial para verificamos o conhecimento inicial dos alunos frente ao tema em investigação, em seguida em 8 encontro destinados a aplicação das 13 atividades que compunha a sequência e encerrou com o teste final. A seguir o gráfico 27 indica o tempo gasto em minutos na aplicação de cada atividade.

Gráfico 27: Tempo utilizado na aplicação de atividades



Fonte: Experimentação (2023)

O gráfico nos mostra uma redução no tempo de aplicação da atividade 1 para a atividade 2. Essas atividades possuíam o mesmo formato. A primeira envolvia a ideia de dobro, triplo e quádruplo e a segunda a ideia de metade e terça parte. O primeiro contato com a atividade 1 agilizou a execução para a atividade 2. A atividade

3 foi a aplicação somente de valores dos números dados para determinar o seu dobro, triplo, metade e terça parte, já a atividade 4 também abordou a mesma estratégia, mas agora com a aplicação de situações contextualizadas. Isso nos comprova que a medida que os alunos entram em contato com esse modelo de atividades, mais ficam ágil na sua execução.

Assim se prosseguiu nas atividades 5, 6, 7 e 8, essas atividades possuíam o mesmo formato, a quinta envolvia o princípio aditivo da igualdade, foi a atividade que demandou mais tempo, pois a princípio os alunos não entenderam o seu desenvolvimento, a sexta o princípio da subtração em uma igualdade, a sétima o princípio da multiplicação em uma igualdade e por fim a oitava o princípio da divisão em uma igualdade.

Na nona atividade os discentes tinham que determinar o valor desconhecido em sentenças matemáticas multiplicativa, durante o processo de resolução perceberam que o valor desconhecido se referia a um valor que podia ser multiplicado ou dividido aos dois membros da igualdade sem alterar o resultado, muitos alunos determinou o valor desconhecido nas sentenças de maneira direta, fazendo cálculos mentais. Como podemos observar na resolução de um dos alunos abaixo na figura 12.

Figura 12: Resolução de um aluno na atividade 9.

a) $2 \times 7 = \square 14$	h) $24 \div \square = 8$
b) $9 \times 8 = \square 72$	i) $150 \div \square = 50$
c) $90 \div 15 = \square 6$	j) $36 \times \square = 108$
d) $18 \div 6 = \square 3$	k) $16 \times \square = 192$
e) $6 \times 3 = \square 18$	l) $\square \div 3 = 115$
f) $36 \div 4 = \square 9$	m) $\square \div 8 = 52$
g) $5 \times 10 = \square 50$	n) $\square \div 2 = 56$
h) $6 \times \square = 18$	o) $\square \times 4 = 36$
i) $15 \times \square = 60$	p) $\square \times 16 = 32$
j) $56 \div \square = 7$	r) $84 \div \square = 12$

A décima atividade envolveu a identificação dos valores desconhecido que cada maquina demandava para qual a sua igualdade fosse verdadeira, os itens interrogativos o ajudaram, após isso preencher um quadro em que os estudantes descreviam o cálculo e a operação realizada na resolução de cada sentença.

Figura 13: Resolução de um aluno na atividade 10.

10)

Entrada	Transformação	Saída
?	$+ 3$	9

a) O que a questão pede? entrada

b) Que sentença representa a situação dada? ?

c) Como você encontrará o nosso valor de entrada (valor desconhecido)? subtração

d) Qual é o valor desconhecido? 6

11)

Entrada	Transformação	Saída
?	$\times 2$	18

a) O que a questão pede? entrada

b) Que sentença representa a situação dada? $\times 2$

c) Como você encontrará o nosso valor de entrada (valor desconhecido)? divisão

d) Qual é o valor desconhecido? 9

12)

Entrada	Transformação	Saída
?	$- 5$	8

Fonte: Experimentação (2023)

As atividades 11 envolveu a resolução de situações que tinha por objetivo encontrar a relação que a satisfazia, as atividades 12 e 13 seguiram o mesmo formato. Nela os discentes tinham que responder itens interrogativos para cada questão, dentre as quais deveriam elaborar a sentença de modelação, determinar a operação e realizar o cálculo.

Antes da atividade 1, realizamos a aplicação do questionário socioeducacional, do teste diagnóstico. O teste continha 12 questões específicas de comparação multiplicativa e foi o mesmo teste utilizado no diagnóstico final, o tempo de teste inicial e final foram próximos 75 e 70 minutos respectivamente, queríamos que os estudantes não se sentissem pressionados a terminar.

Ressaltando que as atividades foram realizadas de forma individual, sendo que ao final os estudantes discutiam entre si as respostas para emitirem uma conclusão. Foi uma forma de gerar interação, pois essa é uma das características do ensino por

atividade experimental. Algo a ressaltar também é referente à frequência do alunos que foi um fator pedagógico favorável pela assiduidade por se tratar de uma sequência de atividades, obtivemos um alto índice de frequência

Durante o experimento o professor da turma nos deu total apoio, ao qual ficamos muito agradecido e motivado para desenvolver o trabalho. A utilização do ensino por atividade experimental como metodologia, propondo a resolução das atividades de forma individual, poderíamos também ter trabalhado em dupla ou grupos, e ainda disponibilizando o quadro para discutirem resultados, tornaram as aulas de matemática mais atrativas, contribuindo para uma maior participação dos estudantes.

A análise do teste inicial e a realização das sessões de ensino confirmaram as dificuldades dos discentes na interpretação do enunciado dos problemas, para fazer a escolha da operação adequada, e no desenvolvimento das operações de multiplicação e divisão, no sentido de efetuar com propriedades e algoritmos. Conforme as aplicações das atividades e durante a análise do pós-teste, constatamos o amadurecimento quanto a formulação adequada da sentença de modelação do problema e na organização na formalização de ideia e de repostas. Isso contribuiu para que os alunos emitissem os resultados de forma significativa e autônoma.

Na seção seguinte, denominada de análise a posteriori e validação, serão analisados os dados produzidos através dos instrumentos utilizados na pesquisa. Neste sentido, serão realizadas comparações dos percentuais do pré-teste e pós-teste, análise dos tipos de erros; emprego de correlações, testes de hipótese, objetivando chegar às conclusões confiáveis sobre os resultados do experimento.

7 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Iniciamos a análise dos dados da turma realizando o confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori dos testes multiplicativos que estão apresentadas no quadro 49.

Quadro 49: Confronto da análise a priori e análise a posteriori dos testes

ATIVIDADE	ANÁLISE A PRIORI	ANÁLISE POSTERIORI	AValiação
1	Os estudantes terão dificuldades no desenvolvimento desta atividade,	Os estudantes tiveram um pouco de dificuldade no preenchimento,	Positiva

	devido ser provavelmente o primeiro contato deles com esse tipo de atividade, os alunos poderiam apresentar dificuldades na identificação de regularidades ou irregularidades após o preenchimento.	foi percebido que além das dificuldades de percepção das regularidades, os estudantes também apresentaram dificuldade em formalizar na forma de escrita suas conclusões, registrando-as na maioria das vezes de forma confusa, além de alguns casos não conseguirmos entender o que o estudante escreveu.	
2	Entende-se que os estudantes não terão tanta dificuldades no desenvolvimento desta atividade, devido o primeiro contato com atividade anterior.	Os estudantes tiveram bom desempenho no preenchimento dos quadros, mas também alguns estudantes apresentaram dificuldades em formalizar as suas conclusões.	Positiva
3	Esta atividade envolve apenas a aplicação das ideias desenvolvidas, nas duas atividades anteriores, espera-se que os estudantes lembre dos procedimentos utilizados nas atividades anteriores.	Os resultados obtidos foram satisfatórios, os alunos não apresentaram dificuldade no preenchimento, e pouco questionamentos	Positiva
4	Esta atividade envolve problemas envolvendo os conceitos apreendido, envolve apenas problema aritmético, seja resolução a triade $a \cdot b = ?$ Ou $a : b = ?$. É possível que surjam dificuldades no manuseio dos dados e na escolha da operação correta.	Os alunos não apresentaram dificuldade na resolução da atividade, os estudantes apresentaram cálculos claro e organizados e ao término de cada questão formalizaram a resposta.	Positiva
5	Os discentes poderão apresentar dificuldades ainda em identificar as regularidades ou irregularidades após preencher o quadro.	16,13% elaborou uma conclusão válida, prevista e desejada, e que 29,03% elaboraram uma conclusão considerada válida, prevista e não desejada e 19,36% elaboraram conclusão inválidas, e a maioria dos estudantes 35,48% deixou a formalização em branco. Desta forma, foi necessária a intervenção para o alcance do objetivo da atividade.	Positiva
6	Os estudantes não terão dificuldades nesta atividade, pois acreditamos que as experiências adquiridas na atividade anterior servirão de suporte para a compreensão desta,	25,93% elaborou uma conclusão válida, prevista e desejada, e que 18,52% elaboraram uma conclusão considerada válida, prevista e não desejada e que a maioria dos estudantes 33,33% deixou a formalização em branco. Desta forma, também foi necessária a nossa intervenção	Positiva

		para o alcance do objetivo da atividade.	
7	Os estudantes não terão dificuldades nesta atividade, devido as experiências adquiridas nas atividades anteriores servirão de suporte para a compreensão desta.	Foi apresentado dificuldades no momento de elaboração da forma escrita a conclusão da atividade, alguns alunos relatavam que entenderam a atividade, mas não sabia como explicar direito, que não sabiam escrever de modo correto, foi necessária a nossa intervenção para a conclusão da forma escrita,	Positiva
8	Os alunos não terão dificuldades em observar que dividindo os dois membros de uma igualdade por um mesmo número diferente de zero, a igualdade permanecerá verdadeira.	os estudantes não apresentaram dificuldade no preenchimento do quadro, logo conseguiram chegar a conclusão esperada	Positiva
9	Acredita -se que os estudantes poderá apresentar certa dificuldade, mas necessariamente nos problemas algébrico, onde a incógnita (quadradinho) não fica isolado após a igualdade e sim isolados nas demais posições antes da igualdade.	Os estudantes não apresentaram dificuldade na resolução da atividade, a maioria dos discentes determinou o valor desconhecido utilizando a conhecimento das operações inversas e a minoria determinou de maneira direta o valor desconhecido nas sentenças, fazendo cálculos mentais.	Positiva
10	Pretendemos que o aluno que se o valor aumentou, aplicará a operação de multiplicação, se diminuiu a operação de divisão e aplique os conhecimentos anteriores adquiridas das relações de igualdades, e dos conhecimentos algébricos para se encontrar o valor desconhecido.	Na realização das atividades os alunos tiveram bom desempenho no preenchimento, tanto nas sentenças aritmética quantos as algébricas apresentaram facilidade e também no preenchimento final da tabela.	Positiva
11	Acreditamos que os estudantes não terem grandes dificuldades no manuseio dos dados e na escolha da operação, esperamos que os alunos já familiarizados com os modelos de problemas apresentados possam minimizar as possíveis dificuldades.	Foi obtido um grande percentuais de acertos, o que nos chamou nossa atenção foi quanto uma maior organização nas respostas e nos cálculos realizados, diferentemente do que acontecia nas primeiras aplicações, cálculos desorganizados, explicações confusas.	Positiva
12	É possível que surjam dificuldades no manuseio dos dados e na escolha da operação, porém, esperamos que os alunos já familiarizados com os modelos de	Com os resultados obtidos, podemos constatar que foram próximos dos obtidos na atividade anterior, percebemos que os erros cometidos foram quanto ao termo terça parte e quarta parte, onde os	Positiva

	problemas apresentados possa minimizar as dificuldades	alunos realizaram a multiplicação respectivamente por 3 e 4.	
13	Teve por finalidade conduzir os alunos a descobrirem as operações que deverão ser utilizadas, para que a igualdade seja verdadeira de acordo com os valores dados, e o comparativo que as questões estão realizando.	Constatamos que as maiores dificuldades, está quando o referente é desconhecido, entretanto, obtivemos mesmo assim resultados satisfatórios.	Positiva

Fonte: Experimentação (2023)

A análise a posterior confirmou a maioria dos comportamentos esperados e descritos na análise a priori, resultando em validações positivas.

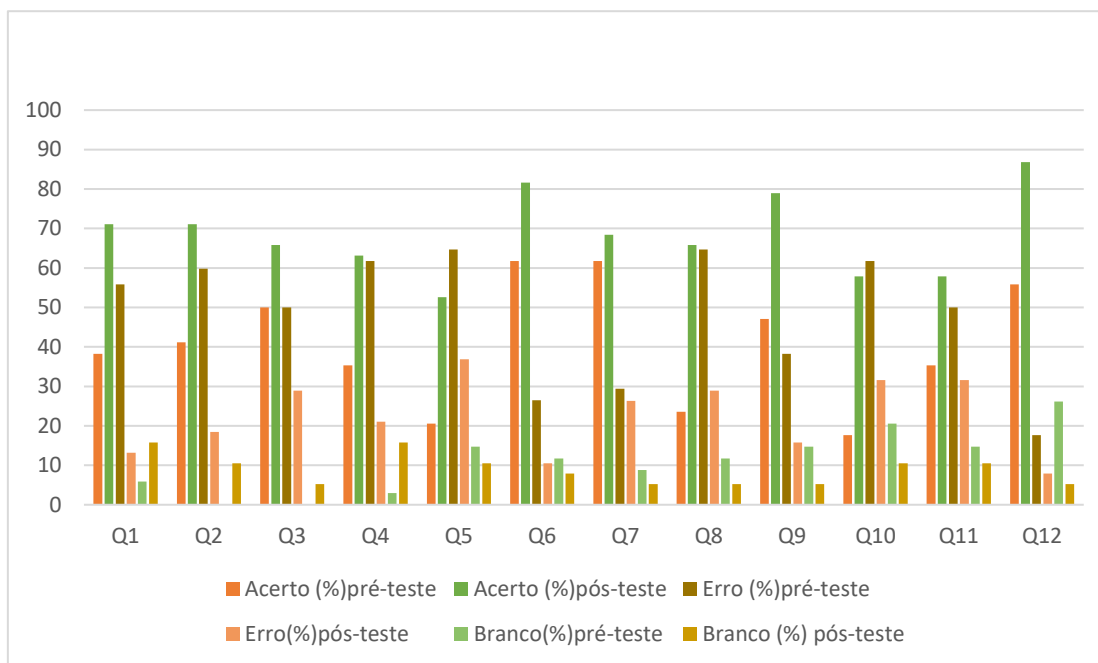
A análise dos dados observando os percentuais de acertos (quando o estudante apresentou uma resolução e o resultado estava correto), erros (quando o estudante apresentou uma resolução e o resultado não estava correto), e em branco (quando o estudante não apresentou nenhuma resolução) em cada questão dos testes. Também apresentamos a classificação de cada problema em aritmético ou algébrico e a sentença natural correspondente a cada situação proposta.

