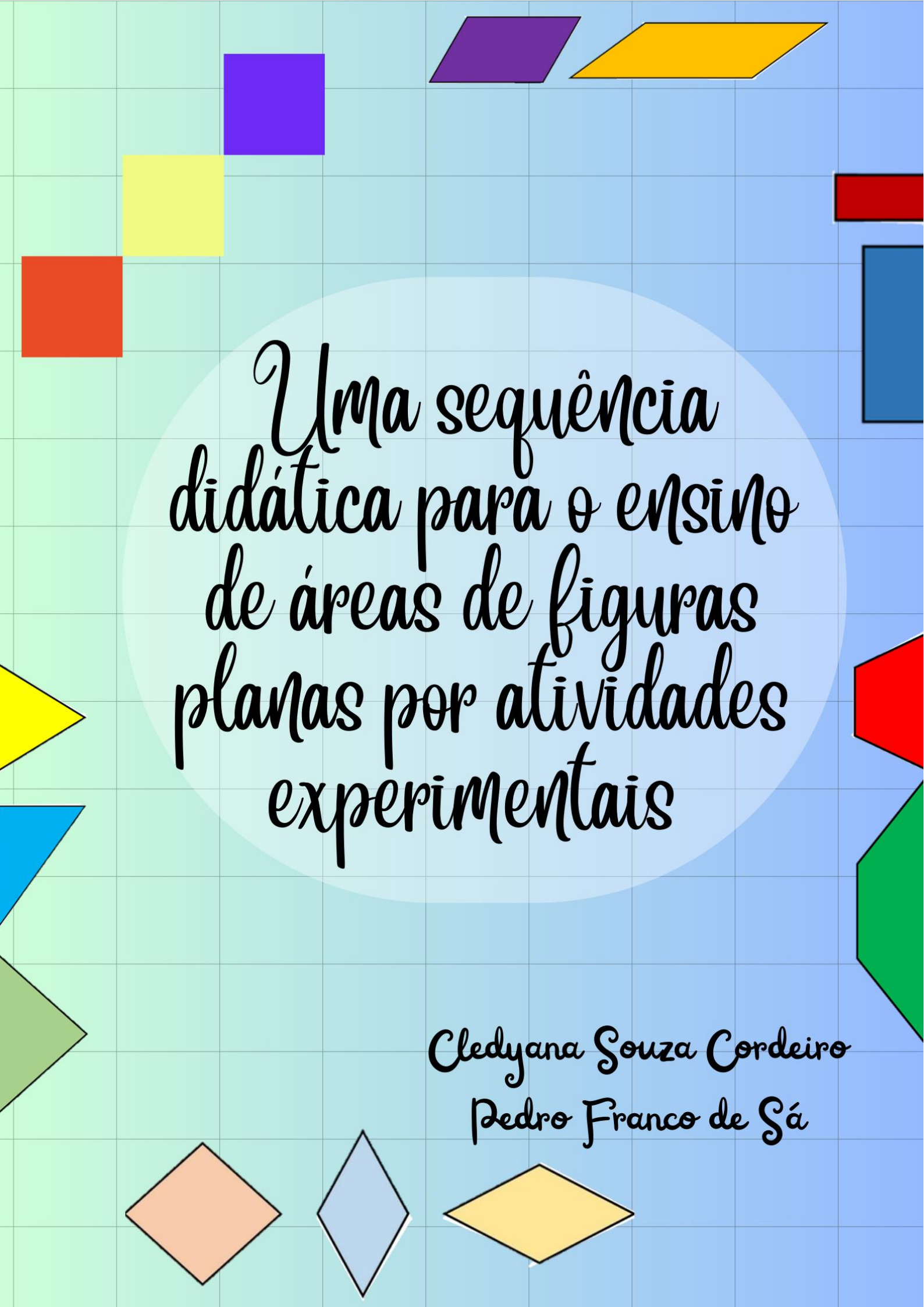


The background is a light blue grid. Various colorful geometric shapes are scattered around the central text: a purple square, a yellow square, a red square, a purple parallelogram, a yellow parallelogram, a red rectangle, a blue rectangle, a yellow triangle, a blue triangle, a green triangle, a red hexagon, a green hexagon, an orange diamond, a light blue diamond, and a yellow diamond.

Uma sequência didática para o ensino de áreas de figuras planas por atividades experimentais

Cledyana Souza Cordeiro
Pedro Franco de Sá



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Cledyana Souza Cordeiro
Pedro Franco de Sá

Uma sequência didática para o ensino de áreas de figuras planas
por atividades experimentais

BELÉM/PA
2024

Cledyana Souza Cordeiro
Pedro Franco de Sá

Uma sequência didática para o ensino de áreas de figuras planas
por atividades experimentais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental
Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

BELÉM/PA
2024

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Cordeiro, Cledyana Souza

Uma sequência didática para o ensino de áreas de figuras planas por atividades experimentais / Cledyana Souza Cordeiro, Pedro Franco de Sá. - Belém, 2024.

ISBN: 978-65-5291-009-7

Produto educacional vinculado à Dissertação “Ensino de área de figuras planas por atividades experimentais para alunos cegos” do Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Belém, 2024.

1.Geometria plana – Estudo e ensino.2.Cegos-Educação.3.Prática de ensino. I. Sá, Pedro Franco de. Título.

CDD 23ed. 516.32

Regina Coeli A. Ribeiro - CRB-2/739

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Medida de comprimento e área e retângulo.....	28
Figura 2 - Quadrado no plano cartesiano	30
Figura 3 - Recortes de quadriláteros	31
Figura 4 - Quadrados em MDF	64
Figura 5 - Quadrados no papel A4	65
Figura 6 - MDF com os retângulos	68
Figura 7 - Retângulos no papel A4	68
Figura 8 - MDF com os paralelogramos	71
Figura 9 - Paralelogramos no papel A4	71
Figura 10 - MDF com os triângulos	74
Figura 11 - Triângulos no papel A4	74
Figura 12 - MDF com os trapézios	78
Figura 13 - Trapézios no papel A4	78
Figura 14 - MDF com os losangos	81
Figura 15 - Losangos no papel A4	81

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Pesquisas mapeadas	12
Quadro 2 - Atividades desenvolvidas por Cardoso (2018)	18
Quadro 3 - Atividades desenvolvidas por Teixeira (2018)	21
Quadro 4 - Atividades desenvolvidas por Dahm (2019)	22
Quadro 5 - Sequência de atividades de Vasconcelos (2019)	23
Quadro 6 - Conteúdos de área conforme a BNCC	34
Quadro 7 - Elementos da Atividade em aula de matemática por Atividade Experimental	49
Quadro 8 - Pré-teste	59
Quadro 9 - Dados dos quadrados	64
Quadro 10 - Dados dos retângulos	67
Quadro 11 - Dados dos paralelogramos	70
Quadro 12 - Dados dos triângulos	73
Quadro 13 - Dados dos trapézios	77
Quadro 14 - Dados dos losangos	80
Quadro 15 - Atividade complementar 1	83
Quadro 16 - Atividade complementar 2	87
Quadro 17 - Atividade complementar 3	89
Quadro 18 - Atividade de aprofundamento	92
Quadro 19 - Pós-teste	95

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	9
1. ESTUDOS SOBRE ENSINO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS.....	11
1.1. O ensino de área de figuras planas em pesquisas experimentais e os recursos que estão sendo usados no ensino de área.	14
1.2. O ensino de área para alunos cegos	27
2. ASPECTOS CURRICULARES DE ÁREA	32
2.1. Área nos PCN	32
2.2. Área na BNCC	33
2.3. O conteúdo de Área na prova do SISPAE	35
2.4. O conteúdo de Área no Saeb/ Prova Brasil	35
2.5. O conteúdo de Área na prova do ENEM	37
3. ASPECTOS HISTÓRICOS DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS	38
4. METODOLOGIA	45
4.1. Ensino de matemática por atividade experimentais	45
4.2. Ensino de matemática por atividades.....	46
4.3. Ensino de matemática por atividades experimentais	48
4.3.1. Atividades de redescoberta e de conceituação	51
5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA	57
5.1. Pré-teste.....	59
Sequência de Atividades.....	61
5.2. Atividades em placas de MDF.....	61
5.2.1. Atividade 01- área do quadrado.....	63
5.2.2. Atividade 02 – área de retângulo	66
5.2.3. Atividade 03 – área de paralelogramo	69
5.2.4. Atividade 04- área do triângulo	72
5.2.5. Atividade 05- área do trapézio	76

5.2.6. Atividade 06- área do losango	79
5.3. Atividades com questões problemas.....	82
5.3.1. Atividade complementar 1- conteúdo de área de quadrado e retângulo.....	83
5.3.2. Atividade complementar 2- conteúdo de área de paralelogramo e triângulo	86
5.3.3. Atividade complementar 3 - conteúdo de área de Trapézio e losango ..	88
5.3.4. Atividade de aprofundamento	91
5.4. Pós-teste	95
CONSIDERAÇÕES	97
REFERÊNCIAS	100

APRESENTAÇÃO

Minha¹ formação me proporcionou, enquanto educadora, conhecer inúmeras ferramentas para ensinar matemática. Dentre os tópicos de matemática a geometria é área que me despertou interesse desde os primeiros contatos no qual tive curiosidade em compreender e aprender, esse interesse cresceu durante minha formação acadêmica, despertando o anseio de pesquisar, desenvolver, adaptar recursos para ensinar geometria, especificamente a geometria plana.

Segundo Cordeiro (2021, p. 44) “o ensino da geometria é de grande valia na formação do aluno”, mas alguns professores optam por não ministrar esse tópico da matemática seja pela falta de tempo ou ainda por considerar um conteúdo difícil. Indo em contrapartida com essa realidade, decidimos abordar nesta pesquisa o ensino de área de figuras planas.

Área de figuras planas é um dos conteúdo da unidade temática grandezas e medidas, que possui grande relação com a geometria, o conteúdo é abordado durante os anos finais do ensino fundamental, no 6º ano do ensino fundamental deveria iniciar-se o ensino de área por meio de malhas quadriculadas, onde o aluno começaria a ter noção de área, e no decorrer do ensino fundamental o aluno vai adquirir conhecimento e habilidade para identificar unidade de área e resolver problemas que envolvam o cálculo de área.

O desejo de ensinar de forma diferenciada foi despertado durante a minha graduação, percebi que as metodologias utilizadas por nossos professores durante o ensino fundamental e ensino médio não eram suficientes para atrair atenção de todos os alunos e apenas uma minoria conseguia aprender os conteúdos. De forma que essas experiências me levaram a refletir sobre o tipo de professor que desejamos ser, queríamos ser mais um professor de matemática ou “o professor de matemática”?

Minha relação com a matemática começou bem cedo, desde os anos iniciais do ensino fundamental me identifiquei com a disciplina de matemática, mas foi apenas

¹ Nossa opção foi por escrever na primeira pessoa do singular por se tratar de experiências pessoais da pesquisadora. O restante da pesquisa será redigido na primeira pessoa do plural por acreditarmos que este trabalho conta e contará com contribuições do orientador e das ideias contidas nos nossos referenciais teóricos.

na terceira série do ensino médio que percebi o quanto a disciplina me instigava e desafiava, na época montei junto com colegas um grupo de estudo, no qual tive a oportunidade de ajudar e ensinar outros colegas de classe que tinham dificuldade com a matéria, e a partir daí surgiu a vontade de ser professor de matemática.

O interesse por desenvolver pesquisas que envolvessem o ensino de matemática, especificamente ensino de geometria para pessoas cegas surgiu durante o curso de graduação em Matemática. No período de formação da graduação participei de um projeto na Feira Vocacional da instituição, no qual desenvolvi um projeto que consistia na educação inclusiva de alunos cegos, foram desenvolvidos dois jogos matemáticos educativos voltados ao processo de ensino aprendizagem de alunos cegos.

Ao percebermos essa realidade e vivenciarmos a experiência de ensinar pessoas cegas pudemos conhecer os desafios de ensinar matemática a esse público, cresceu em nós o desejo de contribuir com a educação desse público, sentimos enquanto educadores a necessidade de pesquisar e trazer até essas pessoas o conhecimento matemático de forma que eles possam visualizar, compreender e ver o quão preciso e importante é o estudo da matemática para a formação do ser humano

Cordeiro (2021) acredita que “ensinar seja uma arte que exige do educador criatividade e disponibilidade para atrair seu público alvo”, de forma que o professor esteja sempre buscando aprender novas metodologias, aderindo recursos didáticos que possam facilitar o processo de ensino e aprendizado de seus alunos. Sabe-se que ensino de geometria é um dos conteúdos que requer a visualização, dessa forma faz-se necessário o uso de recursos que possam possibilitar ao aluno cego a visualização do conteúdo.

Ensinar é uma arte que exige do educador a adequação constante, seja para ministrar aulas teóricas ou práticas e ao se trata da educação de pessoas invisuais, o processo de ensino e aprendizagem requer muito mais atenção e comprometimento com aluno, não se trata apenas de repassar conhecimento, de ensinar ao aluno, mas de incluí-lo, fazê-lo se sentir seguro no ambiente escolar, onde o aluno possa se sentir “normal”, aprendendo e desenvolvendo-se (Cordeiro, 2021, p.39).

Ensinar geometria requer a “formação de imagens mentais que os estudantes construirão a partir do estudo dos conteúdos desse segmento da matemática” (Cordeiro, 2021) dessa forma, como podemos ensinar a área de figuras planas para alunos cegos? A inclusão de alunos com deficiência é amparada pelas leis desde 1988, o aluno com deficiência visual deve estar inserido no meio escolar como qualquer outro aluno, e é dever da escola, do professor garantir que este aluno seja inserido em uma sala de aula com os demais alunos (Cordeiro, 2021).

No entanto as leis que amparam a inclusão não são suficientes para que este aluno seja inserido e consiga aprender de forma significativa, cabendo ao professor buscar metodologias que possam trabalhar os conteúdos de forma inclusiva. Ao olharmos para a educação de alunos cegos, sentimos a necessidade de contribuir em sua formação e desenvolver recursos didáticos que possam facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

A partir disso, a vontade de contribuir com a educação dos alunos cegos se tornou motivação no momento da escolha do tema de pesquisa de dissertação que se encontra no link Dessa forma, desenvolvemos uma sequência didática como proposta para o ensino de área de figuras planas para alunos cegos por meio de atividades lúdicas e interativas. A sequência de atividades foi aplicada e validada.

A sequência didática para o ensino de área de figuras planas é composta por pré-teste contendo 10 questões, uma sequência de 10 atividades envolvendo o cálculo de área de quadriláteros e triângulos onde temos 6 atividades em placas de MDF e 4 atividades com questões problemas, um pós-teste contendo 10 questões.

1. ESTUDOS SOBRE ENSINO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS

Nesta seção apresentamos o ensino de área de figuras planas e o ensino de área de figuras planas para alunos cegos com base em produções textuais. A busca pelas produções textuais ocorreu no mês de abril de 2023, inicialmente fizemos a seleção das bases de dados que seriam consultadas, nessa seleção foram consultados periódicos digitais da área de Educação e Ensino de Matemática.

O levantamento bibliográfico foi realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, Google Acadêmico, Scielo, plataforma sucupira e portais de programas

de Pós-graduação: PROFMAT, PPGE/UEPA. Optamos por realizar a revisão de literatura com base no estado da Arte (dissertações e teses).

Usamos no momento das buscas os seguintes descritores: ensino de área, área de figuras planas, área de figuras planas para o ensino de alunos cegos, ensino de área para alunos com deficiência visual. As dissertações foram selecionadas, inicialmente, por apresentarem, no título da obra, as palavras-chave: área de figuras planas, ensino de área, área para alunos cegos. Posteriormente foram selecionadas produções desenvolvidas no período de 2015 a 2023.

Durante as buscas por produções textuais foram encontradas diversas pesquisas centradas no ensino área de figuras planas, limitamos a busca por produções voltadas ao ensino de área de figuras planas em pesquisa experimentais com foco na aprendizagem do aluno e no ensino de área de figuras planas para alunos cegos em pesquisa experimentais com alunos cegos e propositivas.

O mapeamento e os critérios adotados resultaram em 13 dissertações, sendo 10 referentes ao ensino de área de figuras planas e 3 referentes ao ensino de área de figuras planas para alunos cegos. A seguir são descritos no quadro 2 os autores, títulos e objetivos das produções encontrados no mapeamento realizado e um breve relato das produções textuais.

Quadro 1 - Pesquisas mapeadas

Ensino de área de figuras planas		
Autor/ ano	Título	Objetivo
Assumpção (2015)	Perímetro e área: uma engenharia didática utilizando o geogebra sob o olhar das representações semióticas	Elaborar, aplicar e avaliar uma proposta didática com o uso de um ambiente dinâmico, a partir dos subsídios teóricos indicados pela teoria de registros de representação semiótica
Souza (2015)	O uso do desenho geométrico como motivador de aprendizagem no ensino de área de figuras planas	É mostrar aos educadores a importância das construções geométricas no ensino básico, para a aprendizagem dos alunos.
Silva (2016)	Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no appreni géomètre 2 no 6ºano do ensino fundamental	Investigar o tratamento dado por alunos de 6º ano do ensino fundamental às situações que dão sentido à área como grandeza (comparação de área, medida de área, mudança de unidade e produção de superfície) em ambientes com características distintas: papel e lápis,

		materiais manipulativos e <i>software</i> de geometria
Cardoso (2018)	Ensino de medida de área de figuras planas por meio de atividades	Avaliar a potencialidade no ensino de áreas de figuras planas por meio de atividades mediadas por malhas quadriculadas numa turma do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública.
Silva (2018)	área de figuras planas: uma abordagem segundo o modelo de van hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico no 7º ano do ensino fundamental	Apresentar uma sequência de atividades baseadas no modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento 16 geométrico voltada para alunos do 7º ano do ensino fundamental que contribuísse para construção do conceito de área de figuras planas, bem como para a atribuição de significado às principais fórmulas utilizadas com a finalidade de calcular a área das figuras planas mais básicas como triângulos e retângulos
Teixeira (2018)	uma maneira dinâmica de aprender área e perímetro de figuras planas a partir de situações concretas e lúdicas	desenvolver habilidades dos alunos para calcular a área de figuras planas, cálculo de perímetro e compreender a importância de área e perímetro no cotidiano
Dahm (2019)	Área e perímetro de figuras geométricas planas: percepções e criações através de malha quadriculada e o <i>software</i> geogebra	Compreender os argumentos dos envolvidos utilizados no desenvolvimento das atividades sobre área e perímetro de figuras geométricas planas; Perceber que ferramentas os alunos usaram no desenvolvimento de sua linguagem e como avançaram em busca de um modelo genérico para o cálculo de área de figuras como o quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio; Incentivar os discentes a estruturarem seu pensamento matemático depois de suas descobertas.
Vasconcelos (2019)	Abordagem prática dos conceitos de área e perímetro a partir da planta baixa de uma escola	Investigar os conceitos de área e perímetro por meio de uma proposta de atividades, que busca demonstrar de forma prática tais conceitos por meio do desenvolvimento da planta baixa (croqui) de uma escola, permitindo aos alunos a compreensão da importância desses conteúdos em seu cotidiano
Amâncio (2020)	estudo do cálculo de áreas de figuras planas baseado em estratégias de resolução de problemas matemáticos	analisar, no contexto das aulas de Matemática do Ensino Fundamental, a possibilidade de se desenvolver práticas de aprendizagem de áreas de figuras planas, baseada em problemas

Araújo (2020)	Uma proposta didática para o Ensino de Perímetro e Área no Ensino Fundamental I	Apresentar uma situação didática em forma de Oficinas, com medições de perímetro e área e, utilização de fórmulas para comprovação das medições.
Ensino de área de figuras planas		
Autor/ ano	Título	Objetivo
Silva (2015)	A utilização do Multiplano no ensino de geometria para alunos do ensino fundamental com deficiência visual	Propor uma abordagem da Geometria Plana, através do Multiplano
Splett (2015)	Inclusão de alunos em classes regulares e o processo de ensino e aprendizagem de matemática	Identificar e analisar as principais dificuldades enfrentadas por professores de matemática que tem alunos cegos incluídos em suas salas de aula.
Oliveira (2019)	Inclusão de deficientes visuais no ensino de Geometria Plana	A inclusão de alunos com deficiência visual no aprendizado de Matemática

Fonte: dados da pesquisa, 2023.

1.1. O ensino de área de figuras planas em pesquisas experimentais e os recursos que estão sendo usados no ensino de área.

Para essa sessão foram selecionadas produções textuais conforme os seguintes critérios: a) ser uma tese ou dissertação, b) ter sido produzida ou aplicada no período de 2015 a 2023, c) ser uma pesquisa experimental realizada com alunos, d) ser uma pesquisa volta para o ensino de área de figuras planas.

Assumpção (2015) traz em sua pesquisa uma sequência de atividades para o ensino de área e perímetro de figuras planas sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica, usando o *software* GeoGebra como recurso didático para aplicação da atividade.

A pesquisa foi realizada com duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual do município de Toropi, RS, participaram da pesquisa cerca de 30 alunos. A sequência de atividades foi constituída de três blocos, o bloco 1, contendo 8 questões, abordou “os modos de ver contornos fechados, ou seja, unidades figurais 2D”, “diferenciação de contornos e de regiões internas limitadas por esses contornos e atividades de comparação de áreas de figuras planas” (Assumpção, 2015, p. 64).

O bloco 2, foi composto por 10 questões, abordando a correspondência entre áreas e números; o bloco 3, foi composto por 7 questões, este bloco teve por objetivo retomar e consolidar os conteúdos abordados nos blocos anteriores: “a exploração de aspectos relativos à comparação, decomposição e reconfiguração de figuras planas”, “procedimentos numéricos para obtenção do valor do perímetro e da área de quadrados e retângulos” (Assumpção, 2015, p.130).

Assumpção (2015, p. 207) afirma com base nos dados da sequência de atividades aplicada a possibilidade de articulação da teoria de registros de representação semiótica com o uso do *software* GeoGebra, tendo em vista que “atividades elaboradas viabilizaram a coordenação de diferentes registros de representação semiótica”.

Em Assumpção (2015) observamos que a metodologia usada por na aplicação da sequência de atividades possibilitou os alunos “explorar as características dos conceitos matemáticos perímetro e área de polígonos, associados a cada registro (língua natural, figural e numérico)”, “conhecer várias possibilidades de representações figurais e investigá-las através do processo de visualização e tratamentos figurais”.

Souza (2015) desenvolveu uma proposta de ensino usando o desenho geométrico a fim de ensinar áreas de figuras, a sequência didática desenvolvida pela pesquisadora foi composta por 12 questões de área figuras planas, sendo todas retiradas de provas da OBMEP, envolvendo o cálculo de área de triângulos, quadrados, retângulos, losango, trapézios e paralelogramos.

Souza (2015) trouxe em sua pesquisa o uso do Desenho Geométrico como ferramenta significativa no ensino de área de figuras planas, fugindo da repetição e memorização de fórmulas, abordando a contextualização e representação geométrica de figuras planas.

A pesquisa foi realizada com uma turma do Curso de Informática do Centro Territorial de Educação Profissional do Agreste de Alagoinhas/ BA (SOUZA, 2015, p.50). Ao dar início a pesquisa foi aplicado um teste de Sondagem para verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo, no decorrer dos encontros a pesquisadora propôs e orientou os alunos na construção de figuras planas, assim os

alunos não sentiram dificuldades ao trabalhar as demonstrações das fórmulas para o cálculo de áreas do triângulo, o retângulo, o quadrado, o paralelogramo e o trapézio.

Na fase de construção e desenho, foram realizadas 10 atividades, onde foi pedido aos alunos que desenhasssem com auxílio de régua e compasso, as seguintes figuras: um triângulo ABC dadas as medidas de seus lados: $AB = 7\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$ e $AC = 4\text{cm}$; um paralelogramo de lados medindo 6cm e 4cm ; uma reta e um ponto fora dela e uma reta paralela à reta dada que passe por esse ponto; uma reta qualquer e uma reta perpendicular a esta reta; um quadrado de lado 5cm ; um retângulo de lados 8cm e 5cm ; um trapézio de base maior = 10cm , a menor = 5cm , um dos lados oblíquos = 4cm e sua altura = 3cm ; um ângulo qualquer e determinar sua bissetriz; um segmento AB e sua mediatriz; uma circunferência de centro O e $A \in \lambda$ um ponto qualquer e uma reta tangente a λ no ponto A.

Segundo Souza (2015) a construção dessas figuras preparou os alunos para o próximo passo: entender como deduzir e calcular a área figuras planas. Conforme Souza (2015, p. 65) o uso do Desenho Geométrico no ensino de área de figuras planas, “contribui no desenvolvimento das habilidades de raciocinar e organizar dados matemáticos”, além de facilitar o reconhecimento de “uma figura geométrica plana pelas suas propriedades e a relacionar propriedades entre figuras”.

Silva (2016) abordou em sua pesquisa o ensino de área de figuras planas por meio de materiais manipulativos e *software*. Embasada pelos estudos de Douady e Perrin-Glorian acerca das concepções numéricas e geométricas de área (1989) e na Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida de Gérard Vergnaud (1996). Participaram da pesquisa 12 estudantes de uma turma do 6º ano de uma escola pública do estado de Pernambuco. A pesquisa foi dividida em dois momentos: familiarização e dispositivo central.

Na etapa de familiarização os participantes/ alunos a um conjunto de tarefas de familiarização com os materiais e recursos necessários à resolução das tarefas propostas na próxima fase, esta etapa foi dividida em dois ambientes, um chamado de não digital e outro de digital, na etapa de Dispositivo Central foi usado o app Apprenti Géomètre para resolver problemas de geometria.

A primeira fase foi constituída de nove tarefas, quatro em ambientes não digital e cinco em ambiente digital, as tarefas tiveram como objetivo: Reprodução na malha

quadriculada; Isometrias na malha pontilhada quadrada; Composição de figuras Ambiente; Exploração livre do *software*; Complementação de figuras e Reprodução de figura. Na segunda fase foi realizada a aplicação de cinco tarefas tendo como finalidade resolver problemas de Situação de comparação de área; Situação de medida de área; Situação de medida de área e mudança de unidade e Situação de produção de superfície.

Segundo Silva (2016) o uso do *Software* Apprenti Géomètre 2 como ferramentas de decomposição e recomposição de figuras ampliou a possibilidade de resolução de algumas tarefas de comparação de área. Silva (2016) aponta que a escolha desse programa se deu em virtude das comparações com os demais ambientes evidenciar que a construção de figuras nesse ambiente é mais precisa. O autor aponta que a utilização de uma pluralidade de recursos mostrou-se importante na resolução de tarefas sobre área pelos alunos do 6º ano.

Acerca das atividades no ambiente não digital Silva (2016) afirma que os alunos adquiriram conhecimentos úteis para a resolução das tarefas do dispositivo central:

[...] ambiente não digital, no qual os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar com a malha quadriculada, com a malha isométrica, com reprodução de figuras, com quebra-cabeças e com composição de figuras. Pudemos perceber nesse ambiente por meio das respostas dadas às quatro tarefas que os alunos adquiriram conhecimentos úteis para a resolução das tarefas do dispositivo central da pesquisa sobre área, no que diz respeito à posição relativa de uma figura, às transformações isométricas do plano (rotação, translação e reflexão) e à composição de figuras (Silva, 2016, p.255).

Silva (2016) aponta como conhecimentos adquiridos por meio do dispositivo central: processos de decomposição, recomposição, justaposição e as transformações isométricas do plano. Segundo o autor, ambos os ambientes de estudos proporcionaram resultados positivos na pesquisa, além da ampliação das possibilidades de procedimentos de resolução de questões de áreas.

Cardoso (2018) objetivou em sua pesquisa o ensino de área e perímetro de figuras planas por meio de atividades mediadas por malhas quadriculadas, desenvolveu em sua pesquisa uma sequência didática sob a luz da engenharia didática.

A pesquisa foi realizada com 21 alunos do 8º ano do ensino fundamental de escola do município de Ananindeua/ PA. Tendo em vista que a pesquisa foi construída com base na engenharia didática na fase de análises prévias, objetivando de conhecer suas principais dificuldades dos alunos em relação ao ensino de área de figuras planas, o autor realizou a aplicação de um questionário, que foi respondido por 100 alunos.

Foram desenvolvidas e aplicadas um conjunto de 13 (treze) atividades e 01 (um) jogo, a pesquisa ocorreu em 11 seções sendo a primeira referente a aplicação do questionário e do pré-teste, da 2ª - 9ª seção foram realizadas as atividades de experimentação e 10ª seção a aplicação do jogo educativo e 11ª a aplicação do pós-teste. O pré-teste e o pós-teste foram compostos por 10 questões envolvendo o cálculo da área de triângulos e quadriláteros, no abaixo temos as atividades desenvolvidas na fase de experimentação.

Quadro 2 - Atividades desenvolvidas por Cardoso (2018)

Atividade		Objetivo
1	O metro quadrado	Apresentar o metro quadrado
2	Medir utilizando o metro quadrado e introdução ao conceito de área	Fazer comparações utilizando o metro quadrado
3	Área do retângulo	Descobrir uma maneira prática de determinar a área do retângulo
4	Área do quadrado	Descobrir uma maneira prática de determinar a área do quadrado
5	Área do paralelogramo	Descobrir uma maneira prática de determinar a área do paralelogramo
6	Área do triângulo	Descobrir uma maneira prática de determinar a área do triângulo
7	Área do losango	Determinar uma maneira prática de determinar a área do losango
8	Área do trapézio	Determinar uma maneira prática de determinar a área do trapézio
9	Área de figuras regulares e irregulares utilizando a fórmula de Pick	Validar o cálculo de áreas de figuras regulares o Teorema de Pick para figuras irregulares
10	O valor de pi	Descobrir o valor de π através da relação entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro
11	Área do círculo	Descobrir uma relação entre a área do círculo e seu raio
12	Submúltiplos do metro quadrado	Descobrir uma maneira prática de relacionar o metro quadrado com seus submúltiplos
13	Múltiplos do metro quadrado	Descobrir uma maneira prática de relacionar o metro quadrado com seus múltiplos

Jogos	Atividades de fixação
-------	-----------------------

Fonte: Cardoso, 2018.

Conforme Cardoso (2018, p. 334, 335) o ensino de área de figuras planas por meio de atividade experimentais “despertou nos estudantes o desejo de conseguir realizar a atividade”, onde o pesquisador observou os alunos enfrentando as dificuldades evoluindo a cada resolução de questão. Segundo o autor a maioria dos alunos conseguiram “redescobrir e enunciar as fórmulas para o cálculo de medida de área de figuras planas” e “obter os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado” de forma que os objetivos da pesquisa foram alcançados.

Silva (2018) visou em sua pesquisa o ensino de área de figuras planas por meio de uma sequência de atividades baseadas no modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico. A sequência de atividades foi aplicada em uma turma de 7º ano do ensino fundamental, de uma Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental do município de Santarém, participaram da pesquisa 41 alunos, com faixa etária entre 10 e 16 anos, sendo a maioria com idade de 12 anos.

Segundo Silva (2018, p. 30) a metodologia de Van Hiele, determina que o processo de aprendizagem aconteça em cinco fases de aprendizagem sendo “respectivamente: interrogação ou informação; orientação dirigida; explicação; orientação livre; e integração”. Dessa forma, a pesquisa ocorreu em cinco fases.

A primeira fase (Interrogação ou Informação) aplicou-se um teste de sondagem, “composto por quatro questões, todas subdivididas em itens”, nessa fase os alunos deveriam classificar figuras “quadriláteros, triângulos, triângulos retângulos, retângulos, quadrados, paralelogramos, losangos” de acordo com seus lados ou ainda as que “não se enquadraram em nenhuma dessas categorias”, representassem por fração a parte destacada de algumas figuras, calculassem a área de figuras planas, e realizassem o cálculo de área em malhas quadriculadas (Silva, 2018, p. 30, 31).

Na segunda fase (orientação dirigida) ocorreu a aplicação da atividade 1, tendo como objetivo familiarizar os alunos com o conceito de área, essa fase foi composta por seis questões simples com respostas objetivas envolvendo a construção de figuras em malhas quadriculadas e o cálculo de área; na terceira fase (explicação)

ocorreu a socialização das atividades produzidas, onde o professor fez questionamentos sobre a atividade a fim de instigar os alunos.

Na quarta fase (orientação livre) ocorreu a aplicação da atividade 2, composta por uma questão uma atividade subdividida em cinco itens, envolvendo o cálculo de área de figuras planas em malhas quadriculadas: losango, trapézio, hexágono, estrela, círculo.

Na quinta fase (Integração) ocorreu a síntese das atividades, onde o professor fez um resgate do que fora visto nas fases anteriores e “fez uma síntese do conteúdo”, fez “associações com as atividades realizadas anteriormente”, “expôs as fórmulas utilizadas para calcular as áreas de um retângulo e de um triângulo” e lembrou que a área de alguns polígonos pode ser calculada mediante a manipulação/divisão desse polígono em figura conhecidas como triângulos e retângulos (Silva, 2018, p. 77).

Observamos que a metodologia de Van Hiele, proporcionou resultados positivos na aplicação da sequência de atividades para o ensino de área, tendo em vista que na comparação das atividades 1 e 2 notou-se a evolução dos participantes, segundo Silva (2018, p. 81) a “a maioria deles compreendeu como calcular a área de uma figura plana, principalmente, do retângulo e do triângulo”, o autor ressalta ainda que ao trabalhar a metodologia Van Hiele de maneira adequada, torna-se a “aprendizagem significativa para aluno, consolidando o processo de aprendizagem”.

Teixeira (2018) trouxe em sua pesquisa o ensino de geometria de forma dinâmica, utilizando material concreto e lúdico, tendo como objetivo “desenvolver habilidades dos alunos para calcular a área de figuras planas, cálculo de perímetro e compreender a importância de área e perímetro no cotidiano” (Teixeira, 2018, p.19).

A pesquisa de Teixeira (2018) tem cunho qualitativo e foi composta por um questionário, pré-teste, sequência didática e um pós-teste. A pesquisa foi realizada com professores de matemática e duas turmas de 1º ano do ensino médio de uma escola Estadual da cidade de Bom Jesus do Itabapoana, RJ.

O questionário foi respondido por professores e alunos e teve por objetivo investigar quais metodologias eram usadas pelos professores e identificar o interesse pela geometria e em qual metodologia os alunos receberam anteriormente, o pré-teste foi aplicado nas duas turmas de 1º ano e teve por objetivo sondar os conhecimentos

prévios acerca da Geometria, o pré-teste foi composto por 5 questões envolvendo raio, perímetro e área.

A sequência didática foi composta por quatro atividades e dois jogos interativos, nos quais abordou-se número Pi, área e perímetro de figuras planas, os jogos trabalhados foram Jogo dominó e jogo twister envolvendo perímetro e área.

Quadro 3 - Atividades desenvolvidas por Teixeira (2018)

Atividade	Objetivo	Materiais
1 Descobrir o valor do número pi	Verificar conceitos de raio, diâmetro, comprimento da circunferência e o valor do número pi.	Uma bicicleta; objetos redondos encontrados na escola; Folha de atividades; régua; barbante; tesoura; calculadora; folha para registro.
2 Trabalhando Área	Calcular área das figuras planas.	Folha de atividades; cola; papel colorido; régua; tesoura; folha para registro
3 Trabalhando Área e Perímetro	Calcular o perímetro, área das figuras planas e retirar medidas.	Folha de atividades; régua grande ou um metro; folha para registrar
4 Trabalhando Área com material concreto	Calcular o perímetro, área das figuras planas, retirando medidas e conservação do patrimônio público	Folha de atividades; régua grande ou um metro; folha para registro.

Fonte: Texeira, 2018

Segundo Teixeira (2018, p. 54) as atividades e jogos tiveram como objetivo “analisar se houve mudança significativa na aprendizagem após a aplicação destes aos alunos”. Ao final da pesquisa constatou-se resultados positivos ao trabalhar o ensino de área usando materiais didáticos concretos, manipuláveis e lúdicos, nos quais os dados revelam um aprendizado significativo dos conceitos abordados.

Em Dahm (2019) temos uma sequência de atividades para o ensino de área e perímetro de figuras geométricas por meio de malha quadriculada e o *software* geogebra. A pesquisa é resultado de um estudo piloto desenvolvido em 2017 com uma turma de 7º ano ensino fundamental de uma escola da cidade de Lajeado, após analisar os dados e reorganizar algumas questões, aplicou-se o projeto final em 2018, onde participaram 60 alunos de duas turmas de 7º ano do ensino fundamental da mesma escola.

A sequência de atividades objetivou “investigar uma abordagem de ensino e aprendizagem sobre área e perímetro de figuras geométricas planas” por meio dos recursos malha quadriculada e *software* Geogebra, no qual esperava-se que

“estudantes encontrassem fórmulas para o cálculo de área de quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézio” (Dahm, 2019, p. 32). A sequência de atividades foi composta por 9 atividades, como mostra o quadro 4.

Quadro 4 - Atividades desenvolvidas por Dahm (2019)

Atividade	Tema	Questões	Recursos
Inicial	envolvendo noções experimentais de área e perímetro de figuras geométricas planas	10	Questões discursivas e malhas quadriculadas
1	envolvendo abordagem inicial do conceito de área e perímetro	3	questões discursivas e questões no geogebra
2	envolvendo estudo de fórmulas	5	questões discursivas e questões envolvendo desenho de quadriláteros e triângulos
3	Envolvendo o desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos paralelogramos	5	Questões discursivas e de construção de figuras <i>software</i> Geogebra
4	envolvendo o desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos triângulos	6	Questões discursivas e de construção de figuras <i>software</i> Geogebra
5	Envolvendo o desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos losangos	6	Questões discursivas e de construção de figuras <i>software</i> Geogebra
6	Envolvendo o desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos trapézios,	6	Questões discursivas e de construção de figuras <i>software</i> Geogebra
7	Envolvendo a aplicação dos conceitos de perímetro e área de figuras geométricas planas	8	Cálculo de perímetro e área no geogebra
8	Envolvendo a aplicação dos conceitos aprendidos envolvendo as fórmulas descoberta	2	Cálculo de perímetro e área no geogebra

Fonte: Dahm, 2019

Em Dahm (2019, p.171, 172) observamos que sequência de atividades para o ensino de área e perímetro de figuras geométricas por meio de malha quadriculada e o *software* geogebra “provocou intensa participação dos estudantes”, “relações de experiências e de incentivo para os alunos participarem dessas vivências de aprendizagem”, “os estudantes se divertiram e aprenderam” com a proposta de ensino.

Vasconcelos (2019) teve por finalidade em sua pesquisa uma sequência didática para o ensino de áreas e perímetros. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola de ensino fundamental do município de Muriaé, Minas Gerais, a sequência de

atividades foi aplicada em duas turmas de sexto ano e contou com a participação de 54 alunos.

A sequência didática produzida por Vasconcelos (2019) foi constituída de pré-teste, atividades experimentais e pós-teste. O pré-teste foi composto por 10 questões, que tinham por objetivo diagnosticar o conhecimento prévio e possíveis dificuldades referente ao conteúdo de áreas e perímetro, a atividade experimental foi composta, por aula 3 aulas expositiva tendo como suporte o livro didático, utilizando conceitos e exercícios presentes no mesmo além de sete atividades, o pós-teste também continha 10 questões.

Quadro 5 - Sequência de atividades de Vasconcelos (2019)

Atividade		Objetivo
O 1	Calculando áreas e perímetros	Desenvolver e aprofundar os conceitos de área e perímetro relacionados ao seu cotidiano.
02	Área dos ambientes	Analisar e identificar seus cômodos e fazer os cálculos das áreas de cada ambiente das casas.
03	Medidas da sala de aula	Manusear os instrumentos de medidas e assim ampliar o conhecimento dos assuntos propostos por este trabalho.
04	Representando ambientes	Orientar os alunos para a próxima atividade, de maior complexidade, que seria aplicada posteriormente
05	Atividade Prática: Medições	Despertar o interesse dos discentes pelo conteúdo proposto
06	Atividade Prática: Planta Baixa	Usar os conhecimentos de áreas e perímetro e fazer a representação da planta baixa da escola em papel quadriculado
07	Atividade Planta da Escola	Realizar cálculo da área das salas de aula e de outros ambientes.

Fonte: Vasconcelos, 2019

Segundo Vasconcelos (2019) os alunos mostraram grande interesse e foram participativos a maior parte do tempo da realização do trabalho, as atividades práticas promoveram interação e colaboração dos participantes e permitiu o aprofundamento do conteúdo. Vasconcelos (2019) acredita que o ensino de forma lúdica através das vivências do cotidiano do aluno se mostrou um meio facilitador do processo de ensino e aprendizagem.

A escolha do tema trabalhado mostra a grande importância das atividades com experimentos de medidas na sala de aula, pois assim os alunos podem vivenciar na prática situações do cotidiano. Acredita-se que as atividades propostas por este trabalho facilitem a aprendizagem do educando de maneira significativa, criativa e precisa (Vasconcelos, 2019, p. 122).

Os resultados da pesquisa desenvolvida por Vasconcelos (2019) revelam que o uso de atividades práticas de medições e elaboração de plantas baixas foi um recurso que facilitou e tornou significativa a aprendizagem dos conceitos de área e perímetro. De forma que a pesquisa foi sucedida de resultados positivos e os objetivos foram alcançados.

Em Amâncio (2020) encontramos o ensino de área de figuras planas por meio de Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), no qual a pesquisa teve por objetivo “analisar, no contexto das aulas de Matemática do Ensino Fundamental, a possibilidade de se desenvolver práticas de aprendizagem de áreas de figuras planas, baseada em problemas” (Amâncio, 2020, p. 21).

Amâncio (2020) desenvolveu uma pesquisa de cunho qualitativo, utilizou como instrumento para coleta de dados entrevistas semiestruturada, diálogos no grupo de interação do WhatsApp, maquetes produzidas pelos estudantes, para analisar os dados o autor usou a análise de conteúdo com base em Bardin (2016), Rodrigues (2019) e Franco (2018).

A pesquisa foi realizada em uma escola privada do município de Olho D'Água das Flores, Alagoas, contou com a participação de 20 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II, com faixa etária entre 10 e 11 anos. A coleta de dados da pesquisa se deu em cinco etapas.

Na primeira etapa os alunos desenvolveram questões, esta etapa teve objetivo “compreender mediante as resoluções feitas pelos alunos, quais foram as estratégias utilizadas no momento de resolução dos problemas”. Na segunda etapa foi realizada “a resolução das questões da primeira etapa reestruturada com materiais manipuláveis” a fim de “verificar como os alunos resolvem as questões a partir das suas modificações com utilização dos materiais manipuláveis” e “suas estratégias de resolução dos problemas” (Amâncio, 2020, p. 68).

Na terceira etapa foram disponibilizados aos alunos por meio do grupo de WhatsApp vídeos, (esses vídeos haviam sido gravados por alunos colaboradores de outra turma). Na quarta etapa foi feita apresentação dos problemas produzidos pelos alunos, onde apresentou-se um problema da realidade que os alunos já tinham vivenciado. A quinta e última etapa foi a realização de uma entrevista semiestruturada

com intuito de “analisar a experiência dos alunos durante o desenvolvimento desse estudo” (Amâncio, 2020, p. 68).

Essas entrevistas foram úteis para a verificação da visão dos alunos sobre as contribuições da metodologia. Os resultados das etapas da pesquisa possibilitaram a criação de um produto educacional, que tem como proposta a “inserção de recursos que promovam motivação, interação, criatividade, a busca por estratégias de resolução de problemas” (Amâncio, 2020, p. 68).

Conforme Amâncio (2020, p.97) os dados da pesquisa revelam que o uso de “diferentes recursos didáticos e metodologia de ensino favoreceu a compreensão dos alunos sobre áreas de figuras planas”. Além disso foi possível “verificar as potencialidades das metodologias ativas”, no qual constatou-se que “utilização desses recursos como forma de tornar suas aulas inovadoras e atrativas”, tornando as aulas mais atrativas e despertando no aluno o interesse em participar da construção do conhecimento (Amâncio, 2020, p. 99).

Araújo (2020) desenvolveu em sua pesquisa uma proposta de ensino por meio de uma Sequência Didática para o ensino de Perímetro e Área das Figuras Planas. A sequência didática foi composta por um pré-teste, oficinas e pós-teste, participaram da pesquisa 66 alunos, de duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal na cidade de Bonito – PE.

O pré-teste foi aplicado com objetivo de sondar o conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo, sendo composto por 10 questões envolvendo medidas de raio, comprimento de circunferência, área de circunferência, perímetro e área de triângulos e quadriláteros.

