UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

FERNANDO MORETTI FERNANDES NABARRO

ATIVIDADES PARA O ENSINO DO NÚMERO PI

CURITIBA

2024

FERNANDO MORETTI FERNANDES NABARRO

ATIVIDADES PARA O ENSINO DO NÚMERO PI

Activities for teaching the number pi

Recurso Educacional decorrente de Dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. A dissertação está disponível em <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/35803>.
Linha de pesquisa: Divulgação e Popularização da Matemática da Educação Básica.
Orientador: Prof. Dr. Roy Wilhelm Probst.

CURITIBA

2024

RESUMO

As atividades propostas para o ensino do número pi buscam envolver os alunos de maneira prática e investigativa. Inicialmente, propõe-se a realização de experimentos que consistem na medição da circunferência e do diâmetro de círculos com diferentes tamanhos, promovendo a descoberta empírica da relação entre eles e a constante pi. Em seguida, os alunos são incentivados a usar ferramentas digitais, como o GeoGebra, para explorar a geometria do círculo e compreender a convergência dos valores obtidos em diferentes polígonos inscritos e circunscritos ao círculo. Essas atividades visam proporcionar uma compreensão aprofundada de pi por meio da experimentação e da visualização interativa, reforçando a aprendizagem teórica com aplicações práticas.

Palavras-chave: Número pi; GeoGebra; Ensino de Matemática.

ABSTRACT

The proposed activities for teaching the number pi aim to engage students in a practical and investigative way. Initially, experiments are suggested that involve measuring the circumference and diameter of circles of different sizes, promoting the empirical discovery of the relationship between them and the constant pi. Next, students are encouraged to use digital tools, such as GeoGebra, to explore the geometry of the circle and understand the convergence of values obtained from various polygons inscribed in and circumscribed around the circle. These activities aim to provide a deeper understanding of pi through experimentation and interactive visualization, reinforcing theoretical learning with practical applications.

Keywords: Number pi; GeoGebra; Mathematics Teaching.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 RECURSO EDUCACIONAL

A introdução do número π na educação básica é uma prática fundamental, com raízes históricas e culturais profundas, que enriquece a formação matemática dos alunos. O π não é apenas uma constante matemática; é um símbolo da matemática ao longo dos séculos, e seu ensino oferece uma oportunidade de explorar essa herança. No entanto, essa abordagem não está isenta de desafios.

A complexidade conceitual do π pode ser um obstáculo para estudantes mais jovens. Com conceitos abstratos, como números irracionais e relações geométricas, é importante garantir que o ensino seja adaptado ao nível de compreensão dos alunos, proporcionando uma base sólida para o desenvolvimento do raciocínio lógico. Além disso, é essencial evitar uma abordagem excessivamente focada na memorização de dígitos em favor de uma ênfase na compreensão dos conceitos e aplicações práticas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> A atividade matemática não é 'olhar para as coisas prontas e definidas', mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade (...) o conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo (BRASIL, 2001, p. 19-20).

A falta de contextualização também é um desafio. O número π deve ser apresentado de maneira atraente e relacionado a aplicações práticas. A matemática é mais cativante quando os alunos podem ver sua relevância no mundo real. Além disso, a escolha entre uma abordagem padrão, que trata π como uma constante simples, e uma abordagem alternativa, que destaca sua irracionalidade, é um dilema pedagógico. Ambas têm méritos, mas a escolha deve ser feita com base no nível de conhecimento dos alunos, visando uma compreensão efetiva do número π em seu contexto matemático.

Segundo Castilho e Tônus:

> O Lúdico é um recurso indispensável para qualquer fase da educação escolar, assim é preciso considerar todas as atividades que contribuem para o desenvolvimento do educando e fazer dessa ferramenta pedagógica um elo de ligação entre ensino e aprendizagem. Os divertimentos lúdicos, para muitos filósofos, psicólogos e educadores é o berço obrigatório das atividades intelectuais e do desenvolvimento das funções superiores, por isso é indispensável à prática educativa (CASTILHO; TÔNUS, 2009, p. 02).

Desta forma, vejamos uma proposta para abordar o número π em cada um dos anos de acordo com a BNCC.

1.1 7º ANO DE ENSINO FUNDAMENTAL

A arte rupestre é o termo que denomina representações por meio de pinturas e gravuras nas cavernas durante a Pré-História e serve de fonte histórica para pesquisas sobre o surgimento dos primeiros seres humanos e seus costumes. Segundo Putnoki (1993), há cerca de 60 mil anos o homem realiza representações em pedras, as quais permitem entender seu cotidiano na época.

