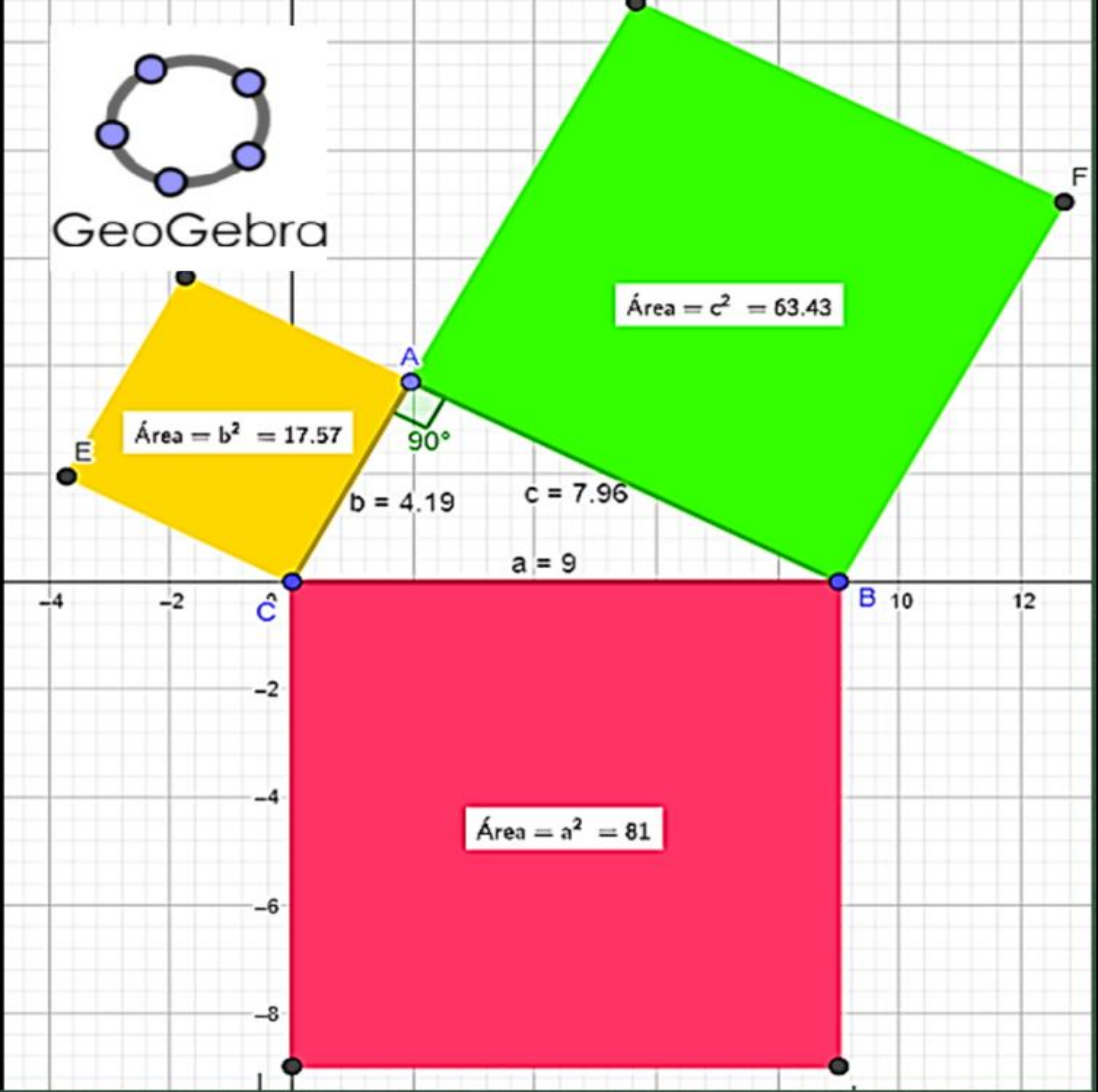


APRENDER INTERAGINDO COM O GEOGEBRA:

Uma proposta para o ensino de relações métricas no triângulo retângulo.

Fernando Emmi Correa
Fábio José da Costa Alves
Cinthia Cunha Maradei Pereira

2024

CORREA, Fernando Emmi; ALVES, Fábio José da Costa; PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei. APRENDER INTERAGINDO COM O GEOGEBRA: Uma proposta para o ensino de relações métricas no triângulo retângulo. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2024.

ISBN: 978-65-5291-005-9

Ensino de Matemática. Geogebra. Relações Métricas. Triângulo Retângulo.

Revisor e corretor textual: Profª. Me. Mara Nelise Ferreira Correa.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho nasce da inquietação de apresentar alternativas de ensino, capazes de ajudar no desenvolvimento do pensamento computacional no educando, bem como romper com a prevalência da estrutura convencional nas aulas de matemática, caracterizada pelo ensino tradicional desse componente curricular, baseada apenas no uso de recursos didáticos como quadro e giz, e explicações puramente algébricas, ou de construções geométricas sem auxílio de materiais de desenho, ou limitado pelo conhecimento das técnicas de uso destes.

Ferreira (2018) afirma que

> O Geogebra permite a reprodução passo a passo da construção de cada elemento dessas figuras, além da movimentação de elementos dos triângulos oferecendo uma nova visualização e permitindo a análise e constatação de padrões, de regularidades nas relações métricas entre os lados dos triângulos. Ferreira (2018, p. 14)

Assim sendo, este material contém a proposta de uma sequencia didática, construída com o objetivo de favorecer a aprendizagem das relações métricas no triângulo retângulo, em especial do Teorema de Pitágoras, por meio do desenvolvimento de atividades no software de geometria dinâmica Geogebra.

Sua organização está dividida em cinco capítulos, nos quais são apresentadas algumas ferramentas, janelas, menus e recursos disponíveis para uso no Geogebra, com destaque para aquelas que serão utilizadas nas construções propostas; sugerimos uma sequência didática que acreditamos ter potencial de atingir os objetivos iniciais deste trabalho; mostramos um resumo teórico do assunto contendo algumas demonstrações relevantes, entre elas do teorema de Pitágoras, permitindo ao aluno a formalização dos conceitos internalizados, e finalizamos com a aplicação de alguns exercícios visando fixar o assunto trabalhado.

Como ponto de partida, nos apoiaremos nas ideias de Wing, e de orientações presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para comentar sobre a importância de desenvolver o pensamento computacional no aluno.

Capítulo 1 : Desenvolvendo o pensamento computacional no aluno através do GeoGebra

Embora ainda hoje existam pessoas que tenham dificuldade para utilizar algumas tecnologias, e a grande maioria desconheça os conceitos da matemática e da lógica na construção delas, é inegável que essas tecnologias vieram para ficar. Assim sendo, entende-se que é função da escola ajudar no desenvolvimento do pensamento computacional nas crianças.

Nesse diapasão, dentre as competências gerais da educação básica trazidas pela BNCC, destacam-se:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BNCC, 2018, p. 9)

Considerando o resultado dos estudos já realizados, acredita-se que propiciar ao aluno a experiência de desenvolver atividades em um software de geometria dinâmica, como é o caso do Geogebra, venha favorecer a aprendizagem das Relações Métricas no Triângulo Retângulo, em especial do Teorema de Pitágoras, e vai ao encontro do que recomenda a BNCC, uma vez que propicia ao educando exercer esse protagonismo durante a utilização da tecnologia, bem como na produção de conhecimentos e uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos na resolução do problema.

Ao escolhermos uma representação apropriada, modelarmos aspectos relevantes de um problema para torná-lo tratável, abstraindo dados, decompondo tarefas ou modificando e influenciando sistemas grandes e complexos, estamos utilizando pensamentos computacionais.

Nesse sentido, quando se fala de pensamento computacional a referência está nas habilidades fundamentais para todas as pessoas, que inclui uma série de ferramentas mentais do campo da ciência da computação. Wing (2016, p. 2), afirma que o pensamento computacional "envolve a resolução de problemas, projeção de sistemas, e compreensão do comportamento humano, através da extração de conceitos fundamentais da ciência da computação".

O autor ensina que o pensamento computacional significa "reformular um problema aparentemente difícil em um problema que sabemos como resolver, talvez por redução, incorporação, transformação ou simulação" (Wing, 2016, p. 2). E mais, ele lembra que a contribuição do pensamento computacional "vai além da habilidade de pesquisar em grandes quantidades de sequências de dados em busca de padrões" (Wing, 2016, p. 3), sendo uma forma dos homens, usando sua inteligência, resolverem problemas que não seria possível antes do advento do computador. Por fim, defende que é necessário "expor os estudantes pré-universitários aos métodos e modelos computacionais" (Wing, 2016, p. 5).

A visão de Wing reforça a nossa proposta de ensino e aprendizagem de matemática através do uso de tecnologias ativas, uma vez que o desenvolvimento de atividades em um software de geometria dinâmica como o Geogebra favorece a aprendizagem das Relações Métricas no Triângulo Retângulo, entre elas o Teorema de Pitágoras, que certamente aumentarão as chances de atrair a atenção e o interesse do aluno pelos estudos.

Capítulo 2 : Ferramentas e recursos do GeoGebra

Segundo Assunção (2015, p. 68) “o GeoGebra é um software livre de matemática dinâmica que trabalha, principalmente, geometria”. Contudo, seu formato de multiplataforma, disponível para todos os níveis de ensino, permite combinar em uma única aplicação: geometria, álgebra, gráficos, estatística e cálculo.

Após sua criação em 2001, sua popularidade cresceu e ainda hoje é usado em quase 200 países e traduzido para dezenas de idiomas. Para dar suporte a uma comunidade de milhões de utilizadores localizados em quase todo o mundo, conta com 62 Institutos GeoGebra em 44 países.

