Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental

CLEDYANA SOUZA CORDEIRO

ENSINO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS PARA ALUNOS CEGOS

BELÉM/PA
2024

Cledyana Souza Cordeiro

Ensino de área de figuras planas por atividades experimentais para alunos cegos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental
Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

BELÉM/PA
2024

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Cordeiro, Cledyana Souza

Ensino de área de figuras por atividades experimentais para alunos cegos / Cledyana Souza Cordeiro; orientador Pedro Franco de Sá. Belém, 2024.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. Belém, 2024.

1.Geometria-Estudo e ensino.2.Cegos-Educação. 3.Prática de ensino. I. Sá, Pedro Franco de (orient.). II. Título.

CDD. 23º ed. 516.32

Regina Coeli A. Ribeiro – CRB-2/739

Cledyana Souza Cordeiro

Ensino de áreas de figuras planas por atividades experimentais para alunos cegos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental
Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Data de aprovação:

Banca examinadora

Pedro Sá
__________________________________. Orientador
Professor Pedro Franco de Sá
Doutor em Educação
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Ana Kely Martins da Silva.
__________________________________. Examinadora (Interna)

Professora Ana Kely Martins da Silva
Doutora em Educação
Universidade Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Documento assinado digitalmente
gov.br
ELIELSON RIBEIRO DE SALES
Data: 03/06/2024 10:31:58-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br
__________________________________. Examinador (Externo)

Professor Elielson Ribeiro de Sales
Doutor em Educação Matemática
Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho

Dedicatória

Dedico esta dissertação a duas classes de seres humanos: em primeiro lugar aqueles que não soltaram minha mão em nenhum momento dos últimos três anos e meio, e segundo lugar aos professores e educadores que sonham em promover uma educação matemática dinâmica, inclusiva e revolucionária.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo dom da vida e pela oportunidade de conseguir entrar em uma pós-graduação, sou grata acima de todas as coisas, pela sua bondade e fidelidade, pois, sei que nada acontece sem a sua permissão.

Agradeço aos meus pais Clédison Júnior da Silva Cordeiro e Ana Maria Souza Cordeiro por sempre me apoiarem e incentivarem nos meus estudos, valorizando sempre a minha educação.

Agradeço aos meus irmãos Julyana Souza Cordeiro e Edyson Júnior Souza Cordeiro por terem me dado todo o apoio e incentivo de que precisei durante essa caminhada.

Agradeço imensamente ao meu esposo Jones Castro por todo amor, apoio e incentivo durante essa longa jornada, por me ouvir falar incansavelmente dessa pesquisa e acreditar em meu potencial. Obrigada por tanto, a vida é com você.

A Universidade do Estado do Pará pela oportunidade de cursar uma pós-graduação em ensino de matemática, e por todo aprendizado.

A FAPESPA pelo apoio financeiro que possibilitou o desenvolvimento desta dissertação

Ao meu orientador Prof. Dr. Pedro Franco de Sá, pelas orientações e ensinamento, pelo apoio e incentivo em todos os momentos do curso, por ter sido um grande exemplo incentivador nessa caminhada. Obrigada pela parceria, sou e serei eternamente grata pelos ensinamentos adquiridos através da sua pessoa. Sou grata pela oportunidade de ter sido sua orientanda, obrigada por ter aceitado como orientanda. Obrigada pela sua disposição, por seus ensinamentos tão valiosos e por sempre acreditar no meu potencial e nesta dissertação

Aos membros da banca avaliadora, por suas sugestões e contribuições nesse momento de Qualificação e Defesa. Sou grata pelas orientações.

A todos os professores do curso que dedicaram o seu tempo precioso e contribuíram de forma significativa com seus ensinamentos importantíssimos para a nossa formação durante as disciplinas do curso.

Aos meus colegas da turma de 2021, especialmente, Bruno Mendes, Dion do Espírito Santo, Elaine Cristina, pelo companheirismo, por compartilhar a lutas diárias de ser um mestrando e por dividir conhecimentos. Vocês são seres humanos incríveis

e não haveria pessoas melhores para compartilhar essa jornada, sou muito grata pela vida e amizade de vocês.

A minha melhor amiga de todos os tempos Dinaele Souza por ser minha maior incentivadora nesta jornada, desde o momento de inscrição para realizar a prova de seleção do programa, quanto ao longo de todo o curso, obrigada por acreditar em mim, gratidão por ter pessoas maravilhosas como você em minha rede de apoio.

Agradeço imensamente a todos os meus amigos e familiares que me apoiaram e me incentivaram no decorrer dessa caminhada.

O hoje depende da história que você quer contar amanhã.

RESUMO

CORDEIRO, Cledyana Souza. **O ensino de área de figuras planas por atividades experimentais para alunos cegos**. Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2024.

Esta Dissertação apresenta os resultados de uma pesquisa que buscou responder a seguinte indagação científica: Que possíveis efeitos a aplicação de uma sequência didática para o ensino de área de figuras planas, baseada no ensino por atividades experimentais, pode ter sobre o desempenho de estudantes cegos na resolução de questões do assunto? Dessa forma, a pesquisa teve como objetivo geral: Analisar possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de área de figuras planas, baseada no ensino por atividades experimentais, pode ter sobre o desempenho de estudantes cegos na resolução de questões do assunto. tomamos como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática de Michelle Artigue, onde fundamentamos a pesquisa nas quatro fases da ED: análises prévias, análises *a priori,* experimentação e validação. Desenvolvemos e aplicamos uma sequência didática como proposta de ensino para trabalhar áreas de figuras planas para alunos cegos. Utilizamos como metodologias de ensino o Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas de Sá e como recurso didático o uso de material manipulável. A experimentação foi realizada com dois jovens cegos da xona rural do município de Irituia, ocorreu no mês de outubro e novembro de 2023, em seis encontros com duração de duas horas cada um. A análise dos dados foi feita de forma qualitativa (acertos, erros, brancos) e quantitativa (porcentagem de acertos, erros e brancos) por meio da tabulação dos dados em quadros e gráficos. A partir da comparação dos resultados da experimentação (hipótese a *posteriori*) com as hipóteses a *priori* estabelecidas na fase de concepção e análise a *priori*, e da confrontação dos resultados do pré-teste e pós-teste, determinamos a validação de cada um dos instrumentos utilizados na aplicação da sequência didática. Os resultados das análises revelaram que houve melhoria no desempenho dos participantes, o participante A respondeu corretamente 4/10 questões do pré-teste e deixou 6/10 em branco no pós-teste resolveu às 10/10 questões corretamente e o participante B que deixou todas as 10/10 questões do pré-teste em branco, resolveu todas as questões do pós-teste obtendo 9/10 acertos e 1/10 de erros. Dessa forma concluímos que as metodologias e recursos utilizados tiveram um efeito positivo no ensino de área de figuras planas para alunos cegos. Obtivemos a partir das atividades desenvolvidas nesta pesquisa um produto educacional que se encontra no link ...

Palavras-chave: Área de figuras planas. Engenharia Didática. Ensino de matemática para cegos. Ensino de matemática por Atividades Experimentais. Sequência didática.

ABSTRACT

This dissertation presents the results of a research that sought to answer the following scientific question: What possible effects can the application of a didactic sequence for teaching the area of plane figures, based on teaching through experimental activities, have on the performance of blind students in solving questions on the subject? Thus, the research had as its general objective: To analyze possible effects that the application of a didactic sequence for teaching the area of plane figures, based on teaching through experimental activities, can have on the performance of blind students in solving questions on the subject. We used Michelle Artigue's Didactic Engineering as the research methodology, where we based the research on the four phases of ED: prior analysis, a priori analysis, experimentation and validation. We developed and applied a didactic sequence as a teaching proposal to work on areas of plane figures for blind students. We used Sá's Experimental Activities and Problem Solving as teaching methodologies and the use of manipulative material as a teaching resource. The experiment was carried out with two young blind people from the rural Xona of the municipality of Irituia, and took place in October and November 2023, in six meetings lasting two hours each. Data analysis was carried out qualitatively (hits, errors, blanks) and quantitatively (percentage of hits, errors, and blanks) by tabulating the data in tables and graphs. From the comparison of the results of the experiment (a posteriori hypothesis) with the a priori hypotheses established in the design and a priori analysis phase, and from the confrontation of the results of the pre-test and post-test, we determined the validation of each of the instruments used in the application of the didactic sequence. The results of the analyses revealed that there was an improvement in the participants' performance. Participant A answered 4/10 questions correctly in the pre-test and left 6/10 blank in the post-test. Participant B, who left all 10/10 questions blank in the pre-test, answered all the questions in the post-test, obtaining 9/10 correct answers and 1/10 errors. Thus, we conclude that the methodologies and resources used had a positive effect on teaching the area of plane figures to blind students. From the activities developed in this research, we obtained an educational product that can be found at the link...

Keywords: Area of plane figures. Didactic Engineering. Teaching mathematics to the blind. Teaching mathematics through experimental activities. Didactic sequence.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC- Base Nacional Comum Curricular

ED- Engenharia Didática

ENEM- Exame Nacional do Ensino Médio

IBC- Instituto Benjamin Constant

MDF- Medium Densite Fiberboard

MEC-Ministério da Educação

PCN -Parâmetros Curriculares Nacionais

SAEB- Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

SISPAE- Sistema Paraense de Avaliação Educacional

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Consideramos o professor como um artista, ensinar uma arte, a matemática como a mais bela das ciências, ensinar é sinônimo de instruir, indicar o caminho a seguir. Enquanto educadores matemáticos nos preocupamos em observar como tem-se dado a arte de ensinar, e por falar em arte vamos falar de geometria, a revelação da presença marcante da matemática em nosso dia a dia, presente nas pequenas coisas e também nas grandes construções da humanidade.

O ensino de matemática na maioria das vezes tem-se dado de forma expositiva, onde os alunos são reféns de um sistema de ensino baseado em conceitos, exemplos e atividades. Em minha formação[1] acadêmica pudemos perceber que isso está mudando, tivemos contato com muitas metodologias e recursos didáticos, no qual o aluno pode participar ativamente do processo de ensino e aprendizagem.

Minha formação me proporcionou, enquanto educadora, conhecer inúmeras ferramentas para ensinar matemática. Dentre os tópicos de matemática a geometria é área que me despertou interesse desde os primeiros contatos no qual tive curiosidade em compreender e aprender, esse interesse cresceu durante minha formação acadêmica, despertando o anseio de pesquisar, desenvolver, adaptar recursos para ensinar geometria, especificamente a geometria plana.

Segundo Cordeiro (2021, p. 44) “o ensino da geometria é de grande valia na formação do aluno”, mas alguns professores optam por não ministrar esse tópico da matemática seja pela falta de tempo ou ainda por considerar um conteúdo difícil. Indo em contrapartida com essa realidade, decidimos abordar nesta pesquisa o ensino de área de figuras planas.

Área de figuras planas é um dos conteúdo da unidade temática grandezas e medidas, que possui grande relação com a geometria, o conteúdo é abordado durante os anos finais do ensino fundamental, no 6º ano do ensino fundamental deveria iniciar-se o ensino de área por meio de malhas quadriculadas, onde o aluno começaria

[1] Nossa opção foi por escrever na primeira pessoa do singular por se tratar de experiências pessoais da pesquisadora. O restante da pesquisa será redigido na primeira pessoa do plural por acreditarmos que este trabalho conta e contará com contribuições do orientador e das ideias contidas nos nossos referenciais teóricos.

a ter noção de área, e no decorrer do ensino fundamental o aluno vai adquirir conhecimento e habilidade para identificar unidade de área e resolver problemas que envolvam o cálculo de área.

O desejo de ensinar de forma diferenciada foi despertado durante a minha graduação, percebi que as metodologias utilizadas por nossos professores durante o ensino fundamental e ensino médio não eram suficientes para atrair atenção de todos os alunos e apenas uma minoria conseguia aprender os conteúdos. De forma que essas experiências me levaram a refletir sobre o tipo de professor que desejamos ser, queríamos ser mais um professor de matemática ou “o professor de matemática”?

Minha relação com a matemática começou bem cedo, desde os anos inicias do ensino fundamental me identifiquei com a disciplina de matemática, mas foi apenas na terceira série do ensino médio que percebi o quanto a disciplina me instigava e desafiava, na época montei junto como colegas um grupo de estudo, no qual tive a oportunidade de ajudar e ensinar outros colegas de classe que tinham dificuldade com a matéria, e a partir daí surgiu a vontade de ser professor de matemática.

O interesse por desenvolver pesquisas que envolvessem o ensino de matemática, especificamente ensino de geometria para pessoas cegas surgiu durante o curso de graduação em Matemática. No período de formação da graduação participei de um projeto na Feira Vocacional da instituição, no qual desenvolvemos um projeto que consistia na educação inclusiva de alunos cegos, foram desenvolvidos dois jogos matemáticos educativos voltados ao processo de ensino aprendizagem de alunos cegos.

Alguns dias após o desenvolvimento deste projeto, tomei conhecimento de uma estudante cega que estava cursando o ensino fundamental em uma escola no zona rural do município de Irituia, logo em seguida comecei um estágio voluntário como professora auxiliar desta aluna, e no decorrer do estágio observei o desinteresse pela matemática como também a grande dificuldade de aprendizagem devido à falta de incentivo e recursos didáticos que despertasse o interesse da aluna pela matemática, a partir daí comecei a desenvolver materiais concretos que pudessem despertar o interesse da aluna pela disciplina de matemática.

Outro fator relevante para trabalharmos a matemática para alunos cegos, foi a convivência com pessoas cegas da comunidade onde residiam, percebemos que estas pessoas não tiveram a oportunidade de estudar em uma escola regular por falta de incentivo, metodologias diferenciadas no ensino e inclusão nas atividades de classes. Atualmente algumas dessas pessoas conseguiram concluir o ensino fundamental e médio por meio do Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA), dois conseguiram ingressar no ensino superior.

Ao percebemos essa realidade e vivenciarmos a experiência de ensinar pessoas cegas pudemos conhecer os desafios de ensinar matemática a esse público, cresceu em nós o desejo de contribuir com a educação desse público, sentimos enquanto educadores a necessidade de pesquisar e trazer até essas pessoas o conhecimento matemático de forma que eles possam visualizar, compreender e ver o quão preciso e importante é o estudo da matemática para a formação do ser humano.

A partir disso, a vontade de contribuir com a educação dos alunos cegos se tornou motivação no momento da escolha do tema de pesquisa. Vale ressaltar que esta pesquisa é continuidade do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da graduação, no qual abordamos o reconhecimento de figuras planas por meio de materiais concretos e manipuláveis. Dessa forma, desenvolvemos uma sequência didática para o ensino de área de figuras planas para alunos cegos por meio de atividades lúdicas e interativas.

A fim de entender como o ensino de área tem sido abordado nas pesquisas, consultamos pesquisas que abordam o ensino de área. A busca por produções revelaram que o ensino de área vem sendo abordado em muitas pesquisas que buscam trabalhar o ensino de área de forma mais significativa, onde os alunos são os agentes principais na construção do conhecimento.

Essas pesquisas, apresentaram o ensino de área por meios de recursos didáticos como sequências didáticas, materiais concretos, malhas quadriculadas, *software* entre outros. As pesquisas de dissertações de Paula (2011) e Dias (2018) foram norteadoras para a elaboração da sequência didática.

Paula (2011) em sua pesquisa abordou o “Ensino de áreas por meio de atividades”, desenvolvem uma sequência didática composta por seis atividades e três jogos, no qual usou como recursos para o ensino de área e perímetros malhas quadriculadas e jogos, teve como participante da pesquisa alunos do 9º ano do ensino fundamental.

A sequência didática produzida por Paula (2011) foi compreendida em pré-teste e pós-teste contendo 10 questões envolvendo cálculo de área de figuras planas, seis atividades, envolvendo área de quadrado, área de retângulo, área de paralelogramo, área de triângulo, área de trapézio e área de losango. e três jogos “dominó de área de figuras planas”, “bingo das figuras planas” e “trilha das formas” ambos os jogos tiveram por objetivo auxiliar na aprendizagem do cálculo de área de figuras planas, e fixar o conteúdo.

Paula (2011) buscou em sua pesquisa a redescoberta das fórmulas de cálculo de áreas das figuras planas, e com base nos resultados da pesquisa, seus objetivos foram alcançados, ainda segundo o autor, os alunos conseguiram chegar às fórmulas de áreas por meio das atividades. Esta pesquisa traz grandes contribuições para o ensino da área de figuras planas, o autor acredita que o ensino de forma lúdica proporciona maior interação entre aluno-aluno e também favorece a relação aluno-professor.

Dias (2018) em sua pesquisa de mestrado abordou o ensino de matemática por meio de atividades por meio de sistema suplementar de comunicação, o sistema foi construído por meio de recursos tecnológicos e concretos como software Monet (utilizado para desenhar gráficos em uma impressora Braille, bem como fórmulas matemáticas, figuras geométricas, imagens e desenhos), software Braille Fácil (utilizado para que a impressão Braille seja uma tarefa mais rápida e fácil), software App Inventor (desenvolvimento de um aplicativo de voz para guiar o aluno durante o desenvolvimento das atividades) e material concreto.

Dias (2018) desenvolveu uma sequência didática composta por 12 atividades que trabalham o ensino de matemática voltado para estudantes cegos, para ensinar: Quantidade no sistema de representação decimal; Curvas; Segmento de Reta; Polígono; Tipos de Polígonos; Conceito de área; Área do retângulo; Área do quadrado; Figuras Espaciais; Conceito de Volume; Volume do Cubo e Volume do Paralelepípedo.

Levando em consideração que esta pesquisa aborda o ensino de área falaremos apenas as atividades que envolvem a temática de nossa pesquisa, para ensinar o conteúdo de área. Dias (2018) propõe o uso de matérias em alto relevo, para trabalhar o conceito de conceito de área (construção dos contornos das figuras em alto relevo), para trabalhar área de quadrado e retângulo (figuras quadriculadas em alto relevo). Para Dias (2018) ensinar matemática para pessoas é necessário adaptar a forma que os conteúdos são ensinados, dessa forma o processo de ensino e aprendizagem não será prejudicado.

Tomamos como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática (ED) de Michelle Artigue (1995), sendo estruturado nas quatros fases da ED: análises prévias, análises *a priori,* experimentação e validação, a engenharia didática é uma metodologia. Segundo Araújo e Igliori (2009) a ED é um método qualitativo de pesquisa ação, com abordagem comparativa baseada em uma validação interna, fundamentada sobre a confrontação entre análise *a priori* e análise *a posteriori* (Araújo e Igliori, 2009).

Desenvolvemos e aplicamos uma sequência de didática com base na Engenharia didática, a sequência didática desenvolvida tem por finalidade ensinar de forma dinâmica e interativa área de figuras planas para alunos cegos, usando como recurso metodológico para aplicação da sequência o Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas, e como recurso didático o uso de materiais manipuláveis.

O Ensino por Atividades experimentais vem sendo estudado e pesquisado por Sá (2019), Sá (2020), Sá e Mafra (2022) e Sá et al (2022). Segundo Sá (2019) o ensino por atividades experimentais vem em contrapartida às ideias do ensino tradicional, é uma estratégia metodológica no qual tem-se protagonismo compartilhado por docentes e estudantes na sala de aula. O ensino de matemática por meio de atividades pode ter dois objetivos: conceituação ou redescoberta.

Para Oliveira (2011) o ensino tradicional é aquele no qual o professor privilegia aulas expositivas, sendo o aluno apenas um ouvinte, repetidor e memorizador dos conteúdos, de forma que os conteúdos tem pouca ou nenhuma ligação com o cotidiano do aprendiz, tornado o aluno um ser passível, sem incentivar a capacidade de agir e pensar criticamente.

Para Sá (2021) ao se deparar com uma situação desconhecida e que não se sabe como encontra a solução, está se diante de um problema, mas assim que encontra o caminho para solução será apenas um exercício. Segundo Sá (2021) a resolução de problema pode ser trabalhada em três tipos de interpretações: Como um objetivo, um processo e um ponto de partida. A resolução de problema é um recurso didático que tem por objetivo contribuir com o desenvolvimento do aluno.

Cordeiro (2021) acredita que “ensinar seja uma arte que exige do educador criatividade e disponibilidade para atrair seu público alvo”, de forma que o professor esteja sempre buscando aprender novas metodologias, aderindo recursos didáticos que possam facilitar o processo de ensino e aprendizado de seus alunos. Sabe-se que ensino de geometria é um dos conteúdos que requer a visualização, dessa forma faz-se necessário o uso de recursos que possam possibilitar ao aluno cego a visualização do conteúdo.

> Ensinar é uma arte que exige do educador a adequação constante, seja para ministrar aulas teóricas ou práticas e ao se trata da educação de pessoas invisuais, o processo de ensino e aprendizagem requer muito mais atenção e comprometimento com aluno, não se trata apenas de repassar conhecimento, de ensinar ao aluno, mas de incluí-lo, fazê-lo se sentir seguro no ambiente escolar, onde o aluno possa se sentir “normal”, aprendendo e desenvolvendo-se (Cordeiro, 2021, p.39).

Ensinar geometria requer a “formação de imagens mentais que os estudantes construirão a partir do estudo dos conteúdos desse segmento da matemática” (Cordeiro, 2021) dessa forma, como podemos ensinar a área de figuras planas para alunos cegos? A inclusão de alunos com deficiência é amparada pelas leis desde 1988, o aluno com deficiência visual deve estar inserido no meio escolar como qualquer outro aluno, e é dever da escola, do professor garantir que este aluno seja inserido em uma sala de aula com os demais alunos (Cordeiro, 2021).

No entanto as leis que amparam a inclusão não são suficientes para que este aluno seja inserido e consiga aprender de forma significativa, cabendo ao professor buscar metodologias que possam trabalhar os conteúdos de forma inclusiva. Ao olharmos para a educação de alunos cegos, sentimos a necessidade de contribuir em sua formação e desenvolver recursos didáticos que possam facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

A partir disso, estabeleceu-se como questão norteadora a seguinte indagação: **Que possíveis efeitos a aplicação de uma sequência didática para o ensino de área de figuras planas, baseada no ensino por atividades experimentais, pode ter sobre o desempenho de estudantes cegos na resolução de questões do assunto?** A fim de encontrar respostas para tal inquietação definimos como objetivo geral desta dissertação: Analisar possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de área de figuras planas, baseada no ensino por atividades experimentais, pode ter sobre o desempenho de estudantes cegos na resolução de questões do assunto.

Para este estudo foram delimitados três objetivos específicos que corroboram com o cumprimento do objetivo geral, são eles: (I) Analisar a eficácia do uso de atividades experimentais com materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem de área de figuras planas; (II) Identificar a pertinência do uso de atividades experimentais com materiais manipuláveis no processo de ensino de alunos cegos e (III) Avaliar a eficácia de utilizar atividades experimentais envolvendo materiais manipuláveis no ensino de área de figuras planas para alunos cegos.

Esta dissertação está organizada em cinco seções, no primeiro fizemos a descrição das quatros fases da engenharia didática com base em Artigue (1995), no segundo estão descritas a primeira fase da ED, as análises prévias, onde abordamos aspectos matemáticos de área, aspectos históricos de área, aspectos curriculares de área, estudos anteriores, diagnóstico realizado com professores, Ensino de matemática por atividades Experimentais e Resolução de problemas.

Na terceira seção apresentamos a segunda fase da ED, concepção e análise *a priori,* onde apresentamos a sequência didática proposta para o ensino de área composta por pré-teste contendo 10 questões, uma sequência de 10 atividades envolvendo o cálculo de área de quadriláteros e triângulos onde temos 6 atividades em placas de MDF e 4 atividades com questões problemas, um pós-teste contendo 10 questões.

Na quarta seção abordamos a terceira fase da ED, a experimentação, onde apresentados dados da experimentação da sequência didática, que ocorreu nos meses de outubro e novembro em seis encontros, dois primeiros com a finalidade de conhecer os participantes e sondar o conhecimento prévios dos participantes sobre área de figuras planas, três para a aplicação da sequência de atividades e o último para sondar o conhecimento de área de figuras planas dos participantes após a aplicação da sequência de atividades.

Na quinta seção realizamos as análises *a posteriori* e validação, onde fizemos análise dos dados qualitativos e quantitativos, dispostos em tabelas e gráficos, fizemos a comparação das hipóteses estabelecidas na fase de concepção e análise a *priori* com os resultados da fase de experimentação e a pós a confrontação desde dados validamos a atividade como positiva ou negativa. Nessa fase da pesquisa fizemos também a confrontação dos resultados do pré-teste com o pós-teste a fim de perceber o desempenho dos participantes antes e após a aplicação da sequência de atividades. E por fim apontamos nossas considerações finais, referências e apêndices.

1. ENGENHARIA DIDÁTICA

Para a fundamentação teórica desta dissertação tomaremos como base a Teoria da Engenharia Didática. Segundo Sá e Alves (2011) a Engenharia Didática tem origem na escola francesa de didática da matemática tendo como base as pesquisas de Douady (1992), Chevallard (1992) e Brousseau (1981) entre outros. Miranda *et al* (2023) afirma que os primeiros trabalhos envolvendo ED surgiram em 1970, mas só começaram a ser estruturados e utilizados no início de 1980, quando Michélle Artigue sistematiza, desenvolve e divulga o conceito de Engenharia Didática.

Conforme Antunes *et al* (2019) a Engenharia didática foi inicialmente concebida por Brousseau (1981), e posteriormente desenvolvida e ampliada por Douady (1992) e Artigue (1988) sendo usada como metodologia em sala de aula (Douady, 1992) e como investigação didática (Artigue, 1988).

Segundo Sá e Alves (2011, p. 355) às técnicas clássicas de pesquisas isoladamente não dão conta de estudar os fenômenos da sala de aula devido à complexidade das relações docente, discentes e conhecimento, para os autores os resultados de pesquisas e estudos obtidos por meio destas técnicas revelam "uma distância entre os resultados oriundos da pesquisa em Educação Matemática e a prática pedagógica e as ações da formação de professores de Matemática".

Conforme Sá e Alves (2011) a adoção de uma metodologia que privilegie as ações didáticas na sala de aula contribui para resultados mais precisos na pesquisa em Educação Matemática. Ainda segundo Sá e Alves (2011) a metodologia que contempla a dimensão teórica e a dimensão experimental da pesquisa em didática da Matemática é chamada de engenharia didática.

Ao se tratar de investigação didática a teoria é caracterizada por Artigue (1988, p.2 *apud* Antunes *et al*, 2019, p. 10) como uma metodologia de investigação científica que busca "[...] extrair relações entre pesquisa e ação [...], sobre o sistema baseado em conhecimentos didáticos preestabelecidos". Segundo Sá e Alves (2011) em 1988 Michelle Artigue escreveu um artigo que foi publicado na revista internacional "*uRecherches en didactique des mathématiques*", o artigo intitulado "*uIngénierie didatique*" continha 28 páginas e foi publicado " no volume 9/3 da revista, o artigo propões a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa.

Para Carneiro (2005 *apud* Sá e Alves, 2011) a engenharia didática foi concebida pela "ideologia de inovação", relacionada a valorização do saber prático do professor, a ideia de que as teorias desenvolvidas eram insuficientes para captar a complexidade do sistema educacional e influir mudanças nos métodos de ensino tradicionais. Conforme Artigue (1996 *apud* Sá e Alves, 2011) a engenharia didática teve sua origem no início da década de 1980, a autora associou-se às investigações do didático no ensino de matemática com o trabalho desenvolvido por um engenheiro ao se deparar com a ideia de construção de um projeto inédito.

Para Sá e Alves (2011, p. 357) Michele Artigue via a engenharia como um instrumento para abordar questões como: “as relações entre a investigação e a ação no sistema de ensino; e colocar as ações didáticas desenvolvidas na sala de aula no meio das metodologias de investigação didática”. Conforme Sá e Alves (2011) o que diferencia o trabalho de Artigue (1996) dos demais trabalhos investigativos e experimentais em sala de aula são os instrumentos e métodos de registros e modo de validação dos registros. A maioria dos trabalhos experimentais em sala de aula fazem comparações com validação externa, enquanto que a engenharia didática recorre a validação interna e faz comparações dos registros antes e depois.

> Enquanto as investigações, na maioria das vezes, que recorrem à experimentação na sala de aula, situam-se numa abordagem comparativa com validação externa dos desempenhos de grupos experimentais e grupos controle, a engenharia didática se situa no lado oposto devido sua validação ocorrer por meio do registro de estudos de caso, que essencialmente interna e fundada nos confrontos das análises, ocorrem antes e após o experimento (Sá e Alves, 2011, p. 357).

Segundo Araújo e Igliori (2009) a Engenharia Didática é um método qualitativo de pesquisa ação, com abordagem comparativa baseada em uma validação interna, fundamentada sobre a confrontação entre análise *a priori* e análise *a posteriori*, sendo caracteriza por registro no qual ela se situa e os modos de validação que lhe são associados.

Para Artigue (1996 *apud* Sá e Alves, 2011) os objetivos da engenharia didática são variados, Sá e Alves (2011, p. 35) apontam que a Engenharia Didática é vista por Artigue (1996) como “uma metodologia de investigação que se caracteriza por um esquema experimental baseado em ações pedagógicas na sala de aula”. Miranda *et al* (2023) acreditam que a Engenharia Didática possibilita ao professor um novo caminho para trabalhar, de forma diferenciada.

> [...] a ED oferece ao professor caminhos para criar, planejar e executar uma sequência didática experimental dentro da sala de aula que possibilite investigação, reflexão, avaliação e redefinição de suas metodologias de ensino (Miranda *et al, p. 5,* 2023).

Ainda segundo Miranda *et al* (2023,) essa forma de trabalhar possibilita a compreensão e visualização maior das necessidades, dúvidas e dificuldades que os educandos podem ter. Os autores Miranda *et al* (2023, p. 5) apontam ainda que a Engenharia Didática como instrumento metodológico "criar meios para detectar as causas dos obstáculos de aprendizagem com objetivo de superá-los", ao perceber quais obstáculos precisam ser superados o educador elabora e aplica uma sequência didática que possibilite a aprendizagem.

A metodologia proposta por Artigue é constituída de quatro fases: (1) análises prévias; (2) concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; (3) experimentação e (4) análise *a posteriori* e validação. Descreveremos a seguir cada uma das fases da Engenharia Didática e suas características.

1.1. Análises prévias

No decorrer de nossas pesquisas e leituras sobre a ED perceberemos que as análises prévias é a primeira fase na pesquisa ao aderir à engenharia didática como metodologia de pesquisa, nessa fase o pesquisador após definir o tema, conteúdo, problema de pesquisa que deseja abordar vai em busca de produções textuais para fundamentar o referencial teórico da pesquisa, esse levantamento de produções norteia o pesquisador nas suas escolhas para a elaboração da sequência didática.

Para Ribeiro, Souza e Kubo (2018) está fase tem por objetivo conhecer os objetos de ensino por meio de um quadro teórico, conforme Pommer (2013, p. 23) nesta fase da pesquisa o pesquisador realiza uma revisão bibliográfica que envolve "as condições e contextos presentes nos vários níveis de produção didática e no ambiente onde ocorrerá a pesquisa" além de realizar uma análise geral dos aspectos histórico-epistemológicos que envolvem o objeto de estudo, como também verificar quais os efeitos que este o estudo desse objeto provoca, quais e dificuldades e obstáculos podem ser encontrados pelos alunos durante o processo de ensino de tal conteúdo.

Segundo Artigue (1995) essa fase da pesquisa é baseada em um quadro teórico didático geral, conhecimentos didáticos prévios acerca do campo de estudo, e de um certo número de análises preliminares

> ● A análise epistemológica dos conteúdos contemplados no ensino
> ● A análise do ensino tradicional e seus efeitos
> ● A análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que determinam a sua evolução.
> ● A análise do campo de restrições onde se localizará a efetiva realização didática.
> ● E, claro, tudo isso é feito levando em consideração os objetivos específicos da investigação (Artigue, 1995, p. 38, tradução nossa).

Nesse momento da pesquisa, o pesquisador realiza uma descrição das principais dimensões que envolvem o tema de pesquisa e que estão relacionadas ao ensino (Pais, 2001), essa etapa da pesquisa tem por objetivo segundo Almouloud (2007 *apud* Sá e Alves, 2011, p. 359) "identificar os problemas do ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado as questões de hipóteses, fundamentos teóricos e metodológicos da investigação". Para Almouloud e Silva (2012) a primeira fase da pesquisa, análises preliminares é um conjunto de análises de fatores que influenciam na pesquisa.

> Análises preliminares: considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática (Almouloud e Silva, 2012, p. 26).

Ainda segundo Almouloud (2007 *apud* Sá e Alves, 2011, p.359) essa etapa da pesquisa deve ser composta por "estudo da organização matemática, análise da organização didática do objeto matemático escolhido e definição das questões da investigação". Conforme Santos e Alves (2017) essa fase da pesquisa tem por objetivo identificar como o conteúdo pesquisa está sendo ensinado a fim de propor intervenções e modificações.

Conforme Santos e Alves (2017) as análises prévias são compostas por três dimensões: epistemológica, didática e cognitiva. Artigue (1995) define as três dimensões da seguinte forma:

> ● A dimensão epistemológica associada às características do conhecimento em jogo
> ● A dimensão cognitiva associada às características cognitivas do público a que se dirige o ensino

> ● A dimensão didática associada às características de funcionamento do sistema de ensino (Artigue, 1995, p. 40, tradução nossa).

Segundo Santos e Alves (2017, p. 449) a dimensão epistemológica está associada ao conteúdo que está sendo estudado, sendo possível observar aspectos históricos, obstáculos relativos à sua origem, dentre outros aspectos; quanto à dimensão didática refere-se a forma como o conteúdo é apresentado em livros didáticos, proposta de ensino; na dimensão cognitiva abrange a análise de questões acerca do quanto os alunos conhecem do conteúdo/ objeto de estudo

1.2. Análise *a priori*

A segunda fase da Engenharia Didática é a concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia. Nessa fase o pesquisador organiza e estrutura o caminho, constrói o alicerce da pesquisa com base nas análises prévias (Andrade *et al*, 2017). Para Almouloud e Silva (2012) o pesquisador com base nas análises prévias delimita as variáveis que serão relevantes para a pesquisa, determinando variáveis de comando. Ainda segundo Almouloud e Silva (2012) nessa etapa da pesquisa deve levar em consideração os seguintes pontos:

> ● Descrever as escolhas feitas no nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação adidática desenvolvida;
> ● Analisar o que poderia estar em jogo nesta situação para o aluno, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação que o aluno terá durante a experimentação.
> ● Prever campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise permite controlar seus significados e assegurar, particularmente, que se tais comportamentos esperados ocorreram, é por consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem (Almouloud e Silva, 2012, p. 27).

Nessa fase da pesquisa elabora-se uma sequência didática (Almouloud, 2007) e faz a análise *a priori* da mesma (Lima e Neves, 2019). Segundo (Lima e Neves, 2019) o objetivo dessa fase é fazer "um é o levantamento de hipótese das estratégias e resoluções que podem ocorrer no desenvolvimento da sequência didática" (Lima e Neves, 2019, p. 499). A análise da sequência didática é um dos passos mais importantes para a próxima fase (Experimentação). Conforme Bittar (2017 *apud* Lima e Neves, 2019), essa fase prepara o pesquisador para compreender a relação aluno, saber e consequentemente discernir com a melhor intervenção melhor se adequa aquela situação pesquisada.

Os principais objetivos dessa fase segundo Sá e Alves (1011, p. 360) são “a construção de uma sequência didática para o conteúdo em questão e formulação das hipóteses com base nos resultados obtidos nas análises prévias”. Para Sá e Alves (2011, p.360) o pesquisador deve desenvolver e analisar uma sequência de atividades denominada “sequência didática”, objetivo da construção da sequência didática é “a produção e a seleção de todo material que será necessário ao desenvolvimento da sequência de atividades propostas para o trabalho pedagógico a ser realizado”.

> A sequência didática normalmente é constituída de um conjunto de atividades construídas, com base nos resultados obtidos nas análises prévias, que o pesquisador espera que levem os alunos a desenvolverem certas competências e habilidades desejadas com relação ao conteúdo investigado (Sá e Alves, 2011, p. 360)

Para essa etapa da pesquisa determina-se variáveis (globais e locais) ou micro didáticas ou macro didáticas. Segundo Artigue (1995) nessa fase o pesquisador define um número de variáveis do sistema não fixadas pelas restrições que deseja atuar, através dessa delimitação de variáveis o pesquisador percebe quais são as variáveis de comando, ou seja, aquelas variáveis que são relevantes para o estudo, que estão relacionadas ao objeto de estudo, estas variáveis podem ser micro didáticas ou macro didáticas

> • As variáveis macro didáticas ou globais, relativas à organização global da engenharia.
>
> • E as variáveis micro didáticas ou locais, relativas à organização local da engenharia, ou seja, a organização de uma sequência ou de uma fase (Artigue, 1995, p. 42, tradução nossa).

Segundo Santos e Alves (2017, p. 50) estas variáveis são definidas com objetivo direcionar o pesquisado na construção do plano que pretende elaborar:

> As variáveis globais têm por finalidade direcionar as escolhas da pesquisa, enquanto que as variáveis locais são direcionadas à previsão dos possíveis comportamentos e entraves dos alunos, mediante as situações didáticas.

Segundo Artigue (1995) esta fase tem por objetivo determinar em que as escolhas efetuadas permitem uma visão das possíveis ações e comportamentos dos alunos, como também a percepção dos significados dessas atitudes, com base em um conjunto de hipóteses. A validação das hipóteses definidas nessa fase, serão refutadas ou provadas na quarta fase da pesquisa onde haverá o confronto indireto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*. Conforme Artigue (1995, p.45, tradução nossa) “essa análise *a priori* é composta por uma parte descritiva e outra preditiva focada nas características de uma situação a-didática que foi projetada e que vai tentar trazer aos alunos”:

> ● Descrevem-se as seleções a nível local (possivelmente relacionando-as com as seleções globais) e as características da situação didática que delas derivam.
> ● Analisa o que pode estar em jogo nesta situação para um aluno a partir das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação de que dispõe, uma vez colocado em ação e prática em um funcionamento quase isolado do professor.
> ● Preveem-se os campos de comportamentos possíveis e tenta-se demonstrar como a análise efetuada permite controlar o seu significado e assegurar, nomeadamente, que os comportamentos esperados, se intervirem, são o resultado da concretização dos conhecimentos contemplados pela aprendizagem.

Segundo Sá e Alves (2011, p. 361) a parte descritiva apresenta os “instrumentos ou recursos, que estão previstos serem utilizados na experimentação”, a parte preditiva apresenta “os argumentos das escolhas realizadas”. Acerca dessa fase Ribeiro, Souza e Kubo (2018, p. 418) afirmam que a sequência didática produzida deve “oportunizar ao aluno o domínio de uma prática de linguagem (re) configurada em um gênero de texto, de modo que ele possa adaptá-la a uma situação de comunicação específica”.

1.3. Experimentação

A terceira fase da Engenharia Didática é a experimentação, para Almouloud e Silva (2012) essa consiste na aplicação da sequência didática, conforme Andrade *et al* (2017) é o momento em que se coloca em prática todo dispositivo construído, para Lima e Neves (2017) é o momento no qual as atividades elaboradas são desenvolvidas em sala de aula com os alunos, segundo Santos e Alves (2017) nessa etapa tem-se aplicação das situações didáticas e coleta dos dados relativos à pesquisa, para Ribeiro, Souza e Kubo (2018) é o momento em que se aplicar sequência didática elaborada com vistas à verificação das hipóteses levantadas na análise preliminar.

Segundo Almouloud (2007 *apud* Andrade *et al* 2017) essa fase deve:

> ● Apresentar o dispositivo experimental;
> ● Discutir os objetivos que sustentam o dispositivo experimental;
> ● Descrever as condições e o contexto da experimentação
> ● Aplicar a situação numa sequência didática” (Andrade *et al*, 2017, p.3, 4)

Segundo Sá e Alves (2011, p. 363) a experimentação é realizada em sala de aula (lócus) e tem início com a aplicação da primeira atividade, os encontros com a turma para aplicação da sequência didática são chamados de sessão, essa fase termina com a aplicação da última atividade. Para Almouloud e Silva (2012, p. 27) essa fase da pesquisa "tem como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação".

> Nessa fase faz a coleta de um conjunto de dados recolhidos ao longo da aplicação das atividades, nomeadamente, as observações feitas às sequências de ensino, bem como as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela (Artigue, 1995, p. 48).

Segundo Sá e Alves (2011, p. 363) na experimentação o pesquisador deve "desenvolver as atividades planejadas e ao mesmo tempo realizar o maior número de registros possíveis em quantidade e diversidade possíveis". Nessa fase da pesquisa o pesquisador dispõe de inúmeros instrumentos que podem ser usados para realizar a coleta de dados como: relatórios, registros fotográficos, produções dos alunos, entrevistas, dentre outros recursos, a fim de formarmos o corpus da pesquisa (Santos e Alves, 2017). Conforme Sá e Alves (2011) durante a experimentação é muito importante que o pesquisador tenha ao seu dispor instrumentos que facilitem posteriormente a análise a *posteriori* das atividades.

> [...] durante a experimentação é muito importante que: dispor dos instrumentos de produção de informações previsto na análise *a priori*; todo o material esteja devidamente providenciado; nada seja improvisado; o pesquisador e equipe estejam muito preparados teoricamente; o pesquisador e equipe dominem todas as atividades previstas para cada sessão; o objetivo da pesquisa esteja sempre norteando cada ação da experimentação (Sá e Alves, 2011, p. 364)

Para Artigue (1995 *apud* Sá e Alves, 2011, p.363) a comparação das análises *a priori* e *a posteriori*, é essencial para validação das hipóteses formuladas na pesquisa. De forma que "é muito importante que o pesquisador realize uma análise comparativa entre o ocorrido e o planejado após cada encontro realizado".

1.4. Análise *a posteriori* e validação.

A quarta e última fase da pesquisa é a análise *a posteriori* e validação, essa etapa consiste na análise dos dados coletados na fase de experimentação, após a análises desses dados faz-se uma comparação entre as hipóteses da fase de análise *a priori*, essa comparação das duas análises fundamenta a validação das hipóteses formuladas na pesquisa (Artigue,1995).

A "análise *a posteriori* é caracterizada pela devida organização do corpus da pesquisa" e a validação "o confronto das considerações da análise *a priori* e das observações da experimentação" (Santos e Alves, 2017, p. 450). Segundo Almouloud e Silva (2012) essa fase é composta por um conjunto de análises de dados coletados durante a última fase.

> A análise *a posteriori* consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo, produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nessa análise, se faz necessário sua confrontação com a análise *a priori* para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação (ALMOULOUD e SILVA, 2012, p.27).

Sá e Alves (2011, p. 366) em concordância com Almouloud (2007) "a análise *a posteriori* depende das ferramentas técnicas ou teóricas utilizadas na experimentação que produzirão os protocolos da pesquisa", ressaltam que para obter sucesso nessa etapa é importante que o pesquisador tenha feito a coleta de seus dados juntamente com a produção de um relatório minucioso da experimentação.

Ainda segundo Almouloud (2007 *apud* Andrade *et al* 2017, p. 4) um dos deveres do pesquisador nessa fase é a organização e análise das produções dos alunos, a análise deve "levar em consideração as atividades propostas e as informações coletadas no decorrer da experimentação". Conforme Sá e Alves (2011, p. 364) a confrontação dos dados coletados com o previsto e descrito na etapa da análise *a priori* tem por objetivo "obter argumentos que justifiquem e expliquem o desenvolvimento do experimento e uma posição favorável ou desfavorável ao ocorrido".

Conforme Pommer (2013, p. 26) nessa fase "é possível analisar se ocorrem e quais são as contribuições para a superação do problema, caracterizando a generalização local que permitirá a validação interna do objetivo da pesquisa". Em conformidade com o autor acima mencionado Lima e Neves (2019) ressaltam que o objetivo dessa fase é analisar a evolução do aluno durante o processo de ensino a que foi submetido, além de observar por meios dados coletados e analisados se os instrumentos para realizar as atividades propostas possibilitam o aprendizado do objeto de estudo.

Para Ribeiro, Souza e Kubo (2018) essa fase permite além da confrontação das análises prévias com os dados coletados na aplicação da sequência didática, o pesquisador estabeleça um demonstrativo dos resultados obtidos, resultados estes que “evidenciem as contribuições para a superação de um problema bem como os limites do dispositivo criado, de modo que o objetivo da pesquisa possa ser validado” (Ribeiro, Souza e Kubo, 2018, p. 419).

1.5. A engenharia didática como metodologia no ensino de área de figuras planas

Tendo em vista de no decorrer da pesquisa apresentaremos uma revisão de literatura envolvendo o ensino de área de figuras planas, esta seção se resume a análise de cinco pesquisas voltadas para o ensino de área que usaram a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa: sendo as pesquisas de três dissertações: Facco (2003), Paula (2011), Oliveira (2017), e dois artigos sendo um deles recorte de uma dissertação de mestrado: Leivas e Gobbi (2014) Santos e Jucá (2014).

Facco (2003) abordou em seu estudo o conceito de área figuras planas por meio de uma sequência didática, a pesquisa foi fundamentada a partir dialética ferramenta-objeto e mudança de quadros de Régine Douady (1986) e na teoria de registros de representação semiótica de Raymond Duval (1993,1994,1995), além de seguir os princípios da engenharia didática para aplicação das atividades.

Facco (2003, p. 32) objetivou em sua pesquisa “apresentar uma proposta de ensino e aprendizagem através de uma sequência de atividades voltada ao conceito de área enquanto grandeza a fim de facilitar ao professor o ensino desse conteúdo e, ao aluno, o aprendizado”. A pesquisa foi realizada em uma escola da rede estadual de ensino de São Paulo, contando com a participação de professores e alunos. Inicialmente a pesquisadora propôs a alguns professores do projeto de geometria da PUC-SP, que analisassem a sequência de atividades a fim de fazer apreciação, discussão e sugestões.

A aplicação da pesquisa (sequência de atividade) se deu em dois momentos, no primeiro momento contou com a participação de 10 dez professores, um capacitador, um observador e a pesquisadora, essa fase ocorreu em 8 sessões, onde aplicou-se a sequência para os professores, com objetivo de “conhecer e discutir a concepção que o professor tem sobre o conceito de área e a análise que faz de uma sequência de atividades voltada ao estudo desse conceito com a sua prática em sala de aula" (Facco, 2003, p. 42, 43).

No segundo momento participaram da pesquisa alunos de 5ª série do ensino fundamental, o professor da turma, dois observadores e a pesquisadora, constitui-se de 14 sessões onde foi aplicado aos alunos a sequência de atividades, nessa fase ocorrem momentos de discussão e reflexão durante a realização de cada atividade (Facco, 2003, p. 44). A sequência de atividade desenvolvida por Facco (2003) foi composta por 7 questões, tendo por objetivo:

> a)diferenciar contorno e superfície; b) observar por meio de sobreposição, recorte-colagem a quantidade de papel em cada uma delas; c) identificar formas das figuras planas; d) explicitar o processo decomposição e composição da forma de figuras, utilizando malhas; e) utilizar unidades de medidas variadas para determinar a área de um objeto dado; f) determinar o perímetro de um polígono; g) diferenciar o perímetro e a medida da área das figuras por meio da composição e decomposição de figuras planas; h) introduzir o cálculo da medida de área por meio de aproximação de medida de área; i) identificar a área como grandeza utilizando traços que permitam a decomposição e composição de figuras planas (Facco, 2003, p. 39).

Segundo Facco (2003, p. 142) os "resultados da aplicação da sequência que as atividades nela constantes são significativas para uma proposta de ensino-aprendizagem do conceito de área", dessa forma podemos dizer que a pesquisa de Facco (2003) obteve resultados positivos ao trabalhar o ensino de área por meio de sequências de atividade com base na engenharia didática.

Paula (2011) visou em sua pesquisa uma sequência didática produzida a luz da Engenharia didática de Artigue (1996), Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (2008) e no Ensino de Matemática por Atividades, especificamente a Técnica de Redescoberta de Sá (1999, 2009) além do uso de jogos. A sequência didática constitui-se de seis atividades e três jogos. A pesquisa foi realizada com duas turmas de 9º ano do ensino fundamental, de uma escola pública do município de Belém.

A pesquisa de Paula (2011) constitui-se da fundamentação Teórica, revisão de literatura de estudos voltados para o ensino de área de figuras planas, diagnoses do ensino de área de figuras planas com professores, onde 100 professores participaram da pesquisa, que teve pôr o objetivo de verificar segundo suas opiniões destes professores, as dificuldades dos alunos no que diz respeito ao ensino de área de figuras planas. Além da pesquisa com professores, o autor realizou uma pesquisa com alunos do 1° ano do ensino médio com o objetivo de verificar como está o conhecimento desses com relação ao conteúdo de área de figuras planas, uma vez que, estes tiveram contato com este conteúdo na série anterior.

A sequência didática produzida por Paula (2011) foi compreendida em pré-teste e pós-teste contendo 10 questões envolvendo cálculo de área de figuras planas, a parte de experimentação da sequência foi composta seis atividades e três jogos, sendo a primeira atividade referente ao cálculo de área do quadrado, a segunda referente a área do retângulo, a terceira tratava-se da área do paralelogramo, a quarta envolvia área de triângulo, a quinta tratava-se do cálculo de área do trapézio e a sexta envolvia cálculo de área do losango. O primeiro jogo foi nomeado “dominó de área de figuras planas”, o segundo jogo chamado de “bingo das figuras planas” e o terceiro foi nomeado de “trilha das formas” ambos os jogos tiveram por objetivo auxiliar na aprendizagem do cálculo de área de figuras planas, e fixar o conteúdo.

Segundo Paula (2011) durante a experimentação os alunos perceberam relações entre as atividades, e à medida que o grau de dificuldade das atividades aumentava os alunos se sentiam motivados e desafiados, o autor afirma ter obtido bons resultados, segundo o autor ao comparar os dados do pré-teste com os do pós-teste os dados revelam que as atividades propostas na sequência didática favoreceram o ensino e aprendizagem de área de figuras planas.

Oliveira (2017) objetivou em sua pesquisa de mestrado “investigar aspectos relativos ao ensino do cálculo de áreas de figuras planas irregulares que podem ser trabalhados com o suporte do GeoGebra”, a pesquisa foi desenvolvida seguindo as orientações da Engenharia Didática, é importante salientar que a pesquisa abordou apenas as duas primeiras fase da Engenharia didática de Michele Artigue, sendo constituída de três momentos, no análise análises prévias onde o pesquisador considerou as dimensões epistemológica, didática e cognitiva (nessa dimensão fez-se a aplicação um questionário onde identificamos variáveis didáticas.

No segundo momento fez-se a análise das variáveis didáticas em jogo onde foram discutidas as dificuldades dos alunos no questionário, levando em consideração as variáveis didáticas constatadas, o terceiro momento destinou-se a concepções e análises *a priori*, onde o pesquisador elaborou a proposta de atividade para o ensino de área de figuras planas irregulares. A pesquisa objetivou "investigar aspectos relativos ao ensino do cálculo de áreas de figuras planas irregulares que podem ser trabalhados com o suporte do *software* GeoGebra" (Oliveira, 2017, p. 15).

A aplicação do questionário foi realizada em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio da cidade de Barra de Santa Rosa – PB, onde participaram 29 alunos de uma turma do 9º ano. O questionário foi composto por 6 (seis) questões abertas. Essas questões tiveram por objetivo: coletar informações sobre a compreensão dos alunos a respeito do conceito que tinham sobre a área, identificar processos de cálculo de área de figuras planas pelos alunos, verificar conhecimentos prévios sobre cálculo de áreas de figuras irregulares (Oliveira, 2017, p. 49).

Na fase de concepção e análise *a priori* o pesquisador apresenta a proposta de atividade, atividade Cálculo da área do Estado da Paraíba, tendo por objetivo: "Calcular a área aproximada para o Estado da Paraíba a partir de recursos do GeoGebra", tendo como ferramenta didática o *Software* Geogebra e malhas quadriculadas para abordar os seguintes conteúdos matemáticos: "Cálculo de área de figuras planas (regulares, irregulares e não poligonais); Composição e decomposição de figuras; conversão de área; média aritmética e áreas aproximadas pelo Teorema de Pick; Mapas e escalas" (Oliveira, 2017, p. 102).

O artigo de Leivas e Gobbi (2014) traz um recorte da dissertação de mestrado de Leivas, intitulado "O *software* GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas" a pesquisa teve embasamento teórico na Engenharia Didática e foi realizada com uma turma de 6º ano e tendo como objetivo "investigar como esses alunos realizam a construção do conhecimento de um assunto com a utilização do GeoGebra".

A primeira fase da pesquisa (análise preliminar) consistiu na análise de livros didáticos, verificando o que eles abordam de Geometria, a segunda fase (concepção e análise *a priori*) consistiu na elaboração de uma avaliação diagnóstica por meio da aplicação de atividades retiradas dos livros analisados, a aplicação da avaliação diagnóstica foi realizada com 40 alunos, após a aplicação e análises de dados elaborou-se uma sequência didática envolvendo o conteúdo perímetro e áreas tendo como principal ferramenta para aplicação da sequência didática o *software* GeoGebra (Leivas e Gobbi, 2014, p. 186).

Na terceira fase (experimentação): fez-se a aplicação da sequência de atividades, essa fase ocorreu em 4 sessões no laboratório de informática da escola. As seções abordaram os seguintes conteúdos respectivamente: cálculo de área e perímetro; equivalência de áreas; áreas e perímetros de retângulos e quadrados; e áreas e perímetros de quadriláteros; o artigo teve como foco principal a terceira seção da fase de experimentação. Na quarta e última fase (análise *a posteriori*) fez-se a análise dos dados obtidos na seção 3 da fase de experimentação.

Segundo Leivas e Gobbi (2014, p. 197) a seção 3 da pesquisa apresentou resultados positivos e satisfatórios, de forma que “contribuíram para a evolução na construção de conceitos geométricos” bem como a compreensão de “propriedades das figuras geométricas planas, principalmente as relacionadas com perímetros e áreas”.

Santos e Jucá (2014) abordaram em seu o ensino de área de figuras planas por meio de *software* tendo por objetivo “verificar se os alunos conseguiriam chegar às fórmulas da área das figuras planas utilizando o *software* KIG”, embasada na Engenharia Didática como metodologia. A pesquisa foi realizada em uma escola pública da cidade de Belém do Pará, contou com a participação de 31 alunos de uma turma do 6º ano (5ª série).

Santos e Jucá (2014) desenvolveram e aplicaram uma sequência didática composta por seis atividades, abordando o conteúdo matemático de área de quadriláteros e triângulos, as seis atividades abordaram os seguintes conteúdos respectivamente: área do quadrado, área do retângulo, área do paralelogramo, área do triângulo, área do losango, área do trapézio.

Os resultados obtidos por Santos e Jucá (2014) revelam que a sequência de atividades e uso do *software* possibilitam ao aluno o interesse maior pelo conteúdo, de forma que os alunos conseguiram chegar às fórmulas para calcular a área das principais figuras planas.

2. ANÁLISES PRÉVIAS

Nesta seção iremos abordar os temas que envolvem nossa pesquisa, nas subseções a seguir faremos um breve apanhado do acesso à educação e do ensino de matemática para pessoas cegas. Em seguida abordaremos os aspectos matemáticos do conteúdo de geometria plana especificamente a área de figuras planas, os conceitos relacionados a cada figura, também traremos nessa seção aspectos históricos, curriculares.

Além disso, traremos uma revisão de literatura sobre o ensino de área e o ensino de área para alunos cegos e também uma diagnose realizada com professores de matemática sobre o ensino de área de figuras planas. Outro ponto abordado será as metodologias, recursos utilizados para aplicação da pesquisa: o Ensino por Atividades Experimentais e a Resolução Problema.

2.1. O acesso à educação para pessoas cegas e o ensino de matemática para alunos cegos

Tendo em vista que esta pesquisa aborda o ensino de área para alunos cegos, iremos abordar nesta subseção alguns aspectos históricos do ensino para alunos cegos, conquista de direitos e o ensino de matemática para esses alunos, bem como ensino de geometria.

2.1.1. Aspectos históricos do ensino para cegos

Segundo o Instituto Benjamin Constant (2020) a capacidade visual é subdividida em três níveis funcionais: visão normal, baixa visão (deficiência visual moderada e grave) e a cegueira. A Legislação Brasileira sobre Pessoas com Deficiência (2013) caracteriza a deficiência visual como:

> Cegueira, na qual a acuidade visual é igual ou menor que cegueira, na qual a acuidade visual é igual ou menor que 0,05 no melhor olho, com a melhor correção óptica; a baixa visão, que significa acuidade visual entre 0,3 e 0,05 no melhor olho, com a melhor correção óptica; os casos nos quais a somatória da medida do campo visual em ambos os olhos for igual ou menor que 60º; ou a ocorrência simultânea de quaisquer das condições anteriores (Brasil, 2013, p. 239).

Segundo Abreu (2014) uma pessoa é considerada deficiente visual quando perde ou tem a capacidade visual reduzida de ambos os olhos e os recursos como lentes e/ou tratamento clínico ou cirúrgico não são eficientes para o melhoramento da visão, de forma que não se pode reverter o quadro da baixa visão ou cegueira.

Conforme Cordeiro (2021) a luta pelo acesso à educação e inclusão das pessoas com deficiências foi um processo lento, durante muito tempo as pessoas com alguma deficiência ou limitações eram rejeitadas e abandonadas, não tinham acesso à educação, saúde e até moradia, eram deixadas à margem da sociedade.

> Ao longo dos anos os deficientes em geral vem conquistando espaço na sociedade, direitos, inclusão, acessibilidade [...] mas houve um tempo em que as pessoas com deficiência visual eram consideradas aberrações, empecilho na vida de seus povos, como também era vista como pecadores, pessoas que estavam pagando pelos seus pecados ou pelos pecados dos pais, na Bíblia Sagrada no livro de João no capítulo 9, os discípulos de Jesus ao se depararem com um homem cego de nascença, lhe perguntaram: Rabi, quem pecou, este ou seus pais para que nascesse cego? (Cordeiro, 2021, p. 21).

Segundo Splett (2015) durante muito tempo era comum que pessoas com deficiências fossem ignoradas e omitidas, muita das vezes abandonadas por suas famílias, resultando na maioria das vezes na morte pela falta de recursos e cuidados. Segundo Cordeiro (2021, p.21) “as pessoas com deficiência eram vistas como incapacitadas, inválidas (sem valor), eram consideradas inaptas, eram vistas com desprezo”.

Mas não ficaremos presos apenas ao passado ardiloso e as lutas, vamos falar das conquistas, durante anos pessoas portadoras de deficiências vêm conquistando seu espaço, seu lugar na sociedade, e vemos que muitas coisas mudaram, as pessoas com qualquer tipo de deficiência são amparadas pelas leis, tratada com igualdade e dignidade, tem direito ao acesso educação, saúde, lazer e a inclusão em todos os âmbitos da sociedade. A lei Nº 13.146, de 6 de julho de 2015 nos artigos 4º e 5º asseguram direitos iguais e coíbem a discriminação de pessoas com deficiências.

> Art. 4º Toda pessoa com deficiência tenha direito à igualdade de oportunidades com as demais pessoas e não sofrerá nenhuma espécie de discriminação;
>
> Art. 5º A pessoa com deficiência será protegida pelas Leis de toda forma de negligência, discriminação, exploração, violência, tortura, crueldade, opressão e tratamento desumano ou degradante (Brasil, 2015, p. 3).

O Brasil foi um dos primeiros países a determinar e assegurar a educação para todos. Em 1998 na constituição federal a educação é tida como um direito social que deve ser garantida pelo estado e pela família e a partir de então qualquer indivíduo deveria ter acesso à educação, seja ele de baixo ou alto poder aquisitivo, negros, escravos e pessoas portadoras de alguma deficiência.

Art. 205 º da Constituição Federal de 1988:

> A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (Brasil, 1988, p. 123).

Foi estabelecido pela Constituição Federal no art. 208º incisos I e II que:

> I – Ensino fundamental, obrigatório e gratuito, inclusive para os que não tiveram acesso na idade própria;
>
> III – atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino (Brasil, 1988, p.124).

Um outro marco importante para educação de pessoas cegas foi a conferência de 1994 em Salamanca, conferência organizada pelo governo Espanhol juntamente com a UNESCO, onde participaram representantes de 92 governos e 25 organizações internacionais. Segundo Cordeiro (2021) essa conferência teve por objetivo:

> [...] promover o objetivo da Educação para Todos, examinando as mudanças fundamentais de política necessárias para desenvolver a abordagem da educação inclusiva, nomeadamente, capacitando as escolas para atender todas as crianças, sobretudo as que têm necessidades educativas especiais (Cordeiro, 2021, p. 23).

Segundo Cordeiro (2021) no decorrer dos anos foram criadas e revisadas algumas leis e decretos que asseguram os direitos de pessoas com deficiências, Lei nº 9.394 de 1996, estabelece as Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, estabelecendo e assegurando em seus art. 58º, art. 59º e art. 60º a educação especial (pessoas com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação).

Conforme Cordeiro (2021) o Decreto de nº 3.298 de 1999,dispõe da Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, consolida as normas de proteção e dá outras providências, estabelecendo e assegurando em seu art. 24º a matrícula e inclusão das pessoas com deficiência na rede de ensino regular; Decreto nº 7.612, de 17 de novembro de 2011 (Plano Viver sem Limite) e a principal Lei de inclusão das pessoas com deficiência, a Lei Nº 13.146 de 6 julho de 2015 (estatuto da pessoa com deficiência).

Ainda segundo Cordeiro (2021, p. 29, 30) a fim de assegurar a Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva garantidas pelas Leis, o MEC (Ministério da Educação) institui por meio do Decreto nº 6.571, de 18 de setembro de 2008 as Diretrizes Operacionais da Educação Especial para o Atendimento Educacional Especializado – AEE na educação básica. Segundo Brasil (2008 *apud* Cordeiro, 2021, p. 31) o AEE tem por finalidade:

> - Identifica, elabora e organiza recursos pedagógicos e de acessibilidade que eliminem as barreiras para a plena participação dos alunos, considerando as suas necessidades específicas, além disso o AEE complementa e/ou suplementa a formação do aluno com vistas à autonomia e independência na escola e fora dela
> - Apoiar o desenvolvimento do aluno com deficiência, transtornos gerais de desenvolvimento e altas habilidades, disponibilizar o ensino de linguagens e de códigos específicos de comunicação e sinalização, oferecer tecnologia assistiva–TA,
> - Adequar e produzir materiais didáticos e pedagógicos, tendo em vista as necessidades específicas dos alunos, além de oportunizar o enriquecimento curricular (para alunos com altas habilidades
> - Suprir as necessidades de acesso ao conhecimento e à participação dos alunos com deficiência e dos demais que são público alvo da Educação Especial, nas escolas comuns.

A respeito da educação de alunos cegos no Brasil Splett (2015, p. 15) afirma ter iniciado com a promulgação do Decreto Imperial nº 428, de 12 de setembro de 1854, quando D. Pedro II fundou o Imperial dos Meninos Cegos do Brasil, localizado no Rio de janeiro, teve por objetivo inicialmente dar assistência a crianças cegas, por meio de pequenas oficinas, para que no futuro essas crianças fossem capazes de realizar trabalhos como "tipografia e encadernação, pautação e douração, sapataria para os meninos e oficinas de tricô para as meninas".