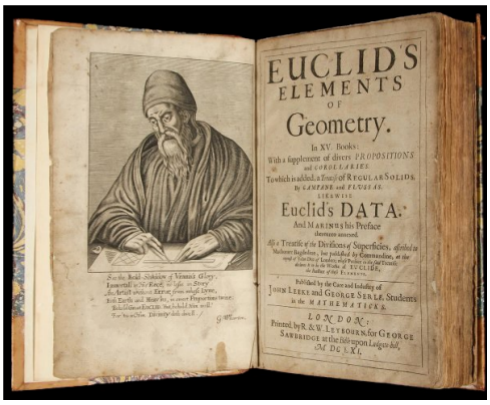
Figura 1.1 – A arte rupestre brasileira

Fonte: UNICAMP (2024a).

No Egito Antigo, o desenvolvimento de muitas civilizações dependia da fertilidade da terram em volta do Rio Nilo. Assim, era preciso demarcar as áreas de cada terreno e os responsáveis por esta tarefa eram denominados de Harpedonaptas, que significa esticador de cordas. Para realizar estas medições eram utilizadas algumas propriedades a Geometria.

O prefixo Geo, da palavra grega Geometria, significa terra, enquanto seu sufixo metria quer dizer medida. Portanto, as medidas de terra da época auxiliaram o desenvolvimento da Geometria. Cerca de 300 a.C., Euclides escreveu a obra “Os Elementos”, a qual uniu e organizou o conhecimento desenvolvido por diferentes culturas e representa um importante avanço para o entendimento da Matemática, mais especificamente da geometria.

Figura 1.2 – Os Elementos



Fonte: Blog AFC Educação (2024).

Provavelmente você já tenha se deparado com o símbolo π anteriormente, ele é uma letra grega a qual representa um número e é essencial em nossos estudos matemáticos. Faremos agora, uma investigação para determinar o número que esta letra representa e para isso iremos precisar de alguns materiais:

- Compasso
- Cola
- Barbante
- Régua
- Tesoura

Para identificar o valor do número π, siga o passo a passo a seguir.

I. Utilizando o compasso e as instruções do Professor, desenhe uma circunferência na folha de sulfite com o raio que você desejar.

II. Passe levemente cola sobre o desenho e, em seguida, posicione o barbante com precisão em cima da circunferência.

III. Antes que a cola aja, recorte o barbante e remova-o da circunferência.

IV. Utilizando a régua, meça o comprimento de barbante utilizado para contornar a circunferência e também anote o diâmetro.

V. Determine o quociente entre o comprimento de barbante utilizado e o diâmetro da circunferência.

Atividade.

1. Qual o quociente obtido?
   A expectativa é que o estudante obtenha valores próximos a 3,1.

2. Anote os valores obtidos por outros três colegas.
   Resposta pessoal.

3. O que você pode concluir sobre os valores anotados no item anterior?
   A expectativa é que os estudantes verifiquem que todos os valores anotados deveriam ser o mesmo.

Desta forma, podemos concluir que o número π é o quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência, ou seja,

$$\pi = \frac{\text{comprimento}}{\text{diâmetro}} \approx 3,14.$$

Além disso, podemos concluir que o comprimento C de uma circunferência é dado pelo produto entre o diâmetro e o número π, assim $C = \text{diâmetro} \times \pi$. Como o diâmetro é o dobro do raio, é possível escrever o comprimento da circunferência da seguinte forma $C = 2\pi r$

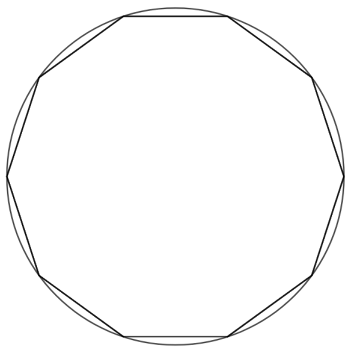
1.2 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Além de suas aplicações e do desenvolvimento de habilidades nas áreas da geometria, o número π se estende ao cálculo e à álgebra por meio de problemas que envolvem áreas de regiões curvilíneas e as equações que as representam. O conceito de que π é um número irracional também é abordado com os estudantes, uma vez que ele não pode ser expresso como uma fração. Essa abordagem contribui para a ampliação da compreensão matemática dos alunos. Assim, apresenta-se a proposta a seguir para explorar esse tema com uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental.

Como é amplamente reconhecido, o número π pode ser expresso como o quociente entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro. Além disso, essa fração nunca pode ser representada de modo que o numerador e o denominador sejam números inteiros. Portanto, afirma-se que π é um número irracional.

Para determinar o valor de π, o matemático grego Arquimedes de Siracusa desenvolveu uma abordagem interessante para aproximá-lo. Ele inscreveu um polígono regular com um grande número de lados em uma circunferência e calculou seu perímetro, que denotaremos por P_i, ou seja, a soma de todos os lados desse polígono.