Quadro 50: Desempenho por questões nos testes da turma

SITUAÇÃO	CLASSE	CLASSIFICAÇÃO	SENTENÇA DA MODELAÇÃO	ACERTO%		ERRO%		BRANCO%	
				Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
1	Relação	Algébrico	$8x?=24$	38,24	71,05	55,88	13,16	5,88	15,79
2	Relação	Algébrico	$16x?=32$	41,18	71,05	59,82	18,42	0	10,53
3	Relação	Algébrico	$5x?=30$	50	71,05	50	28,95	0	0
4	Relação	Algébrico	$40x?=120$	35,30	63,16	61,76	21,05	2,94	15,79
5	Referente	Aritmético	$32x\frac{1}{4}=?$ $32:4=?$	20,59	52,63	64,70	36,84	14,71	10,53
6	Referente	Algébrico	$?x\frac{1}{5}=4$ $? :5=4$	61,77	81,59	26,47	10,52	11,76	7,89
7	Referente	Algébrico	$?x3=9$	61,77	68,42	29,41	26,32	8,82	5,26
8	Referente	Algébrico	$?x3=210$	23,53	65,79	64,71	28,95	11,76	5,26
9	Referido	Aritmético	$3x19=?$	47,06	78,95	38,23	15,79	14,71	5,26
10	Referido	Aritmético	$24:8=?$	17,65	57,89	61,76	31,58	20,59	10,53
11	Referido	Aritmético	$5x9=?$	35,29	57,89	50	31,58	14,71	10,53
12	Referido	Aritmético	$420\div2=?$	55,88	86,85	17,65	7,89	26,47	5,26

Fonte: Experimentação (2023)

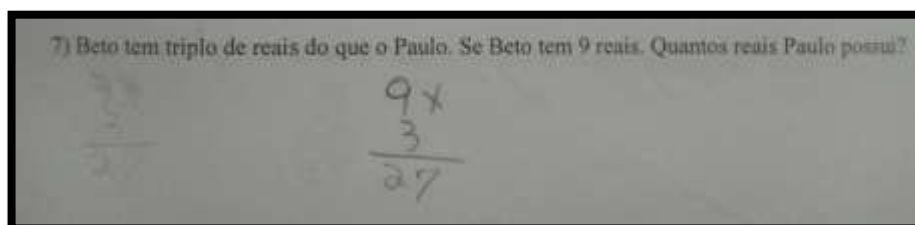
Gráfico 28: Desempenho percentual por questões nos testes da turma



Fonte: Experimentação (2023)

De acordo com os dados apresentados no quadro e no gráfico percebemos que houve um aumento do percentual de acertos em todas as questões do pós-teste em comparação ao pré-teste. A questão Q8 apresentou a maior crescente de acertos, onde o percentual de acertos no pré-teste foi de 23,53% e no pós-teste foi de 65,79% uma diferença de 42,26. Em contrapartida a de menor crescente foi a Q7, uma diferença de apenas 6,65%, mas mesmo assim a questão apresentou um índice de acertos considerável tanto no pré-teste, como no pós-teste, o principal motivo dos erros foi a realização da multiplicação de 9×3 , ou seja, o erro predominante foi na escolha da operação adequada, possivelmente ocasionados por apresentar o termo “triplo”, desta forma os alunos foram induzidos a realizar a operação de multiplicação em sua solução, conforme mostrado na figura 13.

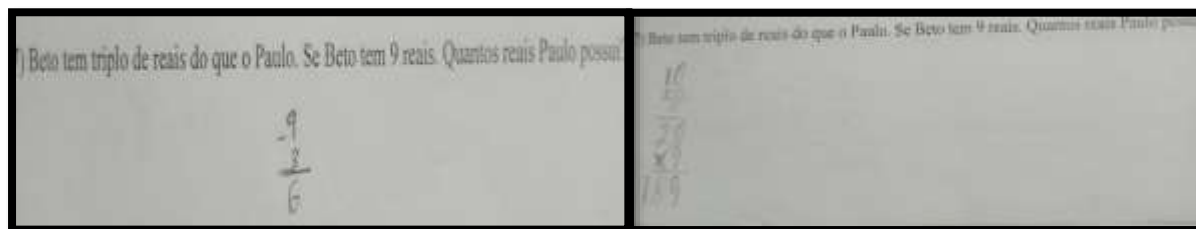
Figura 14: Resolução de um dos estudantes na questão Q7 do Pré-Teste



Fonte: Experimentação (2023)

Os demais erros nesta questão, foram referente a resultado incorreto da operação 9×3 , na escolha da operação adequada, e de utilização de dados confusos, como podemos ver na figura abaixo.

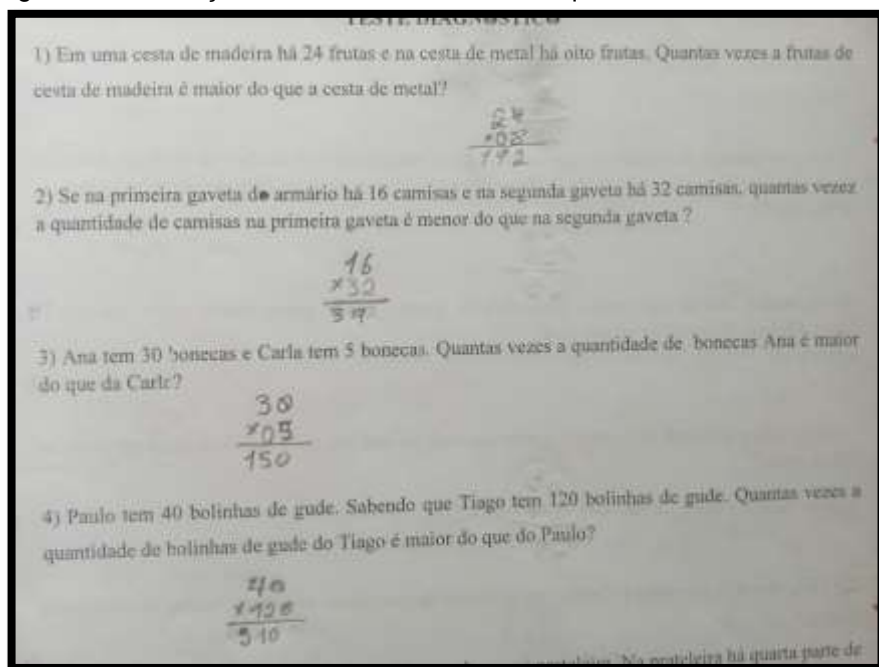
Figura 15: Demais erros cometidos na Q7do pré-teste.



Fonte - Experimentação (2023)

A resolução das questões Q1, Q2, Q3 e Q4 exigia a execução de uma divisão apesar de aparecer o termo “quantas vezes” em seu contexto. Por isso ocorreram erros por equívocos dos estudantes ao fazer a escolha da operação e consequentemente encontrando o resultado incorreto. Tais equívocos estão expressos na resolução dessa questão no pré-teste apresentada na figura a seguir.

Figura 16: Resolução de um dos estudantes na questão Q1, Q2, Q3 e Q4 do Pré-Teste

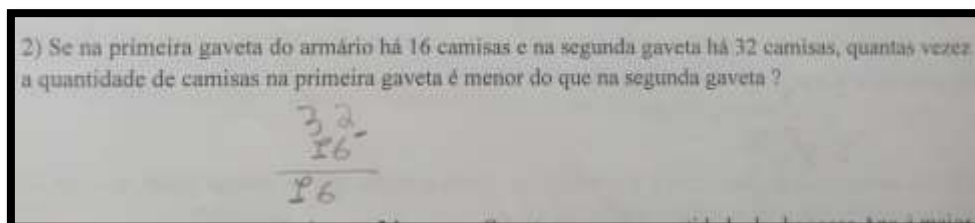


Fonte: Experimentação (2023)

Além disso, também verificamos equívocos que os estudantes apresentaram na escolha da operação devido à presença do termo “quantas vezes menos” ou “quantas vezes menos) levando-os a utilizar a subtração e da adição, e com isso

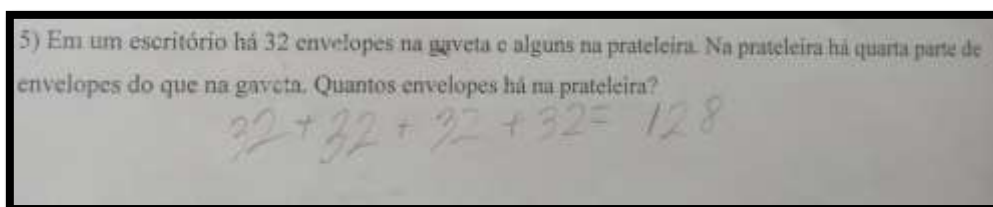
encontrando o resultado incorreto. Identificamos situações como essas na resolução expressa nas figuras a seguir.

Figura 17: Operação equivocada na Q2 no pré-teste.



Fonte: Experimentação (2023)

Figura 18: Operação equivocada na Q5 no pré-teste.



Fonte: Experimentação (2023)

Em relação ao percentual de erros, todas as questões houve uma diminuição, do pré-teste para o pós-teste. Percebemos também uma diminuição nas questões deixadas em branco, além disso, ressaltamos o alto percentual de aumento de acertos das questões Q1, Q2, Q4, Q5, Q8, Q9, Q10 e Q12, ou seja, obteve um expressivo aumento no número de acertos no pós-teste. No pré-teste a média percentual de acertos na classe que envolvia relação desconhecida foi de 41,18% e no pós teste foi de 69,19%, a classe de referente desconhecido o percentual médio de acertos foi de 41,91% e 67,10% respectivamente no pré e pós-teste e a classe do referido desconhecido obteve 38,97% e 70,39% respectivamente no pré-teste e pós-teste, ou seja a classe do referido desconhecido teve o maior percentual de acertos, o que vai ao encontro com o resultado obtido no trabalho de Pereira (2015), Gomes (2020) Almeida (2017), onde essa classe também teve o maior percentual de soluções corretas.

A seguir apresentamos a análise dos tipos de erros nos testes de comparação aditiva.

7.1 CATEGORIAS DE ERROS NOS TESTES

Neste momento da pesquisa apresentamos um panorama geral dos erros cometidos pelos estudantes, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, identificando o que de fato os levou a cometerem esses equívocos. Para facilitar essa análise, tais erros foram classificados em três categorias: elaboração da sentença; escolha da operação e realização do cálculo.

Para a análise das sentenças verificamos se os estudantes realizaram sua elaboração de forma correta ou incorreta ou não as elaboraram. Já no que se refere à escolha e efetivação da operação analisamos os acertos, erros e itens em branco. O quadro a seguir contém as três categorias de erros mencionadas anteriormente.

Quadro 51: Categorias de erros nos testes

QUESTÃO	Elaboração da sentença natural (%)						Escolha da operação (%)						Efetuar a operação (%)					
	Elaborou a sentença adequada		Elaborou a sentença inadequada		Não elaborou		Acerto		Erro		Em branco		Acerto		Erro		Em branco	
	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
Q 1	35,48 %	64,52 %	35,48 %	3,23 %	29,03 %	32,26 %	77,42 %	70,97 %	16,13 %	12,90 %	6,45 %	16,13 %	77,42 %	80,64 %	16,13 %	3,23 %	6,45 %	16,13 %
Q 2	29,03 %	51,61 %	29,03 %	16,13 %	41,94 %	32,26 %	61,29 %	74,19 %	38,71 %	25,81 %	-	-	58,06 %	90,32 %	38,71 %	9,68 %	-	3,23 %
Q 3	45,16 %	74,19 %	29,03 %	9,68 %	25,81 %	16,13 %	83,87 %	83,87 %	6,45 %	12,90 %	9,68 %	3,23 %	80,65 %	80,65 %	12,90 %	9,68 %	6,45 %	9,68 %
Q 4	41,94 %	54,84 %	41,94 %	9,68 %	16,13 %	35,48 %	87,10 %	64,52 %	9,68 %	25,81 %	3,23 %	9,68 %	51,61 %	90,32 %	35,48 %	3,23 %	12,90 %	6,45 %
Q 5	12,90 %	58,06 %	-	-	87,10 %	41,94 %	12,90 %	58,06 %	67,74 %	38,71 %	19,35 %	3,23 %	54,84 %	80,65 %	29,03 %	12,90 %	16,13 %	6,45 %
Q 6	-	9,69 %	-	-	10,0 %	90,32 %	6,45 %	16,13 %	70,97 %	64,52 %	22,58 %	9,69 %	64,52 %	83,87 %	12,90 %	6,45 %	22,58 %	9,68 %
Q 7	3,22 %	19,35 %	32,23 %	25,80 %	64,52 %	58,06 %	48,39 %	67,74 %	35,48 %	29,03 %	16,13 %	6,45 %	70,97 %	80,65 %	9,68 %	9,68 %	19,35 %	9,68 %
Q 8	-	22,58 %	32,23 %	12,90 %	67,74 %	64,52 %	45,16 %	45,16 %	38,71 %	51,61 %	22,58 %	3,22 %	51,61 %	90,32 %	22,58 %	9,68 %	26,81 %	-
Q 9	64,52 %	87,20 %	3,22 %	-	32,23 %	12,90 %	74,19 %	93,55 %	6,45 %	3,22 %	19,53 %	3,22 %	51,61 %	87,10 %	32,56 %	9,68 %	16,13 %	6,45 %

Q	19,	45,	-	3,2	80,	51,	19,	58,	51,	35,	29,	9,6	45,	77,	25,	9,6	29,	12,
1	35	26		2%	65	61	35	84	61	48	03	8%	16	42	81	8%	03	90
0	%	%			%	%	%	%	%	%	%		%	%	%		%	%
Q	58,	80,	3,2	-	38,	19,	64,	87,	12,	3,2	22,	9,6	48,	70,	29,	12,	22,	16,
1	06	65	2%		41	35	52	10	90	2%	58	8%	39	67	03	90	58	13
1	%	%			%	%	%	%	%		%		%	%	%	%	%	%
Q	29,	64,	6,4	3,2	64,	32,	35,	77,	38,	9,6	25,	12,	58,	87,	9,6	3,2	32,	9,6
1	03	52	5%	2%	52	23	48	42	41	8%	80	90	06	10	8%	3%	56	8%
2	%	%			%	%	%	%	%		%	%	%	%			%	%

Fonte: Experimentação (2023)

A análise do quadro mostra que nas questões Q6 e Q8 do pré-teste nenhum aluno elaborou a sentença natural de forma correta, todavia no pós-teste, apresentaram percentuais de elaboração, inclusive no pós-teste todas as questões apresentaram um percentual de elaboração da sentença adequada.

As questões Q1, Q2, Q3, Q4, Q6, Q7 e Q8 eram algébricas e Q5, Q9, Q10, Q11 e Q12 eram aritméticas. Nas questões aritméticas alguns estudantes escolhiam a operação diretamente pela leitura do comando do problema, enquanto nos problemas algébricos eles os resolviam utilizando o conhecimento da operação inversa.

Em relação à escolha da operação adequada a sentença natural, os dados apresentados no quadro mostram uma evolução do pré-teste para o pós-teste, e principalmente a efetuar a operação corretamente e, houve crescimento no percentual de acertos, comparando os valores do pré-teste com o pós-teste.

Em 71,77% das resoluções das questões deste primeiro teste não foram elaboradas sentenças naturais, as resoluções ocorreram com a escolha direta da operação e na execução do algoritmo da multiplicação ou divisão. A média percentual de erro na escolha da operação no pré-teste que era de 32,77% diminuiu para 26,07% no pós-teste. Essa diminuição do erro na escolha da operação adequada deve-se ao fato de grande parte dos discentes ter elaborado a sentença natural da questão.

Os erros na escolha da operação, nos testes, foram maiores nas questões algébricas do que nas aritméticas. Nas questões Q2, Q5, Q8, Q10, Q11 e Q12 do pós-teste multiplicativo o percentual de erro na escolha da operação houve uma diminuição significativa.

No que se refere ao cálculo numérico o percentual de erro no procedimento dos algoritmos das operações de multiplicação e divisão foi de 22,85% no pré-teste e

diminui para 8,33% no pós-teste. Os erros estavam relacionados a tabuada, ao efetuar os cálculos numéricos. No pré-teste 17,47% das questões foram deixadas em branco e diminuiu para 8,87% no segundo teste.

A seguir no quadro 52, apresentaremos as porcentagens de acertos, erros e questões em branco por alunos, realizando uma comparação entre os resultados dos testes.

Quadro 52: Desempenho por estudante nos testes de comparação multiplicativa

Aluno	Acerto(%)		Erro(%)		Branco(%)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré -teste	Pós-teste	Pré -teste	Pós-teste
A1	83,33%	58,33%	16,67%	41,67%	-	-
A2	25%	58,33%	75%	41,67%	-	-
A3	100%	100%	-	-	-	-
A4	33,33%	91,67%	66,67%	8,33%	-	-
A5	66,67%	66,67%	33,33%	33,33%	-	-
A6	83,33%	100%	16,67%	-	-	-
A7	25%	75%	75%	25%	-	-
A8	8,33%	83,33%	83,33%	16,67%	8,33%	-
A9	66,67%	83,33%	25%	16,67%	8,33%	-
A10	50%	66,67%	25%	16,67%	25%	16,67%
A11	8,33%	58,33%	83,33%	25%	8,33%	16,67%
A12	41,67%	58,33%	25%	16,67%	33,33%	25%
A13	33,33%	91,67%	8,33%	8,33%	58,33%	-
A14	50%	41,67%	41,67%	41,67%	8,33%	16,67%
A15	25%	50%	75%	33,33%	-	16,67%
A16	25%	60%	75%	50%	-	-
A17	41,67%	91,67%	25%	8,33%	33,33%	-
A18	41,67%	100%	58,33%	-	-	-
A19	83,33%	100%	8,33%	-	8,33%	-
A20	41,67%	91,67%	58,33%	8,33%	-	-
A21	41,67%	100%	25%	-	33,33%	-
A22	33,33%	100%	66,67%	-	-	-

A23	16,67%	58,33%	83,33%	41,67%	-	-
A24	16,67%	83,33%	75%	16,67	8,33%	-
A25	58,33%	100%	33,33%	-	8,33%	-
A26	16,67%	-	83,33%	100%	-	-
A27	50%	75%	8,33%	16,67%	41,67%	8,33%
A28	33,33%	41,67%	25%	33,33%	41,67%	25%
A29	-	75%	100%	16,67%	-	8,33%
A30	100%	100%	-	-	-	-
A31	-	67%	67%	33%	33%	-

Fonte: Experimentação (2023)

No pré-teste cerca de 48,39% dos alunos (A2, A4, A7, A8, A11, A23, A15, A16, A22, A23, A24, A26, A28, A29 e A31), tiveram menos de 40% de acerto. O número de erros foi maior do que o de questões em branco, demonstrando que, mesmo não tendo acertado as questões, os discentes realizaram algum tipo de tentativa de resolução. Por outro lado, aproximadamente 38,70% dos alunos (A1, A3, A5, A6, A9, A10, A14, A19, A25, A26, A27, A30) apresentaram índices de acertos superior ou igual a 50%, mostrando um entendimento bom ou regular sobre o assunto, mesmo antes de receberem orientação sobre a aplicação da sequência.

Os alunos A29 e A31 não acertaram nenhuma das questões do pré-teste, contudo progrediram no pós-teste. Além do mais, 80,65% dos alunos progrediram significativamente no número de acertos do pré-teste para o pós-teste. Todavia os alunos A1, A14 e A26 reduziram os seus índices de acertos para o pós-teste.

Com base nos dados sobre o desempenho por estudante nos testes, analisaremos por faixas de acerto para obter uma melhor visualização dos resultados obtidos. Assim, consideramos como: **abaixo do desejado** caso o estudante tenha obtido um percentual de acerto entre 0 e 49; **adequado** caso o estudante tenha obtido um percentual de acerto entre 50 e 69; **acima do desejado** caso o estudante tenha obtido um percentual de acerto entre 70 e 89; e **bem acima do desejado caso** o estudante tenha obtido um percentual de acerto entre 90 e 100. Delimitadas as faixas de acerto, elaboramos o quadro a seguir.

Quadro 53: Faixas de acerto por estudante nos testes comparação multiplicativa

FAIXA DE ACERTO EM PERCENTUAL	CATEGORIA	PRE-TESTE (%)	PÓS-TESTE (%)
0 - 49	Abaixo do desejado	64,52%	9,68%
50 - 69	Adequado	19,36%	32,26%
70 - 89	Acima do desejado	9,68%	19,36%
90 - 100	Bem acima do desejado	6,25%	38,71%

Fonte: Experimentação (2023)

No desempenho por estudante, nas questões de comparação multiplicativa observamos que reduziu aproximadamente 55% a quantidade de alunos que tiveram desempenho abaixo do desejado, saindo de 64,52% para 9,68%. Em oposição, um aumentou percentual de estudantes com desempenho adequado, saindo do 19,36% para 32,26% do total dos estudantes.

Por conseguinte é notável também o aumento na quantidade de alunos que tiveram desempenho acima do desejado de 9,68% no pré-teste e 19,36% no pós-teste e bem acima do desejado saindo de 6,25% para 38,71% no pós-teste.

Observamos, além disso uma redução de 48,39% no pré-teste para 25,81% no pós-teste de alunos que deixaram alguma questão em branco, vale destacar que durante as experimentações a confiança e autonomia dos estudantes nas resoluções aumentou, apresentando mais organização e respostas mais claras.

A seguir apresentamos a análise dos tipos de erros nos testes.

7.2 ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL E ESCOLHA DA OPERAÇÃO ADEQUADA PARA SOLUCIONAR QUESTÕES DE COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA

A seguir apresentamos uma análise por questão da elaboração da sentença natural do problema e da escolha da operação adequada para solucioná-lo nas questões do pré-teste e pós-testes. Os testes apresentaram os enunciados dispostos nos quadros abaixo.

Quadro 54: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q1 dos testes

ENUNCIADO	NÚMERO DA QUESTÃO	SENTENÇA NATURAL
Em um cesto de madeira há 24 frutas e na cesta de metal há oito frutas. Quantas vezes a frutas de cesta de madeira é maior do que a cesta de metal?	Q1	$8x?=24$
	ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL	
	PRÉ -TESTE	PÓS-TESTE

		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo	A1, A3, A5, A6, A9, A12, A13, A17, A21, A25, A30	A8, A16, A20, A23, A26, A31	A4, A7	A1, A3, A4, A5, A6, A7, A9, A12, A13, A14, A16, A17, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A31	A26	A2
	Erro			A2, A10, A14, A15, A19,			A8, A10, A18, A30
	Não fez			A27, A28			A11, A15, A27, A28, A29

Fonte: Experimentação (2023)

A primeira questão tratava-se de uma questão algébrica. O percentual de alunos que elaborou a sentença natural e acertou a escolha da operação já realizando a operação diretamente no pré-teste foi de 35,48%. E os alunos que elaboraram de forma inadequada e acertaram na escolha da operação foi também de 35,48%. Os que não elaboraram a sentença natural no pré-teste e erraram a escolha da operação foi de 16,13%. O percentual de alunos que não elaboraram a sentença foi de 29,03%, dentre 6,45% deixaram a questão em branco.

Houve uma diminuição da elaboração inadequada, mas com acerto na escolha da operação em que os estudantes realizaram a sentença ($24 \times 8 = ?$), no pré-teste o percentual foi de 35,48% para 3,23% no pós-teste. Alguns estudantes elaboram também a sentença ($24 : 8 = ?$), outros realizaram de modo a resolução de modo equivocado com a operação inadequada e com isso errando a resolução da questão

No pós-teste 64,52% dos alunos elaboraram corretamente a sentença e com acerto na escolha da operação. O percentual de alunos que não elaboraram a sentença natural no pós-teste foi de 32,26%, dentre 16,13% deixaram a questão em branco. Os que não elaboraram a sentença natural no pós-teste e erraram a escolha

da operação de 12,90%. A seguir apresentamos a análise da segunda questão dos testes.

Quadro 55: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q2 dos testes

ENUNCIADO Se na primeira gaveta do armário há 16 camisas e na segunda gaveta há 32 camisas, quantas vezes a quantidade de camisas na primeira gaveta é menor do que na segunda gaveta?		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
		Q2			16x?=32		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo	A1, A3, A5, A6, A9, A13, A17,,A25, A30	A8, A11, A16, A22, A24, A26, A28, A29, A31	A4	A3, A4, A6 , A7, A13, A15, A17, A19, A20, A21, A22, A25, A27, A28, A29, A31	A5, A14, A16, A18, A26	A2, A23
	Erro			A7, A2, A10, A12, A14, A15, A18, A19, A20, A21, A23, A27			A1, A8, A9, A10, A11, A12, A24, A30
	Não fez						

Fonte: Experimentação (2023)

Na segunda questão também evidenciamos um aumento no número de acertos na escolha da operação e na elaboração da sentença e consequentemente uma diminuição no número de erros cometidos. O percentual de discentes que elaborou a sentença natural e acertou a escolha da operação no pré-teste foi de 29,03%. E os que elaboraram de forma inadequada e acertaram na escolha da operação foi também de 29,03%. Os discentes que não elaboraram a sentença natural no pré-teste e erraram a escolha da operação de 38,71%. O percentual de alunos que não elaboraram a sentença foi de 41,93%.

No pós-teste 51,61% dos discentes elaboraram corretamente a sentença natural que representa esta questão. O percentual de discentes que não elaboraram a sentença natural no pós-teste foi de 32,26%. E os que elaboraram de forma inadequada e acertaram na escolha da operação foi também de 16,13%. Os discentes que não elaboraram a sentença natural no pós-teste e erraram a escolha da operação de 25,81%. Nenhum aluno deixou a questão em branco tanto no pré-teste como no pós-teste. A seguir apresentamos a análise da terceira questão dos testes.

Quadro 56: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q3 dos testes

		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
ENUNCIADO Ana tem 30 bonecas e Carla tem 5 bonecas. Quantas vezes a quantidade de bonecas de Ana é maior do que da Carla?		Q3			5x?=30		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo	A1, A2, A3, A5, A6, A7, A9, A12, A13, A15, A17, A25, A28, A30	A8 , A16, A18, A20, A22, A23, A24, A26, A31	A4, A11, A29	A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A11, A12, A13, A15, A16, A17, A19, A20, A21, A24, A25, A27, A28, A29, A31	A5, A23, A26	
	Erro			A10, A19,			A22, A10, A18, A30
	Não fez			A14, A21, A27			A14,

Fonte: Experimentação (2023)

A terceira questão tratava-se de uma questão algébrica. No pré-teste o percentual de discentes que elaborou a sentença natural ($5 \times 6 = 30$) e acertou a escolha da operação já realizando a operação diretamente no pré-teste foi de 45,16%. Os discentes que não elaboraram a sentença natural desta questão no pré-teste

representam o percentual de 16,13% da amostra, sendo que 9,68% acertaram a escolha da operação. E os discentes que elaboraram de forma inadequada e acertaram na escolha da operação foi também de 29,03%, sendo que 9,78% deixaram a questão em branco. O principal motivos dos erros foi a utilização da operação de multiplicação fazendo 30×5 .

No pós-teste 74,19% dos discentes elaboraram corretamente a sentença natural e acertaram a escolha da operação. O percentual da amostra que não elaborou a sentença natural desta questão no pós-teste foi de 16,13%, sendo que desses discentes 12,90% erraram a escolha da operação e 3,23% deixaram em branco. A seguir apresentamos a análise da quarta questão dos testes.

Quadro 57: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q4 dos testes

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Paulo tem 40 bolinhas de gude. Sabendo que Tiago tem 120 bolinhas de gude. Quantas vezes a quantidade de bolinhas de gude do Tiago é maior do que do Paulo?		Q4			40x?=120		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo	A1, A3, A5, A6, A7, A9, A12 , A13, A17, A21, A25, A28, A30	A2, A8, A11, A15, A16, A18, A22, A23, A24, A26, A29, A31	A4, A20	A1, A3, A4, A5, A6, A7, A12, A13, A17, A20, A21, A22, A24, A27, A28, A29, A31	A23, A26	A18
	Erro		A19	A10, A14,		A19	A8, A9, A10, A11, A16, A25, A30
	Não fez			A27			A2, A14, A15

Fonte: Experimentação (2023)

A quarta questão tratava-se também de uma questão algébrica. O percentual de discentes que elaborou a sentença natural e acertou a escolha da operação já

realizando a operação diretamente no pré-teste foi de 41,94%. E os discentes que elaboraram de forma inadequada e acertaram na escolha da operação foi de 38,71%, o principal motivo dos erros cometidos assim como na questão anterior foi a aplicação da multiplicação de 120×40 . O percentual de alunos que não elaboraram a sentença foi de 16,13%, dentre 6,45% erraram a escolha da operação e 3,23% deixaram em branco.

No pós-teste 58,84% dos discentes elaboraram corretamente a sentença e com acerto na escolha da operação. E os discentes que elaboraram de forma inadequada foi de 9,68%. O percentual de que não elaboraram a sentença natural no pós-teste foi de 35,48%, dentre 22,58% deixaram a questão em branco. A seguir apresentamos a análise da quinta questão dos testes.

Quadro 58: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q5 dos testes

ENUNCIADO Em um escritório há 32 envelopes na gaveta e alguns na prateleira. Na prateleira há quarta parte de envelopes do que na gaveta. Quantos envelopes há na prateleira?		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
		Q5			32÷4=?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo	A3, A6, A9, A30			A2, A3, A4, A6, A8, A9, A13, A14, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A24, A25, A27, A30		
	Erro			A7, A5, A2, A1, A8, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A20, A21, A22, A23, A24,			A7, A5, A1, A10, A11, A12, A15, A16, A23,A26, A28, A29

				A25, A26, A29			
	Não fez			A4, A10, A19, A27, A28,A31			A31

Fonte: Experimentação (2023)

A respeito da quinta questão tratava-se de uma questão aritmética, apenas 12,90% dos discentes elaborou a sentença natural ($32 \div 4 = 8$) no pré-teste e nenhum discente elaborou a sentença inadequada. O percentual de discentes que não elaborou a sentença natural no pré-teste e erraram a escolha da operação pode ser representado pelo percentual de 67,74%, e o principal motivo desta classificação foi a resolução da questão por meio da operação $8 \times 4 = 32$. A quantidade de discentes que deixou essa questão em branco no pré-teste representa 16,13% da amostra.

No pós-teste 58,06% da amostra elaborou a sentença corretamente, e todos acertaram a escolha da operação. Os discentes que não elaboraram a sentença natural e erraram a escolha da operação corresponde a 38,71% da amostra no referido teste. A seguir apresentamos a análise da sexta questão dos testes.

Quadro 59: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q6 dos testes

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Se meu irmão tem cinco vezes a quantidade de brinquedos a menos que minha irmã, e ele tem quatro brinquedos, quantos brinquedos tem minha irmã?		Q6			?:5=4		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo			A12, A15,	A4, A13, A29		A10, A11, A12, A15, A17
	Erro			A10, A7, A6, A5, A3, A2, A1, A8, A9, A16, A17, A18, A19, A20,			A8, A7, A6, A3, A2, A1, A9, A16, A18, A19, A20, A22, A21, A23, A24, A25

				A22, A23, A24, A26, A29, A27, A28, A30			A26, A27, A28, A30
	Não fez			A4, A11, A13, A14, A21, A25, A31			A5, A14, A31

Fonte: Experimentação (2023)

Na sexta questão do pré-teste nenhum aluno elaborou sentença natural e 70,97% não elaboraram a sentença natural e erraram a escolha da operação, esse quantitativo de alunos elaboraram a sentença $5 \times 4 = 20$. E por fim, os discentes que deixaram essa questão em branco representa o percentual de 19,35%.

No pós-teste 9,69% dos discentes elaboraram a sentença corretamente e acertaram a escolha da operação. O percentual da amostra que não elaborou a sentença natural foi de 90,32% dos discentes, sendo que 16,13% acertaram a escolha da operação, 64,52% erraram a escolha da operação e 9,69% deixaram em branco. A seguir apresentamos a análise da sétima questão dos testes.

Quadro 60: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q7 dos testes

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Beto tem triplo de reais do que o Paulo. Se Beto tem 9 reais., quantos reais Paulo possui?		Q7			?×3=9		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo	A20	A5, A7, A8, A17, A21, A22, A24, A25, A27, A28	A1, A12, A16, A23,	A4, A6, A13, A19, A21, A28	A5, A7, A8, A9, A15, A20, A27, A31	A1, A2, A10, A11, A12, A16, A17
	Erro			A6, A2, A3, A9, A10, A15, A18, A19, A26, A29, A30			A14, A3, A18, A22, A24, A25, A26, A29, A30

	Não fez			A4, A11, A13, A14, A31			A16, A23
--	---------	--	--	------------------------------	--	--	----------

Fonte: Experimentação (2023)

A sétima questão tratava-se de uma questão algébrica, no pré-teste, 64,52% dos discentes não elaboraram a sentença natural ($? \times 3=9$), e o principal motivo desta classificação foi a resolução da questão por meio da operação $9:3=?$, dentre esse percentual 35,48% erraram na escolha da operação e 16,13% deixaram em branco. E 32,23% dos discentes elaboraram a sentença de forma inadequada e acertaram na escolha da operação, realizando a operação $3 \times 9=?$

No pós-teste 19,35% da amostra elaborou a sentença natural corretamente e acertaram a escolha da operação e 25,80% elaboraram a sentença natural de forma inadequada. E 58,06% dos discentes não elaboraram a sentença natural, sendo que 22,58% desses discentes acertaram a escolha da operação, e 29,03% erraram na escolha e 6,45% deixaram a questão em branco.

A seguir apresentamos a análise da oitava questão dos testes.

Quadro 61: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q8 dos testes

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 210. Se Ricardo tem o triplo de chaveiros do que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?		Q8			?x3=210		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo		A8, A15, A16, A17, A22, A23, A24, A26, A29, A31	A4, A27	A4, A5, A6, A12, A13, A15, A23	A14, A16, A26, A31	A8, A11, A27
	Erro			A1, A2, A3, A6, A7, A9, A10, A14, A18, A19, A20, A30			A1, A2, A3, A7, A9, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A24, A25, A28, A29, A30

	Não fez			A5, A11, A12, A13, A21, A25, A28			A10
--	---------	--	--	---	--	--	-----

Fonte: Experimentação (2023)

Na oitava questão do pré-teste, nenhum aluno elaborou a sentença natural adequada, e 67,74% da amostra dos alunos não elaboraram a sentença natural ($? \times 3 = 210$), sendo que 6,45% desses alunos acertaram a operação, e 38,41% erraram a operação, realizando ($210 : 3 = ?$). Enquanto 32,41% dos alunos elaboraram a sentença natural inadequada e acertaram a escolha da operação realizando 210×3 .

No pós-teste 22,58% dos alunos elaborou a sentença natural adequada e acertaram a operação. O percentual de alunos que não elaborou a sentença natural foi de 64,52%, sendo que 51,61% desses alunos erraram a escolha da operação e 9,68% acertaram a operação e 3,22% deixaram a questão em branco. A seguir apresentamos a análise da nona questão dos testes.

Quadro 62: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q9 dos testes

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Em uma bandeja de papelão há alguns doces e em outra bandeja de acrílico há 19 doces. Sabemos que na bandeja de papelão há o triplo de doces que na bandeja de acrílico. Quantos doces há na bandeja de papelão		Q9			19x3=?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
DA	Certo	A1, A3, A5, A6, A7, A8, A9, A14, A16, A18, A19, A20, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A29, A30	A4	A10, A31	A1, A2, A3, A5, A6, A7, A8, A9, A11, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25,A26, A27, A29, A30, A31		A10, A28
CORRETA							
ESCOLHA							
OPERAÇÃO							

	Erro			A2, A15			A4
	Não fez			A11, A12, A13, A17, A21, A28			A12,

Fonte: Experimentação (2023)

Na nona questão do pré-teste, 64,52% dos alunos elaboraram a sentença natural e acertaram a escolha da operação. O percentual de alunos que não elaboraram a sentença natural foi de 32,23%. Enquanto a quantidade de alunos que deixaram a questão em branco pode ser representada pelo percentual de 19,35%.

No pós-teste 87,10% da amostra elaborou a sentença natural e com acerto na escolha da operação, apenas 12,90% dos alunos não elaboraram a sentença natural da referida questão, sendo que desses percentual 6,45% acertaram a operação e 3,22% errou a operação e deixou a questão em branco. A seguir apresentamos a análise da décima questão dos testes.

Quadro 63: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q10 dos testes

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Na estante azul há 8 vezes a quantidade de livros a menos que na estante verde, que tem 24 livros. Quantos livros há na estante azul?		Q10			24÷8=?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
DA CORRETA ESCOLHA OPERÇÃO	Certo	A1, A3, A6, A9, A14, A30			A3, A4, A14, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A30	A7	A10,A29
	Erro			A5, A2, A7, A8, A10, A15, A16, A18, A19, A20, A22,			A6, A5, A1,A2, A8, A9, A13, A15, A26, A28, A31

				A23,A24, A26,A28, A29			
	Não fez			A4, A11, A12, A13, A17, A21, A25, A27, A31			A11, A12, A27

Fonte: Experimentação (2023)

Na décima questão do pré-teste, apenas 19,35% dos alunos elaboraram a sentença natural adequada e acertaram a escolha da operação. O percentual de participantes que não elaboraram a sentença natural foi de 80,65%, sendo que desse percentual, nenhum aluno acertou a operação, e 51,61% erraram a escolha da operação, o principal motivo dessa classificação foi a utilização da multiplicação 24×8 , e 29,03 da amostra deixou a questão em branco.

No pós-teste 45,26% dos alunos elaborou a sentença natural corretamente e acertaram a escolha da operação e 51,61% da amostra não elaboraram a sentença natural, sendo que 35,48% erraram a escolha da operação e 9,68% dos participantes deixou a questão em branco. A seguir apresentamos a análise da décima primeira questão dos testes.

Quadro 64: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q11 dos testes

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Maria tem o quádruplo de bombons a mais que José. Se José tem nove bombons, quantos bombons Maria possui?		Q11			9x5=?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo	A1, A3, A6, A7, A8, A9, A14, A16, A18, A19, A20, A22,A23, A24, A26, A27, A28, A30	A5	A10	A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A11, A13, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A24, A25,		A10, A23

					A26, A27, A29, A30, A31		
	Erro			A2, A15, A29,A31			A1
	Não fez			A4, A11, A12, A13, A17, A21, A25			A12, A14, A28

Fonte: Experimentação (2023)

Na décima primeira questão do pré-teste, 58,06% dos alunos elaboraram a sentença natural e acertaram a escolha da operação. O percentual de participantes que não elaboraram a sentença natural e erraram a escolha da operação foi de 12,90% da amostra. Enquanto a quantidade de discentes que deixaram a questão em branco pode ser representada pelo percentual de 22,58% dos participantes.

No pós-teste 80,65% da amostra elaborou a sentença natural corretamente, e acertaram a escolha da operação e 19,35% dos alunos não elaboraram a sentença natural e 9,68% dos participantes deixou a questão em branco. A seguir apresentamos a análise da última questão dos testes.

Quadro 65: Elaboração da sentença natural e escolha da operação na questão Q12 dos testes

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			SENTENÇA NATURAL		
Fábio tem 420 chaveiros e Camila tem a metade da quantidade de Fábio. Quantos chaveiros tem Camila?		Q12			420÷2=?		
		ELABORAÇÃO DA SENTENÇA NATURAL					
		PRÉ -TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não elaborou a sentença	Elaborou a sentença adequada	Elaborou a sentença inadequada	Não Elaborou a sentença
ESCOLHA CORRETA DA OPERAÇÃO	Certo	A1, A2, A3, A6, A7, A14, A18, A19, A30	A5	A10	A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A12, A13, A17, A18,A19, A22, A23, A24, A25,		A5, A10, A16, A21

					A29, A30, A31		
	Erro		A4	A9, A15, A16, A20 A22, A23, A25, A26, A27, A29, A31		A27	A20, A26
	Não fez			A8, A11, A12, A13, A17, A21, A24, A28			A11, A14, A15, A28

Fonte: Experimentação (2023)

Na décima segunda questão do pré-teste, 29,03% dos alunos elaboraram a sentença natural. O percentual de alunos que não elaboraram a sentença natural e erraram a escolha da operação foi de 35,48% da amostra. Enquanto a quantidade de discentes que deixaram a questão em branco pode ser representada pelo percentual de 25,80% dos participantes.

No pós-teste 64,52% da amostra elaborou a sentença natural corretamente, e 32,23% não elaboraram a sentença, sendo que 12,90% acertaram a escolha da operação e 6,45% erraram a escolha da referida questão e 12,90% deixou a questão em branco.

A seguir apresentamos no quadro os percentuais de elaboração correta da sentença natural, formulação incorreta da sentença, não elaboração da sentença e acertos na escolha da operação adequada para solucionar os problemas a partir das categorias mencionadas anteriormente nas questões do pós-teste.

Quadro 66: Elaboração da sentença natural e escolha da operação nas questões do pós-teste

PÓS-TESTE							
QUESTÃO	TIPO DE QUESTÃO	Elaborou a sentença natural corretamente (%)	Acerto na escolha da operação a partir da elaboração correta da sentença natural (%)	Não elaborou a sentença natural	Acerto na escolha da operação sem a elaboração correta da sentença natural (%)	Elaborou sentença natural incorretamente (%)	Acerto na escolha da operação a partir da elaboração incorreta da sentença natural (%)
Q ₁	Algébrica	64,52%	64,52%	32,26%	3,23%	3,23%	3,23%
Q ₂	Algébrica	51,61%	51,61%	32,26%	6,45%	16,13%	16,13%
Q ₃	Algébrica	74,19%	74,19%	16,13%	0	9,68%	9,68%
Q ₄	Algébrica	54,84%	54,84%	35,48%	3,23%	9,68%	6,45%
Q ₅	Aritmética	58,06%	58,06%	41,94%	0	0	0
Q ₆	Algébrica	9,69%	9,69%	90,32%	16,13%	0	0
Q ₇	Algébrica	19,35%	19,35%	58,06%	22,58%	25,81%	25,81
Q ₈	Algébrica	22,58%	22,58%	64,52%	9,68%	12,90%	12,90%
Q ₉	Aritmética	87,20%	87,20%	12,90%	6,45%	0	0
Q ₁₀	Aritmética	45,26%	45,26%	51,61%	6,45%	3,23%	3,23%
Q ₁₁	Aritmética	80,65%	80,65%	19,35%	6,45%	0	0
Q ₁₂	Aritmética	64,52%	64,52%	32,23%	12,90%	3,23%	0

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro acima mostram que no pós-teste, mais de 45% dos discentes da amostra elaboraram corretamente a sentença natural dos problemas, com destaque do maior percentual na questão Q9 com 87,20% a formularam corretamente, com exceção nas questões Q6, Q7 e Q8 nas quais tiveram percentuais menores de 45%.

Observamos que nas doze questões propostas todos os discentes que formularam corretamente a sentença natural também acertaram na escolha da

operação adequada para solucioná-las. Destacamos que nas questões Q3 e Q9 houve os maiores índices de elaboração de sentença natural dos estudantes, respectivamente 71,19% e 87,20%. A questão Q3 era algébrica com valor desconhecido localizado em um dos fatores da sentença ($5 \times ? = 30$) e a questão Q9 era aritmética com valor desconhecido localizado no final da sentença e usava a operação de multiplicação na sua resolução ($9 \times 5 = ?$),

As questões Q6, Q7 e Q8 apresentaram os menores índices, 9,69%, 19,35% e 22,58% respectivamente de elaboração correta da sentença natural, nestas questões a maioria, 90,32%, 58,06% e 64,52% respectivamente não a elaborou a sentença natural. O percentual de acerto na escolha da operação adequada para solucionar estas questões foram 25,81%, 67,74% e 41,16%, respectivamente. Dentre as dozes questões do teste, Q5, Q6, Q9 e Q11 não houve elaboração incorreta da sentença natural.

O percentual médio do pós-teste na elaboração da sentença natural foi maior nas questões aritméticas (Q5, Q9, Q10, Q11 e Q12) em média 67,14% dos alunos elaboraram a sentença natural nas questões aritméticas e nas algébricas (Q1, Q2, Q3, Q4, Q6, Q7 e Q8) com 42,40%. E a média de acertos na escolha da operação dessas questões também foi maior nas questões aritméticas, 75% em comparação com as algébricas com percentual de 60,37%. Isso mostra que houve estudantes que não necessitaram da elaboração da sentença corretamente nas questões algébricas para acertarem a escolha da operação.

Nos problemas aritméticos a operação usada para resolver o problema ser a mesma da sentença ($a \times b = ?$ e $a \div b = ?$), isso pode ter contribuído para a obtenção do resultado satisfatórios quanto a elaboração da sentença e a escolha da operação adequada. O percentual médio de não elaboração da sentença natural foi maior nas questões algébricas 47% do que nas aritméticas 31,60%.

Os dados do quadro nos leva a concluir que a elaboração da sentença natural em questões de comparação multiplicativa, contribui para a escolha correta da operação que resolve os problemas desse tipo, mostrando a importância dessa etapa no transcorrer de nossa experimentação.

A seguir apresentamos os resultados e análises das correlações entre os fatores socioeducacionais, a matemática e o desempenho nos testes.

7.3 CORRELAÇÕES DA ETAPA MULTIPLICATIVA DA EXPERIMENTAÇÃO

Nesta seção, apresentamos os resultados obtidos das correlações entre os fatores socioeducativos, e em conjunto com a avaliação do desempenho dos alunos nos testes com a finalidade de investigar se esses elementos tiveram alguma influência sobre o desempenho dos estudantes nos testes. Em consonância com o trabalho de Lopes (2023) com o propósito de examinar essa correlação, escolhemos o Teste Exato de Fisher, investiga a associação entre variáveis, avalia a dependência ou independência entre os conjuntos de dado.

Para atingir os objetivos da análise, estabelecemos um nível de significância de 0,05 para o valor-p obtido no teste, o que está associado a um intervalo de confiança de 95% estipulado para as hipóteses, resultado 0,05 ou abaixo deste valor, dizemos que há associação entre as variáveis, acima desse valor, não há associação entre as duas variáveis.

A execução do Teste Exato de Fisher foi conduzida utilizando o software Jamovi Project (2024), disponível na versão 2.5, uma aplicação de código aberto.

A seguir, iniciamos as análises pela correlação das variáveis, o gosto pela matemática e a frequência que estuda matemática fora da escola. Os dados obtidos nesta análise estão apresentados no quadro abaixo.

Quadro 67: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a frequência que estuda matemática fora da escola

Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?						
Você gosta de estudar Matemática?		Não estudo	Somente nos finais de semana	Véspera de prova	Todo dia	Total
Gosta	Observado	2	5	0	0	7
	Esperado	1.485	3.61	1.061	0.848	7.00
Não gosto	Observado	3	3	2	0	8
	Esperado	1.697	4.12	1.212	0.970	8.00
Gosto um pouco	Observado	2	8	3	1	14
	Esperado	2.970	7.21	2.121	1.697	14.00
Gosto muito	Observado	0	1	0	3	4
	Esperado	0.848	2.06	0.606	0.485	4.00
Total	Observado	7	17	5	4	33
	Esperado	7	17	5	4	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,080						
Conclusão : Os dados obtidos, em você gosta de estudar Matemática e com que frequência você estuda Matemática fora da escola não estão associados.						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 67, referentes ao gosto de estudar matemática e a frequência que estuda matemática fora da escola, revelaram por meio da aplicação do teste Exato de Fisher que não houve associação entre essas informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,080.

A seguir, apresentamos o quadro 68 as análises da correlação entre a associação entre o gosto de estudar matemática e quem ajuda nas tarefas de matemática.

Quadro 68: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e quem ajuda nas tarefas de Matemática.

		Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?					
Você gosta de estudar Matemática?		Ninguém	Pais	Amigos	Professor	Outros	Total
Gosto	Observado	4	2	0	0	1	7
	Esperado	3.39	1.697	0.636	0.636	0.636	7.00
Não gosto	Observado	4	2	1	1	0	8
	Esperado	3.88	1.939	0.727	0.727	0.727	8.00
Gosto um pouco	Observado	7	4	1	1	1	14
	Esperado	6.79	3.394	1.273	1.273	1.273	14.00
Gosto muito	Observado	1	0	1	1	1	4
	Esperado	1.94	0.970	0.364	0.364	0.364	4.00
Total	Observado	16	8	3	3	3	33
	Esperado	16	8	3	3	3	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,825							
Conclusão: Os dados obtidos, em você gosta de estudar Matemática e quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática não estão associados.							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 68 referentes ao gosto de estudar matemática e quem ajuda nas tarefas de matemática, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre essas informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05, e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,825.

A seguir, exibimos no quadro 69 as análises na correlação entre a associação entre o gosto de estudar matemática e as notas em matemática

Quadro 69: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e as notas em matemática.

Suas notas em Matemática geralmente são?					
Você gosta de estudar Matemática?		Na média	Acima da média	Abaixo da média	Total
Gosto	Observado	4	3	0	7
	Esperado	3.18	3.18	0.636	7.00
Não gosto	Observado	5	2	1	8
	Esperado	3.64	3.64	0.727	8.00
Gosto um pouco	Observado	6	6	2	14
	Esperado	6.36	6.36	1.273	14.00
Gosto muito	Observado	0	4	0	4
	Esperado	1.82	1.82	0.364	4.00
Total	Observado	15	15	3	33
	Esperado	15	15	3	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,302					
Conclusão: Os dados obtidos, em que você gosta de estudar Matemática e como são suas notas em Matemática não estão associados.					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 69, referentes ao gosto de estudar matemática e as notas em matemática, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,302.

A seguir, mostramos no quadro 70 as análises na correlação entre o gosto de estudar matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados

Quadro 70: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados

As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender ?					
Você gosta de estudar Matemática?		As vezes	Sim	Não	Total
Gosto	Observado	5	1	1	7
	Esperado	2.55	3.39	1.061	7.00
Não gosto	Observado	1	3	4	8
	Esperado	2.91	3.88	1.212	8.00
Gosto um pouco	Observado	5	9	0	14
	Esperado	5.09	6.79	2.121	14.00
Gosto muito	Observado	1	3	0	4
	Esperado	1.45	1.94	0.606	4.00
Total	Observado	12	16	5	33
	Esperado	12	16	5	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,015					
Conclusão: Os dados obtidos, em você gosta de estudar matemática e as aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados estão associados					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 70, referentes ao gosto de estudar matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que houve associação entre os dados analisados, logo é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,015.

A seguir, mostramos no quadro 71 as análises na correlação entre o gosto de estudar matemática e a distração nas aulas de matemática.

Quadro 71: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto de estudar matemática e a distração nas aulas de matemática

Você se distrai nas aulas de Matemática?					
Você gosta de estudar Matemática?		Não	Sim	Na maioria das vezes	Total
Gosto	Observado	2	1	4	7
	Esperado	2.76	0.636	3.61	7.00
Não gosto	Observado	4	2	2	8
	Esperado	3.15	0.727	4.12	8.00
Gosto um pouco	Observado	3	0	11	14
	Esperado	5.52	1.273	7.21	14.00
Gosto muito	Observado	4	0	0	4
	Esperado	1.58	0.364	2.06	4.00
Total	Observado	13	3	17	33
	Esperado	13	3	17	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,013					
Conclusão: Os dados obtidos, em você gosta de estudar matemática e você se distrai nas aulas de matemática estão associados.					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 71, referentes ao gosto de estudar matemática e a distração nas aulas de matemática, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que houve associação entre os dados analisados, logo é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,867.

A seguir, mostramos no quadro 72 as análises na correlação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e quem ajuda nas tarefas de matemática.

Quadro 72: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e quem ajuda nas tarefas de matemática

Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?		Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?					Total
		Ninguém	Pais	Professor particular	Outros	Amigo da escola	
Só na véspera de prova	Observado	4	0	0	0	1	5
	Esperado	2.27	1.212	0.455	0.606	0.455	5.00
Todo dia	Observado	0	1	1	1	1	4
	Esperado	1.82	0.970	0.364	0.485	0.364	4.00
Não estudo	Observado	3	1	0	2	1	7
	Esperado	3.18	1.697	0.636	0.848	0.636	7.00
Somente nos finais de semana	Observado	8	6	2	1	0	17
	Esperado	7.73	4.121	1.545	2.061	1.545	17.00
Total	Observado	15	8	3	4	3	33
	Esperado	15	8	3	4	3	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,106							
Conclusão: Os dados obtidos, em com que frequência você estuda matemática fora da escola e quem lhe ajuda nas tarefas não estão associados.							

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 72 referentes a frequência que estuda matemática fora da escola e quem ajuda nas tarefas de matemática, revelaram por meio da aplicação do teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, pois o valor-p encontrado para o teste foi de 0,106, sendo maior que a significância estabelecida que foi de 0,05.

A seguir, mostramos no quadro 73 as análises na correlação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas em matemática.

Quadro 73: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas em matemática

		Suas notas em Matemática geralmente são?			
Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?		Abaixo da média	Na média	Acima da média	Total
Só na véspera de prova	Observado	1	3	1	5
	Esperado	0.455	2.27	2.27	5.00
Todo dia	Observado	0	0	4	4
	Esperado	0.364	1.82	1.82	4.00
Não estudo	Observado	1	5	1	7
	Esperado	0.636	3.18	3.18	7.00
Somente nos finais de semana	Observado	1	7	9	17
	Esperado	1.545	7.73	7.73	17.00
Total	Observado	3	15	15	33
	Esperado	3	15	15	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,098					
Conclusão: Os dados obtidos em, com que frequência você estuda matemática fora da escola e como são suas notas em matemática geralmente não estão associados.					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 73, referentes a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas em matemática, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação na análise desses dados, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,098.

A seguir, mostramos no quadro 74 as análises na correlação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados.

Quadro 74: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados

As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender?					
Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?		As vezes	Sim	Não	Total
Só na véspera de prova	Observado	1	3	1	5
	Esperado	1.67	2.73	0.606	5.00
Todo dia	Observado	1	3	0	4
	Esperado	1.33	2.18	0.485	4.00
Não estudo	Observado	3	3	1	7
	Esperado	2.33	3.82	0.848	7.00
Somente nos finais de semana	Observado	6	9	2	17
	Esperado	5.67	9.27	2.061	17.00
Total	Observado	11	18	4	33
	Esperado	11	18	4	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,964					
Conclusão: Os dados obtidos em, com que frequência você estuda matemática fora da escola e as aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados não estão associados.					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 74, referentes a frequência que estuda matemática fora da escola e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,964.

A seguir, mostramos no quadro 75 as análises na correlação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e distração nas aulas de matemática.

Quadro 75: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e distração nas aulas de matemática

Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?		Você se distrai nas aulas de Matemática ?			
		Sim	Não	Nas maioria das vezes	Total
Só na véspera de prova	Observado	1	0	4	5
	Esperado	0.455	1.97	2.58	5.00
Todo dia	Observado	0	4	0	4
	Esperado	0.364	1.58	2.06	4.00
Não estudo	Observado	2	2	3	7
	Esperado	0.636	2.76	3.61	7.00
Somente nos finais de semana	Observado	0	7	10	17
	Esperado	1.545	6.70	8.76	17.00
Total	Observado	3	13	17	33
	Esperado	3	13	17	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,012					
Conclusão: Os dados obtidos em, com que frequência você estuda matemática fora da escola e você se distrai nas aulas de matemática estão associados.					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 75, referentes a frequência que estuda matemática fora da escola e distração nas aulas de matemática, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que houve associação entre os dados analisados, logo é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,012.

A seguir, mostramos no quadro 76 as análises na correlação entre a quem ajuda nas tarefas de matemática e as notas em matemática.

Quadro 76: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e as notas em matemática

		Suas notas em Matemática geralmente são?			
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?		Abaixo da média	Na média	Acima da média	Total
Ninguém	Observado	2	6	7	15
	Esperado	1.364	6.82	6.82	15.00
Pais	Observado	1	3	4	8
	Esperado	0.727	3.64	3.64	8.00
Amigos	Observado	0	2	1	3
	Esperado	0.273	1.36	1.36	3.00
Professor particular	Observado	0	2	1	3
	Esperado	0.273	1.36	1.36	3.00
Outros	Observado	0	2	2	4
	Esperado	0.364	1.82	1.82	4.00
Total	Observado	3	15	15	33
	Esperado	3	15	15	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor $-p < 0,05$ Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 1,00					
Conclusão: Os dados obtidos em quem lhe ajuda nas tarefas de matemática e como são suas notas em matemática geralmente não estão associados.					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 76 referentes a quem ajuda nas tarefas de matemática e as notas em matemática, revelaram por meio da aplicação do teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, pois o valor-p encontrado para o teste foi de 1,000, sendo maior que a significância estabelecida que foi de 0,05.

A seguir, mostramos no quadro 77 as análises na correlação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados.

Quadro 77: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados

		As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos?			
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?		Às vezes	Sim	Não	Total
Ninguém	Observado	5	8	2	15
	Esperado	5.00	7.73	2.273	15.00
Pais	Observado	2	5	1	8
	Esperado	2.67	4.12	1.212	8.00
Amigos	Observado	1	1	1	3
	Esperado	1.00	1.55	0.455	3.00
Professor particular	Observado	1	1	1	3
	Esperado	1.00	1.55	0.455	3.00
Outros	Observado	2	2	0	4
	Esperado	1.33	2.06	0.606	4.00
Total	Observado	11	17	5	33
	Esperado	11	17	5	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,939					
Conclusão: Os dados obtidos em quem lhe ajuda nas tarefas de matemática e as aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados não estão associados					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 77, referentes quem ajuda nas tarefas de matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,939.

A seguir, mostramos no quadro 78 as análises na correlação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e a distração nas aulas de matemática.

Quadro 78: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e a distração nas aulas de matemática

Você se distrai nas aulas de Matemática?					
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?		Na maioria das vezes	Sim	Não	Total
Ninguém	Observado	8	1	6	15
	Esperado	7.73	1.364	5.91	15.00
País	Observado	4	0	4	8
	Esperado	4.12	0.727	3.15	8.00
Amigos	Observado	1	1	1	3
	Esperado	1.55	0.273	1.18	3.00
Professor particular	Observado	2	0	1	3
	Esperado	1.55	0.273	1.18	3.00
Outros	Observado	2	1	1	4
	Esperado	2.06	0.364	1.58	4.00
Total	Observado	17	3	13	33
	Esperado	17	3	13	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,801					
Conclusão: Os dados obtidos em quem lhe ajuda nas tarefas de matemática e você se distrai nas aulas de matemática não estão associados					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 78 referentes a quem ajuda nas tarefas de matemática e a distração nas aulas de matemática, revelaram por meio da aplicação do teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, pois o valor-p encontrado para o teste foi de 0,801, sendo maior que a significância estabelecida que foi de 0,05.

A seguir, mostramos no quadro 79 as análises na correlação entre as notas em matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados

Quadro 79: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas em matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados

As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender?					
Suas notas em Matemática geralmente são?		Sim	Às vezes	Não	Total
Abaixo da média	Observado	3	0	0	3
	Esperado	1.55	1.00	0.455	3.00
Na média	Observado	4	8	3	15
	Esperado	7.73	5.00	2.273	15.00
Acima da média	Observado	10	3	2	15
	Esperado	7.73	5.00	2.273	15.00
Total	Observado	17	11	5	33
	Esperado	17	11	5	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,090					
Conclusão: Os dados obtidos em como são suas notas em matemática geralmente e as aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados não estão associados.					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 79, referentes as notas em matemática e a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,090.

A seguir, mostramos no quadro 80 as análises na correlação entre as notas em matemática e a distração nas aulas de matemática.

Quadro 80: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas em matemática e a distração nas aulas de matemática

Você se distrai nas aulas de Matemática?					
Suas notas em Matemática geralmente são?		Não	Na maioria	Sim	Total
Abaixo da média	Observado	1	1	1	3
	Esperado	1.18	1.45	0.364	3.00
Na média	Observado	3	9	3	15
	Esperado	5.91	7.27	1.818	15.00
Acima da média	Observado	9	6	0	15
	Esperado	5.91	7.27	1.818	15.00
Total	Observado	13	16	4	33
	Esperado	13	16	4	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,060					
Conclusão: Os dados obtidos em como são suas notas em matemática geralmente e você se distrai nas aulas de matemática não estão associados.					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 80, referentes as notas em matemática e a distração nas aulas de matemática, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação na análise desses dados, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,060.

A seguir, mostramos no quadro 81 as análises na correlação entre a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e a distração nas aulas de matemática.

Quadro 81: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e a distração nas aulas de matemática

As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender?		Você se distrai nas aulas de Matemática?			
		Não	Na maioria	Sim	Total
As vezes	Observado	2	7	1	10
	Esperado	3.94	5.15	0.909	10.00
Não	Observado	3	1	1	5
	Esperado	1.97	2.58	0.455	5.00
Sim	Observado	8	9	1	18
	Esperado	7.09	9.27	1.636	18.00
Total	Observado	13	17	3	33
	Esperado	13	17	3	33
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p<0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,308					
Conclusão: Os dados obtidos em as aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados e você se distrai nas aulas de matemática não estão associados					

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 81, referentes a frequência a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e a distração nas aulas de matemática, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre os dados analisados, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,308.

A seguir, mostramos no quadro 82 as análises na correlação entre o gosto pela matemática ministrados e as notas no pré-teste multiplicativo. Consideramos como: **Baixo** caso o aluno tenha obtido um percentual de acerto entre 0 e 49; **Médio** caso o aluno tenha obtido um percentual de acerto entre 50 e 69; **Bom** caso o aluno tenha obtido um percentual de acerto entre 70 e 89; e **Ótimo** o aluno tenha obtido um percentual de acerto entre 90 e 100.

Quadro 82: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto pela matemática e as notas no pré-teste

Você gosta de estudar Matemática?		Notas no pré-teste				
		Baixo	Bom	Ótimo	Médio	Total
Não gosto	Observado	4	1	1	1	7
	Esperado	4.52	0.677	0.452	1.355	7.00
Gosto	Observado	7	0	0	1	8
	Esperado	5.16	0.774	0.516	1.548	8.00
Gosto um pouco	Observado	7	1	0	4	12
	Esperado	7.74	1.161	0.774	2.323	12.00
Gosto muito	Observado	2	1	1	0	4
	Esperado	2.58	0.387	0.258	0.774	4.00
Total	Observado	20	3	2	6	31
	Esperado	20	3	2	6	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,403						
Conclusão: Os dados obtidos, em você gosta de estudar matemática e notas no pré-teste não estão associados						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 82, referentes ao gosto pela matemática e as notas no pré-teste, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação na análise desses dados, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,403.

A seguir, mostramos no quadro 83 as análises na correlação entre o gosto pela matemática ministrados e as notas no pós-teste.

Quadro 83: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre o gosto pela matemática e as notas no pós-teste.

Você gosta de estudar Matemática?		Notas no pós-teste				Total
		Médio	Baixo	Bom	Ótimo	
Não gosto	Observado	2	0	3	2	7
	Esperado	2.26	0.677	1.355	2.71	7.00
Gosto	Observado	2	1	2	2	7
	Esperado	2.26	0.677	1.355	2.71	7.00
Gosto um pouco	Observado	5	2	1	5	13
	Esperado	4.19	1.258	2.516	5.03	13.00
Gosto muito	Observado	1	0	0	3	4
	Esperado	1.29	0.387	0.774	1.55	4.00
Total	Observado	10	3	6	12	31
	Esperado	10	3	6	12	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,710						
Conclusão: Os dados obtidos, em você gosta de estudar matemática e notas no pós-teste não estão associados.						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 83 referentes o gosto pela matemática e as notas no pós-teste, revelaram por meio da aplicação do teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, pois o valor-p encontrado para o teste foi de 0,710, sendo maior que a significância estabelecida que foi de 0,05.

A seguir, mostramos no quadro 84 as análises na correlação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e as notas no pré-teste.

Quadro 84: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem ajuda nas tarefas de matemática e as notas no pré-teste.

		Notas no pré - teste				
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?		Baixo	Médio	Bom	Ótimo	Total
Ninguém	Observado	11	2	0	1	14
	Esperado	9.03	2.710	1.355	0.903	14.00
Pais	Observado	4	3	1	0	8
	Esperado	5.16	1.548	0.774	0.516	8.00
Professor particular	Observado	2	0	0	1	3
	Esperado	1.94	0.581	0.290	0.194	3.00
Outros	Observado	3	0	0	0	3
	Esperado	1.94	0.581	0.290	0.194	3.00
Amigos	Observado	0	1	2	0	3
	Esperado	1.94	0.581	0.290	0.194	3.00
Total	Observado	20	6	3	2	31
	Esperado	20	6	3	2	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0048						
Conclusão: dados obtidos, em quem lhe ajuda nas tarefas de matemática e notas no pré-teste estão associados						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 84, referentes a frequência a quem ajuda nas tarefas de matemática e as notas no pré-teste, revelaram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que houve associação na análise desses dados, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi menor, no valor de 0,048.

A seguir, mostramos no quadro 85 as análises na correlação entre quem e ajuda nas tarefas de matemática e as notas no pós-teste multiplicativo.

Quadro 85: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre quem e ajuda nas tarefas de matemática e as notas no pós-teste.

Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?		Notas no pós - teste				Total
		Baixo	Médio	Bom	Ótimo	
Ninguém	Observado	2	5	3	4	14
	Esperado	1.355	4.516	2.710	5.42	14.00
Pais	Observado	0	1	3	4	8
	Esperado	0.774	2.581	1.548	3.10	8.00
Amigos	Observado	1	1	0	1	3
	Esperado	0.290	0.968	0.581	1.16	3.00
Professor particular	Observado	0	2	0	1	3
	Esperado	0.290	0.968	0.581	1.16	3.00
Outros	Observado	0	1	0	2	3
	Esperado	0.290	0.968	0.581	1.16	3.00
Total	Observado	3	10	6	12	31
	Esperado	3	10	6	12	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,780						
Conclusão: Os dados obtidos, em quem lhe ajuda nas tarefas de matemática e notas no pós-teste não estão associados.						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 85 referentes a quem e ajuda nas tarefas de matemática e as notas no pós-teste multiplicativo, revelaram por meio da aplicação do teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, pois o valor-p encontrado para o teste foi de 0,780, ou seja, maior que a significância estabelecida que foi de 0,05.

A seguir, mostramos no quadro 86 as análises na correlação entre a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e as notas no pré-teste

Quadro 86: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e as notas no pré-teste

		Notas no pré-teste				
As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender conteúdos ministrados ?		Baixo	Médio	Bom	Ótimo	Total
As vezes	Observado	9	1	1	0	11
	Esperado	7.10	2.129	1.065	0.710	11.00
Sim	Observado	9	4	1	1	15
	Esperado	9.68	2.903	1.452	0.968	15.00
Não	Observado	2	1	1	1	5
	Esperado	3.23	0.968	0.484	0.323	5.00
Total	Observado	20	6	3	2	31
	Esperado	20	6	3	2	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,480						
Conclusão: Os dados obtidos, em As aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados e notas no pré-teste não estão associados						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 86, a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e as notas no pré-teste, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, não houve associação entre os dados analisados, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,480

A seguir, mostramos no quadro 87 as análises na correlação entre a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e as notas no pós-teste.

Quadro 87: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e as notas no pós-teste.

		Notas no pós-teste				
As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender conteúdos ministrados?		Baixo	Médio	Bom	Ótimo	Total
As vezes	Observado	0	5	1	5	11
	Esperado	1.065	3.55	2.129	4.26	11.00
Sim	Observado	2	4	4	5	15
	Esperado	1.452	4.84	2.903	5.81	15.00
Não	Observado	1	1	1	2	5
	Esperado	0.484	1.61	0.968	1.94	5.00
Total	Observado	3	10	6	12	31
	Esperado	3	10	6	12	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,679						
Conclusão: Os dados obtidos, em As aulas de matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados e notas no pós-teste não estão associados						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 87 referentes a atenção em aprender os conteúdos de matemática ministrados e as notas no pós-teste, o resultado por meio da aplicação do teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, a significância estabelecida que foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,661, sendo maior que a significância estabelecida.

A seguir, mostramos no quadro 88 as análises na correlação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas no pré-teste.

Quadro 88: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas no pré-teste

Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?		Notas no pré-teste				Total
		Baixo	Bom	Médio	Ótimo	
Véspera de prova	Observado	3	1	0	0	4
	Esperado	2.58	0.387	0.774	0.258	4.00
Todo dia	Observado	1	1	1	1	4
	Esperado	2.58	0.387	0.774	0.258	4.00
Não estudo fora da escola	Observado	4	0	1	1	6
	Esperado	3.87	0.581	1.161	0.387	6.00
Somente nos finais de semana	Observado	12	1	4	0	17
	Esperado	10.97	1.645	3.290	1.097	17.00
Total	Observado	20	3	6	2	31
	Esperado	20	3	6	2	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,252						
Conclusão: Os dados obtidos, em com que frequência você estuda matemática fora da escola e notas no pré-teste não estão associados.						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 88 referentes a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas no pré-teste, por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, indicou que não houve associação entre os dados analisados, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,252.

A seguir, mostramos no quadro 89 as análises na correlação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas no pós-teste

Quadro 89: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas no pós-teste

Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?		Notas no pós-teste				
		Baixo	Bom	Médio	Ótimo	Total
Véspera de prova	Observado	0	1	2	1	4
	Esperado	0.516	0.645	1.29	1.55	4.00
Todo dia	Observado	0	0	2	2	4
	Esperado	0.516	0.645	1.29	1.55	4.00
Não estudo fora da escola	Observado	1	2	1	2	6
	Esperado	0.774	0.968	1.94	2.32	6.00
Somente nos finais de semana	Observado	3	2	5	7	17
	Esperado	2.194	2.742	5.48	6.58	17.00
Total	Observado	4	5	10	12	31
	Esperado	4	5	10	12	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,909						
Conclusão: Os dados obtidos, em com que frequência você estuda matemática fora da escola e notas no pós-teste não estão associados						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 89 referentes a frequência que estuda matemática fora da escola e as notas no pós-teste, mostram por meio da aplicação do teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, pois o valor-p encontrado para o teste foi de 0,909, sendo maior que a significância estabelecida que foi de 0,05.

A seguir, mostramos no quadro 90 as análises na correlação entre as notas em matemática e as notas no pré-teste.

Quadro 90: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas em matemática e as notas no pré-teste

Suas notas em Matemática geralmente são?		Notas no pré-teste				Total
		Baixo	Média	Bom	Ótimo	
Abaixo da média	Observado	2	0	0	0	2
	Esperado	1.29	0.387	0.194	0.129	2.00
Na média	Observado	11	2	1	0	14
	Esperado	9.03	2.710	1.355	0.903	14.00
Acima da média	Observado	7	4	2	2	15
	Esperado	9.68	2.903	1.452	0.968	15.00
Total	Observado	20	6	3	2	31
	Esperado	20	6	3	2	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,591						
Conclusão: Os dados obtidos, em como são suas notas em matemática geralmente e notas no pré-teste não estão associados.						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 90, referentes as notas em matemática e as notas no pré-teste, mostraram por meio da aplicação do Teste Exato de Fisher, que não houve associação entre os dados analisados, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, sendo que a significância estabelecida foi de 0,05 e o valor-p encontrado para o teste foi de 0,591.

A seguir, mostramos no quadro 91 as análises na correlação entre as notas em matemática e as notas no pós-teste.

Quadro 91: Resultado do Teste Exato de Fisher para a associação entre as notas em matemática e as notas no pós-teste.

Suas notas em Matemática geralmente são?		Notas no pós-teste				Total
		Baixo	Média	Bom	Ótimo	
Abaixo da média	Observado	0	1	1	0	2
	Esperado	0.129	0.710	0.387	0.774	2.00
Na média	Observado	1	4	4	6	15
	Esperado	0.968	5.323	2.903	5.806	15.00
Acima da média	Observado	1	6	1	6	14
	Esperado	0.903	4.968	2.710	5.419	14.00
Total	Observado	2	11	6	12	31
	Esperado	2	11	6	12	31
Teste Exato de Fisher - teste comparativo Significância estabelecida Valor -p <0,05 Resultado obtido no Teste Exato de Fisher: 0,593						
Conclusão: Os dados obtidos, em como são suas notas em matemática geralmente e notas no pós-teste não estão associados.						

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 91 referentes a as notas em matemática e as notas no pós-teste, revelaram por meio da aplicação do teste Exato de Fisher, que não houve associação entre as informações analisadas, logo não é possível concluir que as variáveis estão associadas, pois o valor-p encontrado para o teste foi de 0,593, sendo maior que a significância estabelecida que foi de 0,05.

Com o objetivo de realizar uma síntese do Teste Exato de Fisher sobre as correlações da etapa multiplicativa do experimento, apresentamos no quadro 92 as associações e não associações entre os fatores socioeducativos e o desempenho no pré-teste e pós-teste

Quadro 92: Correlações dos fatores socioeducativos e notas do pré-teste e pós-teste

Fatores socioeducativos	Fatores socioeducativos e Notas do pré-teste e pós-teste	Conclusão	Valor p
Você gosta de estudar Matemática?	Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?	Não houve associação	0,080
Você gosta de estudar Matemática?	Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	Não houve associação	0,825
Você gosta de estudar Matemática?	Como são suas notas em Matemática geralmente?	Não houve associação	0,302
Você gosta de estudar Matemática?	As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os ministrados?	Houve associação	0,015
Você gosta de estudar Matemática?	Você se distrai nas aulas de Matemática?	Houve associação	0,013
Com que frequência estuda	Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	Não houve associação	0,106

Matemática fora escola?			
Com que frequência você estuda Matemática fora escola?	Como são suas notas em Matemática geralmente?	Não houve associação	0,098
Com que frequência você estuda Matemática fora escola?	As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os ministrados?	Não houve associação	0,964
Com que frequência você estuda Matemática fora escola?	Você se distrai nas aulas de Matemática?	Houve associação	0,012
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	Como são suas notas em Matemática geralmente?	Não houve associação	1,000
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os ministrados?	Não houve associação	0,939
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	Você se distrai nas aulas de Matemática?	Não houve associação	0,801
Como são suas notas em Matemática geralmente?	As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os ministrados?	Não houve associação	0,090
Como são suas notas em Matemática geralmente?	Você se distrai nas aulas de Matemática?	Não houve associação	0,060
As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os ministrados?	Você se distrai nas aulas de Matemática?	Não houve associação	0,308
Você gosta de estudar Matemática?	Notas no pré-teste	Não houve associação	0,403
Você gosta de estudar Matemática?	Notas no pós-teste	Não houve associação	0,710
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	Notas no pré-teste	Houve associação	0,048
Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	Notas no pós-teste	Não houve associação	0,780
As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os ministrados?	Notas no pré-teste	Não houve associação	0,480
As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os ministrados?	Notas no pós-teste	Não houve associação	0,679
Com que frequência você estuda Matemática fora escola?	Notas no pré-teste	Não houve associação	0,252
Com que frequência você estuda Matemática fora escola?	Notas no pós-teste	Não houve associação	0,909

Como são suas notas em Matemática geralmente?	Notas no pré-teste	Não houve associação	0,591
Como são suas notas em Matemática geralmente?	Notas no pós-teste	Não houve associação	0,593

Fonte: Experimentação (2023)

Os dados do quadro 92 mostra que ocorreu quatro associações que foi entre o fator socioeducativo, Você gosta de estudar Matemática com as aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados, e você se distrai nas aulas de Matemática, com que frequência você estuda Matemática fora da escola e você se distrai nas aulas de Matemática, e por último quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática e Notas no pré- teste.

Com base nos resultados obtidos com as associações, concluímos que o bom desempenho dos alunos na resolução de problemas de comparação multiplicativa, evidenciada na comparação entre o pré- teste e o pós-teste, foi contribuição da metodologias de ensino adotadas nessa experimentação.

CONSIDERACOES FINAIS

Este trabalho apresentou os resultados de uma pesquisa desenvolvida ao longo do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática com o intuito de contribuir para o ensino de problemas de comparação multiplicativa, buscando resposta para a seguinte questão de investigação: **Quais os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática por atividades experimentais sobre o desempenho de estudantes na resolução de problemas envolvendo comparação multiplicativa em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental?**

Nosso objetivo geral foi analisar os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades experimentais sobre o desempenho de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de comparação multiplicativa. E como objetivos específicos: Elaborar uma sequência didática fundamentada no Ensino por Atividades Experimentais; Testar a sequência didática composta por 13 Atividades Experimentais junto a uma turma de 6º ano; Disponibilizar um produto educacional contendo uma sequência

didática fundamentada no Ensino por Atividades Experimentais para ajudar no ensino de resolução de problemas comparação multiplicativa.

E para alcançarmos tal finalidade optamos pela Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, através das quatro etapas: 1) análises prévias; 2) concepção e análise a priori; 3) experimentação e 4) análise a posteriori e validação.

Com base nos aspectos conceituais, revisão de estudos e do diagnóstico com estudantes e professores, que foram realizados na fase de análises prévias da metodologia de pesquisa adotada, traçamos um panorama das necessidades de ensino e aprendizagem do nosso objeto matemático, nos favoreceu na construção de um produto educacional que traga efeitos positivos sobre o desempenho na aprendizagem dos estudantes.

No nosso estudo buscamos aprofundar a pesquisa sequência didática e Ensino por Atividade Experimentais para elaborar um produto educacional, verificar as dificuldades levantadas nas análises prévias, seja conceituais, escolha da operação, construção de sentenças com diferentes posições do valor desconhecido, modelação de problemas, como também as dificuldades sobre o uso da linguagem e das relações interpessoais nas aulas de matemática.

Na fase de experimentação aplicamos a sequência didática composta por 13 atividades, dentre elas de redescoberta e de aprofundamento de forma gradual e sistemática. A experimentação aconteceu em nove encontros nos quais também foram aplicados os pré-teste e pós-teste que foram comparados em análise a priori e a posteriori, buscando a validação do produto quanto ao desempenho quantitativo dos estudantes mediante os efeitos da sequência didática que foi experimentada.

Na realização das primeiras atividades os estudantes apresentaram dificuldades durante seu desenvolvimento, seja no entendimento ou na formulação de respostas, no entanto, no decorrer da experimentação houve um progresso no desenvolvimento da aprendizagem, demonstrando que foram gradativamente evoluindo e tornando-se autônomos para realização das tarefas propostas, não apresentando tantos obstáculos.

Com o desempenho quantitativo das análises a posteriori, nos mostraram que as dificuldades iniciais que foram averiguadas no pré-teste como a escolha da

operação, a elaboração da sentença, as dificuldades quanto as sentenças algébricas e aritméticas, foram progressivamente superadas ao longo do desenvolvimento das atividades, fazendo com que seu nível de formalização sobre os conceitos estudados ficasse mais elaborados, procuramos evidenciar que a metodologia de ensino por atividades experimentais permitiu que, os estudantes fossem conduzidos a um nível de autonomia cognitiva e comportamental.

Para Magina, Santos e Merlini (2011) nas escolas quando se trabalha o Campo Conceitual Multiplicativo resume-se a memorização e manejo dos algoritmos, ou seja, o ensino das estruturas multiplicativas nas escolas não está de acordo com o objetivo do Campo Conceitual. Na revisão de estudo, observamos incongruência entre os termos da situação “tanta vezes mais” em comparação a “tanta vezes”, no qual possuem significados diferentes, algo também apontado no trabalho de Pereira (2015), enquanto aos erros, dentre as resoluções alguns estudantes associaram a expressão “vezes mais” como uma situação aditiva. De um modo geral alguns fatores influenciaram nas dificuldades dos alunos destacamos: os fatores linguísticos, relacionados à interpretação do enunciado dos problemas; fatores numéricos, ligados aos procedimentos dos algoritmos; a posição da incógnita na sentença; a congruência ou incongruência semântica do problema;

Por conseguinte, observamos nos livros didáticos analisados a princípios: poucas atividades envolvendo a comparação multiplicativa, e o eixo predominante abordado é o referente desconhecido, um fato importante de ser mencionado é o não aparecimentos de expressões como “vezes mais”, “vezes menos”, “vezes maior” e “vezes menor”. Os atividades são predominantemente algébricas, envolvendo operação de soma e como se trata do campo multiplicativo, principalmente a operação de multiplicação e divisão. Observamos que a maioria das atividades contextualizadas a sua resolução envolve mais de uma sentença matemática, em busca de se encontrar o valor desconhecido.

A consulta aos professores mostrou que a maioria possuem uma pós-graduação, iniciam as suas aulas pelo conceito seguida de exemplos e exercícios, e que mais sentem falta em sua prática docente é de metodologias diferenciadas e de uma formação inicial sólida, selecionam o conteúdo a ser ensinado pelo livro didático, a principal forma de avaliação selecionada foi a prova escrita, utilizam listas de

exercícios e/ou o livro didático como instrumento para a fixação do conteúdo. Quanto às principais dificuldades percebidas em relação aos alunos está a resolução de problemas, realização do cálculo e a compreensão de conceitos. Ao conhecimentos prévios relacionados a comparação multiplicativa, foi observamos que a maioria dos professores ensinam esses conhecimentos, quanto o referente, referido e relação desconhecida, a maioria dos professores afirmaram que não ensinam, o que condiz com o resultado quanto a dificuldade dos alunos em aprenderem. As expressões que há o predomínio da comparação multiplicativa, como dobro, metade, triplo, e também as expressões vezes mais, vezes menos, os professores marcaram que ensinam. Algo que nos chamou atenção foi o fato de apresentar pouca marcação na opção de “muito fácil” relacionado a dificuldade de aprendizagem.

As associações realizadas por meio do Teste Exato de Fisher sobre os aspectos socioeducacionais e o desempenho nos testes, não identificaram influência relevante, o que nos leva a acreditar que a melhora no desempenho no segundo teste foi efeito das metodologias de ensino adotadas, os resultados mostraram que a elaboração adequada da sentença natural que representa o problema é um processo importante para o acerto da escolha da operação necessária para a solução de questões. Por conseguinte, os efeitos das metodologias aplicadas, evidenciaram avanços significativos na realização das atividades e na aprendizagem dos estudantes. Tais avanços foi evidenciados, na amadurecimento na realizações das atividades, respostas mais elaboradas, organização nos cálculos. Além da melhora considerável das notas do pós-teste em comparação às do pré-teste,

Esperamos com esta sequência de atividades experimentais contribuir para o processo de ensino-aprendizagem de problemas envolvendo a comparação multiplicativa, é para tal propósito, elaboramos um produto educacional composto de uma sequência de atividades para o ensino de comparação multiplicativa, com base nos resultados obtidos na pesquisa realizada.

Nossas sugestões para a realização de outras pesquisas sobre essa temática, é que seja ampliado o campo de estudos, abrindo caminho para novos estudos. As norteadores de ensino e aprendizagem da Matemática suscitam reflexões essenciais para o desenvolvimento contínuo e a adaptação eficaz de práticas pedagógicas.

A seguir apresentamos as referências utilizadas em nosso estudo.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora da UFPR. 2007. 217p
- ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. A. **Engenharia didática**: evolução e diversidade. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. e ISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012;
- ARTIGUE, M. “Ingénierie Didactique”. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308, 1988.
- ALMEIDA, Luana Cerqueira de. **Solução de situações de comparação multiplicativa e a criatividade matemática** Ilhéus, BA: UESC, 2017. Projeto de Pesquisa para obtenção do título de Mestre no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. **Abordagens Semióticas em Educação Matemática**. Bolema, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 696-726, ago. 2018. Mensal.
- ANDRADE FILHO, Bazilio Manoel de. **Processos de conversão de registros em língua natural para linguagem Matemática**: análise com base na teoria da relevância. Mestrado em Ciências da Linguagem. 2013, 119f. Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL). Tubarão, 2013.
- BRAGA, E.S.O. **Resolução de problemas no Ensino de Matemática**: algumas considerações. Universidade Federal de Pernambuco. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 11 - número 1 – 2020
- BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetro curriculares nacionais: Matemática**. 142p. Brasília: MEC/SEF, 1997
- BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetro curriculares nacionais: Matemática**. 148p. Brasília: MEC/SEF, 1998
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (Inep). Saeb 2001: **novas perspectivas**/Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. 106p. Brasília 2001.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, DF, 2017
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Matrizes de referência de matemática do Saeb – BNCC**. Brasília, 2022.
- CÉSAR. Margarida. **O papel das famílias nos processos de aprendizagem matemática dos alunos**: caminhos para a inclusão ou retrato de formas (subtis) de exclusão. Universidade de Lisboa, Instituto de Educação. NO. 20, PP. 255-292 (2012).
- DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática, 6ºano**: ensino fundamental, anos finais. 3.ed-São Paulo:Ática,2018.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Editora Ática, 2007

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

ESPINDOLA, Elisângela Bastos de Mélo. MOURA, Isabela Fernanda Melo de. **Resolução de situações-problemas do campo conceitual multiplicativo: o cálculo relacional e o numérico**. REVEMAT. Florianópolis (SC), v.12, n. 2, p. 210-100, 2017

FEY, Franciele. **Guia do Ensino Experimental de Matemática** [Recurso Eletrônico] – Santo Antônio da Patrulha, RS: [FURG], 2021.47 f.

FERREIRA, João Max Damasceno. **Ensino de Problemas de Comparação Aditiva por Atividades Experimentais**. Dissertação do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2021.

GATTI, Bernardete,A. **O professor e a avaliação em sala de aula**. Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. Estudos em Avaliação Educacional, n. 27, jan-jun/2003.

GONÇALVES, Alex Oleandro. **O livro didático de Matemática e o professor: produtores ou reprodutores de conhecimento?** EDUCERE- XII Congresso Nacional de Educação. 2013, PUC-PR.

GOMES, E. S. V. **Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao campo multiplicativo em uma turma do oitavo ano**. 2020. 130 f. (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2020.

LOPES, Carmen Simone dos. **Ensino de resolução de problemas do campo conceitual multiplicativo com números naturais por atividades experimentais**. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

MAGINA, Sandra. MERLINI, Vera Lúcia. SANTOS, Aparecidos dos. **A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem**. 3º SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012.

MAGINA, Sandra. SANTOS, Aparecido dos. MERLINI, Vera Lúcia. **Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos alunos**, XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

MIRANDA, Denis do Socorro Pinheiro. **O ensino por atividades de problemas multiplicativos envolvendo a ideia de disposição retangular**. 2020. 192f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

PARÁ, (Estado) Secretaria Estadual de Educação. **Documento Curricular do Estado do Pará: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Resolução nº 769 - 2ª edição revisada, Belém, 2019.

PARÁ, (Estado) Secretaria Estadual de Educação. **Revista Pedagógica do Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE)**. Matemática do Ensino Fundamental – Belém/PA, 2016.

PATARO, Patricia Moreno. BALESTRI, Rodrigo. **Matemática essencial** 6º ano : ensino fundamental, anos finais. 1. ed. - São Paulo : Scipione, 2018. Manual do professor.

PEREIRA, Emanuella Figueira. **Esquemas utilizados por estudantes do 9º ano ao resolver situações da estrutura multiplicativa**. Ilhéus, BA: UESC, 2015. 104 f : Projeto de Pesquisa para obtenção do título de Mestre no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz

PEREIRA, Marilene de Freitas. **Dificuldades nas operações de multiplicação e divisão**: uma proposta de atividade baseada na história da matemática. Universidade Federal de Paraíba. 2016.

PEREIRA, José Fernando Fernandes. **Resolução de problemas do campo aditivo por alunos de quinto ano de uma escola pública da cidade de São Paulo**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995

RESENDE, Giovani. MESQUITA, Maria da Gloria B. F. **Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de matemática em escolas do município de Divinópolis, MG**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.15, n.1, pp. 199-222, 2013.

SÁ. Pedro Franco de. MAFRA. José Ricardo Souza e. FOSSA. John Andrew. **O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática**. Revista Cocar. Dossiê: Tendências de Educação Matemática. Edição Especial N.14/2022 p.1-20 ISSN: 2237-0315

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades**. Belém: SINEPEM, 2019. (Coleção I).

SÁ, Pedro Franco de. ALVES, Fábio José da Costa. **A engenharia didática**: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: MARCONDES, Maria Inês, OLIVEIRA, Ivanilde Apoluceno de, TEIXEIRA, Elizabeth (Org.). **Abordagens Teóricas e Construções Metodológicas na Pesquisa em Educação** – Belém: EDUEPA, 2011.p.145-160.

SANTOS, Mariana Oliveira. **Formação continuada de professoras dos anos iniciais: a comparação multiplicativa**. Ilhéus, BA: UESC, 2017.192f. Projeto de Pesquisa para obtenção do título de Mestre no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz

SANTOS, Jaqueline Santana de Souza. **Formação de professores com dimensões colaborativas: as estruturas multiplicativas em foco**. Ilhéus, BA: UESC, 2017. Projeto de Pesquisa para obtenção do título de Mestre no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz

SANTOS, Robério Valente. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. 2017. 393f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017

SAMPAIO, Fausto Arnaud. **Trilhas da matemática**, 6º ano: ensino fundamental, anos finais. 1. ed. -São Paulo : Saraiva, 2018.

SANTANA, Sara Amaral. **Uma sequência didática para o ensino - aprendizagem das operações fundamentais**. Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia- São Paulo: [s.n.], 2018.80 f. il.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Matemática realidade & tecnologia**: 6º ano: ensino fundamental : anos finais. 1. ed. -São Paulo : FTD, 2018.

THOMAZ. Tereza Cristina. **Não gostar de matemática: que fenômeno é este?** Cad. Educ. FaE/UFPel, Pelotas (12):189 - 211, jan./jul. 1999

VERGNAUD, Gérard. **Teoria dos campos conceituais**. In: Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio De Janeiro, 1., Rio de Janeiro, 1993. Anais... Rio de Janeiro: UFRJ Projeto Fundão, Instituto de Matemática, 1993. p. 1-26.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade** : problemas do ensino da matemática na escola elementar / Gérard Vergnaud; tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. – Curitiba: Ed. da UFPR, 2009

VERGNAUD, Gérard. **A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems**. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982). Addition and subtraction. A cognitive perspective. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. 1982.

APÊNDICES**APÊNDICE A: TERMO DE ANUÊNCIA DA DIRETORA**

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

Senhor(a) diretor(a)

A pesquisa intitulada: Ensino por atividade envolvendo comparação multiplicativa , sob a responsabilidade das pesquisadoras Maria de Lourdes Silva Santos e Iara de Medeiros Alves, vinculadas a Universidade do Estado do Pará. Com esse trabalho estamos buscando diagnosticar os efeitos que tem uma sequência didática com atividades experimentais, provoca nas aulas de matemática e no desempenho de resolução de problemas comparação multiplicativa em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. Os objetivos específicos: Elaborar uma sequência didática fundamentada no Ensino por Atividades Experimentais; Testar a sequência didática composta por 13 Atividades Experimentais junto a uma turma de 6º ano; Disponibilizar um produto educacional contendo uma sequência didática fundamentada no Ensino por Atividades Experimentais para ajudar no ensino de resolução de problemas comparação multiplicativa. A seguir está a composição da sequência de atividades experimentais:

ATIVIDADE	TÍTULO	OBJETIVO
1	Dobro, triplo e quádruplo	Ideia associada a dobro, triplo e quádruplo.
2	Metade e terça parte	Ideia associada a metade e terça parte
3	Ideia de dobro e triplo, metade e terça parte	Aplicar a ideia de dobro, metade, triplo e terça parte
4	Situações-problema envolvendo o significados de dobro, metade, triplo e terça parte.	Resolver Situações-problema envolvendo o significados de dobro, metade, triplo e terça parte
5	Adição na igualdade	Descobrir quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira.

6	Subtração na igualdade	Descobrir quando por meio da subtração uma igualdade permanece verdadeira.
7	Multiplicação na igualdade	Descobrir quando por meio da multiplicação uma igualdade permanece verdadeira.
8	Divisão na igualdade	Descobrir quando por meio da divisão uma igualdade permanece verdadeira.
9	Sentenças multiplicativas	Determinar o valor desconhecido em cada sentença matemática
10	Máquina de transformação e a relação, referente e referido desconhecido	Identificar relação, referente e referido desconhecido
11	Situações-problema envolvendo a identificação da relação desconhecida	Identificar a relação desconhecida
12	Situações-problema envolvendo a identificação do referido desconhecido	Identificar o referido desconhecido
13	Situações-problema envolvendo a identificação do referente desconhecido	Identificar o referente desconhecido

A colaboração do aluno (a) será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa e essa atividade ocorrerá nas dependências da escola sob a supervisão de um professor. Em nenhum momento o aluno (a) será identificado(a). Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com a professora Maria de Lourdes Silva Santos e da pesquisadora Iara de Medeiros Alves, por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n, Telégrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542

Belém, _____ de _____ de
2023.

Assinatura da orientadora

Assinatura da pesquisadora

APÊNDICE B: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DO RESPONSÁVEL



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA**

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Senhor(a) responsável você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu filho (a), para participar da pesquisa intitulada: Ensino por atividade envolvendo comparação multiplicativa , sob a responsabilidade das pesquisadoras Maria de Lourdes Silva Santos e Iara de Medeiro Alves, vinculadas a Universidade do Estado do Pará. Com esse trabalho estamos buscando diagnosticar os efeitos que tem uma sequência didática com atividades experimentais, provoca nas aulas de matemática e no desempenho de resolução de problemas comparação multiplicativa em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. a partir da opinião dos estudantes. A colaboração do aluno (a) será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa e essa atividade ocorrerá nas dependências da escola sob a supervisão da professora.

Em nenhum momento o aluno (a) será identificado(a). Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada.

Você e o aluno não terão gasto ou ganho financeiro por participar na pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos.

Você é livre para decidir se seu filho(a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com a professora Maria de Lourdes Silva Santos e da pesquisadora Iara de Medeiros Alves, por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n, Telégrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542

Belém, _____ de _____ de 2023.

Assinatura da pesquisadora

Eu, _____ autorizo que meu/minha filho(a) _____ a participar, voluntariamente, da pesquisa citada acima, após ter sido devidamente esclarecido.

Assinatura do responsável

APÊNDICE C: INSTRUMENTO DE PESQUISA – QUESTIONÁRIO SOCIOEDUCACIONAL



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA INSTRUMENTO DE PESQUISA – QUESTIONÁRIO SOCIOEDUCACIONAL

Prezado(a) Estudante,

Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

1) Idade: _____ anos **2) Data nascimento:** ____/____/____ **3) Gênero:** ☐ Masculino
☐ Feminino

4) Qual o tipo de escola em que você estudou o ano passado?

☐ Municipal ☐ Estadual ☐ Particular ☐ Conveniada

5) Você é repetente desta série? ☐ Não ☐ Sim.

6) Você trabalha de forma remunerada?

☐ Não ☐ Às vezes ☐ Sim

7) Você costuma fazer compras (comércio, mercearia, supermercado, etc.)?

☐ Não ☐ Às vezes ☐ Sim

8) Qual a escolaridade do seu responsável masculino?

☐ Superior ☐ Médio ☐ Fundamental ☐ Fundamental incompleto ☐ Não estudou
☐ Desconheço

9) Qual a escolaridade da sua responsável feminino?

☐ Superior ☐ Médio ☐ Fundamental ☐ Fundamental incompleto ☐ Não estudou
☐ Desconheço

10) Qual a profissão do seu responsável masculino?

11) Qual a profissão do seu responsável feminino?

12) Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?

☐ Professor particular ☐ Pai ☐ Mãe ☐ Amigo da escola ☐ Ninguém
☐ Outro: _____

13) Você gosta de estudar Matemática?

☐ Não gosto ☐ Gosto um pouco ☐ Gosto ☐ Gosto muito

14) Você tem dificuldade para aprender Matemática?

☐ Não ☐ Um pouco ☐ Sim

15) Qual a operação que você tem mais dificuldade em Matemática?

☐ Adição ☐ Subtração ☐ Multiplicação ☐ Divisão ☐ Nenhuma

16) Você se distrai nas aulas de Matemática?

☐ Não, eu sempre presto atenção
☐ Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática
☐ Sim, eu não consigo prestar atenção

17) As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?

☐ Sim ☐ Não ☐ Às vezes

18) Com que frequência você estuda matemática fora da escola?

☐ Todo dia ☐ Somente nos finais de semana ☐ Só na véspera da prova ☐ Não estudo fora da escola.

19) Suas notas em Matemática geralmente são:

☐ Abaixo da média ☐ Na média ☐ Acima da média

20) Quais formas de atividades e/ou trabalho o seu Professor (a) de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem?

☐ Provas/simulado ☐ Testes semanais ☐ Seminários ☐ Pesquisas ☐ Projetos
☐ Atividades ☐ Trabalho de casa
☐ Trabalho no livro ☐ Outros _____

21) A maioria das suas aulas de matemática:

☐ Iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios;
☐ Iniciaram com a história do assunto para depois explorar os conceitos;
☐ Iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
☐ Iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;
☐ Iniciaram com jogos para depois sistematizar os conceitos.

22) Para praticar o conteúdo de matemática seu professor costumava:

☐ Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;
☐ Apresentar jogos envolvendo o assunto;
☐ Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático;
☐ Não propunha questões de fixação;
☐ Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.

23) Você já estudou problemas de comparação multiplicativa?

☐ Não ☐ Sim

24) Sentimentos na avaliação em Matemática?

☐ Contente;
☐ Tranquilo;
☐ Com medo;
☐ Preocupado;
☐ Com raiva;
☐ Com calafrios.

APÊNDICE D: TESTE DIAGNÓSTICO**TESTE DIAGNOSTICO**

- 1) Em uma cesta de madeira há 24 frutas e na cesta de metal há oito frutas. Quantas vezes a frutas de cesta de madeira é maior do que a cesta de metal? Pereira (2013, adaptada)

- 2) Se na primeira gaveta do armário há 16 camisas e na segunda gaveta há 32 camisas, quantas vezes a quantidade de camisas na primeira gaveta é menor do que na segunda gaveta ? Pereira (2013, adaptada)

- 3) Ana tem 30 bonecas e Carla tem 5 bonecas. Quantas vezes a quantidade de bonecas Ana é maior do que da Carla? Gomes (2020, adaptada)

- 4) Paulo tem 40 bolinhas de gude. Sabendo que Tiago tem 120 bolinhas de gude. Quantas vezes a quantidade de bolinhas de gude do Tiago é maior do que do Paulo? Santos (2017, adaptada)

- 5) Em um escritório há 32 envelopes na gaveta e alguns na prateleira. Na prateleira há quarta parte de envelopes do que na gaveta. Quantos envelopes há na prateleira? Pereira (2015, adaptada)

6) Se meu irmão tem cinco vezes a quantidade de brinquedos a menos que minha irmã, e ele tem quatro brinquedos, quantos brinquedos tem minha irmã? Pereira (2015, adaptada)

7) Beto tem triplo de reais do que o Paulo. Se Beto tem 9 reais. Quantos reais Paulo possui? Almeida (2017, adaptada)

8) Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 210. Se Ricardo tem o triplo de chaveiros do que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas? Santana (2018, adaptada)

9) Em uma bandeja de papelão há alguns doces e em outra bandeja de acrílico há 19 doces. Sabemos que na bandeja de papelão há o triplo de doces que na bandeja de acrílico. Quantos doces há na bandeja de papelão? Pereira (2013, adaptada)

10) Na estante azul há oito vezes a quantidade de livros a menos que na estante verde, que tem 24 livros. Quantos livros há na estante azul? Pereira (2013, adaptada)

11) Maria tem o quádruplo de bombons a mais que José. Se José tem nove bombons. Quantos bombons Maria possui? Pereira (2013, adaptada)

12) Fábio tem 420 chaveiros e Camila tem a metade da quantidade de Fábio. Quantos chaveiros tem Camila? Santos (adaptada, 2017)

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Curso Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Trav. Djalma Dutra, nº 350 – Telégrafo Sem Fio
63113-010 Belém-PA www.uepa.br