Segundo Cordeiro (2021) em 1891 a escola passa ser conhecida como Instituto Benjamin Constant em homenagem ao professor e terceiro diretor da escola professor Benjamin Constant Botelho de Magalhães, Benjamin atuou na escola como professor de Matemática e Ciências Naturais do Instituto de 1862, em 1969 passa a ser diretor do instituto após o falecimento do então diretor. Benjamin atuou como diretor durante vinte anos, deixou o cargo em novembro de 1989 quando se tornou parte da alta administração do governo provisório.

No site do IBC (2016 *apud* Cordeiro 2021, p. 32, 33) observamos que inicialmente o instituto atendia apenas crianças cegas, atualmente é "um centro de referência em educação para pessoas cegas, surdos cegos, com baixa visão e deficiência múltipla", além de promover "capacitação profissional, assessora instituições públicas e privadas na área de educação para pessoas com deficiências".

O instituto também realiza atividades voltadas para a “reabilitação de pessoas que perderam ou estão em processo de perda da visão”.

Conforme o IBC (2016) a escola dos meninos cegos foi idealizada por um adolescente chamado José Álvares de Azevedo, em 1950, quatro anos antes da criação da escola para meninos cegos, José “decidiu iniciar uma verdadeira cruzada no Brasil em prol das pessoas fadadas à exclusão social pelo fato de não enxergarem” (CORDEIRO, 2021, p. 33). E por falar em José Álvares de Azevedo não podemos deixar de falar de suas contribuições para a criação da escola de cegos e a disseminação do braille no Brasil.

Segundo Lemos (2003) José Álvares de Azevedo nasceu em 1934 com cegueira congênita, nasceu em uma família rica e desde pequeno se revelou inteligente, curioso e esperto, seus pais sempre foram muito dedicados ao menino, percebendo seu potencial aos 10 anos decidiram enviá-lo para a única escola de cegos da época o Instituto Real dos Jovens Cegos de Paris, onde passou 6 anos estudando como interno. Em Paris José Álvares de Azevedo conheceu o sistema de leitura e escrita inventado pelo francês Louis Braille e que estava em fase de experimentação.

Segundo Nery (2013) o sistema de leitura e escrita para cegos que hoje conhecemos foi desenvolvido pelo francês Louis Braille, ele ficou cego quando criança, por acidente feriu um dos olhos na oficina de seu pai e posteriormente uma infecção atingiu ambos os olhos de forma que ficara cego aos cinco anos de idade, devido a sua desenvoltura, facilidade para aprender o que lhe era verbalizado, aos 10 anos Louis Braille ganhou uma bolsa de estudo no Instituto Real dos Jovens Cegos de Paris.

Conforme Nery (2013) aos 12 anos Luís Braille conheceu um sistema de comunicação (sonografia ou código militar, que era usado para a comunicação dos soldados no campo de batalha) o sistema “usava pontos em relevo dispostos num retângulo com seis linhas e duas colunas, o sistema era baseado em 12 pontos”. Luís Braille ampliou o sistema e chegou ao que conhecemos hoje como Braille, sistema de leitura e escrita para cegos. Segundo Nery, o método usado por Luís Braille se baseava numa célula, ou cela, matricial com três linhas e duas colunas, com seis pontos incluindo a notação numérica e musical.

Ainda segundo Nery (2013) em 1824, aos 15 anos, Louis Braille terminou o sistema de leitura e escrita para cegos e passou a ensinar no instituto Real dos Jovens Cegos de Paris, após 5 anos o método foi publicado com o nome de seu autor, se tornando um sistema de leitura e escrita que conhecemos até hoje exceto por algumas pequenas melhorias. O sistema braille se dissipou por vários países e no Brasil se deve a José Álvares de Azevedo que após ter aprendido a ler e escrever braille, concluiu curso no instituto Real dos Jovens Cegos de Paris e retornou ao Brasil.

Segundo Lemos (2003) ao regressar ao Brasil em 1850, José Álvares de Azevedo tinha por objetivo ensinar braille para todos os cegos que conseguisse, seu maior desejo era criar uma escola semelhante ao instituto Real dos Jovens Cegos de Paris, durante anos trabalhou para ensinar o Braille a outros cegos, José Álvares de Azevedo foi o primeiro professor cego e também a primeira pessoa especializada no ensino de cegos no Brasil.

Segundo Lemos (2003) como professor de pessoas cegas, José Álvares de Azevedo conheceu e deu aula para a filha do Dr. Francisco Xavier Sigaud, médico da Corte Imperial, o médico ficou impressionado com o desenvolvimento da filha e com ajuda do Barão do Rio Bonito, conseguiu para José Álvares de Azevedo uma audiência com o imperador, usou essa audiência para falar sobre o Braille e como esse sistema poderia alfabetizar pessoas cegas, também falou sobre a proposta de criação de uma escola especializada para alunos cegos seguindo os mesmos moldes do Instituto de Paris onde havia estudado,

Ainda segundo Lemos (2003), impressionado com a proposta D. Pedro II decidiu abraçar a causa, dando início ao processo de criação do Imperial Instituto dos Meninos Cegos. José Álvares de Azevedo participou de forma intensiva para a fundação da escola, no entanto em 1854, seis meses antes da inauguração do instituto dos meninos cegos, o jovem morreu, vítima de tuberculose. Por sua imensa contribuição para educação de pessoas cegas, o José Álvares de Azevedo recebeu o título de “Patrono da Educação dos Cegos no Brasil" e atualmente em sua memória o dia 8 de abril, dia do nascimento de José Álvares é comemorado como dia do braille.

Segundo Brasil (2017) uma outra data importante no Brasil para as pessoas cegas é o dia Nacional do Cego, comemorado no 13 de dezembro, a data foi criada por meio de um Decreto em 1961 pelo então presidente da República no Brasil, Jânio Quadros com objetivo de “conscientizar a sociedade para questões importantes como preconceito e discriminação, além de reduzir o desconhecimento sobre pessoas com deficiência visual” (Cordeiro, 2021).

Observamos com base na história e nas leis que a educação é um direito de todos e deve ser garantida a todos, portanto enquanto professores devemos assegurar, incentivar nossos alunos portadores de deficiências a permanecer em sala de aulas, incentivar o seu desenvolvimento intelectual e aquisição de conhecimentos. Outro ponto importante é a busca do professor em se capacitar constantemente para atender os mais diversos alunos e suas “limitações”, no caso do aluno cego faz se necessário o aprendizado da escrita e leitura em braile para facilitar o processo de ensino e aprendizado.

2.1.2. Ensino de matemática para alunos cegos

Sabe-se que a disciplina de matemática é considerada difícil pelos alunos, devido à complexidade dos conteúdos e das metodologias tradicionais utilizadas para ensinar, segundo Oliveira (2016, p. 27) “no âmbito do currículo escolar, a matemática é uma das disciplinas que os alunos menos se identificam”. Para Abreu (2013, p. 68) “a matemática é considerada pelos alunos como a disciplina mais difícil do currículo escolar”, e por considerarem a disciplina como difícil de entender muitos alunos se sentem desmotivados para estudar matemática.

Um outro problema que gera a falta de interesse pela disciplina é a maneira que os conteúdos da disciplina são disciplinados, durante muito tempo o ensino de matemática se deu por meio da repetição e memorização de conceitos, fórmulas. Essa metodologia claramente não prende a atenção dos alunos e nem desperta neles o interesse pela disciplina.

> O ensino da matemática na maioria das vezes tem se dado de forma expositiva de conteúdos e uma pilha enorme de exercícios para fixação do conteúdo ministrado, onde o professor é detentor de todo conhecimento. Essa forma de ensino geralmente vem acompanhada de professores “rígidos”, que tratam a matemática apenas como cálculo puro, de forma que os discentes não conseguem ver na matemática a beleza que há por trás de cada demonstração, teorema e fórmulas (Cordeiro, 2021, p.37).

O professor de matemática deve ensinar a disciplina “através do assunto do cotidiano do aluno” evitando “exercícios maçantes” pois este não contribui para o aprendizado do aluno, apenas para memorização do conteúdo (Abreu, 2013, p. 69). A matemática é uma disciplina com grande abstração, para contornar essa situação durante o processo de ensino é preciso utilizar recursos que aproximam os conceitos matemáticos da realidade do aluno de forma significativa (Splett, 2013).

Abreu (2013) aponta que a geometria é considera muitas das vezes como uma área da matemática muito difícil, Abreu (2014) corrobora dizendo que a matemática é considerada uma disciplina difícil e ao estudar geometria os alunos sentem muita dificuldade:

> É fato que a Matemática sempre foi vista pelos alunos como sendo a disciplina mais difícil do currículo escolar. Ao deparar-se com a Geometria, muitos alunos sentem uma enorme dificuldade, até mesmo pela necessidade de abstração que ela exige (Abreu, 2014, p. 35).

Levando em consideração que a geometria exige visualização para que haja compreensão dos conteúdos, Cordeiro (2021) acredita que para os alunos cegos no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos dessa unidade temática, se tratando de aula expositivas, o nível de dificuldade seja maior devido a não visualização dos objetos de estudos.

> Ao se trata da educação de cegos as particularidades e dificuldades tendem a aumentar, se a compreensão de conceitos e definições é difícil para o aluno sem “limitações”, para pessoas cegas é um processo mais complexo ainda, uma vez que não dispõem biologicamente de todos os sentidos sensoriais. É mais difícil, por exemplo, ao ensinarmos um conceito geométrico apenas de forma expositiva haverão brechas a serem preenchidas (Cordeiro, 2021, p. 37).

Para ensinar matemática é preciso estar disposto a ser flexível, ter sensibilidade, empatia, perceber que cada aluno tem particulares, limitações, que aprendem de formas distintas e em tempos diferentes. Ao tratar da educação de alunos cegos, Cordeiro (2021) aponta que o professor deve encontrar soluções/ formas de fazer com que o aluno consiga visualizar o conteúdo ministrado, não se prendendo a aulas expositivas e demonstrações de formas, fórmulas no quadro.

Segundo Oliveira (2016, p. 29) o professor de matemática deve incentivar seus alunos a verem a matemática como uma aliada para resolver situações problemas do dia a dia, é preciso mostrar aos alunos cegos como quebra as barreiras “do conformismo e do comodismo” para que possam usar a matemática a seu favor para “vencer suas limitações” e “adquirir conhecimento como qualquer outra pessoa”.

Cordeiro (2021) ressalta a importância da inclusão do aluno cego não só em sala de aula como também nas atividades desenvolvidas em sala de aula, de forma que sua presença seja notada. Dessa forma cabe ao professor buscar metodologias e recursos que possibilitem a inclusão e interação de todos os alunos. Nery (2013) compartilha da mesma ideia, para o autor:

> Cabe ao professor sim inovar e buscar meios e estratégias para efetivamente incluir o aluno em suas aulas respeitando-o e às suas dificuldades inerentes da sua condição e não o deixando a parte das atividades realizadas por todos (Nery, 2013, p. 39).

Nery (2013) enfatiza que um dos primeiros passos para efetivar a inclusão do aluno cego dentro de sala de aula é garantir que a comunicação ocorra em via de mão dupla, verbalizando tudo o que for escrito no quadro e permitindo que o aluno faça perguntas e tire suas dúvidas. Abreu (2013) enfatiza a importância de atividades iguais para todos os alunos, apenas adaptas para alunos cegos com uso de recursos táteis como Braille, películas, entre outros, pois ao apresentar atividades distintas deixa-se brecha para a discriminação.

Conforme Oliveira (2016) durante muito tempo pessoas cegas forma privadas de estudar e aprender matemática seja falta de metodologias ou recursos didáticos. Sabemos que a geometria é um dos tópicos da matemática que requer visualização para se compreender, no entanto conforme Splett (2013) isso não impede que alunos cegos possam aprender geometria, pois segundo Chaise (2013) outros sentidos são aprimorados pelas pessoas cegas.

> Nas pessoas com deficiência visual o desenvolvimento dos sentidos remanescentes e a noção espaço-temporal são aspectos significativos do desenvolvimento da sua autonomia tanto intelectual quanto independência. Estes permitem-lhes explorar a realidade que as rodeia e que está ao seu alcance (Chaise, 2013, p. 6).

Conforme Abreu (2013) deve-se estimular os outros sentidos, para possibilitar ao aluno cego apreender por meio da exploração dos demais sentidos, ao ensinar alunos cegos é necessário aderir ao uso de recursos metodológicos que usem outros sentidos e não façam da visão a principal forma de recepção da informação. Ainda conforme Abreu (2013) o tato é um sentido fundamental para que o aluno cego aprenda matemática de forma significativa, dessa forma a autora acredita que o uso de recursos táteis, em alto relevo e em Braille são necessários ao ensinar geometria para alunos cegos.

Sabe-se que por meio do tato os cegos conseguem visualizar o mundo em volta, segundo Abreu (2013, p.70) dessa forma o “desconhecido, ganha forma através do toque”, no entanto aprender a usar o tato como fonte principal de informação é um processo que leva tempo e requer muito esforço e paciência por parte da pessoa cego como também daqueles que são seus mentores.

Considerando que o tato umas das principais fontes de entrada de conhecimento para pessoas cega, conforme Silva (2018, p. 32) esse sentido é “fonte de recepção de informações que permitem ao cérebro gerar representações mentais associadas à pluralidade de sensações geradas pela exploração de determinado objeto”. Abreu (2013) entende que estimular esse sentido em pessoas cegas é uma tarefa que deve ser iniciada desde cedo, é importante que esse estímulo aconteça desde cedo.

> Os alunos cegos devem ser estimulados desde cedo no que diz respeito à exploração do sistema háptico (o tato ativo ou em movimento) através de atividades lúdicas, do brinquedo e de brincadeiras. Eles devem desenvolver um conjunto de habilidades táteis e de conceitos básicos que tem a ver com o corpo em movimento, com orientação espacial, coordenação motora, sentido de direção etc. (Abreu, 2013, p. 39).

Conforme Silva (2015) o uso de recursos como lousa e giz não possibilita ao aluno cega o acesso às representações matemáticas, sendo necessário o uso de outros recursos, por exemplo ao ensinar conteúdos que tenham muitas figuras, desenhos, pode-se usar material manipulável para representem essas figuras e desenhos, pois a partir da manipulação o tato possibilita ao cego a compreensão das propriedades matemática.

Levando em consideração que a geometria é uma área da matemática que exige muita visualização é necessário que ao ensinar esse conteúdo o professor disponha de recursos didáticos que possam levar o aluno cego a compreender o conteúdo. Para a Abreu (2014) ensinar geometria para pessoas cegas pode ser uma tarefa difícil.

> Ensinar Geometria a um aluno portador de deficiência visual não é uma tarefa fácil, pois a dificuldade de compreensão, devido à falta de visualização por parte do aluno, e a grande falta de material didático formam a grande barreira desse aprendizado (Abreu, 2014, p. 37).

Abreu (2014) enfatizar a importância de o professor ter uma postura crítica para contornar os obstáculos que surgem durante o processo de ensino e aprendizagem, de forma que esteja disposto a aperfeiçoar seus métodos, técnicas de ensino e busque materiais didáticos, estratégias para ensinar, desenvolva, crie materiais didáticos que facilitem a aprendizagem dos assuntos estudados.

> Quando a descrição de fórmulas ou figuras não é suficiente, é necessário recorrer a outros recursos, como fazer com cola colorida ou outros recursos em alto-relevo (fios de lã, sementes, entre outros) para que fique em diferentes texturas (Abreu, 2014, p.39).

Conforme Dias (2018) o uso de materiais didáticos como texturas, marcações em alto relevo, escritas em Braille, que proporcionam um ambiente de investigação e de manipulação no ensino de matemática são fundamentais para melhorar o processo de ensino e aprendizagem de estudantes, uma vez que na disciplina são trabalhados conteúdos que requerem a visualização como gráficos, figuras no plano e no espaço, este recursos tornam o aprendizado significativo para os alunos, sejam eles visuais ou cegos.

Para Borges (2021) o professor deve buscar recursos metodológicos que se adequam ao ensino dos conteúdos matemáticos para alunos cegos, principalmente recursos táteis pois estes facilitam a construir imagens mentais interpretativas e favorecem o entendimento do conteúdo. Para Abreu (2013, p. 71) o grau de dificuldade no processo de ensino de matemática para alunos cegos diminui ao utilizar recursos didáticos adequados à sua especificidade, dessa forma é importante que o professor crie alternativas para diminuir as dificuldades e “estimular o aluno para que haja efetivamente o aprendizado”.

Segundo Cordeiro (2021) o aprendizado de geometria depende da formação de imagens mentais, essas imagens são construídas à medida que os conteúdos vão sendo ministrados, dessa forma ao ensinar geometria para alunos cegos é preciso utilizar de recursos que facilitem a absorção do conteúdo. A autora propõe o uso de elementos de dentro da sala de aula para ensinar geometria plana, sendo possível trabalhar o conteúdo de formas geométricas, usando como exemplo quadros, cadeiras, apagadores, entre outros recursos que o aluno pode tocar e sentir.

> O ensino da geometria possibilita ao aluno a visualização do espaço em que vive, do seu cotidiano, do universo com um olhar matemático, onde o aluno pode identificar as formas geométricas presente no seu cotidiano, além de

> desenvolver no aluno habilidades em outras áreas de conhecimento (Cordeiro, 2021, p. 44).

Silva (2018) aponta como recurso metodológico eficaz no ensino de matemática para alunos cegos o uso de materiais concretos, para a autora, este recurso é uma rica experiência, que possibilita aos alunos explorar a matemática através do toque. Silva (2015) acredita que o uso de materiais manipuláveis é eficaz para o ensino de alunos cegos, a autora aponta ainda que este recurso vem sendo alvo das pesquisas em ensino de alunos cegos.

> A criação de materiais manipuláveis e a utilização desses instrumentos pelos estudantes cegos vêm mostrando, aos pesquisadores da área de educação matemática e inclusão, aspectos cada vez mais positivos para a aprendizagem destes estudantes. Muitos dos pesquisadores da área constroem, junto com os estudantes cegos, materiais adaptados para cegos, como também utilizam materiais construídos por outros pesquisadores e comprovam a eficiência desses materiais (Silva, 2015, p.45).

Cordeiro (2021) compartilha da mesma ideia de Silva (2015), para cordeiro (2021) o uso de materiais concretos além de possibilitar o ensino de matemática, promove a interação dos alunos, como também o ensino de forma lúdica fugindo do modelo de ensino tradicional, no qual o professor ministra aulas expositivas e resolve exercícios do conteúdo e outros deixa outros para os alunos treinarem.

> O uso de materiais concretos para o ensino de geometria plana, uma vez que essa metodologia possibilita não só o conhecimento para o aluno como também a sua interação com a turma a qual ele está inserido, onde haveria a possibilidade de trabalhar o conteúdo de forma lúdica abrangendo todos os outros alunos (Cordeiro, 2021, p. 47).

Segundo Silva (2015, p. 45) “um estudante cego poderá se mostrar muito capaz de aprender matemática se a ele forem dadas oportunidades e tecnologia adequadas aos seus estímulos” é preciso dar ao aluno cego “recursos materiais e semióticos de acordo com suas necessidades específicas”, dessa forma estimula-se sentidos como tato e a audição que são as fontes “captam e processam informações” e então tem-se um aprendizado efetivo.

Para Silva (2018, p. 33) as experiências de manipulação e visualização por meio de materiais manipuláveis” é muito importante pois a “percepção visual vai permear grande parte do trabalho escolar no campo da geometria”. Dessa forma Silva (2015) propõe que os professores realizem atividades que possibilitam ao aluno cego experimentações com objetos, dessa forma o aluno ganha novos conhecimentos e produz novos significados na disciplina de matemática.

Esta pesquisa traz o ensino de área de figuras planas por meio de materiais concretos como alternativa e recurso didático para trabalhar o ensino de matemática de forma diferenciada fugindo do ensino tradicional e de aulas expositivas, nessa proposta de ensino o aluno pode participar ativamente do processo de construção do seu conhecimento, além de despertar no aluno o interesse pela disciplina. Os recursos aqui propostos possibilitam ao aluno cego visualizar através do tato as figuras planas, suas características, medidas e áreas. Nas próximas seções apresentaremos nosso material para trabalhar área de figuras planas para alunos cegos.

2.2. Aspectos históricos de área

A geometria que hoje conhecemos foi desenvolvida ao longo dos anos, por diversos povos antigos. A palavra geometria tem por significado medida da terra (Dante, 2009), acredita-se que a ideia de medir, delimitar uma área tenha origem no Egito, os povos egípcios costumavam de delimitar a terra, para ter controle de sua propriedade, quando nível do rio Nilo subia as demarcações eram levadas pelas águas, então eles faziam uma nova delimitação.

Para Eves (1992 *apud* Baldini, 2004) a geometria tem sua origem as partir de observações de povos antigos que permitiu reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos, possivelmente a noção de distância deve ter sido um dos primeiros conceitos geométricos a ser desenvolvido pelos homens primitivos, o autor aponta ainda que a necessidade de delimitar a terra levou à noção de algumas figuras geométricas, tais como retângulos, quadrados e triângulos.

Desde os tempos antigos aos dias atuais, medir, calcular, delimitar um determinado espaço tem sido uma necessidade do homem, a construção de prédios, pontes, casas, meio de locomoção, navegações, transporte, só foi possível através do conhecimento geométrico de medidas. Para Baldini (2004) as civilizações antigas obtiveram várias fórmulas para o cálculo de área de várias figuras, sendo algumas com precisão e outras aproximadas. O autor aponta ainda que o conceito de área provavelmente está relacionado ao problema das medições de terra. O autor ressalta a grande relevância do conhecimento de medidas nos dias atuais.

> Os problemas de medida de terra e de cálculo aproximado de área de terrenos estão presentes ainda hoje no cotidiano e são de muita relevância tanto nas práticas rurais quanto nas urbanas. Como exemplo, tem-se a situação do agricultor que, ao fazer o plantio, muitas vezes precisa estimar a

> área do terreno, que em muitos casos é de forma irregular. Outro caso é o IPTU – Imposto Predial e Territorial que, entre outros fatores, é cobrado em função da área do terreno e da área construída. Além desses casos, ainda têm-se também os profissionais da construção civil, os quais lidam com muita frequência com os cálculos de área e perímetro e tantos outros (Baldini, 2004, p.17).

As primeiras noções geométricas foram introduzidas pelos egípcios e babilônios ao realizarem desenhos, medidas de comprimento Stalliviere (2011 *apud* Teixeira, 2018). Segundo Teixeira (2018) ao longo da história da humanidade, os desenhos geométricos, as unidades de medida foram criadas e adaptados de acordo com a necessidade dos povos, principalmente os egípcios e babilônios, os quais desenvolveram soluções para os problemas do cotidiano da época, realizavam suas medições, surgindo, então a noção de figuras geométricas.

> Os conhecimentos de Geometria foram inseridos na vida do homem, visto que este precisou medir suas terras, construções e outras necessidades de medições quando ainda não havia o estudo da área das figuras planas além de outros estudos ligados à geometria (Teixeira, 2018, p. 37).

Para Teixeira (2018) ao analisar os fatos históricos relacionados ao desenvolvimento da geometria e da matemática em geral revelam que o homem precisou ser criativo para superar as adversidades do cotidiano, essas situações geram motivação para o surgimento do estudo de área e perímetro. O autor acredita que o estudo de área teve sua origem a partir da triangulação. A triangulação está relacionada a medição e separação das terras em formatos de triângulos, o método consistia na divisão da área em triângulos menores que, somados, representavam o total dos terrenos.

Conforme Kurokawa (2015) desde os primórdios o homem vem fazendo descobertas através de sua observação de situações do cotidiano, e com a geometria não foi diferente, a geometria que hoje conhecemos é fruto das observações cotidianas de povos antigos. A geometria desenvolvida pelos babilônios e egípcios constitui-se da necessidade de solucionar problemas de cálculo de comprimentos, áreas e volumes. A princípio os povos antigos desenvolveram, medidas e cálculos de área apenas para solucionar os problemas de seu cotidiano, sem a necessidade de demonstrações conforme kurokawa (2015) Tales de Mileto é o responsável pelas primeiras demonstrações matemáticas.

Para Araújo (2013, p. 3) “os primeiros registros de textos matemáticos, incluindo o cálculo de área, são do Egito e, principalmente, da Babilônia”, Eves (2011) acredita que umas das dificuldade de encontrar registros matemáticos antigos, refere-se “aos materiais de escrita sobre os quais as descobertas se preservaram” conforme Araújo (2013, p. 3) forma encontrados em escavações mais de 400 tabletes (tábulas de argila cozida), esses tabletes contém “registros de vários tópicos da matemática, inclusive o Teorema de Pitágoras e diversos problemas que envolvem áreas”.

Ainda segundo Araújo (2013) quanto aos registos egípcios devido à natureza do material utilizado para confeccionar os papiros o número é bem limitado, o mais importante dos papiros no diz respeito ao cálculo de área é o papiro de Rhind, onde consta o cálculo de área de triângulos, retângulos, trapézios e círculos. Conforme Roque e Carvalho (2012 *apud* Vasconcelos, 2019, p. 24) os papiros matemáticos são “problemas e soluções preparados por seus escribas para antecipar situações futuras que os mais jovens poderiam vir a se deparar”

Conforme Gillings (1972 *apud* Senzanki, 2019, p. 24) os egípcios antigos usavam o quadrado como unidade de área, calculavam área de retângulo, e conheciam um procedimento semelhante ao que usamos hoje para calcular a área de triângulo. acerca do cálculo de área pelos egípcios Gillings (1972) afirma com base nos papiros existentes que os escribas calculavam área de retângulos de forma semelhante a que calculamos hoje, realizando a multiplicação do comprimento pela largura. Gillings (1972) traz em seu trabalho o problema 49 do R MP- Rhind Mathematical papyrus (Papiro de Rhind), onde mostra o cálculo da área do retângulo.

> A área de um retângulo de comprimento 10 khet[2] (1.000 côvados[3]) e largura 1 khet (100 côvados) é 1.000 x 100 = 100.000 côvados quadrados. A área foi dada pelo escriba como 1.000 cúbitos faixas, que são retângulos, geralmente de terra, 1 khet por 1 côvado (Gillings, 1972, p. 137, tradução nossa).

Segundo Eves (2011, p. 75) “Investigações recentes parecem mostrar que os egípcios sabiam que a área de um triângulo qualquer é o semiproduto da base pela altura”. Ainda segundo Gillings (1972) a área de um triângulo era calculada pelos antigos egípcios usando o equivalente a fórmula A = 1/2bh. O problema 51 do papiro de Rhind mostra como calcular a área de um triângulo de terra de lado 10 khet e de baset 4 khet, segundo Gillings (1972):

---

[2] A unidade comum para medidas lineares de terra na época do RMP era o khet, de 100 côvados.
[3] Um côvado era originalmente o comprimento de um antebraço, do cotovelo à ponta do dedo médio.

> O escriba pegou a metade de 4, depois multiplicou 10 por 2 obtendo a área como 20 setats de terra. Então, no MMP 4, o mesmo problema foi declarado como encontrar a área de um triângulo de altura 10 e baset 4. Conforme declarado pelo escriba o método era calcular com meio de 4 e depois contar com 10 duas vezes, dando uma área de 20 (Gillings, 1972, p. 138, tradução nossa).

Conforme Cardoso (2018) o problema 51 do papiro de Rhind "mostra que a área do triângulo isósceles era achada tomando metade do que chamamos base e multiplicando isso pela altura". Ainda segundo Cardoso (2018, p.109) o escriba Ahmes justificou seu método para calcular área, decompondo o triângulo isóscele em dois triângulos retângulos, de maneira que um dos dois possa ser deslocado e ao juntá-los novamente estes formem um retângulo. Outros exemplos do papiro de Rhind que envolvem o cálculo de área de figuras planas são:

> [...] problema 52, em que se pede para determinar a área de um trapézio isósceles de base maior 6, base menor 4 e altura 20. Esse problema é tratado de uma maneira muito parecida ao problema acima, ou seja, toma-se a metade da soma das bases, de modo a se fazer um retângulo. Ahmes multiplica isso por vinte para achar a área. Outros problemas do papiro de Rhind que tratam sobre o assunto são os problemas 48, 49, 50 e 53, que tratam da área do quadrado, retângulo, triângulos e círculos, e os problemas 54 e 55, que tratam de divisão relacionada com áreas (Cardoso, 2018, p.109)

Segundo Eves (2011, p. 75) "em fontes egípcias posteriores usava-se a fórmula incorreta $K = (a + c)(b + d)/4$ para a área de um quadrilátero arbitrário cujas medidas dos lados sucessivos eram a, b, c, d".

Acerca dos estudos de área realizados pelos povos babilônicos Eves (2011) afirma que a geometria babilônica é baseada na mensuração prática, segundo Eves (2011, p. 75) "26 dos 110 problemas dos papiros Moscou e Rhind são geométricos. Muitos deles decorrem de fórmulas de mensuração necessárias para o cálculo de áreas de terras e volumes de grãos. Conforme Eves (2011) no período 2000 A.C. a 1600 A.C os babilônios tinham conhecimento do cálculo de algumas figuras planas.

> [...] os babilônios do período 2000 a.C. a 1600 a.C. deviam estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles (e talvez da área de um triângulo genérico) (Eves, 2011, p. 60).

Kurokava (2015, p. 5) os gregos desenvolveram a geometria de forma mais organizada, "dedutivamente, com axiomas, teoremas, entre outros, o modelo matemático cuja estrutura é utilizada até hoje", sendo o principal autor dessa época Euclides que desenvolveu a obra "Elementos" contendo treze livros envolvendo conceitos de geometria, aritmética e álgebra.

Sabe-se que o estudo de medidas e grandezas está ligado aos conceitos relacionados à geometria euclidiana, estudos estes que surgiram com base nas ideias de ponto, reta, plano (Onofre, 2018). Segundo Onofre (2018) alguns documentos históricos como os papiros de Moscou (ou Golenishew) de 1850 a.c. e Rhind (ou Ahmes) de 1650 a.c. mostram estudos e os conhecimentos geométricos desenvolvidos em antigas civilizações.

Segundo Moraes (2019), desde as civilizações mais antigas o ato de medir era intuitivo, necessário para a sobrevivência do homem. A humanidade precisou realizar medições para ter um controle de quantidades e de periodicidade de seus plantios e criação de animais. Com o desenvolvimento do homem e a convivência em sociedade, a necessidade de construir residências mais fortes e resistentes a estações, o homem então sente a necessidade de medir ângulos, superfícies, comprimentos, volumes e massas.

Tendo em vista que naquela época não havia um sistema de medida padrão, o homem então começa a aderir como base para medição partes do próprio corpo (o que mais tarde seria chamado de medidas antropométricas) (Moraes, 2019) no entanto vale ressaltar que cada povo utilizava um sistema de unidades diferente para medir comprimentos (Onofre,2018). Cúbito, pé, polegar, palmo, mão, jarda, braça, eram as principais medidas antropométricas utilizadas segundo Gardner (1929 *apud* Moraes, 2019, p. 28, 29):

> Cúbito: era a medida do antebraço da pessoa, a distância entre o cotovelo e a ponta do dedo médio; Pé: o tamanho do pé da pessoa; Polegar: tamanho do polegar da pessoa; Palmo: a distância entre a ponta do polegar e a ponta do mindinho, com os dedos abertos; Mão: a largura dos quatro dedos mantidos juntos. Era considerado como ½ palmo; Jarda: a distância entre a ponta do nariz à ponta do dedo médio com o braço estendido; Braça: também considerada como duas jardas, era a distância entre as pontas dos dedos médios com os braços abertos

As medidas antropométricas foram muito úteis no processo de desenvolvimento do comércio e das relações comerciais naquela época e na vida em comunidade, no entanto, eram medidas que variavam de pessoa para pessoa, gerando então um certo conflito entre as relações comerciais. A partir da convivência em comunidade a criação de novas, melhores e mais precisas maneiras de medir se tornou imprescindível para realizar negociações justas entre todos em qualquer lugar

(Morais, 2019). A partir então tem-se a necessidade de criação de medidas mais precisas.

Fatores como o crescimento da burguesia mercantil e a formação de Estados Nacionais contribuirão para a busca de uma medida padrão de pesos e medidas para facilitar e agilizar as transações comerciais crescentes; mas somente durante a revolução francesa surge então na França um sistema métrico que mais tarde se tornaria padrão. Mediante a essas dificuldades o Governo Francês propôs à Academia Francesa de Ciências para que criasse um sistema de medidas baseadas em uma constante não arbitrária (Onofre, 2018). Segundo Moraes (2019) academia Francesa de Ciências reuniu uma equipe composta por diversas pessoas de diferentes cargos e funções para desenvolver um ponto de partida para uma medida padrão.

> A partir de 1790, por ordem da Academia Francesa de Ciências, uma equipe composta por físicos, astrônomos e agrimensores se puseram em campo para medir a distância entre Barcelona, no nordeste da Espanha, e Dunquerque, noroeste da França, correspondente a um arco do meridiano que passava por Paris (Moraes, 2019, p.28).

Segundo Moraes (2018) o objetivo era encontrar uma base objetiva para definir cientificamente uma unidade e dessa base estabelecer um conjunto de medidas. Foi então estabelecido a unidade de comprimento metro (m), originário da palavra grega *metron*, que significa “medida”, correspondente uma determinada fração da circunferência da Terra e correspondente também a um intervalo de graus do meridiano terrestre (Onofre, 2018). A partir da criação de um novo método para medir, o Sistema Métrico Decimal, e a definição do metro como unidade fundamental de comprimento, tem-se então o fim das dificuldades e problemas relacionados às diferentes medidas.

Inicialmente foi adotado pelo Sistema Métrico Decimal apenas três unidades básicas de medida, o metro como unidade de comprimento, o quilograma como medida de massa e o segundo como medida de tempo. Com o passar do tempo, desenvolvimento da ciência e tecnologia, surge então a necessidade de medições mais precisas e diversificadas, o sistema métrico passa então por diversas modificações. Segundo Moraes (2019) somente em 1960 na 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas foi então consolidado o Sistema Internacional de Unidades (SI), o sistema foi composto sete grandezas básicas e fundamentais: comprimento (m), massa (kg), tempo (s), corrente elétrica (A), temperatura termodinâmica (k), quantidade de substância (mol), intensidade luminosa (cd).

Conforme Moraes (2019) o Brasil só adotou o SI em 1962, tornando-se obrigatório em torno Território nacional somente 1988 quando é ratificado pela Resolução nº 12 do Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Conmetro). O metro assim como as outras unidades de medidas têm suas unidades derivadas, são unidades derivadas do metro: Gigametro, Manômetro, Quilômetro, Hectômetro, Decâmetro, km, Decímetro, Centímetro, Milímetro, Micrômetro, Nanômetro, outras unidades derivadas do metro são as unidades de área (metro quadrado) e volume (metro cúbico).

A área é a medida de uma superfície, representada por (m^2) correspondente a comprimento x largura de um metro quadrado. A ideia de área é associada ao conceito de igualdade entre figuras, conforme Euclides, medir uma grandeza significa compará-la com outra de mesma espécie, tomada como unidade (Onofre, 2018, p.12). As unidades de área assim como as de comprimento suas unidades derivadas: Quilômetro quadrado (km^2), hectômetro quadrado (hm^2), Decâmetro Quadrado (dam^2), Metro Quadrado (m^2), Decímetro Quadrado (dm^2), Centímetro Quadrado (cm^2), Milímetro Quadrado (mm^2).

2.3. Aspectos matemáticos de área

Conforme Teixeira (2018) a área de figuras planas é um conceito de geometria importante para o currículo escolar como também para o cotidiano, constituindo um conhecimento essencial e de grande aplicação prática no dia a dia. Segundo Pavanello (2004, *apud* Teixeira, 2018) um dos assuntos mais importantes abordados na escola é o conceito de área de superfícies planas, devido à sua aplicação em situações problemas do dia a dia.

A palavra área refere-se à medida de uma superfície plana bilateral, equivale a medida da superfície de uma figura geométrica. Segundo Antar Neto *et al* (2010) a área de um polígono é um número que mede a sua extensão. O dicionário escolar da Academia Brasileira de Letras (2011) define o conceito de área da seguinte forma:

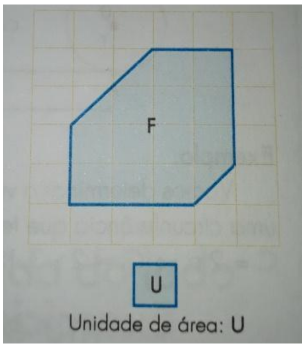
> Área (á.re:a). *s.f.* 1. Superfície compreendida dentro de determinados limites. 2. *(Geom.)* Superfície de uma figura geométrica. 3. Medida de superfície.

Segundo o Dicionário Etimológico Espanhol Online (2022) a palavra área vem do latim *area,* a palavra estar ligada ao verbo latino *arerê* (que significa estar seco). A palavra área era usada originalmente na linguagem agrícola para representar um espaço de terra seca e sem vegetação onde os cereais colhidos eram colocados para secar e debulhar. A palavra *area* tinha como sinônimo a palavra *varrón, eira* que fazia menção ao local onde o trigo colhido era posto para secar. Algum tempo depois, ainda do próprio latim, a palavra área é chamada de esplanada (frente do templo) por ser um espaço desprovido de vegetação e construção. Durante algum tempo no espanhol a palavra área era usada para designar uma superfície de 100 metros quadrados.

2.3.1. O cálculo de área

Para chegarmos a uma ideia intuitiva de área intuitiva de área, vamos supor que queiramos medir a região do plano que está indicada por F. Para isso, precisamos comparar F com uma unidade de área. O resultado dessa comparação é um número que exprime quantas vezes a região F contém a unidade de área de F. Esse número obtido é área de F (Dante, 2005, p.176).

Figura 1 - Área do plano indicada por F área do plano indicada por F



Fonte: Dante (2005, p. 176)

Segundo Lima (2015) "Qualquer quadrado cujo lado mede 1 terá, por definição, área igual a 1. Um quadrado *Q* cujo lado tem para medida o número inteiro "**n**" pode ser decomposto, por meio de paralelas aos seus lados, em "**n**" quadrados justapostos, cada um deles com lado unitário e, portanto, com área 1. Segue-se que o quadrado "**Q**" deve ter área n^2.

2.3.2. Área de superfície plana

Dolce (1993, p. 312) definiu área de superfície plana da seguinte forma:

A área de uma superfície limitada é um número real positivo associado à superfície de forma tal que:

1º) as superfícies equivalentes estão associadas áreas iguais (números iguais) e reciprocamente.

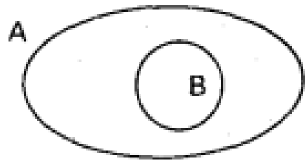
$A \approx B \leftrightarrow (Área\ de\ A = Área\ de\ B)$.

2º) A uma soma de superfície está associada uma área (número) que é a soma das áreas das superfícies parcelas.

$C = A + B \leftrightarrow (Área\ de\ C = Área\ de\ A\ + Área\ de\ B\ )$

3º) Se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor ou igual a área da outra.

Figura 2 - Área do polígono



$$\mathbf{B} \subset \mathbf{A} \implies \text{Área de } \mathbf{B} \leqslant \text{Área de } \mathbf{A}$$

Fonte: Dolce (1993, p.312)

2.3.3. Áreas dos polígonos

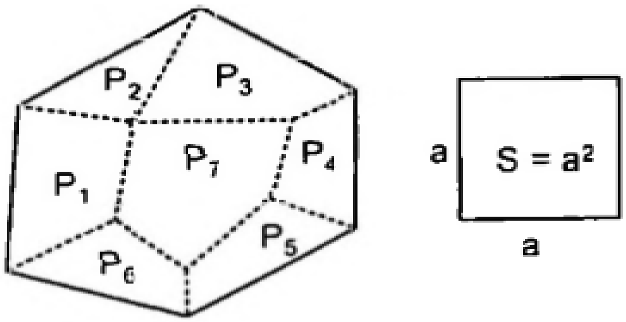
Segundo Antar Neto *et al* (2010) intuitivamente, a área de um polígono é um número que mede a sua extensão, ou seja, a porção de plano ocupada por ele (Antar Neto *et al*, 2010, p.284). A fim de estabelecer um significado mais preciso para esta ideia, de forma que cada polígono será associado um número real não negativo, chamado área, a fim de satisfazer as seguintes propriedades.

I- Polígonos congruentes têm a mesma área.

II- Se um polígono P for decomposto como a união de um certo número de outros polígonos Pi, P2, ... Pn de tal modo que dois quaisquer dentre eles tenham em comum pontos isolados ou segmentos, então a área de P é a soma das áreas desses polígonos.

III- A área de um quadrado cujo lado tem medida à é igual a a²:

Figura 3 - Área de polígono e área do quadrado unitário



Fonte: Antar Neto *et al* (2010, p.284)

Segundo o autor, a partir destas suposições, poderemos deduzir a área dos polígonos.

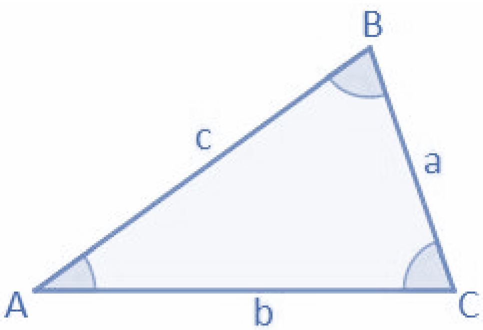
2.4. Características das figuras planas

- **TRIÂNGULOS**

Definição de triângulos:

Sob a luz da geometria euclidiana plana temos a definição de triângulos: “Dados três pontos A, B e C não colineares, à reunião dos segmentos AB, AC e BC chama-se triângulo” (Dolce, 1993, p. 36). Entende-se por meio desta definição que o triângulo é um polígono regular de três lados (Manuel, 2017). O triângulo **é o polígono mais simples**, pois possui o menor número de lados.

Figura 4 - Triângulo



Fonte: autores, 2022

Os triângulos possuem alguns elementos característico de um polígono, os principais elementos do triângulo são: lados, vértices, ângulos internos e externos. Os triângulos podem ser classificados de duas formas, quanto a medidas dos lados e quanto à medida dos ângulos internos.

- Classificação quanto aos lados

Quanto aos lados os triângulos podem ser equiláteros, isósceles ou escalenos.

Dado um triângulo de lados AB, BC e AC este é denominado:

> Equilátero, se AB = BC = AC;
>
> Isósceles, se ao menos dois dentre os lados AB, BC, AC forem iguais;
>
> Escaleno, se AB $\neq$ BC $\neq$ AC (Jesus, 2016, p. 8,9).

- Classificação quanto aos ângulos

A classificação de triângulos quanto a medidas de seus ângulos são: triângulo acutângulo, triângulo retângulo e triângulo obtusângulo.

Definição da das classificações dos triângulos quantos aos lados

Dado um triângulo de ângulos internos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$, este é denominado:

> Triângulo Acutângulo, se $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ forem menores que 90◦;
>
> Triângulo Retângulo, se um dos seus ângulos internos for igual a 90◦;
>
> Triângulo Obtusângulo, se um dos seus ângulos internos for maior que 90◦ (Jesus, 2016, p. 9).

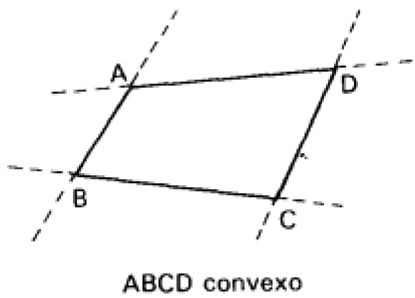
- **QUADRILÁTEROS**

Definição de quadriláteros: os quadriláteros são figuras planas que possuem quatros lados, segundo o dicionário escolar da Academia Brasileira de Letras quadrilátero é polígono de quatro lados. Segundo Dolce (1993) quadriláteros é um polígono simples de quatro lados, o autor define quadrilátero da seguinte forma:

> Seja A, B, C e D quatro pontos de um mesmo plano, todos distintos e três não colineares. Se os segmentos $\underline{AB}, \underline{BC}, \underline{CD}$ *e* $\underline{DA}$ interceptam-se apenas nas extremidades, a reunião desses quatros segmentos é um quadrilátero (Dolce, 1993, p. 99).

Quadrilátero ABCD= $\underline{AB} \cup \underline{BC} \cup \underline{CD} \cup \underline{DA}$

Figura 5 - Quadrilátero



Fonte: Dolce (1993, p.99)

Assim como os triângulos, quadriláteros possuem elementos característicos, lados, vértices são elementos comuns a todos os quadriláteros: que podem ser representados da seguinte forma:

- Lados: a, b, c e d ou $\underline{AB}, \underline{BC}, \underline{CD}\ e\ \underline{DA}$
- Vértices: A, B, C e D

Os quadriláteros também possuem ângulos internos e externos, a medida desses ângulos depende da classificação de cada quadrilátero. Além disso os quadriláteros possuem duas diagonais, diagonal é uma reta que liga vértices de uma figura, a soma dos ângulos internos é igual a 360º e a soma dos ângulos externos também é igual a 360.

Ângulos: $\hat{A} = D\hat{A}B,\ \hat{B} = A\hat{B}C, \hat{C} = B\hat{C}D\ e\ \hat{D} = C\hat{D}A$

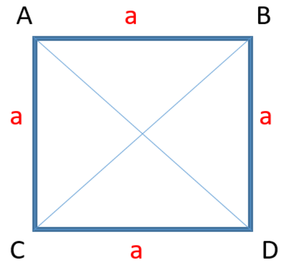
Diagonais: $\underline{AC}\ e\ \underline{BD}$

Segundo Dolce (1993) são quadriláteros notáveis: retângulo, quadrado, paralelogramo, losango e trapézios.

- QUADRADO

Definição: Quadrado é uma figura plana limitada por quatro segmentos, de forma que os seus lados são todos iguais entre si. Um quadrilátero plano convexo é um quadrado se, e somente se, possui os quatro ângulos congruentes e os quatro lados congruentes (Dolce, 1993, p.101). Um quadrado é um quadrilátero regular formado quatro lados congruentes (mesma medida) por quatro ângulos internos congruentes.

Figura 6 - Quadrado



Fonte: os autores, 2022

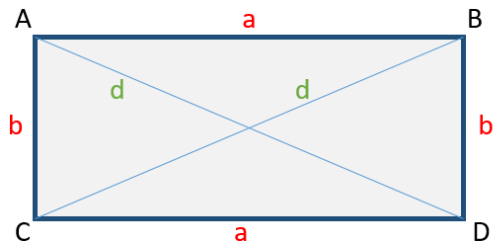
Características

- Todos os lados possuem a mesma medida
- Os ângulos deste quadrilátero são todos de 90º
- As suas diagonais formam entre si ângulos de 90º
- Cada diagonal forma um triângulo isóscele

- RETÂNGULO

Definição: retângulo é uma figura plana limitada por quatro segmentos, de forma a que os seus lados sejam iguais dois a dois, ou seja, um quadrilátero formado por dois lados na vertical e dois na horizontal. Um quadrilátero plano convexo é um retângulo se, e somente se, possui os quatro ângulos congruentes (DOLCE, 1993, p.101).

Figura 7 - Retângulo



Fonte: os autores, 2022

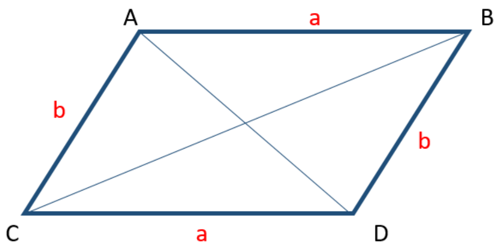
Características

- Os lados opostos de um retângulo são paralelos e iguais entre si
- As diagonais de um retângulo interceptam-se formando pares de ângulos opostos e iguais entre si
- Tem quatro ângulos internos de 90° (retos).

- PARALELOGRAMO

Definição: é um quadrilátero em que os lados opostos são paralelos. Os lados são paralelos e de igual tamanho dois a dois. Os ângulos entre os lados dependem das medidas dos lados. Um quadrilátero convexo é um paralelogramo se, e somente se, possui os lados opostos paralelos (Dolce, 1993, p.100).

Figura 8 - Paralelogramo



Fonte: os autores, 2022

Características

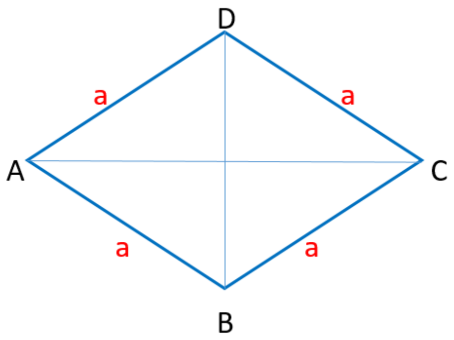
- A soma de dois ângulos consecutivos é de 180º
- As diagonais cortam-se no ponto médio
- Os lados opostos são congruentes
- Os ângulos opostos são congruentes

- LOSANGO

Definição: Losango é um quadrilátero com os lados opostos paralelos (paralelogramo), com os lados todos iguais entre si. Apresenta dois lados e ângulos opostos congruentes e paralelos, com duas diagonais que se cruzam perpendicularmente. Um quadrilátero plano convexo é um losango se, e somente se, possui os quatro lados congruentes (Dolce, 1993, p.101).

É um caso especial de paralelogramo, onde além da disposição paralela os lados são iguais. E, ainda, as diagonais são perpendiculares, porém os lados não paralelos não são perpendiculares entre si.

Figura 9 - Losango



Fonte: os autores, 2022

Características

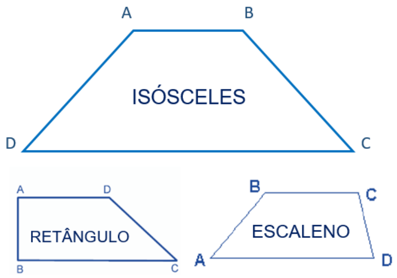
- As suas diagonais são perpendiculares
- As suas diagonais são bissetrizes dos ângulos
- possui dois ângulos agudos (menores que 90º) e dois ângulos obtusos (maiores que 90º).

➢ TRAPÉZIO

Definição: Trapézio é um quadrilátero notável com dois lados e bases paralelas, onde uma é maior e outra menor. A soma de seus ângulos internos totaliza 360°. Um quadrilátero plano convexo é um trapézio se, e somente se, possui dois lados paralelos. Os trapézios são classificados em isósceles, retângulo e escaleno (Dolce, 1993, p.100).

- Trapézio Isósceles é um quadrilátero que tem apenas dois lados paralelos e de comprimentos diferentes, também chamado de trapézio simétrico donde os lados não paralelos possuem a mesma medida: tem dois lados iguais e tem um eixo de simetria
- Trapézio Retângulo é um quadrilátero que tem apenas dois lados paralelos e que tem dois ângulos retos: têm dois ângulos retos, ou seja, dois ângulos de 90º e não tem eixo de simetria
- Trapézio Escaleno é um quadrilátero que tem apenas dois lados paralelos, cujos lados são todos diferentes: Tem os lados todos diferentes e não tem eixo de simetria

Figura 10 - Trapézios



Fonte: os autores, 2022.

2.5. Cálculo de área de figuras planas

2.5.1. Área do quadrado

Partindo do pressuposto de área de um quadrado unitário é 1^2, e de forma análoga a área de um quadrado de lado n é dada por n^2. Dessa forma se um quadrado Q de lado$\frac{1}{n}$, onde n é inteiro, logo decompõe se o quadrado unitário, mediante paralelas aos seus lados, em n^2quadrados justapostos, todos congruentes a Q. De forma que estes n^2quadrados congruentes a Q compondo um quadrado de área 1, onde a área de Q deve satisfazer à condição n^2x (área de Q) = 1 e, portanto, área de Q = $\frac{1}{n^2}$ (Lima, 2009, p. 14).

Ainda segundo Lima (2009, p. 18) se o lado de um quadrado Q tem por medida o número racional $\frac{m}{n}$, então podemos decompor cada lado de Q em n segmentos, cada um dos quais tem comprimento $\frac{1}{n}$. Traçando paralelas aos lados de Q, a partir dos pontos de divisão, obtemos uma decomposição de Q em m quadrados, cada um dos quais tem lado $\frac{1}{n}$. Portanto, a área de cada um desses quadrados menores é $\frac{1}{n^2}$. Segue-se que a área de Q deve ser

$$m^2 x \ \frac{1}{n^2} = \frac{m^2}{n^2} \text{ ou seja } Q = \frac{m^2}{n^2}$$

Dessa forma pode se dizer que área de um quadrado cujo lado tem para medida um número racional a= $\frac{m}{n}$ é dada pela expressão:

$$Q = a^2$$

2.5.2. Área do retângulo

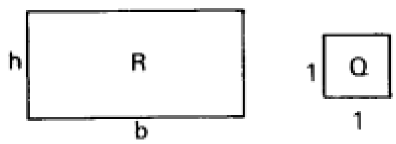
Lima (2009, p. 16) determina fórmula para calcular a área de retângulo de forma semelhante aos procedimentos realizados para encontrar a fórmula de área do quadrado. Dado um retângulo R tendo como medidas dos lados os números inteiros m e n, então, mediante paralelas aos lados, podemos decompor R em *mn* quadrados unitários, de modo que se deve ter área de R = m · n (Lima, 2009, p. 16).

Seguindo o mesmo raciocínio, se os lados do retângulo R têm como medidas dois números racionais a e b, podemos escrever estes números como duas frações $a = \frac{p}{q}$ e $b = \frac{r}{q}$, com o mesmo denominador q. Dividimos cada lado de R em segmentos de comprimento $\frac{1}{q}$ .O lado que mede *a* ficará decomposto em *p* segmentos justapostos, cada um deles medindo $\frac{1}{q}$. O lado que mede *b* ficará subdividido em r segmentos iguais, de comprimento $\frac{1}{q}$ (Lima, 2009, p. 16).

Traçando paralelas aos lados a partir dos pontos de subdivisão, o retângulo R ficará subdividido em *pr* quadrados, cada um deles de lado $\frac{1}{q}$. A área de cada um q desses quadradinhos $\left(\frac{1}{q}\right)^2 \to \frac{1}{q^2}$ de forma que a área de R deverá ser igual a $p.q \times \frac{1}{q^2} = \frac{p \times q}{q^2} = \frac{p}{q} \times \frac{r}{q}$ implicando em a. b, logo a área de R = a · b. Diz-se, então, que a área do retângulo é o produto da base pela altura (Lima, 2009, p. 16).

Outra forma de chegar ao cálculo da área do retângulo é a apontada por Dolce (1993). Dado o retângulo R (b, h) e fixado o quadrado Q (1,1) como unitário temos:

Figura 11 - Retângulos



Fonte: Dolce (1993, p.315)

Área do retângulo R (b, h) = $A = \frac{R\ (b,h)}{Q\ (1,1)}$

Com base no teorema da razão entre retângulos: a razão entre retângulos de bases congruentes (ou alturas congruentes) é igual a razão entre suas alturas (ou bases) (Dolce, 1993, p. 313).

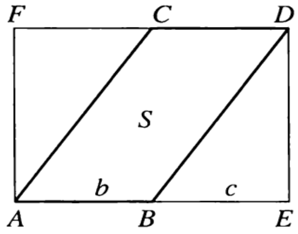
$$A = \frac{R\ (b,h)}{Q\ (1{,}1)} = \frac{b}{1} \times \frac{h}{1} = b \times h \rightarrow\ A = b.h$$

2.5.3. Área do paralelogramo

A área do paralelogramo também é calculada de forma semelhante à área do retângulo. Segundo Dolce (1993) o paralelogramo é equivalente ao retângulo quando tem base e alturas semelhantes. Com base em Lima (2009) temos um paralelogramo ABDC, cujo área S queremos encontrar, levando em consideração que sua base AB tem comprimento *b* e sua altura DE tem comprimento *a*.

O retângulo AEDF, cuja área vale ba + ca, é formado pelo paralelogramo, cuja área S se deseja calcular, mais dois triângulos que, colocados juntos à direita, formam um retângulo de base *c* e altura *a* (Lima, 2009, p. 18).

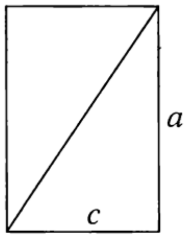
Figura 12 - Área do paralelogramo



Fonte: Lima (2009, p. 18)

O paralelogramo ABDC está contido num retângulo de base b + *c* e altura a. sabendo que área do retângulo é dado pela fórmula R= a x b, onde a é o comprimento da base e b o comprimento da altura, temos que a área do retângulo AEDF é R= (b+ c) x a= ba + ca. Ao analisarmos a figura percebemos que o retângulo AEDF é formado pelo paralelogramo ABDC e mais dois triângulos, triângulo BED de base c e altura a, e triângulo AFC de base b e altura a, juntos os triângulos formam um retângulo de área ca (Lima, 2009, p. 18).

Figura 13 - Retângulo e triângulo



Fonte: Lima (2009, p. 18).

Dessa forma temos que área do retângulo AEDF = ba + ca = área de S + área do retângulo ca:

ba + ca = S+ ca

ba= S

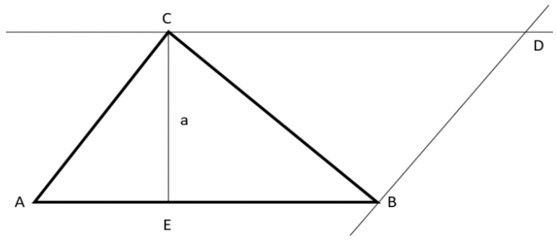
S= ba

Assim podemos dizer que a área do paralelogramo é igual ao produto do comprimento de qualquer uma de suas bases pelo comprimento da altura correspondente (Lima, 2009, p. 18).

2.5.4. Área de triângulos

A área de um triângulo é calculada de forma semelhante a área de um paralelogramo (sessão dos quadriláteros). Dado um triângulo ABC, cuja área desejamos calcular, traçamos, pelos vértices C e B, respectivamente, paralelas aos lados AB e AC. As retas paralelas se encontram no ponto D e formam o paralelogramo ABDC. Traçando um segmento de reta perpendicular ao lado AB e passando pelo ponto vértice C, onde CE é altura do paralelogramo.

Figura 14 - Área do paralelogramo.



Fonte: autores, 2023

Ao analisarmos o paralelogramo ABDC temos que o lado AB é base igual ab e altura CE= a, dessa forma área do paralelogramo ABDC= base x altura = b x a. Por outro lado, os triângulos ABC e BCD são congruentes (têm um lado comum compreendido entre dois ângulos iguais), o que implica que ambos tenham a mesma área. Dessa forma:

Área do paralelogramo ABDC = área de ABC + área de BDC, se área dos triângulos é equivalente podemos dizer que área de ABC + área de BCD = 2 x ABC ou 2 x BCD

b x a= 2 x ABC

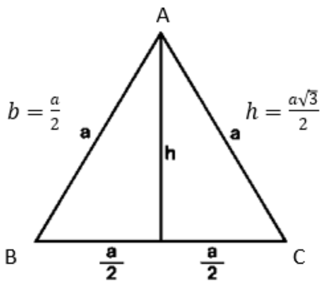
$$\frac{b\ x\ a}{2} = ABC$$

$$ABC = \frac{b.a}{2}$$

Dessa forma podemos afirmar segundo Lima () que a área de um triângulo é a metade do produto de uma base pela altura correspondente.

Para calcular a área de um triângulo equilátero deve levar em consideração a medida de seu lado e a altura, um triângulo equilátero de lado a tem altura igual a $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ e $b = \frac{a}{2}$.

Figura 15 - Triângulo equilátero



Fonte: autores, 2022

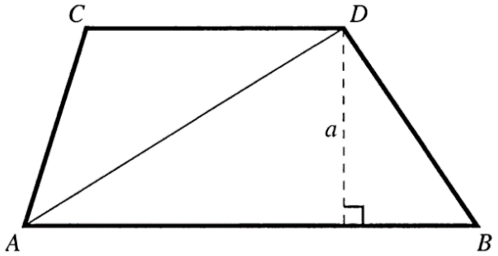
Dessa forma área de um triângulo é equilátero se dar pela seguinte fórmula:

$$AT = AP \rightarrow AT = \frac{T(\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{2})}{Q\ (1{,}1)} = \frac{\frac{a \times a\sqrt{3}}{2 \times 2}}{1 \times 1} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{1} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow AT = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

2.5.5. Área de um trapézio

A área do trapézio é calculada de forma semelhante a área do triângulo. Dado o trapézio ABDC, onde AB e CD são paralelos, podemos chamar AB de base um (AB+ b1) e CD de base 2 (CD = b2) e chamemos de "***a***" a distância entre as paralelas AB e CD, isto é, o comprimento de qualquer perpendicular ligando um ponto da reta AB a um ponto da reta CD, traçamos uma diagonal AD decompõe o trapézio nos triângulos ABD e ACD, com bases b1 e b2 respectivamente, e mesma altura a (Lima, 2009, p. 20).

Figura 16 - Área do trapézio



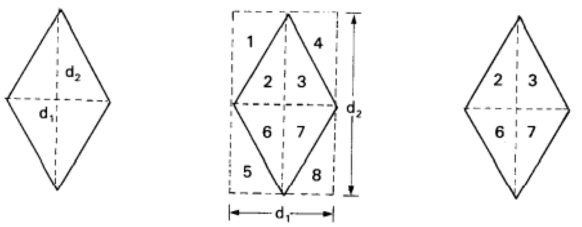
Fonte: Lima (2009, p. 20)

A área do trapézio ABDC é a soma das áreas desses dois triângulos, logo área de ABDC = área do triângulo ABD + ACD, onde ABD tem base= b1 altura a e ACD tem base = b2, e altura a, área de ABDC = $(\frac{b1.a}{2})$ + $(\frac{b2.a}{2})$ = $\frac{(b1+b\ 2)\ x\ a}{2}$. Assim, a área do trapézio é igual à semi-soma das bases vezes a altura (Lima, 2009, p.20).

2.5.6. Área do losango

Dado o losango L (D, d), conduzimos as diagonais e, pelos vértices, as paralelas às diagonais

Figura 17 - Área do losango



Fonte: Dolce (1993, p.318)

Para calcular a área do losango vamos considerar um retângulo de base $b = \frac{d_1}{2}$ e altura $h = d_2$

Dessa forma temos:

$$AL = \frac{P\,(\frac{d_1}{2}, d_2)}{Q\,(1{,}1)} = \frac{\frac{d_1}{2} \times d_2}{1 \times 1} = \frac{d_1 \times d_2}{2} \times \frac{1}{1} \rightarrow\ AL = \frac{d_1 \times d_2}{2}$$

Outra forma de calcular área do losango é usando a fórmula de área do triângulo multiplicado por 4, uma vez que as diagonais do paralelogramo o dividem em quatro partes, formando triângulos semelhantes de base $b = \frac{d_1}{2}$, e altura $h = \frac{d_2}{2}$dessa forma:

$$AL = 4 \times AT$$

$$AL = 4\,\frac{b \times h}{2} = 4\,\frac{\frac{d_1}{2} \times \frac{d_2}{2}}{2} = 4 \times \frac{d_1 \times d_2}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{4 \times d_1 \times d_2}{8}\, simplificando\ por\ 4 \rightarrow AL = \frac{d_1 \times d_2}{2}$$

2.6. Aspectos curriculares de área

O tópico áreas está inserido na grade curricular pré-estabelecida pelos documentos oficiais como PCN e BNCC, além de fazer parte de descritores de provas de avaliação em larga escala como ENEM, SISPAE, e Prova Brasil.