Figura 1.3 – Polígono inscrito na circunferência

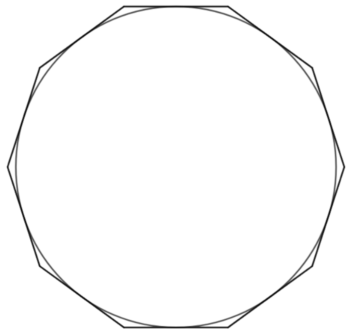


Fonte: O Autor.

Note que quanto maior a quantidade de lados do polígono inscrito mais próximo o perímetro do polígono será do comprimento da circunferência.

Por outro lado, Arquimedes fez o mesmo circunscrevendo um polígono a mesma circunferência e determinando o seu perímetro, o qual denotaremos por P_e.

Figura 1.4 – Polígono inscrito na circunferência



Fonte: O Autor.

Desta forma, temos que P_i é menor que o comprimento C da circunferência enquanto P_e é maior, ou seja, $P_i < C < P_e$. Assim, com esta desigualdade Arquimedes pôde determinar o valor de π com precisão duas casas decimais.

Relembrando: O comprimento da circunferência é dado por: $C = 2\pi r$.

Além do número π estar envolvido nos cálculos do comprimento da circunferência, ele também aparece na área do círculo. Para determinar a área do círculo faremos uma investigação, na qual será necessário alguns materiais:

- Compasso
- Cola
- Canetas coloridas
- Régua
- Tesoura

Para entender o valor da área do círculo, siga os passos a seguir:

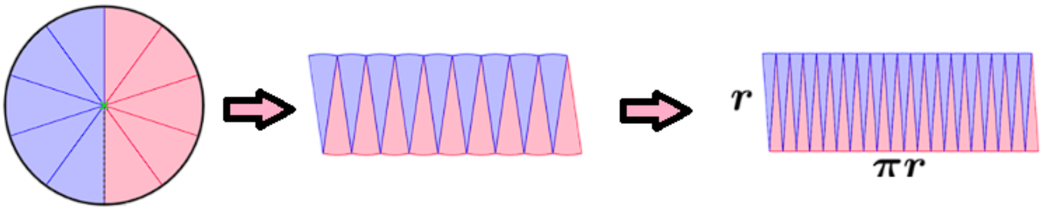
I. Utilizando o compasso, desenho uma circunferência do tamanho que desejar.

II. Utilizando as canetas coloridas, destaque a medida do raio. Em seguida, destaque de duas cores diferentes o comprimento da circunferência, de modo que ele seja dividido ao meio.

III. Recorte a circunferência da folha desenhada e em seguida separe-a em setores circulares de mesmo tamanho e de mesma quantidade entre as duas cores escolhidas.

IV. Posicione os setores circulares lado a lado intercalando as cores, de modo que as cores fique separadas e cole-os.

Figura 1.5 – Construção da área do círculo



Fonte: O Autor.

Note que a figura construída a partir do círculo desenhado se assemelha a um retângulo e que quanto mais setores circulares tivermos, mais próximo de um retângulo a figura estará. Além disto, veja que um dos lados do retângulo coincide com o raio da circunferência enquanto o outro com metade do comprimento da circunferência, isto é, πr.

Para determinar a área deste retângulo que é coincidente com a área do círculo inicial, basta multiplicarmos a base pela altura, assim: $A = r\pi r$, ou seja, $A = \pi r^2$.

Portanto, a área do círculo é dada por $A = \pi r^2$.

1.3 2º ANO DO ENSINO MÉDIO

O número π desempenha um papel fundamental no desenvolvimento de habilidades matemáticas e na compreensão de conceitos mais complexos. Inicialmente, π é um elemento central para a compreensão da geometria, permitindo que os estudantes estabeleçam conexões entre formas e o espaço. Além disso, sua presença na trigonometria fornece uma base sólida para o estudo de funções trigonométricas, sendo essencial para o entendimento de ângulos e movimentos periódicos. Diante disso, a seguir será apresentada uma proposta de abordagem do número π para a segunda série do Ensino Médio.

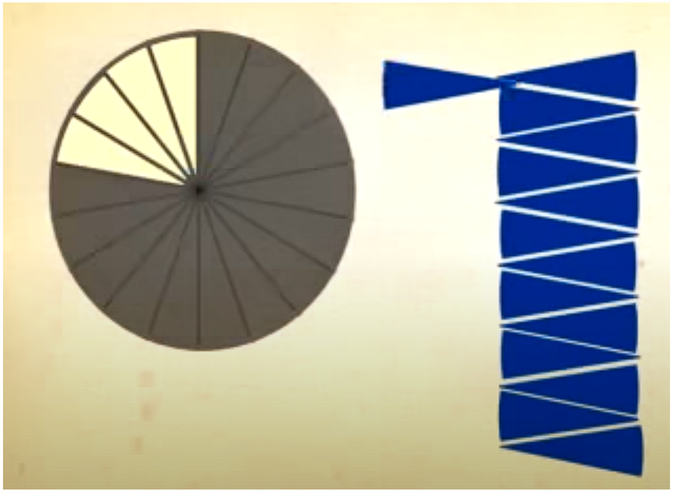
O número π, na Matemática, é uma constante numérica obtida a partir da relação entre o perímetro de uma circunferência e seu diâmetro, sendo classificado como um número irracional. Em muitos cálculos, é comum aproximar π para 3,14, e várias calculadoras científicas utilizam até seis casas decimais para esse arredondamento, ou seja, $\pi \approx 3,1415927$. Atualmente, supercomputadores já foram capazes de calcular mais de 62 trilhões de casas decimais de π.