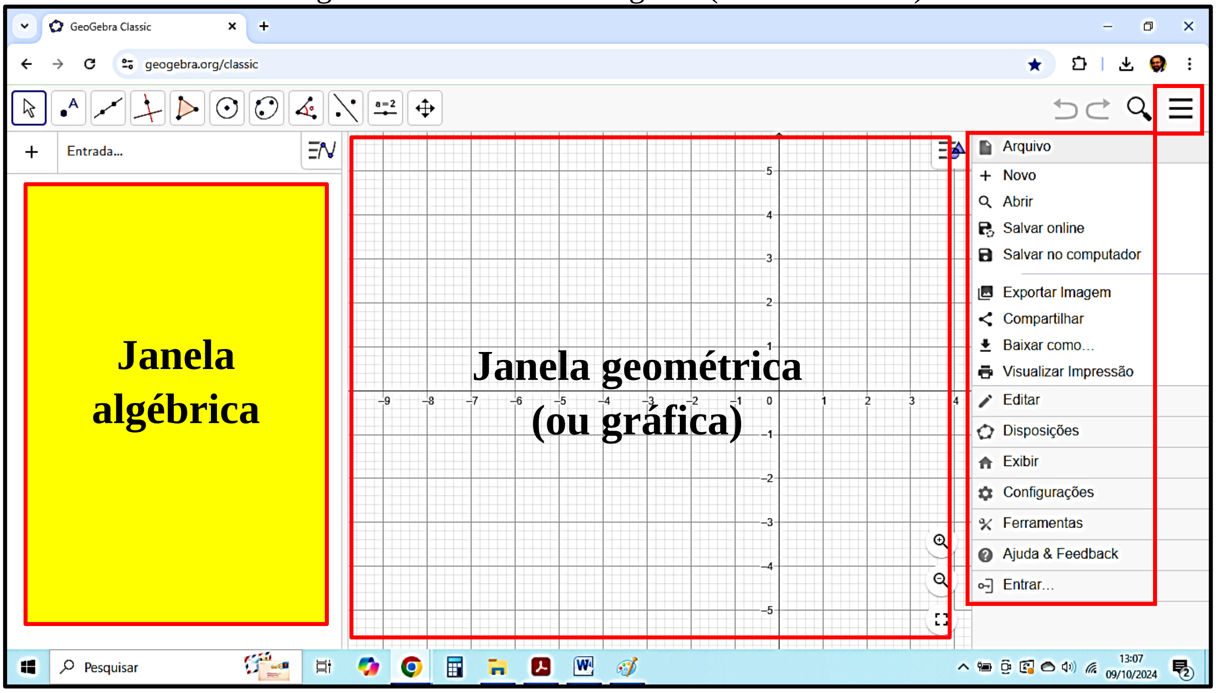
Os interessados podem fazer uso utilizando o navegador da web através do endereço https://www.geogebra.org/classic, dispensando o processo de instalação na memória dos computadores, ajudando assim a superar um dos principais argumentos dos que não utilizam essas tecnologias, que são as críticas às máquinas consideradas ultrapassadas nos laboratórios de informática. Entretanto, algumas ferramentas não estarão disponíveis por serem específicas para a versão desktop.

Dentre os recursos criados e disponibilizados pela comunidade estão coleções de atividades, exercícios, aulas e jogos gratuitos que abrangem diversos tópicos de matemática e ciências, além de ferramentas e aulas interativas, também gratuitas, para uma experiência de aprendizagem em matemática.

Ao acessar o Geogebra o usuário será apresentado a uma tela inicial dividida em duas janelas, uma algébrica e outra geométrica, ou gráfica, que conversam entre si, de modo que qualquer alteração na janela gráfica imediatamente aparece visível na janela algébrica, e vice-versa.

A barra de menus pode ser acessada através do botão  localizado na parte superior direita da janela gráfica e dispõe das opções: Arquivo, Novo, Abrir, Salvar como, Salvar no computador, Exportar Imagem, Compartilhar, Baixar como, Visualizar Impressão, Editar, Disposições, Exibir, Configurações, Ferramentas, Ajuda & Feedback e Entrar, conforme observamos nos destaques da Figura 1.

Figura 1: Interface do Geogebra (barra de menus)

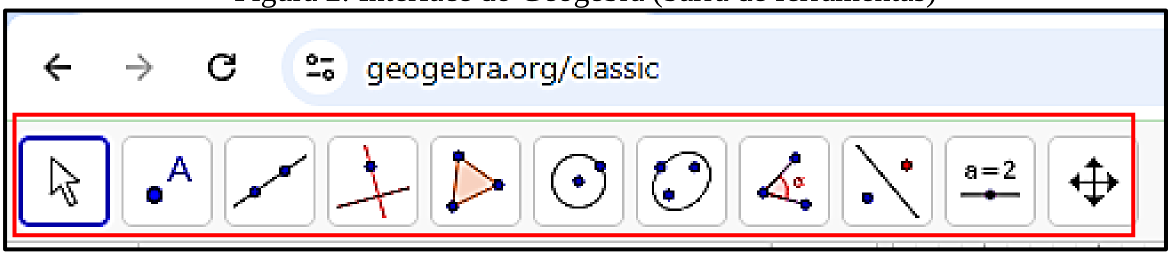


Fonte: os autores (2024)

No menu Exibir, por exemplo, é possível personalizar a interface do Geogebra exibindo ou escondendo, entre outras opções, uma janela de visualização 3D ou uma janela em formato de planilha. Para isso basta que o usuário marque ou desmarque a opção desejada.

Além da barra de menus, observa-se ainda a presença da barra de ferramentas, disposta logo abaixo da barra de endereço na web. Essa barra de ferramentas, destacada na Figura 2, é composta por onze botões, sendo que cada botão dá acesso a um grupo específico de opções de ferramentas que serão utilizadas para a construção dos objetos matemáticos desejados.

Figura 2: Interface do Geogebra (barra de ferramentas)

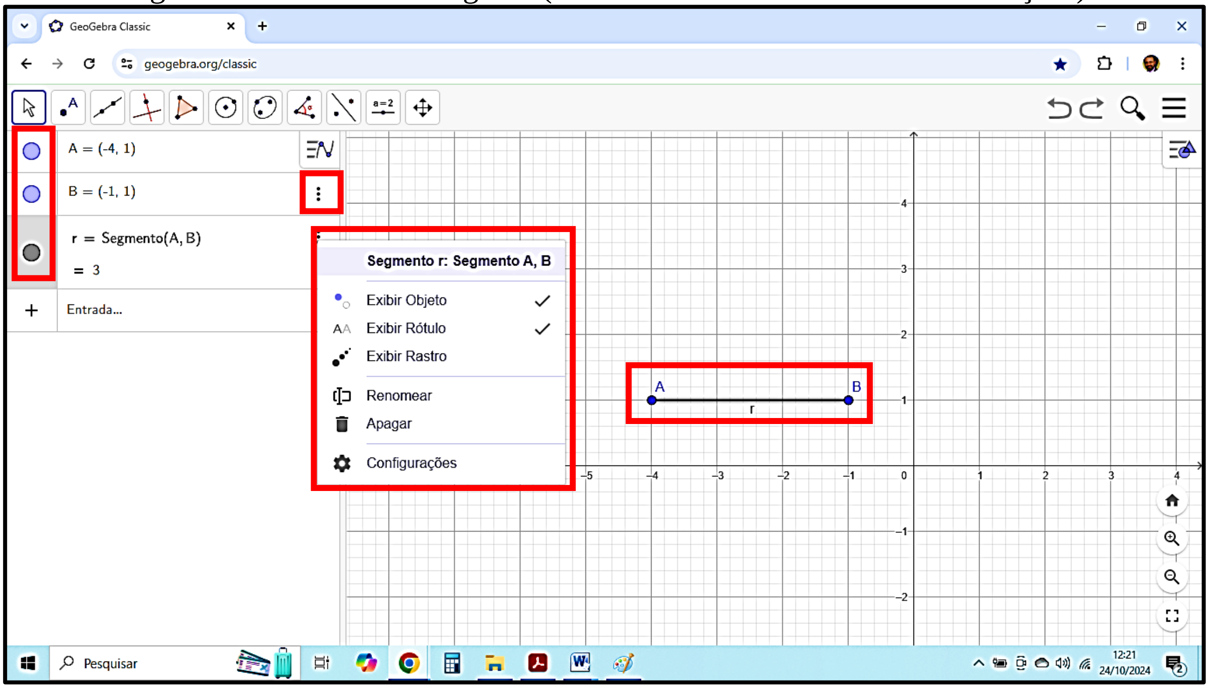


Fonte: os autores (2024)

Por padrão, todo objeto que for construído na janela geométrica também será representado na janela algébrica, e vice-versa. Contudo, o usuário poderá escolher exibir ou ocultar a representação deste objeto na janela geométrica clicando na bolinha que aparecerá ao lado esquerdo de cada representação algébrica. Também será possível realizar outras formatações clicando com o botão direito, ou esquerdo, do mouse sobre os três pontinhos que aparecem no lado direito da representação algébrica de cada objeto construído.

Nos destaques da Figura 3 observa-se a representação de três objetos (ponto A, ponto B e do segmento de reta r com extremidades em A e B), o menu que permite exibir ou ocultar esses objetos, além de outras opções de formatação.

Figura 3: Interface do Geogebra (menu exibir/ocultar e outras formatações)



Fonte: os autores (2024)

Detalharemos a seguir a função de algumas das opções de botões presentes na barra de ferramentas da Figura 2, cujo uso apresenta uma maior frequência, em especial aqueles que utilizaremos nas construções propostas no capítulo 3.

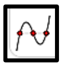
 Mover: Esta ferramenta permite arrastar ou mover objetos livres. Ao selecionar um objeto com o modo Mover ativado é possível apagá-lo pressionando a tecla Delete ou movê-lo através do mouse ou das setas do teclado.

 Ponto: Quando selecionada, esta ferramenta permite a criação de um ponto, bastando para isso que o usuário dê um clique com o mouse na janela gráfica. Também é possível criar um ponto sobre um segmento, polígono ou função ao clicar com o mouse sobre essas linhas.

 Interseção de Dois Objetos: Quando ativada, esta ferramenta permite assinalar todos os pontos de interseção entre dois objetos selecionados. Também é possível assinalar um ponto

específico de interseção ao clicar sobre o cruzamento de duas linhas que formam esses objetos.

 Ponto Médio ou Centro: Através desta ferramenta podemos facilmente determinar o ponto médio de um segmento ou mesmo entre dois pontos aleatórios do plano. Também é possível assinalar o centro de uma circunferência.

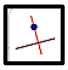
 Raízes: Com esta ferramenta ativada, podemos selecionar uma função para encontrar suas raízes. Por padrão, o GeoGebra encontra todas as raízes de funções polinomiais, enquanto para todas as outras funções ele encontra apenas as raízes pertencentes ao intervalo visível na janela gráfica.

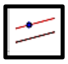
 Reta: Quando ativada, esta ferramenta permite a criação de uma linha reta a partir da seleção de dois pontos distintos na janela gráfica.

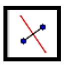
 Segmento: Ativando esta ferramenta é possível criar um segmento de reta limitado por dois pontos distintos selecionados na janela gráfica.

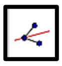
 Segmento com Comprimento Fixo: Esta ferramenta permite criar um segmento de reta com comprimento definido, bastando para isso que o usuário selecione um ponto qualquer na janela gráfica e em seguida informe o comprimento desejado na caixa de entrada que aparece.

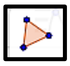
 Semirreta: Quando selecionada, esta ferramenta permite a criação de uma semirreta a partir da seleção de dois pontos distintos na janela gráfica. O primeiro ponto selecionado será o ponto inicial e o segundo ponto selecionado um ponto por onde a semirreta irá passar.

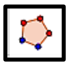
 Reta Perpendicular: Ativando essa ferramenta é possível selecionar um ponto qualquer e depois uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor), previamente traçada, criando assim uma linha reta passando pelo ponto escolhido e perpendicular à reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor) considerada.