2.6.1. Área nos PCN

No PCN o conteúdo de áreas faz parte da área de ensino da matemática: Grandezas e Medidas, onde o aluno deve ter conhecimento prévio das grandezas de medidas de área e perímetro, tendo condições de identificar unidades usuais de medida como metro, centímetro, quilômetro, metro quadrado. No terceiro ciclo do ensino fundamental ao ensinar área e perímetro de figuras subentende-se que o aluno tenha conhecimento das figuras planas, sabendo classificá-las de acordo com seus lados e ângulos.

Os conteúdos relacionados a área da unidade temática medidas e grandezas conforme as PCN (1998):

> Obtenção de medidas por meio de estimativas e aproximações e decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema.
>
> Utilização de instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições,

> selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requerem, em função da situação-problema.
>
> Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.
>
> Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas (Brasil,1998, p.73, 74).

Segundo Brasil (1998) os conteúdos da unidade temática medidas e grandezas devem possibilitar o aluno a habilidade de obter e expressar resultados de medições, utilizando as principais unidades padronizadas de medida de comprimento, capacidade, massa, superfície, volume, ângulo e tempo (Brasil,1998, p.77). Conforme Brasil (1998) cabe ao professor verificar se o aluno conseguiu adquirir a habilidade para identificar, classificar figuras planas e espaciais, como também realizar cálculos de medidas de comprimento, área e volume.

Os conteúdos do bloco Grandezas e Medidas tem um papel muito importante no curricular como também no cotidiano, pois estabelecem conexões entre os diversos temas, sendo usado nas áreas como as Ciências Naturais (utilização de bússolas, e noções de densidade, velocidade, temperatura, entre outras) e Geografia (utilização de escalas, coordenadas geográficas, mapas etc.). Segundo Brasil (1998) neste tópico tem-se consolidação do conceito de número e a aplicação de conceitos geométricos.

Para estudar a área no terceiro ciclo, deve-se relembrar conteúdos do segundo ciclo, além disso o aluno terá contato com uma dimensão da medida que não é obtida por uma comparação direta, e sim pelo produto de medidas lineares (lados).

> [..] para medir o comprimento de um objeto o aluno precisa saber quantas vezes for necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto, ou seja, executar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética (contagem de quantas unidades couberam). Os mesmos procedimentos são utilizados para obter áreas e volumes (Brasil,1998, p.129).

Ao se tratar do estudo de área ao final do estudo desta unidade espera-se que o aluno seja capaz de resolver situações problemas do cotidiano usando conhecimentos de medidas de comprimento e área, além de identificar os diferentes quadriláteros, triângulos, como também identificar elementos no cálculo de área.

2.6.2. Área na BNCC

Na BNCC o conteúdo de área faz parte da grade curricular dos anos finais do ensino fundamental, o tópico está inserido na unidade grandezas e medidas, juntamente com a separação dos conteúdos em unidades temáticas a BNCC estabeleceu para cada ano de ensino objetos de estudo e habilidades a serem adquiridas durante o processo de ensino.

Essa unidade temática permite a articulação com outras áreas do conhecimento (Balestri e Pataro, 2018), as medidas e grandezas é possível estabelecer conexão com ciências, geografia, entre outras áreas de conhecimento. Medidas de temperatura, comprimento, área, volume, massa, energia, grandezas são frequentemente usadas no dia a dia. Segundo Balestri e Pataro (2018) o estudo desta unidade temática nos anos finais do ensino fundamental possibilita o aluno o reconhecimento de medidas e grandezas em situações do cotidiano.

> A fim de ampliar o que já foi estudado sobre grandezas e medidas nos anos iniciais, os alunos serão levados a reconhecer comprimento, área, volume, e abertura de ângulo como grandezas relacionadas a figuras geométricas e escrever e utilizar expressões algébricas para calcular medidas de área e de volume de figuras geométricas planas e espaciais (Balestri e Pataro, 2018, p. XXVI).

Ainda segundo Balestri e Pataro (2018) a partir do estudo dessa unidade temática o aluno será estimulado a utilizar instrumentos de medições e consequentemente resolver problemas que envolvam as unidades de medidas padronizadas mais usuais. São estes objetos de estudos e habilidades foram estabelecidos para o ensino de áreas e perímetro de figuras planas segundo a grade curricular pré-estabelecida pela BNCC.

Quadro 1 - Conteúdos de área conforme a BNCC

Ano	Objetos de conhecimentos	Habilidades
6º ano	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, área	(EF06MA24) -resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, área (triângulos, retângulos) sem uso de fórmulas, inseridos sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento
7º ano	Problemas envolvendo medições" tendo como habilidade	(EF07MA29)-Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do

		conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada
	"Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	EF07MA31) -Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros (EF07MA32) -Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas
8º ano	Área de figuras plana	(EF08MA19) -Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos
9º ano	Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas	(EF09MA18) -Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros

Fonte: Brasil (2017, p. 302-319).

O quadro acima destaca os objetos de conhecimentos e habilidades que constituem o ensino de área de figuras planas em cada ano de estudo dos anos finais do ensino fundamental. Observamos que o estudo de área se dá a partir do 6º ano, onde o aluno tem contando com problemas envolvendo o cálculo de área das figuras, e relacionado medidas de áreas, posteriormente o aluno estuda problemas envolvendo medições, cálculos e equivalências de área, posteriormente o aluno consegue resolver problemas envolvendo medidas muito grandes ou muito pequenas, convertendo as unidades de medidas e relacionando com a área de figuras.

Considerando que os participantes de nossa pesquisa têm pouco ou nenhum conhecimento desse objeto de conhecimento, iremos começar o estudo a partir do reconhecimento das figuras, conceitos, classificações, a fim de trabalhar o cálculo de área de triângulos e quadriláteros.

2.6.3. O conteúdo de Área na prova do SISPAE

O SISPAE é o Sistema Paraense de Avaliação Educacional, é um processo avaliativo externo de larga escala, o SISPAE avalia o desempenho dos alunos de 4º e 5º anos, de 7º e 8º anos do Ensino Fundamental e de 1ª,2ª e 3ª série do Ensino Médio nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. O processo avaliativo tem por objetivos: “consolidar um mecanismo de análise para subsidiar ações da Secretaria Educação do Estado (SEDUC) e Prefeituras com políticas públicas de estado de natureza sistêmica e fortalecer o processo de ensino e aprendizagem do sistema público de Educação Básica”.

Assim como os demais exames de avaliação em larga escala o SISPAE é regido por uma matriz de referência com habilidades pré-estabelecidas para cada unidade temática, acerca da unidade medidas e grandezas, o ensino de área de figuras planas é contemplado nas seguintes habilidades:

- Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento [..];
- Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não;
- Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm [...];
- Resolver problemas que envolvam o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas;
- Calcular áreas de polígonos de diferentes tipos, com destaque para os polígonos regulares e
- Resolver problemas que envolvam o cálculo de área de figuras planas.

2.6.4. O conteúdo de Área no Saeb/ Prova Brasil

O Saeb é o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, vem sendo realizado pelo INEP desde 1990; e ao longo do tempo sofreu diversos aprimoramentos, adaptações e alterações metodológicas, foram esses aprimoramentos que permitiram a geração de resultados de desempenho por escolas e municípios. Em 2005 o Saeb passa por uma mudança significativa no qual tem-se ampliação da população-alvo da avaliação, a criação de um estrato censitário para aplicação de instrumentos em escolas públicas de 5º ano e no 9º ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2018)

Segundo o documento de referência do Saeb (2018) em 2005 o Ministério da Educação-Mec fez a publicação da Portaria n° 931/2005, esta portaria determinava que o Saeb passaria a ser constituído pela Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB) e pela Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), comumente chamada de Prova Brasil, alterando o modelo de avaliação definido no primeiro ciclo do Saeb. De forma que o foco dos resultados passa a ser a dimensão da aprendizagem dos alunos e alguns contextos em que ela ocorreu. No âmbito da Educação Básica o Saeb tem por objetivos:

- Avaliar a qualidade, a equidade e a eficiência da educação praticada no país em seus diversos níveis governamentais;
- Produzir indicadores educacionais para o Brasil, suas regiões e Unidades da Federação e, quando possível, para os municípios e as instituições escolares, tendo em vista a manutenção da comparabilidade dos dados, permitindo, assim, o incremento das séries históricas;
- Subsidiar a elaboração, o monitoramento e o aprimoramento de políticas públicas baseadas em evidências, com vistas ao desenvolvimento social e econômico do Brasil; e
- Desenvolver competência técnica e científica na área de avaliação educacional, ativando o intercâmbio entre instituições educacionais de ensino e pesquisa (Brasil, 2018, p. 6).

As Matrizes de Referência de Matemática propostas pelo Saeb contemplam aspectos cognitivos possíveis de serem medidos em testes de larga escala. Acerca do conteúdo de áreas introduzido dentro da unidade temática de grandezas e medidas, a unidade tem por finalidade desenvolver o estudo das medidas e das relações entre elas e consolidar e ampliar a noção de número, de noções geométricas e da construção do pensamento algébrico.

Nos anos iniciais do ensino fundamental os tópicos que contemplam o ensino de área são: grandezas de medida, área (de triângulos e retângulos), unidades e instrumentos de medida, incluindo problemas envolvendo as grandezas citadas. Nos anos finais há um aprofundamento do estudo da grandeza de área, além da inclusão de problemas que envolvem tais grandezas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medida padronizadas mais usuais.

No 5º ano do ensino fundamental acerca do estudo de área espera-se que o aluno saiba:

- Reconhecer a unidade de medida ou o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, área, massa, tempo, capacidade ou temperatura.
- Estimar/Inferir medida de comprimento, capacidade ou massa de objetos, utilizando unidades de medida convencionais ou não OU Medir comprimento, capacidade ou massa de objetos.
- Resolver problemas que envolvam medidas de grandezas (comprimento, massa, tempo e capacidade) em que haja conversões entre as unidades mais usuais.

- Medir ou Comparar perímetro ou área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada.
- Resolver problemas que envolvam perímetro de figuras planas.
- Resolver problemas que envolvam área de figuras planas (Brasil, 2018, p. 93).

No 9º ano espera-se que os alunos tenham habilidade para:

- Resolver problemas que envolvam medidas de grandezas (comprimento, massa, tempo, temperatura, capacidade ou volume) em que haja conversões entre unidades mais usuais.
- Resolver problemas que envolvam área de figuras planas (Brasil, 2018, p. 98).

2.6.5. O conteúdo de Área na prova do ENEM

O ENEM é um exame Nacional de avaliação educacional do ensino médio criado em 1998 durante a gestão do então presidente Fernando Henrique Cardoso com objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes de ensino médio e contribuir com o desenvolvimento da educação (Martins, 2016).

O Exame Nacional foi instituído pelo MEC através da Portaria n. 438, de 28 de maio de 1998, visando avaliar o desempenho do concluinte e do egresso da Educação Básica. A partir de então a prova deveria ser aplicada anualmente, inicialmente o exame continha 63 questões envolvendo as áreas de conhecimento e uma redação, na primeira edição da prova contou-se com 157.076 inscritos (Silva, 2015).

A partir de 2009, o exame também passou a ser utilizado como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior (Martins, 2016), passando a ter 180 questões de múltipla escolha e redação, além disso a aplicação da prova passou a ser em dois dias. Sendo avaliado quatro áreas de conhecimento: Linguagens, códigos e suas tecnologias além de incluindo nesta a redação e Ciências Humanas e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Matemática e suas tecnologias, cada área é composta de 45 questões.

A Matriz de Referência do ENEM definiu para a área de Matemática e suas Tecnologias 7 competências de área e 30 habilidades específica dentre essas competências e habilidades destacam-se as seguintes no diz respeito ao ensino de área de figuras planas:

Competência 3 com a finalidade de “construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano”. Acerca do tópico de área de figuras planas no que se refere a esta competência é esperado que aluno saiba: Identificar relações entre grandezas e unidades de medida, Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas; Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente e Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência 4 tem como finalidade “construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano” no qual espera-se que aluno tenha habilidade para Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais, no que diz respeito ao ensino de área de figuras planas espera que o aluno tenha conhecimento das diferentes medidas de comprimento e suas variações, como também usar essas medidas para resolver problemas do cotidiano.

Ao observar algumas das edições da prova do ENEM percebemos que comumente o exame tem questões envolvendo as unidades temáticas grandezas e medidas e espaço e forma, para resolver as questões que envolvem o cálculo de área o aluno precisa ter o conhecimento geométrico (figuras planas) e o conhecimento das medidas de área.

2.7. Estudos anteriores

Nesse tópico apresentamos o ensino de área de figuras planas e o ensino de área de figuras planas para alunos cegos com base em produções textuais. A busca pelas produções textuais ocorreu no mês de abril de 2023, inicialmente fizemos a seleção das bases de dados que seriam consultadas, nessa seleção foram consultados periódicos digitais da área de Educação e Ensino de Matemática.

O levantamento bibliográfico foi realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, Google Acadêmico, Scielo, plataforma sucupira e portais de programas de Pós-graduação: PROFMAT, PPGEM/UEPA. Optamos por realizar a revisão de literatura com base no estado da Arte (dissertações e teses).

Usamos no momento das buscas os seguintes descritores: ensino de área, área de figuras planas, área de figuras planas para o ensino de alunos cegos, ensino de área para alunos com deficiência visual. As dissertações foram selecionadas, inicialmente, por apresentarem, no título da obra, as palavras-chave: área de figuras planas, ensino de área, área para alunos cegos. Posteriormente foram selecionadas produções desenvolvidas no período de 2015 a 2023.

Durante as buscas por produções textuais foram encontradas diversas pesquisas centradas no ensino área de figuras planas, limitamos a busca por produções voltadas ao ensino de área de figuras planas em pesquisa experimentais com foco na aprendizagem do aluno e no ensino de área de figuras planas para alunos cegos em pesquisa experimentais com alunos cegos e propositivas.

O mapeamento e os critérios adotados resultaram em 13 dissertações, sendo 10 referentes ao ensino de área de figuras planas e 3 referentes ao ensino de área de figuras planas para alunos cegos. A seguir são descritos no quadro 2 os autores, títulos e objetivos das produções encontrados no mapeamento realizado e um breve relato das produções textuais.

Quadro 2 - Pesquisas mapeadas

Ensino de área de figuras planas		
Autor/ ano	Título	Objetivo
Assumpção (2015)	Perímetro e área: uma engenharia didática utilizando o geogebra sob o olhar das representações semióticas	Elaborar, aplicar e avaliar uma proposta didática com o uso de um ambiente dinâmico, a partir dos subsídios teóricos indicados pela teoria de registros de representação semiótica
Souza (2015)	O uso do desenho geométrico como motivador de aprendizagem no ensino de área de figuras planas	É mostrar aos educadores a importância das construções geométricas no ensino básico, para a aprendizagem dos alunos.
Silva (2016)	Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no apprenti géomètre 2 no 6ºano do ensino fundamental	Investigar o tratamento dado por alunos de 6º ano do ensino fundamental às situações que dão sentido à área como grandeza (comparação de área, medida de área, mudança de unidade e produção de superfície) em ambientes com características distintas: papel e lápis, materiais manipulativos e *software* de geometria
Cardoso (2018)	ensino de medida de área de figuras planas por meio de atividades	Avaliar a potencialidade no ensino de áreas de figuras planas por meio de atividades mediadas por malhas quadriculadas numa turma do 8° ano do ensino fundamental de uma escola pública.

Silva (2018)	área de figuras planas: uma abordagem segundo o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico no 7º ano do ensino fundamental	Apresentar uma sequência de atividades baseadas no modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento 16 geométrico voltada para alunos do 7º ano do ensino fundamental que contribuísse para construção do conceito de área de figuras planas, bem como para a atribuição de significado às principais fórmulas utilizadas com a finalidade de calcular a área das figuras planas mais básicas como triângulos e retângulos
Teixeira (2018)	uma maneira dinâmica de aprender área e perímetro de figuras planas a partir de situações concretas e lúdicas	desenvolver habilidades dos alunos para calcular a área de figuras planas, cálculo de perímetro e compreender a importância de área e perímetro no cotidiano
Dahm (2019)	Área e perímetro de figuras geométricas planas: percepções e criações através de malha quadriculada e o *software* geogebra	Compreender os argumentos dos envolvidos utilizados no desenvolvimento das atividades sobre área e perímetro de figuras geométricas planas; Perceber que ferramentas os alunos usaram no desenvolvimento de sua linguagem e como avançaram em busca de um modelo genérico para o cálculo de área de figuras como o quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio; Incentivar os discentes a estruturarem seu pensamento matemático depois de suas descobertas.
Vasconcelos (2019)	Abordagem prática dos conceitos de área e perímetro a partir da planta baixa de uma escola	Investigar os conceitos de área e perímetro por meio de uma proposta de atividades, que busca demonstrar de forma prática tais conceitos por meio do desenvolvimento da planta baixa (croqui) de uma escola, permitindo aos alunos a compreensão da importância desses conteúdos em seu cotidiano
Amâncio (2020)	estudo do cálculo de áreas de figuras planas baseado em estratégias de resolução de problemas matemáticos	analisar, no contexto das aulas de Matemática do Ensino Fundamental, a possibilidade de se desenvolver práticas de aprendizagem de áreas de figuras planas, baseada em problemas
Araújo (2020)	Uma proposta didática para o Ensino de Perímetro e Área no Ensino Fundamental I	Apresentar uma situação didática em forma de Oficinas, com medições de perímetro e área e, utilização de fórmulas para comprovação das medições.

Ensino de área de figuras planas		
Autor/ ano	Título	Objetivo
Silva (2015)	A utilização do Multiplano no ensino de geometria para alunos do ensino fundamental com deficiência visual	propor uma abordagem da Geometria Plana, através do Multiplano
Splett (2015)	Inclusão de alunos em classes regulares e o processo de ensino e aprendizagem de matemática	Identificar e analisar as principais dificuldades enfrentadas por professores de matemática que tem alunos cegos incluídos em suas salas de aula.
Oliveira (2019)	Inclusão de deficientes visuais no ensino de Geometria Plana	A inclusão de alunos com deficiência visual no aprendizado de Matemática

Fonte: dados da pesquisa, 2023.

2.7.1. O ensino de área de figuras planas em pesquisas experimentais e os recursos que estão sendo usados no ensino de área.

Para essa sessão foram selecionadas produções textuais conforme os seguintes critérios: a) ser uma tese ou dissertação, b) ter sido produzida ou aplicada no período de 2015 a 2023, c) ser uma pesquisa experimental realizada com alunos, d) ser uma pesquisa volta para o ensino de área de figuras planas.

Assumpção (2015) traz em sua pesquisa uma sequência de atividades para o ensino de área e perímetro de figuras planas sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica, usando o *software* GeoGebra como recurso didático para aplicação da atividade.

A pesquisa foi realizada com duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual do município de Toropi, RS, participaram da pesquisa cerca de 30 alunos. A sequência de atividades foi constituída de três blocos, o bloco 1, contendo 8 questões, abordou “os modos de ver contornos fechados, ou seja, unidades figurais 2D”, “diferenciação de contornos e de regiões internas limitadas por esses contornos e atividades de comparação de áreas de figuras planas” (Assumpção, 2015, p. 64).

O bloco 2, foi composto por 10 questões, abordando a correspondência entre áreas e números; o bloco 3, foi composto por 7 questões, este bloco teve por objetivo retomar e consolidar os conteúdos abordados nos blocos anteriores: “a exploração de aspectos relativos à comparação, decomposição e reconfiguração de figuras planas”, “procedimentos numéricos para obtenção do valor do perímetro e da área de quadrados e retângulos” (Assumpção, 2015, p.130).

Assumpção (2015, p. 207) afirma com base nos dados da sequência de atividades aplicada a possibilidade de articulação da teoria de registros de representação semiótica com o uso do *software* GeoGebra, tendo em vista que “atividades elaboradas viabilizaram a coordenação de diferentes registros de representação semiótica”.

Em Assumpção (2015) observamos que a metodologia usada por na aplicação da sequência de atividades possibilitou os alunos “explorar as características dos conceitos matemáticos perímetro e área de polígonos, associados a cada registro (língua natural, figural e numérico)”, “conhecer várias possibilidades de representações figurais e investigá-las através do processo de visualização e tratamentos figurais”.

Souza (2015) desenvolveu uma proposta de ensino usando o desenho geométrico a fim de ensinar áreas de figuras, a sequência didática desenvolvida pela pesquisadora foi composta por 12 questões de área figuras planas, sendo todas retiradas de provas da OBMEP, envolvendo o cálculo de área de triângulos, quadrados, retângulos, losango, trapézios e paralelogramos.

Souza (2015) trouxe em sua pesquisa o uso do Desenho Geométrico como ferramenta significativa no ensino de área de figuras planas, fugindo da repetição e memorização de fórmulas, abordando a contextualização e representação geométrica de figuras planas.

A pesquisa foi realizada com uma turma do Curso de Informática do Centro Territorial de Educação Profissional do Agreste de Alagoinhas/ BA (SOUZA, 2015, p.50). Ao dar início a pesquisa foi aplicado um teste de Sondagem para verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo, no decorrer dos encontros a pesquisadora propôs e orientou os alunos na construção de figuras planas, assim os alunos não sentiram dificuldades ao trabalhar as demonstrações das fórmulas para o cálculo de áreas do triângulo, o retângulo, o quadrado, o paralelogramo e o trapézio.

Na fase de construção e desenho, foram realizadas 10 atividades, onde foi pedido aos alunos que desenhassem com auxílio de régua e compasso, as seguintes figuras: um triângulo ABC dadas as medidas de seus lados: AB = 7cm , BC = 5cm e AC = 4cm; um paralelogramo de lados medindo 6cm e 4cm; uma reta e um ponto fora dela e uma reta paralela à reta dada que passe por esse ponto; uma reta qualquer e uma reta perpendicular a esta reta; um quadrado de lado 5cm; um retângulo de lados 8 cm e 5cm; um trapézio de base maior= 10 cm, a menor= 5cm , um dos lados oblíquos = 4cm e sua altura = 3cm; um ângulo qualquer e determinar sua bissetriz; um segmento AB e sua mediatriz; uma circunferência de centro O e A $\in$ λ um ponto qualquer e uma reta tangente a λ no ponto A.

Segundo Souza (2015) a construção dessas figuras preparou os alunos para o próximo passo: entender como deduzir e calcular a área figuras planas. Conforme Souza (2015, p. 65) o uso do Desenho Geométrico no ensino de área de figuras planas, "contribui no desenvolvimento das habilidades de raciocinar e organizar dados matemáticos", além de facilitar o reconhecimento de "uma figura geométrica plana pelas suas propriedades e a relacionar propriedades entre figuras".

Silva (2016) abordou em sua pesquisa o ensino de área de figuras planas por meio de materiais manipulativos e *software*. Embasada pelos estudos de Douady e Perrin-Glorian acerca das concepções numéricas e geométricas de área (1989) e na Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida de Gérard Vergnaud (1996). Participaram da pesquisa 12 estudantes de uma turma do 6º ano de uma escola pública do estado de Pernambuco. A pesquisa foi dividida em dois momentos: familiarização e dispositivo central.

Na etapa de familiarização os participantes/ alunos a um conjunto de tarefas de familiarização com os materiais e recursos necessários à resolução das tarefas propostas na próxima fase, esta etapa foi dividida em dois ambientes, um chamado de não digital e outro de digital, na etapa de Dispositivo Central foi usado o app Apprenti Geométre para resolver problemas de geometria.

A primeira fase foi constituída de nove tarefas, quatro em ambientes não digital e cinco em ambiente digital, as tarefas tiveram como objetivo: Reprodução na malha quadriculada; Isometrias na malha pontilhada quadrada; Composição de figuras

Ambiente; Exploração livre do *software*; Complementação de figuras e Reprodução de figura. Na segunda fase foi realizada a aplicação de cinco tarefas tendo como finalidade resolver problemas de Situação de comparação de área; Situação de medida de área; Situação de medida de área e mudança de unidade e Situação de produção de superfície.

Segundo Silva (2016) o uso do *Software* Apprenti Géomètre 2 como ferramentas de decomposição e recomposição de figuras ampliou a possibilidade de resolução de algumas tarefas de comparação de área. Silva (2016) aponta que a escolha desse programa se deu em virtude das comparações com os demais ambientes evidenciar que a construção de figuras nesse ambiente é mais precisa. O autor aponta que a utilização de uma pluralidade de recursos mostrou-se importante na resolução de tarefas sobre área pelos alunos do 6º ano.

Acerca das atividades no ambiente não digital Silva (2016) afirma que que os alunos adquiriram conhecimentos úteis para a resolução das tarefas do dispositivo central:

> [...] ambiente não digital, no qual os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar com a malha quadriculada, com a malha isométrica, com reprodução de figuras, com quebra-cabeças e com composição de figuras. Pudemos perceber nesse ambiente por meio das respostas dadas às quatro tarefas que os alunos adquiriram conhecimentos úteis para a resolução das tarefas do dispositivo central da pesquisa sobre área, no que diz respeitos à posição relativa de uma figura, às transformações isométricas do plano (rotação, translação e reflexão) e à composição de figuras (Silva, 2016, p.255).

Silva (2016) aponta como conhecimentos adquiridos por meio do dispositivo central: processos de decomposição, recomposição, justaposição e as transformações isométricas do plano. Segundo o autor, ambos os ambientes de estudos proporcionaram resultados positivos na pesquisa, além da ampliação das possibilidades de procedimentos de resolução de questões de áreas.

Cardoso (2018) objetivou em sua pesquisa o ensino de área e perímetro de figuras planas por meio de atividades mediadas por malhas quadriculadas, desenvolveu em sua pesquisa uma sequência didática sob a luz da engenharia didática.

A pesquisa foi realizada com 21 alunos do 8º ano do ensino fundamental de escola do município de Ananindeua/ PA. Tendo em vista que a pesquisa foi construída com base na engenharia didática na fase de análises prévias, objetivando de conhecer suas principais dificuldades dos alunos em relação ao ensino de área de figuras planas, o autor realizou a aplicação de um questionário, foi respondido por 100 alunos.

Foram desenvolvidas e aplicadas um conjunto de 13 (treze) atividades e 01 (um) jogo, a pesquisa ocorreu em 11 seções sendo a primeira referente a aplicação do questionário e do pré-teste, da 2º - 9º seção foram realizadas as atividades de experimentação e 10º seção a aplicação do jogo educativo e 11º a aplicação do pós-teste. O pré-teste e o pós-teste foram compostos por 10 questões envolvendo o cálculo da área de triângulos e quadriláteros, no abaixo temos as atividades desenvolvidas na fase de experimentação.

Quadro 3 - Atividades desenvolvidas por Cardoso (2018)

Atividade		Objetivo
1	O metro quadrado	Apresentar o metro quadrado
2	Medir utilizando o metro quadrado e introdução ao conceito de área	Fazer comparações utilizando o metro quadrado
3	Área do retângulo	Descobrir uma maneira prática de determinar a área do retângulo
4	Área do quadrado	Descobrir uma maneira prática de determinar a área do quadrado
5	Área do paralelogramo	Descobrir uma maneira prática de determinar a área do paralelogramo
6	Área do triângulo	Descobrir uma maneira prática de determinar a área do triângulo
7	Área do losango	Determinar uma maneira prática de determinar a área do losango
8	Área do trapézio	Determinar uma maneira prática de determinar a área do trapézio
9	Área de figuras regulares e irregulares utilizando a fórmula de Pick	Validar o cálculo de áreas de figuras regulares o Teorema de Pick para figuras irregulares
10	O valor de pi	Descobrir o valor de através da relação entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro
11	Área do círculo	Descobrir uma relação entre a área do círculo e seu raio
12	Submúltiplos do metro quadrado	Descobrir uma maneira prática de relacionar o metro quadrado com seus submúltiplos
13	Múltiplos do metro quadrado	Descobrir uma maneira prática de relacionar o metro quadrado com seus múltiplos
	Jogos	Atividades de fixação

Fonte: Cardoso, 2018.

Conforme Cardoso (2018, p. 334, 335) o ensino de área de figuras planas por meio de atividade experimentais “despertou nos estudantes o desejo de conseguir realizar a atividade”, onde o pesquisador observou os alunos enfrentando as dificuldades evoluindo a cada resolução de questão. Segundo o autor a maioria dos alunos conseguiram “redescobrir e enunciar as fórmulas para o cálculo de medida de área de figuras planas” e “obter os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado” de forma que os objetivos da pesquisa foram alcançados.

Silva (2018) visou em sua pesquisa o ensino de área de figuras planas por meio de uma sequência de atividades baseadas no modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico. A sequência de atividades foi aplicada em uma turma de 7º ano do ensino fundamental, de uma Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental do município de Santarém, participaram da pesquisa 41 alunos, com faixa etária entre 10 e 16 anos, sendo a maioria com idade de 12 anos.

Segundo Silva (2018, p. 30) a metodologia de Van Hiele, determina que o processo de aprendizagem aconteça em cinco fases de aprendizagem sendo “respectivamente: interrogação ou informação; orientação dirigida; explicação; orientação livre; e integração”. Dessa forma, a pesquisa ocorreu em cinco fases.

A primeira fase (Interrogação ou Informação) aplicou-se um teste de sondagem, “composto por quatro questões, todas subdivididas em itens”, nessa fase os alunos deveriam classificar figuras “quadriláteros, triângulos, triângulos retângulos, retângulos, quadrados, paralelogramos, losangos” de acordo com seus lados ou ainda as que “não se enquadraram em nenhuma dessas categorias”, representassem por fração a parte destacada de algumas figuras, calculassem a área de figuras planas, e realizassem o cálculo de área em malhas quadriculadas (Silva, 2018, p. 30, 31).

Na segunda fase (orientação dirigida) ocorreu a aplicação da atividade 1, tendo como objetivo familiarizar os alunos com o conceito de área, essa fase foi composta por seis questões simples com respostas objetivas envolvendo a construção de figuras em malhas quadriculadas e o cálculo de área; na terceira fase (explicação) ocorreu a socialização das atividades produzidas, onde o professor fez questionamentos sobre a atividade a fim de instigar os alunos.

Na quarta fase (orientação livre) ocorreu a aplicação da atividade 2, composta por uma questão uma atividade subdividida em cinco itens, envolvendo o cálculo de área de figuras planas em malhas quadriculadas: losango, trapézio, hexágono, estrela, círculo.

Na quinta fase (Integração) ocorreu a síntese das atividades, onde o professor fez um resgate do que fora visto nas fases anteriores e "fez uma síntese do conteúdo", fez "associações com as atividades realizadas anteriormente", "expôs as fórmulas utilizadas para calcular as áreas de um retângulo e de um triângulo" e lembrou que a área de alguns polígonos pode ser calculada mediante a manipulação/divisão desse polígono em figura conhecidas como triângulos e retângulos (Silva, 2018, p. 77).

Observamos que a metodologia de Van Hiele, proporcionou resultados positivos na aplicação da sequência de atividades para o ensino de área, tendo em vista que na comparação das atividades 1 e 2 notou-se a evolução dos participantes, segundo Silva (2018, p. 81) a "a maioria deles compreendeu como calcular a área de uma figura plana, principalmente, do retângulo e do triângulo", o autor ressalta ainda que ao trabalhar a metodologia Van Hiele de maneira adequada, torna-se a "aprendizagem significativa para aluno, consolidando o processo de aprendizagem".

Teixeira (2018) trouxe em sua pesquisa o ensino de geometria de forma dinâmica, utilizando material concreto e lúdico, tendo como objetivo "desenvolver habilidades dos alunos para calcular a área de figuras planas, cálculo de perímetro e compreender a importância de área e perímetro no cotidiano" (Teixeira, 2018, p.19).

A pesquisa de Teixeira (2018) tem cunho qualitativo e foi composta por um questionário, pré-teste, sequência didática e um pós-teste. A pesquisa foi realizada com professores de matemática e duas turmas de 1º ano do ensino médio de uma escola Estadual da cidade de Bom Jesus do Itabapoana, RJ.

O questionário foi respondido por professores e alunos e teve por objetivo investigar quais metodologias eram usadas pelos professores e identificar o interesse pela geometria e em qual metodologia os alunos receberam anteriormente, o pré-teste foi aplicado nas duas turmas de 1º ano e teve por objetivo sondar os conhecimentos prévios acerca da Geometria, o pré-teste foi composto por 5 questões envolvendo raio, perímetro e área.

A sequência didática foi composta por quatro atividades e dois jogos interativos, nos quais abordou-se número Pi, área e perímetro de figuras planas, os jogos trabalhados foram Jogo dominó e jogo twister envolvendo perímetro e área.

Quadro 4 - Atividades desenvolvidas por Teixeira (2018)

Atividade		Objetivo	Materiais
1	Descobrindo o valor do número pi	Verificar conceitos de raio, diâmetro, comprimento da circunferência e o valor do número pi.	Uma bicicleta; objetos redondos encontrados na escola; Folha de atividades; régua; barbante; tesoura; calculadora; folha para registro.
2	Trabalhando Área	Calcular área das figuras planas.	Folha de atividades; cola; papel colorido; régua; tesoura; folha para registro
3	Trabalhando Área e Perímetro	Calcular o perímetro, área das figuras planas e retirar medidas.	Folha de atividades; régua grande ou um metro; folha para registrar
4	Trabalhando Área com material concreto	Calcular o perímetro, área das figuras planas, retirando medidas e conservação do patrimônio público	Folha de atividades; régua grande ou um metro; folha para registro.

Fonte: Texeira, 2018

Segundo Teixeira (2018, p. 54) as atividades e jogos tiveram como objetivo "analisar se houve mudança significativa na aprendizagem após a aplicação destes aos alunos". Ao final da pesquisa constatou-se resultados positivos ao trabalhar o ensino de área usando materiais didáticos concretos, manipuláveis e lúdicos, nos quais os dados revelam um aprendizado significativo dos conceitos abordados.

Em Dahm (2019) temos uma sequência de atividades para o ensino de área e perímetro de figuras geométricas por meio de malha quadriculada e o *software* geogebra. A pesquisa é resultado de um estudo piloto desenvolvido em 2017 com uma turma de 7º ano ensino fundamental de uma escola da cidade de Lajeado, após analisar os dados e reorganizar algumas questões, aplicou-se o projeto final em 2018, onde participaram 60 alunos de duas turmas de 7º ano do ensino fundamental da mesma escola.

A sequência de atividades objetivou "investigar uma abordagem de ensino e aprendizagem sobre área e perímetro de figuras geométricas planas" por meio dos recursos malha quadriculada e *software* Geogebra, no qual esperava-se que "estudantes encontrassem fórmulas para o cálculo de área de quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézio" (Dahm, 2019, p. 32). A sequência de atividades foi composta por 9 atividades, como mostra o quadro 5.

Quadro 5 - Atividades desenvolvidas por Dahm (2019)

Atividade	Tema	Questões	Recursos
Inicial	envolvendo noções experimentais de área e perímetro de figuras geométricas planas	10	Questões discursivas e malhas quadriculadas
1	envolvendo abordagem inicial do conceito de área e perímetro	3	questões discursivas e questões no Geogebra
2	envolvendo estudo de fórmulas	5	questões discursivas e questões envolvendo desenho de quadriláteros e triângulos
3	Envolvendo o desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos paralelogramos	5	Questões discursivas e de construção de figuras *software* Geogebra
4	envolvendo o desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos triângulos	6	Questões discursivas e de construção de figuras *software* Geogebra
5	Envolvendo o desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos losangos	6	Questões discursivas e de construção de figuras *software* Geogebra
6	Envolvendo o desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos trapézios,	6	Questões discursivas e de construção de figuras *software* Geogebra
7	Envolvendo a aplicação dos conceitos de perímetro e área de figuras geométricas planas	8	Cálculo de perímetro e área no Geogebra
8	Envolvendo a aplicação dos conceitos aprendidos envolvendo as fórmulas descoberta	2	Cálculo de perímetro e área no Geogebra

Fonte: Dahm, 2019

Em Dahm (2019, p.171, 172) observamos que sequência de atividades para o ensino de área e perímetro de figuras geométricas por meio de malha quadriculada e o *software* geogebra "provocou intensa participação dos estudantes", "relações de experiências e de incentivo para os alunos participarem dessas vivências de aprendizagem", "os estudantes se divertiram e aprenderam" com a proposta de ensino.

Vasconcelos (2019) teve por finalidade em sua pesquisa uma sequência didática para o ensino de áreas e perímetros. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola de ensino fundamental do município de Muriaé, Minas Gerais, a sequência de atividades foi aplicada em duas turmas de sexto ano e contou com a participação de 54 alunos.

A sequência didática produzida por Vasconcelos (2019) foi constituída de pré-teste, atividades experimentais e pós-teste. O pré-teste foi composto por 10 questões, que tinham por objetivo diagnosticar o conhecimento prévio e possíveis dificuldades referente ao conteúdo de áreas e perímetro, a atividade experimental foi composta, por aula 3 aulas expositiva tendo como suporte o livro didático, utilizando conceitos e exercícios presentes no mesmo além de sete atividades, o pós-teste também continha 10 questões.

Quadro 6 - Sequência de atividades de Vasconcelos (2019)

Atividade		Objetivo
O 1	Calculando áreas e perímetros	Desenvolver e aprofundar os conceitos de área e perímetro relacionados ao seu cotidiano.
02	Área dos ambientes	Analisar e identificar seus cômodos e fazer os cálculos das áreas de cada ambiente das casas.
03	Medidas da sala de aula	Manusear os instrumentos de medidas e assim ampliar o conhecimento dos assuntos propostos por este trabalho.
04	Representando ambientes	Orientar os alunos para a próxima atividade, de maior complexidade, que seria aplicada posteriormente
05	Atividade Prática: Medições	Despertar o interesse dos discentes pelo conteúdo proposto
06	Atividade Prática: Planta Baixa	Usar os conhecimentos de áreas e perímetro e fazer a representação da planta baixa da escola em papel quadriculado
07	Atividade Planta da Escola	Realizar cálculo da área das salas de aula e de outros ambientes.

Fonte: Vasconcelos, 2019

Segundo Vasconcelos (2019) os alunos mostraram grande interesse e foram participativos a maior parte do tempo da realização do trabalho, as atividades práticas promoveram interação e colaboração dos participantes e permitiu o aprofundamento do conteúdo. Vasconcelos (2019) acredita que o ensino de forma lúdica através das vivências do cotidiano do aluno se mostrou um meio facilitador do processo de ensino e aprendizagem.

> A escolha do tema trabalhado mostra a grande importância das atividades com experimentos de medidas na sala de aula, pois assim os alunos podem vivenciar na prática situações do cotidiano. Acredita-se que as atividades

> propostas por este trabalho facilitem a aprendizagem do educando de maneira significativa, criativa e precisa (Vasconcelos, 2019, p. 122).

Os resultados da pesquisa desenvolvida por Vasconcelos (2019) revelam que o uso de atividades práticas de medições e elaboração de plantas baixas foi um recurso que facilitou e tornou significativa a aprendizagem dos conceitos de área e perímetro. De forma que a pesquisa foi sucedida de resultados positivos e os objetivos foram alcançados.

Em Amâncio (2020) encontramos o ensino de área de figuras planas por meio de Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), no qual a pesquisa teve por objetivo “analisar, no contexto das aulas de Matemática do Ensino Fundamental, a possibilidade de se desenvolver práticas de aprendizagem de áreas de figuras planas, baseada em problemas” (Amâncio, 2020, p. 21).

Amâncio (2020) desenvolveu uma pesquisa de cunho qualitativo, utilizou como instrumento para coleta de dados entrevistas semiestruturada, diálogos no grupo de interação do WhatsApp, maquetes produzidas pelos estudantes, para analisar os dados o autor usou a análise de conteúdo com base em Bardin (2016), Rodrigues (2019) e Franco (2018).

A pesquisa foi realizada em uma escola privada do município de Olho D’Água das Flores, Alagoas, contou com a participação de 20 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II, com faixa etária entre 10 e 11 anos. A coleta de dados da pesquisa se deu em cinco etapas.

Na primeira etapa os alunos desenvolveram questões, esta etapa teve objetivo “compreender mediante as resoluções feitas pelos alunos, quais foram as estratégias utilizadas no momento de resolução dos problemas”. Na segunda etapa foi realizada “a resolução das questões da primeira etapa reestruturada com materiais manipuláveis” a fim de “verificar como os alunos resolvem as questões a partir das suas modificações com utilização dos materiais manipuláveis” e “suas estratégias de resolução dos problemas” (Amâncio, 2020, p. 68).

Na terceira etapa foram disponibilizados aos alunos, vídeos, por meio do grupo de WhatsApp, (esses vídeos haviam sido gravados por alunos colaboradores de outra turma). Na quarta etapa foi feita apresentação dos problemas produzidos pelos alunos, onde apresentou-se um problema da realidade que os alunos já tinham vivenciado. A quinta e última etapa foi a realização de uma entrevista semiestruturada com intuito de “analisar a experiência dos alunos durante o desenvolvimento desse estudo” (Amâncio, 2020, p. 68).

Essas entrevistas foram úteis para a verificação da visão dos alunos sobre as contribuições da metodologia. Os resultados das etapas da pesquisa possibilitaram a criação de um produto educacional, que tem como proposta a “inserção de recursos que promovam motivação, interação, criatividade, a busca por estratégias de resolução de problemas” (Amâncio, 2020, p. 68).

Conforme Amâncio (2020, p.97) os dados da pesquisa revelam que o uso de “diferentes recursos didáticos e metodologia de ensino favoreceu a compreensão dos alunos sobre áreas de figuras planas”. Além disso foi possível foi possível “verificar as potencialidades das metodologias ativas”, no qual constatou-se que “utilização desses recursos como forma de tornar suas aulas inovadoras e atrativas”, tornando as aulas mais atrativas e despertando no aluno o interesse em participar da construção do conhecimento (Amâncio, 2020, p. 99).

Araújo (2020) desenvolveu em sua pesquisa uma proposta de ensino por meio de uma Sequência Didática para o ensino de Perímetro e Área das Figuras Planas. A sequência didática foi composta por um pré-teste, oficinas e pós-teste, participaram da pesquisa 66 alunos, de duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal na cidade de Bonito – PE.

O pré-teste foi aplicado com objetivo de sondar o conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo, sendo composto por 10 questões envolvendo medidas de raio, comprimento de circunferência, área de circunferência, perímetro e área de triângulos e quadriláteros.

Araújo (2020, p. 44) usou como materiais para a oficina: Cartolinas guaches e E.V.A., régua, tesoura, compasso, par de esquadros e barbante, duas tabelas, a primeira para anotar medição das dimensões (largura, comprimento, lados e diâmetro) e medidas e a segunda para anotar o perímetro das figuras das figuras planas construídas, e Geoplano Tradicional e Geoplano Circular.

A oficina foi constituída de quatro momentos, no primeiro momento foi feita a explanação do conteúdo (Perímetro e Área de Figuras Planas), seguido pela construção das figuras em cartolina guache ou E.V.A, seguido pela anotação das medidas na primeira tabela.

O segundo momento destinava-se a medição do contorno das figuras com barbante e régua, para preencher a segunda tabela (medida do perímetro), nessa fase da pesquisa foi preciso a intenção da pesquisadora, visto que os paralelogramos construídos pelos alunos, não tinham lados opostos paralelos, sendo necessário trabalhar construção de paralelas e construção de ângulos retos.

No terceiro momentos os alunos fizeram as medições dos contornos das figuras, e realizaram o cálculo do perímetro das figuras construídas com as informações da primeira tabela e comparam com os dados da segunda tabela, os também foram desafiados a calcular a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro da mesma, onde alguns chegaram a valores bem próximos de 3, 14, valor aproximado de pi.

E no quarto momento da oficina foi feita a construção de figuras planas Geoplano Tradicional, e no Geoplano circular, no Geoplano tradicional os alunos construíram: uma figura com perímetro de 10 unidades; uma figura com 8 unidades de área; um triângulo isóscele; um triângulo com 10 unidades de área; um retângulo com 14 unidades de área; um quadrado com 25 unidades de área. No Geoplano circular foi pedido aos alunos para construírem: construir um círculo e identificar seus elementos (raio, diâmetro e cordas), calcular o comprimento da circunferência construída (Araújo, 2020, p. 49).

O pós-teste foi composto por 7 questões envolvendo comprimento, área de circunferência, área de figuras planas em malhas quadriculadas, o pós-teste foi feito em cima dos temas que os alunos tiveram dificuldade no Pré-Teste.

Segundo Araújo (2020) a oficina de construção de figuras planas e medição de contornos, possibilitou aos alunos o desenvolvimento de habilidades e competências, onde foi possível perceber um número de acertos relevantes entre o pré-teste e pós teste, de forma que a sequência proposta trouxe uma contribuição significativa no aprendizado de área e perímetro de figuras planas.

Com base nessa revisão de literatura podemos afirmar que estamos no caminho certo no que diz respeito ao ensino de área de figuras planas de formas diferenciadas, assim como as pesquisas de Cardoso (2018), Silva (2018) e Dahm (2019) trabalharemos o ensino de área por meio de malhas quadriculadas.

2.7.2. O ensino de área para alunos cegos

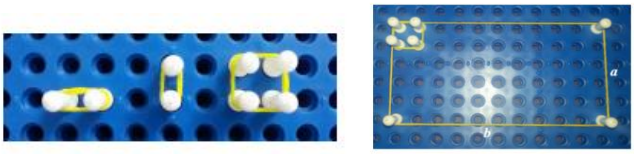
Acerca das produções envolvendo o ensino de área para alunos cegos estes foram os critérios definidos para a seleção das produções textuais: a) ser uma tese ou dissertação; b) ter sido produzida ou aplicada no período de 2015- 2023; c) ser uma pesquisa propositiva ou experimental com foco no aluno; d) abordar o ensino de área de figuras planas; e) trazer uma abordagem inclusiva, no ensino de alunos cegos.

Silva (2015) abordou em sua pesquisa o uso do Multiplano para o ensino de área para alunos cegos. Para Silva (2015) o multiplano é uma alternativa de ensino de Geometria Plana tanto para alunos invisuais quanto para os alunos visuais, ao propor tal ferramenta o autor acredita em uma aprendizagem mais significativa como no despertar do interesse do aluno pela geometria.

A pesquisa de Silva (2015) abrange duas vertentes o ensino para cegos, onde o autor apresenta definições, classificações de deficiência visual, leis, diretrizes, decretos e portaria, que asseguram a educação inclusiva, o sistema Braille, e a ferramenta Multiplano, onde o autor apresenta diversos conteúdos de Geometria através do Multiplano, dentre estes conteúdos estão: Conceitos Básicos de Geometria Plana; Triângulo; Quadriláteros; Polígonos; Cálculo de Áreas; Teorema de Pitágoras; Teorema de Tales.

Tendo em vista que nossa pesquisa tem em foco o ensino de áreas, nos atentamos ao capítulo no qual o conteúdo foi apresentado. O autor usa o multiplano para demonstrar como o conteúdo seria ensinado em sala de aula. Silva (2015, p. 41) definiu como unidade de comprimento “um segmento de reta composto por dois furos consecutivos” seja na horizontal ou vertical, podendo ser usando como comprimento/ base, largura ou altura de uma figura, para a unidade de área o autor adotou “uma superfície quadrada delimitada por quatro furos”. Para delimitar a figura desejada, usa-se elásticos.

Figura 18 - Medida de comprimento e área e retângulo



Fonte: Silva (2015, p. 42).

Na segunda figura acima temos um retângulo no multiplano, conforme Silva (2015) para calcular área desse retângulo é preciso preencher sua superfície com os pinos e depois quantificar quantas unidades de área foram necessárias para cobri-lo completamente.

Silva (2015) aponta que em algumas figuras não é possível usar tal tática, devido os ângulos internos das figuras não serem retos, como é o caso do losango, paralelogramo, triângulos e os trapézios. Para esse caso, Silva (2015) orienta a decomposição das figuras em figuras que são mais fáceis de calcular a área como quadrado ou retângulo.

Silva (2015) conclui em sua pesquisa que o multiplano é um recurso que possibilita a o ensino de geometria tanto para alunos visuais, quanto invisuais de forma interativa e inclusiva, além disso o autor afirma que o uso de tal instrumento no ensino permite que o aluno possa desenvolver o senso crítico, entender, compreender os conteúdos abordados e não apenas memorização de fórmulas.

A pesquisa de Splett (2015) buscou identificar e analisar quais as dificuldades enfrentadas por professores e alunos cegos no processo de ensino de matemática de alunos cegos em turmas regulares. A pesquisa é composta por um breve relato histórico acerca do processo de inclusão, pressupostos teóricos subsidiaram à pesquisa, descrição de recursos e as tecnologias assistivas disponibilizadas aos alunos cegos, descrição e análise de uma sequência didática.

A pesquisa contou com a participação de dois professores de matemática que tinham em suas turmas alunos com deficiência visual, uma educadora especial, um aluno com cego, que foi chamado na pesquisa por um pseudônimo (Carlos) da turma do 8º ano, e uma turma de 8º ano do ensino fundamental. Para a realização da pesquisa foram utilizados questionários, entrevistas e a sequência didática desenvolvida.

O questionário foi respondido pelos professores de matemática, um do 8º ano e outro do 9º do ensino fundamental, tendo por finalidade identificar quais eram as dificuldades de ensinar matemática para alunos cegos, os professores apontaram como maior dificuldade o desenvolvimento de atividades que possam promover a interação e inclusão dos alunos cegos.

A entrevista foi realizada com a educadora especial tendo como finalidade compreender quais recursos ela utilizava para promover a inclusão dos alunos cegos nas classes regulares, como também entender como é desenvolvido trabalho conjunto entre professores e educadores especiais. Por meio desta entrevista foi possível perceber que a escola em questão vem desenvolvendo há algum tempo educação de forma inclusiva, buscando sempre orientar e manter os professores na perspectiva de educação inclusiva.

Fato constatado pela pesquisadora ao se deparar com os recursos disponíveis na escola para auxiliar no processo de ensino e aprendizado de alunos cegos. A escola dispõe de máquinas Braille, notebooks para alunos não alfabetizados em braile, textos em Braille, além de outros materiais construídos pela educadora especial.

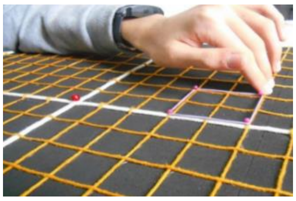
Splett (2015) trabalhou em sua sequência didática conceitos de geometria como cálculo de áreas e perímetros de figuras planas regulares, identificação de pontos e a construção e análise de gráficos, para trabalhar esses conceitos a pesquisadora construiu materiais adaptados para alunos cegos, onde foi construído um plano cartesiano. A autora aponta ainda que o material pode ser usado para ensinar outros conceitos geométricos como reta, ângulo e distância.

No primeiro encontro com Carlos, foi lhe dada a oportunidade de conhecer e se familiarizar com o material antes de desenvolver as atividades com a turma toda do 8º ano, o aluno não sabia o que era um plano, então foi preciso explicar do que se tratava.

Após explicar o plano cartesiano, foi construído no plano figuras utilizando alfinetes e um elástico para que o aluno identificasse os pontos que constituiu a figura, em seguida o aluno foi questionado sobre o conceito de área e perímetro, onde o aluno revelou não ter conhecimento, de forma que a pesquisadora mostrou ao aluno estes conceitos utilizados o plano.

O plano cartesiano foi usado pelo professor de matemática do 8º ano em sala de aula para exploração dos conceitos geométricos, onde o professor dividiu a turma em vários grupos de quatro alunos e cada grupo recebeu um plano cartesiano para explorar o conteúdo ministrado, foi explorado o conceito de ponto, identificação das características de figuras planas, unidades de área (quadradinhos) e unidades de comprimento correspondentes a superfície e contorno das figura representadas, identificação dos quadrantes.

Figura 19 - Quadrado no plano cartesiano



Fonte: Splett (2015, p. 53)

Segundo Splett (2015) ensinar matemática para alunos cegos requer contato direto com o conteúdo ensinado. O uso de materiais concretos e manipuláveis, possibilita integração, inclusão e maior participação dos alunos, além de permitir que o aluno cego “sinta” o que está sendo ministrado, de forma que o ensino se torna mais prazeroso e o aluno consegue compreender os conceitos matemáticos.

Oliveira (2019) traz em sua pesquisa o ensino de geometria plana para alunos com deficiência visual, onde mostra a elaboração de um material desenvolvido para ensinar os conceitos de ângulos, polígonos e áreas. A pesquisa foi aplicada em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental no qual havia uma aluna com deficiência visual.

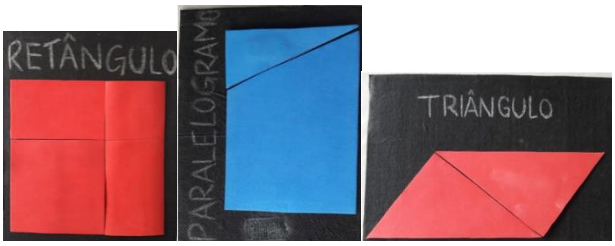
Tendo em vista que nossa pesquisa investiga o ensino de áreas de figuras planas, evidenciaremos apenas o capítulo no qual a autora apresenta o ensino de área. Oliveira (2019) usou como materiais para construção do recurso didático: placa de papelão (material firme), folha em E.V.A. e velcro.

Oliveira (2019) apresenta no decorrer do capítulo de ensino de área o estudo e a obtenção das fórmulas para calcular áreas de alguns polígonos. Material concreto e situação problema forma os principais recursos usados pela pesquisadora para melhor entendimento e aprendizado do conteúdo.

Oliveira (2019) iniciou os estudos de área, apresentando o conceito de área associado a polígonos convexos em geral, em seguida considerou casos específicos para obter as fórmulas de área. Percebemos a demonstrações de áreas de forma matemática e prática no qual a pesquisadora utiliza o material concreto para ensinar o aluno chegar às fórmulas de áreas.

Conforme Oliveira (2019) após as demonstrações dos cálculos para chegar às fórmulas de áreas, o professor deve recortar em E.V.A. paralelogramos, triângulos, trapézios, losangos e pedir para que o aluno realizar a medição dos lados, altura, e calcular área da figura, esse exercício ajuda o aluno a fixar o conteúdo, um outro recurso válido para esse exercício de fixação a utilização de situações problemas do cotidiano do aluno.

Figura 20 - Recortes de quadriláteros



Fonte: Oliveira (2019, p. 51, 52, 53).

Oliveira (2019) conclui que existem diversas maneiras de fazer o aluno nutri interesse, explorar, e construir conhecimento, que é dever do professor desperta a curiosidade do aluno para o ensino, o ensino de geometria para alunos cegos e visuais depende dos estímulos que o professor gera no aluno durante em sala de aula. Ainda segundo Oliveira (2019) o uso de materiais concretos no ensino de matemática promove interatividade e desperta o interesse do aluno pelo conteúdo.

A revisão de literatura revelou que os principais instrumentos utilizados para trabalhar área de figuras planas são: softwares como Geogebra e Apprenti Geométre 2, desenho geométrico, materiais manipuláveis, malhas quadriculadas, sequências didáticas, material concreto e lúdico, Aprendizagem Baseadas em Problemas. As pesquisas sobre o ensino de área para alunos cegos mostraram que os principais recursos utilizados para o ensino de área de pessoas cegas são: Multiplano, plano cartesiano em alto relevo e recorte de figuras em EVA ou outros materiais.

2.8. Diagnose realizada com professores de matemática

Este tópico tem como finalidade a descrição e discussão dos dados coletados mediante a uma pesquisa de campo no qual usamos como instrumento para a coleta de dados um questionário, a fim de diagnosticar junto a uma amostra de professores do ensino fundamental da rede pública do estado de alguns municípios do estado do Pará, como eles estão ensinando o conteúdo de área.

O questionário foi composto por questões relacionadas ao perfil dos professores de matemática, questões a respeito de instrumentos e metodologias que os professores utilizam para ensinar área quadriláteros e triângulos e além de questões acerca das formas de avaliação do aprendizado de ensinar área e perímetro de quadriláteros e triângulos.

Para Marconi e Lakatos (2003) questionário é um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador, apontam ainda as vantagens de utilizar esse instrumento como coleta de dados:

> a) economiza tempo, viagens e obtém grande número de dados.
>
> b) atinge o maior número de pessoas simultaneamente.
>
> c) abrange uma área geográfica mais ampla.
>
> d) economiza pessoal, tanto em adestramento quanto em trabalho de campo.
>
> e) obtém respostas mais rápidas e mais precisas.
>
> f) há maior liberdade nas respostas, em razão do anonimato.
>
> g) Há mais segurança, pelo fato de as respostas não serem identificadas.
>
> h) há menos risco de distorção, pela não influência do pesquisador.
>
> i) há mais tempo para responder e em hora mais favorável.
>
> j) há mais uniformidade na avaliação, em virtude da natureza impessoal do instrumento.
>
> l) obtém respostas que materialmente seriam inacessíveis (Marconi e Lakatos, 2003, p. 201, 202):

O questionário de pesquisa foi produzido por meio da plataforma digital Formulários Google (*Google Forms).* O questionário foi respondido por 22 professores de Matemática, docentes dos municípios de Irituia, São Miguel do Guamá, Mãe do Rio, Aurora do Pará, Paragominas e Capitão-Poço. Entramos em contato com estes professores por meio de amigos como pontes intermediárias, alguns dos professores nos passaram contatos de *WhatsApp,* outros apenas os nomes, os quais buscamos nas redes sociais, *Facebook* e *Instagram*.

Ao entramos em contato com estes professores, nos apresentamos, falamos a respeito da pesquisa e perguntamos se estavam dispostos a participar, a maioria logo pedia o link do questionário e respondia, outros ainda compartilhavam contatos de colegas de trabalho, não tivemos dificuldade para receber as respostas do questionário, os professores se mostraram compreensivos e participativos.

Ao se tratar de pesquisa com pessoas não podemos deixar de cumprir as questões de ética exigidas para a pesquisa. Tendo em vista a importância de questões de ética formulamos um Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE), com intuito de esclarecer os objetivos da pesquisa e suas finalidades, o termo de consentimento- TCLE foi assinado por todos os participantes.

A tabulação e organização dos dados se deu através de quadros e gráficos. A análise dos dados do questionário se deu em três fases, a primeira consiste na identificação do perfil dos professores, a segunda relacionada às metodologias e a terceira consiste em como os professores classificam a aprendizagem de seus alunos.

A análise dos dados acerca do perfil dos docentes que responderam ao questionário de pesquisa revela que 19 de 22 são do sexo masculino e 3 do sexo feminino, acerca da faixa etária dos entrevistados os dados percentuais mostram que a quatro dos docentes tem entre 18 e 25 anos, quatro tem entre 26 e 30 anos, três tem idade entre 31 e 35 anos, cinco tem idade entre 36 e 40 anos e quatro tem entre 41 e 45, dois tem idade entre 55 e 60 anos.

Acerca da formação, todos possuem graduação em Matemática, 59,4 % dos entrevistados possui curso de especialização e 18,2% possui mestrado, dos cursos de pós graduação mencionado pelos entrevistados estão os seguintes curso: Matemática financeira e estatística, ensino de Matemática do ensino Médio, Metodologia e prática de ensino em matemática, Tópicos em matemática, em relações étnico racial, matemática financeira, matemática pura, Ensino de Matemática, Mestrado em Educação e Mestrado em Ciências da Educação.

2.8.1. Metodologias adotadas pelos docentes no ensino de matemática

Ensinar requer do professor comprometimento e dedicação, o trabalho de professor iniciar-se com o planejamento de suas aulas, a seleção dos conteúdos programáticos que serão ministrados no decorrer do ano do trimestre, semestre, ano letivo, o planejamento didático é fundamental para a obter bons resultados no processo de ensino e aprendizagem. Tendo isso em vista, uma das perguntas de nosso questionário buscou identificar quais as fontes de seleção de conteúdo estão sendo usadas pelos professores entrevistados para seleção do conteúdo programático de matemática.

Os dados coletados a respeito da seleção de conteúdos revelam que os professores usam como principais fontes para seleção de conteúdos documentos oficiais, livro didático e cadernos de orientação, onde 86, 4 % dos docentes seleciona os seus conteúdos por meio da Base Nacional Comum Curricular– BNCC e 63,6 % usam o Livro Didático e 45,5 % usam os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN e 27,3 % usam o Caderno de Orientações da Rede de ensino e 13,6% usam outras fontes como pesquisas realizadas na internet para o melhor entendimento do aluno, realidade do aluno, cotidiano e regionalismo e internet com site de específicos de matemática.

A grande maioria dos professores afirma fazer a seleção de conteúdo por meio da BNCC, no que diz respeito a seleção de conteúdos a BNCC fundamenta e norteia os rumos para trabalhar os currículos e alcançar os objetivos, dando subsídio para sistemas de educacionais públicos e particulares, primando pelo respeito às diferenças e preservação da diversidade, considerando aspectos intelectuais, culturais, emocionais entre outros (Brasil, 2017).

> A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (Brasil, 2017, p. 7).

A BNCC foi pensada com o intuito de promover unidade levando em consideração a dimensão territorial do Brasil e a diversidade cultural de cada estado (Brasil, 2017). Espera-se que a BNCC auxilie os sistemas, redes e escolas a garantir um patamar comum de aprendizagens. A BNCC tornou-se uma referência nacional para a formulação dos currículos a fim de manter em alinhamento formação de professores, à avaliação, à elaboração de conteúdos, entre outros aspectos relevantes para o desenvolvimento educacional do país.

> Referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares, a BNCC integra a política nacional da Educação Básica e vai contribuir para o alinhamento de outras políticas e ações, em âmbito federal, estadual e municipal, referentes à formação de professores, à avaliação, à elaboração de conteúdos educacionais e aos critérios para a oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da educação (Brasil,2017, p. 8).

Os PCN assim como a BNCC é um referencial para a educação no Ensino Fundamental, com a função de orientar e garantir investimentos no sistema educacional, além de dar suporte para que todos os técnicos e professores brasileiros tenham acesso às mesmas informações, a fim de manter o ensino no mesmo nível em todos os estados. No entanto possui uma proposta de ensino flexível, levando em consideração as diferenças regionais e locais de cada realidade educacional.

> Se existem diferenças socioculturais marcantes, que determinam diferentes necessidades de aprendizagem, existe também aquilo que é comum a todos, que um aluno de qualquer lugar do Brasil, do interior ou do litoral, de uma grande cidade ou da zona rural, deve ter o direito de aprender e esse direito deve ser garantido pelo Estado (Brasil,1997, p. 28).

A seleção por meio do livro didático também é muito comum, os dados mostram que 63,6% usam o livro didático para fazer a seleção dos conteúdos, ao longo do percurso da educação os livros didáticos tem sido um material útil no ensino. O Ministério da Educação (MEC) juntamente com o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) promove a distribuição de livros didáticos de forma gratuita nas escolas públicas do país, a fim de que professores e alunos tenham acesso ao material.

Segundo Silva (2012) o livro didático é consagrado em nossa cultura escolar, um dos principais recursos didáticos utilizados nas salas de aulas. Conforme Silva (2012) o MEC considera o livro um instrumento didático importante para o processo de ensino, uma vez que a adoção de um material comum se faz necessário uma vez que um único professor tem inúmeras turmas.