Entre as primeiras tentativas rigorosas de determinação de π, destaca-se a realizada pelo renomado matemático Arquimedes, por volta do século III a.C. Utilizando polígonos de 96 lados inscritos e circunscritos a uma circunferência, Arquimedes estabeleceu que π deveria estar entre $223/71$ e $22/7$, ou seja, aproximadamente entre 3,1408 e 3,1429. Com o passar dos séculos, outras técnicas de aproximação foram desenvolvidas, permitindo uma determinação cada vez mais precisa de π.

Para retomar a importância do número π, vejamos o vídeo disponível no link:

<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1173>

Figura 1.6 – Roda do sonho



Fonte: UNICAMP (2024b).

Agora que retomamos este conteúdo, vamos determinar uma aproximação para π de modo semelhante ao que Arquimedes realizou. Para isso, acesse o conteúdo desenvolvido no Geogebra através do link a seguir.

<https://www.geogebra.org/m/e5pnwnx5>

Com a atividade aberta, observe que quando o polígono inscrito e circunscrito possui três lados, temos $2,6 < \pi < 5,2$. Para verificar esta condição, podemos determinar o comprimento dos polígono inscritos e circunscritos, enquanto a fórmula utilizada no Geogebra será trabalhada posteriormente. Para $n = 3$, isto é, o polígono utilizado junto ao círculo trigonométrico é um triângulo temos os comprimentos a seguir.

<u>Triângulo inscrito à circunferência</u>

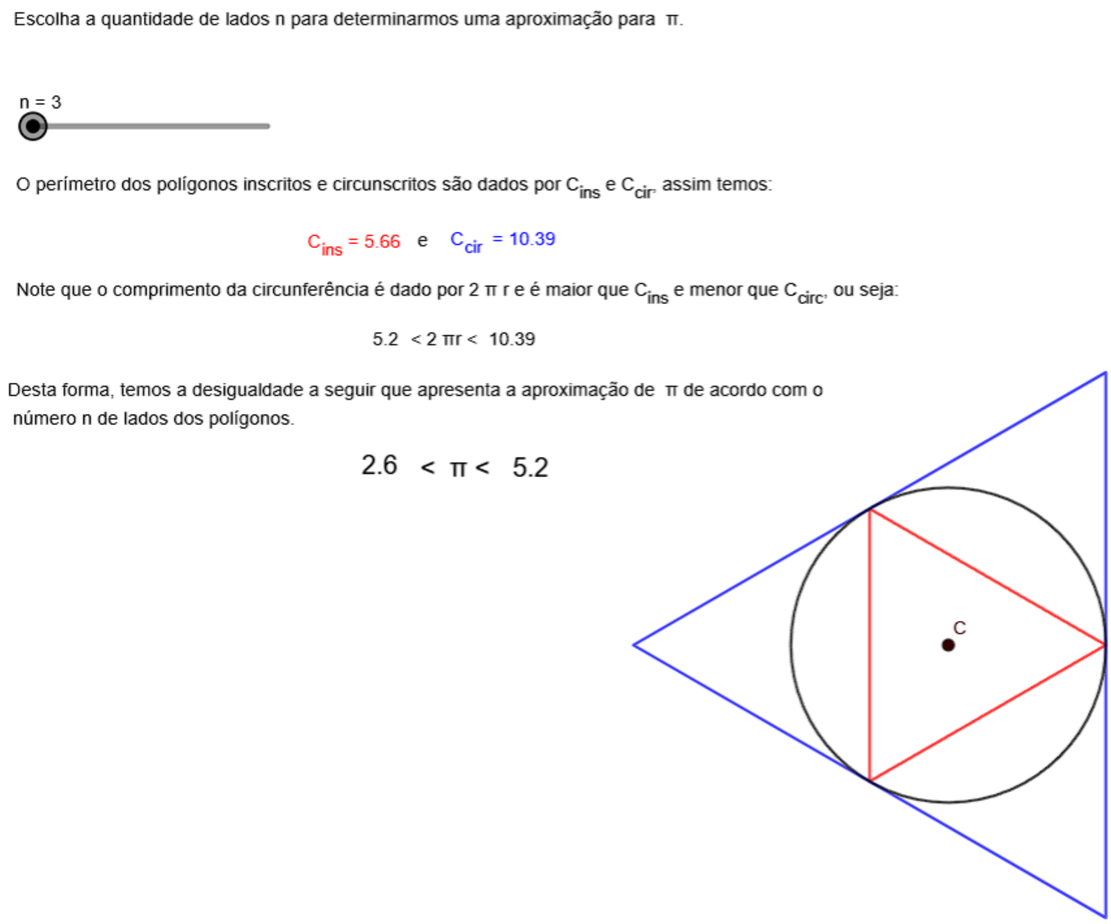
Note que o baricentro do triângulo coincide com o centro da circunferência e que o raio da circunferência é 1, assim temos que $(2/3)h = 1$, logo $h = 3/2$.

Como sabemos, a altura do triângulo equilátero é dada por $h = L\sqrt{3}/2$, substituindo a altura que determinamos anteriormente temos que $3/2 = L\sqrt{3}/2$, assim $L = \sqrt{3}$. Portanto o perímetro do triângulo inscrito C_{ins} é $C = 3\sqrt{3} \approx 5,2$.

<u>Triângulo circunscrito à circunferência</u>

Da mesma forma, temos que o baricentro do triângulo e o centro do círculo trigonométrico são coincidentes, porém neste caso o raio da circunferência é de $(1/3)h = 1$, logo $h = 3$.

Figura 1.7 – Aproximação do número π



Fonte: GeoGebra (2024a).

Agora, utilizando a fórmula da altura do triângulo equilátero e tomando $h = 3$, temos $L = 2\sqrt{3}$, assim o perímetro do triângulo circunscrito C_{cir} é $C = 6\sqrt{3} \approx 10,4$

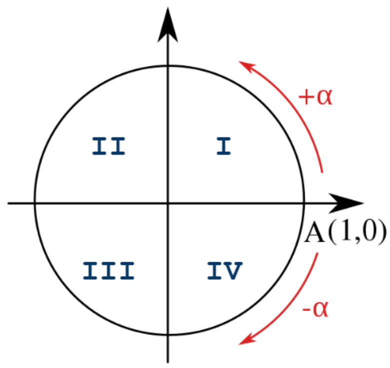
Por fim, perceba que o comprimento da circunferência (C_c) é maior que o o perímetro do triângulo inscrito e menor que o perímetro do triângulo circunscrito, isto é, $C_{ins} < C_c < C_{cir}$. Desta forma temos $3\sqrt{3} < 2\pi < 6\sqrt{3}$, ou seja, aproximadamente $2,6 < \pi < 5,2$.

- Agora é sua vez de praticar. Verifique as desigualdades para os polígonos de quatro e seis lados. Lembre-se: são polígonos regulares e, portanto, o hexágono pode ser construído através de seis triângulos equiláteros.

Além de sua importância no cálculo do comprimento da circunferência e da área do círculo, π é fundamental para descrever inúmeros fenômenos periódicos. Na construção do círculo trigonométrico, adota-se um raio unitário, resultando em um comprimento total de 2π.

O círculo trigonométrico é posicionado de forma que seu centro coincide com a origem do plano cartesiano, dividindo-o em quatro quadrantes. Os arcos positivos são medidos a partir do ponto $A(1, 0)$ no sentido anti-horário. Quando o arco é medido a partir do ponto inicial no sentido horário, a medida dos arcos é considerada negativa. Esses arcos podem ser expressos em duas unidades de medida: graus e radianos.

Figura 1.8 – Arcos trigonométrico



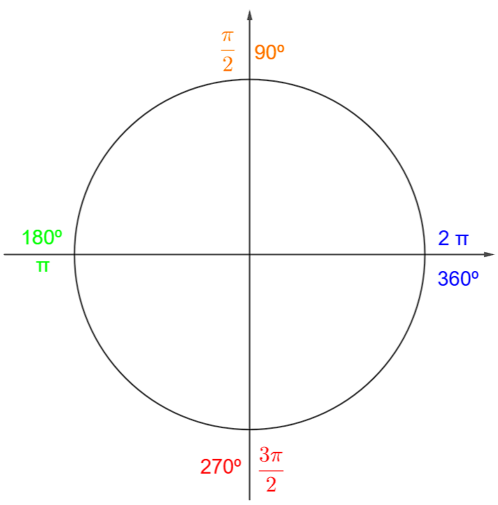
Fonte: O Autor.

O radiano é a unidade de medida do ângulo central de uma circunferência que determina um arco com comprimento igual ao raio dessa circunferência, sendo a unidade adotada no Sistema Internacional (SI).

Como o raio do círculo trigonométrico tem uma unidade, ao completar uma volta o comprimento total será de 2π rad, valor equivalente a $360°$. Portanto, é possível alterar a unidade de medida de arcos entre radianos ou graus utilizando esta proporção.

Observe que os arcos destacados com as mesmas cores no ciclo trigonométrico abaixo são equivalentes. Isso significa que eles possuem o mesmo valor, contudo anotados em unidades de medidas distintas.

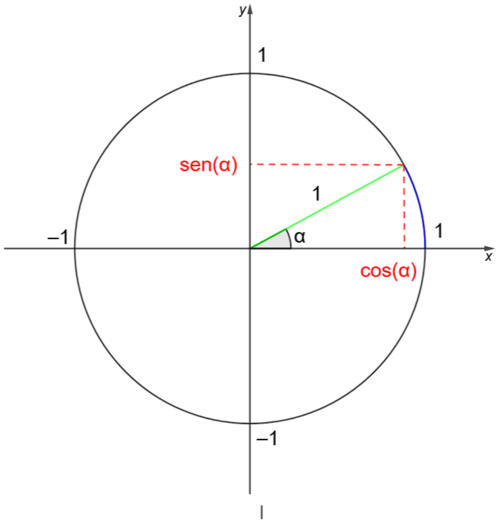
Figura 1.9 – Círculo trigonométrico



Fonte: O Autor.

Além disso, o ciclo trigonométrico é utilizado para determinar as medidas de seno e cosseno de um arco trigonométrico de medida α rad, de modo que a extremidade do arco seja anotada no ponto $P(x, y)$. Assim, o seno de α ($\operatorname{sen}\alpha$) é dado pela ordenada do ponto P, enquanto o cosseno de α ($\cos\alpha$) é dado pela abscissa de P, conforme a figura a seguir.

Figura 1.10 – Seno e cosseno



Fonte: O Autor.

Note que na figura tem-se um triângulo retângulo, assim para qualquer medida de α é possível aplicar o Teorema de Pitágoras, logo:

$$\cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha = 1.$$

Esta igualdade é conhecida como a relação fundamental da Trigonometria.

Além disso, observe que se o ponto P pertence ao primeiro quadrante, então os valores de sua abscissa e ordenada são positivos. Consequentemente, os valores de $\cos\alpha$ e $\operatorname{sen}\alpha$ também serão positivos.

Se o ponto P pertence ao segundo quadrante, então o valor de sua abscissa será negativo e de sua ordenada positiva. Consequentemente, os valores de $\cos\alpha$ e $\operatorname{sen}\alpha$ serão negativo e positivo, respectivamente.

Se o ponto P pertence ao terceiro quadrante, então os valores de sua abscissa e ordenada são negativos. Consequentemente, os valores de $\cos\alpha$ e $\operatorname{sen}\alpha$ também serão negativos.

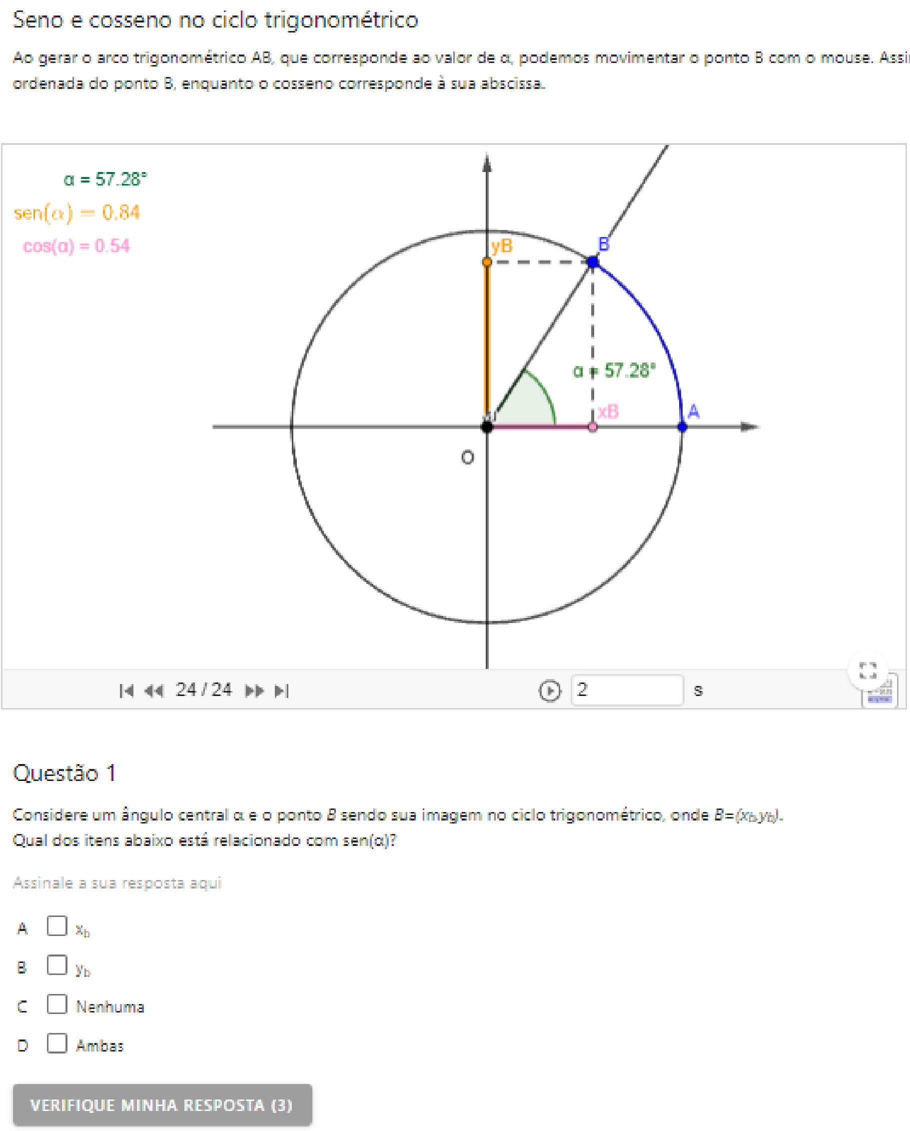
Por fim, se o ponto P pertence ao quarto quadrante, então o valor de sua abscissa será postivo e de sua ordenada negativo. Consequentemente, os valores de $\cos\alpha$ e $\operatorname{sen}\alpha$ serão positivo e negativo, respectivamente.

Para fixar os conceitos vistos, acesse o *link*:

<https://www.geogebra.org/m/a3nbfggw>.

Explore as ferramentas disponíveis e responda as questões propostas.

Figura 1.11 – Atividades: Ciclo trigonométrico



Fonte: GeoGebra (2024b).

Abordagens práticas e dinâmicas podem despertar o interesse dos estudantes, promovendo um desenvolvimento intelectual mais ágil e eficaz. Segundo Matos (2013), estimular a construção do conhecimento de forma prazerosa está diretamente ligado à experiência do educador com atividades lúdicas. Quanto maior essa vivência, maior será seu conhecimento e a probabilidade de tornar-se um profissional competente.

1.4 CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA

Para montar a primeira atividade no GeoGebra, é necessário construir uma circunferência com centro na origem do plano cartesiano e dividi-la em n partes iguais utilizando pontos. Ao conectar esses pontos, obtém-se um polígono inscrito na circunferência.

Por outro lado, para construir o polígono circunscrito, é preciso traçar retas tangentes nos pontos previamente criados e marcar suas interseções. Ao unir essas interseções, forma-se o polígono circunscrito.

Para realizar essas construções no GeoGebra, siga o passo a passo a seguir:

- Marque um ponto no centro do plano cartesiano e, em seguida, construa uma circunferência utilizando a ferramenta "Círculo: centro e raio". Para isso, clique no ponto assinalado anteriormente e insira o valor do raio desejado.
- Em seguida, insira um valor variável que determinará a quantidade de lados dos polígonos inscritos e circunscritos na circunferência. Para isso, clique em "Controle deslizante", selecione a opção "Inteiro"e defina os valores mínimos e máximos nos campos "min"e "max", correspondendo à quantidade mínima e máxima de lados que os polígonos poderão ter, respectivamente.
- Neste passo, será realizada a divisão da circunferência em n partes iguais. Para isso, utilize o comando de sequência:

  l1=Sequência((cos(t*((360°)/(n))),sen(t*((360°)/(n)))),t,1,n).
- Com a circunferência já dividida em segmentos iguais, trace o polígono inscrito conectando os pontos sequenciais criados no item anterior. Para isso, insira o comando: t1=Polígono(l1).
- Agora, construiremos uma sequência de retas tangentes aos n pontos criados na circunferência utilizando o comando:

  l2=Sequência(Tangente((cos(t*((360°)/(n))),sen(t*((360°)/(n)))),c),t,1,n)
- Neste passo, construiremos a sequência de interseções entre as tangentes. Para isso, insira o comando:

  l3=Sequência(Interseção(Tangente((cos(t*((360°)/(n))),sen(t*((360°)/(n)))),c),Tangente ((cos((t+1)*((360°)/(n))),sen((t+1)*((360°)/(n)))),c)),t,1,n).
- Para traçar o polígono circunscrito à circunferência, basta conectar os pontos da última sequência criada. Para isso, insira o comando:

  pol1=Polígono(l3).
- Agora que os polígonos foram construídos, insira os textos desejados. Para isso, utilize a ferramenta "Texto", digite o conteúdo e posicione-o conforme sua preferência.

Já a segunda atividade apresentada pode ser elaborada selecionando o ícone "Criar"e, em seguida, a opção "Atividade". Assim, será possível adicionar diversos elementos para enriquecer sua atividade, como textos, vídeos, atividades do próprio GeoGebra, imagens, questões, entre outros, organizando-os da maneira que preferir.

Inicialmente, construiremos o ciclo trigonométrico apresentado na seção "A construção do ciclo trigonométrico". Para isso, siga as etapas a seguir:

- Selecione a ferramenta "Ponto"e marque a origem do plano cartesiano, que será o centro da circunferência a ser criada.
- Selecione a ferramenta "Círculo: centro e raio", em seguida clique no ponto construído e digite 1 como medida do raio.
- Novamente, selecione a ferramenta "Ponto"e marque o ponto de coordenada (1,0), que será o ponto de início das medições dos arcos trigonométricos.
- Agora, selecione a ferramenta "Ponto em objeto"e clique sobre a circunferência. O ponto inserido ficará sobre a circunferência e poderá ser movido ao longo dela.
- Selecione a ferramenta "Ângulo"e, em seguida, clique sobre os pontos de coordenada (1,0), (0,0) e o ponto móvel sobre a circunferência, nessa ordem. Note que o ângulo foi construído e já está visível em sua atividade.
- Selecione a ferramenta "Arco circular"e, em seguida, clique no centro da circunferência e nos pontos de extremidade dos arcos construídos. Acesse as configurações deste arco e altere a cor para a desejada.
- Por fim, selecione a ferramenta "Texto", digite 1, clique em "OK"e posicione o texto como desejar em seu ciclo trigonométrico. Repita este passo para anotar as outras medidas de 1 e -1.
- Salve a atividade em sua conta.

A construção do ciclo trigonométrico apresentada na seção "Seno e cosseno no ciclo trigonométrico"pode ser realizada seguindo os passos a seguir:

- Repita os passos realizados na atividade anterior.
- Selecione a ferramenta "Reta"e clique sobre os pontos de coordenadas (0,0) e (1,0).
- Selecione a ferramenta "Reta perpendicular"e clique sobre o ponto móvel na circunferência e sobre a reta construída anteriormente.
- Agora, escolha a ferramenta "Interseção de dois objetos"e selecione as duas retas perpendiculares construídas nos passos anteriores.
- Clique nos círculos ao lado da caixa de entrada que correspondem às retas perpendiculares. Isso fará com que as retas desapareçam da sua atividade, restando apenas o ponto de interseção entre elas.

- Selecione a ferramenta "Segmento"e clique nos pontos de coordenada (0,0) e no ponto de interseção das retas perpendiculares. Acesse as configurações do segmento e altere a cor para a desejada.
- Agora, clique na ferramenta "Texto"e digite "$\cos(\alpha) =$". Em seguida, clique em "Avançado", selecione o ícone do GeoGebra e escolha a letra correspondente ao segmento construído no passo anterior.
- Repita estes passos para construir o segmento que irá representar os valores de seno.
- Salve a atividade em sua conta.

A atividade proposta começa com a inserção de um texto. Para isso, selecione a caixa de texto, digite um título e, em seguida, insira o texto desejado. Após isso, clique no ícone "Incluir elemento", busque pela primeira atividade construída anteriormente, selecione-a e posicione-a de maneira adequada na sua apresentação. Repita esse processo para inserir o texto e a segunda atividade desenvolvida anteriormente.

Por fim, para criar as questões propostas, clique em "Incluir elemento"e selecione "Questão". Você poderá escolher entre uma questão aberta ou de múltipla escolha; selecione a opção desejada e digite a questão.

REFERÊNCIAS

BLOG. AFC Educação: Os elementos de Euclides. 2024. Disponível em: <https://www.afceducacao.com.br/noticia/430/os-elementos-de-euclides/>. Acesso em: 09 set. 2024. 8

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, 2001. Disponível em: <https://www.novaconcursos.com.br/blog/pdf/parametros-curriculares-pref-mairipora-sp.pdf>. Acesso em: 01 dez. 2023. 7

CASTILHO, M. de A.; TÔNUS, L. H. O lúdico e sua importância na educação de jovens e adultos. **Synergismus scyentifica UTFPR**, v. 3, n. 23, 2009. 7

GEOGEBRA. Aproximação do número pi. 2024. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/e5pnwnx5>. Acesso em: 07 nov. 2024. 14

GEOGEBRA. Ciclo trigonométrico. 2024. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/a3nbfggw>. Acesso em: 07 nov. 2024. 17

MATOS, M. M. O lúdico na formação do educador: contribuições na educação. **Cairu em Revista**, v. 2, p. 133–142, 2013. 17

PUTNOKI, J. C. **Elementos de geometria e desenho geométrico**. São Paulo: Scipione, 1993. 8

UNICAMP. Centro de Teoria da Filologia da Unicamp promove exposição sobre arte brasileira rupestre em Atenas. 2024. Disponível em: <https://unicamp.br/unicamp/noticias/2023/11/01/centro-de-teoria-da-filologia-da-unicamp-promove-exposicao-sobre-arte/>. Acesso em: 09 set. 2024. 8

UNICAMP. Roda do sonho. 2024. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1173>. Acesso em: 07 nov. 2024. 13