 Reta Paralela: Ao ativar essa ferramenta é possível selecionar um ponto qualquer e depois uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor), previamente traçada, criando assim uma linha reta passando pelo ponto escolhido e paralela à reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor) considerada.

 Mediatriz: Através desta ferramenta é possível construir a mediatriz (ou bissetriz perpendicular) de um segmento, mediante a seleção de dois pontos, ou de um segmento previamente construído.

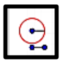
 Bissetriz: Ativamos esta ferramenta quando desejamos criar a bissetriz do ângulo ABC, com vértice em B, mediante a seleção dos três pontos (A, B e C), ou de duas retas concorrentes para criar as bissetrizes dos ângulos formados por elas.

 Polígono: Com essa ferramenta ativada é possível construir um polígono escolhendo na janela gráfica pelo menos três pontos não colineares para serem os vértices do polígono. Após a escolha do último vértice, o primeiro vértice deve ser selecionado novamente para “fechar” o polígono. A área do polígono construído será indicada na janela algébrica.

 Polígono Regular: Ativando essa ferramenta é possível construir um polígono regular selecionando, aleatoriamente, dois pontos na janela gráfica para especificar o primeiro lado e, em seguida, inserir o número de vértices que polígono deverá ter (incluindo os pontos especificados anteriormente) na caixa de entrada que será exibida.

 Círculo dados Centro e Um de seus Pontos: Ativando essa ferramenta o usuário pode criar um círculo de modo simples, bastando selecionar dois pontos quaisquer da janela gráfica, um para ser o centro e outro que irá definir o tamanho do raio.

 Círculo: Centro & Raio: Com essa ferramenta ativada, o usuário também poderá criar um círculo de modo simples, selecionando um ponto qualquer da janela gráfica para ser o centro do círculo, e inserindo o tamanho do raio na caixa de entrada exibida.

 Compasso: Ao ativar essa ferramenta, o usuário pode selecionar um segmento existente, ou dois pontos quaisquer da janela gráfica, para definir o comprimento do raio. Feito isso, um círculo com esse comprimento de raio será exibido. Depois, basta o usuário arrastar esse círculo e fixar a posição do centro selecionando um ponto já existente, ou clicando em um ponto qualquer na janela gráfica.

 Círculo definido por Três Pontos: Ativando essa ferramenta é possível construir um círculo selecionando três pontos não colineares da janela gráfica. Caso os pontos sejam colineares, o círculo degenera na reta que contém esses três pontos.

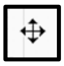
 Semicírculo: Com essa ferramenta ativada é possível criar um semicírculo no sentido horário a partir da seleção de dois pontos quaisquer na janela gráfica. O diâmetro desse semicírculo é definido pelos pontos selecionados e a medida do seu comprimento exibida na janela algébrica.

 Ângulo: Com essa ferramenta ativada, o usuário pode facilmente determinar a medida de um ângulo. Para isso, ele deve selecionar três pontos já existentes, ou clicar em três pontos distintos na janela gráfica. Neste caso, o segundo ponto será o vértice do ângulo e seus lados estarão definidos entre ele e os outros dois pontos. Também é possível criar um ângulo selecionando dois segmentos, duas linhas ou dois vetores. Por padrão, os ângulos são marcados no sentido anti-horário, de modo que a ordem de escolha dos pontos, segmentos, linhas ou vetores irá definir a orientação do ângulo. Esta ferramenta também permite criar todos os ângulos internos de um polígono qualquer, bastando clicar com o *mouse* no interior desse polígono após ativar a ferramenta.

 Distância, Comprimento ou Perímetro: Com a ajuda dessa ferramenta podemos medir a distância entre dois pontos, entre duas retas ou entre um ponto e uma reta, bastando para isso que o usuário selecione os elementos na janela gráfica. Também é possível medir o comprimento de um segmento e selecionar regiões poligonais, circulares ou elípticas para determinar o seu perímetro. O resultado da medição será exibido na janela algébrica e um texto dinâmico contendo o mesmo valor exibido na janela gráfica.

 Área: Com a ajuda dessa ferramenta podemos selecionar regiões poligonais, circulares ou elípticas para medir a sua área. O resultado da medição será exibido na janela algébrica e um texto dinâmico contendo o mesmo valor exibido na janela gráfica.

 Controle Deslizante: Essa ferramenta permite que o usuário manipule objetos de forma automática ou manual durante o ensino/aprendizagem de conceitos muito abstratos. Para criar um controle deslizante basta ativar essa ferramenta e clicar em qualquer ponto na janela gráfica. Uma caixa de diálogo aparecerá permitindo ao usuário especificar o nome, o intervalo [min, max] e o incremento do número ou ângulo, assim como o alinhamento e seu modo de velocidade e animação.

 Mover Janela de Visualização: O acionamento dessa ferramenta permite que o usuário arraste o fundo da visualização gráfica alterando sua área de visibilidade, como também que arraste os eixos de coordenadas para dimensioná-los. Caso a janela de visualização 3D esteja sendo exibida, será possível alternar a visualização panorâmica entre o modo **paralelo ao plano x – y** e o modo **paralelo ao eixo z**.

Capítulo 3 : Descobrindo conceitos e propriedades pela interação com o Geogebra

Ferreira (2018, p. 127) sugere que seu trabalho seja reaplicado “com algumas alterações como (...) **a manipulação por parte dos alunos do Software Educativo Geogebra**, caso a estrutura física permita, objetivando novas formas de ensinar e aprender” (grifo nosso).

Nesse sentido, no presente capítulo apresenta-se o passo a passo dos protocolos que os alunos deverão seguir para realizar duas construções no Geogebra, as quais servirão de base de observação para a resposta das atividades sobre os temas que se pretende ensinar. O objetivo por trás de cada atividade sugerida é que cada aluno perceba as propriedades mediante sua interação com o software ao manipular suas ferramentas.

Durante o processo de interação, o aluno será estimulado a utilizar os princípios do pensamento computacional para observar e refletir sobre os resultados obtidos, relacionando os registros algébricos com as respectivas representações na janela gráfica, visando a internalização dos conceitos, ainda que de modo não formal. No capítulo 4, far-se-á uma demonstração em linguagem simples, mas com o devido rigor matemático, dos conceitos trabalhados nesse capítulo com a ajuda do Geogebra, formalizando as propriedades percebidas e consolidando a aprendizagem dos conceitos.

CONSTRUÇÃO 1: TRIÂNGULO RETÂNGULO INSCRITO EM UMA SEMICIRCUNFERÊNCIA

Passo 1: Com a ajuda da ferramenta  Semicírculo construa uma semicircunferência escolhendo dois pontos quaisquer na janela gráfica para serem os extremos do diâmetro.

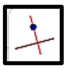
Passo 2: Clique com o botão direito do mouse sobre o nome da semicircunferência e escolha a opção renomear. Na caixa de diálogo que aparecer, abra o teclado virtual, selecione a letra grega lambda (λ) e clique em OK.

Passo 3: Clique com o botão direito do mouse sobre o extremo A da semicircunferência λ e escolha a opção renomear. Na caixa de diálogo que aparecer, digite C e clique em OK.

Passo 4: Com a ferramenta  Segmento construa um ΔABC escolhendo como vértices os dois extremos da semicircunferência λ e um terceiro ponto quaisquer sobre essa semicircunferência.

Passo 5: Clique com o botão direito do mouse sobre a letra que identifica o lado $\overline{BC}$ (hipotenusa) construído no passo 4. Selecione configurações e, na janela de opções, identifique a linha Nome e digite a para renomear. Depois, na caixa Exibir Rótulo, escolha a opção Nome & Valor. A seguir, feche a janela de opções.

Passo 6: Repita o passo 5 para renomear os lados $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ (catetos), construídos no passo 4, em b e c, respectivamente. Lembre-se de escolher a opção Nome & Valor na caixa Exibir Rótulo. Na sequência, feche a janela de opções.

Passo 7: Escolha a ferramenta  Reta Perpendicular, clique sobre o ponto A e em seguida no diâmetro $\overline{BC}$ para construir uma reta perpendicular a $\overline{BC}$ passando por A.

Passo 8: Escolha a ferramenta  Interseção de Dois Objetos, clique sobre o diâmetro $\overline{BC}$ e em seguida na reta perpendicular construída no passo 7.

Passo 9: Clique com o botão direito do mouse sobre a letra que identifica o ponto de interseção construído no passo 8 e escolha a opção renomear. Na caixa de diálogo que aparecer, digite H e clique em OK.

Passo 10: Na janela algébrica clique na bolinha ao lado do nome da reta perpendicular construída no passo 7 para ocultar essa reta.

Passo 11: Com a ferramenta  Segmento construa o segmento $\overline{AH}$ (altura) selecionando os pontos A e H.

Passo 12: Clique com o botão direito do mouse sobre a letra que identifica o segmento $\overline{AH}$ construído no passo 11. Selecione configurações e, na janela de opções, identifique a linha Nome e digite h para renomear. Depois, na caixa Exibir Rótulo, escolha a opção Nome & Valor. A seguir, feche a janela de opções.

Passo 13: Com a ferramenta  Segmento construa o segmento $\overline{CH}$ (projeção do cateto b sobre a hipotenusa a) selecionando os pontos C e H. Então clique com o botão direito do mouse sobre a letra que identifica o segmento $\overline{CH}$, selecione configurações, identifique a linha Nome e digite n para renomear. Depois escolha a opção Nome & Valor na caixa Exibir Rótulo e feche a janela de opções.