> O ambiente da sala de aula, o número excessivo de alunos por turma, a quantidade de classes assumidas pelos professores e os controles administrativos assumidos no espaço escolar contribuem para a escolha de práticas educacionais que se adaptem à diversidade de situações enfrentadas pelos docentes. Geralmente, isso significa a adoção ou aceitação de um livro, um manual ou uma apostila, como únicos materiais didáticos utilizados para o ensino (Brasil, 1998b, p. 79).

Atualmente os livros didáticos estão sendo produzidos levando em consideração os critérios da BNCC. Além do livro didático é comum que as instituições educacionais tenham cadernos de orientações, a fim de manter uma grade curricular específica de cada instituição.

Quanto a forma de iniciar as aulas os dados mostram que 59,1 % correspondente a 13 dos entrevistados iniciam suas aulas com uma situação problema para depois introduzir o assunto; 7 dos entrevistados corresponde a porcentagem de 31,8 % afirmou iniciar suas aulas com o conceito seguido de exemplos e exercícios, e os outros 9,1% correspondente a 2 professores afirmou iniciar suas aulas com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo.

As formas de iniciar uma aula é algo peculiar de cada professor e diz respeito a sua metodologia, os dados apontam que 13 dos professores iniciam suas aulas com situações problema, essa abordagem de ensino tem a intenção provocar o aluno, impulsionando a fazer perguntas, dessa maneira o professor pode introduzir o conteúdo e dar aos alunos as respostas necessárias. Por outro lado, iniciar as aulas com a construção, definição de um conceito é algo comum, e muito visível nos livros didáticos, que contém a clássica estrutura conceito, exemplo e atividade.

Em contrapartida os dados revelam que 2 dos entrevistados fazem a criação de um modelo para iniciar suas alunas, nesse sentido acredita-se estes fazem uso de tendências educacionais atuais como a modelagem, na modelagem o modelo é o principal elemento para que o educador possa compartilhar o conteúdo com o aluno, no que diz respeito ao ensino de geometria na maioria das vezes esses modelos são materiais concretos e manipuláveis tornando visível as formas e elementos que pretendem-se ensinar.

Na maioria das vezes após discutir o conteúdo, apresentar definições, características e elementos de um determinado conteúdo, mostra exemplos e pede para o aluno que resolva exemplos semelhantes a fim de verificar se o aluno aprendeu aquele tópico, em vista disso questionamos os professores sobre quais formas de fixar conteúdo tem sido usada em suas salas de aulas.

Os dados quanto a fixação de conteúdo os dados apontam que 68,2 % dos professores costuma apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos; 4.5 % mandar resolver os exercícios do livro didático, como mencionando anteriormente os livros didáticos possuem uma estrutura com inúmeras questões que podem trabalhar a fim de que o aluno mostre o que aprendeu, 4.5 % prefere não propor questões de fixação, o que significa que optam por trabalhar o conteúdo apenas com demonstrações de conceitos, definições e exemplos, 9,1 % opta por propor resolução de questões por meio de *software*s, os *software*s tem sido atualmente recursos muitos usados no processo de ensino e aprendizagem, são instrumentos atraem a atenção do público jovem, promovendo interação e participação.

Outros 13,6% optam por outras formas de fixar o conteúdo sendo: lista de exercícios, jogos envolvendo o assunto, exercícios do livro didático; passar ao aluno situações problemas relacionados ao dia a dia do aluno; Debate em sala através de trabalhos em grupo; além da Resolução de situações problemas, onde a pesquisa do conteúdo é antecipada, onde é sempre feita a pergunta: Onde e como posso encontrar a matemática no cotidiano.

2.8.2. Prática de avaliação

A avaliação constitui-se parte integrante do processo educativo, sendo uma das etapas necessárias durante o processo de ensino e aprendizagem, tendo como objetivo verificar o aprendizado do aluno como também averiguar a eficácia dos métodos e instrumentos utilizados durante a ministração do conteúdo. A avaliação tem por objetivo medir o conhecimento adquirido pelos alunos, geralmente essa etapa do ensino se dá por meio de provas.

A forma de avaliação mais comum é a avaliação tradicional, no qual o aluno tem um tempo estipulado para resolver as questões propostas a fim de obter uma nota ou conceito que iria determinar se o aluno aprendeu ou não o conteúdo proposto. Segundo Brasil (1997) a avaliação tradicional focaliza o controle externo do aluno mediante notas ou conceitos. Conforme os PCN a avaliação deve abranger não apenas o aluno, mas também dar suporte ao professor para uma reflexão acerca da eficácia de seus métodos e instrumentos, como também é de grande relevância para a instituição educacional.

> A avaliação subsidia o professor com elementos para uma reflexão contínua sobre a sua prática, sobre a criação de novos instrumentos de trabalho e a retomada de aspectos que devem ser revistos, ajustados ou reconhecidos como adequados para o processo de aprendizagem individual ou de todo grupo. Para o aluno, é o instrumento de tomada de consciência de suas conquistas, dificuldades e possibilidades para reorganização de seu investimento na tarefa de aprender. Para a escola, possibilita definir prioridades e localizar quais aspectos das ações educacionais demandam maior apoio (Brasil, 1997, p. 55).

Ainda segundo Brasil (1997) a avaliação das aprendizagens está diretamente ligada às oportunidades oferecidas pelo educador; ou seja, a avaliação é realizada levando em consideração a adequação das situações didáticas propostas aos conhecimentos prévios dos alunos e aos desafios que estão em condições de enfrentar.

Os dados da coleta quanto a forma de avaliação mostram que apenas 1 (um) dos professores afirmou avaliar seus alunos por meio de prova oral; a grande maioria cerca de 86,4% (19) dos professores relatou avaliar seus alunos por meio de prova escrita; três dos 22 professores usam Auto avaliação como forma de avaliação; além disso 81,8% (18) dos professores afirmou avaliar seus alunos por de atividades como Trabalhos em grupo ou individuais; 68,2 % (15) dos 21 professores afirma avaliar os alunos por meio de produções no caderno (resolução de exercício proposto, matéria completa, pesquisas, etc..); e 3 dos professores afirma usar outra formas de avaliação como: motivação do aluno, a participação nas aulas; Projetos realizados pelos alunos baseados no conteúdo programático e Exposições e pesquisas.

Com base nos dados pode se dizer que os professores realizam a avaliação por meios de provas, trabalhos, produções no caderno. Estes dados mostram a presença forte da avaliação tradicional, esta forma de avaliação ligada a cultura das avaliações oficiais, no qual o aluno precisa de um documento com notas ou conceitos para passar de série, e assim dar continuidade aos estudos, os documentos oficiais de avaliação são: históricos, boletins e diplomas. Segundo Brasil (1997) a fim de cumprir com o papel que lhe foi proposto a escola estabelece instrumentos para registrar, documentar e emitir certificados e diplomas mediante as notas, conceitos, boletins, recuperações, aprovações, reprovações, diplomas, entre outros (Brasil, 199).

2.8.3. Diagnóstico de como os docentes ensinam área de quadriláteros e triângulos

Para este tópico foram feitas perguntas a respeito de quais conteúdos eram ministrados, grau de dificuldade que os alunos sentiam ao ter contato com conteúdo, materiais e metodologias que usam para ministrar essas aulas, dificuldades apresentadas pelos alunos e as medidas tomadas para solucionar essas dificuldades no aprendizado**.**

A fim de saber quais conteúdos eram ministrados e o grau de dificuldade que os alunos tinham para compreender estes tópicos, fizemos uma lista de tópicos de grandezas e medidas relacionados ao ensino de áreas composta pelos seguintes conteúdos: Área de figuras planas; Conceito de área; Metro quadrado; Submúltiplos metro quadrado; Múltiplos do metro quadrado; Transformação de unidades de área;; Conceito de quadrilátero; Tipos de quadriláteros; Conceito de paralelogramo; Conceito de quadrado; Área do quadrado; Conceito de trapézio; Tipos de trapézio; Área do trapézio; Conceito de losango; Área de losango; Conceito de retângulo; Área de retângulo; Conceito de triângulos; Tipos de triângulos e Área de triângulos.

Os dados revelaram que todos os professores ensinam áreas de quadriláteros e triângulos, trabalham o conceito de área, e a maioria ensina classificação das figuras planas e medidas de área. Além desses conteúdos questionamos os professores se trabalhavam com questões de provas de avaliações em larga escala, entre outras provas de instituições diferentes, onde uma grande parte dos professores faz uso desses materiais ao ensinar área e perímetro de quadriláteros e triângulos.

A geometria é uma área muito visual, e requer do educador a busca por recursos além da sala de aula (Furlan, 2016), o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos de geometria dependente da formação de imagens mentais (Cordeiro, 2021) essas imagens são construídas por meio da visualização das figuras dentro de sala de aula como também no cotidiano.

Os dados acerca do uso recursos e instrumentos mostram os seguintes materiais e métodos usados para ministrar as aulas de área de figuras planas, onde 36, 4% (8) faz uso de resolução de problemas com questões do contextualizada em suas aulas, 31, 8% (7) usam material concreto (caixas de papelão, dados, miniaturas de figuras), apenas um usar *Software* Geogebra, apenas um tem como instrumentos o uso de material concreto acompanhado da resolução de problema e apenas um dos entrevistados afirma fazer de todos os instrumentos e metodologia anteriores além disso um dos professores afirmou não usar material algum.

Com base nos dados temos o ensino de área o sendo ministrados com auxílio de materiais concretos (caixas de papelão, dados, miniaturas de figuras, entre outros) segundo Chaise (2013) o uso de materiais concretos é um dos possíveis elementos que podem alavancar diversas informações importantes para os alunos. Observamos também o uso de questões contextualizadas por meio da resolução de problemas, esse tipo de questões contém informação do cotidiano do aluno, onde ele pode visualizar o conteúdo além de figuras e demonstrações.

Além do material concreto e da resolução de problemas, um dos professores aponta o uso de *software* para ensinar o conteúdo de áreas e perímetros. O uso da tecnologia no ensino de matemática é uma das sugestões da BNCC, atualmente existem muitos programas e *software* que possibilitam trabalhar o conteúdo de áreas e perímetros, estes *software*s dispõem de recursos que possibilitam a construção, visualização, manipulação de figuras como também cálculos de áreas.

No decorrer do processo de ensino-aprendizagem é inevitável que surjam dúvidas e dificuldades, e ao se tratar do ensino de áreas e perímetro de quadriláteros e triângulos é comum que os alunos tenham dificuldade para diferenciar os diferentes tipos de tipos de triângulos e quadriláteros e paralelo a isto trocarem ou esquecerem as fórmulas para calcular áreas. Além disso, os alunos sentem muita dificuldade para resolver questões contextualizadas.

Os dados acerca das dificuldades apresentadas pelos alunos durante o processo de ensino do conteúdo de área mostram 40,9 % dos professores apontam como dificuldades diferenciar os diferentes tipos de triângulos e quadriláteros, 50% apontam como dificuldade assimilar a diferentes fórmulas de área de quadriláteros, cerca de 81, 8% afirma que seus alunos tem dificuldades para interpretar questões contextualizadas e retirar os dados para calcular área de figuras planas, 18,2% aponta como dificuldade calcular a área de quadriláteros e triângulo, e 31,8% diz que o aluno confundir fórmula do área de triângulo com fórmula da área de algum quadrilátero.

Mediante a percepção dessas dificuldades faz-se necessário tomar medidas que possam favorecer o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo. Quanto às medidas tomadas pelos professores ao perceber as dificuldades dos alunos durante as aulas, 13,6% (3) afirma fazer uma nova explicação do conteúdo, 40,9% (9) opta por uma metodologia diferente, cerca de 27,3% (6) usa o ambiente (sala de aula) para mostrar elementos do assunto, e cerca de 18,2% (4) optam por construir junto com os alunos miniaturas de quadros e triângulos para que eles possam visualizar as figuras. Essas medidas possibilitam ao aluno uma nova forma de visualizar o conteúdo e possivelmente a compreensão do objeto de estudo.

2.9. Ensino de matemática por atividade experimentais

Este tópico faz menção exclusivamente às produções de Sá (2019), Sá (2021) e Sá e Mafra (2022), Sá et al (2022) no qual com base em sua pesquisa realizamos a descrição de alguns elementos importantes para o processo de ensino de matemática por atividades experimentais.

Segundo Sá (2021) a palavra atividade teve um significado técnico a partir do XX com o desenvolvimento da Teoria da Atividade fruto das investigações de Vigotski. Em Sá (2021, p. 146, 147) encontramos os elementos definidos por Leontiev (1984) como essenciais em uma atividade: sujeito (s), objeto, necessidade, motivo, objetivo, ação e produto. Ainda segundo Sá (2021, p. 147) Davydov (1999), apresentada uma abordagem diferente de Leontiev, onde acrescenta o **<u>desejo</u>** aos elementos elencados por Leontiev (1984), dessa forma uma atividade seria composta por: sujeito (s), uma necessidade, um desejo, um objeto, um motivo, um objetivo, ações e um produto.

Nuñez e Pacheco (1997 *apud* Sá, 2021, p. 147) ao analisarem a teoria da atividade sob a visão de Leontiev, afirmam que:

> O **sujeito** da Atividade é quem realiza a atividade podendo ser um sujeito ou um coletivo de sujeitos que participam da realização da mesma.
>
> O **objeto** da Atividade é a matéria prima com a qual o(s) sujeito(s) da Atividade começa(m) a atuar para obter um determinado produto. Este objeto pode ser material ou ideal.
>
> Os **motivos** da Atividade correspondem às motivações que levam o(s) sujeito(s) a realizar(em) as ações relacionadas à Atividade.
>
> O **objetivo** da Atividade é a representação imaginaria dos resultados possíveis de se alcançar com a realização de uma ação concreta.

> O **sistema de operações** da Atividade consiste dos procedimentos para realizar a ação para transformar o objeto no produto desejado.
>
> A **base orientadora da ação** se constitui pela imagem que o sujeito tem da ação que vai realizar, bem como também da imagem do produto a obter.
>
> Os **meios** da Atividade são os instrumentos adequados de que se vale o sujeito para organização e realização da Atividade.
>
> O **produto** da Atividade é o resultado obtido das transformações sobre o objeto da Atividade que deve coincidir com objetivo da Atividade.

2.9.1. Ensino de matemática por atividades

O ensino por meio de atividades foi desenvolvido a partir das experiências e vivências de professores, educadores e pesquisadores que buscavam novas metodologias e técnicas de ensino. Dentre estes professores temos o doutor e pesquisador Pedro Franco de Sá que trouxe grande contribuição para o ensino de Matemática. Sua experiência como professor de matemática teve início na década de 1980 onde atuou como professor de Ensino de Primeiro e Segundo Grau da rede pública estadual paraense.

No período de 1982 a 1997 Pedro Sá teve a oportunidade de vivenciar o ensino de matemática buscando propiciar aos estudantes momentos de protagonismo durante as aulas. Segundo Sá (2019), a experiência vivenciada em sala de aula proporcionou motivação para dar continuidade a sua pesquisa: **Possibilidades do ensino de matemática por atividades**. Em Sá (2019) encontramos algumas possibilidades de ensino de matemática por atividades, que são frutos de sua experiência docente e da orientação de trabalhos de conclusão de cursos de graduação, especialização, mestrado e doutorado em Educação Matemática e Educação (Sá, 2019, p.11).

Segundo Sá (2019) o ensino de matemática por atividade surgiu a partir da preocupação com a forma de conduzir o processo de ensino, aprendizagem e avaliação no ambiente escolar. O ensino por atividade vem em contrapartida as ideias do ensino tradicional, sabe-se que na abordagem tradicional, tem a concepção baudista onde o aluno é visto como um balde vazio e o papel do professor e preencher esse balde com o conhecimento que detém, além disso essa abordagem presa por repetições exatas do que o professor ensinou. Segundo Sá (2019) nessa abordagem não há espaço para que o estudante seja ativo no processo de ensino, aprendizagem e avaliação.

Segundo Sá (2019), ao se tratar do ensino de matemática, o ensino não deixou de imediato de ser dado de forma expositiva para o uso de atividades. Conforme Sá (2019) no Brasil o ensino por meio de metodologias ativista chegou na década de 30 do século XX por meio dos pioneiros da Escola Nova, nessa tendência observa-se que o processo de ensino tem um avanço significativo em relação à tendência tradicional, nessa concepção propõe-se atividades escolares centradas no aluno como pesquisas, jogos, exercícios de criatividade, experiências, entre outras.

A proposta do ensino por descoberta considerado por Sá (2019) denominada de ensino de Matemática por Atividade tem suas raízes nas concepções da Escola Nova visto que o movimento trouxe a proposta da aprendizagem por descoberta. No qual segundo Cálciz (2011, apud Sá, 2019) foi Jerome Bruner quem a propôs por meio de uma publicação, em concordância com Vygotsky, ressaltando o papel da atividade com parte essencial de todo processo de aprendizagem, além disso Bruner atribuiu uma grande importância a atividade direta dos indivíduos sobre a realidade e adiciona que condição indispensável para aprender uma informação de maneira significativa é ter a experiência pessoal de descobri-la (Sá, 2019, p. 15).

Segundo Sá (2019) no Brasil na década de 80 do século XX o ensino por descoberta no ensino de ciências foi concebido por Hennig (1986). A metodologia de Hennig é baseada em três técnicas: **redescoberta**, **problema** e **projeto**. Hennig aponta como vantagens do ensino por descoberta: Aprender por descoberta é aprender a aprender; aprender por descoberta é auto motivador e auto gratificante; aprender por descoberta aumenta a capacidade de pensar e de raciocinar; aprender por descoberta facilita a transferência e memorização (Sá, 2019, p. 15,16).

Segundo Sá (2019) no ano de 1980 adotou-se a técnica de redescoberta para o ensino de matemática, vale ressaltar que nem todos os professores adotaram, mas a partir desse momento começou-se a produção e publicação de vários trabalhos contendo atividades por redescoberta para o ensino de matemática, sendo possível encontrar trabalhos dessa natureza em quase todos os sites dos programas de mestrado e doutorado.

Ainda segundo Sá (2019) o ensino por atividades possui características que o diferencia das demais tendências e justifica ser acrescentado ao rol das tendências em Educação Matemática. Sendo estas as suas principais características:

> É diretivo; Tem compromisso com o conteúdo; Tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo; É estruturado; É sequencial; Não está necessariamente associado à resolução de problemas; Leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes; Os resultados são institucionalizados ao final da atividade; Não dispensa a participação do professor; É adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos ; É iterativo entre estudantes e professor (Sá, 2019, p.16).

2.9.2. Ensino de matemática por atividades experimentais

Segundo Sá (2021) o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais é uma estratégia metodológica no qual tem-se protagonismo compartilhado por docentes e estudantes na sala de aula, a estratégia não se caracteriza como uma das tendências atuais da Matemática, no entanto possui os elementos funcionais de uma atividade. As principais características dessa estratégia são:

> [...] aula desenvolvida por meio da realização de tarefas experimentais, elaboradas e acompanhadas pelo docente, com o objetivo de levar o estudante ao encontro com um conhecimento matemático específico após a execução de tarefas, registro de resultados, análise e reflexões sobre os resultados obtidos culminando com a sistematização do conteúdo (Sá, 2021, p.155).

Para Sá et al (2022) o ensino por atividades experimentais orienta o aluno durante o processo de ensino por meio de uma sequência de momentos, no qual são apresentadas as noções matemáticas do conteúdo ministrado. Conforme Sá et al (2022) essa metodologia é útil quando aplicada em situações sociais, onde há possibilidade para discussões propositivas, pois essas discussões levam a elaboração de um dado conceito. Para isso é preciso que o professor proporcione ao aluno um ambiente investigativo, no qual ele possa participar ativamente da construção de conhecimentos.

> O professor deverá propor um ambiente investigativo, em que seu próprio papel é, na maior parte, voltado para a instigação das ações exploratórias do aprendiz. Em consequência, ele propõe a atividade estruturada, desafia e encoraja o aprendiz, validando ainda os resultados e/ou problematizando resultados insatisfatórios (a fim de retomar a atividade com outro enfoque) (Sá et al, 2022, p. 2).

Sá et al (2022, p. 2) apontam que um ambiente investigativo, atividade estruturada que desafiam o aluno são “aspectos podem ser decisivos no processo de aprendizagem do aluno”, para os autores esse tipo de abordagem leva o aluno a viver uma experiência direta. Em Sá (2009, p. 18 *apud* Sá e Mafra, 2022, p. 5) encontramos um conjunto de características que uma atividade deve possuir, conforme Sá e Mafra (2022) do ponto de vista teórico do Ensino por Atividades Experimentais são estas características que definem uma atividade.

> As atividades devem apresentar-se de maneira auto-orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;
>
> Toda atividade deve procurar conduzir o aluno à construção das noções matemáticas através de três fases: a experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica das noções construídas;
>
> As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre alunos, pois isso é fundamental para o crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;
>
> As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;
>
> [...] as atividades propostas pelo professor podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo que sejam sequencialmente apresentadas e possam contribuir para a construção gradual dos conceitos matemáticos (Sá, 2009, p. 18 *apud* Sá e Mafra, 2022, p.5).

Em Sá (2021) observamos a relação das Tendências de a Educação Matemática atuais serem relacionadas com a Teoria da Atividade, vimos também que o Ensino de Matemática por Atividades experimentais se difere destas tendências, desta maneira Sá (2021) propõe que o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais seja incluído como uma das Tendências da Educação Matemática. No quadro abaixo, Sá (2021) fez a relação do Ensino de Matemática por Atividades experimentais com a Teoria das Atividade com base em Nuñez e Pacheco (1997).

Quadro 7 - Elementos da Atividade em aula de matemática por Atividade Experimental

Elemento Funcional da Atividade	Elemento da Atividade na aula Experimental de Matemática
Os sujeitos da atividade	Docente e estudantes.
O objeto da atividade	Conhecimento matemático.

O motivo	Necessidade de ensinar/aprender conhecimentos matemáticos.
O objetivo	Oportunizar o acesso a conhecimento matemático.
O sistema de operações	Ações que são permitidas realizar a partir do procedimento e dos materiais disponíveis para aula.
A base orientadora da ação	As informações prévias a respeito dos materiais disponíveis e do conteúdo matemático envolvido.
Os meios	Os recursos disponíveis para a realização das ações.
As condições	As regras de utilização do material do experimento.
O produto	Conclusão/ conceituação obtida.

Fonte: Sá (2021, p. 158).

Para Sá e Mafra (2022, p. 2) o ensino por atividades é mais eficaz quando é realizado com base em situações do cotidiano, pois segundo os autores essas situações proporcionam maior possibilidade de chegar ao conceito matemático desejado. Ainda segundo Sá e Mafra (2022) nesse sentido o papel do professor é proporcionar aos alunos um ambiente investigativo que aflore no aluno seus instintos investigativos, desafiando-os e encorajando-os para que cheguem ao objetivo proposto inicialmente na atividade.

> [...] o ambiente investigatório das atividades proporciona ao aprendiz a oportunidade de relacionar conceitos de uma maneira inovadora e, desta forma, suscitar questões subordinadas a serem perseguidas. Assim, enquanto o foco original leva o estudante à formação do conceito que é o objetivo da atividade, o leque de possibilidades abertas pelas questões subordinadas contribui para a construção de esquemas mentais sempre mais ricos e sofisticados (Sá e Mafra, 2022, p. 2).

Conforme Sá (2021) para que haja atividade no ensino de matemática conforme a Teoria das Atividades é necessário que o protagonismo seja compartilhado por docente e os estudantes, e que haja ação em ação em grupo, protagonismo de todos os participantes; um produto como final das ações; ações mediadas.

> [...] o ensino de matemática por atividade experimental é um processo didático desenvolvido por meio da realização de tarefas, envolvendo material concreto ou ideias, elaboradas pelo professor com objetivo de levar estudantes ao encontro com um conhecimento/conteúdo matemático específico após a realização da tarefa, do registro de resultados, análise e elaboração de reflexões sobre os resultados obtidos que culmina com a sistematização ou institucionalização de um conteúdo matemático (Sá, 2021, p.155).

Em Sá (2021, p. 158) encontramos instruções direcionadas ao professor ao trabalhar o ensino de matemática por Atividade Experimental onde o professor deve estar atento a instruções e não realizar as ações de forma espontânea. O ensino por atividades experimentais conforme Sá (2021):

> Não deve ocorrer de forma improvisada;
>
> Não dispensa a participação ativa do docente durante a sua realização;
>
> Não deve ser utilizado após se ministrar exposição sobre o conteúdo;
>
> Não deve ser utilizado para verificar a validade de um resultado já estudado;
>
> Não dispensa do docente o conhecimento do assunto a ser trabalhado;
>
> Não deve ser utilizado como reforço de assunto explorado (Sá, 2021, p. 158).

Segundo Sá e Mafra (2022) para implementar o ensino por atividades experimentais o professor deve dispor de elementos que atraem a atenção do aluno para o conteúdo a ser abordado, os autores apontam como elementos potenciais para chama a atenção do aluno: a visualização, a experimentação, a simulação e a demonstração.

> A proposta de trabalho do ensino de matemática baseado em atividades experimentais pressupõe a possibilidade de conduzir o aprendiz através de uma sequência de momentos, nos quais várias noções matemáticas estão presentes (Sá e Mafra, 2022, p. 2).

2.9.3. Atividades de redescoberta e de conceituação

Segundo Sá (2019) o ensino de matemática por meio de atividades pode ter dois objetivos: conceituação ou redescoberta. Para Sá e Mafra (2022, p. 3) a técnica da redescoberta está diretamente ligada ao Ensino por Atividades Experimentais, e ao trabalharmos ambas perspectivas temos a maior probabilidade de "compreensão dos conceitos matemáticos", como também do "desenvolvimento de habilidades de expressão gráfica e/ou simbólica desses conceitos". O ensino por redescoberta tem por objetivo levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática.

Segundo Sá e Mafra (2022, p. 3) atividades de conceituação tem por objetivo "levar o estudante a reconhecer um determinado conceito matemático numa situação vivenciada". Também é esperado que na atividade de conceituação o aluno consiga ter "um entendimento mais profundo" do conceito abordado.

Conforme Sá (2019) no ensino de matemática por atividades há dois modos de desenvolvimento: demonstração ou experimental. Pelo modo da demonstração o professor realiza as ações enquanto os alunos registram os resultados, a fim de interagirem entre si e chegaram ao resultado para a atividade, enquanto que no modo experimental o professor elabora o experimento que é executado pelos estudantes, ambos os modos servem para conceituação como para redescoberta.

Para realizar uma atividade de conceituação é preciso ter organização. Segundo Sá (2019) uma atividade de conceituação é estruturada nos seguintes momentos: **organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.**

No primeiro momento (**organização**) Sá (2019) orienta a dividir a turma em grupos ou equipes com no máximo 4 alunos e no mínimo 2 para que os integrantes do grupo possam interagir entre si. O segundo momento é o da **apresentação** da atividade, o professor faz a distribuição do material necessário para a realização da atividade incluindo o roteiro da mesma. O terceiro momento da **execução** corresponde à etapa da experimentação quando o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa (Sá, 2019, p.18,19).

O quarto momento do **registro** corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa científica, espera-se que cada equipe registre as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no respectivo espaço destinado no roteiro. O quinto momento da **análise** espera-se que cada equipe analise as informações que foram registradas e percebam as características do objeto matemático que desejar conceituar ou definir entre as informações registradas (Sá, 2019, p. 20).

A última fase é o momento de **institucionalização** no qual o professor a partir das observações elaboradas pelas equipes apresentará o conceito ou definição planejada à turma. Nesse momento um representante de cada equipe vá ao quadro e registre a (s) observação (ões) elaborada (s) por sua equipe. E após a análise destas observações o professor deverá destacar as características desejadas do objeto a ser definido e apresentar o conceito ou definição na forma padrão, chegando então ao fim da atividade (Sá, 2019, p. 21).

Além da organização, uma atividade de conceituação ou redescoberta exige planejamento. Para Sá (2019) o planejamento de uma atividade de conceituação é crucial para o sucesso da realização da mesma. A partir de sua experiência docente o autor aponta que os momentos do planejamento são:

> Determinação, construção do objetivo, elaboração do procedimento, seleção do material, elaboração do espaço de registro, previsão de observações, previsão de institucionalização, elaboração do roteiro e verificação (Sá, 2019, p. 21).

No momento da **determinação** o professor vai selecionar a definição ou conceito que pretende apresentar aos estudantes por meio da atividade, para este momento é necessário que o professor registre por escrito a definição ou conceito para evitar alterações no momento da apresentação à turma. No momento da **construção do objetivo** é o professor elaborar o objetivo da atividade que será apresentada aos estudantes, sem deixar explícito qual o conceito que se pretende apresentar com a atividade (Sá, 2019, p. 21, 22).

No momento da **elaboração procedimento da atividade** o professor deverá encontrar um caminho ativo que permita os participantes da atividade após observação identificar as características do objeto que pretende apresentar a definição ou conceito além de produzir um conjunto de ações que permitam o estudante, após a análises dos resultados das ações, perceber as características do objeto que a atividade tem objetivo de conceituar ou definir. No momento da **seleção do material, o professor** deverá listar todos os materiais que cada equipe necessitará para realização da atividade (Sá, 2019, p. 22, 23).

No momento da **elaboração do espaço de registro** é importante procurar elaborar um espaço que permita os registros dos aspectos que se deseja levar em consideração, além de conter espaço para elementos que não pertencem ao objeto em questão. No momento da **previsão das observações, o professor** deve buscar prever possíveis observações que podem surgir da análise do espaço de registro da atividade. Essa previsão pode conter observações válidas e inválidas previstas (Sá, 2019, p. 23).

No momento de **previsão da institucionalização** o docente deve prever como vai proceder para apresentar o conceito desejado alcançar com a atividade. Além de prever como vai usar as observações realizadas pelas equipes e como vai conduzir o trabalho frente às observações válidas e não desejadas, inválidas e válidas desejadas. No momento de **Elaboração do roteiro** o professor deve construir um roteiro para a atividade que contenha os seguintes elementos: Título, Objetivo, Material, Procedimento, espaço de registro, espaço de observação e espaço de conclusão (Sá, 2019, p. 24).

No momento da **verificação** no qual o professor deve realizar toda a atividade a partir do roteiro elaborado para verificar se é possível chegar à observação das características desejadas do objeto matemático a ser apresentado. No momento da **finalização da atividade** o docente tem todas as informações produzidas e validadas durante a verificação o roteiro da atividade será finalizado (Sá, 2019, p. 23, 24).

Segundo Sá (2019) uma aula por meio de atividade de redescoberta deve ser estruturada de forma semelhante a organização de uma atividade de conceituação, tem os seguintes momentos: **organização**, **apresentação**, **execução**, **registro**, **análise** e **institucionalização.**

No momento da **organização** a turma deve ser, preferencialmente, organizada em equipes com no máximo 4 alunos e no mínimo 2. Mas pode também ocorrer de forma individual, não sendo esta forma recomendável por não estimular a troca de ideias que é fundamental para o processo de aprendizagem. O professor deve dirigir as ações, orientar a formação das equipes sem imposições, demonstrar segurança e planejar com cuidado a atividade e evitar que os estudantes desperdicem tempo com ações alheias à organização da turma (Sá, 2019, p. 32, 33).

Na fase de **apresentação** da atividade compete ao professor distribuir o material necessário para a realização da atividade, incluindo o roteiro da mesma, a organização do material em kits facilitar a distribuição do material. A fase de **execução** corresponde à etapa da experimentação quando o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa. Neste momento espera-se que cada equipe realize os procedimentos estabelecidos para a atividade. O professor deve deixar as equipes trabalharem livremente, supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar nas dúvidas, quando solicitado ou perceber dificuldade de execução, que possam surgir em cada equipe no decorrer da realização do procedimento e os estudantes devem seguir as instruções previstas no roteiro da atividade (Sá, 2019, p. 33).

O momento de **registro** corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa científica, espera-se que cada equipe registre as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no respectivo espaço destinado no roteiro. O professor deve supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar dirimindo as eventuais dúvidas que possam ocorrer durante o processo. Na fase de **análise** espera-se que cada equipe analise as informações que foram registradas e descubram uma relação válida entre as informações registradas (Sá, 2019, p. 34).

A fase de **institucionalização** é o momento em que será produzida a conclusão oficial da turma a partir das conclusões que cada equipe elaborou no momento da análise. O momento da institucionalização corresponde de grosso modo ao momento da elaboração das considerações finais de um trabalho científico. Nessa fase o professor, independente do formato das conclusões elaboradas pelas equipes, deve solicitar que um representante de cada equipe vá ao quadro e registre a conclusão elaborada pela sua equipe e em seguida o professor pode elaborar junto com a turma uma conclusão que permita a alguém que não participou da atividade entender relação estabelecida (Sá, 2019, p. 35).

O planejamento de uma atividade de redescoberta se distingue do planejamento de uma atividade de conceituação, segundo Sá (2019) este planejamento requer ações distintas das realizadas durante o planejamento de uma aula expositiva, com base em sua experiência e nas e recomendações de Henning (1994), estas são as ações do planejamento de uma atividade de redescoberta.

> Determinação do resultado desejado, construção do objetivo, produção do material, elaboração do procedimento, elaboração do espaço de registro, elaboração do desafio, verificação, previsão da institucionalização e elaboração do roteiro (Sá, 2019, p. 37,38).

No momento da **determinação** o professor vai selecionar o **resultado** que pretende apresentar aos estudantes por meio da atividade a ser elaborada bem como o enunciado que é esperado ao final da atividade. No momento **da construção do objetivo** o professor vai elaborar o objetivo da atividade que será apresentada aos estudantes. No momento da produção **do material** o professor deve selecionar ou produzir o material que será necessário para a realização da atividade (Sá, 2019, p. 38).

No momento da **elaboração do procedimento** o professor deve produzir instruções para o desenvolvimento da atividade. As instruções sempre que possível devem estar em tópicos, de forma clara e precisa para evitar o surgimento de dificuldade por parte dos estudantes. No momento da elaboração **do espaço de registro**, o professor deve construir um quadro com linhas e colunas com espaços para registro das informações produzidas durante a execução da atividade e informações derivadas destas (Sá, 2019, p. 38, 39).

O momento da **elaboração do desafio** é quando o professor dá uma questão que solicita explicitamente dos estudantes a busca por uma relação ou especificidade observada nas informações a após e sistematização das mesmas, em alguns casos esse momento de dar através de perguntas. O momento da **verificação** é quando o professor vai realizar todo o procedimento concebido para a atividade com o intuito de analisar se o resultado desejado é possível de ser alcançado a partir da análise das informações sistematizadas ou se há necessidade de outros registros ainda não previstos (Sá, 2019, p. 39).

O momento da **previsão da institucionalização** consistirá da elaboração de questões por parte do professor, com base no resultado previsto para ser alcançado pela atividade anteriormente, com o intuito de auxiliar os estudantes no momento da elaboração de conclusão da turma. No momento da **elaboração do roteiro** o professor buscará registrar as seguintes informações na forma de texto: Título da atividade, objetivo da atividade, material necessário, Procedimento, Espaço de registro, Desafio e espaço para conclusão. Cada um destes elementos tem características próprias para atenderem os às características do ensino de matemática por atividade (Sá, 2019, p. 39,40).

Além das atividades de redescoberta e de conceituação Sá et al (2022) traz as atividades experimentais com base experimental uma perspectiva de atividades com base experimental e demonstração. atividades experimentais com base experimental, é definido pelos autores como “um experimento é organizado pelo professor e executado pelo aprendiz, com a devida supervisão e orientação do professor". Nessa perspectiva, "o estudante é incentivado a desenvolver e/ou aplicar conceitos matemáticos para interpretar o experimento e justificar seus resultados" (Sá et al, 2022, p. 4).

As atividades com perspectivas de demonstração são atividades onde o principal foco é a "justificação matemática de inferências, especialmente inferências mais abstratas, ou a elaboração de cadeias de dependência". É importante deixar claro que os autores não estavam falando da elaboração de teoremas matemáticos, pois a "atenção principal é concentrada no conceito de consequência lógica e/ou a apreciação de certas técnicas de demonstração em matemática" (Sá et al, 2022, p. 4).

Segundo Sá et al (2022, p. 5) o ensino de matemática por atividades "proporcionar transições efetivas de abordagens ineficazes para as com mais potencial para a compreensão de conceitos matemáticos". De modo geral, o ensino por atividades contribui de forma significativa no desenvolvimento dos alunos, pois as ações investigatórias possibilitam: crescimento como agentes autônomos, capacitação como pensadores matemáticos, compreensão de textos matemáticos e compressão do uso de matemática no cotidiano.

2.10. Resolução de Problema

Este tópico tem por finalidade a descrição da resolução de problema como recurso metodológico para resolver questões. A resolução de problemas tem sido por algum tempo objeto de estudo e pesquisa do professor D. Pedro Franco de Sá, ele vem desenvolvendo trabalhos sobre o tema ao longo de sua trajetória como professor com base em sua experiência. Sabe-se que a expressão resolução de problema é comum em documentos sobre o ensino de matemática, na literatura educacional e no discurso de docentes e pesquisadores de Educação Matemática (Sá, 2021).

Em 2021 o autor fez uma revisão de seus trabalhos que abordavam a resolução de problema: Sá (2004), Sá (2005), Sá (2006) e Sá (2009), essa revisão gerou ampliação desses trabalhos. A revisão e ampliação dos trabalhos de Sá foi norteada por questões do tipo: O que vem a ser a resolução de problemas? Qual é a relação entre problema, exercício e questão? Como a resolução de problemas pode ser utilizada em sala de aula?

Segundo Sá (2021) a maioria das pessoas ao se deparar com a expressão resolução de problema associam a expressão a questões de Matemática, no entanto o autor ressalta com base em Pozo (1998) que a resolução de problemas não deve ser vista como atividade específica na área de matemática.

Ao longo dos anos a expressão resolução de problema vem sendo associada ao ensino de matemática, segundo Sá (2021, p.7) em 1980 o Conselho Nacional de Professores de Matemática/ Estados Unidos) - NCTM- recomendou que “a resolução de problemas fosse a grande ênfase do ensino de Matemática”. No Brasil os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) fazem menção a resolução de problemas em diversos momentos na área de Matemática segundo Sá (2021) a expressão é apresentada nos objetivos da Matemática no ensino fundamental e também um recurso de ensino.

Sá (2021) fez uma análise dos objetivos gerais de matemática para o ensino fundamental propostos pelos PCN, onde constatou que “aproximadamente 57% dos objetivos fazem referência, direta ou indireta, a resolução de problemas”, onde percebeu que a expressão é apresentada de duas maneiras no documento: “como uma habilidade a ser desenvolvida e como uma alternativa para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem” (Sá, 2021, p. 10).

A fim de responder à pergunta sobre a relação entre problema, exercício e questão? Sá (2021) se baseou em autores como Lester e Charles (1980), Kantowski (1997), Beckenbach *et al*. (1970), Zeitz (1999) entre outros.

Para Lester e Charles (1980) um problema é uma pergunta para a qual uma pessoa pretende achar uma solução; onde a pessoa não dispõe de um procedimento para encontrar a resposta de tal pergunta, onde esta pessoa sente-se na obrigação de achar uma solução para esta pergunta. Para Kantowski (1997, p.270) um problema é “uma situação que se enfrenta sem contar com um algoritmo que garanta a solução”. Beckenbach *et al.* (1970) definem como problema matemático uma situação inédita para a pessoa ao se pedir para ela resolver (Sá, 2021, p.11).

Zeitz (1999, p. 3 *apud* Sá 2021, p.12) distingue exercício de problema da seguinte forma, para o autor exercício refere a uma questão que o indivíduo sabe como resolver imediatamente enquanto que problema é uma questão que exige pensamento e desembaraço para encontrar o caminho que leve a solução.

Com base nesses autores Sá (2021) acredita que o definir uma questão como problema ou exercício é a forma como o indivíduo olha a situação.

> [...] apontamos por considerar que qualquer situação pode se constituir em exercício ou em problema e só dependerá da pessoa que está enfrentando-a. Se já for de conhecimento do envolvido algum caminho que o leve a solução então a situação por mais trabalhosa que seja será apenas um exercício. Se o envolvido não souber como encontrar uma solução para a situação então a mesma será um problema para a pessoa (Sá, 2021, p.11, 12).

Segundo Sá (2021, p.13) a primeira vez em que o indivíduo se depara com uma situação e consegue uma solução ela será um problema, mas depois que encontra o caminho para solução será apenas um exercício. Dessa forma o autor conclui que para que um problema se torne um exercício o envolvido precisa dispor de um procedimento que leve a uma solução do mesmo. Trazendo esta definição para o contexto da sala de aula Sá (2021) afirma que em muitos momentos haverá questões que serão exercícios para alguns alunos enquanto que para outros será um problema.

> [...] para os que ainda não souberem como obter o resultado a situação será um problema, já para os que conhecem como obter o resultado será somente um exercício por mais exaustivo que seja o procedimento a ser adotado (Sá, 2021, p.14).

Segundo Polya (1967 *apud* Sá, 2021, p.19) os problemas podem ser rotineiros quando exigem tão somente a aplicação de uma regra bem conhecida e os não-rotineiros que exigem criatividade na resolução dos mesmos.

Em sua busca por produções textuais que envolvam a expressão Resolução de problema Sá (2021) percebeu em Mendonça (1999, p.16) três tipos de interpretações da resolução de problemas: Como um objetivo, um processo e um ponto de partida.

> - Como objetivo, a resolução de problemas significa que se ensina matemática para resolver problemas;
> - Como processo, a resolução de problemas significa olhar para o desempenho/ transformação dos alunos como resolvedores de problemas. Analisa-se as estratégias dos alunos;
> - Como ponto de partida, os problemas são usados como recurso pedagógico para iniciar o processo de construção de um dado conhecimento específico (Mendonça, 1999, p.16 *apud* Sá, 2021, p. 35).

Segundo Sá (2021, p.41) ao trabalhar a resolução de questões como objetivo, pode-se dizer que se ensina matemática a fim de resolver problemas, de forma que a maneira de pensar desse tipo de questões sejam suficientes ao processo de ensino da matemática, no qual expõe-se a teoria e em seguida propõe-se questões sobre o tema estudado.

Conforme Sá (2021) existem fatores que influenciam no nível de dificuldade de uma determinada questão, ao consultar estudo que tratava de tal influências, Sá (2021) se para com os estudos de Huete e Bravo (2003) que acreditam que existem duas variáveis que influenciam no processo de resolução de problemas, sendo variáveis intrapessoais e variáveis de situação.

- Variáveis intrapessoais: são aquelas variáveis que se relacionam com o sujeito que resolve o problema ou que se relacionam com o problema em si, ou com a interação problema-sujeito.
- Variáveis de situação: são aquelas variáveis que se relacionam com situações que o sujeito que resolve não pode controlar (Sá 202, p. 41, 42).

Segundo os estudos de Sá (2021, p.42) os problemas mais estudados para identificar variáveis que influenciam na resolução de problemas são aqueles que envolvem as quatro operações. Para Jerman (1973 *apud* Sá, 2021) o número de palavras num problema verbal pode influenciar no grau de dificuldade do problema.

Outras variáveis que podem influenciar no processo de resolução de problema são as variáveis encontradas na pesquisa de Rosenthal e Resnick (1974). Segundo Sá (2021, p. 42) as variáveis incluídas pelos autores são: “a ordem de sucessão cronológica dos fatos apresentados e a ação denotada pelo verbo”. Rosenthal e Resnick (1974) classifica os problemas em:

- Apresentação congruente, quando é respeitada a ordem cronológica na apresentação dos fatos,
- Apresentação não-congruente, quando a ordem cronológica de apresentação dos fatos não é respeitada (Sá, 2021, p. 42)

As classificações dos problemas apresentadas por Rosenthal e Resnick (1974) levaram Sá (2021) a concluir que quando os problemas apresentam um estado inicial desconhecido, tende-se a ter um nível de dificuldade maior que do que aqueles que apresentam um estado inicial conhecido, nesses problemas há uma probabilidade maior de erro e também de demora para chegar resolução, em contrapartida nos problemas com apresentação congruente tem-se menos erros e menor tempo de resolução.

Um dos estudos encontrados por Sá (2021, p.44) em sua busca por variáveis que podem influenciar o processo de resolução do problema foi a pesquisa de Li (1990), o autor aponta a “influência de informações supérfluas em problemas envolvendo uma adição ou uma subtração”. Os resultados da pesquisa de Li (1990) revelam segundo Sá (2021, p.45, 46) que:

- Muitas vezes as crianças não distinguiam os dados essenciais dos supérfluos.
- O percentual de acerto nos problemas com informações supérfluas foi menor que nas questões sem informações desnecessárias.
- Para os problemas com informações supérfluas o uso de material manipulativo melhorou o desempenho dos entrevistados.
- Para os problemas sem informações supérfluas, o uso de material manipulativo não teve interferência no desempenho dos participantes.
- A grande demanda de informações para serem processadas nos problemas com informações supérfluas contribuíram para as dificuldades dos alunos
- Os dados supérfluos não foram isoladamente os responsáveis pelas dificuldades de alguns alunos resolverem os problemas com informações supérfluas.

Segundo Sá (2021, p.53- 61) Davis e Mckllip (1997, p.114 -118) apontam “as seguintes sugestões para melhor criar ou selecionar os problemas a serem propostos em sala de aula”:

- Começar propondo problemas que todos os envolvidos sejam capazes de resolver
- Substituir os números grandes por números pequenos
- Reduza as dificuldades com a leitura
- Use o contexto social e o nível de interesse dos alunos
- Substituir as questões do tipo “<u>Coloque falso ou verdadeiro</u>” por questões do tipo “<u>Dê um exemplo de</u>”
- Dê uma sequência de exercícios algorítmicos com um propósito específico

- Faça a inversão de um problema conhecido
- Apresentar informações para que os estudantes elaborem questões
- Apresentar questões que faltam dados para que o estudante os descubra
- Não dizer ao estudante o que ele pode descobrir só
- Não proteger demais o estudante dos erros
- Oportunizar a socialização das soluções encontradas
- Estimular a troca de ideias entre os estudantes
- Decompor uma questão mais elaborado numa sequência de questões mais simples
- Utilizar as listas de questões propostas como referência para elaboração de testes avaliativo
- Propor questões com mais de uma solução
- Propor questões sem solução
- Propor questões de processos seletivos
- A resolução de questões como objetivo e a realidade

Quanto a resolução de questões como processo Sá (2021) encontrou na pesquisa de Polya (1977) quatro fases a serem seguidas, sendo a primeira **fase a compreensão** do problema, essa fase é subdividida em **familiarização** e **aperfeiçoamento da compreensão**, nessa fase o indivíduo que deseja resolver o problema deve "procurar entender o enunciado da questão e quais as condições apresentadas no problema e principalmente ter clareza da qual é a pergunta a ser respondida" (Sá, 2021, p.68).

A segunda fase é o **estabelecimento de um plano**, nesta fase o indivíduo deve "procurar uma conexão entre os dados do problema e a pergunta que se deseja responder, a fim de construir um caminho que leva a solução", a terceira fase é a **execução do plano**, nesta fase o indivíduo deve "colocar em prática o seu plano para encontrar a solução do problema, verificando cada passo dado" e por fim a fase do **Retrospecto** onde o indivíduo deve "verificar se a solução obtida satisfaz as condições e a pergunta do problema" (Sá , 2021, p.68).

Segundo Sá (2021) a resolução de problemas como processo tem por objetivo:

> Avaliar e/ou munir os educandos de técnicas ou heurísticas para resolução de problemas, o que é um objetivo louvável, pois na vida em muitas situações

que enfrentamos as mesmas nem sempre precisam ser resolvidas através do uso de algoritmos ou fórmulas. Assim, quanto mais maneiras de resolver problemas um aluno for exposto ao longo da vida escolar mais preparado para vida ele estará (Sá, 2021, p.71).

Uma vez que os objetivos da resolução de questões como processo está associado a heurística, Sá (2021, p. 72) recomenda que o professor faça uso de problemas que permitam vários caminhos para se alcançar a solução, sempre que possível. Segundo Sá (2021) existem diversas técnicas de resolução de problemas, em Musser e Shaughnessy (1997 p.189-200) Sá (2021) encontrou as seguintes técnicas: **tentativa e erro, padrão, resolver um problema mais simples, trabalhar em sentido inverso e simulação** (Sá, 2021, p. 72-77):

- A estratégia de **tentativa e erro** consiste de se buscar a solução do problema através da utilização das informações contidas no problema em aproximações sucessivas, isto é, testando possíveis soluções.
- A estratégia de **padrões** tem como método estabelecer uma solução geral, a partir de casos particulares, que sirva para resolver todos os casos similares, ou seja, a estratégia consiste em resolver casos particulares buscando padrões que permitam generalizar a solução.
- A estratégia de **resolver um problema mais simples** consiste em resolver um problema mais simples para poder aplicar o procedimento na resolução de um problema mais complexo.
- A estratégia de **trabalhar em sentido inverso** se embasa na ação a partir do resultado ou do que se procura realizar operações no sentido inverso do enunciado para encontrar a solução.
- A estratégia de **simulação** é baseada na simulação de uma situação que para se tomar uma decisão seria necessária à realização de um experimento ou uma coleta de dados impossível ou muito dispendiosa.

Segundo Butts (1997 *apud* Sá, 2021, p.78,79) alguns princípios devem ser considerados pelo professor ao desenvolver a resolução de problemas na interpretação de processo:

- A resolução de problemas como processo não deve ser uma atividade isolada das aulas regulares
- O fato de existirem problemas difíceis não é motivo para eles serem evitados;
- Quanto mais estratégias para resolver problemas às pessoas conhecem mais preparadas elas estão para enfrentar os obstáculos da vida;
- A flexibilidade na resolução de problemas é um tipo de comportamento que se aprende;
- É preciso tempo para se desenvolver a habilidade de resolver problemas.

Sá (2021, p. 79-81) apresenta também outras sugestões para os professores para o trabalho envolvendo resolução de problema como processo com base em outros autores como também em sua experiência:

- Incentive o aluno a considerar estratégias diferentes que possam ser usadas para resolver um problema, usando materiais/procedimentos diversos;

- Use perguntas para focalizar a atenção do aluno na informação pertinente dada no problema;
- Sempre que possível planeje dentro de cada conteúdo ou unidade trabalhada sessões de resolução de problemas na interpretação de processo;
- Estimule os alunos a resolverem e/ou apresentaram problemas criativos dentro de cada assunto estudado;
- Não subestime a capacidade dos seus alunos em propor e/ou resolver problemas;
- Realize sessões de resolução de problemas estimulando o trabalho em grupo.
- Para cada unidade desenvolvida do seu planejamento realize uma sessão de resolução de problemas não padrões.

Segundo Sá (2021, p.94) os assuntos são apresentados seguindo a seguinte ordem: definição, exemplo, propriedades e aplicações, essa sequência de tão comum e usual que passou a ser vista por alguns professores e estudantes como sequência natural da construção do conhecimento.

O autor afirmar com base na História da Matemática que “essa sequência não é compatível com a construção natural do conhecimento matemático”, conforme o autor a construção do conhecimento matemático é quase sempre oriunda das tentativas de resolver um problema, no qual o resolver identifica durante esse processo de resolução “invariantes que posteriormente são estudadas suas propriedades e finalmente dão origem à definição de uma operação ou estrutura matemática” (Sá, 2021, p.94).

Ainda segundo Sá (2021, p. 95) a concepção de resolução de questões como ponto de partida de tem por objetivo “partindo de um problema culminar numa sistematização de conceitos e operações da matemática”, isto é, cria uma questão problema, apresentar essa questão aos alunos antes de apresentar conceitos e definições e a partir da resolução desta questão o aluno chegue até os conceitos e definições.

> O uso da resolução de problemas como ponto de partida o processo de ensino-aprendizagem reproduz, de maneira simplificada, todo o processo de criação do conhecimento matemático, que na maioria das vezes tem seus conceitos e operações oriundos da busca de solução de problemas propostos, seguida pelo estudo dos invariantes da resolução, estudo das propriedades destes invariantes e finalização com a definição de um novo objeto ou operação matemática (Sá, 2021, p. 110).

Sá (2021) ressalta que para se trabalhar a resolução de problemas como ponto de partida é preciso que o professor acredite que seja possível resolver questões de um determinado conteúdo antes de apresentar conceitos, definições e exemplos, mesmo com certas limitações. Com base em sua experiência docente ao trabalhar a resolução de problemas como ponto de partida Sá (2021, p. 96-100) orienta que ao trabalhar a resolução de problema nessa concepção o professor siga as seguintes recomendações:

- Não tente fazer uma aula desse modo de maneira improvisada.
- Determine qual é o problema mais simples e interessante para turma que uma operação ou conceito matemático auxiliam a solução.
- Descubra um processo para resolver o problema sem o uso da operação.
- Proponha a situação-problema em sala e disponibilize um pouco de tempo para a turma pensar numa solução.
- Solicite que a turma apresente uma solução ao problema ou apresente a solução que você tem.
- Faça um registro escrito e detalhado da solução para toda a turma.
- Analise com a turma os invariantes que surgiram na resolução do problema.
- Solicite da turma uma conclusão operacional para resolver o problema apresentado.
- Sistematize o conceito do conteúdo que você tinha como objetivo trabalhar.
- Mostre como fica a solução do problema proposto com o uso do conteúdo sistematizado.
- Proponha outras questões envolvendo o assunto sistematizado.

Sá (2021, p. 109) afirma que essa concepção de interpretação de questões problemas, assim como as outras alternativas para o ensino de matemática nem sempre se adequam a todos os conteúdos. Segundo Sá (2021) tem-se muitas pesquisas que podem contribuir para o trabalho docente, pesquisas bem-sucedidas sobre as três concepções de ensino ao trabalhar a resolução de problemas como objetivo, processo e ponto de partida. No entanto, ainda existem muitos aspectos do estudo da resolução de problema que podem ser pesquisados, estudados, aprofundados e revisados.

3. CONCEPÇÕES E ANÁLISES *A PRIORI*

O objetivo desta seção é apresentar as atividades que serão desenvolvidas e aplicadas durante as fases pré-teste, experimentação e pós- teste. Esta seção tem como finalidade descrever as atividades e seus objetivos. A sequência didática proposta para esta dissertação é composta de um pré-teste com 10 questões, uma sequência de atividades com 9 atividades, e um pós-teste com 10 questões.

3.1. Pré-teste e pós-teste

Para esta atividade foram selecionadas 10 questões de área de triângulos e quadriláteros, 2 questões de área de quadrado, 2 questões de área de retângulo, duas questões de área de losango, duas questões de área de triângulo, 1 questão de área de trapézio e 1 questão área de paralelogramo.

Questão 01
Uma cartolina retangular tem com medidas 1m de comprimento e 0,80 m de largura. Qual a área dessa cartolina?

Análise *a priori* do pré-teste: por hipótese acreditamos que os alunos podem sentir um pouco de dificuldades para resolver esta questão, no entanto por ser uma figura comum é possível que a maioria saiba como se calcula a área do retângulo. Para esta questão o aluno precisa realizar a multiplicação das medidas dos lados 100 cm x 80 cm, por outro lado os alunos deverão lembrar o conceito de área e usar fórmulas ou estratégias para calcular a área da figura.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação em MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área de retângulo com certa facilidade.

Questão 02
Um quadro de formato quadricular tem medidas de lados 20 cm. Qual a medida de área do quadro?

Análise *a priori* do pré-teste: os alunos deverão realizar o seguinte cálculo 20 cm x 20 cm para obter a área deste quadrado, devem lembrar que para obter a área de um quadrado deve-se realizar a multiplicação da medida dos lados por si mesma, ou ainda que área do quadrado é dada pelo l x l ou pelo quadrado da medida de seus lados, acreditamos que os alunos podem não sentir dificuldade para realizar o cálculo de área do quadrado, uma vez que a figura é comum e possivelmente lembrem-se de como resolver essa questão.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação em MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área de quadrado com certa facilidade.

Questão 03
Uma placa de trânsito tem o formato de um losango com as seguintes medidas, diagonal maior 60 cm e diagonal menor 50 cm. Qual a área dessa placa?

Análise *a priori* do pré-teste: para esta atividade é esperado que os alunos sintam um grau de dificuldade maior para realizar o cálculo de área do losango, tendo em vista que o losango é um dos quadriláteros pouco abordado em sala de aula e possuem elementos distintos dos outros quadriláteros no que diz respeito ao cálculo de área. Para realizar o cálculo de área do losango os alunos deverão considerar a medidas de suas diagonais.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação em MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área do losango com certa facilidade.

Questão 04
Qual a área de um triângulo que tem 20 cm de base e 10 de altura?

Análise *a priori* do pré-teste: para esta questão é esperado que os alunos sintam um nível de dificuldade médio tendo em vista que o cálculo de área de triângulos é comum em sala de aula e que os alunos podem lembrar da fórmula que determina a área de um triângulo. Para realizar esta atividade o aluno deverá realizar a multiplicação das me base e altura e dividir por dois: (20 cm x 10 cm) / 2.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área de triângulos com certa facilidade.

Questão 05
Uma praça foi construída no centro da cidade com formato de um quadrado, onde cada lado tem 25 metros. Qual a medida de área que esta praça ocupa na cidade?

Análise *a priori* do pré-teste: para esta questão, esperamos que os alunos consigam resolver o problema com facilidade, tendo em vista que é uma questão semelhante à questão número 2. Para resolver essa questão os alunos deverão realizar a seguinte multiplicação: 25 m x 25 m, assim obter a área da praça.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação em MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área de quadrado com certa facilidade.

Questão 06
Qual é a área de ocupação de uma piscina de formato retangular com as seguintes medidas: 8m de comprimento e 5 metros de largura?

Análise *a priori* do pré-teste: para esta questão é esperado que os alunos sintam pouca dificuldade, tendo em vista que esta questão é semelhante a primeira. Para obter a medida da área dessa piscina o aluno deverá realizar a seguinte multiplicação: 8m x 5m.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação em MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área de retângulo com certa facilidade.

Questão 07
Em uma rua os moradores desejam fazer bandeirinhas em formato triangular para enfeitar as ruas para a festa junina, sabendo que o triângulo equilátero possui as medidas de seus lados iguais, qual a área da bandeirinha que possui 4 cm de lado?

Análise *a priori* do pré-teste: para esta questão é esperado que os alunos sintam dificuldade para resolver o problema, uma vez que o problema não fornece a medida de base e altura, e deverão descobrir essas medidas para então realizar o cálculo que levará a medida da área dessa bandeirinha.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação em MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área de triângulo com certa facilidade.

Questão 08
Uma fazenda que tem o formato de um trapézio retangular, com as seguintes medidas: 200 m e 140 de base e 110 de altura. Qual área que esta fazenda ocupa?

Análise *a priori* do pré-teste: acreditamos que os alunos sentiram muita dificuldade para realizar o cálculo de área do trapézio, tendo em vista que assim como o losango é uma figura que não é muito conhecida pelos alunos. Para resolver esse problema os alunos deverão levar em consideração as medidas das bases maiores e menos do trapézio e sua altura.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação em MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área de trapézio com certa facilidade.

Questão 09
Um menino deseja construir uma pipa com formato de um losango com a medida da diagonal maior igual a 30 cm e a diagonal maior menor medindo 20 cm. Qual a medida de área da pipa desse garoto?

Análise *a priori* do pré-teste: para esta questão é esperado o mesmo nível de dificuldade da questão número 03. Para resolver essa questão o aluno deverá considerar as medidas das diagonais do losango maior e menor. Para obter a área deste losango o aluno deverá realizar a soma das diagonais e dividir por 2, (30 + 20) / 2.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação em MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área do losango com certa facilidade.

Questão 10
Uma horta foi construída em um terreno que tem o formato de um paralelogramo com as seguintes medidas: 20 metros de comprimento e 15 de altura. Qual área dessa horta?

Análise *a priori* do pré-teste: para esta atividade é esperado que os alunos sintam um pouco de dificuldade de realizar o cálculo, no entanto acreditamos que possam associar o paralelogramo do retângulo e realizar o cálculo de forma semelhante. Para obter a área do paralelogramo o aluno deverá realizar a seguinte multiplicação 20m x 15 m.

Análise *a priori* do pós-teste: esperamos que no pós-teste os alunos consigam resolver essa questão com facilidade, tendo em vista que as atividades de experimentação em MDF com figuras possibilitou uma nova estratégia para calcular a área de figuras planas. Espera-se que o aluno consiga realizar o cálculo de área do paralelogramo com certa facilidade.

3.2. Sequência de Atividades

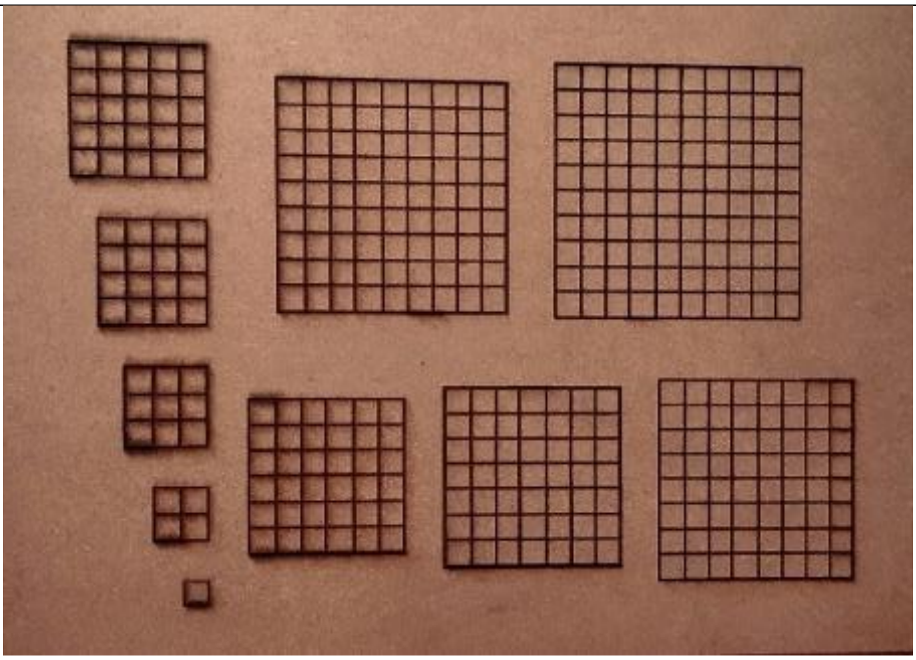
A sequência de atividades será constituída de nove atividades que envolvem o cálculo da área de triângulos e quadriláteros: quadrado, retângulo, losango, trapézio, paralelogramo. Sendo seis atividades em placas Médium Densite Fiberboard (MDF) e três atividades complementares contendo dez questões problemas cada uma delas. A proposta de ensino foi elaborada a partir de Sá (2009) (quadro para anotações dos dados das figuras) e das atividades propostas na pesquisa de Paula (2011) (área de figuras planas e malhas quadriculadas) e Dias (2018) (área de figuras planas e malhas quadriculadas em alto relevo), onde o autor desenvolve a atividade usando papel quadriculado.

3.2.1. Atividades em placas de MDF

Tendo em vista que a proposta de ensino visa trabalhar a inclusão de alunos cegos no ensino de área de quadriláteros e triângulos, fizemos uma adaptação das atividades em papel quadriculado para folhas de MDF, para fazer as figuras usamos laser, mantemos os quadriculados das figuras, mantendo a ideia das malhas quadriculadas, assim teríamos um baixo relevo tátil para o aluno cego, fizemos seis placas em MDF, uma para cada figura como: triângulo, quadrado, retângulo, losango, trapézio, paralelogramo, cada placa dessa contem dez figuras de tamanhos distintos, como no quadro abaixo.

Quadro 8 - Atividade 1- área do quadrado

ATIVIDADE 01
Título: Área do quadrado
Objetivo: calcular área de quadrados
Material: folha de MDF com as figuras, papel com o quadro para anotar os dados e caneta
Procedimentos: 1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento 2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área; 3. Determinar a medida do lado de cada quadrado, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do quadrado; 4. Determine a medida da área de cada quadrado da folha de MDF



Dados das figuras										
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada quadrado										
X	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Medida do lado (L)										
Medida da Área (A)										

Fonte: elaborado pelos autores, 2023.

Análise *a priori* da atividade 01

Para esta atividade é esperado que os alunos sintam inicialmente um pouco dificuldade por ser o primeiro contato deles com o material. Espera-se que os alunos sigam o passo a passo do procedimento e consigam chegar à medida de área de cada quadrado. Inicialmente o aluno deverá considera o lado (L) de um quadradinho do quadriculado do MDF como unidade de comprimento, em seguida deve considerar que cada quadradinho do quadriculado equivale a unidade de área, dessa forma conseguirá determinar a medida do lado de cada quadrado, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do quadrado e por fim determinar a medida da área de cada quadrado da placa de MDF.

Esta atividade propõe uma estratégia para chegar a cálculo de área do quadrado sem a utilização de fórmulas pré-estabelecidas, memorizadas e decoradas.

A atividade de redescoberta tem como finalidade fazer o aluno chegar a uma forma de calcular área do quadrado por meio das atividades sucessivas, e por fim chegar à fórmula.

Quadro 9 - Atividade 02- Área do Retângulo

ATIVIDADE 02

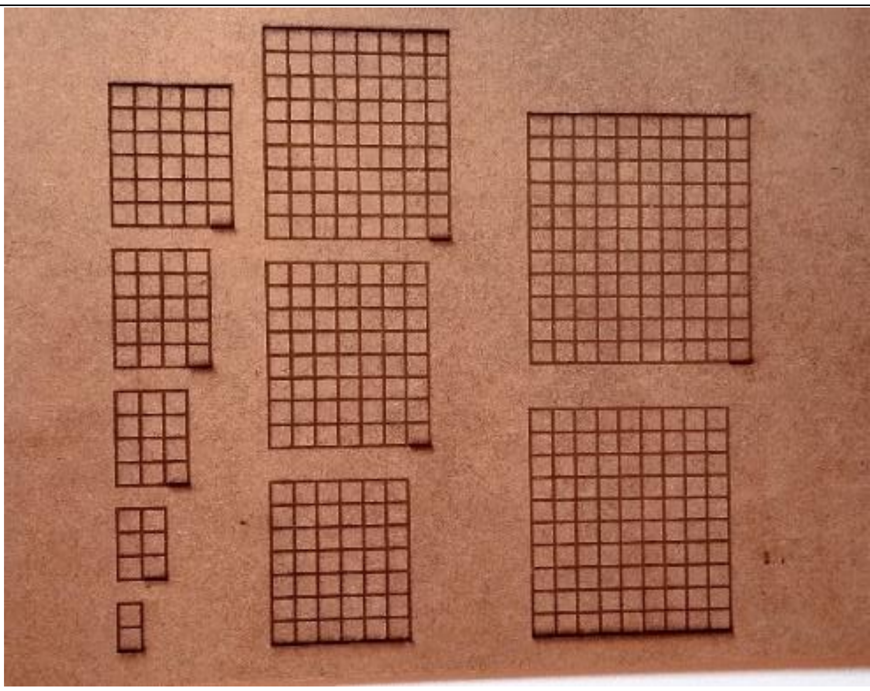
Título: Área do retângulo

Objetivo: calcular área de retângulos

Material: folha de MDF com as figuras, papel com o quadro para anotar os dados e caneta

Procedimentos:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determinar a medida dos lados de cada retângulo, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do retângulo
4. Determine a medida do comprimento e medida da largura de cada retângulo da folha de MDF
5. Determine a medida da área de cada retângulo da folha de MDF.



Dados das figuras

O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada retângulo

X	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10

Medida do comprimento										
Medida da largura										

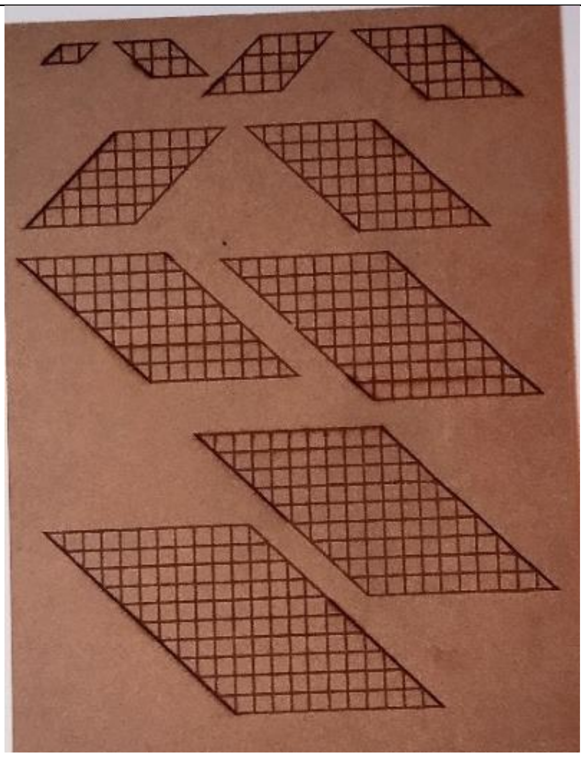
Fonte: elaborado pelos autores, 2023.

Análise *a priori* da atividade 02

Para essa atividade esperamos que os alunos sintam facilidade para calcular a área de cada retângulo, uma vez que o passo a passo é semelhante ao da atividade anterior onde os alunos deverão considerar a medida do lado de um quadradinho do quadriculado do MDF como unidade de comprimento, em seguida deve considerar que cada quadradinho do quadriculado equivale a unidade de área, dessa forma conseguirá determinar a medida do lados, determinado medidas do comprimento e largura e por fim determinar a área de cada retângulo. De forma análoga à atividade 01 esperamos que os alunos consigam chegar à fórmula de área do retângulo através da realização de atividades sucessivas.

Quadro 10 - Atividade 3- área do paralelogramo

ATIVIDADE 03
Título: Área do paralelogramo
Objetivo: calcular área de paralelogramo
Material: folha de MDF com as figuras, papel com o quadro para anotar os dados e caneta
Procedimentos: 1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento 2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área; 3. Determine a medida da base de cada paralelogramo da folha de MDF 4. Determine a medida da altura de cada paralelogramo da folha de MDF 5. Determine a medida da área de cada paralelogramo da folha de MDF



Dados das figuras

O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada do paralelogramo

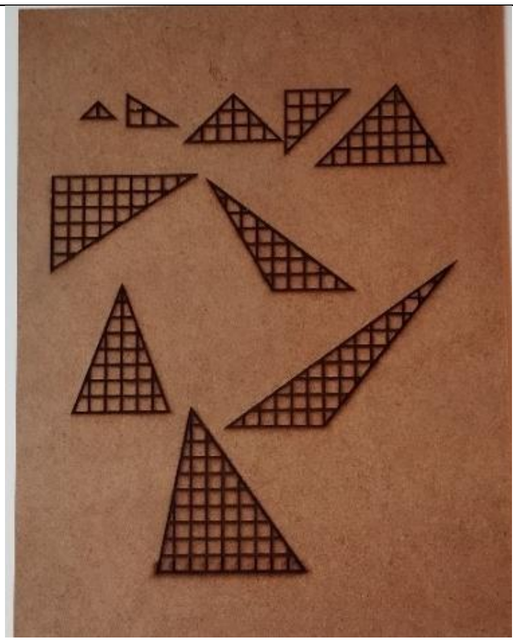
X	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Medida do comprimento										
Medida da largura										
Medida da Área										

Fonte: elaborado pelos autores, 2023

Análise *a priori* da atividade 03

Para esta atividade esperamos que os alunos sintam um pouco de dificuldade para determinar a medida de comprimento e largura, mas esperamos que associam o paralelogramo ao retângulo e consigam relembrar a relação comprimento x largura. Acreditamos que após essa descoberta, os alunos chegaram à conclusão que as fórmulas de área de retângulos e paralelogramos são semelhantes. É esperado que nesta atividade os alunos sintam dúvidas ao fazer a contagem dos quadradinhos uma vez que alguns quadradinhos não estarão completos, aparecendo apenas a metade na figura, de forma que se faz necessário a orientá-los a somar essas metades e obter um quadradinho, de forma que duas metades formam um quadradinho unitário.

Quadro 11 - Atividade 4- área do triângulo

<table>
<tr><td colspan="11" align="center">ATIVIDADE 04</td></tr>
<tr><td colspan="11">Título: Área do triângulo</td></tr>
<tr><td colspan="11">Objetivo: calcular área de triângulos</td></tr>
<tr><td colspan="11">Material: folha de MDF com as figuras, papel com o quadro para anotar os dados e caneta</td></tr>
<tr><td colspan="11">Procedimentos:
1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determine a medida da base de cada triângulo da folha de MDF
4. Determine a medida da altura de cada triângulo da folha de MDF
5. Determine a medida da área de cada triângulo da folha de MDF</td></tr>
<tr><td colspan="11" align="center"></td></tr>
<tr><td colspan="11" align="center">Dados das figuras</td></tr>
<tr><td colspan="11">O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada triângulo</td></tr>
<tr><td>X</td><td>T1</td><td>T2</td><td>T3</td><td>T4</td><td>T5</td><td>T6</td><td>T7</td><td>T8</td><td>T9</td><td>T10</td></tr>
</table>

Medida da base										
Medida da altura										
Medida da área										

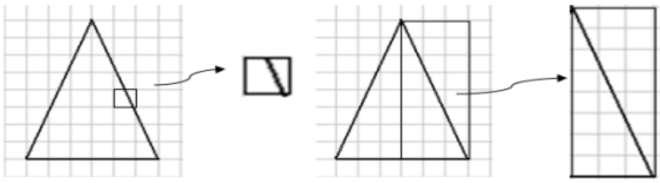
Fonte: elaborado pelos autores, 2023

Análise *a priori* da atividade 04

Para esta atividade esperamos que os alunos consigam chegar à área de triângulos equiláteros e retângulos com facilidade, pois de forma semelhante ao paralelogramo esses os lados tipos de triângulos dividem quadradinhos ao meio, de forma que ao somar as metades obtêm-se um quadradinho inteiro. Tendo em vista que os lados dos triângulos do tipo isósceles e escaleno não cortaram os quadradinhos ao meio, Paula (2011) orienta que os alunos utilizem os seguintes procedimentos para encontrar suas áreas:

Cálculo de área de triângulos equiláteros: considerar metade do triângulo como na figura e realizar de forma que ao fazer o "recorte" tem- se um retângulo, dessa forma calcula-se a área do retângulo e como o lado do triângulo divide o retângulo ao meio é só dividir por 2, então obtêm-se a área do triângulo equilátero.

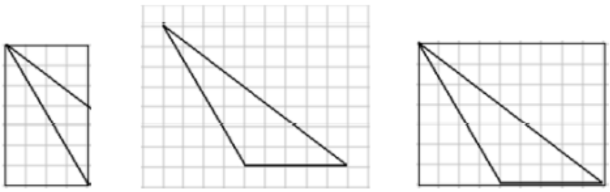
Figura 21 - Área de triângulo



Fonte: Paula (2011)

- Cálculo de área de triângulos isósceles e escaleno:

Figura 22 - Área de triângulo isóscele e escaleno

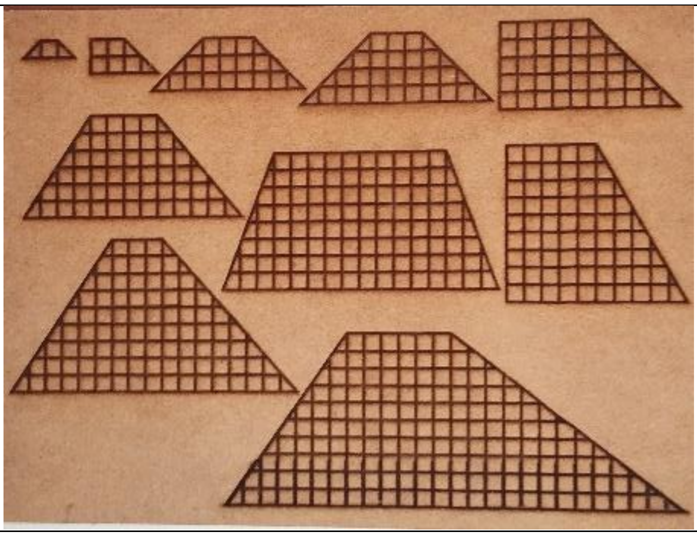


Fonte: Paula (2011)

Para realizar o cálculo de área destes triângulos, deve usar os quadradinhos que compõem toda extremidade do triângulo, formando um retângulo que envolve todo triângulo, a partir daí deve se calcular a área do retângulo, que será a área total da figura, em seguida deverão observar a medida do espaço maior e do espaço menor que estão fora do limite do triângulo, dessa forma tem-se que a área do triângulo = Área Total – Área do espaço maior fora limite do triângulo - Área do espaço menor fora limite do triângulo.

Espera-se que ao realizar a contagem dos quadradinhos e encontrar a área de triângulos de forma sucessiva os alunos consigam chegar à fórmula de área dos triângulos.

Quadro 12 - Atividade 05- área do trapézio

ATIVIDADE 05
Título: Área do trapézio
Objetivo: calcular área de trapézios
Material: folha de MDF com as figuras, papel com o quadro para anotar os dados e caneta
Procedimentos: 1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento 2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área; 3. Determine a medida da base maior de cada trapézio da folha de MDF 4. Determine a medida da base menor de cada trapézio da folha de MDF 5. Determine a medida da altura de cada trapézio da folha de MDF 6. Determine a medida da área de cada trapézio da folha de MDF

Dados das figuras

O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada trapézio										
X	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Medida da diagonal maior										
Medida da diagonal menor										
Medida da altura										
Medida da área										

Fonte: elaborado pelos autores, 2023

Análise *a priori* da atividade 05

Para essa atividade é esperado que os alunos consigam encontrar a área dos trapézios em seus lados, dividem os quadradinhos ao meio, usando a técnica de completar quadrados (metade + metade = um quadradinho). Para os trapézios em que os quadradinhos não são divididos ao meio espera-se que sintam um pouco de dificuldade. Paula (2011) orienta que a decompor os trapézios em outras figuras (vista antes pelos alunos). E realizar o cálculo de forma análoga a ao cálculo de área de triângulos e retângulos.

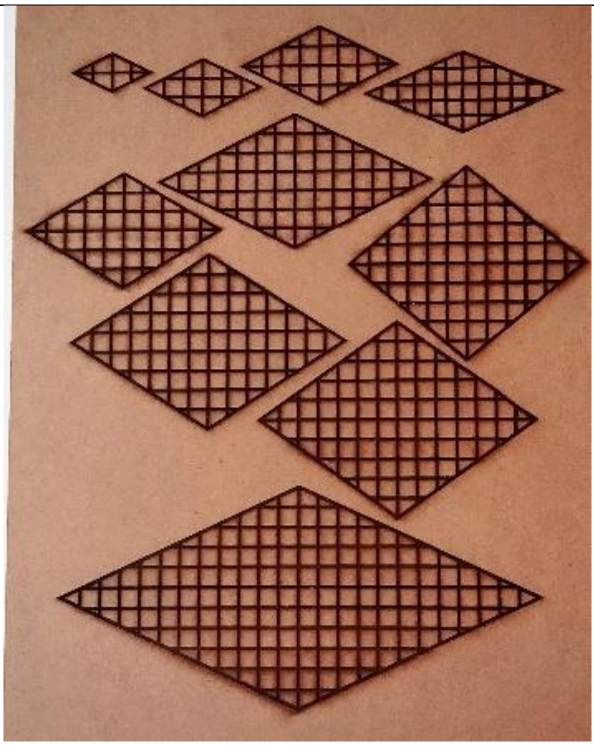
Esperamos que após realizar os processos de contagem, encontre área do trapézio em atividades sucessivas os alunos consigam chegar à fórmula de área do trapézio.

Quadro 13 - Atividade 06- área do losango

ATIVIDADE 06
Título: Área do losango
Objetivo: calcular área de losangos
Material: folha de MDF com as figuras, papel com o quadro para anotar os dados e caneta.
Procedimentos: 1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento 2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;

3. Determine a medida da diagonal maior de cada losango da folha de MDF
4. Determine a medida da diagonal menor de cada losango folha de MDF

Determine a medida da área de cada losango da folha de MDF



Dados das figuras

O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada losango

X	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10
Medida da diagonal maior										
Medida da diagonal menor										
Medida da Área										

Fonte: elaborado pelos autores, 2023

Análise *a priori* da atividade 06

Para esta atividade esperamos que os alunos consigam encontrar com facilidade à área dos losangos onde suas extremidades cortam os quadradinhos pela metade, usando a técnica de completar, onde a soma de duas metades é igual à um quadradinho. Para os losangos que as extremidades não cortam os quadradinhos ao meio Paula (2011) propõe decompor os losangos em outras figuras já vistas pelos alunos. Assim como as outras figuras esperamos que após a realização de atividades sucessivas os alunos consigam chegar à fórmula de área do losango.

3.2.2. Atividade complementar 1- conteúdo de área de quadrado e retângulo

A fim de complementar o estudo de área de quadrado e retângulo através do material de baixo relevo em mdf, desenvolvemos esta atividade contendo 10 questões problemas envolvendo área de quadrado e retângulo, cinco questões para cada figura, para que os alunos colocassem em prática o aprendizado de área com material quadriculado de baixo relevo.

Análise a *priori* da atividade: para essa atividade é esperado que alunos usem os conhecimentos adquiridos nas atividades 1 e 2, que saibam retirar os dados e calcular área quadrado e retângulo.

Análise a *priori* de cada questão:

Questão 1 (adaptada de Paula, 2011)
Uma casa tem duas salas A e B, de mesma largura, sendo que a sala A é quadrada e a outra é retangular. O comprimento da sala A é 8 m, da sala B é 5m. Qual área da sala A?

Análise *a priori*

Esperamos que o aluno sinta um pouco de dificuldade para interpretar a questão e perceber quais dados deve usar para fazer o cálculo, mas após identificar os dados conseguirá resolver essa questão com facilidade, uma vez que já estudou o conteúdo de área de quadrado e retângulo, o aluno deve realizar a multiplicação 8 x 8 para achar o valor da área da sala A.

Questão 2
Calcule a área de um quadrado, sabendo que a medida de seus lados é 5m.

Análise *a priori*

Esperamos que o aluno resolva essa questão com facilidade, uma vez que já estudou o conteúdo de área de quadrado, o aluno deve realizar a multiplicação 5 x 5 para achar a área do quadrado.

Questão (Paula, 2011)
Determine a área de uma região quadrada que sabendo que seu lado mede 17 cm

Análise *a priori*

Esperamos que o aluno resolva essa questão com facilidade, uma vez que já estudou o conteúdo de área de quadrado, o aluno deve realizar a multiplicação 17 x 17 para achar a área do quadrado.

Questão 4 (Paula, 2011)
Um cubo conforme a figura abaixo possui 8 cm de lado. Suas faces são em formato de quadrado. Determine a área total da superfície desse cubo

Análise *a priori*

Esperamos que o aluno sinta um pouco de dificuldade para interpretar o que a questão pede, mas após perceber que precisa calcular a área de uma das faces do cubo e fazer a multiplicação do valor de área 6 vezes, o aluno resolva essa questão, o aluno deve realizar a multiplicação 8x8 para achar a área de uma das superfícies e após isso deve pegar o valor que encontrou e multiplicar por seis.

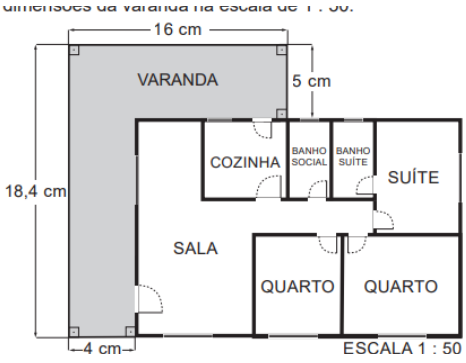
Questão 5 (Paula, 2011)
Quantas lajotas serão necessárias para revestir o piso de um banheiro de área igual a 400 cm², sendo que a lajota é quadrada e possui 10 cm de lado?

Análise *a priori*

Para essa questão é esperado que o aluno sinta um pouco de dificuldade, uma vez que ela envolve além do cálculo de área do quadrado (lajota) à área de um banheiro, o aluno deverá fazer a multiplicação 10x10 para achar a área da lajota e depois deve dividir 400 cm² pela medida de área da lajota.

Questão 6 (ENEM, 2022)
Uma empresa de engenharia projetou uma casa com a forma de um retângulo para um de seus clientes. Esse cliente solicitou a inclusão de uma varanda em forma de L. A figura apresenta a planta baixa desenhada pela empresa, já com a varanda incluída, cujas

medidas, indicadas em centímetro, representam os valores das dimensões da varanda na escala de 1:50.



A medida real da área da varanda, em metro quadrado, é

33,40. B) 66,80. C) 89,24. D) 133,60. E) 534,40.

Análise *a priori*

Para essa questão é esperado que os alunos sintam um pouco de dificuldade para realizar o cálculo, levando em consideração a escala que o desenho foi projetado, pois os alunos deverão exercitar os conhecimentos de área de retângulos e também trabalhar com a escala fornecida. Para essa questão os alunos devem encontrar a área da varanda e converter conforme a escala ou converter os valores conforme a escala e depois realizar o cálculo.

Questão 7 (ENEM, 2015)

Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres (Figura 2).

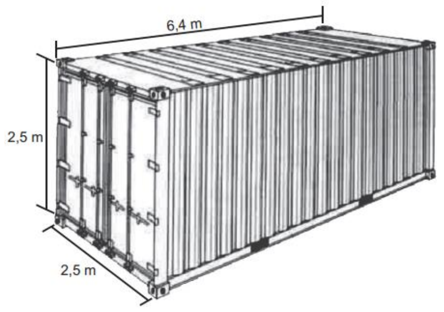


Figura 1

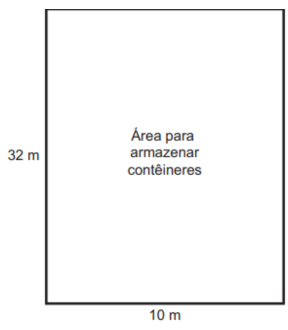


Figura 2

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrarem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é

A) 12,5 m. B) 17,5 m. C) 25,0 m. D) 22,5 m. E) 32,5 m.

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos sintam dificuldade para fazer essa questão uma vez que precisaram calcular a área do local de armazenamento dos contêineres, e depois organizar os contêineres empilhados, para perceber a altura mínima atingida por essa pilha de contêineres. Para fazer essa questão o aluno deverá dividir 32 m por 6,4m para saber quantos contêineres cabem na vertical, deverá dividir 10 m por 2, 5 para saber quantos contêineres cabem na horizontal, então saberá que quantos contêineres cabem na parte de baixo e assim dividir 100 por valor de contêineres cabem na parte de baixo, e então saberá quantas pilhas preencheram o contêiner, ao multiplicar esse valor por 2,5 obterá a altura mínima de contêineres empilhados. Ou ainda poderá fazer o cálculo de área do local de armazenamento dos contêineres 32 x 10 e dividir pela área da superfície do 2,5 x 6, 5, saberá quantos contêineres preenchem o local de local de armazenamento dos contêineres, daí dividir 100 por esse número de contêineres, e então saberá quantos contêineres foram colocados na vertical, e assim poderá multiplicar 2,5 por esse valor e saberá a altura mínima de contêineres empilhados.

Questão 8

O administrador de um campo de futebol precisa comprar grama verde e amarela para cobrir o campo com faixas verdes e amarelas iguais em áreas e quantidades. O campo é um retângulo com 100 m de comprimento e 50 m de largura e, para cada 10 m2 de grama plantada, gasta-se 1 m2 a mais por causa da perda. Quantos m2 de grama verde o administrador deverá comprar para cobrir todo o campo?

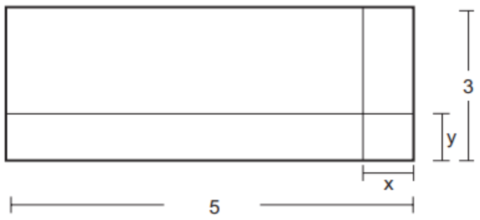
(A) 2250 (B) 2500 (C) 2750 (D) 5000

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, para resolver essa questão os alunos deverão calcular a área do campo de futebol 100x50, dividir por 2 para saber a quantidade de metros quadrados de grama verde que irão precisar, após isso irão dividir a quantidade de metros quadrados de grama verde por 10 m2, aí saberão quantos metros precisam ser acrescentado, então somaram os valores e encontraram a quantos m2 de grama verde o administrador deverá comprar para cobrir todo o campo.

Questão 9 (ENEM, 2012)

Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. Qual é a expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é?



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por

A) 2xy B) 15 − 3x C) 15 − 5y D) −5y − 3x E) 5y + 3x – xy

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos sintam um pouco de dificuldade para resolver essa questão uma vez que precisaram trabalhar expressões algébricas juntamente com a área de retângulo. Para resolver essa questão o aluno precisa perceber que a medida de comprimento é (5-x) e de largura é (3-y), para encontrar a expressão que representa o valor da área precisam multiplicar (5-X) x(3-Y).

Questão 10 (ENEM, 2010)

O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro

biomas continentais brasileiros	área aproximada (km^2)	área / total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata Atlântica	1.110.182	13,04%
Caatinga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	

É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?

1.400 b) 14.000 c) 140.000 d) 1.400.000 e) 14.000.000

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos sintam um pouco de dificuldade para fazer essa questão devido os números serem altos, para resolver essa questão os alunos deverão dividir a área do pantanal pela área de um campo de futebol de 120 x 90.

3.2.3. Atividade complementar 2- conteúdo de área de paralelogramo e triângulo

A fim de complementar o estudo de área de paralelogramo e triângulo através do material de baixo relevo em mdf, desenvolvemos esta atividade contendo 10 questões problemas envolvendo área de paralelogramo e triângulo, cinco questões para cada figura, para que os alunos colocassem em prática o aprendizado de área com material quadriculado de baixo relevo.

Análise a *priori* da atividade: para essa atividade é esperado que alunos usem os conhecimentos adquiridos nas atividades 3 e 4, que saibam retirar os dados e calcular área triângulo e paralelogramo.

Análise a *priori* de cada questão

Questão 1 (Paula,2011)

Determine a área de uma região do plano que tem forma de um paralelogramo cuja base mede 8 cm e a altura correspondente tem 4 cm

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de paralelogramo. Para resolver essa questão precisa fazer a multiplicação 8x4 então saberemos a área de uma região do plano.

Questão 2 (Paula,2011)

A região de uma cartolina é limitada por um paralelogramo que tem 16 cm de comprimento por 9 cm de largura. Qual é a área dessa região?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de paralelogramo. Para resolver essa questão precisa fazer a multiplicação 16x9 assim obteremos a área do paralelogramo.

Questão 3 (Paula,2011)
Um paralelogramo tem base igual a 25 cm e altura igual a 12 cm. Calcule sua área

Análise *a priori*

Acreditamos que os alunos podem sentir um pouco de dificuldade para resolver essa questão, uma vez que precisam fazer a multiplicação 25x12, ambos números com dois dígitos.

Questão 4
Qual a área do paralelogramo que tem base igual a 16 cm e altura igual a 13 cm.

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de paralelogramo, para resolvam essa questão precisam fazer a seguinte operação 16 x 13.

Questão 5
Calcule a área do paralelogramo que tem base igual a 20 cm e altura igual a 15 cm

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de paralelogramo, para resolvam essa questão precisam fazer a seguinte operação 20 x 15.

Questão 6 (Paula,2011)

Em um painel de publicidade está desenhado um triângulo. Sabendo se para cada m² desse triângulo foram usados 200 ml de tinta, e sua altura mede 3 m e sua base 2 m, quantos ml de tinta foi gasto para pintar esse triângulo?

Análise *a priori*

Para essa questão é esperado que os alunos resolvam essa questão com facilidade, uma vez que já estudaram o conteúdo de área de triângulo. Para resolver essa questão deverão multiplicar 3 x 2, dividir por 2 e multiplicar por 200ml e assim obter quantos ml de tinta foi gasto para pintar esse triângulo.

Questão 7 (Paula,2011)

Qual a área de um triângulo de base 25 cm e altura igual a 12 cm?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de triângulo, para resolver essa questão precisam fazer a seguinte operação 25 x 12, e dividam o valor encontrado por 2.

Questão 8 (Paula,2011)

Qual é a área de um triângulo cuja altura mede 13 cm e a base mede 6 cm?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de triângulo, para resolver essa questão precisam fazer a seguinte operação 13 x 6, e façam divisão por 2.

Questão 9

Sabendo que a altura de um triângulo mede 30 cm e sua base 15 cm. Qual a área desse triângulo?

Análise *a priori*

Acreditamos que os alunos podem sentir um pouco de dificuldade para resolver essa questão, uma vez que precisam fazer a multiplicação 30x15, ambos números altos, para resolver essa questão os alunos precisam dividir o resultado da multiplicação 30x15 por 2.

Questão 10
Uma peça de tecido é formada por 3 triângulos iguais. Sabendo que a base de cada triângulo mede 20 cm e a altura 16 cm. Qual á a área da peça?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, para resolver essa questão precisaram multiplicar 20 x 16, dividir por 2 e depois multiplicar 3.

3.2.4. Atividade complementar 3 - conteúdo de área de Trapézio e losango

A fim de complementar o estudo de área de trapézio e losango através do material de baixo relevo em mdf, desenvolvemos esta atividade contendo 10 questões problemas envolvendo área de trapézio e losango, cinco questões para cada figura, para que os alunos colocassem em prática o aprendizado de área com material quadriculado de baixo relevo.

Análise a *priori* da atividade: para essa atividade é esperado que alunos usem os conhecimentos adquiridos nas atividades 5 e 6, que saibam retirar os dados e calcular área trapézio e losango.

Análise a *priori* de cada questão

Questão 1

O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido em cerâmica.

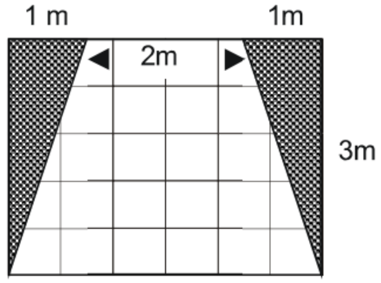
Qual é a área do piso que será revestido com cerâmica?

(A) 3 m2

(B) 6 m2

(C) 9 m2

(D) 12 m2



Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de trapézio, para resolver essa questão precisam fazer a soma das bases (6 +4) multiplicar pela altura (5) e depois dividir por 2.

Questão 2 (adaptado de Cardoso, 2018)

Um pátio em forma de trapézio isósceles, cujas dimensões, 31 m de base maior, 7 m de base menor e 15 m de lado, deve ser cimentado. Qual a área desse pátio?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam sintam dificuldade para resolver essa questão, levando em consideração que precisaram fazer multiplicação com números de dois dígitos, para resolvam essa questão precisam fazer a soma das bases (31+7) multiplicar pela altura (15) e depois dividir por 2.

Questão 3 (adaptada de Dante, 2009)

Um terreno tem formato de um trapézio, tendo como medidas base maior igual 12m, base menor igual a 4 m e 5 metros de largura (altura). Qual a área desse terreno?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de trapézio, para resolver essa questão precisam fazer a soma das bases (12 +4) multiplicar pela altura (5) e depois dividir por 2.

Questão 4
Um agricultor separou uma parte de seu terreno para o cultivo de verduras, o terreno separado tem formato de um trapézio que tem com medidas base maior igual 8m, base menor igual a 3 m e 4 metros de largura (altura). Qual a área destinada para o cultivo de verduras?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de trapézio, para resolver essa questão precisam fazer a soma das bases (8 +3) multiplicar pela altura (4) e depois dividir por 2.

Questão 5
Um jardim foi construído entre uma casa e uma cerca, esse jardim tem o formato de um de um trapézio, medindo 3 metros ao lado casa e 2 metros ao lado da cerca, sabendo que a distância da cerca até a casa é de 2 metros. Qual a área desse jardim?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram área de trapézio, para resolver essa questão precisam fazer a soma das bases (3 +2) multiplicar pela altura (2) e depois dividir por 2.

Questão 6
Em um terreno de 8 metros por 3 metros foi construída uma piscina com formato de um losango cujas diagonais medem 8 cm e 3cm. Qual a área ocupada pela piscina?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de losango, para resolver essa questão precisam fazer multiplicar as diagonais (8 x 3) e depois dividir por 2.

Questão 7 (Paula, 2011)
Joana que confeccionar uma toalhinha na forma de um losango, cujas diagonais meçam 24 cm e 16 cm. Quantos cm² terá a toalhinha?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos tenham dificuldade para resolver essa questão, levando em consideração que precisaram fazer multiplicação de dois dígitos, para resolver essa questão precisam fazer multiplicar as diagonais (24 x 16) e depois dividir por 2.

Questão 8 (Paula, 2011)
João que fazer uma pipa em forma de losango, de tal maneira que as varetas meçam 95 cm e 60 cm. Quantos cm² de papel de seda João irá usar para fazer essa pipa?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos tenham dificuldade para resolver essa questão, levando em consideração que precisaram fazer multiplicação de dois dígitos, para resolver essa questão precisam fazer multiplicar as diagonais (95 x 60) e depois dividir por 2.

Questão 9 (Paula, 2011)
Qual a área de um açude que possui aproximadamente a forma de um losango, cujas diagonais medem 400 m e 800 m?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos tenham dificuldade para resolver essa questão, levando em consideração que precisaram fazer multiplicação de três dígitos, para resolver essa questão precisam fazer multiplicar as diagonais (400 x 800) e depois dividir por 2.

Questão 10
Qual área de um losango cujas diagonais medem 16m e 10m?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de losango, para resolver essa questão precisam fazer multiplicar as diagonais (16 x 10) e depois dividir por 2.

3.3.5. Atividade de aprofundamento

Nessa seção apresentaremos uma atividade com 12 exercícios/ questões envolvendo o cálculo de área de figuras planas, essa atividade tem por objetivo verificar se a metodologia utilizada para ensinar cálculo de área de figuras planas foi eficiente, de forma que os alunos possam aplicar os conhecimentos adquiridos nesses exercícios. A atividade fixação é constituída por 12 questões contextualizadas, sendo algumas adaptadas das pesquisas que usamos em nosso referencial teórico.

Análise a *priori* da atividade: para essa atividade é esperado que alunos apliquem os conhecimentos adquiridos nas atividades em MDF e nas atividades complementares, retirem os dados das questões e calculem a área de quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, trapézio e losango.

Análise a *priori* de cada questão

Questão 1
Um fazendeiro destinou parte de sua propriedade para a construção de um celeiro, o terreno separado tem formato retangular de 30 m de comprimento por 20 m de largura, qual área que esse celeiro ocupará na fazenda?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de retângulo, para resolver essa questão precisam fazer a multiplicação 30 x 20.

Questão 2 (Cardoso, 2018)

Uma cadeira tem o seu assento na forma de um quadrado. Suponhamos que uma formiga, partindo de um dos cantos da cadeira anda três metros para contornar todo o assento. Qual é a área do assento da cadeira?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos sintam um pouco de dificuldade para resolver essa questão, levando em consideração que precisaram trabalhar número decimais, para resolver essa questão precisam dividir 3 por 4 e então elevar ao quadrado o valor encontrado na divisão ¾ para saber a área do assento da cadeira.

Texto para questões 3 e 4 (adaptada de Cardoso, 2018)

Uma piscina quadrada de 4 m de lado foi construída num terreno retangular de 12 m de comprimento por 8 m de largura.

Questão 3- Qual a medida da área ocupada pela piscina?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de quadrado, para resolver essa questão precisam fazer a multiplicação 4 x 4.

Questão 4- Qual medida do terreno?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de retângulo, para resolver essa questão precisam fazer a multiplicação 12 x 8.

Questão 5 (adaptada de Cardoso, 2018)

O piso de entrada de um prédio está sendo reformado e revestido em cerâmica, o piso tem o formato de trapézio e tem como medida de base maior 6 metros, base menor 3 metros e altura igual a 5 metros, qual medida da área desse piso?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram área de trapézio, para resolver essa questão precisam fazer a soma das bases (6 +3) multiplicar pela altura (5) e depois dividir por 2.

Questão 6 (adaptada de Cardoso, 2018)
Um empresário comprou um terreno de forma retangular que tem 15 m de frente por 40 m de profundidade. Nesse terreno, construiu uma casa que tem a forma de um losango, com diagonais medindo respectivamente 12 m e 24 m. Qual a medida dessa casa?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de losango, para resolver essa questão precisam fazer multiplicar as diagonais (24x 12) e depois dividir por 2.

Questão 7 (adaptado de Cardoso, 2018)
Um pátio em forma de trapézio isósceles, cujas dimensões, 31 m de base maior, 7 m de base menor e 15 m de lado, deve ser cimentado. Qual a área desse pátio?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de trapézio, talvez sintam dificuldade para realizar a multiplicação com números altos, para resolvam essa questão precisam fazer a soma das bases (31 +7) multiplicar pela altura (15) e depois dividir por 2.

Questão 8
Em um parque a seção de brinquedos foi colocada em um espaço com formato de um losango com diagonais medindo respectivamente 7 metros e 3 metros. Qual a medida de área dessa seção de brinquedos?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de losango, para resolver essa questão precisam fazer multiplicar as diagonais (7 x 3) e depois dividir por 2.

Texto para as questões 9 e 10

Uma cidade tem formato de um paralelogramo tendo como medidas 12 km comprimento e 8 km de largura (altura), no centro da cidade foi construída uma praça na forma de um triângulo de base 30 m e altura 15m.

Questão 9-Qual a medida em área da cidade?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de paralelogramo, para resolvam essa questão precisam fazer a multiplicação 12 x 8.

Questão 10 -Qual a medida em área da praça?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de paralelogramo, para resolver essa questão precisam fazer a multiplicação 30x15 e dividir o resultado por 2.

Questão 11
Um jardim foi construído na forma de um triângulo de base 8 em altura 3 metros. Qual área desse jardim?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de paralelogramo, para resolver essa questão precisam fazer a multiplicação 8 x 3 e dividir o resultado por 2.

12. Questão (Cardoso, 2018)
Um terreno apresenta a forma geométrica de um paralelogramo de 20 m de comprimento por 12 m de largura. Qual a medida da área ocupada por esse terreno?

Análise *a priori*

Esperamos que os alunos resolvam essa questão com facilidade, levando em consideração que estudaram o conteúdo de área de losango, para resolver essa questão precisam fazer multiplicar as diagonais (20 x 12) e depois dividir por 2.

3.3. Material de apoio para ensino de figuras planas

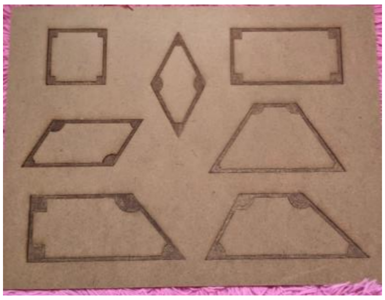
Além da sequência de didática desenvolvemos um material de apoio para trabalhar as figuras planas, ciente de que os participantes da pesquisa não haviam estudado em escola regular e que não conheciam todas as figuras planas que iríamos trabalhar o conteúdo de área, nos antecipamos e desenvolvemos dois materiais com algumas figuras planas, triângulos e quadriláteros.

O material foi construído em duas placas de mdf, sendo uma para triângulos e outra para quadriláteros, de um lado placa de mdf fizemos o contorno das figuras em baixo relevo com ajuda de um laser e do outro lado da placa fizemos figuras em EVA. O material foi usado durante todos os encontros para verificar os avanços dos participantes nessa atividade, verificar o conhecimento deles sobre as figuras planas. Mostramos para eles elementos das figuras como: base, base maior e menor quando haviam, altura, comprimento, largura, ângulos e diagonais maiores e menores.

3.3.1. Quadriláteros em baixo relevo no mdf

O lado do mdf com os quadriláteros em baixo relevo foi feito com laser, mostrando o contorno das figuras, e os ângulos internos, quadradinhos de 1x1 para representar ângulos de 90º e cavados maiores para representar ângulos de 120º, cavados menores 60º, e outros cavados distintos para representar outros ângulos. A placa continha sete quadriláteros distintos sendo um quadrado, losango, trapézio retângulo, retângulo, paralelogramo, trapézio isósceles e trapézio escaleno.

Figura 23 - Quadriláteros em baixo relevo



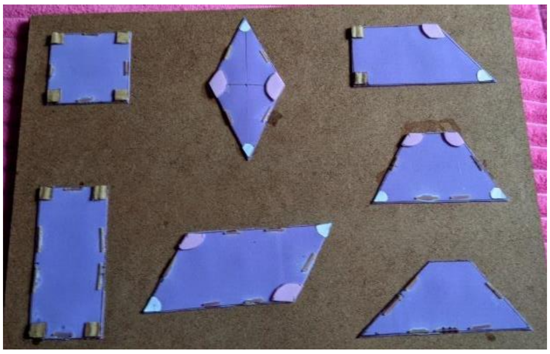
Fonte: dados da pesquisa, 2023

Esperávamos que o aluno conseguisse perceber os ângulos internos e por meio do contorno identificar as figuras que ele já conhecia, questionar o nome daquelas que ele não conhecia.

3.3.2. Quadriláteros em EVA

Fizemos o desenho dos quadriláteros em placas de EVA, recortamos e colamos na placa de MDF, a placa com os quadriláteros continha sete quadriláteros distintos sendo um quadrado, losango, trapézio retângulo, retângulo, paralelogramo, trapézio isósceles e trapézio escaleno, para essas figuras usamos quadradinhos de 1x1 em papelão para exemplificar ângulos de 90º e EVA e papel A4 para representar outros ângulos, usamos papéis diferentes texturas para que o participante conseguisse identificar os ângulos como iguais ou diferentes entre si, também utilizamos pequenos pedaços de macarrão para representar a medida dos lados, se a figura tinha uma única medida de lados colocamos apenas um pedaço de macarrão para cada lado, se tinham 2 a dois lados opostos iguais fazíamos um lado com um macarrão e outro com dois pedaços de macarrão.

Figura 24 - Quadriláteros em EVA



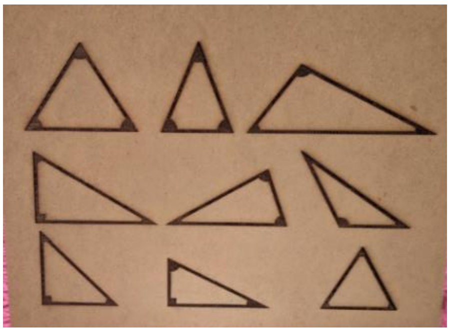
Fonte: dados da pesquisa, 2023

Esperávamos que o aluno conseguisse identificar no primeiro momento os ângulos de 90º grau, ângulos menores e maiores que 90º grau, e também os lados iguais das figuras, em seguida nomear as que conhecia ou perguntar os nomes das figuras que não conhecesse.

3.3.3. Triângulos em baixo relevo no mdf

Na placa de mdf com os triângulos em baixo relevo continha o contorno de nove triângulos distintos, sendo três triângulos classificados quantos aos lados equilátero, isósceles e escaleno, três triângulos classificados quanto aos ângulos, retângulo, acutângulo, obtusângulo, e outros três classificados quanto à lados e ângulos, os triângulos também tinham em baixo relevo pequenos cavados para representar os ângulos internos, se um triângulo tinham todos os ângulos iguais, os cavados que representavam os ângulos deveriam ter o mesmo tamanho, se tinha um ângulo de 90º o cavado deveria ter o formato de um quadradinho, se tinha ângulo maior que 90º deveriam ser percebidos pela maior abertura e cavados menores representavam ângulos menores que 90º.

Figura 25 - Triângulos em baixo relevo



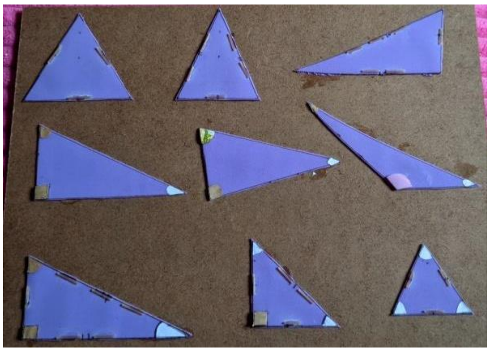
Fonte: dados da pesquisa, 2023

Para este material era esperado que os participantes conseguissem identificar por meio dos contornos dos lados medidas de lados iguais ou não, e por meio dos ângulos de iguais a 90º, menores ou maiores que 90º, para assim pudessem classificar os triângulos.

3.3.4. Triângulos em EVA

Fizemos o desenho dos triângulos em placas de EVA, recortamos e colamos na placa de MDF, a placa continha nove triângulos distintos, sendo três triângulos classificados quantos aos lados equilátero, isósceles e escaleno, onde colamos nas laterais da figura pequenos pedaços de macarrão para representar as medidas de cada lado, três triângulos classificados quanto aos ângulos, onde usamos quadradinhos de 1x1 em papelão para exemplificar ângulos de 90º , EVA para representar ângulos maiores que 90 º e papel A4, papelão e um outro papel liso para representar outros ângulos distintos, os outros três triângulos estavam classificados quanto à lados e ângulos, tinham tanto os macarrões quanto os papéis que representavam os ângulos.

Figura 26 - Triângulos em EVA



Fonte: dados da pesquisa, 2023.

Para esse material era esperado que o aluno no primeiro momento identificasse as características dos triângulos, lados iguais, ângulos iguais a 90º menores e maiores de 90º, questionasse o nome de cada triângulo segundo a sua classificação.

4. EXPERIMENTAÇÃO

Está seção tem por finalidade apresentar os resultados da terceira fase da engenharia didática a experimentação, onde fizemos aplicação de uma sequência didática, descreveremos o perfil dos participantes da pesquisa, local da experimentação, requisitos legais e autorizações, bem como a natureza das informações que serão produzidas durante a experimentação. Também serão descritos as técnicas e instrumentos que serão utilizados para a produção das informações durante a experimentação.

Esta pesquisa tem abordagem qualitativa e quantitativa, na abordagem qualitativa realizamos uma investigação centrada no processo de ensino e aprendizagem de pessoas cegas, o estudo foi realizado fora do ambiente educacional, consideramos na abordagem qualitativa as estratégias e o níveis de raciocínio que os participantes usaram para resolver as das situações-problemas. Na abordagem quantitativa consideramos a frequência de erros e de acertos para cada uma das situações-problemas

A coleta de dados foi realizada no decorrer de cada contanto com o aluno, se deu em seis encontros, o primeiro e o segundo cunho exploratório e diagnóstico, o terceiro, quarto e quinto encontro se deram de forma interativa e constitutiva de conceitos de área de figuras planas, o sexto encontro teve cunho diagnóstico a fim de perceber se o conteúdo ensinado havia sido absorvido pelos participantes. A aplicação na pesquisa ocorreu nos meses de outubro e novembro.

Usamos como instrumentos para a coleta de dados, um questionário com 24 perguntas, um pré-teste, das 10 atividades, sendo 6 atividades de aprendizagem e quatro de fixação, um pós-teste, e um material de apoio sobre figuras planas. A produção das informações se deu a partir da análise dessas atividades, onde analisamos os resultados obtidos em cada atividade, observações dos pesquisadores durante a aplicação das atividades, gravações de áudio e fotos. O experimento ocorreu em seis sessões de 2 horas e foram aplicadas cerca de 12 atividades e o material de apoio.

A análises dos dados foi feita mediante a tabulação dos resultados obtidos em cada atividade, analisamos as gravações em áudios, as imagens e posteriormente os resultados obtidos em cada atividade. a fim de verificar o desenvolvimento do aluno no decorrer da pesquisa, fizemos uma investigação nos primeiros dois encontros acerca do quanto o aluno conhecia do conteúdo de área. Nos outros encontros trabalhamos o conteúdo de forma lúdica e interativa, após o processo constitutivo de conhecimento, analisamos o quanto o aluno aprendeu com a utilização de materiais concretos no processo de ensino e aprendizagem de área de figuras planas.

4.1. **Local de aplicação da pesquisa**

Em maio de 2023 entramos em contato com colegas professores de matemática de vários municípios a fim de descobrir se algum deles lecionava para alunos cegos ou se havia alunos cegos nas escolas que lecionam, estes professores fizeram a ponte com diretores e coordenadores pedagógicos que nos enviaram contanto de secretários de educação de vários municípios.

Os municípios que entramos em contato foram: Aurora do Pará, Ipixuna, Irituia, Mãe do Rio, São Miguel do Guamá, Tomé-açu, estes são municípios vizinhos do município que a pesquisadora reside (Irituia), esses contatos revelaram não haver alunos cegos inserido no ensino fundamental destes municípios, e quando havia eram em escola da zona rurais e devido à distância impossibilitava a pesquisadora de ir até o local regularmente durante aplicação da pesquisa. Foi definido pelos pesquisadores que a pesquisa deveria ser aplicada em um local que ficasse viável para a pesquisadora principal realizada a pesquisa sem transtornos.

A pesquisa deveria ser aplicada em uma escola de ensino fundamental com alunos do 8° ou 9° ano, mas após percebemos que não havia nos municípios vizinhos alunos cegos inserido nestas turmas, reunimos com o orientador da pesquisa onde ficou decidido que a pesquisa poderia ser aplicada com pessoas cegas que não estivessem em uma rede de ensino e ainda não tivessem visto o conteúdo de área.

Dessa forma a pesquisa foi aplicada com um número de pessoas pequeno e não em uma sala de aula, participaram da pesquisa dois jovens cegos, de uma comunidade da zona rural do município de Irituia, mesma comunidade em que a pesquisadora reside. Os encontros com os participantes foram feitos em uma sala de um salão de evento de umas da igreja da comunidade. Este espaço foi escolhido para aplicação da pesquisa por ser próximo a residência de ambos os participantes, o espaço contém mesas e cadeiras e quadro de aula, a igreja utiliza o espaço para aulas infantil da Escola Bíblica Dominical e durante a alguns dias da semana outros professores da comunidade utilizam o espaço para aulas de reforço.

4.2. Aplicação da pesquisa

Usamos como recursos para aplicação da sequência didática, um pré-teste contendo 10 questões, uma sequência de atividades com material concreto conteúdo 6 atividades em placas de MDF e três atividades complementares com questões problemas, uma atividade de aprofundamento do contendo 12 questões problemas contextualizadas, pós teste com 10 questões e um material de apoio para ensinar figuras planas.

As placas de MDF tem como medidas 30 cm de largura e 40 cm de comprimento, o designer das figuras foi feito utilizando laser, cada placa de mdf com figuras custou cerca de 90 reais, cada placa é referente a área de uma figura plana, contendo 10 figuras distintas em malha quadriculada e baixo relevo, as placas em mdf.

A sequência de atividades proposta nesta pesquisa foi aplicada seguindo as fases da atividade de redescoberta do ensino por atividade experimentais de Sá (2019) a atividade de redescoberta é estruturada nos seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização. Usamos a atividade de redescoberta para aplicação das atividades 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Esse recurso metodológico possibilita o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática.

Considerando o ensino por atividade experimentais de redescoberta, na fase de organização entregamos para os participantes o recurso didático que deveria ser usada na aula (placa de MDF), na fase de apresentação falamos sobre o conteúdo do material disponibilizado, na fase de execução os participantes receberam as devidas orientações e realizaram a atividades, na fase de registros os participantes nos repassavam suas observações e fazíamos para eles anotações na folha com quadro dos dados, na fase de institucionalização o participante apontava como conseguiu perceber um método para realizar o cálculo de área.

As atividades complementares e a atividade de aprofundamento foram aplicadas usando como recurso metodológico a resolução de problema por objetivo, considerando que na resolução de problema por objetivo ensina-se matemática a fim de resolver problemas, de forma que a maneira de pensar desse tipo de questões seja suficiente ao processo de ensino da matemática. Considerando que antes da aplicação dessas atividades com questões problemas o conteúdo de área foi estudado, então espera-se que os participantes saibam resolver os problemas propostos nessas atividades.

A aplicação da pesquisa foi feita em seis encontros, com duração de duas horas cada encontro, os dois primeiros encontros foram destinados para aplicação do questionário socioeducacional, material de apoio para ensino de figuras planas e um pré-teste a fim de conhecer o perfil dos participantes, o segundo, terceiro e quarto encontros destinados a referente ao ensino de área usando como recurso as placas de MDF e três atividades complementares com questões problemas, no sexto encontro fizemos a aplicação da de aprofundamento e do pós-teste.

Quadro 14 - Cronograma das atividades

Data	Encontro	Atividade
18/10/2023	1°	Conhecer o participante A, questão de ética (TCLE), questionário socioeducacional, usar o material de apoio para ensinar as figuras planas e pré-teste.
19/10/2023	2°	Conhecer o participante B, questão de ética (TCLE), questionário socioeducacional, usar o material de apoio para ensinar as figuras planas e pré-teste.
20/10/2023	3°	Material de apoio para reconhecer as figuras planas. Atividade 1 e 2 – estudo de área de quadrado e retângulo Atividade complementar 1
02/11/2023	4°	Material de apoio para reconhecer as figuras planas. Atividade 3 e 4 - estudo de área de Paralelogramo e triângulo, Atividade complementar 2
08/11/2023	5°	Material de apoio para reconhecer as figuras planas. Atividade 5 e 6- Estudo de área de Trapézio e losango Atividade complementar 3
30/11/2023	6°	Material de apoio para sondar o conhecimento adquirido das figuras planas. Atividade de aprofundamento e pós-teste

Fonte: dados da pesquisa, 2023

A seguir descreveremos detalhadamente como sucederam nossos encontros durante a aplicação desta pesquisa.

4.3. Primeiro e segundo encontro

O primeiro e o segundo encontro tiveram como objetivo conversar com os participantes sobre a pesquisa, havíamos mencionado anteriormente sobre a pesquisa para eles por meio do aplicativo de mensagem online **WhatsApp**, conhecemos os participantes em 2018 durante uma das reuniões da igreja que frequentamos, no decorrer dos anos tivemos a oportunidade de conhecer um pouco das dificuldades enfrentadas por eles no que diz respeito ao acesso à educação, no decorrer da pesquisa falaremos um pouco mais sobre essas dificuldades.

Ambos os participantes têm cegueira adquirida, causada por glaucoma congênito, durante a infância e uma parte da adolescência conseguiam visualizar o mundo, conheceram objetos, letras, números, cores, mas com passar dos anos a visão foi se desgastando se transformando em baixa visão e se degradando de forma que hoje é bem limitada, eles não sabem a fase certa em que a visão se desgastou a esse ponto, pois o glaucoma é uma doença generativa silenciosa.

Para Silva (2016) o glaucoma congênito é uma doença ocular grave, que quando não diagnosticada cedo ou não tratada de forma correta pode levar à cegueira. Segundo Doucette, et al (2015 apud Peixoto, 2016), o glaucoma é uma neuropatia degenerativa progressiva, que causa a morte das células ganglionares da retina e consequentemente a redução no campo visual. Li Y (2013 apud Silva, 2016) aponta que as doenças oculares congênitas são a principal causa de cegueira em crianças.

> Glaucoma é um termo usado para descrever um grupo de doenças que têm em comum a degeneração progressiva do nervo óptico, causando comprometimento visual e, eventualmente, cegueira. Coletivamente, o glaucoma é a principal causa de cegueira irreversível em todo o mundo (Wiggs e Pasquale, 2017, p. 21).

Conforme Peixoto (2016, p. 6) “existem vários tipos de glaucomas”, sendo “mais comum o glaucoma primário de ângulo aberto (GPAA)”, é uma patologia crônica onde o aumento da PIO causa danos irreversíveis ao disco óptico” causando a cegueira. Segundo Chang e Shing (2013 apud Peixoto, 2016) ainda é difícil diagnosticar a doença uma vez que é uma doença é silenciosa e de difícil diagnóstico, além de não ter um teste discriminatório único, quando a pessoa descobre a doença está bem evoluída e consequente tem-se a perda de campo visual.

Atualmente um dos participantes consegue identificar a luz, sabe diferenciar dia e noite, visualizar algumas coisas, caminhar pequenas distâncias conhecidas sozinho, o outro tem um pouco de dificuldade para se locomover sozinho pois, quase não consegue identificar a luz, ambos são independentes em suas casas por ser um ambiente conhecido.

O primeiro encontro aconteceu no dia 18 de outubro de 2023 com o participante A e o segundo encontro aconteceu no dia 19 de outubro de 2023 com o participante B, nesses encontros conversamos com os participantes sobre a pesquisa, cronograma de aplicação, Termo de Consentimento Livre Esclarecido (apêndice), fizemos a aplicação do questionário socioeducacional (apêndice), material de apoio para conhecer e reconhecer as figuras planas do pré-teste (apêndice).

Após falarmos sobre a pesquisa, falamos sobre o Termo de Consentimento Livre Esclarecido, deixando claro a importância do termo ser assinado pela segurança do participante, o TCLE continha informações da pesquisa como título da pesquisa, nome dos pesquisadores, objetivo da pesquisa, relevância do estudo para educação de pessoas cegas e finalidade dos dados coletados.

Também constava no TCLE a solicitação para participar de sessões de estudo com duração no máximo de duas horas para a aplicação da metodologia de ensino durante no período máximo de dois meses, pedimos também autorização para utilizar os resultados da pesquisa na dissertação de Mestrado, e posteriormente apresentar os resultados deste estudo em eventos científicos, publicação em revistas, asseguramos o anonimato dos participantes, deixamos claro que a participação na pesquisa era voluntária e caso desejasse em algum momento não participar mais o participante não sofreria dano algum.

Lemos o texto que o TCLE continha e deixamos espaço para os participantes fazerem perguntas, respondemos os questionamentos, após os participantes terem ciência do universo da pesquisa e dos fins do estudo o TCLE foi devidamente assinado, ficamos com uma cópia do TCLE e disponibilizamos outra para cada um dos participantes.

Para conhecer o perfil dos participantes fizemos aplicação de um questionário para traçar um perfil dos participantes com perguntas relacionadas à idade, escolaridade, tipo de educação que tiveram, frequência que estudam, dificuldades em matemática, conhecimento de figuras geométricas, perímetro e área. A fim de manter a identidade dos participantes, iremos chamá-los de participante A e participante B.

4.3.1. Resultado do questionário socioeducacional

Segundo Ventura (2007) é preciso definir em uma pesquisa científica o objeto de estudo e, a partir daí, construir um processo de investigação, delimitando o universo que será estudado. A análise dos dados acerca do perfil dos participantes da pesquisa revela que os dois participantes são do sexo masculino, com faixa etária entre 30 e 35 anos de idade.

Acerca do nível de escolaridade ambos responderam ter o Ensino Médio Completo (antigo 2º Grau). O ensino médio é a etapa final da Educação Básica, segundo Brasil (2018) é um direito público subjetivo de todo cidadão brasileiro. Segundo a lei Docente nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional currículo do ensino médio deve composto pelas quatro áreas de conhecimentos estabelecida pela Base Nacional Comum Curricular (I – linguagens e suas tecnologias; II – matemática e suas tecnologias; III – ciências da natureza e suas tecnologias; IV – ciências humanas e sociais aplicadas) e por itinerários formativos (formação técnica e profissional).

O ensino médio é definido segundo grau ou educação básica, é o nível de estudo exigido para quem deseja prestar vestibular para fazer um curso de nível superior, e muitas vezes participar de um concurso ou processo seletivo para algumas vagas de emprego. Levando isso em consideração, os participantes desejam ter o diploma de ensino para ter mais oportunidades, seja para entrar em universidade ou para ingressar no mercado de trabalho.

Perguntamos para os participantes da pesquisa qual o tipo de escola em que você estudou? Ambos responderam que não estudaram em escola regular, estudaram pelo Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA).

Os participantes relataram que não estudaram quando crianças, adolescente por falta de oportunidades, houve uma época que conseguiram frequentar uma escola regular, no qual havia a promessa de um ensino inclusivo, no entanto os professores não possuíam capacitação para ensinar para alunos cegos, a escola também não possuía recursos necessários para garantir a acessibilidade, uma outra dificuldade apontada foi a locomoção, visto que residiam na zona rural enquanto que a escola ficava localizada na cidade, e para se locomover precisavam pegar o transporte escolar e alguém para acompanhá-los no percurso para escola, considerando essas dificuldades ambos ficaram desmotivados e saíram da escola.

Ao longo dos anos começou a estudar por conta própria, por meio do Youtube, de vídeos aulas e pdf. Um dos irmãos tomou conhecimento do ENCCEJA e com o incentivo da família ambos começaram estudar para fazer a prova de ensino fundamental para conseguir diploma e posteriormente fizeram também a prova para conseguir o diploma do ensino médio.

Teixeira (INEP) (2023) o Encceja tem por finalidade aferir competências, habilidades e saberes para jovens e adultos que não concluíram o Ensino Fundamental ou Ensino Médio na idade adequada, vem sendo aplicado desde 2002 após a publicação da portaria n° 77, de 16 de agosto de 2002, que determina no artigo 1º: a realização do Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos - Encceja/2002. A prova é desenvolvida e aplicada pelo Inep, no entanto os responsáveis pela emissão do certificado e declaração de proficiência são Secretarias Estaduais de Educação e Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, que aderiram ao Encceja.

Sabe-se que o exame é destinado para jovens e adultos brasileiros residentes no país ou no exterior que não concluíram o ensino fundamental ou médio em idade própria. Conforme o site do Inep (2023) o art. 38, §1º e §2º da Lei de Diretrizes e Base (LDB), a Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996 determina que só podem fazer a prova do Encceja pessoas tenham, no mínimo, 15 anos completos na data de realização do Exame, para quem busca a certificação do ensino fundamental; ou tenham, no mínimo, 18 anos completos na data de realização do Exame, para quem busca a certificação do ensino médio. Segundo o Art. 2º da Portaria n° 77, de 16 de agosto de 2002 o Encceja tem por objetivo:

> I – Construir uma referência nacional de auto-avaliação para jovens e adultos por meio de avaliação de competências e habilidades, adquiridas no processo escolar ou nos processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais;
>
> II – Estruturar uma avaliação direcionada a jovens e adultos que sirva às Secretarias da Educação para que procedam à aferição ao reconhecimento de conhecimentos e habilidades dos participantes no nível de conclusão do Ensino Fundamental e do Ensino Médio nos termos do artigo 38, §§ 1º e 2º da Lei 9.394/96 (LDB);
>
> III – oferecer uma avaliação para fins de classificação na correção do fluxo escolar, nos termos do art. 24, inciso II alínea “c” da Lei 9394/96;
>
> IV – Consolidar e divulgar um banco de dados com informações técnico-pedagógicas, metodológicas, operacionais, socioeconômicas e culturais que possa ser utilizado para a melhoria da qualidade na oferta da educação de jovens e adultos e dos procedimentos relativos ao Encceja.

> V – Construir um indicador qualitativo que possa ser incorporado à avaliação de políticas públicas de Educação de Jovens e Adultos. (Brasil, 2002, p.1, 2)

O exame obedece aos requisitos básicos, estabelecidos pela legislação em vigor, para o Ensino Fundamental e Ensino Médio. As provas são compostas por 30 questões de quatro áreas de conhecimento, totalizando 120 questões, de múltipla escolha, e uma proposta de redação. O exame é realizado em único dia, em dois turnos: manhã e tarde. O exame de ensino fundamental é composto pelas seguintes áreas de conhecimento: Ciências Naturais; Matemática; Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Artes, Educação Física e Redação; e História e Geografia.

O exame do ensino médio é composto pelas quatro áreas de conhecimento estipuladas pela BNCC: Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Química, Física e Biologia); Matemática e suas Tecnologias; Linguagens e Códigos e suas Tecnologias e Redação (Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Artes e Educação Física); Ciências Humanas e suas Tecnologias (História, Geografia, Filosofia e Sociologia). O Inep disponibiliza material de apoio para todas áreas de conhecimento e para a redação, o material é disponibilizado por meio do site do Inep com o formato pdf.

Perguntamos para os participantes se atualmente eles estavam estudando e qual frequência estudavam, ambos responderam que estavam estudando diariamente, pois ambos iriam fazer a prova do concurso da prefeitura de Parauapebas, e o participante A mencionou ainda que estava estudando para fazer a prova do Enem a fim de entrar e um curso de graduação. Questionamos os participantes a respeito de quais recursos utilizam para estudar, o participante A falou que usa Vídeos Aulas e PDFs e o participante B falou que além desses recursos utiliza também o Youtube como ferramenta de estudo.

Acerca da relação aluno e matemática perguntamos para os participantes se eles gostavam de matemática ambos responderam que gostam, indagamos se os participantes tinham alguém que os ajudava a resolver questões de matemática quando tinham dificuldades, o participante A falou que recebe ajuda da esposa e o participante B falou que não tem ninguém que o ajude.

Também perguntamos qual a frequência que os participantes estudam matemática, o participante A respondeu que só estuda matemática quando vai fazer alguma prova que envolva matemática e o participante B falou que estuda matemática durante alguns dias da semana. Questionamos quais são as notas obtidas nas provas de Matemática que eles fizeram, ambos responderam geralmente as notas estão na média.

Perguntamos para os alunos se eles tinham dificuldade para aprender matemática, ambos responderam que sentem um pouco de dificuldade devido a maioria dos conteúdos apresentarem resoluções visuais, eles não conseguirem materializar o conteúdo para visualizar e não ter alguém que possa explicar o conteúdo para eles, mencionaram ainda que sempre prestam atenção nas aulas.

Seja com vídeos aulas ou pdf, geralmente eles têm apenas o som, a voz de alguém falando sobre o conteúdo sem uso de recursos táteis, manipuláveis e isso pode dificultar o aprendizado, uma vez que para formular conceitos na maioria das vezes o aluno cego precisa de recursos táteis, além da audição.

Para Cordeiro (2021, p. 62) "a formação de conceito em pessoas cegas se desenvolve desde o contato com objeto como também na percepção das pessoas que o cercam". Segundo Abreu (2013 p.11) o ensino de Matemática para pessoas cegas "é dificultado quando não há meios para que haja a visualização de elementos importantes na obtenção e compreensão dos conceitos matemáticos".

Percebemos com base no questionário que apesar dos participantes dizerem ter dificuldade em aprender matemática, ambos sabem resolver as quatro operações básicas de matemática, adição, subtração, multiplicação e divisão, ambos os participantes têm domínio da tabuada. O participante A mencionou que sabe resolver questões de potenciação, mas não sabe radiciação, o participante B não sabe potenciação nem sabe radiciação.

A fim de saber a relação dos participantes com a matemática no dia a dia perguntamos para eles se costuma fazer compras (comércio, mercearia, supermercado, etc.), ambos responderam que são vão algumas vezes, questionamos ainda se usam o conhecimento matemático para resolver situações do dia a dia, o participante A disse que sim e o participante falou que usa algumas vezes.

Para sondar o conhecimento geométrico dos participantes perguntamos se eles tinham conhecimento de geometria plana, o participante A respondeu tinha um pouco de conhecimento enquanto que o participante B disse não ter conhecimento, o participante A disse conhecer algumas figuras como triângulo, quadrado e retângulo, enquanto o participante B não conhecia nenhuma, perguntamos se sabiam calcular perímetro e área, o participante falou que sabia calcular perímetro de algumas figuras e que sabia calcular área de quadrado e retângulo, enquanto participante B falou que não sabia calcular nem perímetro e nem área.

4.3.2. Material de apoio para ensino de figuras planas

Como mencionado anteriormente desenvolvemos um material com figuras planas em baixo relevo e em MDF, o material foi construído para que pudéssemos ensinar os participantes a reconhecer e classificar quadriláteros e triângulos, no quadro 15,16, 17 e 18 temos as primeiras observações dos participantes sobre figuras planas apresentadas a eles.

Ao trabalhar as figuras planas no material de baixo em baixo relevo os participantes deveriam perceber medidas de lados e ângulos, dessa forma passamos para eles as seguintes instruções:

- As figuras possuem além do contorno, cavados que representam seus ângulos internos
- Os cavados em forma quadradinhos representam ângulos de 90º
- Cavados maiores representam ângulos de 120º,
- Cavados menores representam ângulos menores que 90º

instruções para trabalhar as figuras planas em EVA:

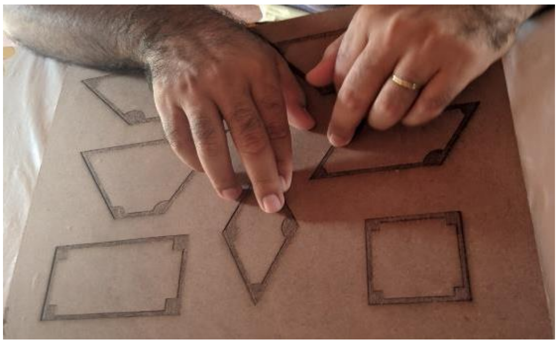
- Quadradinhos de 1x1 em papelão representam ângulos de 90º
- O ângulo em EVA tem medida igual a 120º
- Os ângulos em papel a4 e no papel liso são menores que 90º,
- Se em uma figura tiver dois ou mais ângulos com o mesmo tipo de papel isso significa que os ângulos são iguais.
- Os pedaços de macarrão para representar a medida dos lados,
- Conte o número de pedaços de macarrão na figura para saber a medida dos lados.

No processo de ensino das figuras planas buscamos despertar nos participantes curiosidade sobre as figuras, fazendo perguntas do tipo: você reconhece essa figura? Quais características você observa nesta figura? essa figura tem lados com medidas iguais? essa figura tem algum ângulo de 90º? O que você percebeu nessa figura que é semelhante àquela outra? O que você percebeu nessa figura que é diferente daquela outra?

Usamos as perguntas para estimular a percepção das características das figuras, de forma que os participantes percebessem as características de uma determinada figura e por fim nomeasse ou perguntasse o nome daquela figura. Percebemos que os participantes conseguiam identificar características das figuras, mas não sabiam nomeá-las e questionavam qual o nome daquela figura que estavam observando.

No primeiro momento apresentamos o material em baixo relevo, mostramos na placa de MDF com figura o participante deveria analisar, fazíamos as perguntas, o participante apontava o nome da figura ou questionava o nome, e então falávamos o nome da figura. Esperávamos que ao trabalharmos as figuras em EVA o aluno já soubesse além de perceber as características nomear as figuras, pois eram as mesmas figuras em outro material, no entanto percebemos que os participantes tiveram dificuldades em assimilar os nomes de todas as figuras e acabavam confundindo os nomes. Abaixo fotos dos participantes fazendo reconhecimento dos quadriláteros.

Figura 27 - Participante com a placa de quadriláteros em baixo relevo



Fonte: os autores, 2023

Figura 28 - Participante com a placa de quadriláteros em EVA

Fonte: os autores, 2023

Abaixo temos dois quadros que mostram a percepção dos participantes no reconhecimento dos quadriláteros.

Quadro 15 - Quadriláteros percepção do participante A

Figuras	Participante A	
	Material em baixo relevo Primeiro contato	Material em baixo relevo Primeiro contato
Quadrado	Fez o reconhecimento dos lados apontado que a figura tinha todos os lados iguais e classificou a figura pelo nome correto. Falou sobre os lados iguais	Facilidade para identificar a figura e nomeá-la
Retângulo	Fez o reconhecimento dos lados apontando os lados opostos como iguais e classificou a figura pelo nome correto. Reconheceu os lados de mesma medida e percebeu a diferença entre o quadrado e o retângulo	Facilidade para identificar a figura e nomeá-la
Paralelogramo	Não possuía nenhum conhecimento prévio da figura	Reconheceu as características da figura, mas não conseguiu nomeá-la corretamente
Losango	Percebeu a semelhança entre da figura com uma das formas da bandeira do Brasil, a amarela	Reconheceu as características da figura, mas não conseguiu nomeá-la corretamente
Trapézio retângulo	Não possuía nenhum conhecimento prévio da figura, mas percebeu que a figura possui ângulo de 90°	Reconheceu as principais características da figura, mas não conseguiu nomeá-la corretamente, identifica como trapézio, identifica o ângulo reto, mas não sabe classificá-lo corretamente

Trapézio isósceles	Não possuía nenhum conhecimento prévio da figura, mas percebeu que a figura possuía dois dos lados com medidas iguais	Reconheceu as principais características da figura, mas não conseguiu nomeá-la corretamente, identifica como trapézio, percebeu dois lados iguais, mas não sabe classificá-lo corretamente
Trapézio escaleno	Não possuía nenhum conhecimento prévio da figura, mas percebeu que a figura possuía todos os lados com medidas diferentes	Reconheceu as características da figura, e conseguiu nomeá-la corretamente, identifica como trapézio, percebeu a ausência de lados iguais, mas não sabe classificá-lo corretamente

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Quadro 16 - Quadriláteros percepção do participante B

Figuras	Participante B	
	Material em baixo relevo Primeiro contato	Material em EVA Segundo contato
Quadrado	O aluno não tinha conhecimento da figura, mas fez o reconhecimento dos lados apontado que a figura tinha todos os lados iguais, mas não soube classificar a figura pelo nome correto.	Fez o reconhecimento dos lados apontando a figura tinha todos os lados iguais e soube classificar a figura pelo nome
Retângulo	Não tinha conhecimento prévio da figura, mas conseguiu fazer o reconhecimento dos lados apontando os lados opostos como iguais.	Reconheceu a figura enquanto suas medidas de lados opostos eram iguais e classificou corretamente pelo nome.
Paralelogramo	Não possuía nenhum conhecimento prévio da figura	Reconheceu as características da figura, mas não conseguiu nomeá-la corretamente
Losango	Percebeu que a figura era semelhante a forma de cor amarela da bandeira do Brasil, percebeu suas características, mas não soube nomeá-la	Reconheceu as características da figura, mas não conseguiu nomeá-la corretamente.
Trapézio retângulo	Não possuía nenhum conhecimento prévio da figura, reconheceu as características da figura, percebeu o ângulo de 90º, mas não conseguiu nomeá-la corretamente,	Percebeu que figura era trapézio, identificou o ângulo reto, mas não soube classificar corretamente
Trapézio isósceles	Não possuía nenhum conhecimento prévio da figura, percebeu que os lados laterais tinham a mesma medida, mas não conseguiu nomeá-la corretamente	Percebeu que figura era trapézio, identificou, percebeu dois lados iguais, mas não sabe classificá-lo corretamente

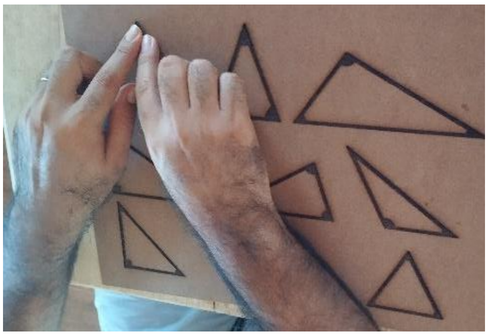
Trapézio escaleno	Percebeu que a figura não tinha ângulo de 90° e nem lados iguais, mas não conseguiu nomeá-la corretamente	Percebeu que figura era trapézio, percebeu a ausência de lados iguais, mas não sabe classificá-lo corretamente

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Os participantes observaram as figuras com cautela sempre analisando suas características antes de apontar alguma de suas observações, o participante A teve facilidade para reconhecer e nomear o quadrado e o retângulo em ambos materiais, pois eram figuras que ele já conhecia, enquanto que o participante B só conseguiu nomear o quadro e o retângulo no segundo material. Em relação aos outros quadriláteros percebemos que ambos os participantes conseguiram identificar características como medidas de lados iguais ou diferentes, ângulos de 90°, identificaram os três de trapézios mas não souberam classificá-lo corretamente quanto à retângulo, escaleno, isósceles e também ambos não lembraram o nome do losango e paralelogramo.

Abaixo temos fotos dos participantes fazendo reconhecimentos dos triângulos

Figura 29 - Participante com a placa de triângulos em baixo relevo



Fonte: os autores, 2023

Figura 30 - Participante com a placa de triângulos em EVA

Fonte: os autores, 2023

Abaixo temos os quadros com a percepção de cada triângulo pelos participantes.

Quadro 17 - Triângulos percepção do Participante A

Figuras	Participante A	
	Material em baixo relevo	Material em EVA
Triângulo equilátero	Ao se deparar com a figura nomeou-a como triângulo, para o participante só existia esse tipo de triângulo, percebeu como facilidade a medida de lados iguais	Percebeu que a figura tinha todos os lados iguais, mas não soube classificá-la
Triângulo isósceles	Percebeu que a figura tinha lados dois lados iguais, mas não soube classificá-las	Conseguiu identificar que a figura tinha dois lados com mesma medida e soube nomear
Triângulo escaleno	Percebeu que a figura não tinha lados iguais, mas não soube classificá-las	Conseguiu identificar que a figura tinha todos os lados diferentes, mas não soube nomear
Triângulo retângulo	O aluno percebeu um ângulo de 90°, medidas de lados distintas, mas não soube classificá-lo	Percebeu o ângulo reto e soube nomeá-lo corretamente.
Triângulo acutângulo	Nessa figura o aluno analisou a ausência de um ângulo de 90°, medidas de lados distintas, mas não soube classificar a figura	Percebeu que os ângulos eram menores que 90°, mas não soube nomear a figura
Triângulo obtusângulo	O aluno percebeu uma abertura de ângulo era maior que 90°, mas não soube classificá-lo	Percebeu um ângulo maior que 90°, mas não soube nomear a figura
Triângulo retângulo isósceles	O aluno identificou as características da figura quanto a lados e ângulos, mas não soube classificar	Percebeu os lados iguais e o classificou corretamente, percebeu o ângulo reto e classificou corretamente
Triângulo retângulo escaleno	O aluno identificou as características da figura quanto a lados e ângulos, mas não soube classificar	Percebeu as medidas de lados distintas, mas não classificou corretamente, percebeu o ângulo reto e classificou corretamente
triângulo equilátero acutângulo	O aluno identificou as características da figura quanto a lados e ângulos, mas não soube classificar	Percebeu os lados iguais e o classificou corretamente, percebeu o ângulo menores que 90°, mas não classificou corretamente

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Quadro 18 - Triângulos percepção do Participante B

Figuras	Participante B	
	Material em baixo relevo	Material em EVA
Triângulo equilátero	O aluno percebeu os lados iguais como facilidade, saiba que era um triângulo, mas não sabia classificá-lo	Identificou os lados iguais da figura, mas não soube classificá-la
Triângulo isósceles	Percebeu que a figura tinha lados dois lados iguais, mas não soube classificá-las	Identificou dois lados iguais, mas não soube nomear a figura
Triângulo escaleno	Percebeu que a figura não tinha lados iguais, mas não soube classificá-las	Percebeu que a figura tinha todos os lados diferentes, mas não soube nomear
Triângulo retângulo	O aluno percebeu um ângulo de 90° e fez associação com os quadriláteros que ele já conhecia, mas não soube classificar a figura	Percebeu o ângulo reto e soube nomeá-lo corretamente.
Triângulo acutângulo	De forma semelhante ao outro aluno, este percebeu que a os cantos dos triângulos eram mais fechados	Percebeu que todos ângulos eram menores que 90°, mas não soube nomear a figura
Triângulo obtusângulo	O aluno percebeu que este triângulo era diferente dos demais que o ângulo era maior que o primeiro (90°)	identificou um ângulo maior que 90°, mas não soube nomear a figura
Triângulo retângulo isósceles	O aluno identificou as características da figura quanto a lados e ângulos, mas não soube classificar.	Percebeu os lados iguais, mas não soube classificou corretamente, percebeu o ângulo reto e classificou corretamente
Triângulo retângulo escaleno	O aluno identificou as características da figura quanto a lados e ângulos, mas não soube classificar.	Percebeu as medidas de lados distintas, mas não classificou corretamente, percebeu o ângulo reto e classificou corretamente
triângulo equilátero acutângulo	O aluno identificou as características da figura quanto a lados e ângulos, mas não soube classificar.	Percebeu que a figura tinha todos os lados iguais, mas não soube classificá-la, percebeu o ângulo menores que 90°, mas não classificou corretamente

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Percebemos com base nesses dados que ambos os participantes conseguem identificar características de lados e ângulos, mas não sabem nomear, classificar a figura, pois confundem ou esquecem os nomes segundo suas classificações.

4.3.3. Pré-teste

O pré-teste desenvolvido e aplicado foi composto por 10 questões envolvendo questões problemas contextualizadas de área de quadriláteros e triângulos, a aplicação foi feita individualmente, perguntamos para os alunos se preferiram ouvir áudios com as perguntas ou que fizéssemos a leitura, ambos preferiram a leitura das perguntas. Segue as questões aplicadas no pré-teste. O pré-teste teve objetivo de produzir informações sobre os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a área de quadriláteros e triângulos.

Quadro 19 - Pré-teste

Questão 01 Uma cartolina retangular tem com medidas 1m de comprimento e 0,80 m de largura. Qual a área dessa cartolina? Pergunta número 2 Um quadro de formato quadricular tem medidas de lados igual a 20 centímetros. Qual a área desse quadro? Pergunta número 3 Uma placa de trânsito tem o formato de um losango com as seguintes medidas, diagonal maior medindo 60 centímetros e diagonal menor medindo 50 centímetros. Qual a área dessa placa? Pergunta número 4 Qual a área de um triângulo que mede 20 centímetros de base e 10 centímetros de altura? Pergunta número 5 Uma praça foi construída no centro da cidade com formato de um quadrado, onde cada lado tem 25 metros. Qual a medida de área que esta praça ocupa na cidade? Pergunta número 6 Qual é a área de ocupação de uma piscina de formato retangular com as seguintes medidas: 8 metros de comprimento e 5 metros de largura? Pergunta número 7 Em uma rua os moradores desejam fazer bandeirinhas em formato triangular para enfeitar as ruas para a festa junina, sabendo que o triângulo equilátero possui as medidas de seus lados iguais, qual a área da bandeirinha que possui 4 centímetros de lado?

Pergunta número 8 Uma fazenda que tem o formato de um trapézio retangular, com as seguintes medidas: base maior medindo 200 metros e base menor medindo 140 metros e a distância entre as bases é igual a 110 metros, considerando 110 metros como de altura do trapézio. Qual área dessa fazenda? Pergunta número 9 Um menino deseja construir uma pipa com formato de um losango com a medida da diagonal maior igual a 30 centímetros e a diagonal menor medindo 20 centímetros. Qual a área da pipa desse garoto? Pergunta número 10 Uma horta foi construída em um terreno que tem o formato de um paralelogramo com as seguintes medidas: 20 metros de comprimento e 15 metros de largura (equivalente à altura). Qual área dessa horta?

Fonte: elaborado pelos autores, 2023

O quadro a seguir mostra o desempenho dos estudantes no pré-teste aplicado, instrumento que será usado nesta pesquisa com o objetivo de produzir informações sobre os conhecimentos prévios dos estudantes sobre expressões numéricas. O participante A conseguiu resolver inicialmente apenas as questões 1,2, 5 e 6, as demais questões eram de figuras desconhecidas e o participante não soube responder, o participante falou que associou o formato das figuras com o piso de uma sala qualquer e assim conseguiu calcular a área dessas figuras. O participante B não conhecia as figuras planas e não conseguiu resolver nenhuma das questões inicialmente.

Quadro 20 - Resultado do pré-teste

Pré-teste		Resultados	
Questões/ figuras		Participante A	Participante B
1	Retângulo	Resolveu e acertou	Não resolveu
2	Quadrado	Resolveu e acertou	Não resolveu
3	Losango	Não resolveu	Não resolveu
4	Triângulo	Não resolveu	Não resolveu

5	Quadrado	Resolveu e acertou	Não resolveu
6	Retângulo	Resolveu e acertou	Não resolveu
7	Trapézio equilátero	Não resolveu	Não resolveu
8	Trapézio	Não resolveu	Não resolveu
9	Losango	Não resolveu	Não resolveu
10	Paralelogramo	Não resolveu	Não resolveu

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Observamos que nenhum dos participantes conseguiram resolver metades das questões, no quadro abaixo temos o desempenho dos participantes nessa atividade.

Quadro 21 - Desempenho no pré-teste

Participantes	Acertos	Erros	Brancos	Porcentagem de acertos
Participante A	4	-	6	40 %
Participante B	-	-	10	0%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Com base no quadro acima percebemos que o participante A conseguiu resolver 40 % do pré-teste enquanto que o participante B não soube responder nenhuma das 10 questões. Acreditamos que o número crescente de questões em branco se deve ao fato de que nenhum dos participantes estudou o conteúdo, não conhecia as figuras, o participante conhecia apenas o quadrado, retângulo e o triângulo, e enquanto o participante B não conhecia nenhuma das seis figuras que iríamos trabalhar o conteúdo de área.

A análise dos dados revelou que o desempenho dos participantes no pré-teste é muito baixo devido ao percentual alto de questões em branco, a falta do conhecimento mínimo que o participante precisava para perceber nas questões quais dados deveriam ser usados e como deveriam ser usados para chegar à resolução das questões. Na quarta fase da pesquisa análise a *posteriori* e validação mostraremos uma análise detalhada dos resultados encontrados no pré-teste.

4.4. Terceiro encontro

A terceira seção de estudo foi realizada no dia 20 de outubro no qual trabalhamos quadrado e retângulo, fizemos a aplicação das atividades 1, 2 e atividade complementar 1, atividade 1 envolvendo cálculo de área de quadrado em MDF com baixo relevo, atividade 2 envolvendo cálculo de área de retângulo em MDF com baixo relevo e atividade complementar 1 contendo 10 questões problemas de área de quadrado e retângulo.

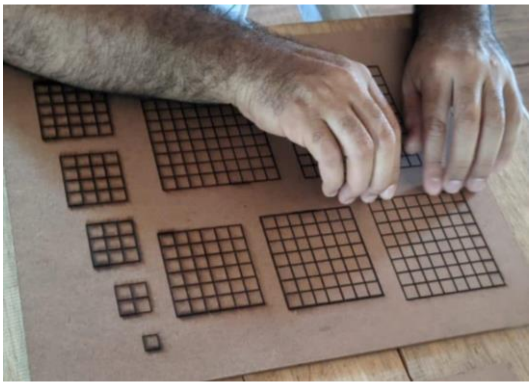
Iniciamos a aula com o material de apoio construído para ensinar as figuras planas e em seguida fizemos o estudo de quadrado e retângulo, mostrando no material de apoio os elementos dessas figuras, falamos sobre o conteúdo que iremos estudar, área do quadrado e do retângulo, em seguida disponibilizamos para os participantes as placas com quadrado e retângulo, um participante ficou com a placa que continha os quadrados e outro com a placa dos retângulos e depois trocamos as placas de MDF.

Durante o primeiro encontro conversamos com os participantes, discutimos a respeito de como eles preferiam que os comandos fossem repassados por meio de leitura ou gravação do comando em áudio, ambos optaram pela leitura dos comandos. Dessa forma lemos os comandos das atividades e as instruções para os participantes.

4.4.1. Atividade 1 – área de quadrado

Na atividade 1 trabalhamos Área do quadrado, a atividade teve por objetivo calcular área de quadrado, utilizamos como materiais para essa atividade uma placa de MDF com quadrados quadriculados em baixo relevo, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. Entregamos para os participantes uma placa de MDF com 10 quadrados que variam de tamanho, quadrados de lado L= 1, L=2, L=3, L= 4, L=5, L=6, L=7, L=8, L=9 e L =10.

Figura 31 - Participante com a placa dos quadrados



Fonte: autores, 2023

Os participantes deveriam perceber na placa de MDF de quadrados, medidas de lado e posteriormente a medida de área de cada quadrado, passamos para os participantes os seguintes comandos:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da placa de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determinar a medida do lado de cada quadrado, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do quadrado;
4. Determine a medida da área de cada quadrado da placa de MDF

Os participantes seguiram as instruções da atividade, considera o lado (L) de um quadradinho do quadriculado do MDF como unidade de comprimento, cada quadradinho uma unidade de área, e então conseguiram determinar a medida do lado de cada quadrado, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do quadrado e ao contar os quadradinhos da figura conseguiram determinar a medida da área de cada quadrado da placa de MDF e a fórmula para calcular área de quadrado.

Separamos uma folha para anotações da medida de lado e área da figura. Ambos os participantes tiveram facilidade para desenvolver a atividade, após perceberem a medida do lado do quadrado o participante falava essa medida e então fazíamos anotações em seguida perguntávamos qual seria medida de área da figura, novamente participante falava a medida e fazíamos as anotações, os quadros abaixo contém os dados coletados ao trabalhamos com a placa dos quadrados.

Quadro 22 - Dados dos quadrados- participante A

X	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Medida do lado (L)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medida da Área (A)	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Quadro 23 - Dados dos quadrados- participante B

X	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Medida do lado (L)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medida da Área (A)	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Fonte: dados da pesquisa, 2023

No decorrer da atividade os participantes foram percebendo que havia uma relação entre a medida do lado do quadrado e a quantidade de quadradinhos, que a figura possuía. No quadro abaixo temos a percepção dos participantes sobre a área do quadrado.

Quadro 24 - Percepção dos participantes sobre a área do quadrado.

Perguntas	Resposta	
	participante A	participante B
Existe relação entre a medida do lado do quadrado e a medida de área? Qual é essa relação	Sim. Quando o quadrado tem lado igual a 8 a medida de área é 64, tipo 8 vezes 8.	Sim. A medida do lado é multiplicada por ela mesma para chegar na área.

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Ambos os participantes realizaram atividades sem dificuldades, quando tinham dúvidas se a medida do lado ou de área estava correta, perguntavam se a medida de tal figura estava correta, o quadro abaixo mostra o desempenho dos participantes na atividade 1.

Quadro 25- Desempenho dos participantes na atividade 1

Participantes	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos
Participante A	10	-	100%
Participante B	10	-	100%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

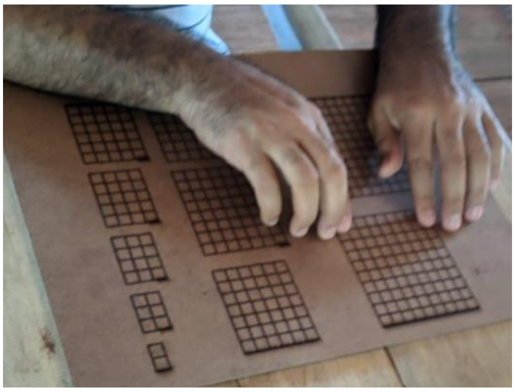
O quadro acima mostra que ambos os participantes conseguiram fazer a contagem das medidas de lados e área dos 10 quadrados corretamente. Os participantes conseguiram alcançar nossas expectativas para essa atividade. Na análise prévia dessa atividade falamos sobre a possível dificuldade para realizar essa atividade devido ser algo novo e diferente do que os participantes estavam acostumados, no entanto quando falamos sobre como material havia sido produzido ambos os participantes ficaram animados e interessados em aprender usando o material concreto.

O participante A teve mais facilidade para realizar a atividade pois já tinha noção de como calcular área de quadrado e retângulo, mencionou que tinha presenciado um pedreiro fazendo cálculo de área de uma determinada sala para saber quantos metros de lajota seriam necessários para lajotar naquela sala.

4.4.2. Atividade 2- área de retângulo

Na atividade 2 estudamos área de retângulo, a atividade teve por objetivo calcular área de retângulo, usamos como recurso didático uma placa de MDF com os retângulos quadriculados em baixo relevo, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. Para trabalhar o conteúdo de retângulos disponibilizamos para os participantes a placa de MDF com os retângulos.

Figura 32 - Participante com a placa de MDF dos retângulos



Fonte: autores, 2023

A placa em MDF usada na atividade contém 10 retângulos que variam de tamanho, temos nessa placa retângulos com medidas de comprimento e largura igual: R1= 2 e 1, R2= 3 e 2, R3= 4 e 3, R4=5 e 4, R5= 6 e 5, R6= 7 e 6, R7= 8 e 7, R8= 9 e 8, R9= 10 e 9 e R10= 11 e 10.

Com a placa de MDF em mãos o participante recebeu as seguintes orientações:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento

2. Considere um quadradinho da placa de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determinar a medida dos lados de cada retângulo, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do retângulo
4. Determine a medida do comprimento e medida da largura de cada retângulo da placa de MDF
5. Determine a medida da área de cada retângulo da placa de MDF

De forma análoga ao estudo da área de quadrados, separamos uma folha para anotações de comprimento, largura e área das figuras; assim como na primeira atividade os participantes não tiveram dificuldades para realizar a atividade.

Quadro 26 - Dados dos retângulos- participante A

X	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10
Medida do comprimento	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Medida da largura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medida da Área	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Quadro 27 - Dados dos retângulos- participante B

X	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10
Medida do comprimento	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Medida da largura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medida da Área	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110

Fonte: dados da pesquisa, 2023

No decorrer da atividade os participantes foram percebendo que havia uma relação entre a medida de comprimento e largura do retângulo com a quantidade de quadradinhos que a figura possuía. No quadro abaixo temos a percepção dos participantes sobre a área do retângulo.

Quadro 28 - Percepção dos participantes sobre a área do retângulo

Perguntas	Resposta	
	participante A	participante B
Existe relação entre as medidas dos lados e a medida de área? Qual essa relação	Sim. O número de quadradinhos na figura é igual ao resultado da multiplicação comprimento por largura	Sim. Se multiplicar os lados chegamos ao número de quadradinhos da figura

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Os participantes seguiram o passo a passo das instruções para a realização das atividades e conseguiram realizar a atividade, perceberam que as medida lados, comprimento e largura dos retângulos estava relacionadas a medida de área do retângulo, que havia alguma operação matemática para chegar ao resultado, como no quadrado eles fizeram a multiplicação da medida do lado por ela mesma para chegar a área, entenderam que também era só multiplicar um lado pelo outro, e assim conseguiram chegar a medida de área de cada retângulo, e a fórmula para calcular a área do retângulo.

Quadro 29 - Desempenho dos participantes na atividade 2

Participantes	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos
Participante A	10	-	100%
Participante B	10	-	100%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

O quadro com dados dos retângulos mostra que ambos os participantes conseguiram fazer a contagem correta das medidas de comprimento, largura e área dos 10 quadrados corretamente e conseguiram chegar a uma fórmula para calcular a área do retângulo. Com base no quadro acima podemos afirmar que assim como na atividade 1 os participantes concluíram a atividade 2 com 100 % de acertos.

4.4.3. Atividade complementar 1 – questões de área de quadrado e retângulo

A atividade complementar 1, teve por objetivo calcular área de quadrado e retângulo, usamos como recurso para essa atividade folha de questões e caneta. A atividade foi feita em dupla, para que os participantes trabalhassem em equipe, durante a aplicação da atividade líamos o comando das questões e deixávamos os participantes discutirem como deveria ser feita a resolução e a resposta de cada uma das questões era nos repassada e anotada.

Quadro 30 - Atividade complementar 1

Área de quadrado e retângulo

Questão 1 (adaptada de Paula, 2011)

Uma casa tem duas salas A e B, de mesma largura, sendo que a sala A é quadrada e a outra é retangular. O comprimento da sala A é 8 m, da sala B é 5m. Qual área da sala A?

Questão 2

Calcule a área de um quadrado, sabendo que a medida de seus lados é 5m.

Questão 3 (Paula, 2011)

Determine a área de uma região quadrada que sabendo que seu lado mede 17 cm

Questão 4 (Paula, 2011)

Um cubo conforme a figura abaixo possui 8 cm de lado. Suas faces são em formato de quadrado. Determine a área total da superfície desse cubo

Questão 5 (Paula, 2011)

Quantas lajotas serão necessárias para lajotar o piso de um banheiro de área igual a 4000 cm², sendo que a lajota é quadrada e possui 10 cm de lado?

Questão 6 (ENEM, 2022)

Uma empresa de engenharia projetou uma casa com a forma de um retângulo para um de seus clientes. Esse cliente solicitou a inclusão de uma varanda em forma de L. A figura apresenta a planta baixa desenhada pela empresa, já com a varanda incluída, cujas medidas, indicadas em centímetro, representam os valores das dimensões da varanda na escala de 1: 50.

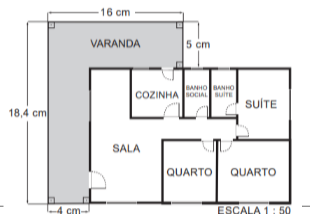
A medida real da área da varanda, em metro quadrado, é

a)33,40.

b) 66,80.

c) 89,24.

d) 133,60.



e) 534,40.

Questão 7 (ENEM, 2015)

Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres (Figura 2).

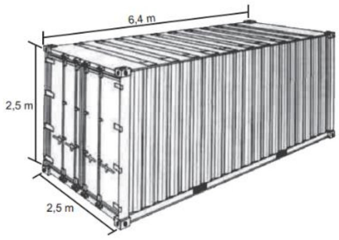


Figura 1

Figura 2

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrarem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é:

A) 12,5 m. B) 17,5 m. C) 25,0 m. D) 22,5 m. E) 32,5 m.

Questão 8

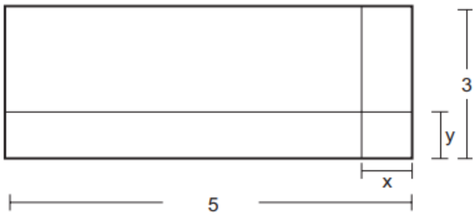
O administrador de um campo de futebol precisa comprar grama verde e amarela para cobrir o campo com faixas verdes e amarelas iguais em áreas e quantidades. O campo é um retângulo com 100 m de comprimento e 50 m de largura e, para cada 10 m2 de grama plantada, gasta-se 1 m2 a mais por causa da perda. Quantos m2 de grama verde o administrador deverá comprar para cobrir todo o campo?

(A) 2250 (B) 2500 (C) 2750 (D) 5000

Questão 9 (ENEM, 2012)

Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é

(5 – x) (3 – y).



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por: A) 2xy B) 15 − 3x C) 15 − 5y D) −5y − 3x E) 5y + 3x – xy

Questão 10 (ENEM, 2010)

O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro

biomas continentais brasileiros	área aproximada (km^2)	área / total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata Atlântica	1.110.182	13,04%
Caatinga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	

É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?

a) 1.400 b) 14.000 c) 140.000 d) 1.400.000 e) 14.000.000

Fonte: elaborados pelos autores, 2023

Desenvolvendo essa atividade para que os participantes pudessem exercitar os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores, e resolver problemas envolvendo área de quadrado e retângulo. Esperávamos que os participantes sentissem mais dificuldade para resolver as questões 6, 7, 9 e 10, pois eram questões de edições da prova do ENEM de 2010, 2012, 2015 e 2022. No quadro abaixo temos o desempenho dos participantes nessa atividade.

Quadro 31 - Desempenho dos participantes na atividade complementar 1

Participantes	Acertos	Erros	Brancos	Porcentagem de acertos
Participante A	7	2	1	70%
Participante B	7	2	1	70%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Os participantes não conseguiram resolver a questão 12, pois a questão envolvia expressão algébrica, e os participantes não haviam estudado o conteúdo antes, tentaram entender como calcular a área da figura usando a medidas dos lados com as expressões, mas não conseguiram fazer a multiplicação usando essas medidas. os resultados apresentados pelos participantes como resultado para questão número 6 mostram que os participantes haviam aprendido a fazer o cálculo de área, mas como a figura pedida para calcular área envolvia escala, outro conteúdo desconhecido para eles, os participantes não conseguiram chegar ao resultado correto.

Outra questão em que os participantes não conseguiram chegar ao resultado correto foi a questão número 9, percebemos que os participantes conseguiram calcular a área do campo de futebol corretamente, mas não conseguiram fazer a divisão da área do pantanal pela área do campo de futebol corretamente, acreditamos que o erro se deve a divisão com números muitos extensos como é o caso da área do pantanal que é 150355 km²

Iremos analisar a resolução da questão número 7, observamos que para resolver essa questão os participantes não usaram conhecimentos de área, mas de perímetro, no entanto conseguiram chegar à resposta correta.

Quadro 32 - Questão 7

(ENEM, 2015)

Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres (Figura 2).

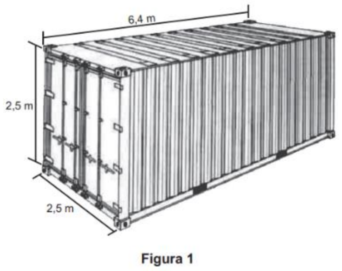


Figura 1

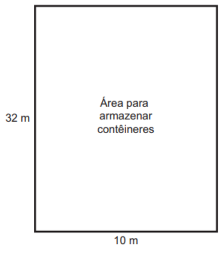


Figura 2

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrarem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é:

A) 12,5 m. B) 17,5 m. C) 25,0 m. D) 22,5 m. E) 32,5 m.

Fonte: ENEM, 2015

P: qual a altura mínima dos empilhamentos de contêineres?

PA: 12, 5

P: Como chegaram a esse resultado?

PB: fizemos a divisão do local pelo contêiner

P: Como foi essa divisão?

PA: dividi 32 m, que era o comprimento do local pelo comprimento do contêiner, e aí cheguei a 5, assim deduzi que caberia 5 contêineres um na frente do outro.

PB: aí a gente dividiu 10 m de largura pela largura do contêiner, que deu 4, que seria um do lado do outro

PA: aí a gente percebeu que cabia 20 em baixo, e foi empilhando de 20 em 20 até chegar em 100, aí ficamos com 5 pilhas de vinte

PB: Então a gente pegou a altura do contêiner (2,5) e multiplicou por 5 e chegou nesse resultado.

Nas análises prévias da questão 7 previmos que a questão poderia ser resolvida dessa forma, que os participantes optarem pelo que seria mais fácil para eles, para resolver a questão usado o conhecimento de área os participantes precisam calcular a área do local de armazenamento dividir pela área da superfície do contêiner, assim saberiam quantos contêineres seriam colocados na primeira pilha, fazer o empilhamento até chegar em 100, contar contas pilhas foram feitas, e multiplicar o número de pilhas pela altura do contêiner, e assim encontrar a altura mínima de contêineres empilhados.

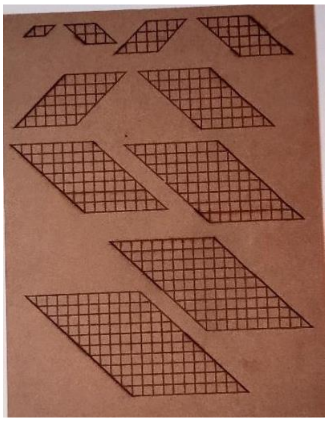
4.5. Quarto encontro

A quarta seção de estudo foi realizada no dia 02 de novembro onde fizemos estudo da área de paralelogramo e triângulo, fizemos a aplicação das atividades 3, 4, e atividade complementar 2, atividade 3 envolvendo cálculo de área de paralelogramo em MDF com baixo relevo, atividade 4 envolvendo cálculo de área de triângulo em MDF com baixo relevo e atividade complementar 2 contendo 10 questões problemas de área de paralelogramo e triângulo. Assim como no terceiro encontro entregamos para um participante a placa de paralelogramos e para outro a placa com os triângulos e depois fizemos a troca.

4.5.1. Atividade 3- área de paralelogramo

A atividade tratava-se do ensino de área do paralelogramo, tendo como objetivo calcular área de paralelogramos, para essa atividade usamos placa de MDF com os paralelogramos, papel A4 com o quadro para anotações e caneta como recursos didáticos, a placa com os paralelogramos continha 10 paralelogramos que variam de tamanho, os paralelogramos tinham as seguintes medidas de comprimento e largura igual P1= 2 e 1, P2= 3 e 2, P3=4 e 3, P4= 5 e 4, P5=6 e 5, P6=7 e 6, P7= 8 e 7, P8= 9 e 8, P9= 10 e 9, P10=11 e 10.

Figura 33 - MDF com paralelogramos



Fonte: autores, 2023

Para realizar essa atividade os participantes deveriam seguir as instruções abaixo:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da placa de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determine a medida de comprimento de cada paralelogramo da placa de MDF
4. Determine a medida da largura de cada paralelogramo da placa de MDF
5. Determine a medida da área de cada paralelogramo da placa de MDF

De forma análoga as atividades anteriores separamos uma folha para anotações da medida de comprimento, largura e área das figuras. Percebemos que os participantes sentiram um pouco de dificuldade para realizar a atividade, mas com as devidas instruções ambos conseguiram finalizar a atividade, nos abaixo temos as medidas dos paralelogramos segundo a percepção de cada participante.

Quadro 33 - Dados do paralelogramo- participante A

X	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Medida do comprimento	2	3	4	5	6	7	7	8	10	11
Medida da largura	1	2	3	4	5	6	7	7	9	10
Medida da Área	2	6	12	20	30	42	49	72	90	110

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Quadro 34 - Dados do paralelogramo-participante B

X	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Medida do comprimento	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Medida da largura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medida da Área	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Os participantes perceberam que havia uma semelhança entre os procedimentos da atividade 3 e atividade 2, pois em ambas precisaram perceber a medida de comprimento e largura e área, perceberam também que a figura tinha o formato semelhante a um retângulo.

P: Que figura o paralelogramo parece?

PA: um retângulo espichado

PB: um retângulo torto

P: o que diferencia o paralelogramo do retângulo

PA: os lados dele não reto

PB: não têm os ângulos retos

P: Sim, os lados não são retos, mas vocês conseguem perceber as medidas de comprimento e largura?

PA: o comprimento sim, mas a largura eu ainda não sei, por que não é reto, como eu faço pra medir?

P: você pode medir a largura, se contar a maior quantidade de quadradinhos entre base de baixo e a de cima (mostramos no material)

PB: mas como eu vou conseguir contar a medida de comprimento se tem uns quadradinhos que estão cortados no meio?

P: observe os sentidos em que essas metades estão, se elas estiverem na mesma direção dos quadradinhos que estão contando, elas entram na contagem, mas se não tiverem na mesma direção não fazem parte da contagem.

PA: como a gente vai ser o número de quadradinhos total se tem um monte deles cortados, aí fica complicado

P: se você observar no material tem as metades dos quadradinhos que estão viradas para cima e tem outras que estão viradas para baixo, se juntamos duas dessas formaram um quadradinho, e assim vocês vão conseguir achar o número de quadradinhos que representa a área.

Seguindo as instruções, os participantes conseguiram perceber que o cálculo de área do paralelogramo era calculada de forma semelhante a área do retângulo, multiplicando as medidas dos lados.

P: Como é que a gente calcula a área do paralelogramo?

PB: multiplica um lado pelo outro

PA: multiplica comprimento por largura

No quadro 35 temos o desempenho dos participantes nessa atividade

Quadro 35 - Desempenho dos participantes na atividade 3

Participantes	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos
Participante A	8	2	80%
Participante B	10	-	100%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

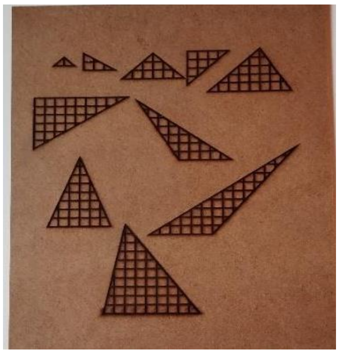
Percebemos com base no quadro das informações do paralelogramo que o participante A errou as medidas dos paralelogramos P7 e P8, acreditamos que esse erro se deva à dificuldade em contar as metades dos quadradinhos durante a medição de comprimento. Observamos com base no quadro acima que o participante B conseguiu 100% de acertos nessa atividade e o participante A conseguiu 80% de acertos, ambos os resultados são bons.

De modo geral ambos os participantes conseguiram atingir o objetivo da atividade, nas análises prévias consideramos que poderiam ter dificuldade quanto à contagem dos quadradinhos, mas com as orientações iram conseguir perceber a semelhança entre relação comprimento x largura do retângulo e assim chegar à conclusão que as fórmulas de área de retângulos e paralelogramos são semelhantes.

4.5.2. Atividade 4- área de triângulos

Na atividade 4 foi trabalhado área de triângulo, usamos como material placa de MDF com os triângulos, papel A4 com o quadro para anotações e caneta, a atividade teve como objetivo de calcular área de triângulos, a placa de triângulos continha 10 triângulos que variam de tamanho, com medidas de base e altura respectivamente: T1= 2 e 1, T2=3 e 2, T3=6 e 3, T4=4 e 4, T5= 8 e 5, T6=9 e 6, T7= 5 e 7 , T8=6 e 8, T9= 6 e 7 , e T10= 9 e10.

Figura 34 - MDF triângulos



Fonte: autores, 2023

os participantes deveriam seguir os seguintes procedimentos para conseguir realizar a atividade:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da placa de MDF quadriculado como unidade de área;

3. Determine a medida da base de cada triângulo da placa de MDF
4. Determine a medida da altura de cada triângulo da placa de MDF
5. Determine a medida da área de cada triângulo da placa de MDF

De forma análoga às atividades anteriores, separamos uma folha para anotações da medida de base, altura e área das figuras. Nas análises prévias supomos que essa seria uma das atividades em que os participantes poderiam sentir muita dificuldade, considerando que os quadradinhos dos lados dos triângulos do tipo isósceles e escaleno não cortaram os quadradinhos ao meio. Os participantes questionaram por que estávamos trabalhando agora com base e altura diferentes dos outros que estávamos percebendo as medidas de comprimento e largura.

PA: por que o triângulo tem base e não de comprimento?

P: É o mesmo tipo de medida, você vai medir o comprimento, só tem uma nova nomenclatura.

PB: isso vale para altura, quer dizer que a altura é a largura?

P: pode se dizer que sim. Nos triângulos é importante vocês observarem que a altura é o ponto mais alto, a altura é a distância da base até o ponto mais alto do triângulo.

PA: como a gente vai conseguir contar a área se os quadradinhos não estão cortados no meio?

PB: alguns desses triângulos são impossíveis de contar, quanto quadradinhos tem.

P: contém a medida de base e altura, dos que vocês conseguirem contém a medida de área.

Em seguida questionamos os participantes sobre o que haviam percebido em relação a medida de base, altura e área.

P: perceberam alguma relação entre a medida de base, altura e área?

PA: é diferente das outras figuras, a multiplicação não funciona, não dá igual o número de quadradinhos

P: O resultado da multiplicação de base x altura é maior ou menor que a área encontrada?

PB: é maior

P: prestem atenção nesse valor e então irão perceber uma informação importante

PA: percebi que é dobro, a multiplicação base x altura é igual o dobro da área

P: Se vocês sabem que a multiplicação resulta no dobro de quadradinhos, que operação precisam fazer para calcular área do triângulo

PB: se é o dobro, é só dividir por dois

P: então vocês já sabem como calcular a área dos demais triângulos, como vocês vão fazer para achar a área dos triângulos.

PA: é só multiplicar base x altura e dividir por dois

P: isso mesmo

No quadro abaixo temos os dados dos triângulos segundo a percepção dos participantes.

Quadro 36 - Dados dos triângulos -participante A

X	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Medida da base	2	3	6	4	8	9	5	6	6	9
Medida da altura	1	2	3	4	5	6	7	10	7	10
Medida da Área	1	3	9	8	20	27	17,5	30	21	45

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Quadro 37 - Dados dos triângulos-participante B

X	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Medida da base	2	2	6	4	8	9	5	6	6	9
Medida da altura	1	2	3	4	5	6	6	8	7	10
Medida da Área	1	2	9	8	20	27	15	24	21	45

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Apesar das dificuldades os participantes conseguiram realizar a atividade e assimilar a fórmula para calcular área de triângulo, no quadro abaixo temos o desempenho dos participantes na atividade 4.

Quadro 38 - Desempenho dos participantes na atividade 4

Participantes	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos
Participante A	9	1	90%
Participante B	9	1	90%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

O quadro acima mostra que ambos os participantes conseguiram fazer a contagem das medidas de base, altura e área de 9 dos 10 triângulos, totalizando 90% dos acertos, uma porcentagem significativa. O participante A errou a questão número 8 e o participante B errou a questão número 7, acreditamos que erros se devem aos triângulos que tinham os quadradinhos dos lados cortados de forma aleatória.

4.5.3. Atividade complementar 2- área de paralelogramo e triângulo

Diferente da atividade complementar 1 na qual os participantes resolveram as questões dupla gostaríamos que a atividade complementar número 2 fosse realizada de forma individual, para que o desempenho dos participantes fosse avaliado de forma individual. Pensamos na modificação das questões para que os participantes pudessem resolver as questões problemas de forma individual sem copiar a resposta do outro participante, tendo em vista que tudo que os comandos e as resoluções seriam audíveis para todos que estavam no ambiente. Ressaltamos que o problema apresentado nas questões foram os mesmo para cada participante apenas as medidas foram modificadas.

A atividade complementar 2 foi composta por dez questões problemas que foram modificadas para que os participantes resolvessem questões semelhantes, mas não iguais, por exemplo se um dado da questão era 10 m, mudávamos para 9m ou par 11m para que um participante usasse 10 m em sua resolução da questão e outro usasse 9, assim ambos teriam o mesmo problema para resolver, com medidas diferentes, de forma que os participantes pudessem resolver cada questão com autonomia.

Quadro 39 - Atividade complementar 2

Título: Atividade complementar 2
Objetivo: calcular área de paralelogramo e triângulo
Material: folha de questões, papel e caneta
Paralelogramo e triangulo Questão 1 (Paula,2011) Determine a área de uma região do plano que tem forma de um paralelogramo cuja base mede 8 cm e a altura correspondente tem 4 cm. (modificamos a medida 8 cm para 7 cm e 4cm para 5 cm) Questão 2 (Paula,2011) A região de uma cartolina é limitada por um paralelogramo que tem 16 cm de comprimento por 9 cm de largura. Qual é a área dessa região? (modificamos a medida 16 cm para 17 cm e 9 cm para 8 cm) Questão 3 (Paula,2011) Um paralelogramo tem base igual a 25 cm e altura igual a 12 cm. Calcule sua área. (modificamos a medida 25 cm para 24 cm e 12 cm para 13 cm) Questão 4 Qual a área do paralelogramo que tem base igual a 16 cm e altura igual a 12 cm. (modificamos a medida 16 cm para 15 cm e 12 cm para 13 cm) Questão 5 Calcule a área do paralelogramo que tem base igual a 20 cm e altura igual a 15 cm. (mantemos a medida 20 cm e modificamos 15 cm para 14 cm) Questão 6 (Paula,2011) Em um painel de publicidade está desenhado um triângulo. Sabendo se para cada m² desse triângulo foram usados 200 ml de tinta, e sua altura mede 3 m e sua base 2 m, quantos ml de tinta foi gasto para pintar esse triângulo? (modificamos a medida 3 m para 2m e 2 m para 4m) Questão 7 (Paula,2011) Qual a área de um triângulo de base 25 cm e altura igual a 12 cm? (mantemos a medida 25 cm e modificamos 12 cm para 10 cm) Questão 8 (Paula,2011)

Qual é a área de um triângulo cuja altura mede 13 cm e a base mede 6 cm? (modificamos a medida 13 cm para 12m e 6 cm para 7 cm)

Questão 9

Sabendo que a altura de um triângulo mede 30 cm e sua base 15 cm. Qual a área desse triângulo? (modificamos a medida 30 cm para 35 cm e 15 cm para 10 cm)

Questão 10

Uma peça de tecido é formada por 3 triângulos iguais. Sabendo que a base de cada triângulo mede 20 cm e a altura 16 cm. Qual á a área da peça? (mantemos a medida 20 cm e modificamos 16 cm para 15 cm)

Fonte: elaborados pelos autores, 2023

Desenvolvendo essa atividade para que os participantes pudessem exercitar os conhecimentos sobre área de paralelogramo e triângulo resolvendo questões problemas. Esperávamos que os participantes conseguissem realizar as atividades sem dificuldades, pois as questões eram diretas, com as informações prontas para realizarem os cálculos. No quadro abaixo temos o desempenho dos participantes nessa atividade.

Quadro 40 - Desempenho dos participantes na atividade complementar 2

Participantes	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos
Participante A	10	-	100%
Participante B	10	-	100%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Como esperávamos, ambos os participantes realizaram a atividade sem dificuldades e conseguiram resolver corretamente os dez problemas, obtendo 100% de aproveitamento nessa atividade. Mostrando que conseguiram assimilar o conteúdo de área de paralelogramo e triângulo.

4.6. Quinto encontro

O quinto encontro aconteceu no dia 08 de novembro onde abordamos área de trapézio e losango, fizemos a aplicação das atividades 5, 6, e atividade complementar 3, atividade 5 envolvendo cálculo de área trapézio em MDF com baixo relevo, atividade 6 envolvendo cálculo de área de losango em MDF com baixo relevo e atividade complementar 3 contendo 10 questões problemas de área de trapézio e losango, assim como nos encontros anteriores entregamos para um participante a placa com os trapézios e para outro a placa com os losangos.

4.6.1. Atividade 5- área de trapézio

A atividade 5 envolvia o conteúdo Área do trapézio, a atividade teve por objetivo calcular área de trapézio, usamos como material didático uma placa de MDF com os trapézios, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. A placa de MDF dos trapézios contém 10 trapézios que variam de tamanho, com medidas de base maior, base menor e altura respectivamente: T1= 3, 1 e 1; T2= 4, 2 e 2; T3= 9, 3 e 3; T4= 11, 3 e 4; T5= 8, 6 e 5; T6= 13, 4 e 6; T7= 16, 10 e 8; T8=10, 5 e 9; T9= 17, 3 e 9 T10= 26, 6 e 10.

Figura 35 - Participante com a placa de trapézios

Fonte: autores, 2023

Para realizar essa atividade os participantes receberam as seguintes instruções:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da placa de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determine a medida da base maior de cada trapézio da placa de MDF
4. Determine a medida da base menor de cada trapézio da placa de MDF
5. Determine a medida da altura de cada trapézio da placa de MDF
6. Determine a medida da área de cada trapézio da placa de MDF

Os participantes a princípio sentiram dificuldades, pois essa atividade era diferente das outras, nessa atividade precisam considerar duas medidas de base,

base maior e menor e não sabiam o que fazer com essas medidas. Outro ponto que consideramos na análise prévia foi a possível dificuldade com os quadradinhos que os lados não cortavam no meio, mas essa dificuldade foi superada pois assim como fizeram para os triângulos, fazendo a contagem das medidas de base, altura e área dos trapézios que eram mais fáceis de medir e tentavam descobrir uma relação entre as bases, altura e área.

PA: como faço pra calcular a área se a instrução diz para considerar duas bases, eu sei calcular com uma?

PB: O que faço com essas bases?

P: somem as bases, realizem procedimentos parecidos com o do cálculo de área dos triângulos e vejam se vai dar certo

PA: deu certo, somei as bases e fiz o mesmo cálculo do triângulo, e o resultado deu certinho o número de quadradinhos

P: então faça o mesmo procedimento para os outros quadradinhos

P: então qual é a fórmula para calcular a área do trapézio

PA: somar as bases, multiplicar pela altura e dividir o resultado por dois

PB: é igual ao triângulo, só que agora tem mais uma base, aí só somar as duas e fazer como no triângulo.

Nos quadros 41 e 42, temos a relação das medidas, base maior, base menor, altura e área de cada um dos trapézios, feito pelos participantes.

Quadro 41 - Dados dos trapézios -participante A

X	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Medida da base maior	3	4	9	11	10	13	16	10	17	26
Medida da base menor	1	2	3	3	5	4	10	5	3	6
Medida da altura	1	2	3	4	5	6	8	9	9	10
Medida da Área	2	6	18	28	32,5	32,5	104	67,5	90	160

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Quadro 42 - Dados dos trapézios-participante B

X	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Medida da base maior	3	4	9	11	9	13	16	10	17	26
Medida da base menor	1	2	3	4	5	4	10	5	3	6
Medida da altura	1	2	3	4	5	6	8	9	9	10
Medida da Área	2	6	18	30	35	51	104	67,5	90	155

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Observamos que os participantes tiveram mais dificuldades para fazer essa atividade do que as outras, principalmente o participante B, no quadro abaixo temos o desempenho dos participantes na atividade 5.

Quadro 43 - Desempenho dos participantes na atividade 5

Participantes	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos
Participante A	9	1	90%
Participante B	6	4	60%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Com base no quadro percebemos que o participante A conseguiu fazer a contagem corretamente das medidas de base maior, base menor, altura e área de 9 dos trapézios, enquanto que o participante B conseguiu fazer a contagem correta de 6/10, tendo 60% de rendimento nessa atividade, as questões erradas pelo participante B foram T4, T5, T6 e T10, e pelo participante A a T5. Acreditamos que esses erros se devam também aos quadradinhos das bases estarem cortados de forma aleatória.

Apesar do número de erros nessa atividade, ambos os participantes conseguiram entender a relação de área, com as medidas de base menor, maior e altura, e chegaram a uma fórmula para calcular área de trapézio.

4.6.2. Atividade 6 – área de losango

Na atividade 6 abordamos área de losango, com objetivo de calcular área dos losangos, usamos como material para essa atividade uma placa de MDF com os losangos, papel A4 com o quadro para anotações dos dados e caneta. A placa em

MDF utilizada nessa atividade continha losango que variam de tamanho, com medidas de diagonal maior e diagonal menor respectivamente iguais a: L1= 4 e 2; L2= 6 e 3; L3=8 e 4; L4= 10 e 5; L5= 14 e 7; L6=10 e 6; L7=12 e 10; L8= 14 e 9; L9= 14 e 10; L10=24 e 11.

Figura 36 - Participante com a placa de MDF com losangos

Fonte: autores, 2023

Com a placa de MDF dos losangos em mãos passamos para os participantes as seguintes instruções:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da placa de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determine a medida da diagonal maior de cada losango da placa de MDF
4. Determine a medida da diagonal menor de cada losango placa de MDF
5. Determine a medida da área de cada losango da placa de MDF

A princípio os participantes ficaram preocupados, sobre como fizeram a atividade, pois era totalmente diferente das outras, não havendo base, altura, largura, comprimento, pois precisavam determinar as medidas das diagonais, e ainda não sabiam o que era as diagonais, então intervimos mostrando no material o que seria as diagonais.

P: As diagonais são a distância entre um vértice e outro na mesma direção, é como se fosse duas retas que se cruzam e formam uma cruz no meio da figura.

Os participantes fizeram a contagem das medidas das diagonais maiores, menores e áreas e perceberam que assim como na atividade dos triângulos se multiplicassem as medidas e dividiram por dois chegariam à quantidade de quadradinhos na figura. Nos quadros abaixo temos as medidas dos losangos conforme a contagem dos participantes.

Quadro 44 - Dados do losango/participante A

X	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10
Medida da diagonal maior	4	6	8	12	14	10	12	14	13	23
Medida da diagonal menor	2	3	4	6	7	6	10	9	10	11
Medida da Área	4	9	16	30	49	30	60	63	65	124

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Quadro 45 - Dados do losango/participante B

X	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10
Medida da diagonal maior	4	6	8	12	14	10	12	14	14	24
Medida da diagonal menor	2	3	4	5	7	6	10	9	10	11
Medida da Área	4	9	18	30	49	30	60	63	70	132

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Mesmo percebendo a relação entre as diagonais e a medida de área, os participantes, fizeram a contagem errada da medida de alguns losangos, no quadro 46 temos o desempenho dos participantes na atividade 6.

Quadro 46 - Desempenho dos participantes na atividade 6

Participantes	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos
Participante A	7	3	70%
Participante B	8	2	80%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

O participante A, fez a contagem errada das medidas dos paralelogramos P4, P9 e P10, enquanto que o participante B fez a contagem errada de P3 e P4, de forma que nenhum dos participantes conseguiu 100% de acertos nessa atividade. No entanto, vale a pena ressaltar que ambos os participantes conseguiram perceber a relação entre as medidas das diagonais maiores e menores e a área e chegaram a uma fórmula para calcular a área do losango.

4.6.3. Atividade complementar 3- área de trapézio e losango

Assim como na atividade complementar 2 que a atividade complementar 3 foi realizada de forma individual, para que o desempenho dos participantes fosse avaliado de forma individual. Então mantemos o problema das questões e modificamos as medidas para que os participantes pudessem resolver as questões problemas de forma individual evitando que copiassem a resposta do outro participante.

Quadro 47 - Atividade complementar 3

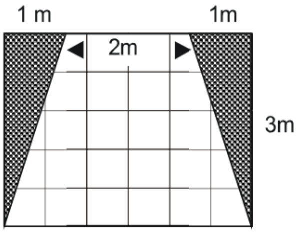
Título: Atividade complementar 3

Objetivo: calcular área de trapézio e losango

Material: folha de questões, papel e caneta

1º) Questão

O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido em cerâmica. (modificamos 6m para 5m, 4m para 3m e mantemos 3m). Qual é a área do piso que será revestido com cerâmica?



(A) 3 m2

(B) 6 m2

(C) 9 m2

(D) 12 m2

(E) 20 m2

2º) Questão (adaptado de Cardoso, 2018)

Um pátio em forma de trapézio isósceles, cujas dimensões, 31 m de base maior, 7 m de base menor e 15 m de lado, deve ser cimentado. Qual a área desse pátio? (modificamos 31m para 30m, mantemos 7m e modificamos 15 m para 16m).

3º) Questão (adaptada de Dante, 2009)

Um terreno tem formato de um trapézio, tendo como medidas base maior igual 12m, base menor igual a 4 m e 5 metros de largura (altura). Qual a área desse terreno? (modificamos 12m para 10m, mantemos 4m e modificamos 5m para 6m)

4º) Questão

Um agricultor separou uma parte de seu terreno para o cultivo de verduras, o terreno separado tem formato de um trapézio que tem com medidas base maior igual 8m, base menor igual a 3 m e 4 metros de largura (altura). Qual a área destinada para o cultivo de verduras? (modificamos 8m para 6m, 3m para 4m e 4 m para 3m)

5º) Questão

Um jardim foi construído entre uma casa e uma cerca, esse jardim tem o formato de um de um trapézio, medindo 3 metros ao lado casa e 2 metros ao lado da cerca, sabendo que a distância da cerca até a casa é de 2 metros. Qual a área desse jardim? (modificamos apenas 3 m para 6m)

6º) Questão

Em um terreno de 8 metros por 3 metros foi construída uma piscina com formato de um losango cujas diagonais medem 8 m e 3 m. Qual a área ocupada pela piscina? (modificamos 8 m para 6 m e 3m para 4m, tanto no tamanho do terreno quanto da piscina).

7º) Questão (Paula, 2011)

Joana que confeccionar uma toalhinha na forma de um losango, cujas diagonais meçam 24 cm e 16 cm. Quantos cm² terá a toalhinha? (modificamos 24 cm para 25 cm e 16 cm para 15 cm)

8º) Questão (Paula, 2011)

João que fazer uma pipa em forma de losango, de tal maneira que as varetas meçam 95 cm e 60 cm. Quantos cm² de papel de seda João irá usar para fazer essa pipa? (modificamos 95 cm para 90 cm e 60 cm para 65 cm)

9º) Questão (Paula, 2011)

qual a área de um açude que aproximadamente a forma de um losango, cujas diagonais medem 400 m e 800 m? (modificamos 400 m para 500 m e 800 m para 700 m)

10º) Questão

Qual área de um losango cujas diagonais medem 16m e 10m? (modificamos 16 m para 15 m e 10 m para 11m)

Fonte: elaborado pelos autores, 2023

Desenvolvendo essa atividade para que os participantes pudessem testar seus conhecimentos sobre área de trapézio e losango resolvendo questões problemas de área dessas figuras. Era esperado que os participantes conseguissem realizar as atividades sem dificuldades, pois assim como na atividade complementar 2 as questões eram diretas. No quadro abaixo temos o desempenho dos participantes nessa atividade.

Quadro 48 - Desempenho dos participantes na atividade complementar 3

Participantes	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos
Participante A	10	-	100%
Participante B	9	1	90%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Observamos que os participantes realizaram a atividade sem dificuldades, o participante A conseguiu resolver corretamente os dez problemas, obtendo 100% de aproveitamento nessa atividade, enquanto o participante B errou uma das questões, no entanto apesar do erro, percebemos que ambos os participantes conseguiram assimilar o conteúdo de área de paralelogramo e triângulo.

4.7. Sexto encontro

No sexto e último encontro, aconteceu no dia 30 de novembro, iniciamos a aula com as placas de MDF com as figuras quadriculadas, baixo relevo e EVA, usamos o material de apoio em MDF e EVA para que identificassem e classificassem as figuras e o procedimento para realizar o cálculo de área de cada figura, em seguida fizemos a aplicação da atividade de aprofundamento e por último a aplicação do pós-teste.

4.7.1. Material de apoio, resultado final

Entregamos para os participantes as placas com as figuras planas, o participante A preferiu a placa em EVA com alto relevo, enquanto o participante B preferiu a placa com o baixo relevo, com as placas em mãos os participantes apontavam as características de cada figura e nomeavam, classificavam cada uma delas. Apresentaremos a seguir as percepções dos participantes após vários encontros estudando quadriláteros, triângulos e suas classificações.

Quadro 49 - Identificação final dos quadriláteros

Quadriláteros	Participante A	Participante B
Quadrado	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Retângulo	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Paralelogramo	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente, mas não soube classificá-la, apontou apenas características da figura
Losango	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura, mas não soube classificá-la, falou que a figura era a mesma representada na bandeira do Brasil pela cor amarela
Trapézio retângulo	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Trapézio isósceles	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Trapézio escaleno	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Os participantes conseguiram perceber características como lados, ângulos, comprimento, largura, bases, diagonais das figuras, mostrando que estavam bastante familiarizados com as figuras e podiam perceber com facilidade suas características. No quadro 50 temos o desempenho nessa atividade.

Quadro 50 - Desempenhos dos participantes na identificação de quadriláteros

Participantes	Classificou corretamente	Não soube classificar	Porcentagem de acertos
Participante A	7	-	100 %
Participante B	5	2	71, 42 %

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Com base nesse quadro podemos afirmar que o participante A conseguiu aprender o nome dos 7 tipos de quadriláteros estudados, assimilou bem suas características, o participante B apesar de assimilar as características de cada quadrilátero não soube nomear dois deles. O quadro acima mostra que os participantes evoluíram muito desde o primeiro contato com os quadriláteros, o participante A só conhecia dois deles enquanto que o participante B não conhecia nenhum dos quadriláteros apresentados.

Na atividade dos triângulos foi possível observar que os participantes fizeram um grande esforço para assimilar as características de todos os triângulos e suas classificações, no quadro abaixo temos a percepção dos participantes na atividade final de reconhecimentos dos triângulos.

Quadro 51 - Identificação final dos triângulos

Triângulos	Participante A	Participante B
Triângulo equilátero	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Triângulo isósceles	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Triângulo escaleno	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Triângulo retângulo	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Triângulo acutângulo	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura, mas teve um pouco de dificuldade para classificar corretamente a figura
Triângulo obtusângulo	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Triângulo retângulo isósceles	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Triângulo retângulo escaleno	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente
Triângulo equilátero acutângulo	Identificou as características da figura e classificou corretamente	Identificou as características da figura e classificou corretamente

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Com base nesse quadro podemos afirmar que o participante A conseguiu aprender o nome dos seis tipos de triângulos segundo suas classificações, assimilou as características de cada triângulo quanto a lados e ângulos, o participante B apesar de assimilar as características de cada triângulo não soube classificar 1 dos 9 triângulos da atividade. No quadro abaixo temos o desempenho dos participantes do reconhecimento dos triângulos.

Quadro 52 - Desempenhos dos participantes na identificação de triângulos

Participantes	Classificou corretamente	Não soube classificar	Porcentagem de acertos
Participante A	9	-	100 %
Participante B	8	1	88,88%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

O quadro acima mostra que os participantes evoluíram muito desde o primeiro contato com os triângulos, no primeiro contato com os triângulos ambos os participantes apontaram que só sabiam da existência de um triângulo, que eles chamavam de triângulo normal, o triângulo equilátero. E após o contato com os materiais dos triângulos conseguiram aprender que os triângulos poderiam ser classificados de duas maneiras, lados e ângulos e que a combinação dessas classificações poderia gerar diversos triângulos diferentes.

Após verificar o conhecimento dos participantes acerca das figuras planas, entregamos para os participantes placas de MDF com as figuras quadriculadas e em baixo relevo, para que identificassem a figura e falasse qual procedimento deveria ser feito para calcular a área da figura que estavam visualizando.

Quadro 53 - Reconhecimento das figuras e suas fórmulas de área

Figuras	Participante A		Participante B	
	Identificou a figura	Mostrou como calcular área	Identificou a figura	Mostrou como calcular área
Quadrado	Sim	Sim	Sim	Sim
Retângulo	Sim	Sim	Sim	Sim
Paralelogramo	Sim	Sim	Sim	Sim

Losango	Sim	Sim	Sim	Confundiu as diagonais com bases, mas depois conseguiu falar corretamente o procedimento realizado para calcular a área da figura
Triângulo	Sim	Sim	Sim	Sim
Trapézio	Sim	Sim	Demorou para identificar a figura	Sim

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Com base no quadro acima podemos afirmar que os participantes conseguiram aprender a diferenciar as figuras, assimilar suas características e calcular a área de cada uma. Esse resultado mostra que os instrumentos utilizados nesse processo de ensino foram úteis para ensinar classificação e área de quadriláteros e triângulos.

4.7.2. Atividade de aprofundamento

A fim de sondar o conhecimento dos participantes acerca do que fora estudado nos encontros anteriores, aplicamos uma atividade de aprofundamento com 12 exercícios/ questões envolvendo o cálculo de área de figuras planas. A atividade de aprofundamento teve por objetivo verificar se a metodologia utilizada para ensinar cálculo de área de figuras planas foi eficiente, de forma que os alunos aplicassem os conhecimentos adquiridos nos encontros anteriores para resolver essas questões.

Montamos a atividade com 12 questões e assim como na atividade complementar 2 e 3 modificamos dez das questões para que os participantes fizessem questões semelhantes mas não iguais, fizemos essas modificações para que cada participante pudesse resolver cada questão com autonomia sem copiar a resposta do outro participante, considerando que ambos os participante estavam no mesmo ambiente e os comando das questões assim como as resoluções e respostas eram pronunciadas, de forma que um poderia ouvir a resposta do outro, cada participante resolveu 11 questões da atividade de aprofundamento, apenas o participante A resolveu a questão número 7 (questão do ENEM 2015) e apenas o participante B resolveu a questão de número 4 questão do ENEM 2012). Segue abaixo a atividade de aprofundamento.

Quadro 54 - Atividade de aprofundamento

Título: Atividade de aprofundamento

Objetivo: calcular área de quadriláteros e triângulos

Material: folha de questões, papel e caneta

Atividade de aprofundamento

Questão 1

Um fazendeiro destinou parte de sua propriedade para a construção de um celeiro, o terreno separado tem formato retangular de 30 m de comprimento por 20 m de largura, qual área que esse celeiro ocupará na fazenda? (modificamos a medida 30 m para 60m e 20 m para 10m)

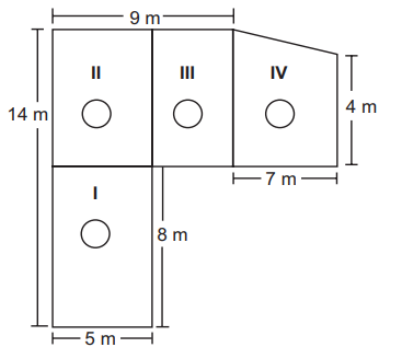
Questão 2 (Cardoso, 2018)

Uma cadeira tem o seu assento na forma de um quadrado. Suponhamos que uma formiga, partindo de um dos cantos da cadeira, anda três metros para contornar todo o assento. Qual é a área do assento da cadeira? (modificamos a medida 3 m para 3,2 m)

Questão 3 (adaptada de Cardoso, 2018) Uma piscina quadrada de 4 m de lado foi construída num terreno retangular de 12 m de comprimento por 8 m de largura. Qual a medida da área ocupada pela piscina? (modificamos a medida 4 m para 5m).

Questão 4 (ENEM, 2012)

Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.

três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.

duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.

uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.

nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

Questão 5 (adaptada de Cardoso, 2018)

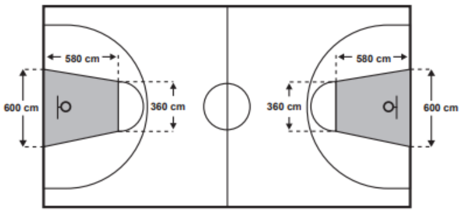
O piso de entrada de um prédio está sendo reformado e revestido em cerâmica, o piso tem o formato de trapézio e tem como medida de base maior 6 metros, base menor 3 metros e altura igual a 5 metros, qual medida da área desse piso? (modificamos a medida 6 m para 8m, 3 m para 4m e mantemos a altura igual a 5m)

Questão 6 (adaptada de Cardoso, 2018)

Um empresário comprou um terreno de forma retangular que tem 15 m de frente por 40 m de profundidade. Nesse terreno, construiu uma casa que tem a forma de um losango, com diagonais medindo respectivamente 12 m e 24 m. Qual a medida dessa casa? (modificamos a medida 12 m para 11m e 24 m para 22m)

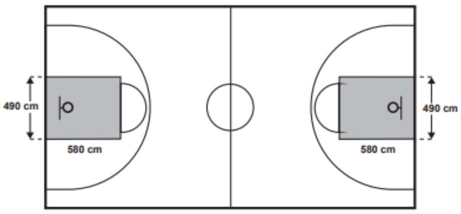
Questão 7- (ENEM, 2015)

O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

aumento de 5 800 cm².

aumento de 75 400 cm².

aumento de 214 600 cm².

diminuição de 63 800 cm².

diminuição de 272 600 cm²

Questão 8

Em um parque a seção de brinquedos foi colocada em um espaço com formato de um losango com diagonais medindo respectivamente 7 metros e 3 metros. Qual a medida de área dessa seção de brinquedos? (modificamos a medida 7 m para 8m e 3 m para 4m)

Texto para as questões 9 e 10

Uma cidade tem formato de um paralelogramo tendo como medidas 12 km comprimento e 8 km de largura (altura), no centro da cidade foi construída uma praça na forma de um triângulo de base 30 m e altura 15m? (no paralelogramo modificamos a medida 12 km para 16 km e 8 km para 6 km, no triângulo modificamos a medida 30m para 25m e 15 m para 20m)

Questão 9

Qual a medida em área da cidade?

Questão 10

Qual a medida em área da praça?

Questão 11

Um jardim foi construído na forma de um triângulo de base 8 m altura 3 metros. Qual área desse jardim? (modificamos a medida 8m para 6m e 3m para 4m)

Questão 12 (Cardoso, 2018)

Um terreno apresenta a forma geométrica de um paralelogramo de 20 m de comprimento por 12 m de largura. Qual a medida da área ocupada por esse terreno? (modificamos a medida 20 m para 19m e 12 m para 13m)

Fonte: elaborado pelos autores, 2023.

Ambos os participantes resolveram todas as questões, com algumas dificuldades no decorrer da resolução de algumas questões, mas ambos conseguiram alcançar resultados satisfatórios. No quadro abaixo temos a figura de cada problema e o resultado da resolução de cada participante.

Quadro 55 - Resultado das questões da atividade de aprofundamento

Questão	Figura	Participante A	Participante B
1	Retângulo	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
2	Quadrado	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
3	Quadrado	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
4	Retângulo e trapézio	Não resolveu	Resolveu e acertou
5	Trapézio	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
6	Losango	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
7	Retângulo e trapézio	Resolveu e acertou	Não resolveu
8	Losango	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
9	Paralelogramo	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
10	Triângulo	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
11	Triângulo	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
12	Paralelogramo	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou

Fonte: dados da pesquisa, 2023

O quadro acima mostra que os participantes conseguiram assimilar o conteúdo de área de quadriláteros e triângulos, pois apesar de algumas dúvidas e dificuldades conseguiram resolver as questões propostas e chegar ao resultado correto. No quadro abaixo temos o desempenho dos participantes nessa atividade.

Quadro 56 - Desempenho dos participantes na atividade de aprofundamento

Participantes	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos
Participante A	11	-	100%
Participante B	11	-	100%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

O quadro acima mostra que ambos os participantes conseguiram 100 % de acertos nas questões propostas. Essa atividade mostra um resultado satisfatório para nós enquanto pesquisadores, pois percebemos que o conteúdo de área foi ensinado de forma que os participantes conseguiram assimilar o conteúdo de área e colocar em prática os conhecimentos adquiridos com as atividades anteriores.

Iremos mostrar como o participante B resolveu a questão 4 e o participante A fez resolução da questão 7.

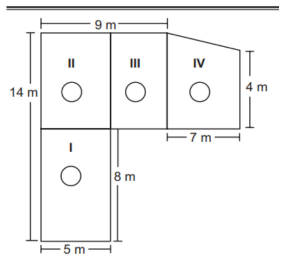
Quadro 57 - Questão 4

(ENEM, 2012)

Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).

Avaliando-se todas as informações, serão necessários

A. quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
B. três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
C. duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
D. uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
E. nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.



Fonte: ENEM, 2012

P: Qual é o tipo e número de aquecedores comprados por George?

PB: dois de cada tipo, dois de A e dois de B

P: Como você chegou a essa conclusão?

PB: Calculei a área de cada sala, tipo a sala I, II, III, são retângulos aí é só multiplicar um lado pelo outro pra achar a área, a sala IV é um trapézio, então somei as bases multipliquei pela altura e dividir por dois.

I- $5 \times 8 = 40$

II- $6 \times 5 = 30$

III- $6 \times 4 = 24$

IV- $\frac{(6+4)\times 7}{2} = 35$

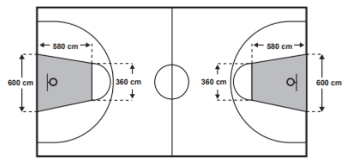
PB: *Para melhor conforto dos clientes é melhor usar nas salas I e II o tipo A e nas III e IV o tipo B.*

Observamos que o participante B aplicou corretamente os conhecimentos de área de retângulos e trapézios nessa questão.

Quadro 58 - Questão 7

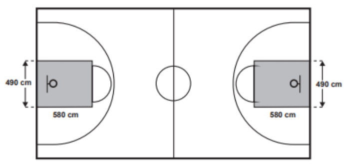
(ENEM, 2015)

O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

A. aumento de 5 800 cm².
B. aumento de 75 400 cm².
C. aumento de 214 600 cm².
D. diminuição de 63 800 cm².
E. diminuição de 272 600 cm²

Fonte: ENEM, 2015

P: Qual é a alteração provocada pela mudança do formato da área?

PA: um aumento de 5 800 cm²

P: Como conseguiu chegar a esse resultado?

PA: calculei a área do retângulo e do trapézio, vi qual era a maior e subtrair o valor menor do maior, assim cheguei a esse valor

P: Como você fez essa conta com esses números grandes?

PA: eu transformei os centímetros para metros, aí ficou mais fácil, no trapézio somei as bases, dividir a altura por dois e multipliquei o resto, aí achei a área do trapézio, do retângulo foi mais fácil eu converti pra metro e fiz a multiplicação.

I- 600 cm = 6 m, 360cm = 3, 6m e 580 m =5,8 cm

$$\frac{(6+3{,}6)\times 5{,}8}{2} = \frac{9{,}6\ \times 5{,}8}{2} = 9{,}6\ \times 2{,}9 = 27{,}84$$

II- 490 cm= 4,9 m, 580 cm = 5,8 m

$$4{,}9 \times 5{,}8 = 28{,}42$$

III- $28{,}42 - 27,84 = 5{,}8$

PA: Como o resultado estava em centímetros eu acrescentei os zeros e cheguei a esse resultado.

Percebemos que assim como o participante B, o participante A também usou corretamente os conhecimentos de área de retângulo e losango para resolver essa questão. Ambos os participantes ficaram muitos felizes por conseguirem resolver corretamente uma questão do ENEM, pois para eles a prova era algo muito difícil.

4.7.3. Pós-teste

O pós-teste foi à última atividade da experimentação, teve por objetivo avaliar os conhecimentos adquiridos pelos participantes durante a aplicação das atividades anteriores sobre área de figuras planas, contou com dez 10 questões, as mesmas questões do pré-teste (apêndice H), no entanto assim como na atividade complementar 2, 3 e na atividade de aprofundamento, modificamos as questões mantendo o problema e alterando as medidas, para que os participassem resolvessem o mesmo tipo de problema, mas com dados diferentes (apêndice questões com as modificações), ambos os participantes conseguiram resolver e acertar quase todas as questões.

Quadro 59 - Resultado do pós-teste

Questões do pós-teste/ figura		Participante A	Participante B
1	Retângulo	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
2	Quadrado	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
3	Losango	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
4	Triângulo	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
5	Quadrado	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
6	Retângulo	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
7	Trapézio equilátero	Resolveu e acertou	Resolveu e errou
8	Trapézio	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
9	Losango	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou
10	Paralelogramo	Resolveu e acertou	Resolveu e acertou

Fonte: dados da pesquisa, 2023

O quadro acima mostra que os participantes conseguiram assimilar e aplicar os conhecimentos de área de figuras planas em questões problemas, ambos conseguiram resolver questões sobre área de quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango e triângulo. No quadro abaixo temos o desempenho dos participantes nessa atividade

Quadro 60 - Desempenho dos participantes no pós-teste

Participantes	Acertos	Erros	Brancos	Porcentagem de acertos
Participante A	10	-	-	100 %
Participante B	9	1	-	90%

Fonte: dados da pesquisa, 2023

O quadro acima mostra que ambos os participantes conseguiram alcançar um nível alto de acertos, o participante A acertou 100% das questões enquanto que o participante B acertou 90% das questões. Esses dados em comparação com o pré-teste são muito diferentes, iremos falar mais sobre os dados do pré-teste e pós-teste na próxima seção.

4.8. Considerações quanto à experimentação

A aplicação da sequência didática foi iniciada no dia 18 de outubro e estendeu-se até o dia 30 do mês de novembro, essa fase da pesquisa ocorreu em quase dois meses, esperávamos terminar a pesquisa em um mês, no entanto não foi possível, devido algumas vezes um dos participantes está ocupado com outras atividades, e como queríamos que as atividades fossem realizadas com os dois ao mesmo tempo, marcamos a aplicação das atividades para dias e horários em que os dois estariam presentes.

A experimentação aconteceu nos turnos da manhã de 9 à 11 horas, às vezes ficávamos até 11:30 para que os participantes tirassem dúvidas do conteúdo ensinado naquele dia, usamos como espaço para aplicação da pesquisa um salão do refeitório de uma igreja, onde aplicamos um total de 12 atividades, sendo uma de sondagem de conhecimentos prévios, 6 de construção de conhecimento, 4 de aplicação dos conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores, e uma atividade para verificar o aprendizado dos participantes após a aplicação das atividades de construção e aplicação de conhecimento de área de figuras planas.

As atividades em MDF foram construídas com base na dissertação de Paula (2011), onde o autor aborda o ensino de figuras planas com papel quadriculado, no qual adaptamos o papel quadriculado para placas de MDF e que os quadriculados das figuras fossem feitos em baixo relevo. O quadro para anotações das medidas foi extraído do livro **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental de** Sá (2009), onde o autor apresenta quadros para o aluno anotar as medidas de lados, comprimento, largura, base, altura, das figuras que vai calcular a área.

As atividades complementares e de aprofundamento, foram construídas a partir de questões desenvolvidas pelos pesquisadores, questões prontas ou adaptadas de livros e de outras pesquisas de ensino de área, usamos questões da pesquisa de

Paula (2011), Cardoso (2018), Dante (2009), questões de edições do ENEM 2010, 2012, 2015 e 2022, Prova Brasil.

A aplicações das atividades com placas de MDF, foram relevantes para o desenvolvimento das atividades complementares e de aprofundamento, pois as atividades em MDF eram atividades para trabalhar construção de conceitos de área de figuras plana, servindo como base para realização das atividades complementares e de aprofundamento onde os participantes deveriam aplicar os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores.

O uso do ensino por atividades experimentais para aplicação das atividades em MDF, foi muito importante para a construção do conhecimentos de área de figuras planas, os participantes da pesquisa tiveram a oportunidade de participar ativamente o processo de construção do próprio conhecimento, participando como agentes do processo de ensino e aprendizado, deixando de ser apenas receptor de informações, os participantes interagem entre com conosco e entre si para falar suas percepções ou sanar suas dúvidas, descobrindo que o processo de ensino poderia ser divertido, leve e criativo. Outro ponto observado por nós foi a confiança que os participantes sentiam ao fazer as considerações de suas percepções de forma correta.

O uso da Resolução de problemas como objetivo proporcionou aos discentes um avanço significativo na resolução de situações-problema de questões contextualizadas de área de figuras planas. Observamos que os participantes tinham facilidade para perceber quais os dados da questão deveriam ser usados para calcular a área da figura que a questão pedia, assim como fazer a resolução do problema de forma correta.

Os participantes apontaram que estavam felizes por participar da pesquisa, pois era muito difícil estudar só com vídeos aulas e pdf, e os recursos apresentados foram muito importantes paras eles aprenderem um conteúdo novo, conhecer as figuras, pois era algo tátil em eles podiam observar as figuras e suas característica, diferente de só ouvir as características e tentar imaginar como seriam as figuras.

5. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Está seção tem por finalidade analisar e comparar os resultados obtidos na fase experimentação da sequência didática, seguindo o caminho indicado pela Engenharia didática, a metodologia adotada nesta pesquisa, faremos nessa seção a confrontação entre análise a *priori* e análise a *posteriori* dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste, a fim de fazer a validação ou a refutação dos instrumentos, métodos utilizados na aplicação da sequência didática.

Apresentaremos também nessa seção as técnicas de sistematização das informações produzidas durante a experimentação; técnicas quantitativas e qualitativas de análise das informações utilizadas e as estratégias de validação das atividades desenvolvidas. A análise dos dados da dissertação foi feita mediante a comparação percentual dos resultados obtidos no pré-teste e pós-teste.

Usamos quadros e gráficos para sistematizar os dados, no que diz respeito a técnicas qualitativas de análise, classificamos as questões em acertos, erros e brancos, na abordagem quantitativa consideramos a frequência de erros, acertos e branco para cada uma das 10 questões dos testes (pré-teste e pós-teste).

O objetivo dessa pesquisa é analisar os efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades experimentais para o ensino de área de quadriláteros e triângulos para alunos cegos. Corroborando como o objetivo desta pesquisa nessa seção iremos avaliar a potencialidade do ensino de área de figuras planas para alunos cegos por meio de atividades experimentais, tendo como instrumentos didático uma sequência de atividades com atividades envolvendo questões problemas e atividades em placas de MDF com malhas quadriculadas em baixo relevo.

A fim de validar a sequência didática aplicada fizemos o confronto entre as análises a *priori* e a análise a *posteriori* das atividades desenvolvidas durante a pesquisa, onde apresentamos as hipóteses iniciais para cada atividade e o resultado da experimentação (a *posteriori*) e a confrontação dos dados do pré-teste e pós-teste.

A validação da atividade foi feita mediante a análise dos dados das atividades, por exemplo se o recurso utilizado foi útil para o ensino de área e os participantes conseguiram desenvolver a atividade e aprender o conteúdo, então teremos uma validação positiva, caso contrário teríamos uma validação negativa da atividade.

A confrontação entre análises a *priori* e *posteriori* foi feita em três etapas, na primeira fizemos a confrontação da análise a *priori* e análise a *posteriori* atividade em MDF, no segundo momento o confronto da análise a *priori* e análise a *posteriori* atividade complementares e aprofundamento, e por último o confronto entre os resultados pré-teste e pós-teste.

Quadro 61 - Confronto da análise a priori e análise a posteriori atividade em MDF

Atividade	A *priori*	A *posteriori*	Validação
1	É esperado que os alunos sintam inicialmente um pouco dificuldade por ser o primeiro contato deles com o material. Espera-se que os alunos sigam o passo a passo do procedimento e consigam chegar à medida de área de cada quadrado. Espera-se que os alunos sigam o passo a passo do procedimento e consigam chegar à medida de área de cada quadrado. Inicialmente o aluno deverá considera o lado (L) de um quadradinho do quadriculado do MDF como unidade de comprimento, em seguida deve considerar que cada quadradinho do quadriculado equivale a unidade de área, dessa forma conseguirá determinar a medida do lado de cada quadrado, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do quadrado e por fim determinar a medida da área de cada quadrado da placa de MDF.	Os participantes deveriam calcular a medida de área de cada quadrado. Como esperado inicialmente os participantes sentiram um pouco de dificuldade para realizar a atividade, mas no decorrer da atividade os participantes foram percebendo que havia uma relação entre a medida do lado do quadrado e a quantidade de quadradinhos, que cada figura possui, e então conseguiram determinar a medida do lado e área de cada quadrado da placa de MDF e chegaram à fórmula para calcular área de quadrado.	Positiva

2	Para essa atividade esperamos que os alunos sintam facilidade para calcular a área de cada retângulo, uma vez que o passo a passo é semelhante ao da atividade anterior onde os alunos deverão considerar a medida do lado de um quadradinho do quadriculado do MDF como unidade de comprimento, em seguida deve considerar que cada quadradinho do quadriculado equivale a unidade de área, dessa forma conseguirá determinar a medida do lados, determinado medidas do comprimento e largura e por fim determinar a área de cada retângulo. De forma análoga à atividade 01 esperamos que os alunos consigam chegar à fórmula de área do retângulo através da realização de atividades sucessivas.	Assim como na atividade anterior os participantes perceberam que havia uma relação entre a medida de comprimento e largura do retângulo com a quantidade de quadradinhos que a figura possuía, que havia alguma operação matemática para chegar ao resultado, como no quadrado eles fizeram a multiplicação da medida do lado por ela mesma para chegar a área, entenderam que também era só multiplicar um lado pelo outro, e assim conseguiram chegar a medida de área de cada retângulo, e a fórmula para calcular a área do retângulo.	Positiva
3	Para esta atividade esperamos que os alunos sintam um pouco de dificuldade para determinar a medida de comprimento e largura, mas esperamos que associam o paralelogramo ao retângulo e consigam relembrar a relação comprimento x largura. Acreditamos que após essa descoberta, os alunos chegaram à conclusão que as fórmulas de área de retângulos e paralelogramos são semelhantes. É esperado que nesta atividade os alunos sintam dúvidas ao fazer a contagem dos quadradinhos uma vez que alguns quadradinhos não estarão completos, aparecendo apenas a metade na figura, de forma que se faz necessário a orientá-los a somar essas metades e obter um quadradinho, de forma que duas metades formam um quadradinho unitário.	Os participantes conseguiram atingir o objetivo da atividade, tiveram dificuldade quanto à contagem dos quadradinhos, mas com as orientações conseguiram perceber a semelhança entre relação comprimento x largura do retângulo e assim chegar à conclusão que as fórmulas de área de retângulos e paralelogramos são semelhantes.	Positiva

4	Para esta atividade esperamos que os alunos consigam chegar à área de triângulos equiláteros e retângulos com facilidade, pois de forma semelhante ao paralelogramo esses os lados tipos de triângulos dividem quadradinhos ao meio, de forma que ao somar as metades obtêm-se um quadradinho inteiro. Tendo em vista que os lados dos triângulos do tipo isósceles e escaleno não cortaram os quadradinhos ao meio. Espera-se que ao realizar a contagem dos quadradinhos e encontrar a área de triângulos de forma sucessiva os alunos consigam chegar à fórmula de área dos triângulos.	Como esperado nas análises prévias os participantes sentiram dificuldade para trabalhar área de triângulos levando em consideração que os quadradinhos dos lados dos triângulos do tipo isósceles e escaleno não cortaram os quadradinhos ao meio. Outra dificuldade era trabalhar com base e altura diferentes das outras figuras que estávamos percebendo as medidas de comprimento e largura. Apesar das dificuldades os participantes conseguiram realizar a atividade e assimilar a fórmula para calcular área de triângulo	Positiva
5	Para essa atividade é esperado que os alunos consigam encontrar a área dos trapézios em seus lados, dividem os quadradinhos ao meio, usando a técnica de completar quadrados (metade + metade = um quadradinho). Para os trapézios em que os quadradinhos não são divididos ao meio espera-se que sintam um pouco de dificuldade. Paula (2011) orienta que a decompor os trapézios em outras figuras (vista antes pelos alunos). E realizar o cálculo de forma análoga a ao cálculo de área de triângulos e retângulos. Esperamos que após realizar os processos de contagem, encontre área do trapézio em atividades sucessivas os alunos consigam chegar à fórmula de área do trapézio.	Os participantes a princípio sentiram dificuldades, pois essa atividade era diferente das outras, nessa atividade precisam considerar duas medidas de base, base maior e menor e não sabiam o que fazer com essas medidas. Outro ponto que consideramos na análise prévia foi a possível dificuldade com os quadradinhos que os lados não cortavam no meio, mas essa dificuldade foi superada pois assim como fizeram para os triângulos, fazendo a contagem das medidas de base, altura e área dos trapézios que eram mais fáceis de medir e tentavam descobrir uma relação entre as bases, altura e área. Ao final da atividade percebemos que os participantes conseguiram estabelecer uma relação entre as medidas da figura e sua área.	Positiva

6	Para esta atividade esperamos que os alunos consigam encontrar com facilidade à área dos losangos onde suas extremidades cortam os quadradinhos pela metade, usando a técnica de completar, onde a soma de duas metades é igual à um quadradinho. Para os losangos que as extremidades não cortam os quadradinhos ao meio Paula (2011) propõe decompor os losangos em outras figuras já vistas pelos alunos. Assim como as outras figuras esperamos que após a realização de atividades sucessivas os alunos consigam chegar à fórmula de área do losango.	A princípio os participantes ficaram preocupados, sobre como fizeram a atividade, pois era totalmente diferente das outras, não havendo base, altura, largura, comprimento, pois precisavam determinar as medidas das diagonais, e ainda não sabiam o que eram diagonais, então intervimos mostrando no material o que seria as diagonais. Os participantes fizeram a contagem das medidas das diagonais maiores, menores e áreas e perceberam que assim como na atividade dos triângulos se multiplicassem as medidas e dividiram por dois chegariam à quantidade de quadradinhos na figura, e a medida de área da figura	Positiva

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Com base no quadro acima o confronto entre análise *a priori* das atividades e análise a *posteriori* mostrou resultados positivos e os participantes conseguiram alcançar os objetivos esperados para cada atividade, chegar à fórmula de área de cada figura da placa de MDF, dessa forma podemos afirmar que as atividades em MDF foram validadas de forma positiva

Na atividade 1 conseguiram chegar a uma fórmula para calcular área do quadrado, na atividade 2 conseguiram encontrar uma fórmula para calcular área do retângulo, na atividade 3 conseguiram chegar à fórmula para calcular área do paralelogramo, na atividade 4 conseguiram chegar à fórmula de área do triângulo, na atividade 5 conseguiram chegar à fórmula de área do trapézio e na atividade 6 conseguiram chegar à fórmula de área do losango.

No quadro 62 temos o confronto da análise a *priori* das atividades complementares e da atividade de aprofundamento. Mostraremos a hipóteses do que era esperado para cada atividade e os resultados obtidos na aplicação da atividade. essas atividades tiveram por objetivo a aplicação dos conhecimentos adquiridos em cada encontro, quando trabalhamos as placas de MDF com quadro e retângulos, fazíamos então aplicação da atividade contendo área de quadrado e retângulos, para que os participantes pudessem exercitar os conhecimentos adquiridos, e assim fizemos para cada figura.

Quadro 62 - Confrontação análise a priori e posteriori das atividades complementares e aprofundamento

Atividades	A *priori*	A *posteriori*	Validação
Atividade complementar 1	Para essa atividade é esperado que alunos usem os conhecimentos adquiridos nas atividades 1 e 2, que saibam retirar os dados e calcular área quadrado e retângulo.	Os participantes conseguiram retirar os dados e calcular a área dos quadrados e retângulos e assim alcançar os objetivos das atividades.	Positiva
Atividade complementar 2	Para essa atividade é esperado que alunos usem os conhecimentos adquiridos nas atividades 3 e 4, que saibam retirar os dados e calcular área triângulo e paralelogramo.	Os participantes conseguiram retirar os dados e calcular a área dos triângulos e paralelogramos e assim alcançar os objetivos das atividades.	Positiva
Atividade complementar 3	Para essa atividade é esperado que alunos usem os conhecimentos adquiridos nas atividades 5 e 6, que saibam retirar os dados e calcular área trapézio e losango.	Os participantes conseguiram retirar os dados e calcular área dos trapézios e losangos e assim alcançar os objetivos das atividades.	Positiva
Atividade de aprofundamento	Para essa atividade é esperado que alunos apliquem os conhecimentos adquiridos nas atividades em MDF e nas atividades complementares, retirem os dados das questões e calcule a área de quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, trapézio e losango.	Os participantes conseguiram retirar os dados e calcular área dos quadrados, retângulos, triângulos, paralelogramos, trapézios e losangos e assim alcançar os objetivos das atividades.	Positiva

Fonte: dados da pesquisa, 2023

Com base no quadro acima podemos afirmar que os objetivos das atividades complementares 1, 2, 3, e atividade de aprofundamento foram alcançados, de forma que os participantes conseguiram retirar os dados das questões e calcular área dos quadriláteros e triângulos trabalhados nas atividades 1, 2,3, 4, 5 e 6, de forma que temos uma validação positiva dessas atividades.

5.1. Uma visão geral dos resultados do pré-teste e pós-teste

Apresentaremos a seguir a terceira etapa para a validação da sequência didática, exporemos os resultados obtidos no pré-teste e pós- testes, uma visão detalhada do desempenho dos participantes em cada questão, e a confrontação entre os dados do pré-teste e pós-teste. Cada teste continha 10 questões, no pré-teste os participantes fizeram as mesmas questões, no pós-teste fizemos algumas modificações como mencionado na seção anterior.

A fim de identificar se houve melhora no desempenho dos participantes após a aplicação da sequência de atividades, fizemos um comparativo entre os resultados obtidos no pré-teste e pós-teste em percentual. Outro intuito dessa comparação de dados é a validação da sequência didática aplicada para o ensino de área de figuras planas.

Abaixo temos a análise dos dados do desempenho de cada participante no pré-teste e pós-teste, as questões em os participantes acertaram estão representada pela letra A=acerto (quando o participante conseguiu resolver a questão e apresentar um resultado correto), as questões erradas estão representada pela letra E=erro, (quando o participante resolveu a questão mas não conseguiu chegar a um resultado correto) e as questões não respondidas estão representada pela B=Branco (questões que participante não resolveu).

Quadro 63 - Desempenho dos participantes no pré-teste

Questões -pré-teste										
Participante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P A	A	A	B	B	A	A	B	B	B	B
P B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B

Fonte: dados da pesquisa, 2023.

No quadro acima mostra que apenas um dos participantes conseguiu resolver 4/10 questões enquanto que o participante B não conseguiu resolver nenhuma das questões. Após analisarmos o questionário (apêndice B) de pesquisa entendemos que os participantes não conseguiram resolver as questões devido à falta de conhecimento acerca das figuras planas e área de figuras planas, os participantes já haviam ouvido falar de alguma das figuras, chegaram a conhecer algumas delas enquanto eram visuais, mas com o tempo sem estudar acabaram esquecendo as classificações.

Levando em consideração que os participantes não frequentavam escola regular para concluir os estudos na idade certa e que concluíram o ensino fundamental e médio por meio do ENCCEJA, esperávamos um baixo desempenho dos participantes no pré-teste, uma vez que o estudo de área de figuras planas era novidade para os participantes. O participante A conseguiu responder às questões 1,2, 5 e 6, questões de área de quadrado e retângulo, pois já havia presenciado um pedreiro fazendo cálculo de área de um piso.

Quadro 64 - Desempenho dos participantes no pós-teste

Questões-pós-teste										
Participante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
P B	A	A	A	A	A	A	E	A	A	A

Fonte: dados da pesquisa, 2023.

O quadro acima mostra o desempenho dos participantes no pós-teste, o participante A que no pré-teste havia respondido apenas 4/10 questões, conseguiu resolver 10/10 questões corretamente, o participante B que no pré-teste havia deixado todas as questões em branco, por não ter conhecimentos prévios do conteúdo de área para resolver as questões, resolveu todas as questões e acertou 9/10. Esses dados revelam um grande aumento de acertos.

No quadro abaixo temos os percentuais de questões certas, erradas e deixadas em brancos no pré-teste quanto no pós-teste. No pré-teste não houve erros, quando os participantes não souberam responder às questões estas foram deixadas em branco, no pós-teste não houve questões em branco.

Quadro 65 - Desempenho pré-teste e pós-teste

Questão	Acerto		Erro		Em branco	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
1	1	2	0	0	1	0
2	1	2	0	0	1	0
3	0	2	0	0	2	0
4	0	2	0	0	2	0
5	1	2	0	0	1	0
6	1	2	0	0	1	0
7	0	1	0	1	2	0
8	0	2	0	0	2	0
9	0	2	0	0	2	0
10	0	2	0	0	2	0

Fonte: dados da pesquisa, 2023

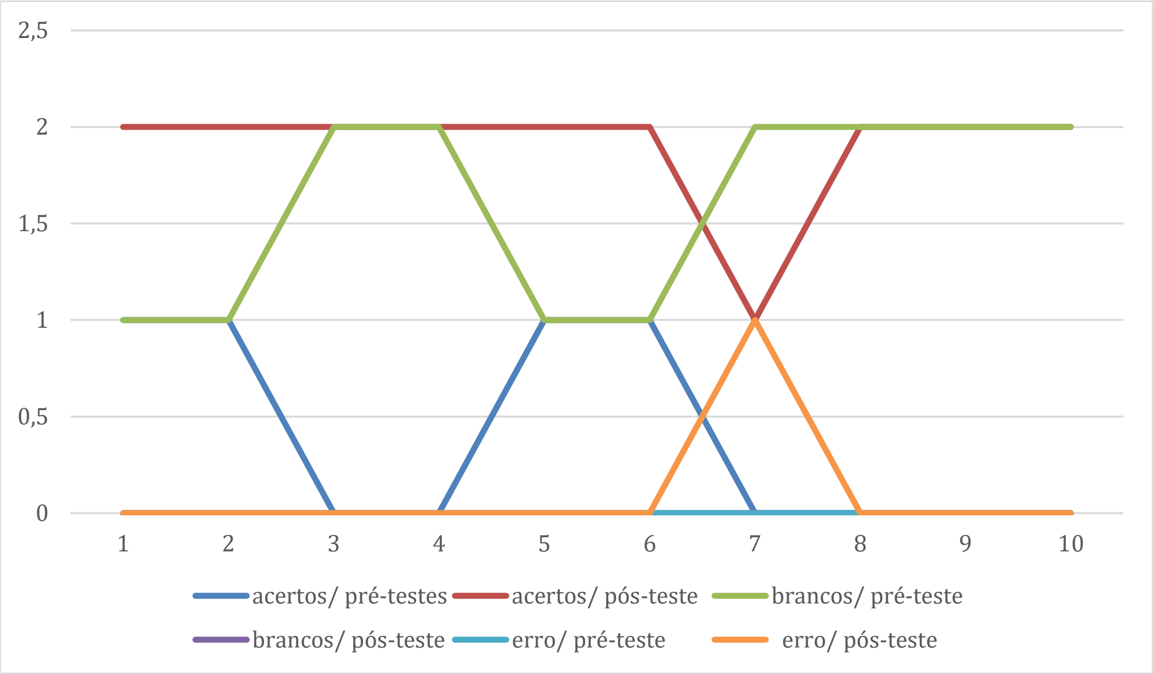
Com base no quadro acima podemos afirmar que o desempenho dos participantes no pré-teste é muito baixo, mas que no pós-teste o nível de desempenho é significante, o que nos leva a acreditar que a aplicação da sequência didática proporcionou aos participantes adquirir conhecimentos acerca do conteúdo de área de figuras e assim mostrar um rendimento significativo no pós-teste.

O desenvolvimento dos participantes foi notório no decorrer da aplicação da pesquisa, os participantes se mostraram muito interessados em aprender o conteúdo, sempre atentos às orientações, questionando quando não compreendiam o que deveriam fazer, dispostos a aprender, o que facilitou a aplicação das atividades e influenciou positivamente nos resultados da pesquisa.

Apesar de não terem frequentado uma escola regular para concluir a educação básica, foi evidente que os ambos os participantes eram habilidosos com as operações básicas da matemática, o outro ponto observado foi a curiosidade dos participantes em saber em que momento o conteúdo ministrado seria usado no dia a dia, surgiram perguntas do tipo: quando vou usar área de paralelogramo? Quando que eu vou precisar transformar centímetros para metros? Como o resultado da questão pode aparecer em provas?

Buscamos responder essas indagações de forma clara e objetiva, e quando não sabíamos como responder algum questionamento, falávamos sobre o pesquisador ir estudar, pesquisar sobre o tema para trazer a resposta do questionamento nos próximos dias. No gráfico a seguir temos o desempenho dos participantes no pré-teste e no pós-teste.

Gráfico 1 - Desempenho dos participantes em cada questão do pré-teste e pós-teste



Fonte: dados da pesquisa, 2023.

Percebemos no gráfico acima que apenas a questão número 7 possui a informação de erros, os resultados da questão número 7 no pré-teste mostra que 100% das resoluções foram deixadas em branco, no pós-teste temos 50% de acertos e 50% de erros, as questões 1, 2, 5, 6 mostram que no pré-teste 50% das resoluções estão certas e 50% brancas, o pós-teste mostram que nessas questões tivemos 100% de acertos. As questões 3,4,8,9 e 10, são questões que no pré-teste tem-se 100% em branco enquanto que nós pós-teste essas questões tem 100% de acertos.

Podemos afirmar com base nesse gráfico que no pré-teste os participantes não tinham condições de resolver as questões, mas que no pós-teste os participantes tinham confiança em seus conhecimentos para resolver todas as questões.

5.2. Tipos de erros

Em março de 2022 aplicamos um questionário com 22 professores de matemática a fim de perceber como estes professores ensinam o conteúdo de área de figuras planas, quais dificuldades são observadas, instrumentos utilizados no ensino de área, entre outros aspectos do ensino de área de figuras planas. Com base nas dificuldades apontadas no questionário para resolver questões de área de figuras planas, iremos listar possíveis erros que podem ocorrer na resolução de questões problemas de área de figuras planas. Além disso iremos fazer a análise do erro encontrado na questão 7 do pós-teste.

As dificuldades apontadas pelos professores são do tipo: diferenciar os diferentes tipos de triângulos e quadriláteros, assimilar a diferentes fórmulas de área de quadriláteros, interpretar questões contextualizadas e retirar os dados para calcular área de figuras planas, calcular área de quadriláteros e triângulo e confundir fórmula de área de triângulo com fórmula da área de algum quadrilátero.

Essas dificuldades podem implicar nos possíveis erros: usar fórmula errada, efetuar cálculo errado, retirar dados errados da questão, efetuar cálculo com dados errado. Outros erros que poderiam vir a acontecer nas resoluções seriam: realizar operação básica de matemática errada, falta de atenção, desrespeito à hierarquia das operações.

Quadro 66 - Tipos de erros

Tipo	Categoria	Descrição
Tipo 1	Uso da fórmula errada	Quando o participante retirar os dados da questão corretamente e aplicar na fórmula errada
Tipo 2	Retirar dados errados da questão	Quando o aluno retira da questão dados que não úteis para a resolução correta
Tipo 3	Efetuar cálculo com dados errado	Quando o aluno retira dados errados da questão e faz aplicação na fórmula

Tipo 4	Realizar operação básica de matemática errada,	Quando aluno não consegue responder corretamente operações básicas como soma, subtração, multiplicação e divisão
Tipo 5	Falta de atenção	Quando o aluno por falta de atenção apresenta uma resolução incorreta, o aluno sabe retirar os dados, qual fórmula usar, quais operações fazer, mas não resolve corretamente a questão.
Tipo 6	Desrespeito à hierarquia das operações	Quando aluno não segue a ordem de peso maior, primeiro multiplicação e divisão para depois efetuar soma e subtração

Fonte: elaborados pelos autores, 2024

Análise de erro da questão número 7, onde o participante B não apresentou uma resolução correta, a questão número 7 é uma do tipo aritmética, onde o participante deveria resolver apenas operações básicas de matemática como multiplicação e divisão.

Quadro 67 - Questão n° 7 do pós-teste

Questão 07
Em uma rua os moradores desejam fazer bandeirinhas em formato triangular para enfeitar as ruas para a festa junina, sabendo que o triângulo equilátero possui as medidas de seus lados iguais, qual a área da bandeirinha que possui 3 cm de lado?

Fonte: elaborado pelos autores, 2023.

Para resolver essa questão o participante deveria usar a fórmula de área de triângulos equiláteros: $At = \frac{l^2 \times \sqrt{3}}{4}$, o participante usou a fórmula correta, mas cometeu erro ao fazer a operação de multiplicação $l \times l$, segue a abaixo a resolução da questão pelo participante B.

$$At = \frac{l^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{3^2 \times \sqrt{3}}{4} = At = \frac{3 \times 3 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}$$

Segue abaixo a resolução correta da questão número 7.

$$At = \frac{l^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{3^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{3 \times 3 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{9 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

Por algum descuido ou falta de atenção o participante B efetuou a operação de multiplicação de forma errada, dessa forma o erro apresentado na questão 7 do pós-teste é do tipo 4 e tipo 5; no entanto este erro é apenas um caso isolado, pois durante a aplicação da pesquisa o participante B mostrou que consegue resolver com facilidades questões envolvendo as quatros operações básicas da matemática. Vamos analisar o desempenho individual dos participantes no pré-teste e no pós-teste.

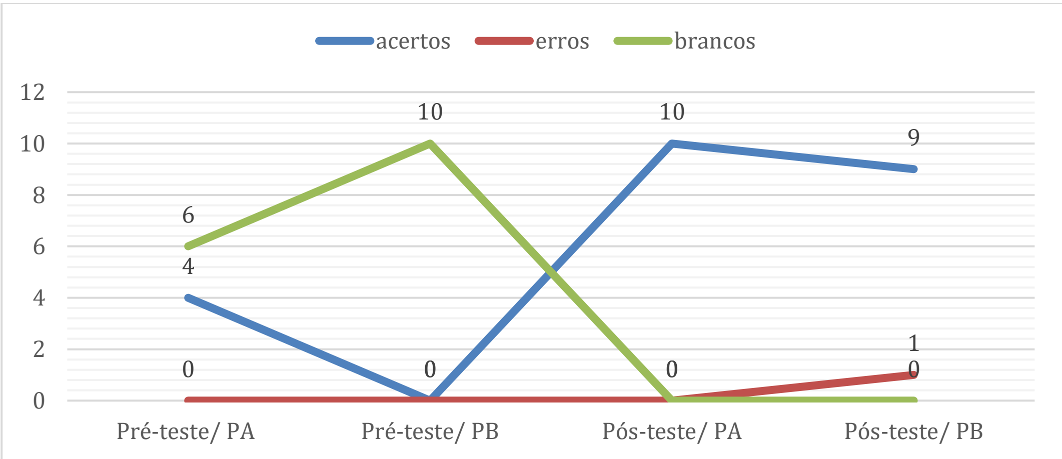
Quadro 68 - Desempenho individual dos participantes no pré-teste e no pós-teste

Participante	Acerto		Erro		Em branco	
	Pré-teste	Pós- teste	Pré-teste	Pós- teste	Pré-teste	Pós- teste
PA	4	10	0	0	6	0
PB	0	9	0	1	10	0

Fonte: dados da pesquisa, 2023.

O quadro acima revela que no pré-teste apenas o participante A conseguiu resolver algumas questões, deixando 6 questões em branco, os dados do pós-teste mostram que ambos os participantes resolveram todas as 10 questões, o participante A resolveu corretamente todas as 10 questões, e o participante B resolveu corretamente 9 das questões, errando apenas 1/10. No gráfico abaixo temos o desempenho dos participantes no pré-teste e pós-teste em porcentagem.

Gráfico 2 - Desempenho individual dos participantes no pré-teste e no pós-teste



Fonte: dados da pesquisa, 2023.

No pré-teste o participante A tem 40% das resoluções certas, e 60% de resoluções em branco, e no pós-teste o participante A consegue obter 100 % de acertos em suas resoluções. O participante B tem 100% das resoluções do pré-teste deixadas em branco, no pós-teste tem 90% de acertos e 10 % de erro em suas resoluções.

Os dados mostram que o desempenho dos participantes no pré-teste e no pós-teste são bem distintos e significativo, observamos a partir das análises comparativas entre os resultados obtidos no pré-teste e pós-teste que:

1) Apenas um dos participantes conseguiu resolver questões de área, mesmo sem ter estudado o conteúdo ainda.
2) Os resultados do desempenho no pós-teste são expressivamente melhores que os resultados do pré-teste;
3) Nenhuma questão foi deixada em branco no pós-teste, enquanto no pré-teste o participante A deixou 6 questões em branco e o participante B deixou todas as 10 questões sem resolução.
4) O percentual de acerto do pós-teste é visivelmente mais alto, pois, em 9 das 10 questões o acerto foi de 100% pelos participantes e apenas 1 das 10 questões tiveram acerto de 50%.
5) O percentual de erro do pós-teste é 10 %, mostrando o desenvolvimento dos participantes entre os testes.

Considerando os dados e as conclusões a respeito da análise do pré-teste e do pós-teste podemos afirmar que a sequência didática para o ensino de área de figuras planas por meio de atividades experimentais tem validação positiva, pois a partir de sua aplicação os participantes conseguiram aprender a calcular área de quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, trapézio e losango. Percebemos ainda que os objetivos das 10 atividades aplicadas foram alcançados.

Considerando os resultados da experimentação e o confronto das análises a *priori* e a posterior dispostos nessa seção, é possível perceber que 100% das atividades aplicadas na sequência didática tiveram validação positiva, ou seja, as análises a *priori* se confirmaram nas análises a *posteriori*, de forma que alcançamos o objetivo de pesquisa ensinar área figuras planas. Assim podemos afirmar que a sequência didática desenvolvida e aplicada surtiu efeito favorável à aprendizagem de área de quadriláteros e triângulos para alunos cegos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação apresentou uma pesquisa que foi desenvolvida durante o curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática sobre o ensino de área de figuras planas por meio de atividades experimentais e buscou responder à seguinte indagação: Que possíveis efeitos a aplicação de uma sequência didática para o ensino de área de figuras planas, baseada no ensino por atividades experimentais, pode ter sobre o desempenho de estudantes cegos na resolução de questões do assunto?

A fim de responder o problema científico, tomamos como objetivo principal: Analisar possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de área de figuras planas, baseada no ensino por atividades experimentais, pode ter sobre o desempenho de estudantes cegos na resolução de questões do assunto?

Adotamos como metodologia de pesquisa a Engenharia didática de Michele Artigue (1995), fundamentamos essa dissertação nas quatros fases da Engenharia didática: análises prévias, análises *a priori,* experimentação e análise a *posteriori* validação. Sob a fundamentação da ED elaboramos e aplicamos uma sequência didática como proposta para o ensino de área de figuras planas para alunos cegos. Como metodologia de ensino e para aplicação da sequência de atividades o Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas, como recurso didático o uso de materiais manipuláveis (placas de MDF com figuras em baixo relevo com malhas quadriculadas).

Na primeira etapa da pesquisa, foram realizadas análises prévias nas quais foram abordado o acesso à educação para pessoas cegas e o ensino de matemática para alunos cegos; Aspectos históricos de área, Aspectos matemáticos de área; Características das figuras planas; Cálculo de área de figuras planas; Aspectos curriculares de área, Estudos anteriores (revisão de literatura); Diagnose realizada com professores de matemática; Ensino de matemática por atividade experimentais e Resolução de problema.

Na terceira fase, concepção e análise a *priori*, foi construída a sequência didática contendo um pré-teste, 6 atividades em peças de MDF (atividade de construção de conhecimento), 4 atividades de resolução problema (questões problemas), um pós-teste e um material de apoio para ensinar figuras planas. O pré-teste continha 10 questões, aplicadas como atividade inicial para a sondagem dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo de área de figuras planas.

Nas 6 atividades em placas de MDF, temos o desenho das figuras em baixo relevo com malhas quadriculadas para ensinar área de triângulos e quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, losango, trapézio e um pós-teste para verificar a aprendizagem; As quatro atividades de resolução problema são 3 três atividades complementares cada uma contendo 10 questões no qual o participante deveria exercitar os conhecimentos adquiridos em cada encontro, uma atividade de aprofundamento composta por 12 questões de área de figuras planas.

O pós-teste foi composto por 10 questões com objetivo de observar o desenvolvimento dos participantes após a aplicação da sequência de atividades. O material de apoio para ensinar figuras planas continha 4 peças de MDF com figuras quadriláteros e triângulos em baixo e alto relevo. Na etapa de experimentação, ocorreu a descrição da aplicação da sequência didática. A aplicação da pesquisa começou no final do mês de outubro e terminou no final de novembro, participaram da pesquisa dois jovens cegos.

Na quarta e última fase, análise a *posteriori* e validação, fizemos análise dos resultados coletados na fase de experimentação através dos instrumentos utilizados. Foi feita a análise dos dados obtidos mediante a comparação dos resultados dos testes, analisamos também o único erro do pós-teste, fizemos a comparação das hipóteses a *priori* com os resultados obtidos na aplicação das atividades.

Os dados coletados na fase de experimentação evidenciaram que os participantes seguiram as instruções das atividades e conseguiram realizar todas as atividades com êxito. As atividades (MDF) de construção de conhecimento serviram de suporte para a realização das atividades complementares, atividades de exercício e fixação do conteúdo, visto que nessas atividades os participantes resolviam as questões com facilidade.

A comparação dos resultados do pré-teste e pós-teste mostraram que houve melhoria no desempenho dos participantes, o participante A respondeu corretamente 4 questões do pré-teste e deixou 6 em branco no pós-teste resolveu as 10 questões corretamente e o participante B que deixou todas as 10 questões do pré-teste em branco, resolveu todas as questões do pós-teste acertando 9 e errando apenas uma.

O percentual de acertos no pós-teste revela um aumento significativo de desempenho do primeiro para o segundo teste, esses resultados provam que as metodologias de ensino adotadas durante a aplicação da sequência didática proporcionaram melhoria no desempenho dos participantes no pós-teste.

Os resultados evidenciam que os participantes conseguiram aprender o conteúdo de área de figuras planas e conseguem retirar informações de questões problemas para realizar o cálculo de área da figura pedida. Acreditamos que esses resultados positivos se devem às metodologias e recursos utilizados na fase de experimentação.

Apesar do sucesso da aplicação da sequência didática para o ensino de área de figuras planas, queremos ressaltar que os participantes são jovens cegos que não tiveram a oportunidade estudar em uma escola regular, que concluíram o ensino fundamental e médio através do ENCCEJA, que o conteúdo de área era desconhecido por eles, acreditamos que esses fatos influenciaram os resultados do pré-teste.

Ao propormos esta pesquisa tomamos como objetivos específico: (I) Analisar a eficácia do uso de atividades experimentais com materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem de área de figuras planas; (II) Identificar a pertinência do uso de atividades experimentais com materiais manipuláveis no processo de ensino de alunos cegos e (III) Avaliar a eficácia de utilizar atividades experimentais envolvendo materiais manipuláveis no ensino de área de figuras planas para alunos cegos.

Acerca do objetivo (I) os resultados da experimentação mostraram que o uso de atividades experimentais com materiais manipuláveis é eficiente para ensinar área de figuras planas. Em relação ao objetivo (II) verificamos por meio dos resultados que é possível ensinar alunos cegos por meio de atividades experimentais com materiais manipuláveis. No que diz ao objetivo (III) a utilização de atividades experimentais envolvendo materiais manipuláveis para ensinar área de figuras planas para alunos cegos têm uma validação positiva, isto é, os resultados da aplicação da sequência de atividades mostram que é possível ensinar o conteúdo de área para alunos cegos de forma dinâmica e interativa por meio das atividades experimentais e materiais manipuláveis.

Ao final desta pesquisa temos respostas para a indagação científica que norteou essa pesquisa: Que possíveis efeitos a aplicação de uma sequência didática para o ensino de área de figuras planas, baseada no ensino por atividades experimentais, pode ter sobre o desempenho de estudantes cegos na resolução de questões do assunto? Esses são os possíveis efeitos da aplicação da sequência didática para o ensino de área de figuras planas para alunos cegos:

I. **Os participantes descobriram as fórmulas para calcular a área de cada figura**: durante as atividades propostas os participantes seguiram o passo a passo de cada atividade e conseguiram chegar a formula de área de cada figura.
II. **Os participantes conseguiram êxito na resolução das questões de área propostas:** os participantes conseguiram resolver todas as questões propostas.
III. **Provocou o envolvimento dos participantes na realização das atividades propostas**: os participantes participaram ativamente do processo de ensino e aprendizagem, faziam perguntas e apontamentos durante as atividades.
IV. **Os participantes conseguiram realizar as atividades propostas com independência crescente**: no decorrer das atividades percebemos que a cada nova atividade os participantes sentiam se mais confiantes para realizar as atividades com independência.
V. **Os participantes realizaram atividades individualmente e em dupla, com sucesso**: todos as atividades propostas foram resolvidas com sucesso pelos participantes.
VI. **O uso do tato para auxiliar na exploração das figuras**: os participantes conseguiram visualizar no material as figuras planas por meio do tato.
VII. **Participantes participaram com satisfação das atividades**: ambos os participantes mostraram se motivados em participar das atividades.
VIII. **Não houve desistência por parte dos participantes**: desde o primeiro encontro até o ultimo os participantes mostram interesse em participar da pesquisa e apreender o conteúdo de área, de forma que nenhum deles desistiu,

os encontros eram marcados em dias que os dois pudessem participar, assim os dois poderiam interagir entre si durante o processo de ensino e aprendizado.

Por fim, conseguimos ter um grande ganho de aprendizagem na área de educação inclusiva, no ensino por atividades, resolução de problemas e o uso de materiais manipuláveis como metodologia, ensino de área de figuras planas, tanto teórico quanto prático. Também tivemos a oportunidade de conhecer, presenciar e acompanhar o processo de educação matemática de pessoas cegas.

Acreditamos que a metodologia proposta é de grande valia na educação de pessoas cegas, pretendemos utilizar esses recursos metodológicos futuramente em salas de aula, tanto para efetivar a inclusão como também para ensinar área de figuras planas de forma dinâmica e interativa. O processo de desenvolvimento e construção dessa pesquisa foi extremamente importante em nossa formação acadêmica, buscaremos usar e compartilhar o legado que a realização dessa pesquisa nos proporcionou enquanto educadores matemáticos.

Considerando o sucesso da utilização do Ensino por Atividades experimentais e Resolução de problemas e material manipulável na experimentação, cientes que ensino de área de figuras planas por meio de sequência didática nos proporcionou resultados positivos, disponibilizaremos o produto educacional para professores que apresentem que desejam ensinar área de figuras planas de forma dinâmica, interativa e inclusiva.

O produto educacional será disponibilizado no site do Programa de Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade do Pará por meio de pdf contendo as atividades de resolução problema, e por meio de vídeos descritivos, onde falaremos as características do material produzido MDF, tendo como finalidade disponibilizar aos docentes de matemática um guia didático para o ensino de área de figuras planas.

Ressaltamos ainda que o material construído nesta pesquisa pode ser adaptado, o material quadriculado em baixo relevo em peças de mdf facilmente pode ser adaptado para alto relevo quadriculado em folhas de papel cartão, usando barbante para fazer os quadriculados das figuras, entre outros materiais de baixo custo que podem ser utilizados com a finalidade de ensinar área de figuras planas.

Esperamos que esta dissertação possibilite aos docentes de matemática novas metodologias e recursos para trabalhar o ensino de área e utilizar a sequência didática apresentada nessa pesquisa para melhorar o desempenho dos estudantes no aprendizado de área de figuras planas, como também efetivar a inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática.

Acreditamos que trabalhos como estes podem influenciar outros pesquisadores a fazer uso dessas metodologias para desenvolver pesquisas futuras sobre o ensino de outros conteúdos matemáticos e trazer contribuições para a educação básica tanto para professores que podem ter as pesquisas como norteadoras de aulas, como para alunos que poderão participar de forma ativa no processo de construção do próprio conhecimento fugindo de aulas tradicionais. Dessa forma sugerimos que outras pesquisas com estas metodologias sejam desenvolvidas para o ensino de matemática.

REFERÊNCIAS

ABREU, Lívia Azelma de Farias. **Geometria para deficientes visual**: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ, 2014.

ABREU, Thaís Elisa Barcelos. **O ensino de matemática para alunos com deficiência visual**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense, UENF, Campos dos Goytacazes, RJ, 2013.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora da ÜFPR, 2007. 217p.

ALMOULOUD, Saddo Ag; SILVA, Maria José Ferreira da. **Engenharia didática**: evolução e diversidade. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012.

AMÂNCIO, Joenneyres Raio de Souza. **Estudo do cálculo de áreas de figuras planas baseado em estratégias de resolução de problemas matemáticos**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Maceió, 2020.

ANDERS, Valentim. **Dicionário Epistemológico Espanhol Online**. Disponível em: >DECEL - Dicionário Etimológico Online de Espanhol (dechile.net)<, acessado em 30 de novembro de 2022.

ANDRADE, Maria Helena de; ALVES, Francisco Régis Vieira; ALVES, Ana Paula Rodrigues. **Engenharia Didática aplicada numa situação olímpica**. IV CIECITE- Congresso Internacional de Educação Científica e Informática. Santo Ângelo/ RS, 09-11 de outubro de 2017.

ANTAR NETO, A.A.; SAMPAIO, J. L. P; LAPA, N.; CAVALLANTTE, S. L. **Noções de matemática,** volume 5: Geometria Plana e Espacial. 2º ed. Vestseller. Fortaleza, 2010.

ANTUNES, C.; MERLI, R.; NOGUEIRA, C. A **construção da didática da matemática na França e sua influência sobre as pesquisas brasileiras**. XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Cuiabá, 14-17 de julho. 2019.

ARAÚJO, Debora Simone Ferreira de Queiroz. **Uma proposta didática para o Ensino de Perímetro e Área no Ensino Fundamental II**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Recife, 2020.

ARAUJO, Lise Canario de. **Cálculo de áreas**: Um Meio Atrativo para o Enriquecimento do Ensino da Matemática. Dissertação de Mestrado, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal da Bahia - UFBA Instituto de Matemática. Salvador, Bahia, 2013.

ARAÚJO, Péricles César de; IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. **Engenharia Didática como uma estatística não paramétrica.** Caderno de física da UEFS 07, (01 e 02): 133-142, 2009.

ARTIGUE, Michèle. **INGENIERÍA DIDÁCTICA**. IN ARTIGUE, Michele DOUADY, Régine; MORENO, Luís- Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. 1º edició. Bogotá, 1995.

ASSUMPÇÃO, Paula Gabrieli Santos de. **Perímetro e área**: uma engenharia didática utilizando o Geogebra sob o olhar das Representações Semióticas. Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Santa Maria Centro de Ciências Naturais e Exatas, Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física. Santa Maria, RS, Brasil 2015.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Construção do conceito de área e perímetro**: uma sequência didática com auxílio de *software* de geometria dinâmica. Dissertação de Mestrado Universidade Estadual de Londrina, Ensino de Ciências e Educação Matemática. Londrina, 2004.

BALESTRI, Rodrigo; PATARO, Patrícia Moreno. **Matemática essencial 9º ano**: ensino fundamental, anos finais. 1 ed. Scipione. São Paulo, 2018.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamenta**l. 2002. 214 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco: Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação. Recife, 2002.

BECHARA, Evanildo. **Dicionário escolar da Academia Brasileira de Letras: língua portuguesa**. Companhia Editora Nacional. São Paulo, 2011.

BECKENBACH, E. F. *et al*. Sugerencias para resolver problemas. México: **Trillas**, 1970, 83p.

BORGES, Rodrigo Gonçalves. **Uma contribuição ao Ensino-Aprendizagem de deficientes visuais** Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Pós-graduação em Matemática. Uberlândia-MG, 2021.

BRASIL, Instituto Benjamin Constant- IBC. **Álvares de Azevedo disseminador do Braille no Brasil**. Acessado: http://www.ibc.gov.br/fique-por-dentro/677-alvares-deazevedo-o-disseminador-no-brasil. Visitado em 11 de agosto de 2020.

BRASIL, Instituto Benjamin Constant- IBC. **Louis Braille, o Inventor**. Acessado em: http://www.ibc.gov.br/fique-por-dentro/676-louis-braille-o-inventor. Visitado em 11 de agosto de 2020.

BRASIL, Instituto Benjamin Constant- IBC. **O Sistema Braille**. Acessado em: http://www.ibc.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=675:osistema-braille&catid=121&Itemid=373. Visitado em 11 de agosto de 2020.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 01 de setembro de 2022.

BRASIL, Ministério da Saúde e Educação-MEC. **Data reafirma os direitos das pessoas com deficiência visual**. Acesso em: http://portal.mec.gov.br/component/content/article/202-noticias/264937351/58391-

data-reafirma-os-direitos-das-pessoas-com- -visual deficiência. Visitado em: 29 de maio de 2023.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília**, DF, 5 de outubro de 1988.

BRASIL. Decreto n. 3. 298 de 20 de dezembro de 1999. Brasília: **Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência**, 1999.

BRASIL. **Legislação brasileira sobre pessoas com deficiência** [recurso eletrônico]. – 7. ed. – Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2013.

BRASIL. Lei n. 13.146, de 6 de julho de 2015. **Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência** (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília: Presidência da República, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sinopse Estatísticas do Exame Nacional de Ensino Médio 2015**. Brasília: Inep, 2017. Disponível em > https://portal.inep.gov.br/<. Acesso em 14 de janeiro de 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência do ENEM**. Disponível em < https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Acesso em 14 de janeiro de 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Provas e gabaritos. Enem 2010, segundo dia. Disponível em >https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2010/dia2_caderno5_amarelo.pdf<. Acessado em 12 de outubro de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Provas e gabaritos. Enem 2012, segundo dia. Disponível em >https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2012/dia2_caderno5_amarelo.pdf<. Acessado em 12 de outubro de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Provas e gabaritos. Enem 2015, segundo dia. Disponível em >https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/2015_PV_impresso_D2_CD5.pdf<. Acessado em 12 de outubro de 2023

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Provas e gabaritos. Enem 2022, segundo dia. Disponível em > https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2022_PV_impresso_D2_CD5.pdf<. Acessado em 12 de outubro de 2023

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. LDBEN 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental (SEF). **Parâmetros Curriculares Nacionais**: história. Brasília, DF: SEF, 1998b

BRASIL. Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação da Educação Básica, documentos de Referência**. In Diretoria de Avaliação da Educação Básica-DAEB. Versão 1. Brasília-DF, 2018.

BRASIL. **Portaria N° 77, de 16 de agosto de 2002**. Brasília: Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria de Educação Fundamental. 126p. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. 142p. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BUTTS, T. **Formulando problemas adequadamente**. In: KRULIK, S. e REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução HYGINO H. DOMINGUES e OLGA CORBO. São Paulo: Atual, 1997. 343p.

CARDOSO, Rosinaldo da Trindade. **O ensino de medida de área por atividade**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) -Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

CARNEIRO, V. C. G. **Engenharia didática**: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. Zetetiké, Campinas, SP, v.13, n.23, p.85-118, jan./jun. 2005.

CHAISE, Loraci Soares. **Unidade didática**: estudo matemático – deficiência visual. Programa De Desenvolvimento Educacional – PDE. Universidade Estadual do CentroOeste – UNICENTRO, Pato Branco – PR, 2013.

CORDEIRO, Cledyana Souza. **O uso de materiais concretos no ensino de Geometria Plana para pessoas com deficiência visual:** um estudo de caso. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) - Universidade do Estado do Pará, São Miguel do Guamá, 2021.

DAHM, Francine. **Área e perímetro de figuras geométricas planas**: percepções e criações através de malha quadriculada e o *software* geogebra. Dissertação (mestrado) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre, 2019.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**: 9º ano. 3 ed. São Paulo. Ática, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. **Volume único**. 1 ed. São Paulo. Ática, 2005.

DAVIS, E.J. e MCKILLIP, W. D. **Aperfeiçoando a resolução de problemas**- história na matemática da elementary school. In KRULIK, S. e REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução HYGINO H. DOMINGUES e OLGA CORBO. São Paulo: Atual, 1997. 343p.

DECLARAÇÃO DE SALAMANCA. **Necessidades Educativas Especiais**– NEE. In: CONFERÊNCIA MUNDIAL SOBRE NEE: ACESSO EM QUALIDADE. UNESCO. Salamanca: UNESCO, 1994.

Decreto n. 7.611, de 17 de novembro de 2011. **Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências**. Brasília, 17 de novembro de 2011.

DIAS, Sandy da Conceição. **O ensino de matemática para estudantes cegos por meio de sistema suplementar de comunicação**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

DOLCE, Osvaldo. **Fundamentos da Matemática Elementar**, 9: Geometria Plana. 7 ed. São Paulo. Atual. 1993.

EVES, Howard. **Introdução a História da Matemática**. Ed UNICAMP. Campinas, 1992.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FACCO, S. R. Conceito de Área**- Uma proposta para o ensino de área**. 2003. 185f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003.

FURLAN, Fernanda Hillman. **Conceitos Geométricos, deslocamentos e localização espacial de estudantes com cegueira congênita**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Setor de Educação programa de pós-graduação, Curitiba, 2016.

GILLINGS. Richard J. **Mathematics in the time of the pharaohs**. Reprint. Originally published: Cambridge, Mass.: MIT Press, 1972.

HUETE, J.C.S. e BRAVO, J.A. F. La Enseñanza de la matemática: fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas. Madrid: Editorial CCS, 2003.

JERMAN, M. Problem Length as a Strutural Variable in Verbal Arithmetic Problems. Educational Studies in Mathematics, 5, p.109- 123, 1973.

JESUS, Manoel Bernardes de. **Triângulos: Formas, medidas e aplicações**. Dissertação de Mestrado. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2016

KUROKAWA, Cecilia Yumi. **Áreas e volumes**: de Eudoxo e Arquimedes a Cavalieri e o cálculo diferencial e integral. Dissertação (mestrado) Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Campinas, SP, 2015.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Metodologia do trabalho científico**: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório publicações e trabalhos científicos. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LEIVAS, José Carlos Pinto; GOBBI, Juliana Aparecida. O *software* GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas. **R. Bras. de Ensino de C&T**. vol 7, núm. 1, jan-abr.2014.

LEMOS, Edison Ribeiro. José Álvares de Azevedo: Patrono da Educação dos Cegos no Brasil. **Revista Benjamin Constant**. Rio de Janeiro, Instituto Benjamin Constant, nº 24, abril de 2003.

LESTER, F. e CHARLES, R. Teaching Problem Solving: What, Why and How. New York, **Dale Seymuor Publications**, 1982. 60p.

LI, F. L. N. The effect of superfluous information on children`s solution of story arithmetic problems. **Educational Studies in Mathematics**, [s.l.], n..21, p.509-520, 1990.

LIMA, Elon Lages. **Medida e forma em geometria**. Sociedade Brasileira de Matemática. 4º edição. Rio de Janeiro, 2009. SPLETT, Elisa Seer. Inclusão de alunos cegos em classes regulares e o processo ensino e aprendizagem de matemática. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2015.

LIMA, Renan Gustavo Araujo De; NEVES, Tatiani Garcia. **Possibilidades de uso da engenharia didática na educação matemática e no ensino regular**. Educação, Matemática e Pesquisa. São Paulo, v. 21, n. 5, pp. 694-708, 2019.

MANUEL. Paula Cristina Felisberto. **Tópicos de Geometria do Triângulo**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Ciências e Tecnologia. Universidade do Algarve. Faro, 2007.

MARTINS, Henrique Araken. **Estruturas de avaliação escolar para mapear habilidades tomando como base as Taxonomias de Bloom em questões de múltipla escolha**. Dissertação de Mestrado Universidade Federal do ABC. Santo André, SP, 2016.

MENDONÇA, M. C. **Resolução de Problemas Pede (Re)Formulação**. Lisboa: APM,1ª edição,1999.226p.

MIRANDA, Natali de Jesus Ferreira de; SANTOS, Maria de Lourdes Silva; SÁ, Pedro Franco de. Engenharia didática como metodologia de pesquisa nos trabalhos publicados no EBRAPEM (2017-2021). **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 11, n. 1, e23090, jan./dez., 2023. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.15208

MORAES, Fernanda Carpintero de. **Um Passo de Cada Vez**: Conhecendo as Unidades de Medida Através da Sua História. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2019.

MUSSER, G.L. e SHAUGHNESSY, J. M. **Estratégias para resolução de problemas na matemática escolar**. In KRULIK, S. e REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução HYGINOH. DOMINGUES e OLGA CORBO. São Paulo: Atual, 1997. 343p.

NERY, Marcos Wildson Alves. **Um olhar sobre a educação inclusiva de deficientes visuais** – estratégias de ensino de trigonometria e geometria espacial. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2013.

OLIVEIRA, Daiane. **Modelagem no ensino de matemática**: um estudo de caso com estudantes cegos. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Centro Oeste, UNICENTRO, Guarapuava, PR, 2016.

OLIVEIRA, Joel Silva De. **A Engenharia Didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva**: o caso da área de figuras planas irregulares com o geogebra. Dissertação (mestrado)-Universidade Estadual da Paraíba- Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Campina Grande – PB 2017.

OLIVEIRA, Josenilda Sales de. **Ensino Tradicional, novo fazer pedagógico e suas influências na educação de Jovens e Adultos**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em História), Universidade Estadual da Paraíba. Campinas Grande, 2011.

OLIVEIRA, Larissa Katharine de. **Inclusão de deficientes visuais no ensino de Geometria Plana**. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, 2019.

ONOFRE, Eduardo José de Oliveira. **Medidas de comprimento e de área**: um estudo sobre unidades de medidas e sobre o cálculo de áreas de algumas figuras planas. Monografia (Graduação), Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2018.

PAIS, Luiz Carlos. Didática da Matemática: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: **Autêntica**, 2001. p. 127.

PAULA, Andrey Patrick Monteiro de. **Ensino de área de figuras planas por atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2011.

PAVANELLO, R. M. **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo: Coleção SBEM, 2004. v. 2.

PEIXOTO, Rodrigo Britto. **Fatores de risco para desenvolvimento e progressão do glaucoma primário de ângulo aberto**: Revisão integrativa da literatura. Monografia (medicina). Universidade Federal da Bahia, UFBA, Salvador, 2016.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977, 179p.

POLYA, G. L`enseignement par les problèmes. L`Enseignement Mathématique, t. XIII, fasc. 3, 233-241, 1967.

POMMER, Wagner Marcelo. **A Engenharia Didática em sala de aula**: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares, 2013.

POZO, J. I. *et al*. **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed.1998, 177p.

RIBEIRO, Luiz Antônio; SOUZA, Cláudia Mara de; KUBO, Aurélio Takao Vieira. **Projeto de Engenharia Didática**: a avaliação de práticas de linguagem em foco. Trab. Ling. Aplic., Campinas, n(57.1): 411-441, jan./abr. 2018.

ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. de. Tópicos de história da matemática. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

SÁ, Pedro Franco de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC:** Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Ano 15, Número 35, p.143-162, 2022.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. EDUEPA. Belém, 2009.

SÁ, Pedro Franco De. Possibilidades da resolução de problemas em aulas de matemática. IFPA, Belém, 2021.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de matemática por atividades**. Belém: SINEPEM, 2019. (Coleção I).

SÁ, Pedro Franco de; ALVES, Fábio José da Costa. A pesquisa em educação matemática e os fenômenos da sala de aula. **Educação, Culturas e Diversidades**. Manaus: Edua, 2011. v. 2.

SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo Souza e. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática**. Revista Cocar**. Edição Especial N.14/2022 p.1-20.

SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo Souza e; FOSSA, John Andrew. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática. **Revista Cocar**. Edição Especial N.14/2022 p.1-20.

SANTOS, Arlem Atanazio dos; ALVES, Francisco Régis Vieira. A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de Matemática**. Acta Scientiae**, v.19, n.3, maio/jun, Canoas v.19 n.3 p.447-465, 2017.

SANTOS, Wagner de Sousa; JUCÁ, Rosineide de Sousa. O ensino das áreas das figuras planas com a utilização do *software* kig. **Revista WEB-MAT**. Belém, vol. 1, n. 1, p. 31-50| Janeiro-Julho 2014.

SENZAKI, Noemia Naomi. **Conceitos de Área e de Perímetro**: um estudo Metanalítico. Tese de Doutorado, Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP. São Paulo, 2019.

SILVA, Anderson Douglas Pereira Rodrigues da. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica**: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6ºano do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós – Graduação em Educação Matemática e Tecnológica Curso de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2016.

SILVA, Hugleibson Bernardo. **Utilização do Multiplano no Ensino de Geometria para Alunos do Ensino Fundamental com Deficiência Visual**. Dissertação de mestrado. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás Instituto de Matemática e Estatística. Goiânia, 2015.

SILVA, Ingrid Monteiro. **Diagnóstico do Glaucoma Congênito**: Revisão Sistemática. Monografia (Medicina). Universidade Federal da Bahia, UFBA, Salvador, 2016.

SILVA, Lessandra Marcelly Sousa da. **Do improviso às possibilidades de ensino: estudo de caso de uma professora de matemática no contexto da inclusão de estudantes cegos**. Tese (doutorado), Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Rio Claro, 2015.

SILVA, Marco Antônio. A Fetichização do Livro Didático no Brasil. **Educação e Realidade**. Porto Alegre, v. 37, n. 3, p. 803-821, set./dez. 2012. Disponível em: https://www.ufrgs.br/edu_realidade/. Acessado em: 01 de setembro de 2022.

SILVA, Mayra Darly da. **Ensino de geometria para estudantes cegos:** avaliação, análise e uso de um material manipulável por professores dos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Recife, 2018.

SILVA, Toni Aldenis Ferreira. **Área de figuras planas**: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico no 7º ano do ensino fundamental. Universidade Federal do Oeste do Pará, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Santarém-PA, 2018.

SISPAE. **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. SISPAE-Sistema Paraense de Avaliação Educacional, matriz de avaliação. Disponível em: >https://sispae.vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?c=SEPA1702<. Acesso: em 02 de março de 2023.

SISPAE. **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. SISPAE-Sistema Paraense de Avaliação Educacional, referenciais. Disponível em: >https://sispae.vunesp.com.br/referencia.aspx< Acesso : em 02 de março de 2023.

SOUZA, Tânia Pinto Dos Santos. **O uso do Desenho Geométrico como motivador de aprendizagem no ensino de área de figuras planas**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro De Ciências Exatas e Tecnológicas; Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Cruz das Almas, Bahia, 2015.

SPLETT, Elisa Seer. **Inclusão de alunos cegos em classes regulares e o processo ensino e aprendizagem da matemática.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil, 2015.

STALLIVIERE, I. C. C. A história da Agrimensura. **Revista Mira**, 2011. Disponível em: > http://www.amiranet.com.br/artigo/ahistoria-da-agrimensura-16<. Acessado em: 21 de setembro de 2022.

TEIXEIRA, Rackel de Carvalho. **Uma maneira dinâmica de aprender área e perímetro de figuras planas a partir de situações concretas e lúdicas**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciências e Tecnologia. Campos Dos Goytacazes -RJ, 2018.

TEIXEIRA, S. G. **Concepções de alunos de Pedagogia sobre os conceitos de comprimento e perímetro**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco: Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação. Recife, 2004.

VASCONCELOS, Nathalia Melo do Bem. **Abordagem prática dos conceitos de área e perímetro a partir da planta baixa de uma escola.** Dissertação de Mestrado, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2019.

WIGGS, Janey L; PASQUALE, Louis R. Genetics of glaucoma. **Human Molecular Genetics**, Vol. 26, No. R1 R21–R27, 2017.

ZEITZ, P. The Art and Craft of Problem Solving. New York: John Willey & Sons, Inc. 1999. 334p.

APÊNDICES

Apêndice A - Questionário Professores

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

Prezados (as) professores (as),
Sou Cledyana Souza estudante do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo está pesquisa, a fim de gerar dados acerca dos docentes de matemática, com a finalidade de futuramente elaborar produtos educacionais que possam ajudar no ensino mais dinâmico de matemática no Ensino Médio.
Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.
- email: ____
A referida pesquisa intitulada Diagnóstico de ensino de área e perímetro de figuras plana com professores da rede Estadual do Pará, sob a responsabilidade do pesquisador Pedro Sá e orientanda Cledyana Souza Cordeiro vinculados a Universidade do Estado do Pará, busca realizar um diagnóstico de área e perímetro de figuras plana a partir da opinião dos professores de matemática. Sua colaboração será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização da pesquisa. Em nenhum momento você será identificado. Esteja ciente que os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim sua identidade será preservada. Os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica com um estudo sobre o ensino de volume de poliedros. Diante das explicações, você acha que está suficientemente informado (a) a respeito da pesquisa que será realizada e concorda de livre e espontânea vontade em participar como colaborador?
( ) Aceito

1 – Sexo: Masculino () Feminino ( )

2 – Faixa Etária**:** ( ) 15-20 anos ( ) 21-25 anos ( ) 26-30 anos ( ) 31- 35 anos ( ) 36-40 anos ( ) 41-45 anos ( ) 46-50 anos ( ) 51-55 anos ( ) 56 –60 anos ( ) 61-65 anos ( ) 66-70 anos.

3 – Escolaridade: (Informe a formação inicial e continuada)
( ) Ensino Médio
Curso: ____________________________ Ano da Conclusão: ______
( ) Ensino Superior completo.
Curso: ____________________________ Ano da Conclusão: ______
( ) Especialização.
Curso: ____________________________ Ano da Conclusão: ______
( ) Mestrado.
Curso: ____________________________ Ano da Conclusão: ______
( ) Doutorado.
Curso: ____________________________ Ano da Conclusão: ______

4 – Tempo de serviço como professor?
( ) Menos de um ano ( )1-5 anos ( ) 6-10 anos
( )11-15 anos ( ) 16-20 anos ( ) 21-25 anos
( ) 26-30 anos ( ) 31-35 anos ( ) Mais de 35 anos

5 – Como você costuma iniciar suas aulas de matemática?
( ) Pelo conceito seguido de exemplos e exercícios;
( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
( ) Com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;
( ) Com jogos para depois sistematizar os conceitos;
( ) Outros. Qual:____

6 – Do que você mais sente falta quando ministra suas aulas de matemática?
( ) Formação inicial sólida;
( ) Domínio de classe;
( ) Compreensão dos conceitos matemáticos;
( ) Formação continuada;
( ) Metodologias diferenciadas de ensino;
( ) Recursos didáticos e pedagógicos;
( ) Outros. Qual:____

7 – Você seleciona os conteúdos de matemática a partir de que?
( ) Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN;
( ) Livro Didático;
( ) Caderno de Orientações da Rede de ensino.;
( ) Base Nacional Comum Curricular – BNCC;
( ) Outros. Qual:____
____

8 - Quais as principais formas de avaliação que você costuma aplicar/ utilizar? (Marque mais de uma opção, se necessário)
( ) Prova oral;
( ) Prova escrita;
( ) Autoavaliação;
( ) Trabalhos em grupo ou individuais;
( ) Produções no caderno;
( ) Outros. Qual:____
____

9 - Para fixar o conteúdo ministrado, você costuma?
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;
Apresentar jogos envolvendo o assunto;
Mandar resolver os exercícios do livro didático;
Não propor questões de fixação;
( ) Propõe a resolução de questões por meio de softwares
( ) Outros. Qual:____
____

10 – A rede de ensino onde você atua oferece formação continuada?
( ) Não oferece
( ) Oferece raramente
( ) Oferece frequentemente
( ) Sempre

11 – Quando a rede de ensino onde você trabalha, ou ainda outras instituições, ofertam curso de formação continuada Você:
( ) Não participa
( ) Participa poucas vezes
( ) Participa muitas vezes
( ) Sempre

12 – Você considera a matemática uma disciplina difícil de ser ensinada ?
( ) Sim ( ) Não
13 – Seus alunos gostam de matemática?
( ) Todos ( ) A maioria ( ) A minoria ( ) Nenhum

14 – Quais as maiores dificuldades dos seus alunos nas aulas de matemática?
( ) Compreensão dos conceitos/ideias
( ) Compreensão das regras
( ) Resolução dos problemas
( ) Realizar cálculo
15- Qual o bloco de conteúdos da matemática você considera mais importante nas suas aulas?
( ) Números e operações
( ) Grandezas e medidas
( ) Espaço e forma
( ) Tratamento das informações
( ) Outro
Justifique:____

16 - Preencha o quadro a seguir com base na sua experiência de professor (a) do ensino fundamental.

Conteúdo	**Costuma ensinar?**		**Grau de dificuldade para os alunos aprenderem**			
	Sim	**Não**	**Muito fácil**	**Fácil**	**Difícil**	**Muito difícil**
Área de figuras planas						
Conceito de área						
Conceito de perímetro						
Metro quadro						
Submutiplos metro quadrado						
Multiplos do metro quadrado						
Transformação de unidades de área						
Perímetro de figuras planas						
Conceito de quadrilátero						
Tipos de quadriláteros						
Conceito de paralelogramo						
Conceito de quadrado						
Área do quadrado						
Conceito de trapézio						
Tipos de trapézio						
Área do trapézio						
Conceito de losango						
Área de losango						
Conceito de retângulo						
Área de retângulo						
Conceito de triângulos						
Tipos de triângulos						
Área de triângulos						
Questões sobre Perímetro de quadriláteros e triângulos sem imagens						

Questões sobre Perímetro de quadriláteros e triângulos com imagens						
Questões sobre área de quadrado sem imagens						
Questões sobre área de quadrado com imagens						
Questões sobre área de retângulo sem imagens						
Questões sobre área de retângulo com imagens						
Questões sobre área de trapézio sem imagens						
Questões sobre área de trapézio com imagens						
Questões sobre área de losango sem imagens						
Questões sobre área de losango com imagens						
Questões sobre área de triângulos sem imagens						
Questões sobre área de triângulos com imagens						
Questões de área de figuras planas do ENEM						
Questões de área de figuras planas da Prova Brasil						
Questões de área de figuras planas de concursos						
Questões de área de figuras planas de seletivos de escola militares						
Questões de área de figuras planas do processo seletivo do IFPA						

17. Quando você trabalha o assunto de área e perímetro de figuras planas, usa algum tipo de material além da explanação no quadro para ensinar o assunto?

( ) Oficinas
( ) Material concreto (caixas de papelão, dados)
( ) Software Geogebra
( ) Material manipulável

( ) Resolução de problemas com questões contextualizadas
( ) Outro. Qual?

18. Você aponta alguma dificuldade apresentada pelos estudantes no processo de aprendizado de área e perímetro de figuras planas Obs.: você poderá marcar mais de uma alternativa
( ) Dificuldade para diferenciar os diferentes tipos de triângulos e quadriláteros
( ) Dificuldades para assimilar a diferentes fórmulas de área de quadriláteros
( ) Dificuldades para interpretar questões contextualizadas e retirar os dados para calcular área de figuras planas
( ) Dificuldades para calcular a área de quadriláteros e triângulo
( ) Confundir fórmula de área de triângulo com fórmula da área de algum quadrilátero

19. Ao observar dificuldades dos alunos no conteúdo de área e perímetro de figuras planas que providencias você toma?
( ) Faz uma nova explicação do conteúdo
( ) Opta por uma metodologia diferente
( ) Usa o ambiente (sala de aula) para mostra elementos do assunto
( ) Recorre ao livro didático e passa uma bateria de exercícios de fixação
( ) Constrói com os alunos miniaturas de poliedros para que eles possam visualizar prisma e pirâmides

20. Se existir mais algum aspecto que você gostaria de referir-se quanto às dificuldades no ensino de área e perímetro de figuras planas, então diga qual?

21. Que sugestão de material você daria para facilitar o ensino área e perímetro de figuras planas?

Apêndice B - Termo de Consentimento Livre Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Prezado (a) Senhor (a)

Esta pesquisa é sobre ENSINO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS PARA ALUNOS CEGOS e está sendo desenvolvida por CLEDYANA SOUZA CORDEIRO, Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Estadual do Pará (UEPA) - Campus de I de Belém, sob a orientação do professor Doutor Pedro Franco de Sá.

O objetivo desse estudo é analisar os efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades experimentais para o ensino área de quadriláteros e triângulos para alunos cegos, tendo como finalidade colaborar para o ensino de área de figuras planas através da utilização de materiais concretos no processo de ensino aprendizagem das pessoas cegas.

Solicitamos a sua colaboração para participar de seções de estudo com duração no máximo de duas horas para a aplicação da metodologia de ensino durante o período máximo de dois meses, assim como a sua autorização para utilizar os resultados desta pesquisa na dissertação de Mestrado, e posteriormente apresentar os resultados deste estudo em eventos científicos e publicar em revista científica nacional e/ou internacional. Por ocasião da publicação dos resultados, os nomes dos participantes serão mantidos em sigilo absoluto.

Informamos também que essa pesquisa pode gerar uma sensação de desconforto, haja vista que durante as seções de ensino os participantes podem supor que possuem pouco ou nem um conhecimento sobre o assunto, ou de que não capazes de responder às perguntas formuladas.

Nos antecipamos a esse possível constrangimento, informando que o nosso objetivo é compreender e descrever a percepção das pessoas cegas sobre os conceitos de área de figuras planas, por essa razão, não há intenção de avaliar ou emitir um julgamento sobre os seus conhecimentos sobre este tema. Nossa intenção é mostrar um recurso didático desenvolvido para ensinar área de figuras planas para alunos cegos.

____

Nome do participante da pesquisa — impressão dactiloscópica

Outro risco está na possibilidade de a sua identidade vir a ser revelada. Contra isso nos precavemos, substituindo o seu nome verdadeiro por outro nome fictício, bem como sugerindo que as seções de ensino e aplicação da metodologia ocorra em um espaço reservado, garantindo-lhe uma atmosfera de sigilo e anonimato.

Esclarecemos que a sua participação é voluntária e, portanto, o (a) senhor (a) não é obrigado (a) a fornecer as informações e/ou colaborar com as atividades solicitadas pelo pesquisador. Caso decida não participar do estudo, ou resolver a qualquer momento desistir do mesmo, garantimos que você não sofrerá nenhum dano. O pesquisador está a sua disposição para qualquer esclarecimento que considere necessário em qualquer etapa da pesquisa. Caso tenha alguma dúvida sobre a pesquisa o senhor (a) poderá entra em contanto através dos números (celular 91-999952229) ou pelo e-mail: annacledy12@gmail.com.

Considerando, que fui informado (a) dos objetivos e da relevância do estudo proposto, de como será a minha participação, dos procedimentos e riscos decorrentes desse estudo, declaro o meu consentimento em participar da pesquisa, como também concordo que os dados obtidos na investigação sejam utilizados para fins científicos (Divulgação em eventos e publicações). Declaro, portanto, que recebi este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, anuncio que me foi dado o tempo necessário para ler e refletir sobre este documento; assumindo também que decidi por livre e espontânea vontade de participar dessa pesquisa, recebendo uma cópia devidamente impressa com a assinatura do pesquisador também grafada. Este termo será assinado em duas vias, pelo senhor(a) e pelo responsável da pesquisa, ficando uma via em seu poder.

Irituia ___de outubro de 2023.

____

Nome do Participante da pesquisa

impressão dactiloscópica

____

Assinatura da Pesquisadora responsável

Apêndice C - Questionário Participantes

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

Prezados (as) alunos (as),

Sou Cledyana Souza estudante do curso de Mestrado Profissional do ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, a fim de gerar dados acerca da relação do aluno cego com o ensino de matemática, com a finalidade de futuramente elaborar produtos educacionais que possam ajudar no ensino mais dinâmico de matemática no ensino fundamental.

Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

1 – Sexo:

( ) Masculino
( ) Feminino

2 – Faixa Etária:

( ) 15-20 anos
( ) 21-25 anos
( ) 26-30 anos
( ) 31- 35 anos
( ) 36-40 anos

3– Escolaridade:

( ) Ensino Fundamental Incompleto (1ª a 4ª série / 1º ao 5º ano)
( ) Ensino Fundamental Incompleto (5ª a 8ª série / 6º ao 9º ano)
( ) Ensino Fundamental Completo
( ) Ensino Médio Incompleto (antigo 2º Grau)
( ) Ensino Médio Completo (antigo 2º Grau)
( ) Ensino Superior

4-Qual o tipo de escola em que você estudou?

( ) Municipal
( ) Estadual Privada/Particular
( ) Conveniada
( ) não estudei em escola regular

Onde estudou? ____

5- Como conseguiu o diploma?

( ) Ensino regular
( ) Prova do ENCCEJA

6- Atualmente você estuda?

( ) Sim
( ) Não

7- Quais recursos você utiliza para estudar?

( ) Vídeos Aulas
( ) Pdfs
( ) Audiosbooks
( ) Gravações em áudio
( ) Youtube
( ) Outros

Quais? ____

8- Qual a frequência que você estuda?

( ) Todos os dias
( ) Uma vez na semana
( ) Duas a três vezes por semana
( ) Quatro a cinco vezes por semana
( ) Seis vezes por semana

9- Você gosta de estudar Matemática?

( ) Não gosto
( ) Gosto um pouco
( ) Gosto
( ) Gosto muito

10- Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?

( ) Professor particular
( ) Pai
( ) Mãe
( ) Irmão
( ) Amigo(a)
( ) Ninguém
( ) Outro, quem? ____________________

11- Qual a frequência que você estuda matemática?

( ) Só no período de alguma prova
( ) Só na véspera da prova
( ) Só nos fins de semana
( ) Alguns dias da semana
( ) Todos os dias

12- Suas notas em provas de Matemática geralmente são:

( ) Abaixo da média
( ) Na média
( ) Acima da média

13- Você tem dificuldade para aprender Matemática?

( ) Não

( ) Um pouco
( ) Sim

14- Qual a operação que você tem mais dificuldade em Matemática?

( ) Adição
( ) Subtração
( ) Multiplicação
( ) Divisão
( ) Nenhuma

15- Você tem domínio da tabuada?

( ) Não
( ) Um pouco
( ) Sim

16- Você se distrai nas aulas de Matemática?
( ) Não, eu sempre presto atenção
( ) Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de Matemática
( ) Sim, eu não consigo prestar atenção

17- Você trabalha de forma remunerada?
( ) Não
( ) Às vezes
( ) Sim

18- Você costuma fazer compras (comércio, mercearia, supermercado, etc.)?
( ) Não
( ) Às vezes
( ) Sim

19 – Você usa conhecimento matemático para resolver situações do dia a dia?
( ) Não
( ) Às vezes
( ) Sim

20- Você tem conhecimento de geometria plana?
( ) Sim
( ) Pouco
( ) Não

21- Você conhece as figuras planas?
( ) Não
( ) Sim

22- Destas figuras planas, quais você conhece?
Triângulo
( ) Quadrado
( ) Retângulo
( ) Losango
( ) Paralelogramo
( ) Trapézio

23- Você sabe calcular perímetro de figuras planas?
( ) Não
( ) Sim

24- Você sabe calcular área de figuras planas?
( ) Não
( ) Sim

De quais? ___________________

Apêndice D - Pré-Teste

PRÉ-TESTE
Pergunta número 1
Uma cartolina retangular tem com medidas 1 metro de comprimento e 0,80 de largura. Qual a área dessa cartolina?
Pergunta número 2
Um quadro de formato quadricular tem medidas de lados igual a 20 centímetros. Qual a área desse quadro?
Pergunta número 3
Uma placa de trânsito tem o formato de um losango com as seguintes medidas, diagonal maior medindo 60 centímetros e diagonal menor medindo 50 centímetros. Qual a área dessa placa?
Pergunta número 4
Qual a área de um triângulo que mede 20 centímetros de base e 10 centímetros de altura?
Pergunta número 5
Uma praça foi construída no centro da cidade com formato de um quadrado, onde cada lado tem 25 metros. Qual a medida de área que esta praça ocupa na cidade?
Pergunta número 6
Qual é a área de ocupação de uma piscina de formato retangular com as seguintes medidas: 8 metros de comprimento e 5 metros de largura.
Pergunta número 7
Em uma rua os moradores desejam fazer bandeirinhas em formato triangular para enfeitar as ruas para a festa junina, sabendo que o triângulo equilátero possui as medidas de seus lados iguais, qual a área da bandeirinha que possui 4 centímetros de lado?
Pergunta número 8
Uma fazenda que tem o formato de um trapézio retangular, com as seguintes medidas: base maior medindo 200 metros e base menor medindo 140 metros e a distância entre as bases é igual a 110 metros, considere 110 metros como de altura do trapézio. Qual área desta fazenda?
Pergunta número 9

Um menino deseja construir uma pipa com formato de um losango com a medida da diagonal maior igual a 30 centímetros e a diagonal menor medindo 20 centímetros. Qual a área da pipa desse garoto?

Pergunta número 10

Uma horta foi construída em um terreno que tem o formato de um paralelogramo com as seguintes medidas: 20 metros de comprimento e 15 metros de largura (equivalente à altura). Qual área dessa horta?

Apêndice E - Pós- teste

PÓS-TESTE
Pergunta número 1 Uma cartolina retangular tem com medidas 1 metro de comprimento e 0,80 de largura. Qual a área dessa cartolina? (mantemos 1 m e modificamos 0,80 m para 0,85m Pergunta número 2 Um quadro de formato quadricular tem medidas de lados igual a 20 centímetros. Qual a área desse quadro? (modificamos 20 cm para 25 cm) Pergunta número 3 Uma placa de trânsito tem o formato de um losango com as seguintes medidas, diagonal maior medindo 60 centímetros e diagonal menor medindo 50 centímetros. Qual a área dessa placa? (modificamos 60 cm para 40 cm e 50 cm para 25 cm) Pergunta número 4 Qual a área de um triângulo que mede 20 centímetros de base e 10 centímetros de altura? (modificamos 20 cm para 25 cm e 10 cm para 15 cm) Pergunta número 5 Uma praça foi construída no centro da cidade com formato de um quadrado, onde cada lado tem 25 metros. Qual a medida de área que esta praça ocupa na cidade? (modificamos 25 m para 26 m) Pergunta número 6 Qual é a área de ocupação de uma piscina de formato retangular com as seguintes medidas: 8 metros de comprimento e 5 metros de largura? (modificamos 8 m para 10 m e 5 m para 4 m) Pergunta número 7 Em uma rua os moradores desejam fazer bandeirinhas em formato triangular para enfeitar as ruas para a festa junina, sabendo que o triângulo equilátero possui as medidas de seus lados iguais, qual a área da bandeirinha que possui 4 centímetros de lado? (modificamos 4 cm para 3 cm) Pergunta número 8

Uma fazenda que tem o formato de um trapézio retangular, com as seguintes medidas: base maior medindo 200 metros e base menor medindo 140 metros e a distância entre as bases é igual a 110 metros, considere 110 metros como de altura do trapézio. Qual área desta fazenda? (modificamos 200 m para 180 m, 140 m para 160 e mantemos 110 m)

Pergunta número 9

Um menino deseja construir uma pipa com formato de um losango com a medida da diagonal maior igual a 30 centímetros e a diagonal menor medindo 20 centímetros. Qual a área da pipa desse garoto? (modificamos 20 cm para 25 cm e mantemos 30 cm)

Pergunta número 10

Uma horta foi construída em um terreno que tem o formato de um paralelogramo com as seguintes medidas: 20 metros de comprimento e 15 metros de largura (equivalente à altura). Qual área dessa horta? (modificamos 20 cm para 15 cm e 15 cm para 12 cm)

PRODUTO EDUCACIONAL

Produto educacional- Atividade 01

ATIVIDADE 01

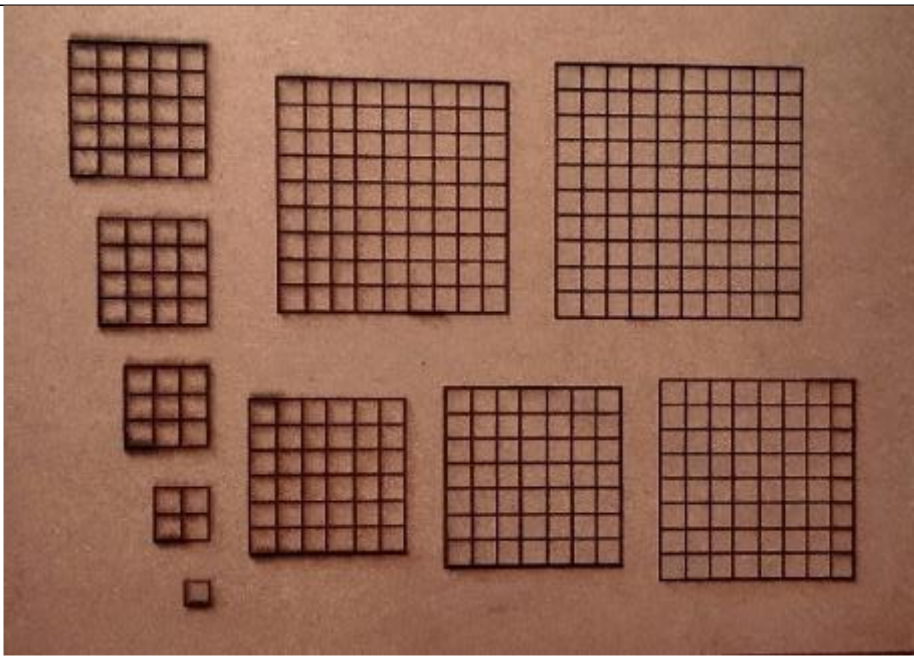
Título: Área do quadrado

Objetivo: calcular área de quadrados

Material: folha de MDF com as figuras, papel e caneta

Procedimentos:

1. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
2. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
3. Determinar a medida do lado de cada quadrado, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do quadrado;
4. Determine a medida da área de cada quadrado da folha de MDF



Dados das figuras

O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada quadrado

X	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Medida do lado (L)										
Medida da Área (A)										

Produto educacional - Atividade 02

ATIVIDADE 02

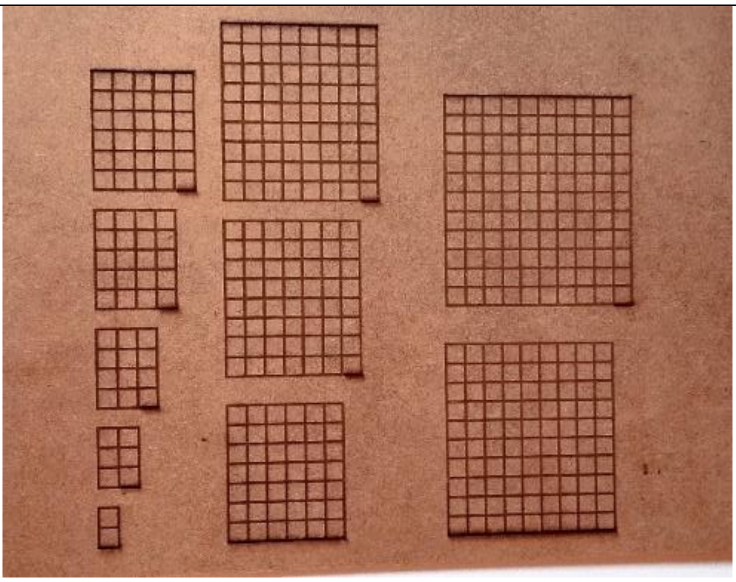
Título: Área do retângulo

Objetivo: calcular área de retângulos

Material: folha de MDF com as figuras, papel e caneta

Procedimentos:

6. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
7. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
8. Determinar a medida dos lados de cada retângulo, de acordo com a quantidade de quadradinhos dispostos no lado do retângulo
9. Determine a medida do comprimento e medida da largura de cada retângulo da folha de MDF
10. Determine a medida da área de cada retângulo da folha de MDF.

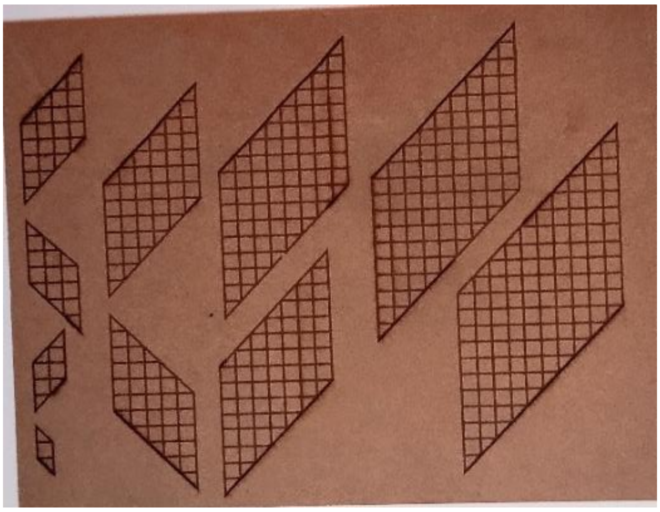


Dados das figuras

O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada retângulo

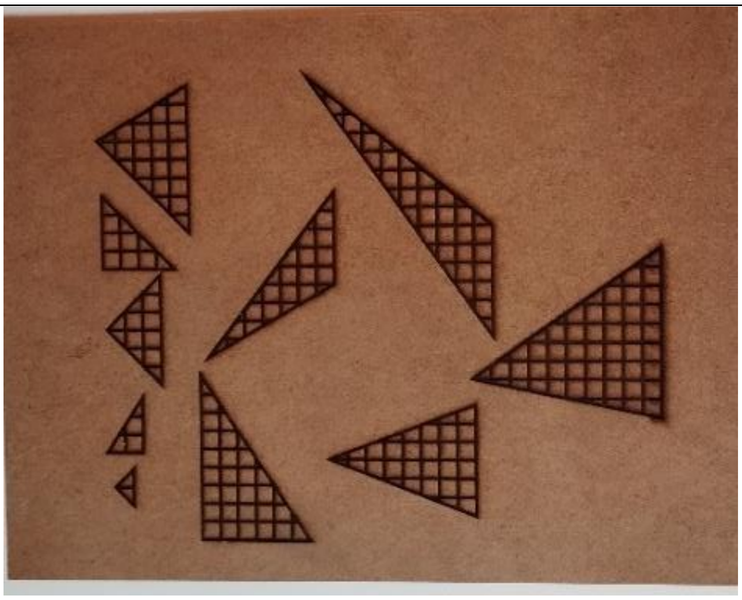
X	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10
Medida do comprimento										
Medida da largura										

Produto educacional- Atividade 03

ATIVIDADE 03
Título: Área do paralelogramo
Objetivo: calcular área de paralelogramo
Material: folha de MDF com as figuras, papel e caneta
Procedimentos: 6. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento 7. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área; 8. Determine a medida da base de cada paralelogramo da folha de MDF 9. Determine a medida da altura de cada paralelogramo da folha de MDF 10. Determine a medida da área de cada paralelogramo da folha de MDF

Dados das figuras
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada do paralelogramo

X	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Medida do comprimento										
Medida da largura										
Medida da Área										

Produto educacional - Atividade 04

ATIVIDADE 04
Título: Área do triângulo
Objetivo: calcular área de triângulos
Material: folha de MDF com as figuras, papel e caneta
Procedimentos: 6. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento 7. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área; 8. Determine a medida da base de cada triângulo da folha de MDF 9. Determine a medida da altura de cada triângulo da folha de MDF 10. Determine a medida da área de cada triângulo da folha de MDF

Dados das figuras
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada triângulo

X	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Medida da base										
Medida da altura										
Medida da área										

Produto educacional - Atividade 05

ATIVIDADE 05

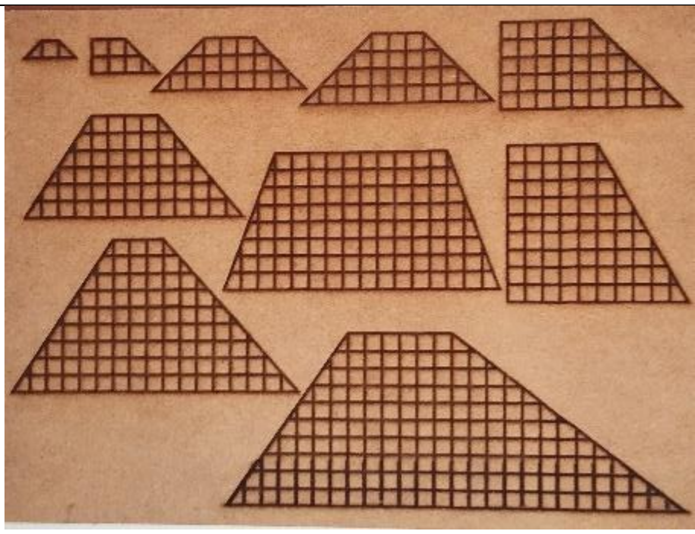
Título: Área do trapézio

Objetivo: calcular área de trapézios

Material: folha de MDF com as figuras, papel e caneta

Procedimentos:

7. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento
8. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área;
9. Determine a medida da base maior de cada trapézio da folha de MDF
10. Determine a medida da base menor de cada trapézio da folha de MDF
11. Determine a medida da altura de cada trapézio da folha de MDF
12. Determine a medida da área de cada trapézio da folha de MDF

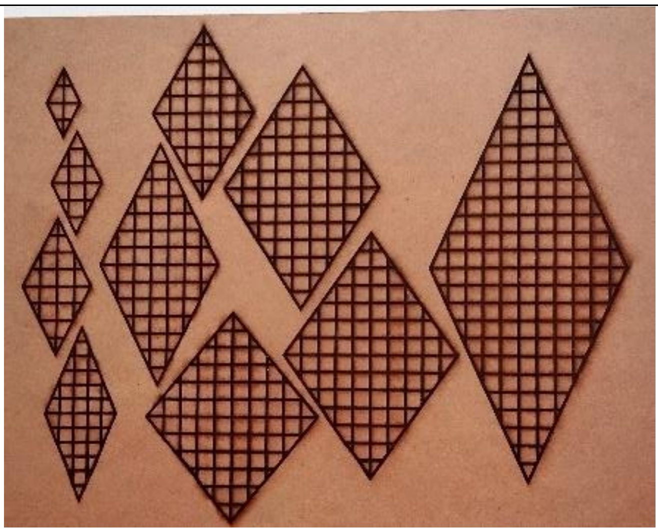


Dados das figuras

O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada trapézio

X	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Medida da diagonal maior										
Medida da diagonal menor										
Medida da altura										
Medida da área										

Produto educacional- Atividade 06

ATIVIDADE 06
Título: Área do losango
Objetivo: calcular área de losangos
Material: folha de MDF com as figuras, papel e caneta
Procedimentos: 5. Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento 6. Considere um quadradinho da folha de MDF quadriculado como unidade de área; 7. Determine a medida da diagonal maior de cada losango da folha de MDF 8. Determine a medida da diagonal menor de cada losango folha de MDF Determine a medida da área de cada losango da folha de MDF

Dados das figuras
O aluno deve anotar os dados para enfim chegar à medida de área de cada losango

X	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10
Medida da diagonal maior										
Medida da diagonal menor										
Medida da Área										

Produto educacional- Atividade Complementar 1

ATIVIDADE COMPLEMENTAR 1

Questão 1 (adaptada de Paula, 2011)

Uma casa tem duas salas A e B, de mesma largura, sendo que a sala A é quadrada e a outra é retangular. O comprimento da sala A é 8 m, da sala B é 5m. Qual área da sala A?

Questão 2

Calcule a área de um quadrado, sabendo que a medida de seus lados é 5m.

Questão 3 (Paula, 2011)

Determine a área de uma região quadrada que sabendo que seu lado mede 17 cm

Questão 4 (Paula, 2011)

Um cubo conforme a figura abaixo possui 8 cm de lado. Suas faces são em formato de quadrado. Determine a área total da superfície desse cubo

Questão 5 (Paula, 2011)

Quantas lajotas serão necessárias para lajotar o piso de um banheiro de área igual a 4000 cm², sendo que a lajota é quadrada e possui 10 cm de lado?

Questão 6 (ENEM, 2022)

Uma empresa de engenharia projetou uma casa com a forma de um retângulo para um de seus clientes. Esse cliente solicitou a inclusão de uma varanda em forma de L. A figura apresenta a planta baixa desenhada pela empresa, já com a varanda incluída, cujas medidas, indicadas em centímetro, representam os valores das dimensões da varanda na escala de 1: 50.

A medida real da área da varanda, em metro quadrado, é

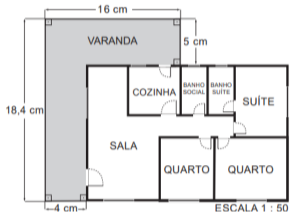
a)33,40.

b) 66,80.

c) 89,24.

d) 133,60.

e) 534,40.



Questão 7 (ENEM, 2015)

Uma carga de 100 contêineres, idênticos ao modelo apresentado na Figura 1, deverá ser descarregada no porto de uma cidade. Para isso, uma área retangular de 10 m por 32 m foi cedida para o empilhamento desses contêineres (Figura 2).

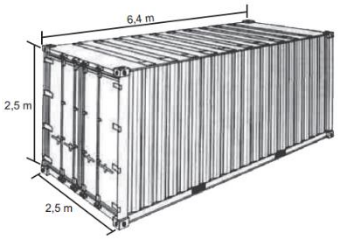


Figura 1

Figura 2

De acordo com as normas desse porto, os contêineres deverão ser empilhados de forma a não sobrarem espaços nem ultrapassarem a área delimitada. Após o empilhamento total da carga e atendendo à norma do porto, a altura mínima a ser atingida por essa pilha de contêineres é:

A) 12,5 m. B) 17,5 m. C) 25,0 m. D) 22,5 m. E) 32,5 m.

Questão 8

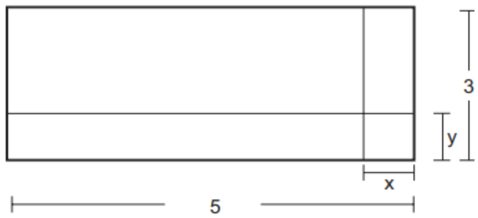
O administrador de um campo de futebol precisa comprar grama verde e amarela para cobrir o campo com faixas verdes e amarelas iguais em áreas e quantidades. O campo é um retângulo com 100 m de comprimento e 50 m de largura e, para cada 10 m2 de grama plantada, gasta-se 1 m2 a mais por causa da perda. Quantos m2 de grama verde o administrador deverá comprar para cobrir todo o campo?

(A) 2250 (B) 2500 (C) 2750 (D) 5000

Questão 9 (ENEM, 2012)

Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é

(5 – x) (3 – y).



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por: A) 2xy B) 15 − 3x C) 15 − 5y D) −5y − 3x E) 5y + 3x – xy

Questão 10 (ENEM, 2010)

O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro

biomas continentais brasileiros	área aproximada (km^2)	área / total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata Atlântica	1.110.182	13,04%
Caatinga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	

É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?

a) 1.400   b) 14.000 c) 140.000   d) 1.400.000   e) 14.000.000

Produto educacional - Atividade Complementar 2

ATIVIDADE COMPLEMENTAR 2

Paralelogramo e triângulo

Questão 1 (Paula,2011)

Determine a área de uma região do plano que tem forma de um paralelogramo cuja base mede 8 cm e a altura correspondente tem 4 cm. (modificamos a medida 8 cm para 7 cm e 4cm para 5 cm)

Questão 2 (Paula,2011)

A região de uma cartolina é limitada por um paralelogramo que tem 16 cm de comprimento por 9 cm de largura. Qual é a área dessa região? (modificamos a medida 16 cm para 17 cm e 9 cm para 8 cm)

Questão 3 (Paula,2011)

Um paralelogramo tem base igual a 25 cm e altura igual a 12 cm. Calcule sua área. (modificamos a medida 25 cm para 24 cm e 12 cm para 13 cm)

Questão 4

Qual a área do paralelogramo que tem base igual a 16 cm e altura igual a 12 cm. (modificamos a medida 16 cm para 15 cm e 12 cm para 13 cm)

Questão 5

Calcule a área do paralelogramo que tem base igual a 20 cm e altura igual a 15 cm. (mantemos a medida 20 cm e modificamos 15 cm para 14 cm)

Questão 6 (Paula,2011)

Em um painel de publicidade está desenhado um triângulo. Sabendo se para cada m² desse triângulo foram usados 200 ml de tinta, e sua altura mede 3 m e sua base 2 m, quantos ml de tinta foi gasto para pintar esse triângulo? (modificamos a medida 3 m para 2m e 2 m para 4m)

Questão 7 (Paula,2011)

Qual a área de um triângulo de base 25 cm e altura igual a 12 cm? (mantemos a medida 25 cm e modificamos 12 cm para 10 cm)

Questão 8 (Paula,2011)

Qual é a área de um triângulo cuja altura mede 13 cm e a base mede 6 cm? (modificamos a medida 13 cm para 12m e 6 cm para 7 cm)

Questão 9

Sabendo que a altura de um triângulo mede 30 cm e sua base 15 cm. Qual a área desse triângulo? (modificamos a medida 30 cm para 35 cm e 15 cm para 10 cm)

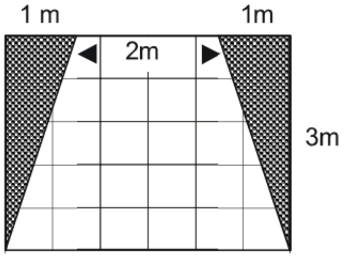
Questão 10
Uma peça de tecido é formada por 3 triângulos iguais. Sabendo que a base de cada triângulo mede 20 cm e a altura 16 cm. Qual á a área da peça? (mantemos a medida 20 cm e modificamos 16 cm para 15 cm)

Produto educacional - Atividade Complementar 3

ATIVIDADE COMPLEMENTAR 3

1- Questão

O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido em cerâmica. (modificamos 6m para 5m, 4m para 3m e mantemos 3m)



Qual é a área do piso que será revestido com cerâmica?
(A) 3 m2
(B) 6 m2
(C) 9 m2
(D) 12 m2
(E) 20 m2

2- Questão (adaptado de Cardoso, 2018)

Um pátio em forma de trapézio isósceles, cujas dimensões, 31 m de base maior, 7 m de base menor e 15 m de lado, deve ser cimentado. Qual a área desse pátio? (modificamos 31m para 30m, mantemos 7m e modificamos 15 m para 16m).

3- Questão (adaptada de Dante, 2009)

Um terreno tem formato de um trapézio, tendo como medidas base maior igual 12m, base menor igual a 4 m e 5 metros de largura (altura). Qual a área desse terreno? (modificamos 12m para 10m, mantemos 4m e modificamos 5m para 6m)

4- Questão

Um agricultor separou uma parte de seu terreno para o cultivo de verduras, o terreno separado tem formato de um trapézio que tem com medidas base maior igual 8m, base menor igual a 3 m e 4 metros de largura (altura). Qual a área destinada para o cultivo de verduras? (modificamos 8m para 6m, 3m para 4m e 4 m para 3m)

5- Questão

Um jardim foi construído entre uma casa e uma cerca, esse jardim tem o formato de um de um trapézio, medindo 3 metros ao lado casa e 2 metros ao lado da cerca, sabendo que a distância da cerca até a casa é de 2 metros. Qual a área desse jardim? (modificamos apenas 3 m para 6m)

6- Questão

Em um terreno de 8 metros por 3 metros foi construída uma piscina com formato de um losango cujas diagonais medem 8 m e 3 m. Qual a área ocupada pela piscina? (modificamos 8 m para 6 m e 3m para 4m, tanto no tamanho do terreno quanto da piscina).

7- Questão (Paula, 2011)

Joana que confeccionar uma toalhinha na forma de um losango, cujas diagonais meçam 24 cm e 16 cm. Quantos cm² terá a toalhinha? (modificamos 24 cm para 25 cm e 16 cm para 15 cm)

8- Questão (Paula, 2011)

João que fazer uma pipa em forma de losango, de tal maneira que as varetas meçam 95 cm e 60 cm. Quantos cm² de papel de seda João irá usar para fazer essa pipa? (modificamos 95 cm para 90 cm e 60 cm para 65 cm)

9- Questão (Paula, 2011)

qual a área de um açude que aproximadamente a forma de um losango, cujas diagonais medem 400 m e 800 m? (modificamos 400 m para 500 m e 800 m para 700 m)

10- Questão

Qual área de um losango cujas diagonais medem 16m e 10m? (modificamos 16 m para 15 m e 10 m para 11m)

Produto educacional - Atividade De Aprofundamento

ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO

Questão 1

Um fazendeiro destinou parte de sua propriedade para a construção de um celeiro, o terreno separado tem formato retangular de 30 m de comprimento por 20 m de largura, qual área que esse celeiro ocupará na fazenda? (modificamos a medida 30 m para 60m e 20 m para 10m)

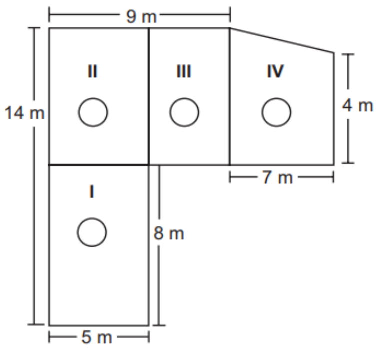
Questão 2 (Cardoso, 2018)

Uma cadeira tem o seu assento na forma de um quadrado. Suponhamos que uma formiga, partindo de um dos cantos da cadeira, anda três metros para contornar todo o assento. Qual é a área do assento da cadeira? (modificamos a medida 3 m para 3,2 m)

Questão 3 (adaptada de Cardoso, 2018) Uma piscina quadrada de 4 m de lado foi construída num terreno retangular de 12 m de comprimento por 8 m de largura. Qual a medida da área ocupada pela piscina? (modificamos a medida 4 m para 5m).

Questão 4 (ENEM, 2012)

Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários

a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.

b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.

c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.

d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.

e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

Questão 5 (adaptada de Cardoso, 2018)

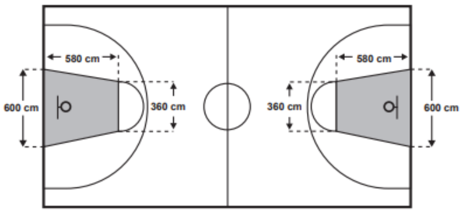
O piso de entrada de um prédio está sendo reformado e revestido em cerâmica, o piso tem o formato de trapézio e tem como medida de base maior 6 metros, base menor 3 metros e altura igual a 5 metros, qual medida da área desse piso? (modificamos a medida 6 m para 8m, 3 m para 4m e mantemos a altura igual a 5m)

Questão 6 (adaptada de Cardoso, 2018)

Um empresário comprou um terreno de forma retangular que tem 15 m de frente por 40 m de profundidade. Nesse terreno, construiu uma casa que tem a forma de um losango, com diagonais medindo respectivamente 12 m e 24 m. Qual a medida dessa casa? (modificamos a medida 12 m para 11m e 24 m para 22m)

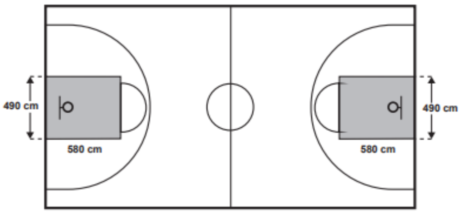
Questão 7- (ENEM, 2015)

O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

a) aumento de 5 800 cm².

b) aumento de 75 400 cm².

c) aumento de 214 600 cm².

d) diminuição de 63 800 cm².

e) diminuição de 272 600 cm²

Questão 8

Em um parque a seção de brinquedos foi colocada em um espaço com formato de um losango com diagonais medindo respectivamente 7 metros e 3 metros. Qual a medida de área dessa seção de brinquedos? (modificamos a medida 7 m para 8m e 3 m para 4m)

Texto para as questões 9 e 10

Uma cidade tem formato de um paralelogramo tendo como medidas 12 km comprimento e 8 km de largura (altura), no centro da cidade foi construída uma praça na forma de um triângulo de base 30 m e altura 15m? (no paralelogramo modificamos a medida 12 km para 16 km e 8km para 6 km, no triângulo modificamos a medida 30m para 25m e 15 m para 20m)

Questão 9

Qual a medida em área da cidade?

Questão 10

Qual a medida em área da praça?

Questão 11

Um jardim foi construído na forma de um triângulo de base 8 m altura 3 metros. Qual área desse jardim? (modificamos a medida 8m para 6m e 3m para 4m)

Questão 12 (Cardoso, 2018)
Um terreno apresenta a forma geométrica de um paralelogramo de 20 m de comprimento por 12 m de largura. Qual a medida da área ocupada por esse terreno? (modificamos a medida 20 m para 19m e 12 m para 13m)

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem