



Universidade Estadual de Campinas - Unicamp
Instituto de Matemática, Estatística e Computação
Científica - IMECC
Programa de Mestrado em Rede Nacional -
PROFMAT



Jogo do Humor: Uma Sequência Didática para introdução às Cadeias de Markov

Orlando da Cunha Vasconcellos Neto

Jesus Enrique Garcia

Verónica Andrea Gonzalez López

Campinas

2024

Introdução

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) desempenha um papel fundamental no desenvolvimento educacional dos alunos do ensino médio, pois estabelece diretrizes claras para garantir que todos os estudantes tenham acesso a uma formação integral e equitativa. Ela busca alinhar os conteúdos e competências essenciais para a formação crítica, ética e cidadã dos jovens, preparando-os não apenas para o mercado de trabalho, mas também para uma participação ativa e consciente na sociedade. Ela destaca a importância das competências socioemocionais como parte essencial do desenvolvimento integral dos estudantes, especialmente no ensino fundamental e médio. Essas competências visam ajudar os alunos a lidar com suas emoções, estabelecer relacionamentos saudáveis, tomar decisões responsáveis e se engajar de forma positiva na sociedade. As competências socioemocionais presentes na BNCC incluem:

- **Autoconhecimento:** Capacidade de reconhecer e compreender as próprias emoções, pensamentos e comportamentos, refletindo sobre suas ações e suas consequências;
- **Autogestão:** Habilidade de gerenciar as emoções, controlar impulsos e tomar decisões responsáveis, além de estabelecer e perseguir objetivos pessoais e acadêmicos;
- **Consciência social:** Entendimento das normas sociais e respeito pelas diferenças, desenvolvendo empatia e capacidade de trabalhar em equipe, reconhecendo e valorizando a diversidade;
- **Relacionamento interpessoal:** Capacidade de estabelecer e manter relações saudáveis, respeitadas e construtivas, além de saber comunicar-se de forma eficaz e assertiva;
- **Tomada de decisões responsáveis:** Habilidade de analisar situações, considerando diferentes pontos de vista, e fazer escolhas responsáveis, levando em conta os impactos pessoais e sociais.

Ao organizar os saberes matemáticos de maneira sequencial e articulada, a BNCC garante que os alunos construam uma base sólida de conceitos e habilidades essenciais para compreender o mundo ao seu redor, aplicando a matemática em situações cotidianas, científicas e tecnológicas, como, por exemplo, Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades (EM13MAT511).

Com base nessas competências e habilidades, o “Jogo dos Humores” visa proporcionar aos alunos uma compreensão prática das Cadeias de Markov de ordem fixa, das Cadeias de Markov de Comprimento Variável (VLMCs) e das com Partição. O jogo modela como os estados emocionais podem ser influenciados por um histórico de estados anteriores (o tamanho do histórico pode não ser fixo), oferecendo assim uma abordagem mais realista para entender sequências de estados.

Etapa 1: Revisão de conceitos matemáticos fundamentais

Objetivo específico

Revisar os conceitos matemáticos necessários para a compreensão das Cadeias de Markov.

Conteúdos relacionados

- Multiplicação de matrizes;
- Probabilidade condicional.

Para o trabalho com esses tópicos, há uma sugestão de abordagem na dissertação (VASCONCELLOS-NETO, 2024), capítulo 1.

Etapa 2: Introdução às cadeias de Markov

Objetivos Específicos

- Compreender o conceito de Cadeias de Markov (ordem 1) e a Propriedade Markoviana;
- Diferenciar sequências determinísticas e estocásticas;
- Compreender os conceitos de Cadeia de Markov e Probabilidade de Transição;
- Definir a matriz de transição.

Conteúdos relacionados

- Propriedade markoviana;
- Sequências determinísticas;
- Sequências estocásticas;
- Probabilidade de transição;
- Matriz de transição.

Esse conteúdo corresponde ao capítulo 2, páginas 23 a 25, da dissertação (VASCONCELLOS-NETO, 2024).

Etapa 3: Matriz de transição e estados de uma cadeia de Markov

Objetivo Específico

Compreender como representar Cadeias de Markov através de matrizes de transição e matrizes de representação de estado.

Conteúdos relacionados

- Matriz de transição;
- Matriz de representação de estados.

Conteúdo corresponde ao capítulo 2, páginas 25 a 29, da dissertação (VASCONCELLOS-NETO, 2024) onde é apresentado um exemplo prático sobre a fidelidade à marca de carros. Neste exemplo são abordados os tópicos: cálculo de distribuição de estados, matriz de representação de estado, e a multiplicação da matriz de estado inicial pela matriz de transição (afim de encontrar estados futuros).

Etapa 4: Generalização

Objetivo Específico

Compreender o conceito de Cadeias de Markov e a Propriedade Markoviana para cadeias de ordem superior, cadeias da Markov com partição e cadeias de markov com alcance variável.

Conteúdos relacionados

- Cadeias de Markov de ordem superior;
- Cadeias de Markov com partição de estados;
- Cadeias de Markov com alcance variável.

Conteúdo corresponde aos capítulos 4 e 5 da dissertação (VASCONCELLOS-NETO, 2024). Para aprofundamento nos estudos sobre cadeias de Markov com partição, recomendo a leitura do artigo (GARCÍA; GONZÁLEZ-LÓPEZ,).

Etapa 5: Introdução ao jogo, reflexão sobre emoções e aplicação do jogo

Objetivos da atividade

Apresentar o Jogo do Humor e trabalhar a identificação e compreensão de emoções.

Conteúdos relacionados

Coletar, organizar e registrar dados, definição de “alfabeto” de acordo com os conceitos relacionados às Cadeias de Markov e abordar a competência socioemocional “autoconhecimento”.

Materiais necessários

Cartões com diferentes *emoticons*, representando humores (“feliz”, “triste” e “irritado”), lousa ou quadro branco, marcadores ou giz colorido.

Atividade inicial

Inicie a aula com uma breve discussão sobre as emoções e como elas podem afetar nosso comportamento e nossas relações. Pergunte aos alunos quais emoções eles conseguem identificar em si mesmos e nos outros, e como eles acham que essas emoções influenciam a comunicação.

Procedimentos

1. Cada aluno deve receber um conjunto de cartões de *emoticons*, um para cada letra no alfabeto A;
2. Inicie uma breve discussão sobre as emoções e como elas podem afetar nosso comportamento e nossas relações;
3. Pergunte aos alunos quais emoções eles conseguem identificar em si mesmos e nos outros, e como eles acham que essas emoções influenciam a comunicação;
4. Um calendário semanal é desenhado no quadro, com espaços para os alunos colocarem seus cartões de humor para cada dia. O ideal é que, antes da primeira rodada, pelo menos quatro cartões já tenham sido colocados pelos estudantes.

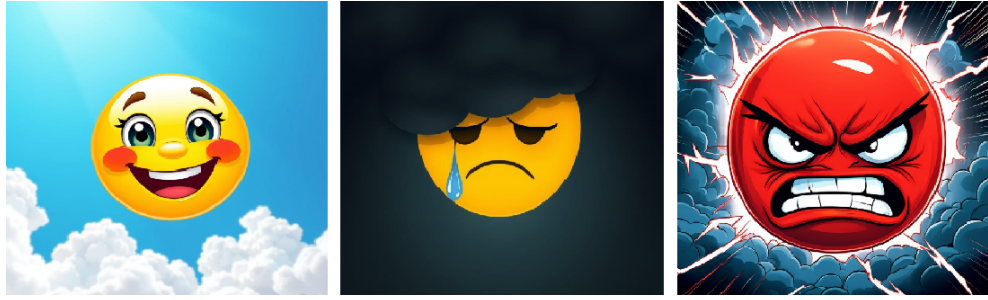


Figura 1: Sugestão de *Emoticons* para serem usados no cartão

Rodadas do jogo

1. Primeira Rodada: Cada aluno deve escolher um cartão de humor para representar seu estado emocional naquele dia e colocar no quadro;
2. No caso de o professor desejar trabalhar apenas com a ideia de cadeias de Markov de ordem 1, os alunos escolhem um novo cartão de humor, levando em consideração apenas seu humor no dia anterior.
3. No caso de o professor desejar trabalhar também com cadeias de ordem superior (ordem 3, por exemplo), os alunos devem escolher um novo cartão de humor, levando em consideração não apenas seu humor no dia anterior, mas nos últimos 3 dias; nesse caso, para falar de partições, deve-se observar se há algumas situações em que a escolha parece ser do mesmo tipo para diversas combinações diferentes de humor nos últimos 3 dias;
4. No caso de o professor desejar trabalhar com cadeias de ordem variável, o aluno deve escolher um novo cartão levando em consideração não necessariamente seu humor no dia anterior, mas também em dias anteriores que considerarem relevantes.

Discussão e análise

Após algumas rodadas, conduza uma discussão em classe:

1. Peça aos alunos para explicar por que escolheram determinado cartão de humor com base no estado anterior ou nos estados anteriores segundo o caso;
2. Examine como o humor de um dia pode ser influenciado por múltiplos estados emocionais anteriores;
3. Estabelecer que (pela natureza do problema) o modelo tem que ser probabilístico. Isto é observar a natureza aleatória com base na estrutura da Cadeia de Markov;
4. Qual tipo de Cadeia ou ordem parece mais conveniente? (provavelmente haverá diferentes respostas na sala);

5. Para qual modelo é mais difícil escolher o conjunto de probabilidades necessárias (pode-se fazer uma comparação entre eles)?
6. Discussão: a modelagem de alcance variável é mais flexível e realista do que uma Cadeia de Markov de ordem fixa? Ou a modelagem de partições?
7. Complexidade do problema de escolher probabilidades para cada tipo de modelo;
8. Algumas combinações de humores não apareceram? Caso sim, o que significa?

Considerações finais sobre o jogo dos humores

O Jogo dos Humores não só introduz os conceitos de CM (cadeias de Markov), VLMCs (CMAV), e “CM com partição” de uma forma lúdica e interativa, mas também promove uma discussão mais profunda sobre como estados futuros podem ser influenciados por um histórico variável de estados anteriores e da complexidade dos diferentes modelos. O jogo pode ser uma introdução eficaz ao uso de Cadeias de Markov em diferentes campos, como psicologia, linguística e ciência de dados e, além disso, ele possibilita uma discussão que permite que os alunos (e o professor) se conheçam de forma mais profunda, algo que pode ser bastante importante tanto para o aprendizado e para o ambiente em sala de aula quanto para a formação do aluno enquanto cidadão.

Referências

GARCÍA, J.; GONZÁLEZ-LÓPEZ, V. Consistent estimation of partition markov models. v. 19, p. 160. ISSN 1099-4300. 3

VASCONCELLOS-NETO, O. da C. *Cadeias de Markov: uma visão geral e simplificada com possibilidade de aplicação no ensino médio*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2024. 2, 3