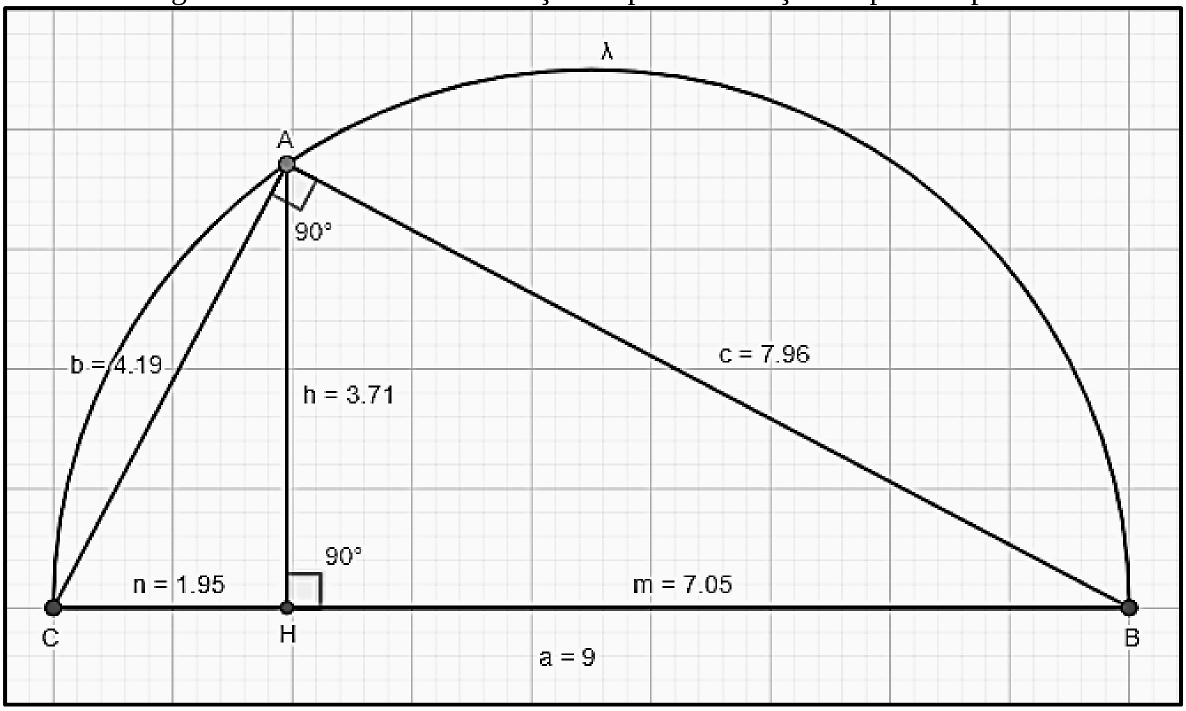
Passo 14: Com a ferramenta  Segmento construa o segmento $\overline{HB}$ (projeção do cateto c sobre a hipotenusa a) selecionando os pontos H e B. Então clique com o botão direito do mouse sobre a letra que identifica o segmento $\overline{HB}$, selecione configurações, identifique a linha Nome e digite m para renomear. Depois escolha a opção Nome & Valor na caixa Exibir Rótulo e feche a janela de opções.

Passo 15: Com a ferramenta  Ângulo selecione os catetos b e c, nessa ordem, para exibir a medida do ângulo $B\widehat{A}C$ formado por eles. Repita o procedimento selecionando, nessa ordem, a projeção m e a altura h, para exibir a medida do ângulo $B\widehat{H}A$ formado por eles.

Passo 16: Clique com o botão direito do mouse sobre os ângulos construídos no passo 15, selecione configurações e escolha a opção Valor na caixa Exibir Rótulo.

A Figura 4 representa o resultado da construção 1 que você encontrará na janela gráfica após realizar corretamente todo o protocolo de passos indicados acima.

Figura 4: Resultado da construção 1 após a execução do passo a passo



Fonte: os autores (2024)

ATIVIDADE 1

Ative a ferramenta  Mover, clique e segure com o botão do lado esquerdo do mouse sobre o ponto A para movê-lo sobre a semicircunferência λ. Depois responda as perguntas.

Objetivo: Perceber que o movimento do ponto A sobre a semicircunferência, ou dos outros dois pontos que formam o diâmetro dessa semicircunferência no plano, não deformam o ângulo reto e, portanto, garantem a existência do triângulo retângulo inscrito em uma semicircunferência.

P1: Qual a medida do ângulo $B\hat{A}C$ quando movemos o ponto A sobre a semicircunferência λ? ____

P2: Qual a medida do ângulo $B\hat{H}A$ quando movemos o ponto A sobre a semicircunferência λ? ____

P3: Os ângulos $B\hat{A}C$ e $B\hat{H}A$ sofrem alteração quando movemos o ponto B no plano? ____

P4: Os ângulos $B\hat{A}C$ e $B\hat{H}A$ sofrem alteração quando movemos o ponto C no plano? ____

P5: O que acontece com o ΔABC quando o ponto A fica sobre o ponto B? ____ Por que você acha que isso aconteceu? ____

P6: O que acontece com o ΔABC quando o ponto A fica sobre o ponto C? ____ Por que você acha que isso aconteceu? ____

P7: Com base no que você observou ao realizar os movimentos solicitados, o que você conclui? ____
____

ATIVIDADE 2

A posição do ponto A na Figura 4 determinou os valores de n e m indicados na tabela abaixo. Mova o ponto A para cinco novas posições (NP) sobre a semicircunferência λ de modo que o ΔABC continue existindo e anote na tabela as medidas solicitadas conforme o exemplo, realizando os cálculos quando necessário. Depois responda as perguntas.

Objetivo: Fazer com que o aluno perceba a relação existente entre a hipotenusa do triângulo retângulo e as projeções dos catetos feitas sobre ela.

	N	m	n + m
Exemplo	1,95	7,05	9
NP1			
NP2			
NP3			
NP4			
NP5			

P1: Comparando a medida da hipotenusa a dos triângulos obtidos nas cinco novas posições (NP) do ponto A, com os valores encontrados na 4ª coluna como resultado para a soma das projeções n e m desses triângulos, o que você observa? ________________________________

____

P2: Com base no que você observou ao realizar as anotações, os cálculos e as comparações solicitadas, que conclusão você chega? ____

____

P3: Como você escreveria em linguagem matemática, isto é, através de uma fórmula, a relação que você concluiu? ____

ATIVIDADE 3

A posição do ponto A na Figura 4 determinou os valores de n, m e h indicados na tabela abaixo. Mova o ponto A para cinco novas posições (NP) sobre a semicircunferência λ de modo que o ΔABC continue existindo e anote na tabela as medidas solicitadas conforme o exemplo, realizando os cálculos quando necessário. Depois responda as perguntas.

Objetivo: Fazer com que o aluno perceba a relação existente entre a altura do triângulo retângulo e as projeções dos catetos.

	n	m	n•m	h	h^2
Exemplo	1,95	7,05	13,7 (*)	3,71	13,7 (*)
NP1					
NP2					
NP3					
NP4					
NP5					

(*) Valores aproximados

P1: Comparando a 6ª e a 4ª coluna em que aparecem, respectivamente, a medida do quadrado da altura h dos triângulos obtidos nas cinco novas posições (NP) do ponto A, com os valores encontrados como resultado para o produto das projeções n e m desses triângulos, o que você observa? ____

____

P2: Com base no que você observou ao realizar as anotações, os cálculos e as comparações solicitadas, que conclusão você chega? ____

____

P3: Como você escreveria em linguagem matemática, isto é, através de uma fórmula, a relação que você concluiu? ____

ATIVIDADE 4

A posição do ponto A na Figura 4 determinou os valores de a, b, c, n e m indicados na tabela abaixo. Mova o ponto A para cinco novas posições (NP) sobre a semicircunferência λ de modo que o ΔABC continue existindo e anote na tabela as medidas solicitadas conforme o exemplo, realizando os cálculos quando necessário. Depois responda as perguntas.

Objetivo: Fazer com que o aluno perceba a relação existente entre a hipotenusa do triângulo retângulo, um dos catetos e a projeção desse cateto sobre a hipotenusa.

	a	b	c	n	m	a•n	a•m	b^2	c^2
Exemplo	9	4,19	7,96	1,95	7,05	17,6 (*)	63,4 (*)	17,6 (*)	63,4 (*)
NP1									
NP2									
NP3									
NP4									
NP5									

(*) Valores aproximados

P1: Comparando a 9ª e a 7ª coluna em que aparecem, respectivamente, a medida do quadrado do cateto b dos triângulos obtidos nas cinco novas posições (NP) do ponto A, com os valores encontrados como resultado para o produto da projeção desse cateto b sobre a hipotenusa a desses triângulos, o que você observa? ____

____

P2: Comparando a 10ª e a 8ª coluna em que aparecem, respectivamente, a medida do quadrado do cateto c dos triângulos obtidos nas cinco novas posições (NP) do ponto A, com os valores encontrados como resultado para o produto da projeção desse cateto c sobre a hipotenusa a desses triângulos, o que você observa? __________________________________

____

P3: Com base no que você observou ao realizar as anotações, os cálculos e as comparações solicitadas, que conclusão você chega? ____

____

P4: Como você escreveria em linguagem matemática, isto é, através de uma fórmula, a relação que você concluiu? ____

ATIVIDADE 5

A posição do ponto A na Figura 4 determinou os valores de a, b, c, e h indicados na tabela abaixo. Mova o ponto A para cinco novas posições (NP) sobre a semicircunferência λ de modo que o ΔABC continue existindo e anote na tabela as medidas solicitadas conforme o exemplo, realizando os cálculos quando necessário. Depois responda as perguntas.

Objetivo: Fazer com que o aluno perceba a relação existente entre a hipotenusa, a altura e os catetos de um triângulo retângulo.

	a	B	c	h	a•h	b•c
Exemplo	9	4,19	7,96	3,71	33,4 (*)	33,4 (*)
NP1						
NP2						
NP3						
NP4						
NP5						

(*) Valores aproximados

P1: Comparando a 6ª e a 7ª coluna em que aparecem, respectivamente, a medida do produto da hipotenusa a com a altura h dos triângulos obtidos nas cinco novas posições (NP) do ponto A, com os valores encontrados como resultado para o produto dos catetos b e c desses triângulos, o que você observa? ____

____

P2: Com base no que você observou ao realizar as anotações, os cálculos e as comparações solicitadas, que conclusão você chega? _______________________________________

____

P3: Como você escreveria em linguagem matemática, isto é, através de uma fórmula, a relação que você concluiu? ____

ATIVIDADE 6

A posição do ponto A na Figura 4 determinou os valores de a, b e c indicados na tabela abaixo. Mova o ponto A para cinco novas posições (NP) sobre a semicircunferência λ de modo que o ΔABC continue existindo e anote na tabela as medidas solicitadas conforme o exemplo, realizando os cálculos quando necessário. Depois responda as perguntas.
Objetivo: Fazer com que o aluno perceba a relação existente entre a hipotenusa e os catetos de um triângulo retângulo (teorema de Pitágoras).

	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$b^2 + c^2$
Exemplo	9	4,19	7,96	81	17,6 (*)	63,4 (*)	81
NP1							
NP2							
NP3							
NP4							
NP5							

(*) Valores aproximados

P1: Comparando a 5ª e a 8ª coluna em que aparecem, respectivamente, o quadrado da medida da hipotenusa a dos triângulos obtidos nas cinco novas posições (NP) do ponto A, com os valores encontrados como resultado para a soma dos quadrados das medidas dos catetos b e c desses triângulos, o que você observa? ____

____

P2: Com base no que você observou ao realizar as anotações, os cálculos e as comparações solicitadas, que conclusão você chega? ____

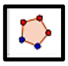
____

P3: Como você escreveria em linguagem matemática, isto é, através de uma fórmula, a relação que você concluiu? ____

CONSTRUÇÃO 2: DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Passo 1: Partindo do resultado final da CONSTRUÇÃO 1, oculte a semicircunferência λ clicando na bolinha ao lado do nome.

Passo 2: Repita o procedimento do passo 1 para ocultar também: a altura h, as projeções n e m, o ponto H e o ângulo reto $B\hat{H}A$

Passo 3: Com a ajuda da ferramenta  Polígono Regular, construa um quadrado sobre o cateto $\overline{AC}$ escolhendo os pontos C e A, nessa ordem. Na caixa de entrada que será exibida, informe que o número de lados do quadrado e clique em OK.

Passo 4: Com a mesma ferramenta usada no passo 3, construa um segundo quadrado sobre o cateto $\overline{AB}$ escolhendo os pontos A e B, nessa ordem. Na caixa de entrada que será exibida, informe que o número de lados do quadrado e clique em OK.

Passo 5: Com a mesma ferramenta usada no passo 3, construa um terceiro quadrado sobre a hipotenusa $\overline{BC}$ escolhendo os pontos B e C, nessa ordem. Na caixa de entrada que será exibida, informe que o número de lados do quadrado e clique em OK.

Passo 6: Com a ajuda da ferramenta  Área, clique no interior de cada um dos quadrados construídos nos passos 3, 4 e 5 para exibir a área de cada um deles.

Passo 7: Clique com o botão direito no mouse na caixa com o texto dinâmico contendo o valor da área do primeiro quadrado e selecione Editar. Na caixa de edição, apague a expressão **de pol1** e no lugar escreva **=b^2** e clique em OK.

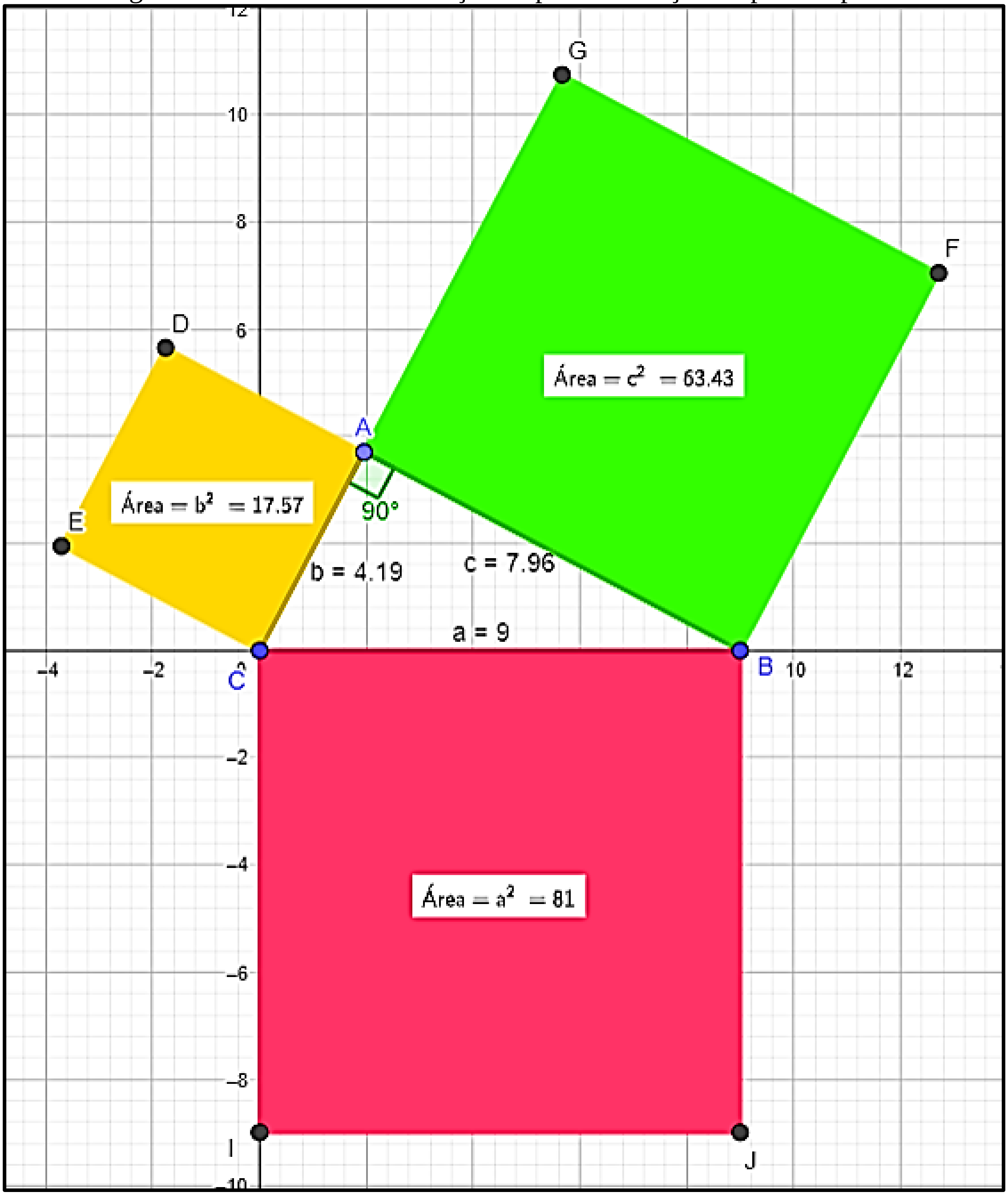
Passo 8: Repita o procedimento do passo 7 clicando nos textos dinâmicos contendo o valor das áreas do segundo e terceiro quadrado e selecione Editar. Na caixa de edição, apague as expressões **de pol2** e **de pol3**, e no lugar escreva, respectivamente, **=c^2** e **=a^2**. Após as edições, clique em OK.

Passo 9: Clique com o botão direito do mouse no interior do primeiro quadrado e selecione configurações. Na janela de opções, identifique a aba Cor, escolha uma cor de sua preferência e aplique transparência 100 deslizando a barra de controle. A seguir, feche a janela de opções.

Passo 10: Repita o procedimento do passo 9 com o segundo e terceiro quadrado. Escolha cores diferentes para cada um deles.

Exceto pelas cores escolhidas e pela posição dos pontos A, B e C, a Figura 5 representa o resultado da construção 2 que você encontrará na janela gráfica após realizar corretamente todo o protocolo de passos indicados acima.

Figura 5: Resultado da construção 2 após a execução do passo a passo



Fonte: os autores (2024)

ATIVIDADE 7

Ative a ferramenta  Mover, clique e segure com o botão do lado esquerdo do mouse sobre os pontos A, B ou C para movê-los na janela gráfica. Escolha cinco novas posições (NP) para eles de modo que o ΔABC continue existindo e anote na tabela as medidas solicitadas conforme o exemplo, realizando os cálculos quando necessário. Depois responda as perguntas.

Objetivo: Fazer o aluno perceber que ao movimentar o ponto A e/ou os outros dois pontos que formam o ΔABC, a área dos quadrados construídos sobre os lados do ΔABC sofre alteração, mas a relação entre elas se mantém. Essa relação é conhecida como teorema de Pitágoras.

	a^2	b^2	c^2	$b^2 + c^2$
Exemplo	81	17,57 (*)	63,43 (*)	81
NP1				
NP2				
NP3				
NP4				
NP5				

(*) Valores aproximados

P1: Comparando a 2ª e a 5ª coluna em que aparecem, respectivamente, o quadrado da medida da hipotenusa a dos triângulos obtidos nas cinco novas posições (NP) do ponto A, com os valores encontrados como resultado para a soma dos quadrados das medidas dos catetos b e c desses triângulos, o que você observa? ____

____

P2: Com base no que você observou ao realizar as anotações, os cálculos e as comparações solicitadas, que conclusão você chega? ____

____

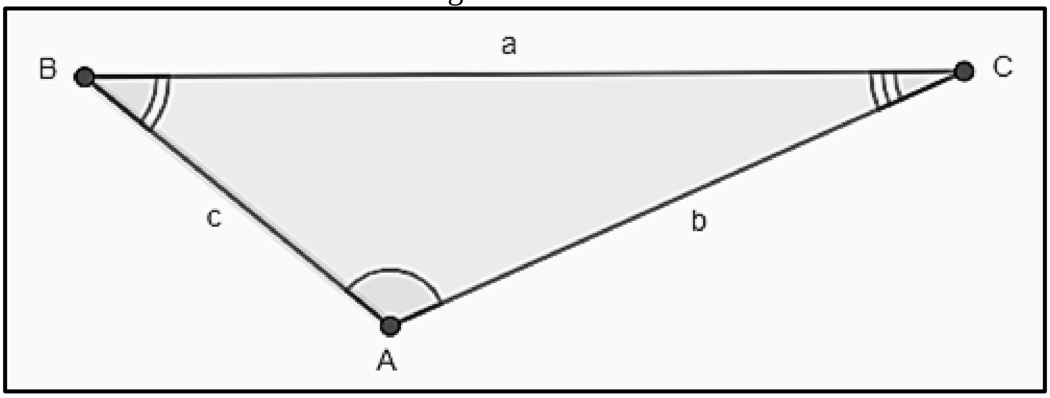
P3: Como você escreveria em linguagem matemática, isto é, através de uma fórmula, a relação que você concluiu? ____

Capítulo 4 : Desvendando as relações métricas no triângulo retângulo

No presente capítulo é apresentado ao leitor um resumo sobre triângulos retângulos e as relações métricas existentes entre alguns dos seus elementos, a saber: catetos, hipotenusa, altura e projeções de cada cateto sobre a hipotenusa. Além disso, foram incluídas algumas demonstrações dessas relações com destaque para o Teorema de Pitágoras. Provou-se ainda que todo triângulo inscrito em uma semicircunferência é retângulo. A definição de triângulo serviu como ponto de partida.

Dolce e Pompeo (1993, p. 36) trazem a seguinte definição: “Dados três pontos A, B e C não colineares, a reunião dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ chama-se triângulo ABC”. Adotamos o símbolo Δ para indicar um triângulo como forma de simplificar a escrita, isto é, quando nos referirmos ao “triângulo ABC” usaremos a notação “ΔABC”.

Figura 6: ΔABC



Fonte: os autores (2024)

Na Figura 6, destacam-se os seguintes elementos:

- Os pontos A, B e C são chamados vértices do ΔABC.
- Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ são os lados do ΔABC. Simbolicamente utilizam-se letras minúsculas no nosso alfabeto para representar os lados de um triângulo. Assim, as letras c, b e a representam, respectivamente, as medidas dos lados $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$.
- Os ângulos $A\hat{B}C$ (ou ângulo B, ou apenas $\hat{B}$), $B\hat{C}A$ (ou ângulo C, ou $\hat{C}$) e $C\hat{A}B$ (ou ângulo A, ou apenas $\hat{A}$) são os de ângulos internos do ΔABC.

Ainda na Figura 6, dizemos que a é o lado oposto ao $\hat{A}$, que b é o lado oposto ao $\hat{B}$ e que c é o lado oposto ao $\hat{C}$.

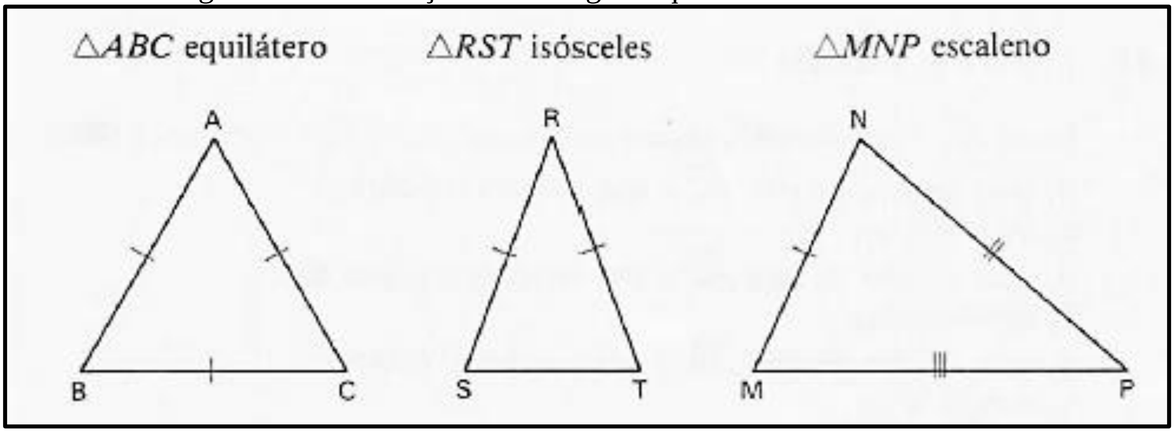
Em relação à medida dos lados, dizemos que os triângulos são:

- Equiláteros se, e somente se, o triângulo possuir os três lados congruentes, isto é, os três lados com a mesma medida.

- Isósceles se, e somente se, o triângulo possuir dois lados congruentes e um não congruente, isto é, dois lados com a mesma medida e o terceiro lado com medida diferente.
- Escalenos se, e somente se, o triângulo possuir dois lados não congruentes, isto é, dois lados com medidas diferentes.

Na Figura 7 vemos exemplos de triângulos classificados quanto à medida dos lados.

Figura 7: Classificação dos triângulos quanto à medida dos lados



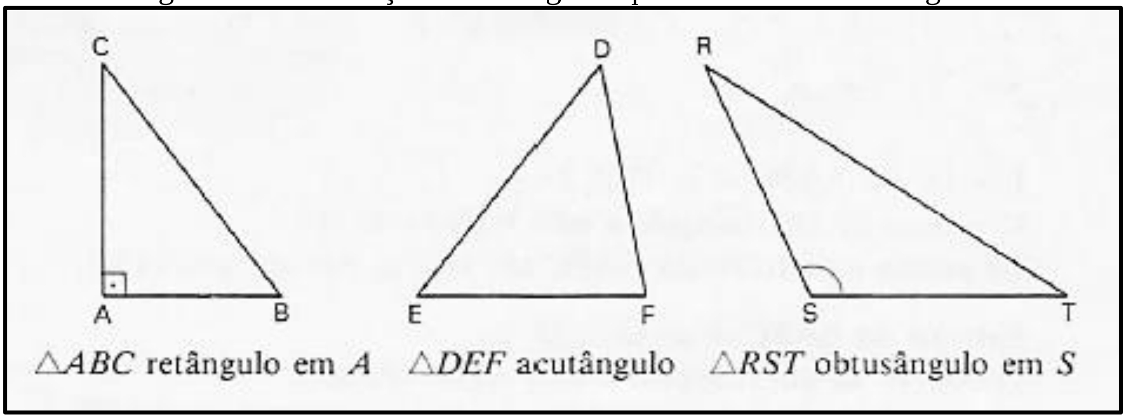
Fonte: Dolce e Pompeo (1993, p. 38)

Em relação à medida dos ângulos, dizemos que os triângulos são:

- Retângulos se, e somente se, o triângulo possuir um ângulo reto, isto é, a sua medida for igual a 90°.
- Acutângulos se, e somente se, o triângulo possuir os três ângulos agudos, isto é, as suas medidas forem menor que 90°.
- Obtusângulo se, e somente se, o triângulo possuir um ângulo obtuso, isto é, a sua medida for maior que 90°.

Na Figura 8 vemos exemplos de triângulos classificados quanto à medida dos ângulos.

Figura 8: Classificação dos triângulos quanto à medida dos ângulos



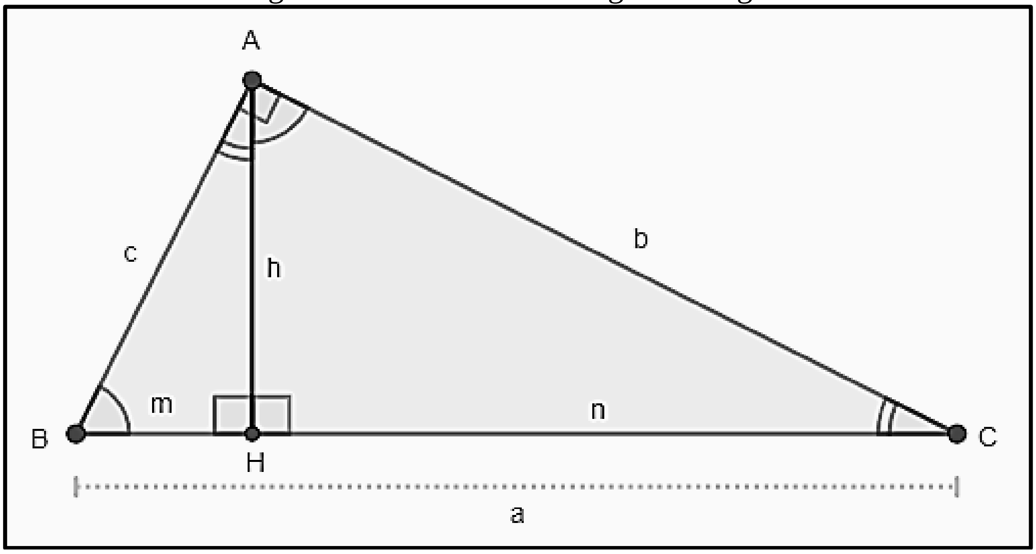
Fonte: Dolce e Pompeo (1993, p. 38)

Os lados de um triângulo retângulo recebem denominações especiais, a saber:

- **Catetos**: quando estivermos nos referindo aos lados que formam o ângulo reto.
- **Hipotenusa**: quando estivermos nos referindo ao lado oposto ao ângulo reto.

No ΔABC da Figura 9 destacamos todos os elementos do triângulo retângulo, a saber:

Figura 9: Elementos do triângulo retângulo



Fonte: os autores (2024)

- $\overline{\mathrm{BC}} = a \Rightarrow$ hipotenusa
- $\overline{\mathrm{AC}} = b \Rightarrow$ cateto
- $\overline{\mathrm{AB}} = c \Rightarrow$ cateto
- $\overline{\mathrm{AH}} = h \Rightarrow$ altura relativa a hipotenusa
- $\overline{\mathrm{BH}} = m \Rightarrow$ projeção do cateto c sobre a hipotenusa
- $\overline{\mathrm{HC}} = n \Rightarrow$ projeção do cateto b sobre a hipotenusa

A projeção do ponto A sobre a hipotenusa representado pelo segmento $\overline{\mathrm{AH}}$ é responsável por dividir o ΔABC, retângulo no ponto A, em dois triângulos retângulos menores, a saber: ΔAHB e ΔAHC, ambos retângulo no ponto H.

É fácil observar que os ângulos $\mathrm{A\hat{B}H} = \mathrm{C\hat{A}H}$ e $\mathrm{B\hat{A}H} = \mathrm{H\hat{C}A}$. Logo, o ΔAHB e o ΔAHC são semelhantes. E mais, esses dois triângulos também são semelhantes ao triângulo original ΔABC. Denota-se este fato da seguinte forma:

$$\boxed{\Delta\mathrm{ABC} \sim \Delta\mathrm{AHB} \sim \Delta\mathrm{AHC}}$$

Essa tripla semelhança nos permite afirmar que os lados homólogos desses três triângulos são proporcionais. Assim, tomando os triângulos dois a dois, chegamos às relações métricas que apresentaremos a seguir.

1ª relação: A medida da hipotenusa é igual a soma das medidas das projeções dos catetos

Demonstração:

A demonstração desta relação é imediata, bastando observar no ΔABC que o segmento $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC}$. Portanto: $\boxed{a = m + n}$

2ª relação: Em um triângulo retângulo, o quadrado da altura é igual ao produto das projeções.

Demonstração:

Demonstramos esta relação observando os dois triângulos que surgem ao projetamos o ponto A sobre a hipotenusa.

Já vimos que como o $\Delta AHB \sim \Delta AHC$ os seus lados são proporcionais. Logo:

$$\frac{\overline{AH}}{\overline{HC}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{AH}} \Rightarrow \frac{h}{n} = \frac{m}{h} \Rightarrow \boxed{h^2 = m \times n}$$

Wagner (2015, p. 7) destaca o importante fato de que “a altura é média geométrica entre as projeções dos catetos sobre a hipotenusa”.

3ª relação: Em todo triângulo retângulo, o quadrado de um cateto é igual ao produto da sua projeção pela hipotenusa.

Demonstração:

Vamos demonstrar esta relação comparando o triângulo original com cada um dos dois triângulos que surgiram quando projetamos o vértice A sobre a hipotenusa.

1º caso: Como o $\Delta ABC \sim \Delta AHB$, temos que os seus lados são proporcionais. Assim:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{m}{c} \Rightarrow \boxed{c^2 = a \times m}$$

E mais:

2º caso: Como o $\Delta ABC \sim \Delta AHC$, temos que os seus lados também são proporcionais. Assim:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{HC}}{\overline{AC}} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{n}{b} \Rightarrow \boxed{b^2 = a \times n}$$

4ª relação: Em todo triângulo retângulo, o produto da hipotenusa pela altura é igual ao produto dos catetos.

Demonstração:

Para demonstrar esta relação basta comparar o triângulo original com um dos dois triângulos que surgiram quando projetamos o vértice A sobre a hipotenusa.

Já vimos que como o $\Delta ABC \sim \Delta AHC$, os seus lados são proporcionais. Logo:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{h}{c} \Rightarrow \boxed{a \times h = b \times c}$$

5ª relação: Em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Demonstração:

Vamos demonstrar esta relação trabalhando algebricamente com os dois resultados obtidos na 3ª relação, ou seja:

Do 1º caso concluímos que: $c^2 = a \times m$

Do 2º caso concluímos que: $b^2 = a \times n$

Somando essas duas relações membro a membro, obtemos:

$$b^2 + c^2 = a \times m + a \times n$$

$$b^2 + c^2 = a \times (m + n)$$

Da 1ª relação temos que $a = m + n$, logo:

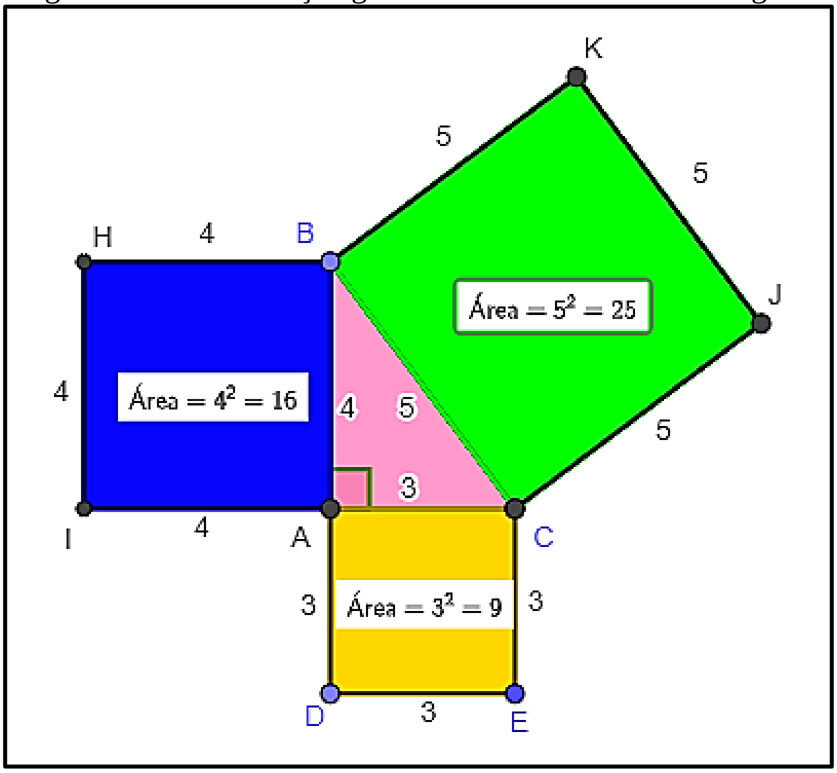
$$b^2 + c^2 = a \times a$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

ou ainda, $$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Popularmente, essa relação é conhecida como **Teorema de Pitágoras** e os primeiros indícios do conhecimento e uso dessa relação datam de 1800 a.C. Geometricamente, este teorema nos afirma que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa tem área equivalente à união das áreas dos quadrados construídos sobre cada um dos catetos. Na Figura 10 feita no Geogebra, ao construímos um quadrado sobre cada um dos lados 3, 4 e 5 do triângulo é possível confirmar a validade desse teorema.

Figura 10: Demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras



Fonte: os autores (2024)

A recíproca do Teorema de Pitágoras:

Como visto anteriormente, todo triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos medindo b e c é válida a relação $a^2 = \mathrm{b}^2 + \mathrm{c}^2$ conhecida como Teorema de Pitágoras. Seguindo as ideias de Wagner (2015, p. 8), provar-se-á que a recíproca desse teorema também é verdadeira, isto é:

Se a, b e c são números reais positivos com $a^2 = \mathrm{b}^2 + \mathrm{c}^2$, então o triângulo de lados a, b e c é retângulo.

<u>Demonstração</u>:

Suponha por absurdo que $\widehat{\mathrm{A}} \neq 90°$. Temos então dois casos a analisar: quando o $\widehat{\mathrm{A}} < 90°$ e quando $\widehat{\mathrm{A}} > 90°$.

1º caso: $\widehat{\mathrm{A}} < 90°$

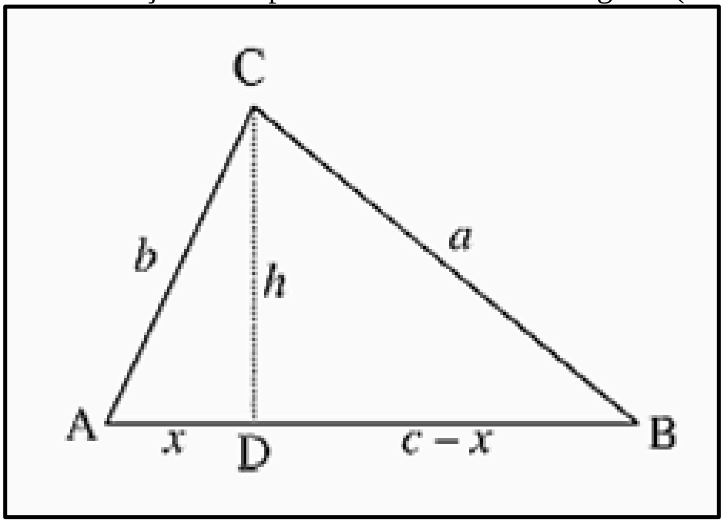
Considere o ΔABC da Figura 11, com $\overline{\mathrm{AB}} = c$, $\overline{\mathrm{BC}} = a$, $\overline{\mathrm{AC}} = b$ e $b \leq c$.

Se $\widehat{\mathrm{A}} < 90°$, então D ∈ $\overline{\mathrm{AB}}$. Adotando $\overline{\mathrm{AD}} = x$ e $\overline{\mathrm{CD}} = h$ vem que $\overline{\mathrm{DB}} = c - x$. Como ΔADC é retângulo em D, temos que $b^2 = h^2 + x^2 \Rightarrow h^2 = b^2 - x^2$. E mais, como ΔBDC também é retângulo em D, temos que $a^2 = h^2 + (c - x)^2$. Assim:

$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 - 2cx + x^2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2cx < b^2 + c^2$$

o que contraria a condição inicial.

Figura 11: Esboço da recíproca do Teorema de Pitágoras (1º caso)



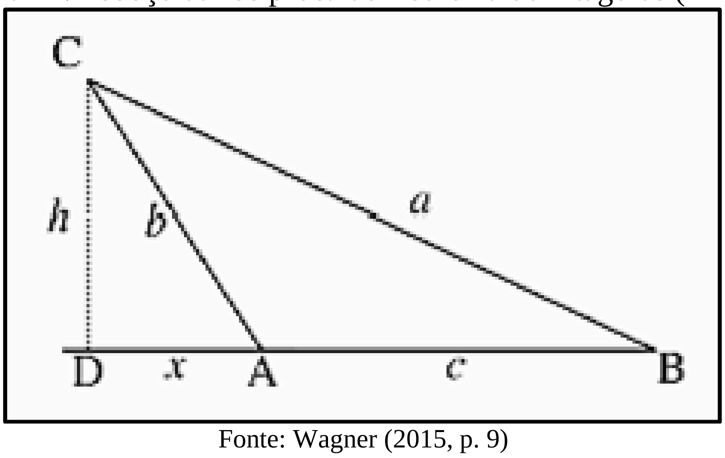
Fonte: Wagner (2015, p. 9)

2º caso: $\widehat{\mathrm{A}} > 90°$

Considere o ΔABC da Figura 12, outra vez com $\overline{\mathrm{AB}} = c$, $\overline{\mathrm{BC}} = a$ e $\overline{\mathrm{AC}} = b$.

Se $\widehat{\mathrm{A}} > 90°$, então D está sobre o prolongamento de $\overline{\mathrm{AB}}$. Adotando novamente $\overline{\mathrm{AD}} = x$ e $\overline{\mathrm{CD}} = h$ concluímos que $\overline{\mathrm{DB}} = c + x$. E mais, como o ΔADC é retângulo em D, temos que $b^2 = h^2 + x^2 \quad \Rightarrow \quad h^2 = b^2 - x^2$.

Figura 12: Esboço da recíproca do Teorema de Pitágoras (2º caso)



Fonte: Wagner (2015, p. 9)

Do mesmo modo, como o ΔBDC é retângulo em D, temos que $a^2 = h^2 + (c + x)^2$. Assim:

$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + 2cx + x^2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = b^2 + c^2 + 2cx > b^2 + c^2$$

fato que mais uma vez contraria a condição inicial.

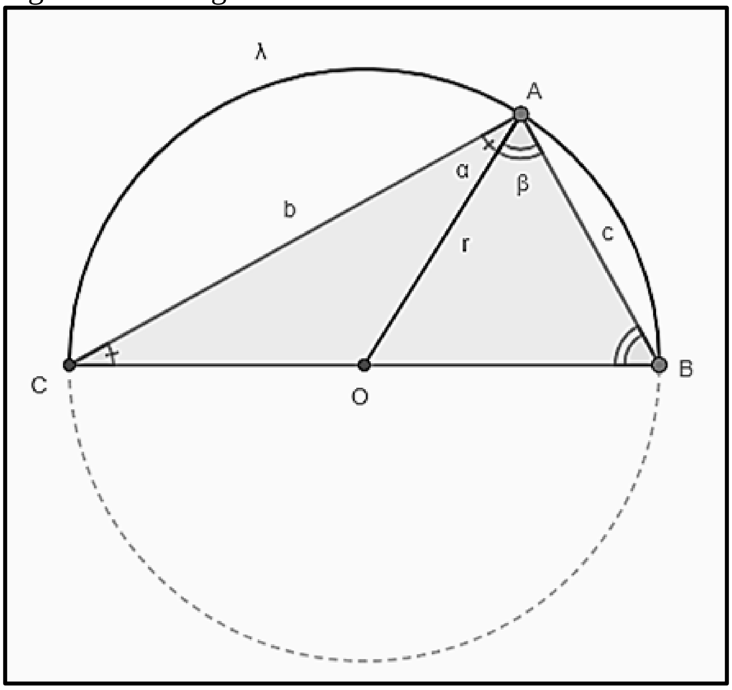
Tem-se então, que quando $\widehat{\mathrm{A}} < 90° \Rightarrow a^2 < b^2 + c^2$ e quando $\widehat{\mathrm{A}} > 90° \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$.

Logo, pode-se afirmar que a condição $a^2 = b^2 + c^2$ só será atendida quando $\widehat{\mathrm{A}} = 90°$, isto é, quando o ΔABC de lados medindo a, b e c, for retângulo.

Teorema do triângulo retângulo:

Todo triângulo inscrito em uma semicircunferência é retângulo.

Figura 13: Triângulo inscrito em uma semicircunferência



Fonte: os autores (2024)

Na Figura 13 temos um ΔABC inscrito em uma semicircunferência λ, de centro em O e raio r, de tal forma que $\overline{\mathrm{BC}}$ é igual ao diâmetro de λ, isto é, $\overline{\mathrm{BC}} = 2r$. Para provar este teorema basta mostrar que o ΔABC é retângulo em A, ou seja, que o α + β = 90°.

<u>Demonstração</u>:

De fato, como O é o centro da semicircunferência λ, então $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}} = r$. Com isso, podemos afirmar que o ΔAOC e o ΔAOB são isósceles. Assim, no ΔAOC temos que $\mathrm{C\hat{A}O} = \mathrm{A\hat{C}O} = \alpha$ e no ΔAOB temos que $\mathrm{B\hat{A}O} = \mathrm{A\hat{B}O} = \beta$.

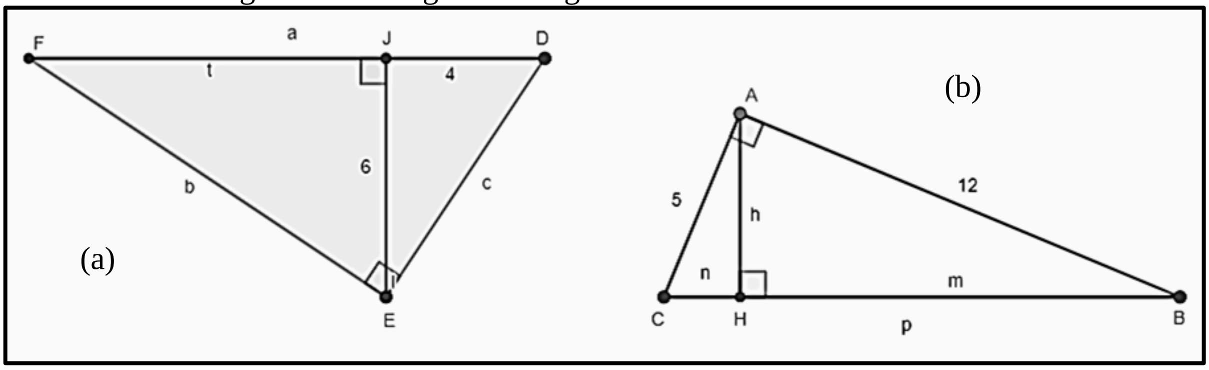
Pelo teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo, podemos escrever que $\alpha + \beta + \alpha + \beta = 180°$, ou ainda, que $2\alpha + 2\beta = 180°$, de onde se conclui que $\alpha + \beta = 90°$, provando assim o teorema.

Capítulo 5 : Aplicando as relações métricas no triângulo retângulo (exercícios de fixação)

No presente capítulo, propõem-se algumas aplicações interessantes das relações métricas no triângulo retângulo visando exercitar o assunto trabalhado. Se necessário, sugere-se que o leitor retome as anotações feitas durante a resposta das sequências de atividades realizadas no capítulo 3, bem como a formalização do conhecimento presente no capítulo 4.

5.1- Utilizando as relações métricas determine as medidas desconhecidas em cada triângulo retângulo da Figura 14.

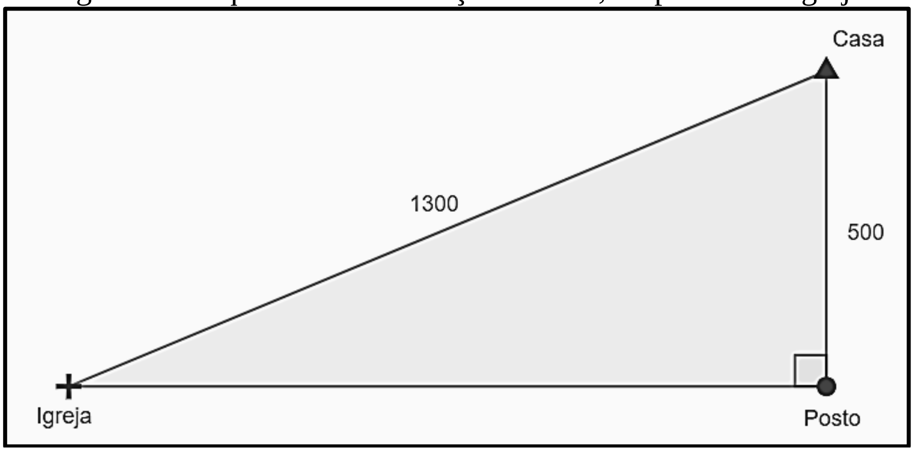
Figura 14: Triângulos retângulos com medidas desconhecidas



Fonte: os autores (2024)

5.2- Um casal saiu de casa em direção à igreja. Ao entrarem no carro, perceberam que necessitavam abastecer o veículo. Decidiram então parar no posto de gasolina mais próximo de onde moram para só então seguirem ao destino original (igreja). A Figura 15 mostra a localização da casa, do posto e da igreja.

Figura 15: Esquema de localização da casa, do posto e da igreja



Fonte: os autores (2024)

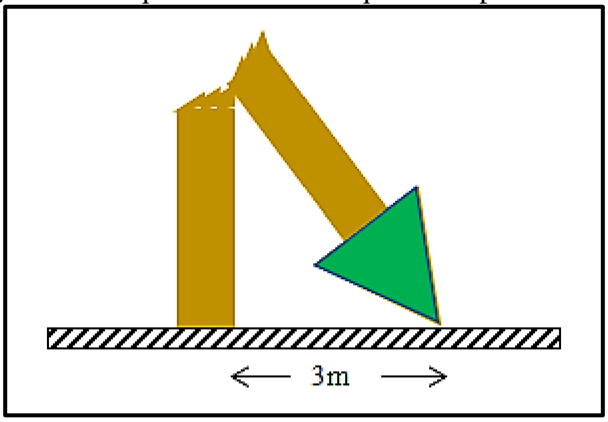
Sabendo que as distâncias expressas no desenho estão em metros, determine a distância que o casal percorreu a mais para chegar na igreja.

5.3- Um pedaço de arame de $60cm$ de comprimento é dobrado convenientemente na forma de um triângulo retângulo. Se a hipotenusa desse triângulo retângulo mede $26cm$, qual o comprimento dos outros dois lados?

5.4- A diagoral de um salão quadrado mede 25m. Determine a área desse salão.

5.5- A Escala Modificada de Beaufort classifica os ventos em 12 níveis de acordo com a sua intensidade. Segundo esta escala, uma ventania de nível 8 com ventos entre 62km/h e 74km/h de velocidades tem potencial para quebrar galhos de árvore. Imagine que em razão de uma ventania desse nível, uma árvore de pequeno porte, com 9m altura, teve o seu tronco quebrado, de tal forma que a parte do tronco que restou em pé forma um ângulo reto com o solo, e a ponta da copa da árvore quebrada ficou a 3m da base da árvore, conforme esquema abaixo. Determine a altura do tronco da árvore que restou em pé.

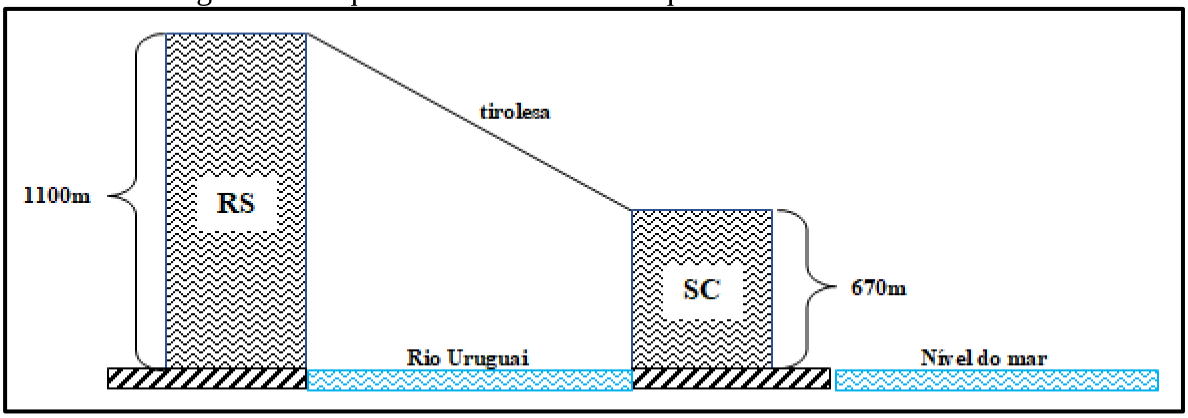
Figura 16: Esquema da árvore quebrada pela ventania



Fonte: os autores (2024)

5.6- Os amantes de aventuras contam com um novo atrativo no Parque Nacional da Serra Geral. Trata-se de uma tirolesa interestadual de 1300m de comprimento no cânion formado pelo Rio Uruguai. O ponto de partida fica em um mirante no município de Erval Grande/RS, a 1100m, e a chegada em Chapecó/SC a 670m, ambas as altitudes em relação ao nível do mar, conforme o esquema abaixo. Admitindo que os cabos dessa tirolesa permaneçam esticados durante todo o trajeto, da partida até a chegada, determine a largura aproximada do cânion que separa os dois estados naquele ponto do Parque.

Figura 17: Esquema da tirolesa do Parque Nacional da Serra Geral



Fonte: os autores (2024)

Referências bibliográficas

ASSUNCAO, R. G. **Um estudo das transformações geométricas no plano via congruência e semelhança de figuras planas**. 2015. 95 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2015. Disponível em: https://repositorio.ufcat.edu.br/server/api/core/bitstreams/91d8750d-a070-4d12-bf56-5e0e08382212/content. Acesso em: 09 out. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 08 fev. 2024.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar**. v. 09, 7ª Ed., São Paulo: Atual, 1993.

FERREIRA, A. P. **O ensino de relações métricas no triângulo retângulo por meio de atividades**. 2018. 213f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018. Disponível em: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/571244. Acesso em: 16 abr. 2024.

WAGNER, E. **Teorema de Pitágoras e Áreas**. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. Disponível em: https://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf. Acesso em: 02 fev. 2024.

WING, J. PENSAMENTO COMPUTACIONAL — Um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 9, n. 2, p. 1-10, mai./ago.2016. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711. Acesso em: 07 mai. 2024.

INFORMAÇÃO DOS AUTORES

Fernando Emmi Correa possui graduação em Licenciatura em Ciências do 1º Grau pela Universidade da Amazônia (1991) e graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade da Amazônia (1992). Especialista em Educação Matemática pela Universidade do Estado do Pará (1999). Atualmente é professor do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará lotado no Campus Belém e Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática na Universidade do Estado do Pará.

Fábio José da Costa Alves possui Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa (1990), Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa (1989), graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará (1994), Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (1999), Doutorado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (2003) e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2017). Atualmente é Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática/UEPA de 2019 à 2023. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias e Vice líder do Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da UEPA. Está atuando no desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática. Têm experiência em Educação Matemática e matemática aplicada. Tem experiência na área do ensino a distância. Tem experiência em Geociências, com ênfase em Geofísica Aplicada, nos temas: deconvolução, filtragem com Wiener, atenuação e supressão de múltiplas.

Cinthia Cunha Maradei Pereira possui graduação em Licenciatura em Matemática e em Tecnologia em Processamento de Dados, especialização em Informática Médica, mestrado em Ciências da Computação e Doutorado em Genética e Biologia Molecular (Bioinformática). Participa do desenvolvimento de tecnologias aplicadas ao ensino de Matemática.