Araújo (2020, p. 44) usou como materiais para a oficina: Cartolinas guaches e E.V.A., régua, tesoura, compasso, par de esquadros e barbante, duas tabelas, a primeira para anotar medição das dimensões (largura, comprimento, lados e diâmetro) e medidas e a segunda para anotar o perímetro das figuras das figuras planas construídas, e Geoplano Tradicional e Geoplano Circular.

A oficina foi constituída de quatro momentos, no primeiro momento foi feita a explanação do conteúdo (Perímetro e Área de Figuras Planas), seguido pela

construção das figuras em cartolina guache ou E.V.A, seguido pela anotação das medidas na primeira tabela.

O segundo momento destinava-se a medição do contorno das figuras com barbante e régua, para preencher a segunda tabela (medida do perímetro), nessa fase da pesquisa foi preciso a intenção da pesquisadora, visto que os paralelogramos construídos pelos alunos, não tinham lados opostos paralelos, sendo necessário trabalhar construção de paralelas e construção de ângulos retos.

No terceiro momentos os alunos fizeram as medições dos contornos das figuras, e realizaram o cálculo do perímetro das figuras construídas com as informações da primeira tabela e comparam com os dados da segunda tabela, os também foram desafiados a calcular a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro da mesma, onde alguns chegaram a valores bem próximos de 3, 14, valor aproximado de π .

E no quarto momento da oficina foi feita a construção de figuras planas Geoplano Tradicional, e no geoplano circular, no geoplano tradicional os alunos construíram: uma figura com perímetro de 10 unidades; uma figura com 8 unidades de área; um triângulo isóscele; um triângulo com 10 unidades de área; um retângulo com 14 unidades de área; um quadrado com 25 unidades de área. No geoplano circular foi pedido aos alunos para construírem: construir um círculo e identificar seus elementos (raio, diâmetro e cordas), calcular o comprimento da circunferência construída (Araújo, 2020, p. 49).

O pós-teste foi composto por 7 questões envolvendo comprimento, área de circunferência, área de figuras planas em malhas quadriculadas, o pós-teste foi feito em cima dos temas que os alunos tiveram dificuldade no Pré-Teste.

Segundo Araújo (2020) a oficina de construção de figuras planas e medição de contornos, possibilitou aos alunos o desenvolvimento de habilidades e competências, onde foi possível perceber um número de acertos relevantes entre o pré-teste e pós teste, de forma que a sequência proposta trouxe uma contribuição significativa no aprendizado de área e perímetro de figuras planas.

1.2. O ensino de área para alunos cegos

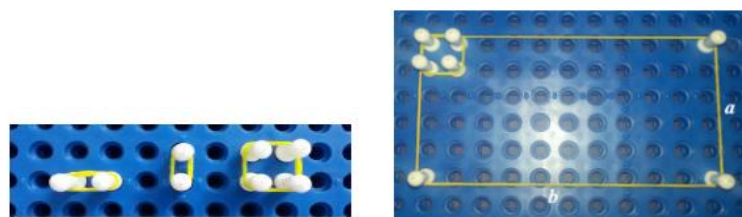
Acerca das produções envolvendo o ensino de área para alunos cegos estes foram os critérios definidos para a seleção das produções textuais: a) ser uma tese ou dissertação; b) ter sido produzida ou aplicada no período de 2015- 2023; c) ser uma pesquisa propositiva ou experimental com foco no aluno; d) abordar o ensino de área de figuras planas; e) trazer uma abordagem inclusiva, no ensino de alunos cegos.

Silva (2015) abordou em sua pesquisa o uso do Multiplano para o ensino de área para alunos cegos. Para Silva (2015) o multiplano é uma alternativa de ensino de Geometria Plana tanto para alunos invisuais quanto para os alunos visuais, ao propor tal ferramenta o autor acredita em uma aprendizagem mais significativa como no despertar do interesse do aluno pela geometria.

A pesquisa de Silva (2015) abrange duas vertentes o ensino para cegos, onde o autor apresenta definições, classificações de deficiência visual, leis, diretrizes, decretos e portaria, que asseguram a educação inclusiva, o sistema Braille, e a ferramenta Multiplano, onde o autor apresenta diversos conteúdos de Geometria através do Multiplano, dentre estes conteúdos estão: Conceitos Básicos de Geometria Plana; Triângulo; Quadriláteros; Polígonos; Cálculo de Áreas; Teorema de Pitágoras; Teorema de Tales.

Tendo em vista que nossa pesquisa tem em foco o ensino de áreas, nos atentamos ao capítulo no qual o conteúdo foi apresentado. O autor usa o multiplano para demonstrar como o conteúdo seria ensinado em sala de aula. Silva (2015, p. 41) definiu como unidade de comprimento “um segmento de reta composto por dois furos consecutivos” seja na horizontal ou vertical, podendo ser usando como comprimento/ base, largura ou altura de uma figura, para a unidade de área o autor adotou “uma superfície quadrada delimitada por quatro furos”. Para delimitar a figura desejada, usa-se elásticos.

Figura 1 - Medida de comprimento e área e retângulo



Fonte: Silva (2015, p. 42).

Na segunda figura acima temos um retângulo no multiplano, conforme Silva (2015) para calcular área desse retângulo é preciso preencher sua superfície com os pinos e depois quantificar quantas unidades de área foram necessárias para cobri-lo completamente.

Silva (2015) aponta que em algumas figuras não é possível usar tal tática, devido os ângulos internos das figuras não serem retos, como é o caso do losango, paralelogramo, triângulos e os trapézios. Para esse caso, Silva (2015) orienta a decomposição das figuras em figuras que são mais fáceis de calcular a área como quadrado ou retângulo.

Silva (2015) conclui em sua pesquisa que o multiplano é um recurso que possibilita o ensino de geometria tanto para alunos visuais, quanto invisuais de forma interativa e inclusiva, além disso o autor afirma que o uso de tal instrumento no ensino permite que o aluno possa desenvolver o senso crítico, entender, compreender os conteúdos abordados e não apenas memorização de fórmulas.

A pesquisa de Splett (2015) buscou identificar e analisar quais as dificuldades enfrentadas por professores e alunos cegos no processo de ensino de matemática de alunos cegos em turmas regulares. A pesquisa é composta por um breve relato histórico acerca do processo de inclusão, pressupostos teóricos subsidiaram à pesquisa, descrição de recursos e as tecnologias assistivas disponibilizadas aos alunos cegos, descrição e análise de uma sequência didática.

A pesquisa contou com a participação de dois professores de matemática que tinham em suas turmas alunos com deficiência visual, uma educadora especial, um aluno com cego, que foi chamado na pesquisa por um psd nome (Carlos) da turma do 8º ano, e uma turma de 8º ano do ensino fundamental. Para a realização da pesquisa foram utilizados questionários, entrevistas e a sequência didática desenvolvida.

O questionário foi respondido pelos professores de matemática, um do 8º ano e outro do 9º do ensino fundamental, tendo por finalidade identificar quais eram as dificuldades de ensinar matemática para alunos cegos, os professores apontaram como maior dificuldade o desenvolvimento de atividades que possam promover a interação e inclusão dos alunos cegos.

A entrevista foi realizada com a educadora especial tendo como finalidade compreender quais recursos ela utilizava para promover a inclusão dos alunos cegos nas classes regulares, como também entender como é desenvolvido trabalho conjunto entre professores e educadores especiais. Por meio desta entrevista foi possível perceber que a escola em questão vem desenvolvendo há algum tempo educação de forma inclusiva, buscando sempre orientar e manter os professores na perspectiva de educação inclusiva.

Fato constatado pela pesquisadora ao se deparar com os recursos disponíveis na escola para auxiliar no processo de ensino e aprendizado de alunos cegos. A escola dispõe de máquinas Braille, notebooks para alunos não alfabetizados em braille, textos em Braille, além de outros materiais construídos pela educadora especial.

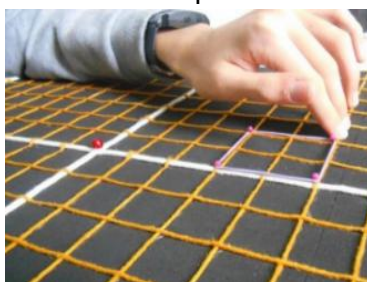
Splett (2015) trabalhou em sua sequência didática conceitos de geometria como cálculo de áreas e perímetros de figuras planas regulares, identificação de pontos e a construção e análise de gráficos, para trabalhar esses conceitos a pesquisadora construiu materiais adaptados para alunos cegos, onde foi construído um plano cartesiano. A autora aponta ainda que o material pode ser usado para ensinar outros conceitos geométricos como reta, ângulo e distância.

No primeiro encontro com Carlos, foi-lhe dada a oportunidade de conhecer e se familiarizar com o material antes de desenvolver as atividades com a turma toda do 8º ano, o aluno não sabia o que era um plano, então foi preciso explicar do que se tratava.

Após explicar o plano cartesiano, foi construído no plano figuras utilizando alfinetes e um elástico para que o aluno identificasse os pontos que constituiu a figura, em seguida o aluno foi questionado sobre o conceito de área e perímetro, onde o aluno revelou não ter conhecimento, de forma que a pesquisadora mostrou ao aluno estes conceitos utilizando o plano.

O plano cartesiano foi usado pelo professor de matemática do 8º ano em sala de aula para exploração dos conceitos geométricos, onde o professor dividiu a turma em vários grupos de quatro alunos e cada grupo recebeu um plano cartesiano para explorar o conteúdo ministrado, foi explorado o conceito de ponto, identificação das características de figuras planas, unidades de área (quadrados) e unidades de comprimento correspondentes a superfície e contorno das figura representadas, identificação dos quadrantes.

Figura 2 - Quadrado no plano cartesiano



Fonte: Splett (2015, p. 53)

Segundo Splett (2015) ensinar matemática para alunos cegos requer contato direto com o conteúdo ensinado. O uso de materiais concretos e manipuláveis, possibilita integração, inclusão e maior participação dos alunos, além de permitir que o aluno cego “sinta” o que está sendo ministrado, de forma que o ensino se torna mais prazeroso e o aluno consegue compreender os conceitos matemáticos.

Oliveira (2019) traz em sua pesquisa o ensino de geometria plana para alunos com deficiência visual, onde mostra a elaboração de um material desenvolvido para ensinar os conceitos de ângulos, polígonos e áreas. A pesquisa foi aplicada em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental no qual havia uma aluna com deficiência visual.

Tendo em vista que nossa pesquisa investiga o ensino de áreas de figuras planas, evidenciaremos apenas o capítulo no qual a autora apresenta o ensino de área. Oliveira (2019) usou como materiais para construção do recurso didático: placa de papelão (material firme), folha em E.V.A. e velcro.

Oliveira (2019) apresenta no decorrer do capítulo de ensino de área o estudo e a obtenção das fórmulas para calcular áreas de alguns polígonos. Material concreto e

situação problema forma os principais recursos usados pela pesquisadora para melhor entendimento e aprendizado do conteúdo.

Oliveira (2019) iniciou os estudos de área, apresentando o conceito de área associado a polígonos convexos em geral, em seguida considerou casos específicos para obter as fórmulas de área. Percebemos a demonstrações de áreas de forma matemática e prática no qual a pesquisadora utiliza o material concreto para ensinar o aluno chegar às fórmulas de áreas.

Conforme Oliveira (2019) após as demonstrações dos cálculos para chegar às fórmulas de áreas, o professor deve recortar em E.V.A. paralelogramos, triângulos, trapézios, losangos e pedir para que o aluno realizar a medição dos lados, altura, e calcular área da figura, esse exercício ajuda o aluno a fixar o conteúdo, um outro recurso válido para esse exercício de fixação a utilização de situações problemas do cotidiano do aluno.

Figura 3 - Recortes de quadriláteros



Fonte: Oliveira (2019, p. 51, 52, 53).

Oliveira (2019) conclui que existem diversas maneiras de fazer o aluno nutrir interesse, explorar, e construir conhecimento, que é dever do professor despertar a curiosidade do aluno para o ensino, o ensino de geometria para alunos cegos e visuais depende dos estímulos que o professor gera no aluno durante em sala de aula. Ainda segundo Oliveira (2019) o uso de materiais concretos no ensino de matemática promove interatividade e desperta o interesse do aluno pelo conteúdo.

A revisão de literatura revelou que os principais instrumentos utilizados para trabalhar área de figuras planas são: softwares como Geogebra e Apprenti Géomètre 2, desenho geométrico, materiais manipuláveis, malhas quadriculadas, sequências didáticas, material concreto e lúdico, Aprendizagem Baseadas em Problemas. As

pesquisas sobre o ensino de área para alunos cegos mostraram que os principais recursos utilizados para o ensino de área de pessoas cegas são: Multiplano, plano cartesiano em alto relevo e recorte de figuras em EVA ou outros materiais.

2. ASPECTOS CURRICULARES DE ÁREA

O tópico áreas está inserido na grade curricular pré-estabelecida pelos documentos oficiais como PCN e BNCC, além de fazer parte de descritores de provas de avaliação em larga escala como ENEM, SISPAE, e Prova Brasil.

2.1. Área nos PCN

No PCN o conteúdo de áreas faz parte da área de ensino da matemática: Grandezas e Medidas, onde o aluno deve ter conhecimento prévio das grandezas de medidas de área e perímetro, tendo condições de identificar unidades usuais de medida como metro, centímetro, quilômetro, metro quadrado. No terceiro ciclo do ensino fundamental ao ensinar área e perímetro de figuras subentende-se que o aluno tenha conhecimento das figuras planas, sabendo classificá-las de acordo com seus lados e ângulos.

Os conteúdos relacionados a área da unidade temática medidas e grandezas conforme as PCN (1998):

Obtenção de medidas por meio de estimativas e aproximações e decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema.

Utilização de instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requerem, em função da situação-problema.

Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.

Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas (Brasil, 1998, p.73, 74).

Segundo Brasil (1998) os conteúdos da unidade temática medidas e grandezas devem possibilitar o aluno a habilidade de obter e expressar resultados de medições, utilizando as principais unidades padronizadas de medida de comprimento, capacidade, massa, superfície, volume, ângulo e tempo (Brasil, 1998, p.77). Conforme Brasil (1998) cabe ao professor verificar se o aluno conseguiu adquirir a habilidade para identificar, classificar figuras planas e espaciais, como também realizar cálculos de medidas de comprimento, área e volume.

Os conteúdos do bloco Grandezas e Medidas tem um papel muito importante no curricular como também no cotidiano, pois estabelecem conexões entre os diversos temas, sendo usado nas áreas como as Ciências Naturais (utilização de bússolas, e noções de densidade, velocidade, temperatura, entre outras) e Geografia (utilização de escalas, coordenadas geográficas, mapas etc.). Segundo Brasil (1998) neste tópico tem-se consolidação do conceito de número e a aplicação de conceitos geométricos.

Para estudar a área no terceiro ciclo, deve-se lembrar os conteúdos do segundo ciclo, além disso o aluno terá contato com uma dimensão da medida que não é obtida por uma comparação direta, e sim pelo produto de medidas lineares (lados).

[...] para medir o comprimento de um objeto o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto, ou seja, executar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética (contagem de quantas unidades couberam). Os mesmos procedimentos são utilizados para obter áreas e volumes (Brasil, 1998, p.129).

Ao se tratar do estudo de área ao final do estudo desta unidade espera-se que o aluno seja capaz de resolver situações problemas do cotidiano usando conhecimentos de medidas de comprimento e área, além de identificar os diferentes quadriláteros, triângulos, como também identificar elementos no cálculo de área.

2.2. Área na BNCC

Na BNCC o conteúdo de área faz parte da grade curricular dos anos finais do ensino fundamental, o tópico está inserido na unidade grandezas e medidas, juntamente com a separação dos conteúdos em unidades temáticas a BNCC estabeleceu para cada ano de ensino objetos de estudo e habilidades a serem adquiridas durante o processo de ensino.

Essa unidade temática permite a articulação com outras áreas do conhecimento (Balestri e Pataro, 2018), as medidas e grandezas é possível estabelecer conexão com ciências, geografia, entre outras áreas de conhecimento. Medidas de temperatura, comprimento, área, volume, massa, energia, grandezas são frequentemente usadas no dia a dia. Segundo Balestri e Pataro (2018) o estudo desta unidade temática nos anos finais do ensino fundamental possibilita o aluno o reconhecimento de medidas e grandezas em situações do cotidiano.

A fim de ampliar o que já foi estudado sobre grandezas e medidas nos anos iniciais, os alunos serão levados a reconhecer comprimento, área, volume, e abertura de ângulo como grandezas relacionadas a figuras geométricas e escrever e utilizar expressões algébricas para calcular medidas de área e de volume de figuras geométricas planas e espaciais (Balestri e Pataro, 2018, p. XXVI).

Ainda segundo Balestri e Pataro (2018) a partir do estudo dessa unidade temática o aluno será estimulado a utilizar instrumentos de medições e consequentemente resolver problemas que envolvam as unidades de medidas padronizadas mais usuais. São estes objetos de estudos e habilidades foram estabelecidos para o ensino de áreas e perímetro de figuras planas segundo a grade curricular pré-estabelecida pela BNCC.

Quadro 6 - Conteúdos de área conforme a BNCC

Ano	Conteúdo	Objetivos
6º ano	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, área	(EF06MA24) -resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, área (triângulos, retângulos) sem uso de fórmulas, inseridos sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento
7º ano	Problemas envolvendo medições” tendo como habilidade	(EF07MA29)-Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada
	“Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	EF07MA31) -Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros (EF07MA32) -Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas
8º ano	Área de figuras plana	(EF08MA19)-Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos

9º ano	Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas	(EF09MA18)-Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros
--------	---	---

Fonte: Brasil (2017, p. 302-319).

2.3. O conteúdo de Área na prova do SISPAE

O SISPAE é o Sistema Paraense de Avaliação Educacional, é um processo avaliativo externo de larga escala, o SISPAE avalia o desempenho dos alunos de 4º e 5º anos, de 7º e 8º anos do Ensino Fundamental e de 1ª, 2ª e 3ª série do Ensino Médio nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. O processo avaliativo tem por objetivos: “consolidar um mecanismo de análise para subsidiar ações da Secretaria Educação do Estado (SEDUC) e Prefeituras com políticas públicas de estado de natureza sistêmica e fortalecer o processo de ensino e aprendizagem do sistema público de Educação Básica”.

Assim como os demais exames de avaliação em larga escala o SISPAE é regido por uma matriz de referência com habilidades pré-estabelecidas para cada unidade temática, acerca da unidade medidas e grandezas, o ensino de área de figuras planas é contemplado nas seguintes habilidades:

- Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento [...];
- Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não;
- Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm [...];
- Resolver problemas que envolvam o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas;
- Calcular áreas de polígonos de diferentes tipos, com destaque para os polígonos regulares e
- Resolver problemas que envolvam o cálculo de área de figuras planas.

2.4. O conteúdo de Área no Saeb/ Prova Brasil

O Saeb é o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, vem sendo realizado pelo INEP desde 1990; e ao longo do tempo sofreu diversos aprimoramentos, adaptações e alterações metodológicas, foram esses aprimoramentos que permitiram a geração de resultados de desempenho por escolas e municípios. Em 2005 o Saeb passa por uma mudança significativa no qual tem-se ampliação da população-alvo da avaliação, a criação de um estrato censitário para

aplicação de instrumentos em escolas públicas de 5º ano e no 9º ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2018)

Segundo o documento de referência do Saeb (2018) em 2005 o Ministério da Educação-Mec fez a publicação da Portaria nº 931/2005, esta portaria determinava que o Saeb passaria a ser constituído pela Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb) e pela Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), comumente chamada de Prova Brasil, alterando o modelo de avaliação definido no primeiro ciclo do Saeb. De forma que o foco dos resultados passa a ser a dimensão da aprendizagem dos alunos e alguns contextos em que ela ocorreu. No âmbito da Educação Básica o Saeb tem por objetivos:

- Avaliar a qualidade, a equidade e a eficiência da educação praticada no país em seus diversos níveis governamentais;
- Produzir indicadores educacionais para o Brasil, suas regiões e Unidades da Federação e, quando possível, para os municípios e as instituições escolares, tendo em vista a manutenção da comparabilidade dos dados, permitindo, assim, o incremento das séries históricas;
- Subsidiar a elaboração, o monitoramento e o aprimoramento de políticas públicas baseadas em evidências, com vistas ao desenvolvimento social e econômico do Brasil; e
- Desenvolver competência técnica e científica na área de avaliação educacional, ativando o intercâmbio entre instituições educacionais de ensino e pesquisa (Brasil, 2018, p. 6).

As Matrizes de Referência de Matemática propostas pelo Saeb contemplam aspectos cognitivos possíveis de serem medidos em testes de larga escala. Acerca do conteúdo de áreas introduzido dentro da unidade temática de grandezas e medidas, a unidade tem por finalidade desenvolver o estudo das medidas e das relações entre elas e consolidar e ampliar a noção de número, de noções geométricas e da construção do pensamento algébrico.

Nos anos iniciais os tópicos que contemplam o ensino de área são: grandezas de medida, área (de triângulos e retângulos), unidades e instrumentos de medida, incluindo problemas envolvendo as grandezas citadas. Nos anos finais há um aprofundamento do estudo da grandeza de área, além da inclusão de problemas que envolvem tais grandezas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medida padronizadas mais usuais.

No 5º ano do ensino fundamental acerca do estudo de área espera-se que o aluno saiba:

- Reconhecer a unidade de medida ou o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, área, massa, tempo, capacidade ou temperatura.
- Estimar/Inferir medida de comprimento, capacidade ou massa de objetos, utilizando unidades de medida convencionais ou não OU Medir comprimento, capacidade ou massa de objetos.
- Resolver problemas que envolvam medidas de grandezas (comprimento, massa, tempo e capacidade) em que haja conversões entre as unidades mais usuais.
- Medir ou Comparar perímetro ou área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada.
- Resolver problemas que envolvam perímetro de figuras planas.
- Resolver problemas que envolvam área de figuras planas (Brasil, 2018, p. 93).

No 9º ano espera-se que os alunos tenham habilidade para:

- Resolver problemas que envolvam medidas de grandezas (comprimento, massa, tempo, temperatura, capacidade ou volume) em que haja conversões entre unidades mais usuais.
- Resolver problemas que envolvam área de figuras planas (Brasil, 2018, p. 98).

2.5. O conteúdo de Área na prova do ENEM

O ENEM é um exame Nacional de avaliação educacional do ensino médio criado em 1998 durante a gestão do então presidente Fernando Henrique Cardoso com objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes de ensino médio e contribuir com o desenvolvimento da educação (Martins, 2016).

O Exame Nacional foi instituído pelo MEC através da Portaria n. 438, de 28 de maio de 1998, visando avaliar o desempenho do concluinte e do egresso da Educação Básica. A partir de então a prova deveria ser aplicada anualmente, inicialmente o exame continha 63 questões envolvendo as áreas de conhecimento e uma redação, na primeira edição da prova contou-se com 157.076 inscritos (Silva, 2015).

A partir de 2009, o exame também passou a ser utilizado como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior (Martins, 2016), passando a ter 180 questões de múltipla escolha e redação, além disso a aplicação da prova passou a ser em dois dias. Sendo avaliado quatro áreas de conhecimento: Linguagens, códigos e suas tecnologias além de incluindo nesta a redação e Ciências Humanas e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Matemática e suas tecnologias, cada área é composta de 45 questões.

A Matriz de Referência do ENEM definiu para a área de Matemática e suas Tecnologias 7 competências de área e 30 habilidades específicas. Dentre essas competências e habilidades destacam-se as seguintes no que diz respeito ao ensino de área de figuras planas:

Competência 3 com a finalidade de “construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano”. Acerca do tópico de área de figuras planas no que se refere a esta competência é esperado que aluno saiba: Identificar relações entre grandezas e unidades de medida, Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas; Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente e Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência 4 tem como finalidade “construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano” no qual espera-se que aluno tenha habilidade para Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais, no que diz respeito ao ensino de área de figuras planas espera que o aluno tenha conhecimento das diferentes medidas de comprimento e suas variações, como também usar essas medidas para resolver problemas do cotidiano.

Ao observar algumas das edições da prova do ENEM percebemos que comumente o exame tem questões envolvendo as unidades temáticas grandezas e medidas e espaço e forma, para resolver as questões que envolvem o cálculo de área o aluno precisa ter o conhecimento geométrico (figuras planas) e o conhecimento das medidas de área.

3. ASPECTOS HISTÓRICOS DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS

A geometria que hoje conhecemos foi desenvolvida ao longo dos anos, por diversos povos antigos. A palavra geometria tem por significado medida da terra (Dante, 2009), acredita-se que a ideia de medir, delimitar uma área tenha origem no Egito, os povos egípcios costumavam delimitar a terra, para ter controle de sua propriedade, quando nível do rio Nilo subia as demarcações eram levadas pelas águas, então eles faziam uma nova delimitação.

Para Eves (1992 *apud* Baldini, 2004) a geometria tem sua origem a partir de observações de povos antigos que permitiu reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos, possivelmente a noção de distância deve ter sido um dos primeiros conceitos geométricos a ser desenvolvido pelos homens primitivos, o autor aponta ainda que a necessidade de delimitar a terra levou à noção de algumas figuras geométricas, tais como retângulos, quadrados e triângulos.

Desde os tempos antigos aos dias atuais, medir, calcular, delimitar um determinado espaço tem sido uma necessidade do homem, a construção de prédios, pontes, casas, meio de locomoção, navegações, transporte, só foi possível através do conhecimento geométrico de medidas. Para Baldini (2004) as civilizações antigas obtiveram várias fórmulas para o cálculo de área de várias figuras, sendo algumas com precisão e outras aproximadas. O autor aponta ainda que o conceito de área provavelmente está relacionado ao problema das medições de terra. O autor ressalta a grande relevância do conhecimento de medidas nos dias atuais.

Os problemas de medida de terra e de cálculo aproximado de área de terrenos estão presentes ainda hoje no cotidiano e são de muita relevância tanto nas práticas rurais quanto nas urbanas. Como exemplo, tem-se a situação do agricultor que, ao fazer o plantio, muitas vezes precisa estimar a área do terreno, que em muitos casos é de forma irregular. Outro caso é o IPTU – Imposto Predial e Territorial que, entre outros fatores, é cobrado em função da área do terreno e da área construída. Além desses casos, ainda têm-se também os profissionais da construção civil, os quais lidam com muita frequência com os cálculos de área e perímetro e tantos outros (Baldini, 2004, p.17).

As primeiras noções geométricas foram introduzidas pelos egípcios e babilônios ao realizarem desenhos, medidas de comprimento Stalliviere (2011 *apud* Teixeira, 2018). Segundo Teixeira (2018) ao longo da história da humanidade, os desenhos geométricos, as unidades de medida foram criadas e adaptados de acordo com a necessidade dos povos, principalmente os egípcios e babilônios, os quais desenvolveram soluções para os problemas do cotidiano da época, realizavam suas medições, surgindo, então a noção de figuras geométricas.

Os conhecimentos de Geometria foram inseridos na vida do homem, visto que este precisou medir suas terras, construções e outras necessidades de medições quando ainda não havia o estudo da área das figuras planas além de outros estudos ligados à geometria (Teixeira, 2018, p. 37).

Para Teixeira (2018) ao analisar os fatos históricos relacionados ao desenvolvimento da geometria e da matemática em geral revelam que o homem precisou ser criativo para superar as adversidades do cotidiano, essas situações

geram motivação para o surgimento do estudo de área e perímetro. O autor acredita que o estudo de área teve sua origem a partir da triangulação. A triangulação está relacionada a medição e separação das terras em formatos de triângulos, o método consistia na divisão da área em triângulos menores que, somados, representavam o total dos terrenos.

Conforme Kurokawa (2015) desde os primórdios o homem vem fazendo descobertas através de sua observação de situações do cotidiano, e com a geometria não foi diferente, a geometria que hoje conhecemos é fruto das observações cotidianas de povos antigos. A geometria desenvolvida pelos babilônios e egípcios constitui-se da necessidade de solucionar problemas de cálculo de comprimentos, áreas e volumes. A princípio os povos antigos desenvolveram, medidas e cálculos de área apenas para solucionar os problemas de seu cotidiano, sem a necessidade de demonstrações conforme kurokawa (2015) Tales de Mileto é o responsável pelas primeiras demonstrações matemáticas.

Para Araújo (2013, p. 3) “os primeiros registros de textos matemáticos, incluindo o cálculo de área, são do Egito e, principalmente, da Babilônia”, Eves (2011) acredita que uma das dificuldades de encontrar registros matemáticos antigos, refere-se “aos materiais de escrita sobre os quais as descobertas se preservaram” conforme Araújo (2013, p. 3) foram encontrados em escavações mais de 400 tabletas (tábulas de argila cozida), esses tabletas contêm “registros de vários tópicos da matemática, inclusive o Teorema de Pitágoras e diversos problemas que envolvem áreas”.

Ainda segundo Araújo (2013) quanto aos registros egípcios devido a natureza do material utilizado para confeccionar os papiros o número é bem limitado, o mais importante dos papiros no diz respeito ao cálculo de área é o papiro de Rhind, onde consta o cálculo de área de triângulos, retângulos, trapézios e círculos. Conforme Roque e Carvalho (2012 *apud* Vasconcelos, 2019, p. 24) os papiros matemáticos são “problemas e soluções preparados por seus escribas para antecipar situações futuras que os mais jovens poderiam vir a se deparar”

Conforme Gillings (1972 *apud* Senzanki, 2019, p. 24) os egípcios antigos usavam o quadrado como unidade de área, calculavam área de retângulo, e conheciam um procedimento semelhante ao que usamos hoje para calcular a área de triângulo. acerca do cálculo de área pelos egípcios Gillings (1972) afirma com base

nos papiros existentes que os escribas calculavam área de retângulos de forma semelhante a que calculamos hoje, realizando a multiplicação do comprimento pela largura. Gillings (1972) traz em seu trabalho o problema 49 do R MP- Rhind Mathematical papyrus (Papiro de Rhind), onde mostra o cálculo da área do retângulo.

A área de um retângulo de comprimento 10 khet² (1.000 côvados³) e largura 1 khet (100 côvados) é $1.000 \times 100 = 100.000$ côvados quadrados. A área foi dada pelo escriba como 1.000 cúbitos faixas, que são retângulos, geralmente de terra, 1 khet por 1 côvado (Gillings, 1972, p. 137, tradução nossa).

Segundo Eves (2011, p. 75) “Investigações recentes parecem mostrar que os egípcios sabiam que a área de um triângulo qualquer é o semiproduto da base pela altura”. Ainda segundo Gillings (1972) a área de um triângulo era calculada pelos antigos egípcios usando o equivalente a fórmula $A = 1/2bh$. O problema 51 do papiro de Rhind mostra como calcular a área de um triângulo de terra de lado 10 khet e de baset 4 khet, segundo Gillings (1972):

O escriba pegou a metade de 4, depois multiplicou 10 por 2 obtendo a área como 20 setats de terra. Então, no MMP 4, o mesmo problema foi declarado como encontrar a área de um triângulo de altura 10 e baset 4. Conforme declarado pelo escriba o método era calcular com meio de 4 e depois contar com 10 duas vezes, dando uma área de 20 (Gillings, 1972, p. 138, tradução nossa).

Conforme Cardoso (2018) o problema 51 do papiro de Rhind “mostra que a área do triângulo isósceles era achada tomando metade do que chamamos base e multiplicando isso pela altura”. Ainda segundo Cardoso (2018, p.109) o escriba Ahmes justificou seu método para calcular área, decompondo o triângulo isóscele em dois triângulos retângulos, de maneira que um dos dois possa ser deslocado e ao juntá-los novamente estes formem um retângulo. Outros exemplos do papiro de Rhind que envolvem o cálculo de área de figuras planas são:

[...] problema 52, em que se pede para determinar a área de um trapézio isósceles de base maior 6, base menor 4 e altura 20. Esse problema é tratado de uma maneira muito parecida ao problema acima, ou seja, toma-se a metade da soma das bases, de modo a se fazer um retângulo. Ahmes multiplica isso por vinte para achar a área. Outros problemas do papiro de Rhind que tratam sobre o assunto são os problemas 48, 49, 50 e 53, que tratam da área do quadrado, retângulo, triângulos e círculos, e os problemas 54 e 55, que tratam de divisão relacionada com áreas (Cardoso, 2018, p.109)

² A unidade comum para medidas lineares de terra na época do RMP era o khet, de 100 côvados.

³ Um côvado era originalmente o comprimento de um antebraço, do cotovelo à ponta do dedo médio.

Segundo Eves (2011, p. 75) “em fontes egípcias posteriores usava-se a fórmula incorreta $K = (a + c)(b + d)/4$ para a área de um quadrilátero arbitrário cujas medidas dos lados sucessivos eram a, b, c, d”.

Acerca dos estudos de área realizados pelos povos babilônicos Eves (2011) afirma que a geometria babilônica é baseada na mensuração prática, segundo Eves (2011, p. 75) “26 dos 110 problemas dos papiros Moscou e Rhind são geométricos. Muitos deles decorrem de fórmulas de mensuração necessárias para o cálculo de áreas de terras e volumes de grãos. Conforme Eves (2011) no período 2000 a.C. a 1600 a.C. os babilônios tinham conhecimento do cálculo de algumas figuras planas.

[...] os babilônios do período 2000 a.C. a 1600 a.C. deviam estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles (e talvez da área de um triângulo genérico) (Eves, 2011, p. 60).

Kurokava (2015, p. 5) os gregos desenvolveram a geometria de forma mais organizada, “dedutivamente, com axiomas, teoremas, entre outros, o modelo matemático cuja estrutura é utilizada até hoje”, sendo o principal autor dessa época Euclides que desenvolveu a obra “Elementos” contendo treze livros envolvendo conceitos de geometria, aritmética e álgebra.

Sabe-se que o estudo de medidas e grandezas está ligado aos conceitos relacionados à geometria euclidiana, estudos estes que surgiram com base nas ideias de ponto, reta, plano (Onofre, 2018). Segundo Onofre (2018) alguns documentos históricos como os papiros de Moscou (ou Golenishew) de 1850 a.c. e Rhind (ou Ahmes) de 1650 a.c. mostram estudos e os conhecimentos geométricos desenvolvidos em antigas civilizações.

Segundo Moraes (2019), desde as civilizações mais antigas o ato de medir era intuitivo, necessário para a sobrevivência do homem. A humanidade precisou realizar medições para ter um controle de quantidades e de periodicidade de seus plantios e criação de animais. Com o desenvolvimento do homem e a convivência em sociedade, a necessidade de construir residências mais fortes e resistentes a estações, o homem então sente a necessidade de medir ângulos, superfícies, comprimentos, volumes e massas.

Tendo em vista que naquela época não havia um sistema de medida padrão, o homem então começa a aderir como base para medição partes do próprio corpo (o

que mais tarde seria chamado de medidas antropométricas) (Moraes, 2019) no entanto vale ressaltar que cada povo utilizava um sistema de unidades diferente para medir comprimentos (Onofre, 2018). Cúbito, pé, polegar, palmo, mão, jarda, braça, eram as principais medidas antropométricas utilizadas segundo Gardner (1929 *apud* Moraes, 2019, p. 28, 29):

Cúbito: era a medida do antebraço da pessoa, a distância entre o cotovelo e a ponta do dedo médio; Pé: o tamanho do pé da pessoa; Polegar: tamanho do polegar da pessoa; Palmos: a distância entre a ponta do polegar e a ponta do mindinho, com os dedos abertos; Mão: a largura dos quatro dedos mantidos juntos. Era considerado como $\frac{1}{2}$ palmo; Jarda: a distância entre a ponta do nariz à ponta do dedo médio com o braço estendido; Braça: também considerada como duas jardas, era a distância entre as pontas dos dedos médios com os braços abertos

As medidas antropométricas foram muito úteis no processo de desenvolvimento do comércio e das relações comerciais naquela época e na vida em comunidade, no entanto, eram medidas que variavam de pessoa para pessoa, gerando então um certo conflito entre as relações comerciais. A partir da convivência em comunidade a criação de novas, melhores e mais precisas maneiras de medir se tornou imprescindível para realizar negociações justas entre todos em qualquer lugar (Moraes, 2019). A partir então tem-se a necessidade de criação de medidas mais precisas.

Fatores como o crescimento da burguesia mercantil e a formação de Estados Nacionais contribuirão para a busca de uma medida padrão de pesos e medidas para facilitar e agilizar as transações comerciais crescentes; mas somente durante a revolução francesa surge então na França um sistema métrico que mais tarde se tornaria padrão. Mediante a essas dificuldades o Governo Francês propôs à Academia Francesa de Ciências para que criasse um sistema de medidas baseadas em uma constante não arbitrária (Onofre, 2018). Segundo Moraes (2019) academia Francesa de Ciências reuniu uma equipe composta por diversas pessoas de diferentes cargos e funções para desenvolver um ponto de partida para uma medida padrão.

A partir de 1790, por ordem da Academia Francesa de Ciências, uma equipe composta por físicos, astrônomos e agrimensores se puseram em campo para medir a distância entre Barcelona, no nordeste da Espanha, e Dunquerque, noroeste da França, correspondente a um arco do meridiano que passava por Paris (Moraes, 2019, p.28).

Segundo Moraes (2018) o objetivo era encontrar uma base objetiva para definir cientificamente uma unidade e dessa base estabelecer um conjunto de medidas. Foi

então estabelecido a unidade de comprimento metro (m), originário da palavra grega *metron*, que significa “medida”, correspondente uma determinada fração da circunferência da Terra e correspondente também a um intervalo de graus do meridiano terrestre (Onofre, 2018). A partir da criação de um novo método para medir, o Sistema Métrico Decimal, e a definição do metro como unidade fundamental de comprimento, tem-se então o fim das dificuldades e problemas relacionados às diferentes medidas.

Inicialmente foi adotado pelo Sistema Métrico Decimal apenas três unidades básicas de medida, o metro como unidade de comprimento, o quilograma como medida de massa e o segundo como medida de tempo. Com o passar do tempo, desenvolvimento da ciência e tecnologia, surge então a necessidade de medições mais precisas e diversificadas, o sistema métrico passa então por diversas modificações. Segundo Moraes (2019) somente em 1960 na 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas foi então consolidado o Sistema Internacional de Unidades (SI), o sistema foi composto sete grandezas básicas e fundamentais: comprimento (m), massa (kg), tempo (s), corrente elétrica (A), temperatura termodinâmica (K), quantidade de substância (mol), intensidade luminosa (cd).

Conforme Moraes (2019) o Brasil só adotou o SI em 1962, tornando-se obrigatório em todo Território nacional somente 1988 quando é ratificado pela Resolução nº 12 do Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Conmetro). O metro assim como as outras unidades de medidas têm suas unidades derivadas, são unidades derivadas do metro: Gigametro, Manômetro, Quilômetro, Hectômetro, Decâmetro, km, Decímetro, Centímetro, Milímetro, Micrômetro, Nanômetro, outras unidades derivadas do metro são as unidades de área (metro quadrado) e volume (metro cúbico).

A área é a medida de uma superfície, representada por (m^2) correspondente a comprimento x largura de um metro quadrado. A ideia de área é associada ao conceito de igualdade entre figuras, conforme Euclides, medir uma grandeza significa compará-la com outra de mesma espécie, tomada como unidade (Onofre, 2018, p.12). As unidades de área assim como as de comprimento suas unidades derivadas: Quilômetro quadrado (km^2), hectômetro quadrado (hm^2), Decâmetro Quadrado

(dam^2), Metro Quadrado (m^2), Decímetro Quadrado (dm^2), Centímetro Quadrado (cm^2), Milímetro Quadrado (mm^2).

4. METODOLOGIA

4.1. Ensino de matemática por atividade experimentais

Este tópico faz menção exclusivamente às produções de Sá (2019), Sá (2021) e Sá e Mafra (2022), Sá et al (2022) no qual com base em sua pesquisa realizamos a descrição de alguns elementos importantes para o processo de ensino de matemática por atividades experimentais.

Segundo Sá (2021) a palavra atividade teve um significado técnico a partir do XX com o desenvolvimento da Teoria da Atividade fruto das investigações de Vigotski. Em Sá (2021, p. 146, 147) encontramos os elementos definidos por Leontiev (1984) como essenciais em uma atividade: sujeito (s), objeto, necessidade, motivo, objetivo, ação e produto. Ainda segundo Sá (2021, p. 147) Davydov (1999), apresentada uma abordagem diferente de Leontiev, onde acrescenta o **desejo** aos elementos elencados por Leontiev (1984), dessa forma uma atividade seria composta por: sujeito (s), uma necessidade, um desejo, um objeto, um motivo, um objetivo, ações e um produto.

Nuñez e Pacheco (1997 *apud* Sá, 2021, p. 147) ao analisarem a teoria da atividade sob a visão de Leontiev, afirmam que:

O **sujeito** da Atividade é quem realiza a atividade podendo ser um sujeito ou um coletivo de sujeitos que participam da realização da mesma.

O **objeto** da Atividade é a matéria prima com a qual o(s) sujeito(s) da Atividade começa(m) a atuar para obter um determinado produto. Este objeto pode ser material ou ideal.

Os **motivos** da Atividade correspondem às motivações que levam o(s) sujeito(s) a realizar(em) as ações relacionadas à Atividade.

O **objetivo** da Atividade é a representação imaginária dos resultados possíveis de se alcançar com a realização de uma ação concreta.

O **sistema de operações** da Atividade consiste dos procedimentos para realizar a ação para transformar o objeto no produto desejado.

A **base orientadora da ação** se constitui pela imagem que o sujeito tem da ação que vai realizar, bem como também da imagem do produto a obter.

Os **meios** da Atividade são os instrumentos adequados de que se vale o sujeito para organização e realização da Atividade.

O **produto** da Atividade é o resultado obtido das transformações sobre o objeto da Atividade que deve coincidir com objetivo da Atividade.

4.2. Ensino de matemática por atividades

O ensino por meio de atividades foi desenvolvido a partir das experiências e vivências de professores, educadores e pesquisadores que buscavam novas metodologias e técnicas de ensino. Dentre estes professores temos o doutor e pesquisador Pedro Franco de Sá que trouxe grande contribuição para o ensino de Matemática. Sua experiência como professor de matemática teve início na década de 1980 onde atuou como professor de Ensino de Primeiro e Segundo Grau da rede pública estadual paraense.

No período de 1982 a 1997 Pedro Sá teve a oportunidade de vivenciar o ensino de matemática buscando propiciar aos estudantes momentos de protagonismo durante as aulas. Segundo Sá (2019), a experiência vivenciada em sala de aula proporcionou motivação para dar continuidade a sua pesquisa: **Possibilidades do ensino de matemática por atividades**. Em Sá (2019) encontramos algumas possibilidades de ensino de matemática por atividades, que são frutos de sua experiência docente e da orientação de trabalhos de conclusão de cursos de graduação, especialização, mestrado e doutorado em Educação Matemática e Educação (Sá, 2019, p.11).

Segundo Sá (2019) o ensino de matemática por atividade surgiu a partir da preocupação com a forma de conduzir o processo de ensino, aprendizagem e avaliação no ambiente escolar. O ensino por atividade vem em contrapartida as ideias do ensino tradicional, sabe-se que na abordagem tradicional, tem a concepção baudista onde o aluno é visto como um balde vazio e o papel do professor é preencher esse balde com o conhecimento que detém, além disso essa abordagem presa por repetições exatas do que o professor ensinou. Segundo Sá (2019) nessa abordagem não há espaço para que o estudante seja ativo no processo de ensino, aprendizagem e avaliação.

Segundo Sá (2019), ao se tratar do ensino de matemática, o ensino não deixou de imediato de ser dado de forma expositiva para o uso de atividades. Conforme Sá (2019) no Brasil o ensino por meio de metodologias ativista chegou na década de 30 do século XX por meio dos pioneiros da Escola Nova, nessa tendência observa-se que o processo de ensino tem um avanço significativo em relação à tendência

tradicional, nessa concepção propõe-se atividades escolares centradas no aluno como pesquisas, jogos, exercícios de criatividade, experiências, entre outras.

A proposta do ensino por descoberta considerado por Sá (2019) denominada de ensino de Matemática por Atividade tem suas raízes nas concepções da Escola Nova visto que o movimento trouxe a proposta da aprendizagem por descoberta. No qual segundo Cáliz (2011, apud Sá, 2019) foi Jerome Bruner quem a propôs por meio de uma publicação, em concordância com Vygotsky, ressaltando o papel da atividade com parte essencial de todo processo de aprendizagem, além disso Bruner atribuiu uma grande importância a atividade direta dos indivíduos sobre a realidade e adiciona que condição indispensável para aprender uma informação de maneira significativa é ter a experiência pessoal de descobri-la (Sá, 2019, p. 15).

Segundo Sá (2019) no Brasil na década de 80 do século XX o ensino por descoberta no ensino de ciências foi concebido por Hennig (1986). A metodologia de Hennig é baseada em três técnicas: **redescoberta**, **problema** e **projeto**. Hennig aponta como vantagens do ensino por descoberta: Aprender por descoberta é aprender a aprender; aprender por descoberta é auto motivador e auto gratificante; aprender por descoberta aumenta a capacidade de pensar e de raciocinar; aprender por descoberta facilita a transferência e memorização (Sá, 2019, p. 15,16).

Segundo Sá (2019) no ano de 1980 adotou-se a técnica de redescoberta para o ensino de matemática, vale ressaltar que nem todos os professores adotaram, mas a partir desse momento começou-se a produção e publicação de vários trabalhos contendo atividades por redescoberta para o ensino de matemática, sendo possível encontrar trabalhos dessa natureza em quase todos os sites dos programas de mestrado e doutorado.

Ainda segundo Sá (2019) o ensino por atividades possui características que o diferencia das demais tendências e justifica ser acrescentado ao rol das tendências em Educação Matemática. Sendo estas as suas principais características:

É diretivo; Tem compromisso com o conteúdo; Tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo; É estruturado; É sequencial; Não está necessariamente associado à resolução de problemas; Leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes; Os resultados são institucionalizados ao final da atividade; Não dispensa a participação do professor; É adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos ; É iterativo entre estudantes e professor (Sá, 2019, p.16).

4.3. Ensino de matemática por atividades experimentais

Segundo Sá (2021) o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais é uma estratégia metodológica no qual tem-se protagonismo compartilhado por docentes e estudantes na sala de aula, a estratégia não se caracteriza como uma das tendências atuais da Matemática, no entanto possui os elementos funcionais de uma atividade. As principais características dessa estratégia são:

[...] aula desenvolvida por meio da realização de tarefas experimentais, elaboradas e acompanhadas pelo docente, com o objetivo de levar o estudante ao encontro com um conhecimento matemático específico após a execução de tarefas, registro de resultados, análise e reflexões sobre os resultados obtidos culminando com a sistematização do conteúdo (Sá, 2021, p.155).

Para Sá et al (2022) o ensino por atividades experimentais orienta o aluno durante o processo de ensino por meio de uma sequência de momentos, no qual são apresentadas as noções matemáticas do conteúdo ministrado. Conforme Sá et al (2022) essa metodologia é útil quando aplicada em situações sociais, onde há possibilidade para discussões propositivas, pois essas discussões levam a elaboração de um dado conceito. Para isso é preciso que o professor proporcione ao aluno um ambiente investigativo, no qual ele possa participar ativamente da construção de conhecimentos.

O professor deverá propor um ambiente investigativo, em que seu próprio papel é, na maior parte, voltado para a instigação das ações exploratórias do aprendiz. Em consequência, ele propõe a atividade estruturada, desafia e encoraja o aprendiz, validando ainda os resultados e/ou problematizando resultados insatisfatórios (a fim de retomar a atividade com outro enfoque) (Sá et al, 2022, p. 2).

Sá et al (2022, p. 2) apontam que um ambiente investigativo, atividade estruturada que desafiam o aluno são “aspectos podem ser decisivos no processo de aprendizagem do aluno”, para os autores esse tipo de abordagem leva o aluno a viver uma experiência direta. Em Sá (2009, p. 18 *apud* Sá e Mafra, 2022, p. 5) encontramos um conjunto de características que uma atividade deve possuir, conforme Sá e Mafra (2022) do ponto de vista teórico do Ensino por Atividades Experimentais são estas características que definem uma atividade.

As atividades devem apresentar-se de maneira auto-orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua

aprendizagem;

Toda atividade deve procurar conduzir o aluno à construção das noções matemáticas através de três fases: a experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica das noções construídas;

As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre alunos, pois isso é fundamental para o crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;

As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;

[...] as atividades propostas pelo professor podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo que sejam sequencialmente apresentadas e possam contribuir para a construção gradual dos conceitos matemáticos (Sá, 2009, p. 18 *apud* Sá e Mafra, 2022, p.5).

Em Sá (2021) observamos a relação das Tendências da Educação Matemática atuais serem relacionadas com a Teoria da Atividade, vimos também que o Ensino de Matemática por Atividades experimentais se difere destas tendências, desta maneira Sá (2021) propõe que o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais seja incluído como uma das Tendências da Educação Matemática. No quadro abaixo, Sá (2021) fez a relação do Ensino de Matemática por Atividades experimentais com a Teoria das Atividade com base em Nuñez e Pacheco (1997).

Quadro 7 - Elementos da Atividade em aula de matemática por Atividade Experimental

Elemento Funcional da Atividade	Elemento da Atividade na aula Experimental de Matemática
Os sujeitos da atividade	Docente e estudantes.
O objeto da atividade	Conhecimento matemático.
O motivo	Necessidade de ensinar/aprender conhecimentos matemáticos.
O objetivo	Oportunizar o acesso a conhecimento matemático.
O sistema de operações	Ações que são permitidas realizar a partir do procedimento e dos materiais disponíveis para aula.
A base orientadora da ação	As informações prévias a respeito dos materiais disponíveis e do conteúdo matemático envolvido.
Os meios	Os recursos disponíveis para a realização das ações.
As condições	As regras de utilização do material do experimento.
O produto	Conclusão/ conceituação obtida.

Fonte: Sá (2021, p. 158).

Para Sá e Mafra (2022, p. 2) o ensino por atividades é mais eficaz quando é realizado com base em situações do cotidiano, pois segundo os autores essas situações proporcionam maior possibilidade de chegar ao conceito matemático desejado. Ainda segundo Sá e Mafra (2022) nesse sentido o papel do professor é proporcionar aos alunos um ambiente investigativo que aflore no aluno seus instintos investigativos, desafiando-os e encorajando-os para que cheguem ao objetivo proposto inicialmente na atividade.

[...] o ambiente investigatório das atividades proporciona ao aprendiz a oportunidade de relacionar conceitos de uma maneira inovadora e, desta forma, suscitar questões subordinadas a serem perseguidas. Assim, enquanto o foco original leva o estudante à formação do conceito que é o objetivo da atividade, o leque de possibilidades abertas pelas questões subordinadas contribui para a construção de esquemas mentais sempre mais ricos e sofisticados (Sá e Mafra, 2022, p. 2).

Conforme Sá (2021) para que haja atividade no ensino de matemática conforme a Teoria das Atividades é necessário que o protagonismo seja compartilhado por docente e os estudantes, e que haja ação em grupo, protagonismo de todos os participantes; um produto como final das ações; ações mediadas.

[...] o ensino de matemática por atividade experimental é um processo didático desenvolvido por meio da realização de tarefas, envolvendo material concreto ou ideias, elaboradas pelo professor com objetivo de levar estudantes ao encontro com um conhecimento/conteúdo matemático específico após a realização da tarefa, do registro de resultados, análise e elaboração de reflexões sobre os resultados obtidos que culmina com a sistematização ou institucionalização de um conteúdo matemático (Sá, 2021, p.155).

Em Sá (2021, p. 158) encontramos instruções direcionadas ao professor ao trabalhar o ensino de matemática por Atividade Experimental onde o professor deve estar atento a instruções e não realizar as ações de forma espontânea. O ensino por atividades experimentais conforme Sá (2021):

Não deve ocorrer de forma improvisada;

Não dispensa a participação ativa do docente durante a sua realização;

Não deve ser utilizado após se ministrar exposição sobre o conteúdo;

Não deve ser utilizado para verificar a validade de um resultado já estudado;

Não dispensa do docente o conhecimento do assunto a ser trabalhado;

Não deve ser utilizado como reforço de assunto explorado (Sá, 2021, p. 158).

Segundo Sá e Mafra (2022) para implementar o ensino por atividades experimentais o professor deve dispor de elementos que atraem a atenção do aluno para o conteúdo a ser abordado, os autores apontam como elementos potenciais para chama a atenção do aluno: a visualização, a experimentação, a simulação e a demonstração.

A proposta de trabalho do ensino de matemática baseado em atividades experimentais pressupõe a possibilidade de conduzir o aprendiz através de uma sequência de momentos, nos quais várias noções matemáticas estão presentes (Sá e Mafra, 2022, p. 2).

4.3.1. Atividades de redescoberta e de conceituação

Segundo Sá (2019) o ensino de matemática por meio de atividades pode ter dois objetivos: conceituação ou redescoberta. Para Sá e Mafra (2022, p. 3) a técnica da redescoberta está diretamente ligada ao Ensino por Atividades Experimentais, e ao trabalharmos ambas perspectivas temos a maior probabilidade de “compreensão dos conceitos matemáticos”, como também do “desenvolvimento de habilidades de expressão gráfica e/ou simbólica desses conceitos”. O ensino por redescoberta tem por objetivo levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática.

Segundo Sá e Mafra (2022, p. 3) atividades de conceituação tem por objetivo “levar o estudante a reconhecer um determinado conceito matemático numa situação vivenciada”. Também é esperado que na atividade de conceituação o aluno consiga ter “um entendimento mais profundo” do conceito abordado.

Conforme Sá (2019) no ensino de matemática por atividades há dois modos de desenvolvimento: demonstração ou experimental. Pelo modo da demonstração o professor realiza as ações enquanto os alunos registram os resultados, a fim de interagirem entre si e chegaram ao resultado para a atividade, enquanto que no modo experimental o professor elabora o experimento que é executado pelos estudantes, ambos os modos servem para conceituação como para redescoberta.

Para realizar uma atividade de conceituação é preciso ter organização. Segundo Sá (2019) uma atividade de conceituação é estruturada nos seguintes momentos: **organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.**

No primeiro momento (**organização**) Sá (2019) orienta a dividir a turma em grupos ou equipes com no máximo 4 alunos e no mínimo 2 para que os integrantes do grupo possam interagir entre si. O segundo momento é o da **apresentação** da atividade, o professor faz a distribuição do material necessário para a realização da atividade incluindo o roteiro da mesma. O terceiro momento da **execução** corresponde à etapa da experimentação quando o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa (Sá, 2019, p.18,19).

O quarto momento do **registro** corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa científica, espera-se que cada equipe registre as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no respectivo espaço destinado no roteiro. O quinto momento da **análise** espera-se que cada equipe analise as informações que foram registradas e percebam as características do objeto matemático que deseja conceituar ou definir entre as informações registradas (Sá, 2019, p. 20).

A última fase é o momento de **institucionalização** no qual o professor a partir das observações elaboradas pelas equipes apresentará o conceito ou definição planejada à turma. Nesse momento um representante de cada equipe vá ao quadro e registre a (s) observação (ões) elaborada (s) por sua equipe. E após a análise destas observações o professor deverá destacar as características desejadas do objeto a ser definido e apresentar o conceito ou definição na forma padrão, chegando então ao fim da atividade (Sá, 2019, p. 21).

Além da organização, uma atividade de conceituação ou redescoberta exige planejamento. Para Sá (2019) o planejamento de uma atividade de conceituação é crucial para o sucesso da realização da mesma. A partir de sua experiência docente o autor aponta que os momentos do planejamento são:

Determinação, construção do objetivo, elaboração do procedimento, seleção do material, elaboração do espaço de registro, previsão de observações, previsão de institucionalização, elaboração do roteiro e verificação (Sá, 2019, p. 21).

No momento da **determinação** o professor vai selecionar a definição ou conceito que pretende apresentar aos estudantes por meio da atividade, para este momento é necessário que o professor registre por escrito a definição ou conceito

para evitar alterações no momento da apresentação à turma. No momento da **construção do objetivo** é o professor elaborar o objetivo da atividade que será apresentada aos estudantes, sem deixar explícito qual o conceito que se pretende apresentar com a atividade (Sá, 2019, p. 21, 22).

No momento da **elaboração procedimento da atividade** o professor deverá encontrar um caminho ativo que permita os participantes da atividade após observação identificar as características do objeto que pretende apresentar a definição ou conceito além de produzir um conjunto de ações que permitam o estudante, após a análises dos resultados das ações, perceber as características do objeto que a atividade tem objetivo de conceituar ou definir. No momento da **seleção do material, o professor** deverá listar todos os materiais que cada equipe necessitará para realização da atividade (Sá, 2019, p. 22, 23).

No momento da **elaboração do espaço de registro** é importante procurar elaborar um espaço que permita os registros dos aspectos que se deseja levar em consideração, além de conter espaço para elementos que não pertencem ao objeto em questão. No momento da **previsão das observações, o professor** deve buscar prever possíveis observações que podem surgir da análise do espaço de registro da atividade. Essa previsão pode conter observações válidas e inválidas previstas (Sá, 2019, p. 23).

No momento de **previsão da institucionalização** o docente deve prever como vai proceder para apresentar o conceito desejado alcançar com a atividade. Além de prever como vai usar as observações realizadas pelas equipes e como vai conduzir o trabalho frente às observações válidas e não desejadas, inválidas e válidas desejadas. No momento de **Elaboração do roteiro** o professor deve construir um roteiro para a atividade que contenha os seguintes elementos: Título, Objetivo, Material, Procedimento, espaço de registro, espaço de observação e espaço de conclusão (Sá, 2019, p. 24).

No momento da **verificação** no qual o professor deve realizar toda a atividade a partir do roteiro elaborado para verificar se é possível chegar a observação das características desejadas do objeto matemático a ser apresentado. No momento da

finalização da atividade o docente tem todas as informações produzidas e validadas durante a verificação o roteiro da atividade será finalizado (Sá, 2019, p. 23, 24).

Segundo Sá (2019) uma aula por meio de atividade de redescoberta deve ser estruturada de forma semelhante a organização de uma atividade de conceituação, tem os seguintes momentos: **organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.**

No momento da **organização** a turma deve ser, preferencialmente, organizada em equipes com no máximo 4 alunos e no mínimo 2. Mas pode também ocorrer de forma individual, não sendo esta uma forma recomendável por não estimular a troca de ideias que é fundamental para o processo de aprendizagem. O professor deve dirigir as ações, orientar a formação das equipes sem imposições, demonstrar segurança e planejar com cuidado a atividade e evitar que os estudantes desperdicem tempo com ações alheias à organização da turma (Sá, 2019, p. 32, 33).

Na fase de **apresentação** da atividade compete ao professor distribuir o material necessário para a realização da atividade, incluindo o roteiro da mesma, a organização do material em kits facilitar a distribuição do material. A fase de **execução** corresponde à etapa da experimentação quando o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa. Neste momento espera-se que cada equipe realize os procedimentos estabelecidos para a atividade. O professor deve deixar as equipes trabalharem livremente, supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar nas dúvidas, quando solicitado ou perceber dificuldade de execução, que possam surgir em cada equipe no decorrer da realização do procedimento e os estudantes devem seguir as instruções previstas no roteiro da atividade (Sá, 2019, p. 33).

O momento de **registro** corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa científica, espera-se que cada equipe registre as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no respectivo espaço destinado no roteiro. O professor deve supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar dirimindo as eventuais dúvidas que possam ocorrer durante o processo. Na fase de **análise** espera-se que cada equipe analise as informações que foram

registradas e descubram uma relação válida entre as informações registradas (Sá, 2019, p. 34).

A fase de **institucionalização** é o momento em que será produzida a conclusão oficial da turma a partir das conclusões que cada equipe elaborou no momento da análise. O momento da institucionalização corresponde de grosso modo ao momento da elaboração das considerações finais de um trabalho científico. Nessa fase o professor, independente do formato das conclusões elaboradas pelas equipes, deve solicitar que um representante de cada equipe vá ao quadro e registre a conclusão elaborada pela sua equipe e em seguida o professor pode elaborar junto com a turma uma conclusão que permita a alguém que não participou da atividade entender relação estabelecida (Sá, 2019, p. 35).

O planejamento de uma atividade de redescoberta se distingue do planejamento de uma atividade de conceituação, segundo Sá (2019) este planejamento requer ações distintas das realizadas durante o planejamento de uma aula expositiva, com base em sua experiência e nas recomendações de Henning (1994), estas são as ações do planejamento de uma atividade de redescoberta.

Determinação do resultado desejado, construção do objetivo, produção do material, elaboração do procedimento, elaboração do espaço de registro, elaboração do desafio, verificação, previsão da institucionalização e elaboração do roteiro (Sá, 2019, p. 37,38).

No momento da **determinação** o professor vai selecionar o **resultado** que pretende apresentar aos estudantes por meio da atividade a ser elaborada bem como o enunciado que é esperado ao final da atividade. No momento **da construção do objetivo** o professor vai elaborar o objetivo da atividade que será apresentada aos estudantes. No momento da produção **do material** o professor deve selecionar ou produzir o material que será necessário para a realização da atividade (Sá, 2019, p. 38).

No momento da **elaboração do procedimento** o professor deve produzir instruções para o desenvolvimento da atividade. As instruções sempre que possível devem estar em tópicos, de forma clara e precisa para evitar o surgimento de dificuldade por parte dos estudantes. No momento da elaboração **do espaço de registro**, o professor deve construir um quadro com linhas e colunas com espaços

para registro das informações produzidas durante a execução da atividade e informações derivadas destas (Sá, 2019, p. 38, 39).

O momento da **elaboração do desafio** é quando o professor dá uma questão que solicita explicitamente dos estudantes a busca por uma relação ou especificidade observada nas informações a após e sistematização das mesmas, em alguns casos esse momento de dar através de perguntas. O momento da **verificação** é quando o professor vai realizar todo o procedimento concebido para a atividade com o intuito de analisar se o resultado desejado é possível de ser alcançado a partir da análise das informações sistematizadas ou se há necessidade de outros registros ainda não previstos (Sá, 2019, p. 39).

O momento da **previsão da institucionalização** consistirá da elaboração de questões por parte do professor, com base no resultado previsto para ser alcançado pela atividade anteriormente, com o intuito de auxiliar os estudantes no momento da elaboração de conclusão da turma. No momento da **elaboração do roteiro** o professor buscará registrar as seguintes informações na forma de texto: Título da atividade, objetivo da atividade, material necessário, Procedimento, Espaço de registro, Desafio e espaço para conclusão. Cada um destes elementos tem características próprias para atenderem os às características do ensino de matemática por atividade (Sá, 2019, p. 39,40).

Além das atividades de redescoberta e de conceituação Sá et al (2022) traz as atividades experimentais com base experimental uma perspectiva de atividades com base experimental e demonstração. atividades experimentais com base experimental, é definido pelos autores como “um experimento é organizado pelo professor e executado pelo aprendiz, com a devida supervisão e orientação do professor”. Nessa perspectiva, “o estudante é incentivado a desenvolver e/ou aplicar conceitos matemáticos para interpretar o experimento e justificar seus resultados” (Sá et al, 2022, p. 4).

As atividades com perspectivas de demonstração são atividades onde o principal foco é a “justificação matemática de inferências, especialmente inferências mais abstratas, ou a elaboração de cadeias de dependência”. É importante deixar claro que os autores não estavam falando da elaboração de teoremas matemáticos,

pois a “atenção principal é concentrada no conceito de consequência lógica e/ou a apreciação de certas técnicas de demonstração em matemática” (Sá et al, 2022, p. 4).

Segundo Sá et al (2022, p. 5) o ensino de matemática por atividades “proporcionar transições efetivas de abordagens ineficazes para as com mais potencial para a compreensão de conceitos matemáticos”. De modo geral, o ensino por atividades contribui de forma significativa no desenvolvimento dos alunos, pois as ações investigatórias possibilitam: crescimento como agentes autônomos, capacitação como pensadores matemáticos, compreensão de textos matemáticos e compressão do uso de matemática no cotidiano.

5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Seguindo as quatro fases da engenharia didática a metodologia de pesquisa adotada em nossa dissertação, após fazemos a análises previas sobre o ensino de área, fundamentamos nossa pesquisa com em dissertações sobre o ensino de área, aspectos históricos do conteúdo de área, aspectos curriculares. Na segunda etapa da engenharia didática a concepção e análise a priori, desenvolvemos uma sequência didática baseada no ensino por atividades e na resolução problema, dessa forma o aluno pode participar ativamente do processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Sá (2019) o ensino por atividades experimentais vem em contrapartida às ideias do ensino tradicional, é uma estratégia metodológica no qual tem-se protagonismo compartilhado por docentes e estudantes na sala de aula. A resolução de problema é um recurso didático que tem por objetivo contribuir com o desenvolvimento do aluno. Ao trabalharmos o ensino de área de figuras por meio dessas metodologias estamos fugindo do ensino tradicional e permitindo que o aluno seja protagonista no processo de ensino e aprendizagem.

A sequência didática desenvolvida e aplicada foi composta por: um pré-teste contendo 10 questões, uma sequência de atividades com material concreto conteúdo 6 atividades em placas de MDF e três atividades complementares com questões problemas, uma atividade de aprofundamento do conteúdo 12 questões problemas contextualizadas e pós-teste com 10 questões.

Para aplicação da sequência de atividades é importante utilizar as atividades de redescoberta do ensino por atividade experimentais nas atividades 1, 2, 3, 4, 5 e

6. Esse recurso metodológico possibilita o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática. A atividade de redescoberta é estruturada nos seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.



Olá, eu sou o **Geo Metrique**, vou lhe ajudar no decorrer das atividades.

agora vou lhe falar as fases do ensino por atividades que foram utilizadas na aplicação da sequência didática

Organização: entregar para os participantes o recurso didático que deveria ser usada na aula (placa de MDF) e folha com o quadro para anotar os dados
Apresentação: falar sobre o conteúdo do material disponibilizado.

Execução: após a orientações os alunos
Registros: os alunos anotam suas observações.
Institucionalização: os alunos devem apontar suas observações e falar como conseguiram perceber um método para realizar o cálculo de área.



Para as atividades complementares e a atividade de aprofundamento é importante usar como recurso metodológico a resolução de problema por objetivo, considerando que na resolução de problema por objetivo ensina-se matemática a fim de resolver problemas, de forma que a maneira de pensar desse tipo de questões seja suficiente ao processo de ensino da matemática. É importante que o professor faça uma revisão das figuras geométricas, especificamente os quadriláteros e os triângulos, características e classificações.

A aplicações das atividades com placas de MDF, é relevante para o desenvolvimento das atividades complementares e de aprofundamento, pois as atividades em MDF são atividades para trabalhar construção de conceitos de área de

figuras plana, servindo como base para realização das atividades complementares e de aprofundamento onde os participantes devem aplicar os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores. Descrevemos a seguir cada uma das atividades e seus objetivos.

5.1. Pré-teste

Descrição: para esta atividade foram selecionadas 10 questões de área de triângulos e quadriláteros, 2 questões de área de quadrado, 2 questões de área de retângulo, duas questões de área de losango, duas questões de área de triângulo, 1 questão de área de trapézio e 1 questão área de paralelogramo.

Objetivo: Sondar o conhecimento prévio dos alunos sobre área de quadriláteros e triângulos.

Quadro 8 - Pré-teste

PRÉ-TESTE

Pergunta número 1

Uma cartolina retangular tem com medidas 1 metro de comprimento e 0,80 de largura. Qual a área dessa cartolina?

Pergunta número 2

Um quadro de formato quadricular tem medidas de lados igual a 20 centímetros. Qual a área desse quadro?

Pergunta número 3

Uma placa de trânsito tem o formato de um losango com as seguintes medidas, diagonal maior medindo 60 centímetros e diagonal menor medindo 50 centímetros. Qual a área dessa placa?

Pergunta número 4

Qual a área de um triângulo que mede 20 centímetros de base e 10 centímetros de altura?

Pergunta número 5

Uma praça foi construída no centro da cidade com formato de um quadrado, onde cada lado tem 25 metros. Qual a medida de área que esta praça ocupa na cidade?

Pergunta número 6

Qual é a área de ocupação de uma piscina de formato retangular com as seguintes medidas: 8 metros de comprimento e 5 metros de largura.

Pergunta número 7

Em uma rua os moradores desejam fazer bandeirinhas em formato triangular para enfeitar as ruas para a festa junina, sabendo que o triângulo equilátero possui as medidas de seus lados iguais, qual a área da bandeirinha que possui 4 centímetros de lado?

Pergunta número 8

Uma fazenda que tem o formato de um trapézio retangular, com as seguintes medidas: base maior medindo 200 metros e base menor medindo 140 metros e a distância entre as bases é igual a 110 metros, considere 110 metros como de altura do trapézio. Qual área desta fazenda?

Pergunta número 9

Um menino deseja construir uma pipa com formato de um losango com a medida da diagonal maior igual a 30 centímetros e a diagonal menor medindo 20 centímetros. Qual a área da pipa desse garoto?

Pergunta número 10

Uma horta foi construída em um terreno que tem o formato de um paralelogramo com as seguintes medidas: 20 metros de comprimento e 15 metros de largura (equivalente à altura). Qual área dessa horta?

Fonte: elaborados pelos autores, 2023.



Materiais

Para essa atividade vamos precisar desses materiais: folha de pré-teste, folha de resposta e caneta, calculadora (opcional).

Procedimentos:

Esses são os procedimentos que devem ser feitos nessa atividade: entregar o material ao aluno e deixar que tentem resolver as questões sozinhos.

Sequência de Atividades

Orientações didáticas:

Entregar as atividades aos alunos e esperar que eles respondam, ou deixem em branco as questões que não sabem, se preferir você pode permitir que o uso da calculadora para fazer os cálculos.

A sequência de atividades é constituída de nove atividades que envolvem o cálculo da área de triângulos e quadriláteros: quadrado, retângulo, losango, trapézio, paralelogramo. Sendo seis atividades em placas Medium Densite Fiberboard (MDF) e três atividades complementares contendo dez questões problemas cada uma delas.

5.2. Atividades em placas de MDF

As atividades em MDF foram elaboradas a partir de Sá (2009) (quadro para anotações dos dados das figuras) e das atividades propostas na pesquisa de Paula (2011) (área de figuras planas e malhas quadriculadas) e Dias (2018) (área de figuras planas e malhas quadriculadas em alto relevo), onde o autor desenvolve a atividade usando papel quadriculado.

Tendo em vista que nossa proposta de ensino visava trabalhar a inclusão de alunos cegos no ensino de área de quadriláteros e triângulos, fizemos uma adaptação das atividades em papel quadriculado para folhas de MDF, para fazer as figuras usamos laser, mantemos os quadriculados das figuras, mantendo a ideia das malhas quadriculadas, assim teríamos um baixo relevo tátil para o aluno cego, fizemos seis placas em MDF, uma para cada figura como: triângulo, quadrado, retângulo, losango, trapézio, paralelogramo, cada placa dessa contem dez figuras de tamanhos distintos, como no quadro abaixo.

As placas de MDF tem como medidas 30 cm de largura e 40 cm de comprimento, o designer das figuras foi feito utilizando laser, cada placa custou cerca de 90 reais, cada placa é referente a área de uma figura plana, contendo 10 figuras distintas em malha quadriculada e baixo relevo, as placas em MDF.

Assim como essas atividades foram elaboradas a partir de uma inspiração para adaptação, é possível desenvolver essas atividades usando outros materiais como

barbantes, tabuas de madeiras, papelão, entre outros materiais que podem ser usados para construir alto ou baixo relevo, criando assim um material tátil para o aluno cego, e um material concreto e manipulável que também poderá ser utilizado no ensino do conteúdo para toda a turma.

Orientações Didáticas Gerais:

- Atividade pode ser realizada de forma individual ou em grupo
- É importante que todos participem do desenvolvimento da atividade.
- Se a atividade for em grupo, os alunos devem ser distribuídos de forma igual nos grupos
- Se desejar, o professor pode colocar o roteiro da atividade, quadro de resposta dentro de envelopes e distribuir para os alunos ou para os grupos.
- As figuras em malhas quadriculadas do MDF podem ser impressas em papel A4 ou adaptadas de outra forma caso você deseje.
- É essencial que os alunos sigam os procedimentos descritos no roteiro da atividade para chegar à solução da questão.
- O professor deve estar sempre atento para auxiliar, tirar dúvidas e intervir caso seja necessário.
- O professor precisa garantir que os alunos continuem participando das atividades, evitando que os alunos fiquem desmotivados e abandonem a atividade
- O professor deve orientar os estudantes para o preenchimento do quadro de respostas com as observações realizadas no quadro de figuras.
- O professor deve incentivar os estudantes de forma individual ou em grupos para a socialização das características encontradas nas figuras que foram observadas;
- Apresentar aos estudantes a formalização do conceito que a atividade propõe ensinar, tomando por base as características apresentadas por eles no quadro de resposta.

5.2.1. Atividade 01- área do quadrado

Descrição: esta atividade tem por finalidade trabalhar área de quadrados, temos como materiais uma placa de MDF com 10 quadrados quadriculados em baixo relevo, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. Os 10 quadrados têm tamanhos diferentes que variam: $L = 1$, $L = 2$, $L = 3$, $L = 4$, $L = 5$, $L = 6$, $L = 7$, $L = 8$, $L = 9$ e $L = 10$, sendo L a medida dos lados.

Nesta atividade os alunos devem fazer a contagem dos quadradinhos de cada quadrado, para verificar a medida do lado e posterior a medida de área, os quadradinhos tem medida de lado igual a 1 unidade comprimento e cada quadradinho equivale 1 unidade de área.

Título: Área do quadrado

Objetivo: calcular área de quadrados

Material

Para essa atividade vamos precisar de folha de MDF com os quadrados, papel com os procedimentos, papel com o quadro para anotar os



Abaixo temos os procedimentos que devem ser seguidos no decorrer da atividade.

Procedimentos:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determinar a medida do lado de cada quadrado, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do quadrado;
4. Determine a medida da área de cada quadrado da folha de MDF

Quadro para as respostas:

Quadro 9 - Dados dos quadrados

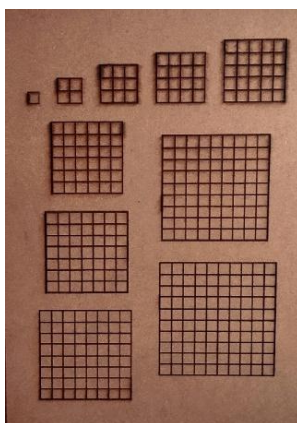
Modelo de quadro para anotações dos dados das figuras										
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada quadrado										
X	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Medida do lado (L)										
Medida da Área (A)										

Fonte: Sá, 2009.

Materiais com as figuras:

Placa de MDF

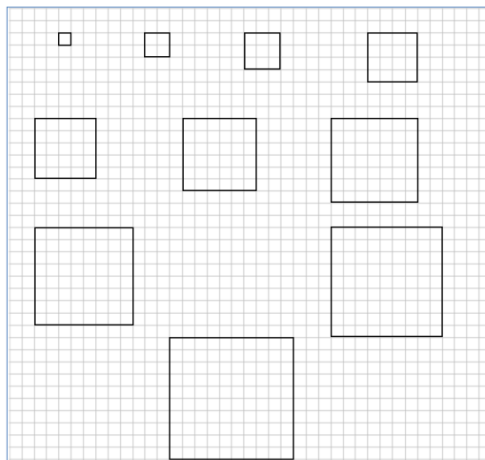
Figura 4 - Quadrados em MDF



Fonte: autores, 2023.

Figuras quadriculadas em papel A4

Figura 5 - Quadrados no papel A4



Fonte: Paula, 2011.

Observações esperadas: espera-se que os alunos sigam o passo a passo do procedimento e consigam chegar à medida de área de cada quadrado. Inicialmente o aluno deverá considerar o lado (L) de um quadradinho do quadriculado do MDF como unidade de comprimento, em seguida deve considerar que cada quadradinho do quadriculado equivale a unidade de área, dessa forma conseguirá determinar a medida do lado de cada quadrado, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do quadrado e por fim determinar a medida da área de cada quadrado da placa de MDF.

Esta atividade propõe uma estratégia para chegar a cálculo de área do quadrado sem a utilização de fórmulas pré-estabelecidas, memorizadas e decoradas. A atividade de redescoberta tem como finalidade fazer o aluno chegar a uma forma de calcular área do quadrado por meio das atividades sucessivas, e por fim chegar à fórmula.

Definição:

- Ao multiplicarmos lado x lado chegamos à área do quadrado
- A área do quadrado é igual a multiplicação de um lado pelo outro

- A área do quadrado é igual a Lado elevado ao quadrado

Orientação didáticas específicas:

Seguindo os procedimentos do roteiro, os alunos podem preencher o quadro e chegar à fórmula de área do quadrado.

5.2.2. Atividade 02 – área de retângulo

Descrição: esta atividade tem por finalidade trabalhar área de retângulos, temos como materiais uma placa de MDF com 10 retângulos quadriculados em baixo relevo, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. Os 10 retângulos têm tamanhos diferente com medidas de comprimento e largura igual: R1= 2 e 1, R2= 3 e 2, R3= 4 e 3, R4=5 e 4, R5= 6 e 5, R6= 7 e 6, R7= 8 e 7, R8= 9 e 8, R9= 10 e 9 e R10= 11 e 10.

Nesta atividade os alunos devem fazer a contagem dos quadradinhos de cada retângulo, para verificar a medida de comprimento e largura e posterior a medida de área, os quadradinhos tem medida de lado igual a 1 unidade comprimento e cada quadradinho equivale 1 unidade de área.

Título: Área do retângulo

Objetivo: calcular área de retângulos



Material

Para essa atividade vamos precisar de: folha de MDF com os retângulos, papel com os procedimentos, papel com o quadro para anotar os dados e caneta.

Para esta atividade deve-se seguir os seguintes procedimentos.

Procedimentos

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determinar a medida dos lados de cada retângulo, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do retângulo
4. Determine a medida do comprimento e medida da largura de cada retângulo da folha de MDF

Quadro para respostas:

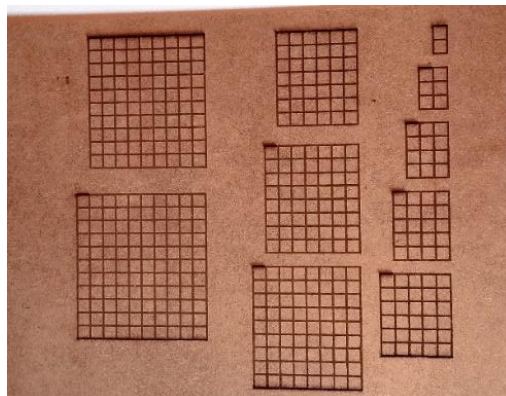
Quadro 10 - Dados dos retângulos

Modelo de quadro para anotações dos dados das figuras										
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada retângulo										
X	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10
Medida do comprimento										
Medida da largura										

Fonte: Sá, 2009.

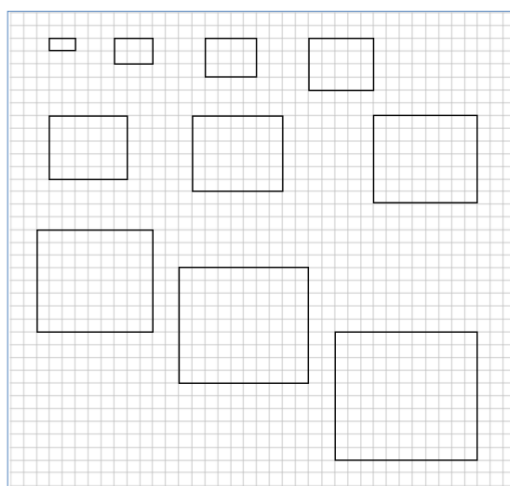
Materiais com as figuras: Placa de MDF

Figura 6 - MDF com os retângulos
fonte: autores, 2023



Figuras quadriculadas em papel A4

Figura 7 - Retângulos no papel A4



Fonte: Paula, 2011.

Observações esperadas: para essa atividade é esperado que os alunos sintam facilidade para calcular a área de cada retângulo, uma vez que o passo a passo é semelhante ao da atividade anterior onde os alunos deverão considerar a medida do lado de um quadradinho do quadriculado do MDF como unidade de comprimento, em seguida deve considerar que cada quadradinho do quadriculado equivale a unidade de área, dessa forma conseguirá determinar a medida do lados, determinado medidas do comprimento e largura e por fim determinar a área de cada retângulo. De forma análoga à atividade 01 esperamos que os alunos consigam chegar à fórmula de área do retângulo através da realização de atividades sucessivas.

Definição:

- Ao multiplicarmos comprimento x largura chegamos à área do retângulo

- A área do retângulo é igual a multiplicação de um lado pelo outro
- A área do retângulo é igual a base x altura

Orientação didáticas específicas:

Seguindo os procedimentos do roteiro, os alunos podem preencher o quadro e chegar à fórmula de área do retângulo.

5.2.3. Atividade 03 – área de paralelogramo

Descrição: esta atividade tem por finalidade trabalhar área de paralelogramos, temos como materiais uma placa de MDF com 10 paralelogramo quadriculados em baixo relevo, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. Os 10 paralelogramos têm tamanhos diferente com medidas de comprimento e largura igual: P1= 2 e 1, P2= 3 e 2, P3=4 e 3, P4= 5 e 4, P5=6 e 5, P6=7 e 6, P7= 8 e 7, P8= 9 e 8, P9= 10 e 9, P10=11 e 10.

Nesta atividade os alunos devem fazer a contagem dos quadradinhos de cada paralelogramo, para verificar a medida de comprimento e largura e posterior a medida de área, os quadradinhos tem medida de lado igual a 1 unidade comprimento e cada quadradinho equivale 1 unidade de área.

Título: Área do paralelogramo

Objetivo: calcular área de paralelogramo



Material

Para essa atividade vamos precisar de: folha de MDF com os paralelogramos papel com os procedimentos, papel com o quadro para anotar os dados e caneta.

Esses são os procedimentos necessários pra essa atividade.

Procedimentos:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determine a medida da base de cada paralelogramo da folha de MDF
4. Determine a medida da altura de cada paralelogramo da folha de MDF
5. Determine a medida da área de cada paralelogramo da folha de MDF

Quadro para respostas:

Quadro 11 - Dados dos paralelogramos

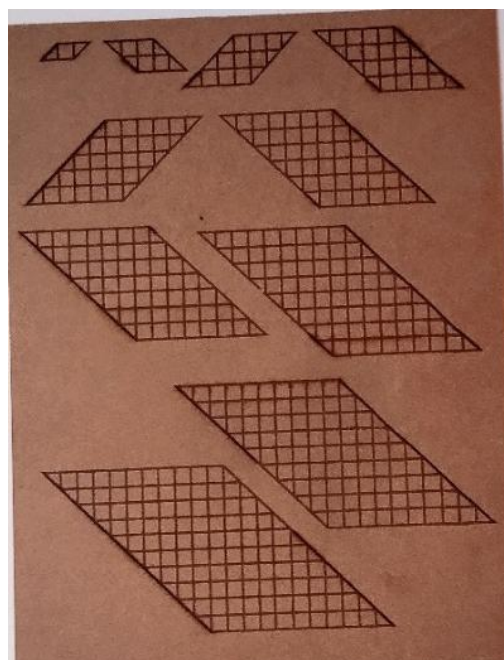
Modelo de quadro para anotações dos dados das figuras										
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada do paralelogramo										
X	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Medida do comprimento										
Medida da largura										
Medida da Área										

Fonte: Sá, 2009.

Materiais com as figuras:

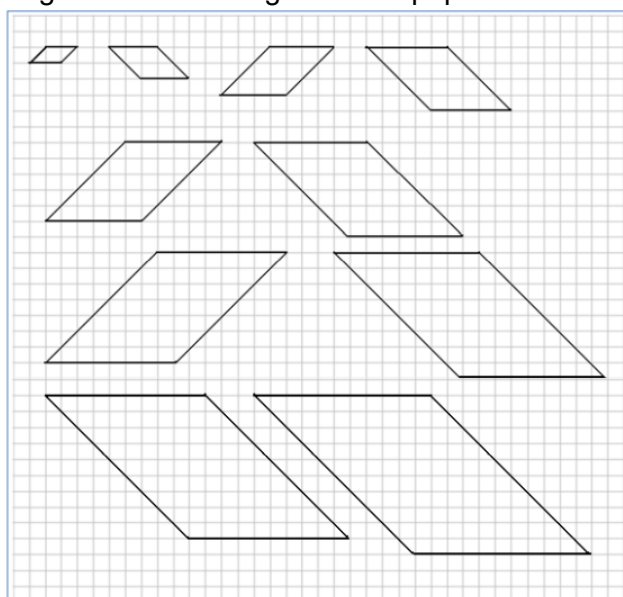
Placa de MDF

Figura 8 - MDF com os paralelogramos
Fonte: autores, 2023



Paralelogramos quadriculados em papel A4

Figura 9 - Paralelogramos no papel A4



Fonte: Paula, 2011.

Observações esperadas: para esta atividade é esperado que os alunos sintam um pouco de dificuldade para determinar a medida de comprimento e largura, mas esperamos que associam o paralelogramo ao retângulo e consigam relembrar a relação comprimento x largura. Acreditamos que após essa descoberta, os alunos chegaram à conclusão que as fórmulas de área de retângulos e paralelogramos são

semelhantes. É esperado que nesta atividade os alunos sintam dúvidas ao fazer a contagem dos quadradinhos uma vez que alguns quadradinhos não estarão completos, aparecendo apenas a metade na figura, de forma que se faz necessário a orientá-los a somar essas metades e obter um quadradinho, de forma que duas metades formam um quadradinho unitário.

Definição:

- Ao multiplicarmos comprimento x largura chegamos à área do paralelogramo
- A área do paralelogramo é igual a multiplicação de um lado pelo outro
- A área do paralelogramo é igual a base x altura
- A área do paralelogramo é igual a área do retângulo

Orientação didáticas específicas:

Seguindo os procedimentos do roteiro, os alunos podem preencher o quadro e chegar à fórmula de área do paralelogramo.

5.2.4. Atividade 04- área do triângulo

Descrição: esta atividade tem por finalidade trabalhar área de triângulos, temos como materiais uma placa de MDF com 10 triângulos quadriculados em baixo relevo, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. Os 10 triângulos têm tamanhos diferente com medidas de base e altura igual: T1= 2 e 1, T2=3 e 2, T3=6 e 3, T4=4 e 4, T5= 8 e 5, T6=9 e 6, T7= 5 e 7, T8=6 e 8, T9= 6 e 7, e T10= 9 e10

Nesta atividade os alunos devem fazer a contagem dos quadradinhos de cada triângulo, para verificar a medida de base e altura e posterior a medida de área, os quadradinhos tem medida de lado igual a 1 unidade comprimento e cada quadradinho equivale 1 unidade de área.

Título: Área do triângulo

Objetivo: calcular área de triângulos



Material

Para essa atividade vamos precisar folha de MDF com os triângulos, papel com os procedimentos, papel com o quadro para anotar os dados e caneta

Esses são os procedimentos para essa atividade.

Procedimentos:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determine a medida da base de cada triângulo da folha de MDF
4. Determine a medida da altura de cada triângulo da folha de MDF
5. Determine a medida da área de cada triângulo da folha

Quadro para as respostas

Quadro 12 - Dados dos triângulos

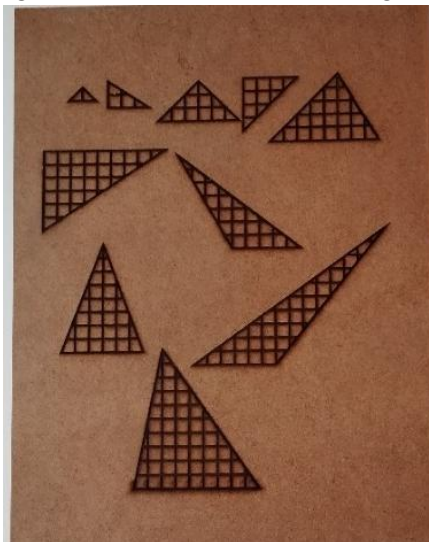
Modelo de quadro para anotações dos dados das figuras										
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada triângulo										
X	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Medida da base										
Medida da altura										
Medida da área										

Fonte: Sá, 2009.

Materiais com as figuras:

Placa de MDF

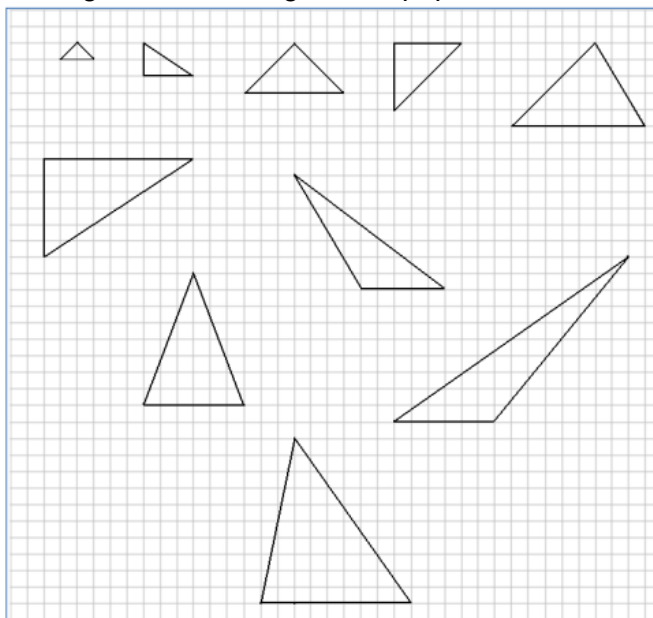
Figura 10 - MDF com os triângulos



fonte: autores, 2023

Figuras quadriculadas em papel A4

Figura 11 - Triângulos no papel A4



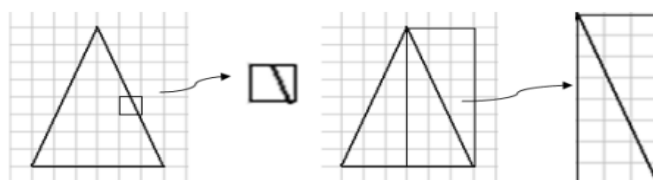
Fonte: Paula, 2011.

Observações esperadas: para esta atividade esperamos que os alunos consigam chegar à área de triângulos equiláteros e retângulos com facilidade, pois de

forma semelhante ao paralelogramo esses os lados tipos de triângulos dividem quadradinhos ao meio, de forma que ao somar as metades obtêm-se um quadradinho inteiro. Tendo em vista que os lados dos triângulos do tipo isósceles e escaleno não cortaram os quadradinhos ao meio, Paula (2011) orienta que os alunos utilizem os seguintes procedimentos para encontrar suas áreas:

Cálculo de área de triângulos equiláteros: considerar metade do triângulo como na figura e realizar de forma que ao fazer o “recorte” tem-se um retângulo, dessa forma calcula-se a área do retângulo e como o lado do triângulo divide o retângulo ao meio é só dividir por 2, então obtêm-se a área do triângulo equilátero.

Figura 1 - Área de triângulo



Fonte: Paula (2011)

- Cálculo de área de triângulos isósceles e escaleno:

Figura 2 - Área de triângulo isóscele e escaleno



Fonte: Paula (2011)

Para realizar o cálculo de área destes triângulos, deve usar os quadradinhos que compõem toda extremidade do triângulo, formando um retângulo que envolve todo triângulo, a partir daí deve se calcular a área do retângulo, que será a área total da figura, em seguida deverão observar a medida do espaço maior e do espaço menor que estão fora do limite do triângulo, dessa forma tem-se que a área do triângulo = Área Total – Área do espaço maior fora limite do triângulo - Área do espaço menor fora limite do triângulo.

Espera-se que ao realizar a contagem dos quadradinhos e encontrar a área de triângulos de forma sucessiva os alunos consigam chegar à fórmula de área dos triângulos.

Definição:

- Ao multiplicarmos base x largura e dividimos por dois chegamos à área do triângulo
- A área do triângulo é igual a multiplicação da base pela altura dividido por dois
- A área do retângulo é igual a base x altura, dividido por dois
- A área do triângulo é a metade da área do retângulo

Orientação didáticas específicas:

- Seguindo os procedimentos do roteiro, os alunos podem preencher o quadro e chegar à fórmula de área do retângulo.

5.2.5. Atividade 05- área do trapézio

Descrição: a atividade 5 envolve o conteúdo Área do trapézio, a atividade tem por objetivo calcular área de trapézio, usando como material didático uma placa de MDF com os trapézios, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. A placa de MDF dos trapézios contém 10 trapézios que variam de tamanho, com medidas de base maior, base menor e altura respectivamente: T1= 3, 1 e 1; T2= 4, 2 e 2; T3= 9, 3 e 3; T4= 11, 3 e 4; T5= 8, 6 e 5; T6= 13, 4 e 6; T7= 16, 10 e 8; T8=10, 5 e 9 ; T9= 17, 3 e 9 T10= 26, 6 e 10.

Nesta atividade os alunos devem fazer a contagem dos quadradinhos de cada trapézio, para verificar a medida de bases maiores e menores e altura e posterior a medida de área, os quadradinhos tem medida de lado igual a 1 unidade comprimento e cada quadradinho equivale 1 unidade de área.

Título: Área do trapézio



Objetivo: calcular área de trapézios

Material

Para essa atividade vamos precisar de: folha de MDF com os trapézios e folha de papel com os procedimentos, papel com o quadro para anotar os dados e caneta.

Esses são os procedimentos que devem ser seguidos no desenvolvimento da atividade 5.

Procedimentos:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determine a medida da base maior de cada trapézio da folha de MDF
4. Determine a medida da base menor de cada trapézio da folha de MDF
5. Determine a medida da altura de cada trapézio da folha de MDF
6. Determine a medida da área de cada trapézio da folha de MDF

Quadro para as respostas

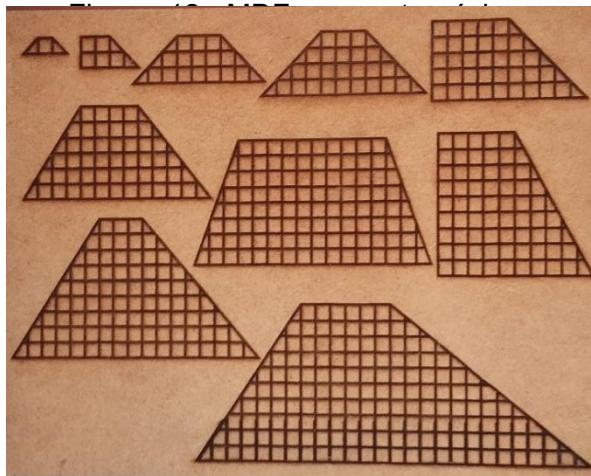
Quadro 13 - Dados dos trapézios

Modelo de quadro para anotações dos dados das figuras										
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada trapézio										
X	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Medida da diagonal maior										
Medida da diagonal menor										
Medida da altura										
Medida da área										

Fonte: Sá, 2009.

Materiais com as figuras:

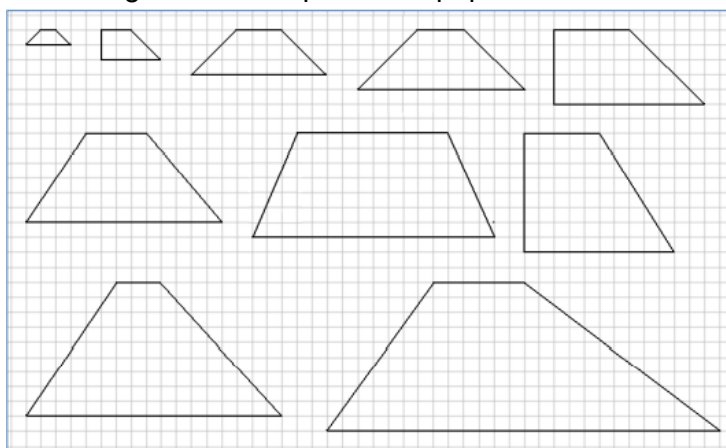
Placa de MDF



Fonte: os autores, 2023.

Figuras quadriculadas em papel A4

Figura 13 - Trapézios no papel A4



Fonte: Paula, 2011.

Observações esperadas: para essa atividade é esperado que os alunos consigam encontrar a área dos trapézios, em seus lados os quadradinhos que dividem ao meio, deve adotar a técnica de completar quadrados (metade + metade = um quadradinho). Para os trapézios em que os quadradinhos não são divididos ao meio espera-se que sintam um pouco de dificuldade. Paula (2011) orienta que a decompor

os trapézios em outras figuras (vista antes pelos alunos). E realizar o cálculo de forma análoga a ao cálculo de área de triângulos e retângulos.

Esperamos que após realizar os processos de contagem, encontre área do trapézio em atividades sucessivas os alunos consigam chegar à fórmula de área do trapézio.

Definição:

- Ao somarmos as bases e multiplicarmos a altura e depois dividir por dois chegamos à área do trapézio
- A área do trapézio é igual a soma das bases multiplicado pela altura e dividido por dois

Orientação didáticas específicas

Seguindo os procedimentos do roteiro, os alunos podem preencher o quadro e chegar à fórmula de área do trapézio

5.2.6. Atividade 06- área do losango

Descrição: na atividade 6 abordamos área de losango, com objetivo de calcular área dos losangos, usamos como material para essa atividade uma placa de MDF com os losangos, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. A placa em MDF utilizada nessa atividade continha losango que variam de tamanho, com medidas de diagonal maior e diagonal menor respectivamente iguais a: L1= 4 e 2; L2= 6 e 3; L3=8 e 4; L4= 10 e 5; L5= 14 e 7; L6=10 e 6; L7=12 e 10; L8= 14 e 9; L9= 14 e 10; L10=24 e 11.

Nesta atividade os alunos devem fazer a contagem dos quadradinhos de cada losango, para verificar a medida de diagonal maior e menor e posterior a medida de área, os quadradinhos tem medida de lado igual a 1 unidade comprimento e cada quadradinho equivale 1 unidade de área.

Título: Área do losango

Objetivo: calcular área de losangos

Material

Para essa atividade vamos precisar de: folha de MDF com os losangos, papel com os procedimentos, papel com o quadro para anotar os dados e caneta



Procedimentos:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determine a medida da diagonal maior de cada losango da folha de MDF
4. Determine a medida da diagonal menor de cada losango folha de MDF
5. Determine a medida da área de cada losango da folha de MDF

Quadro para as respostas

Quadro 14 - Dados dos losangos

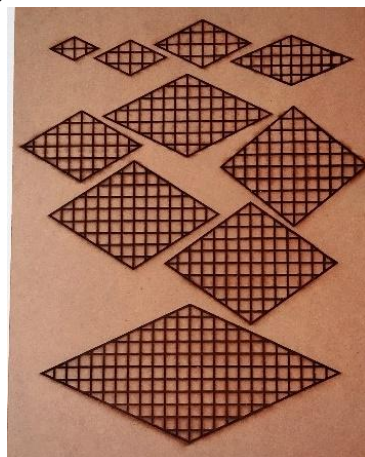
Modelo de quadro para anotações dos dados das figuras										
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada losango										
X	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10
Medida da diagonal maior										
Medida da diagonal menor										
Medida da Área										

Fonte: Sá, 2009.

Materiais com as figuras:

Placa de MDF

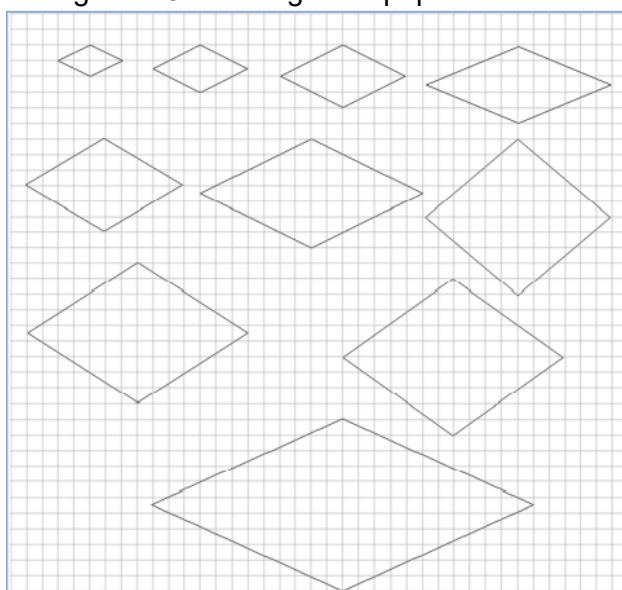
Figura 14 - MDF com os losangos



Fonte: autores, 2023

Figuras quadriculadas em papel A4

Figura 15 - Losangos no papel A4



Fonte: Paula, 2011.

Observações esperadas: para esta atividade é esperado que os alunos consigam encontrar com facilidade a área dos losangos, onde suas extremidades cortam os quadradinhos pela metade, usando a técnica de completar, soma-se duas metades para obter um quadradinho. Para os losangos que as extremidades não cortam os quadradinhos ao meio Paula (2011) propõe decompor os losangos em

outras figuras já vistas pelos alunos. Assim como as outras figuras esperamos que após a realização de atividades sucessivas os alunos consigam chegar à fórmula de área do losango.

Definição:

- Ao multiplicarmos diagonal maior x diagonal menor e dividir por dois chegamos à área do losango
- A área do losango é igual a multiplicação das base dividido por dois
- A área do losango é igual a área de dois triângulos.

Orientação didáticas específicas

Seguindo os procedimentos do roteiro, os alunos podem preencher o quadro e chegar à fórmula de área do losango.

5.3. Atividades com questões problemas

Para que os alunos possam exercitar os conhecimentos aprendido nas atividades em MDF, propomos três atividades com questões problemas, sendo três atividades complementares e uma atividade de aprofundamento.

As atividades complementares e de aprofundamento, foram construídas a partir de questões desenvolvidas pelos pesquisadores, questões prontas ou adaptadas de livros e de outras pesquisas de ensino de área, usamos questões da pesquisa de Paula (2011), Cardoso (2018) e do livro de Dante (2009), questões de edições do ENEM 2010, 2012, 2015 e 2022, prova brasil.

Orientações gerais: as atividades complementares devem ser aplicadas

após o estudo de seus conteúdos, após estudar o conteúdo de área de quadrado e retângulo faz se aplicação da atividade complementar 1, após estudar área de paralelogramo e triângulo aplica-se a atividade complementar 2, após o estudo de área de trapézio e losango aplica-se a atividade complementar 3, após a aplicação dessas atividades aplica-se a atividade de aprofundamento.

5.3.1. Atividade complementar 1- conteúdo de área de quadrado e retângulo

Descrição: a fim de complementar o estudo de área de quadrado e retângulo através do material de baixo relevo em mdf, desenvolvemos esta atividade contendo 10 questões problemas envolvendo área de quadrado e retângulo, cinco questões para cada figura, para que os alunos colocassem em prática o aprendizado de área com material quadriculado de baixo relevo.

Objetivo: resolver questões problemas envolvendo área de quadrado e retângulo.



Materiais

Para essa atividade vamos precisar de: folha de questões, folha de resolução e caneta.

Esses são os procedimentos para essa atividade:

Procedimentos

Entregar a folha de atividade e a folha de resolução para os alunos e deixar que eles resolvam as questões, caso você queira pode permitir o uso de calculadora para facilitar o cálculo com números grandes.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR 1

Questão 1 (adaptada de Paula, 2011)

Uma casa tem duas salas A e B, de mesma largura, sendo que a sala A é quadrada e a outra é retangular. O comprimento da sala A é 8 m, da sala B é 5m. Qual área da sala A?

Questão 2

Calcule a área de um quadrado, sabendo que a medida de seus lados é 5m.

Questão 3 (Paula, 2011)

Determine a área de uma região quadrada que sabendo que seu lado mede 17 cm

Questão 4 (Paula, 2011)

Um cubo conforme a figura abaixo possui 8 cm de lado. Suas faces são em formato de quadrado. Determine a área total da superfície desse cubo

Questão 5 (Paula, 2011)

Quantas lajotas serão necessárias para lajotar o piso de um banheiro de área igual a 4000 cm^2 , sendo que a lajota é quadrada e possui 10 cm de lado?

Questão 6 (ENEM, 2022)

Uma empresa de engenharia projetou uma casa com a forma de um retângulo para um de seus clientes. Esse cliente solicitou a inclusão de uma varanda em forma de L. A figura apresenta a planta baixa desenhada pela empresa, já com a varanda incluída, cujas medidas, indicadas em centímetro, representam os valores das dimensões da varanda na escala de 1: 50.

A medida real da área da varanda, em metro quadrado, é

a) 33,40.

b) 66,80.

c) 89,24.

d) 133,60.

e) 534,40.



Questão 7 (ENEM, 2015)

Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres (Figura 2).

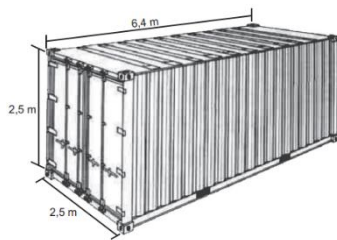


Figura 1

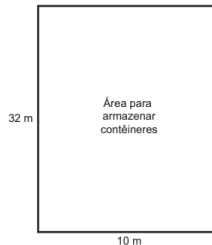


Figura 2

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é:

A) 12,5 m. B) 17,5 m. C) 25,0 m. D) 22,5 m. E) 32,5 m.

Questão 8

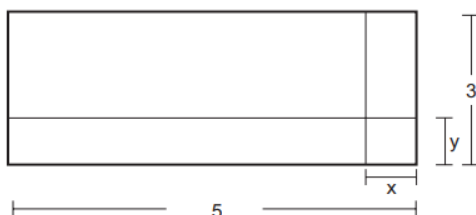
O administrador de um campo de futebol precisa comprar grama verde e amarela para cobrir o campo com faixas verdes e amarelas iguais em áreas e quantidades. O campo é um retângulo com 100 m de comprimento e 50 m de largura e, para cada 10 m² de grama plantada, gasta-se 1 m² a mais por causa da perda. Quantos m² de grama verde o administrador deverá comprar para cobrir todo o campo?

(A) 2250 (B) 2500 (C) 2750 (D) 5000

Questão 9 (ENEM, 2012)

Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é

$(5 - x)(3 - y)$.



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por: A) $2xy$ B) $15 - 3x$ C) $15 - 5y$ D) $-5y - 3x$ E) $5y + 3x - xy$

Questão 10 (ENEM, 2010)

O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro

biomas continentais brasileiros	área aproximada (km ²)	área / total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata Atlântica	1.110.182	13,04%
Caatinga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	

É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?

a) 1.400 b) 14.000 c) 140.000 d) 1.400.000 e) 14.000.000

Fonte: elaborados pelos autores, 2023.

Observações esperadas: para esta atividade é esperado que os alunos consigam resolver com facilidade questões de área de quadrado e retângulo, levando em consideração que estudaram o conteúdo nas atividades 01 e 02.

Outras orientações: também podemos permitir o uso da calculadora pra realizar os cálculos

5.3.2. Atividade complementar 2- conteúdo de área de paralelogramo e triângulo

Descrição: a fim de complementar o estudo de área de paralelogramo e triângulo através do material de baixo relevo em mdf, desenvolvemos esta atividade contendo 10 questões problemas envolvendo área de paralelogramo e triângulo, cinco questões para cada figura, para que os alunos colocassem em prática o aprendizado de área com material quadriculado de baixo relevo.

Objetivo: resolver questões problemas envolvendo área de paralelogramo e triângulo



Materiais

para essa atividade vamos usar: folha de questões, folha de resolução e caneta.

Procedimentos

Para essa atividade devemos entregar a folha de atividade e a folha de resolução para os alunos e deixar que eles resolvam as questões, caso você queira pode permitir o uso de calculadora para facilitar o cálculo com números grandes.

Quadro 16 - Atividade complementar 2

ATIVIDADE COMPLEMENTAR 2

Paralelogramo e triângulo

Questão 1 (Paula,2011)

Determine a área de uma região do plano que tem forma de um paralelogramo cuja base mede 8 cm e a altura correspondente tem 4 cm.

Questão 2 (Paula,2011)

A região de uma cartolina é limitada por um paralelogramo que tem 16 cm de comprimento por 9 cm de largura. Qual é a área dessa região?

Questão 3 (Paula,2011)

Um paralelogramo tem base igual a 25 cm e altura igual a 12 cm. Calcule sua área.

Questão 4

Qual a área do paralelogramo que tem base igual a 16 cm e altura igual a 12 cm.

Questão 5

Calcule a área do paralelogramo que tem base igual a 20 cm e altura igual a 15 cm.

Questão 6 (Paula,2011)

Em um painel de publicidade está desenhado um triângulo. Sabendo se para cada m^2 desse triângulo foram usados 200 ml de tinta, e sua altura mede 3 m e sua base 2 m, quantos ml de tinta foi gasto para pintar esse triângulo?

Questão 7 (Paula,2011)

Qual a área de um triângulo de base 25 cm e altura igual a 12 cm?

Questão 8 (Paula,2011)

Qual é a área de um triângulo cuja altura mede 13 cm e a base mede 6 cm?

Questão 9

Sabendo que a altura de um triângulo mede 30 cm e sua base 15 cm. Qual a área desse triângulo?

Questão 10

Uma peça de tecido é formada por 3 triângulos iguais. Sabendo que a base de cada triângulo mede 20 cm e a altura 16 cm. Qual é a área da peça?

Fonte: elaborado pelos autores, 2023.

Observações esperadas: para esta atividade é esperado que os alunos consigam resolver com facilidade questões de área de paralelogramo e triângulo, levando em consideração que estudaram o conteúdo nas atividades 03 e 04.

Outras orientações: também podemos permitir o uso da calculadora pra realizar os cálculos

5.3.3. Atividade complementar 3 - conteúdo de área de Trapézio e losango

Descrição: a fim de complementar o estudo de área de trapézio e losango através do material de baixo relevo em mdf, desenvolvemos esta atividade contendo 10 questões problemas envolvendo área de trapézio e losango, cinco questões para cada figura, para que os alunos colocassem em prática o aprendizado de área com material quadriculado de baixo relevo.

Objetivo: resolver questões problemas envolvendo área de trapézio e losango



Materiais

Para essa atividade vamos usar: folha de questões, folha de resolução e caneta

Procedimentos

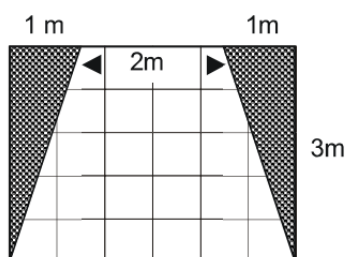
Vamos entregar a folha de atividade e a folha de resolução para os alunos e deixar que eles resolvam as questões, caso você queira pode permitir o uso de calculadora para facilitar o cálculo com números grandes.

Quadro 17 - Atividade complementar 3

ATIVIDADE COMPLEMENTAR 3

1- Questão

O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido em cerâmica.



Qual é a área do piso que será revestido com cerâmica?

- (A) 3 m²
- (B) 6 m²
- (C) 9 m²
- (D) 12 m²
- (E) 20 m²

2- Questão (adaptado de Cardoso, 2018)

Um pátio em forma de trapézio isósceles, cujas dimensões, 31 m de base maior, 7 m de base menor e 15 m de lado, deve ser cimentado. Qual a área desse pátio?

3- Questão (adaptada de Dante, 2009)

Um terreno tem formato de um trapézio, tendo como medidas base maior igual 12m, base menor igual a 4 m e 5 metros de largura (altura). Qual a área desse terreno?

4- Questão

Um agricultor separou uma parte de seu terreno para o cultivo de verduras, o terreno separado tem formato de um trapézio que tem com medidas base maior igual 8m, base menor igual a 3 m e 4 metros de largura (altura). Qual a área destinada para o cultivo de verduras?

5- Questão

Um jardim foi construído entre uma casa e uma cerca, esse jardim tem o formato de um de um trapézio, medindo 3 metros ao lado casa e 2 metros ao lado da cerca, sabendo que a distância da cerca até a casa é de 2 metros. Qual a área desse jardim?

6- Questão

Em um terreno de 8 metros por 3 metros foi construída uma piscina com formato de um losango cujas diagonais medem 8 m e 3 m. Qual a área ocupada pela piscina?

7- Questão (Paula, 2011)

Joana que confeccionar uma toalhinha na forma de um losango, cujas diagonais meçam 24 cm e 16 cm. Quantos cm^2 terá a toalhinha?

8- Questão (Paula, 2011)

João que fazer uma pipa em forma de losango, de tal maneira que as varetas meçam 95 cm e 60 cm. Quantos cm^2 de papel de seda João irá usar para fazer essa pipa?

9- Questão (Paula, 2011)

qual a área de um açude que aproximadamente a forma de um losango, cujas diagonais medem 400 m e 800 m?

10- Questão

Qual área de um losango cujas diagonais medem 16m e 10m? (modificamos 16 m para 15 m e 10 m para 11m)

Fonte: elaborados pelos autores, 2023.

Observações esperadas: para esta atividade é esperado que os alunos consigam resolver com facilidade questões de área de trapézio e losango, levando em consideração que já estudaram o conteúdo nas atividades 05 e 06.

Outras orientações: também podemos permitir o uso da calculadora pra realizar os cálculos

5.3.4. Atividade de aprofundamento

Descrição: esta atividade é composta por 12 exercícios/ questões envolvendo o cálculo de área de figuras planas, essa atividade tem por objetivo verificar se a metodologia utilizada para ensinar cálculo de área de figuras planas foi eficiente, de forma que os alunos possam aplicar os conhecimentos adquiridos nesses exercícios. A atividade fixação é constituída por 12 questões contextualizadas, sendo algumas adaptadas das pesquisas que usamos em nosso referencial teórico.

Objetivo: calcular área de figuras planas (quadriláteros e triângulos)



Materiais

Vamos precisar de: folha com as questões, folha para resolução e caneta

Procedimentos

O professor deve entregar a folha de atividade e a folha de resolução para os alunos e deixar que eles resolvam as questões, caso você queira pode permitir o uso de calculadora para facilitar o cálculo com números grandes.

ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO

Questão 1

Um fazendeiro destinou parte de sua propriedade para a construção de um celeiro, o terreno separado tem formato retangular de 30 m de comprimento por 20 m de largura, qual área que esse celeiro ocupará na fazenda?

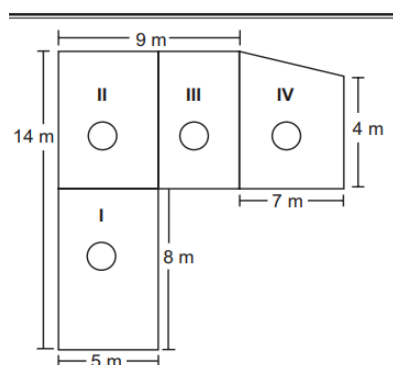
Questão 2 (Cardoso, 2018)

Uma cadeira tem o seu assento na forma de um quadrado. Suponhamos que uma formiga, partindo de um dos cantos da cadeira, anda três metros para contornar todo o assento. Qual é a área do assento da cadeira?

Questão 3 (adaptada de Cardoso, 2018) Uma piscina quadrada de 4 m de lado foi construída num terreno retangular de 12 m de comprimento por 8 m de largura. Qual a medida da área ocupada pela piscina?

Questão 4 (ENEM, 2012)

Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m² de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m² de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários

- a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
- b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.

- c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
- d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
- e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

Questão 5 (adaptada de Cardoso, 2018)

O piso de entrada de um prédio está sendo reformado e revestido em cerâmica, o piso tem o formato de trapézio e tem como medida de base maior 6 metros, base menor 3 metros e altura igual a 5 metros, qual medida da área desse piso?

Questão 6 (adaptada de Cardoso, 2018)

Um empresário comprou um terreno de forma retangular que tem 15 m de frente por 40 m de profundidade. Nesse terreno, construiu uma casa que tem a forma de um losango, com diagonais medindo respectivamente 12 m e 24 m. Qual a medida dessa casa?

Questão 7- (ENEM, 2015)

O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas



Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

- a) aumento de 5 800 cm².

- b) aumento de 75 400 cm².
- c) aumento de 214 600 cm².
- d) diminuição de 63 800 cm².
- e) diminuição de 272 600 cm²

Questão 8

Em um parque a seção de brinquedos foi colocada em um espaço com formato de um losango com diagonais medindo respectivamente 7 metros e 3 metros. Qual a medida de área dessa seção de brinquedos?

Texto para as questões 9 e 10

Uma cidade tem formato de um paralelogramo tendo como medidas 12 km comprimento e 8 km de largura (altura), no centro da cidade foi construída uma praça na forma de um triângulo de base 30 m e altura 15m?

Questão 9

Qual a medida em área da cidade?

Questão 10

Qual a medida em área da praça?

Questão 11

Um jardim foi construído na forma de um triângulo de base 8 m altura 3 metros. Qual área desse jardim?

Questão 12 (Cardoso, 2018)

Um terreno apresenta a forma geométrica de um paralelogramo de 20 m de comprimento por 12 m de largura. Qual a medida da área ocupada por esse terreno?

Fonte: elaborados pelos autores, 2023.

Observações esperadas: para esta atividade é esperado que os alunos consigam resolver com facilidade questões de área de quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, trapézio e losango, levando em consideração que estudaram o conteúdo nas atividades anteriores.

5.4. Pós-teste

Descrição: esta atividade é composta de 10 questões problemas, as mesmas questões do pré-teste.

Objetivo: verificar se os recursos utilizados foram eficientes para aprendizagem do conteúdo de área de figuras planas.



Materiais

Para essa atividade vamos precisar de: folha do pós-teste, folha de resolução e caneta.

Procedimentos:

entregar a folha de atividade e a folha de resolução para os alunos e deixar que eles resolvam as questões, caso você queira pode permitir o uso de calculadora para facilitar o cálculo com números grandes.

Quadro 19 - Pós-teste

PÓS-TESTE

Pergunta número 1

Uma cartolina retangular tem com medidas 1 metro de comprimento e 0,80 de largura. Qual a área dessa cartolina? (mantemos 1 m e modificamos 0,80 m para 0,85m)

Pergunta número 2

Um quadro de formato quadricular tem medidas de lados igual a 20 centímetros. Qual a área desse quadro? (modificamos 20 cm para 25 cm)

Pergunta número 3

Uma placa de trânsito tem o formato de um losango com as seguintes medidas, diagonal maior medindo 60 centímetros e diagonal menor medindo 50

centímetros. Qual a área dessa placa? (modificamos 60 cm para 40 cm e 50 cm para 25 cm)

Pergunta número 4

Qual a área de um triângulo que mede 20 centímetros de base e 10 centímetros de altura? (modificamos 20 cm para 25 cm e 10 cm para 15 cm)

Pergunta número 5

Uma praça foi construída no centro da cidade com formato de um quadrado, onde cada lado tem 25 metros. Qual a medida de área que esta praça ocupa na cidade? (modificamos 25 m para 26 m)

Pergunta número 6

Qual é a área de ocupação de uma piscina de formato retangular com as seguintes medidas: 8 metros de comprimento e 5 metros de largura? (modificamos 8 m para 10 m e 5 m para 4 m)

Pergunta número 7

Em uma rua os moradores desejam fazer bandeirinhas em formato triangular para enfeitar as ruas para a festa junina, sabendo que o triângulo equilátero possui as medidas de seus lados iguais, qual a área da bandeirinha que possui 4 centímetros de lado? (modificamos 4 cm para 3 cm)

Pergunta número 8

Uma fazenda que tem o formato de um trapézio retangular, com as seguintes medidas: base maior medindo 200 metros e base menor medindo 140 metros e a distância entre as bases é igual a 110 metros, considere 110 metros como de altura do trapézio. Qual área desta fazenda? (modificamos 200 m para 180 m, 140 m para 160 e mantemos 110 m)

Pergunta número 9

Um menino deseja construir uma pipa com formato de um losango com a medida da diagonal maior igual a 30 centímetros e a diagonal menor medindo 20 centímetros. Qual a área da pipa desse garoto? (modificamos 20 cm para 25 cm e mantemos 30 cm)

Pergunta número 10

Uma horta foi construída em um terreno que tem o formato de um paralelogramo com as seguintes medidas: 20 metros de comprimento e 15 metros de largura

(equivalente à altura). Qual área dessa horta? (modificamos 20 cm para 15 cm e 15 cm para 12 cm)

Fonte: elaborados pelos autores, 2023.

Observações esperadas: para esta atividade é esperado que os alunos consigam resolver com facilidade questões de área de figuras e obtenham um desempenho maior ao do pré-teste levando em consideração que estudaram o conteúdo nas atividades de redescoberta e resolução problema.

Estas atividades foram aplicadas e validas, os resultados comparativos entre a aplicação da primeira atividade e da ultima mostram um avanço de aprendizado significativos, os participantes da pesquisa conseguiram chegar a formula de área de cada figura trabalhada, bem como resolver os problemas apresentados nas atividades com questões problemas, para mais informações é aconselhável a leitura do texto da dissertação que se encontra no link mencionado na apresentação deste produto educacional.

CONSIDERAÇÕES

Esta sequência didática é fruto de uma pesquisa para dissertação de mestrado em ensino de matemática, foi desenvolvida seguindo os passos das metodologias de ensino: ensino por atividades experimentais e resolução problema, a fim de promover um ensino de matemática mais atrativo e interativo, no qual o aluno participa de forma ativa no processo de ensino aprendizagem. O objetivo da pesquisa em si foi: analisar os efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades experimentais para o ensino de área de quadriláteros e triângulos para alunos cegos.

Sob a fundamentação da Engenharia Didática elaboramos e aplicamos uma sequência didática como proposta para o ensino de área de figuras planas para alunos cegos. Como metodologia de ensino e para aplicação da sequência de atividades o Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas, como recurso didático o uso de materiais manipuláveis (placas de MDF com figuras em baixo relevo com malhas quadriculadas).

A sequência didática foi elaborada contendo um pré-teste, 6 atividades em peças de MDF (atividade de construção de conhecimento), 4 atividades de resolução problema (questões problemas), um pós-teste. O pré-teste contém 10 questões, aplicadas como atividade inicial para a sondagem dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo de área de figuras planas.

Nas 6 atividades em placas de MDF, temos o desenho das figuras em baixo relevo com malhas quadriculadas para ensinar área de triângulos e quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, losango, trapézio e um pós-teste para verificar a aprendizagem; As quatro atividades de resolução problema são 3 três atividades complementares cada uma contendo 10 questões no qual o participante deveria exercitar os conhecimentos adquiridos em cada encontro, uma atividade de aprofundamento composta por 12 questões de área de figuras planas. O pós-teste foi composto por 10 questões com objetivo de observar o desenvolvimento dos participantes após a aplicação da sequência de atividades.

Realizamos a aplicação da sequência didática com dois jovens cegos, pesquisa começou no final do mês de outubro de 2023 e terminou no final de novembro de 2023, ocorreu em seis encontros com duração de duas horas de cada encontro. Os dados coletados na fase de experimentação da sequência didática evidenciaram que os participantes seguiram as instruções das atividades e conseguiram realizar todas as atividades com êxito.

As atividades (MDF) de construção de conhecimento serviram de suporte para a realização das atividades complementares, atividades de exercício e fixação do conteúdo, visto que nessas atividades os participantes resolviam as questões com facilidade. O percentual de acertos no pós-teste revela um aumento significativo de desempenho do primeiro para o segundo teste, esses resultados provam que as metodologias de ensino adotadas durante a aplicação da sequência didática proporcionaram melhoria no desempenho dos participantes no pós-teste.

Os resultados evidenciam que os participantes conseguiram aprender o conteúdo de área de figuras planas e conseguem retirar informações de questões problemas para realizar o cálculo de área da figura pedida. Acreditamos que esses

resultados positivos se devem às metodologias e recursos utilizados na fase de experimentação.

Por fim, conseguimos ter um grande ganho de aprendizagem na área de educação inclusiva, no ensino por atividades, resolução de problemas e o uso de materiais manipuláveis como metodologia, ensino de área de figuras planas, tanto teórico quanto prático. Também tivemos a oportunidade de conhecer, presenciar e acompanhar o processo de educação matemática de pessoas cegas.

Acreditamos que a metodologia proposta é de grande valia na educação de pessoas cegas, pretendemos utilizar esses recursos metodológicos futuramente em salas de aula, tanto para efetivar a inclusão como também para ensinar área de figuras planas de forma dinâmica e interativa. O processo de desenvolvimento e construção dessa pesquisa foi extremamente importante em nossa formação acadêmica, buscaremos usar e compartilhar o legado que a realização dessa pesquisa nos proporcionou enquanto educadores matemáticos.

Considerando o sucesso da utilização do Ensino por Atividades experimentais e Resolução de problemas e material manipulável na experimentação, cientes que ensino de área de figuras planas por meio de sequência didática nos proporcionou resultados positivos, disponibilizaremos o produto educacional para professores que apresentem que desejam ensinar área de figuras planas de forma dinâmica, interativa e inclusiva.

Ressaltamos ainda que o material construído nesta pesquisa pode ser adaptado, o material quadriculado em baixo relevo em peças de mdf facilmente pode ser adaptado para alto relevo quadriculado em folhas de papel cartão, usando barbante para fazer os quadriculados das figuras, entre outros materiais de baixo custo que podem ser utilizados com a finalidade de ensinar área de figuras planas.

Esperamos que este produto educacional possibilite aos docentes de matemática novas metodologias e recursos para trabalhar o ensino de área e utilizar a sequência didática apresentada nessa pesquisa para melhorar o desempenho dos estudantes no aprendizado de área de figuras planas, como também efetivar a inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática.

Acreditamos que trabalhos como estes podem influenciar outros pesquisadores a fazer uso dessas metodologias para desenvolver pesquisas futuras sobre o ensino de outros conteúdos matemáticos e trazer contribuições para a educação básica tanto para professores que podem ter as pesquisas como norteadoras de aulas, como para alunos que poderão participar de forma ativa no processo de construção do próprio conhecimento fugindo de aulas tradicionais. Dessa forma sugerimos que outras pesquisas com estas metodologias sejam desenvolvidas para o ensino de matemática.

REFERÊNCIAS

AMÂNCIO, Joenneyres Raio de Souza. **Estudo do cálculo de áreas de figuras planas baseado em estratégias de resolução de problemas matemáticos**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Maceió, 2020.

ANDERS, Valentim. **Dicionário Epistemológico Espanhol Online**. Disponível em: >[DECEL - Dicionário Etimológico Online de Espanhol \(dechile.net\)](http://decel.net)< , acessado em 30 de novembro de 2022.

Araújo, Debora Simone Ferreira de Queiroz. **Uma proposta didática para o Ensino de Perímetro e Área no Ensino Fundamental II**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Recife, 2020.

ARAUJO, Lise Canario de. **Cálculo de áreas**: Um Meio Atrativo para o Enriquecimento do Ensino da Matemática. Dissertação de Mestrado, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal da Bahia - UFBA Instituto de Matemática. Salvador, Bahia, 2013.

ASSUMPÇÃO, Paula Gabrieli Santos de. **Perímetro e área**: uma engenharia didática utilizando o Geogebra sob o olhar das Representações Semióticas. Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Santa Maria Centro de Ciências Naturais e Exatas, Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física. Santa Maria, RS, Brasil 2015.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Construção do conceito de área e perímetro**: uma sequência didática com auxílio de *software* de geometria dinâmica. Dissertação de Mestrado Universidade Estadual de Londrina, Ensino de Ciências e Educação Matemática. Londrina, 2004.

BALESTRI, Rodrigo; PATARO, Patrícia Moreno. **Matemática essencial 9º ano**: ensino fundamental, anos finais. 1 ed. Scipione. São Paulo, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf. Acesso em: 01 de setembro de 2022.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF, 5 de outubro de 1988.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sinopse Estatísticas do Exame Nacional de Ensino Médio 2015**. Brasília: Inep, 2017. Disponível em > <https://portal.inep.gov.br/><. Acesso em 14 de janeiro de 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência do ENEM**. Disponível em < https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Acesso em 14 de janeiro de 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Provas e gabaritos. Enem 2010, segundo dia. Disponível em >https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2010/dia2_caderno5_a_marelo.pdf<. Acessado em 12 de outubro de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Provas e gabaritos. Enem 2012, segundo dia. Disponível em >https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2012/dia2_caderno5_a_marelo.pdf<. Acessado em 12 de outubro de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Provas e gabaritos. Enem 2015, segundo dia. Disponível em >https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/2015_PV_impreso_D2_CD5.pdf<. Acessado em 12 de outubro de 2023

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Provas e gabaritos. Enem 2022, segundo dia. Disponível em > https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2022_PV_impreso_D2_CD5.pdf<. Acessado em 12 de outubro de 2023

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental (SEF). **Parâmetros Curriculares Nacionais**: história. Brasília, DF: SEF, 1998b

BRASIL. Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação da Educação Básica, documentos de Referência**. In Diretoria de Avaliação da Educação Básica-DAEB. Versão 1. Brasília-DF, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. 142p. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARDOSO, Rosinaldo da Trindade. **O ensino de medida de área por atividade**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) -Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

CORDEIRO, Cledyana Souza. **O uso de materiais concretos no ensino de Geometria Plana para pessoas com deficiência visual**: um estudo de caso. 2021.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) - Universidade do Estado do Pará, São Miguel do Guamá, 2021.

DAHM, Francine. **Área e perímetro de figuras geométricas planas**: percepções e criações através de malha quadriculada e o *software* geogebra. Dissertação (mestrado) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre, 2019.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**: 9º ano. 3 ed. São Paulo. Ática, 2009.

Dias, Sandy da Conceição. **O ensino de matemática para estudantes cegos por meio de sistema suplementar de comunicação**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

EVES, Howard. **Introdução a História da Matemática**. Ed UNICAMP. Campinas, 1992.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemático**. tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

GILLINGS. Richard J. **Mathematics in the time of the pharaohs**. Reprint. Originally published: Cambridge, Mass.: MIT Press, 1972.

KUROKAWA, Cecilia Yumi. **Áreas e volumes**: de Eudoxo e Arquimedes a Cavalieri e o cálculo diferencial e integral. Dissertação (mestrado) Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Campinas, SP, 2015.

MARTINS, Henrique Araken. **Estruturas de avaliação escolar para mapear habilidades tomando como base as Taxonomias de Bloom em questões de múltipla escolha**. Dissertação de Mestrado Universidade Federal do ABC. Santo André, SP, 2016.

MORAES, Fernanda Carpintero de. **Um Passo de Cada Vez**: Conhecendo as Unidades de Medida Através da Sua História. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2019.

OLIVEIRA, Larissa Katharine de. **Inclusão de deficientes visuais no ensino de Geometria Plana**. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, 2019.

ONOFRE, Eduardo José de Oliveira. **Medidas de comprimento e de área**: um estudo sobre unidades de medidas e sobre o cálculo de áreas de algumas figuras planas. Monografia (Graduação), Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2018.

PAULA, Andrey Patrick Monteiro de. **Ensino de área de figuras planas por atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2011.

ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. de. Tópicos de história da matemática. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

SÁ, Pedro Franco de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC**: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Ano 15, Número 35, p.143-162, 2022.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. EDUEPA. Belém, 2009.

SÁ, Pedro Franco De. Possibilidades da resolução de problemas em aulas de matemática. IFPA, Belém, 2021.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de matemática por atividades**. Belém: SINEPEM, 2019. (Coleção I).

SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo Souza e. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática. **Revista Cocar**. Edição Especial N.14/2022 p.1-20.

SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo Souza e; FOSSA, John Andrew. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática. **Revista Cocar**. Edição Especial N.14/2022 p.1-20.

SENZAKI, Noemia Naomi. **Conceitos de Área e de Perímetro**: um estudo Metanalítico. Tese de Doutorado, Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP. São Paulo, 2019.

SILVA, Anderson Douglas Pereira Rodrigues da. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica**: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6ºano do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós – Graduação em Educação Matemática e Tecnológica Curso de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2016.

SILVA, Hugleibson Bernardo. **Utilização do Multiplano no Ensino de Geometria para Alunos do Ensino Fundamental com Deficiência Visual**. Dissertação de mestrado. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás Instituto de Matemática e Estatística. Goiânia, 2015.

SILVA, Mayra Darly da. **Ensino de geometria para estudantes cegos**: avaliação, análise e uso de um material manipulável por professores dos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Recife, 2018.

SILVA, Toni Aldenis Ferreira. **Área de figuras planas**: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico no 7º ano do ensino fundamental. Universidade Federal do Oeste do Pará, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Santarém-PA, 2018.

SISPAE. **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. SISPAE-Sistema Paraense de Avaliação Educacional, matriz de avaliação. Disponível em: ><https://sispae.vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?c=SEPA1702><. Acesso : em 02 de março de 2023.

SISPAE. **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. SISPAE-Sistema Paraense de Avaliação Educacional, referenciais. Disponível em: ><https://sispae.vunesp.com.br/referencia.aspx>< Acesso : em 02 de março de 2023.

SOUZA, Tânia Pinto Dos Santos. **O uso do Desenho Geométrico como motivador de aprendizagem no ensino de área de figuras planas**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro De Ciências Exatas e Tecnológicas; Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Cruz das Almas, Bahia, 2015.

SPLETT, Elisa Seer. **Inclusão de alunos cegos em classes regulares e o processo ensino e aprendizagem da matemática**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil, 2015.

STALLIVIERE, I. C. C. A história da Agrimensura. **Revista Mira**, 2011. Disponível em: > <http://www.amiranet.com.br/artigo/ahistoria-da-agrimensura-16><. Acessado em: 21 de setembro de 2022.

TEIXEIRA, Rackel de Carvalho. **Uma maneira dinâmica de aprender área e perímetro de figuras planas a partir de situações concretas e lúdicas**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciências e Tecnologia. Campos Dos Goytacazes -RJ, 2018.

VASCONCELOS, Nathalia Melo do Bem. **Abordagem prática dos conceitos de área e perímetro a partir da planta baixa de uma escola**. Dissertação de Mestrado, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2019.



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem



