

# INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS DE REPRODUÇÃO DO CAPITALISMO: PA, PG, JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

Aldi Nestor de Souza

12/2024

## 1) **Resumo**

Nesse trabalho discutimos os temas Progressão Aritmética, Progressão geométrica, Juros Simples e Juros Compostos como instrumentos de reprodução do capitalismo. Isto é, como instrumentos amplamente reconhecidos, utilizados e validados pela atual sociedade. Não se trata de aplicações, menos ainda de conferir a tais temas um fim em si mesmos. A ideia é entender como esses temas se tornaram instrumentos perfeitamente integrados com a lógica da acumulação que caracteriza e reproduz a atual sociedade. Algumas palavras sobre essa sociedade serão inicialmente ditas como forma de entendermos que mundo é esse no qual esses temas de matemática encontram tanta sintonia e apreço.

## 2) **Introdução - Aspectos Históricos( extraído do livro História da Riqueza do Homem, (HUBERMAN, 2010))**

*”Quando ocorreu a revolução dos modos de produção e troca, que denominamos de modificação do feudalismo ao capitalismo, o que aconteceu à velha ciência, ao velho direito, à velha educação, ao velho governo, à velha religião? Também se modificaram. Tinham de modificar-se. O direito do ano 1800 era totalmente diferente do direito do ano 1200. O mundo dominado pelos comerciantes, fabricantes, banqueiros, exigiu um conjunto de preceitos religiosos diferentes dos do mundo dominado pelos sacerdotes e guerreiros.*

*Numa sociedade em que o objetivo do trabalho era apenas conseguir um sustento adequado para si e para a família, a igreja podia denunciar os aproveitadores. Mas numa sociedade em que o principal objetivo do trabalho era o lucro, então a Igreja tinha de adotar uma linguagem diferente. E se a Igreja Católica, engendrada numa economia feudal e manual, em que o artesão trabalhava simplesmente para viver, não podia modificar seus ensinamentos de forma bastante rápida, para enquadrar-se na economia capitalista, então a Igreja Protestante podia. Ela dividiu-se em muitas seitas diferentes, mas em todas, e em graus variados, o capitalista interessado nos bens materiais podia encontrar consolo.*

*A Reforma Protestante ocorreu no século XVI, período em que as oportunidades para acumulação de capital, tão necessária para a posterior produção capitalista em grande escala, foram maiores do que nunca. Os ensinamentos de Calvino estavam particularmente dentro do espírito da empresa capitalista. Ao passo que a igreja católica vira antes com suspeita o comerciante, como alguém cuja ambição por ganho era um pecado, o protestante Calvino escrevia: Por que razão a renda com*

*os negócios não deve ser maior do que a renda com a propriedade da terra? De onde vem os lucros do comerciante, senão de sua diligência e indústria?*

*Da próxima vez que alguém lhe disser que é da "natureza humana" o desejo de lucro, o leitor poderá mostrar como tal desejo se transformou em natureza humana. Mostrar que a poupança e o investimento, praticamente desconhecidos na sociedade feudal, se tornaram um dever na sociedade capitalista para a glória de Deus. Quando o século XIX teve início, economizar e investir tornaram-se ao mesmo tempo o dever e o prazer de uma grande classe. As economias raramente eram desfalcadas e, com a acumulação do juro composto, foi possível o triunfo material que todos hoje conhecemos. A moral, a política, a literatura e a religião reuniram-se numa grande conspiração para promoção da poupança.*

*A acumulação de capital, que veio do comércio primitivo, mais a existência de uma classe de trabalhadores sem propriedades, prenunciavam o início do capitalismo industrial. O sistema fabril em si proporcionou a acumulação de uma riqueza ainda maior. Os donos dessa nova riqueza, educados na crença de que o Reino dos Céus era deles, se economizassem e reinvestissem suas economias, empregavam novamente seu Capital em fábricas. Assim o sistema moderno, tal como o conhecemos hoje, começou a existir. "*

## 2.1) Matemática e Capitalismo

É nesse contexto, de efervescência política, econômica, social, religiosa, cultural que a matemática, e diversas outras áreas do conhecimento, como a física, a química, a biologia, a fisiologia, etc, se desenvolvem e passam a figurar como elementos integrantes da produção de riqueza e fundamentais para a nova ordem social vigente. Uma divisão entre trabalho intelectual e manual torna-se evidente. O controle sobre o trabalho passa a ser regra. O conhecimento sobre o trabalho, antes de posse dos trabalhadores e repassado oralmente de geração a geração, sofre profundas alterações. Modelos matemáticos passam a fazer parte, com cada vez mais frequência, dos processos envolvendo a produção e a distribuição de riqueza. Equações matemáticas, tal qual tratores, máquinas em geral, passam a atuar lado a lado como instrumentos utilizados na produção material de riqueza e na reprodução do capital.

Em particular, os modelos da matemática financeira passam a ser fundamentais na tarefa de dar respostas aos problemas da dinâmica do dinheiro no tempo nesse novo mundo permeado de especulação, investimentos, atividades financeiras que passam a acontecer continuamente. Mas não só isso, passam a figurar também como instrumentos de validação dessa nova ordem de coisas.

Especular o valor do dinheiro no futuro, nos próximos meses, nos próximos anos, nos próximos períodos, passa a ser fundamental e imprescindível para o mundo da acumulação de capitais que acabara de nascer. E é por essa razão que o estudo das Sequências, em matemática, em particular de progressões aritméticas e geométricas, passa a desempenhar um papel central. O problema da convergência de uma sequência é eminentemente um problema dessa ordem social. Que outra sociedade teria o limite de uma sequência como um problema fundamental ligado a produção de riqueza?

Os modelos matemáticos se tornaram instrumentos de trabalho tão importantes e tão integrados ao setor produtivo quanto um martelo, um machado, uma máquina nessa nova sociedade. Enfatizamos que os modelos matemáticos, diferentemente

dos martelos e machados, passaram a ter importância generalizada, como instrumentos de reprodução da sociedade, apenas no capitalismo.

É importante destacar ainda que essa sociedade nascente traz consigo, tal qual ocorria na idade média e nas demais sociedades do passado, uma cisão em classes bastante clara: de um lado figura os donos dos meios de produzir riqueza (a terra, as indústrias, as mineradoras, o petróleo, etc) e do outro os trabalhadores, que não tem propriedades e dispõem apenas da força de trabalho para vender e dessa venda conseguir meios de sobrevivência. Os instrumentos matemáticos, desenvolvidos e ou utilizados para atender a reprodução dessa sociedade, não são imunes a essa cisão.

## 2.2) Mas como funciona essa nova sociedade?

De forma muito resumida, o modo de produção capitalista é caracterizado:

- Por uma produção generalizada de mercadorias;
- Pelo monopólio dos meios de produção;
- Pelo trabalho assalariado.

De forma quase integral, com exceção provavelmente apenas do ar que respiramos, só acessamos as coisas que necessitamos para nossa sobrevivência: comida, vestimentas, calçados, moradia, etc., via troca por dinheiro no mercado e é isso que significa uma produção generalizada de mercadorias. Até a idade média, ver (HUBERMAN, 2010, P. 22), era comum as pessoas produzirem a própria comida, a própria roupa, os próprios calçados, e a troca figurava apenas como algo pontual, como troca do excedente da produção.

Hoje em dia, por outro lado, a troca é a maneira determinante, praticamente exclusiva de se conseguir os bens da subsistência. E acessar algo como uma casa pra morar, por exemplo, pode depender de se abrir mão de parte do salário ou da renda durante muitos anos para o pagamento de prestações. E quem não tem salário, nem renda, sequer pode cogitar adquirir uma casa pra morar. Consideramos isso um ponto bastante importante, especialmente porque nos propomos, nesse trabalho, a discutir os modelos matemáticos que reproduzem esse ordenamento social. A generalidade de um modelo matemático esbarra, a nosso ver, nessa questão básica: É possível não ter casa pra morar, nem meios de comprá-la à vista ou a prazo, portanto um modelo matemático que se propõe a fazer cálculos de prestações de uma casa é, visivelmente, seletivo.

Porque nesse ordenamento social, uma casa está completamente submetida ao processo de troca por dinheiro e ter dinheiro é a senha de entrada em uma delas. Julgamos isso mais sério do que os modelos matemáticos que se propõem a fazer cálculos do valor das parcelas do financiamento de uma casa. Tais cálculos, nitidamente, interessam a quem tem dinheiro para pagar as parcelas e interessam talvez muito mais a quem vai receber o pagamento das parcelas. Ou seja, interessa acima de tudo a reprodução do sistema social vigente.

O monopólio, nas mãos de algumas pessoas, dos meios de produzir riqueza, inclui o monopólio da posse da terra. O acesso à terra, assim como o acesso a uma casa, também se dá por meio da troca por dinheiro. Por essa razão, alguém sem casa é também alguém sem acesso à terra. Esse monopólio tem, por outra parte, uma massa de gente desprovida de propriedades, os trabalhadores, e é justamente essa divisão: alguns com propriedades e muitos sem propriedades uma característica fundamental dessa sociedade. Reproduzir a sociedade capitalista significa, acima de qualquer outra coisa, reproduzir essa

cisão perante a propriedade.

O trabalho assalariado, isto é, a venda da força de trabalho, a venda da capacidade humana de realizar trabalho, é o anúncio fundante de que, nessa sociedade, todas as pessoas tem algo para vender e são livres para fazê-lo a quem quiser. Mas a venda da força de trabalho, é importante esclarecer, só se dá por aqueles que não tem outro meio de sobreviverem, que não tem propriedades. Vender a força de trabalho é o último recurso para o qual se apela para garantir a sobrevivência. E não conseguir vender a força de trabalho, para a imensa maioria da população mundial, é a senha para não ter terra, para não ter casa, para não ter comida, para não ter dignidade.

Quando dissemos mais acima "abrir mão de parte do salário para pagar parcelas da compra de uma casa", é bom que se diga, que uma parte das pessoas fica de fora. Alertamos para isso como forma de enriquecer os modelos matemáticos que se propõe a calcular parcelas de financiamentos de casa, para especificar claramente as falhas que os mesmos possuem.

### 3) Progressão Aritmética e Progressão Geométrica

A acumulação e a reprodução da acumulação são partes constitutivas da sociedade capitalista. Conforme (MARX, 2016, p.85 ) *"O capital consiste de matérias-primas, instrumentos de trabalho e meios de subsistência de toda a espécie que são empregues para produzir novas matérias-primas, novos instrumentos de trabalho e novos meios de subsistência. Todas estas suas partes constitutivas são criações do trabalho, produtos do trabalho, trabalho acumulado. Trabalho acumulado que serve de meio para nova produção é capital."*

Tratamos nessa seção de dois modelos matemáticos, progressões aritméticas e progressões geométricas, que cumprem plenamente, apesar de serem modelos conhecidos há alguns milênios, a tarefa de servir de modelos para a acumulação capitalista. As sequências Progressão Aritmética e Progressão Geométrica são os modelos matemáticos que correspondem, respectivamente, aos conceitos de Juros Simples e Juros Compostos, que são, como se sabe, fundamentais no mundo financeiro. Aqui, mesmo correndo o risco de sermos redundantes, enfatizamos: juros simples e compostos são fundamentais no mundo financeiro de hoje em dia, da sociedade capitalista. É com essa sociedade que estes modelos se identificam.

Tais modelos matemáticos, isto é, tais sequências, tratam da dinâmica do dinheiro ao longo do tempo: ao longo dos meses, dos semestres, dos anos, etc.

- Uma **Progressão Aritmética** é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado com uma constante  $r$  chamada razão. Chamaremos de  $a_n$  o termo de ordem  $n$  da sequência.

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

- O vigésimo termo de uma Progressão Aritmética de primeiro termo  $a_1 = 3$  e  $r = 2$  é

$$a_{20} = 3 + 2 \times 19 = 41$$

- A Soma  $S_n$  dos  $n$  primeiros termos de uma Progressão Aritmética de primeiro termo  $a_1$  e razão  $r$  é dada por

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

Note que a ideia de acumulação, via adição de um termo constante, está evidentemente descrita nesse modelo. É claro

que, como modelo matemático, progressões aritméticas se prestam a outros fazeres, inclusive esse termo constante pode ser negativo ou nulo, aqui apenas pontuamos o fato de a lógica da acumulação capitalista ser contemplada por esse modelo.

- Uma **Progressão Geométrica** é uma sequência na qual cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior multiplicado por uma constante  $q$ , chamada de razão. Chamaremos de  $a_n$  o termo de ordem  $n$  da sequência. Assim, teremos:

$$a_n = a_1 q^{(n-1)}$$

- O vigésimo termo de uma Progressão Geométrica de primeiro termo  $a_1 = 3$  e  $r = 2$  é

$$a_{20} = 3 \times 2^{19}$$

- A Soma  $S_n$  dos  $n$  primeiros termos de uma Progressão Geométrica de primeiro termo  $a_1$  e razão  $q$  é dada por

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}$$

– **EXEMPLO** A soma

$$S_n = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n},$$

como veremos mais adiante, cumpre papel fundamental nos financiamentos em parcelas iguais. É precisamente a soma acima o instrumento matemático que calcula o valor das parcelas.

- A Soma Infinita  $S_\infty$  dos termos de uma Progressão Geométrica, de primeiro termo  $a_1$  e razão  $|q| < 1$  tem o seguinte sentido.

$$S_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n q - a_1)}{(q - 1)} = \frac{a_1}{1 - q}$$

Julgamos prudente pontuar que a soma infinita dos termos de uma sequência é algo plenamente conectado, para além de diversas outras situações, com o mundo das finanças. É o caso, por exemplo, do cálculo do aluguel ou o que se chama em matemática financeira de *perpetuidade*, ver (MORGADO, CARVALHO, 2023. p.148) A soma abaixo, veremos mais adiante, é utilizada para o cálculo das perpetuidades.

–

$$S_\infty = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} + \dots$$

Tal qual ocorre com as progressões aritméticas, as progressões geométricas também são modelos que se adequam plenamente à lógica da acumulação capitalista. No caso das progressões geométricas, tal "acumulação" se dá via multiplicação por um termo constante. Desperta nossa atenção, mesmo se tratando de modelos matemáticos muito antigos, a conexão estabelecida entre os mesmos e a lógica capitalista.

#### 4) JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

Dinheiro, obviamente, não gera dinheiro. Mas alguém que tem dinheiro, digamos, uma pessoa A, pode emprestar uma quantia, digamos de 1000 reais, a uma pessoa B. De posse desses 1000, a pessoa B vai ao processo produtivo, monta uma fábrica, por exemplo, e consegue 100 de lucro, ficando assim com 1100. Feito isso, B devolve os 1000 mais uma parte do lucro a A. Essa parte do lucro que B repassa para A é chamada de juros. Juros, portanto, nesse caso, são parte do lucro obtido por B. Uma questão fundamental é saber como B consegue o lucro, mas isso fica para um outro trabalho.

NO caso de um trabalhador que pretende comprar uma casa e não tem dinheiro, este recorre a alguém que tenha, possivelmente a um banco, e se compromete a repassar toda parte do seu salário, caso tenha salário, obviamente, na forma de juros a quem lhe emprestou o dinheiro. Nesse caso, juros é parte do salário.

Alguém coloca dinheiro em um banco que promete corrigir mensalmente esse dinheiro por uma determinada taxa de juros. De onde vem o dinheiro que permite que o banco possa arcar com a promessa que fez?

As operações acima descritas são parte do cotidiano de hoje em dia. Mas é importante enfatizar que nem sempre foi assim. Cobrar juros, na idade média, era inclusive considerado pecado pela igreja, pecado da usura, ver (HUBERMAN, 2010,p.40) "*Que aconteceu então, quando a doutrina da Igreja, destinada a uma economia antiga, chocou-se com a força histórica representada pelo aparecimento da classe de comerciantes? Foi a doutrina quem cedeu. Não de uma só vez, evidentemente. Lentamente, centímetro por centímetro, nas novas leis que diziam: "A usura é um pecado - mas, sob certas circunstâncias"... , ou então: "Embora seja pecado exercer a usura, não obstante em casos especiais".*" O fato é que hoje, passados alguns séculos, a palavra usura sequer é pronunciada e Juros Simples e Juros Compostos se tornaram instrumentos matemáticos de reprodução do capitalismo, que significa reprodução da sociedade capitalista, que fornecem meios socialmente validados pela sociedade erguida à base da acumulação.

##### • JUROS SIMPLES

Uma quantia em dinheiro  $C_0$ , submetida a uma taxa  $i$ , após um tempo  $n$ , sob o regime de *juros simples*, produz um montante  $C_n$  dado por :

$$C_n = C(1 + in)$$

No regime de juros simples a taxa  $i$  incide sempre sobre o a quantia inicial  $C_0$ . Isto é,

$$C_n = C_{n-1} + i.C_0$$

##### • JUROS COMPOSTOS

Uma quantia em dinheiro  $C_0$ , submetida a uma taxa  $i$ , após um tempo  $n$ , sob o regime de *juros compostos*, produz um montante  $C_n$  dado por :

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$

No regime de juros compostos a taxa  $i$  incide sempre sobre o montante acumulado no período anterior. Isto é

$$C_n = C_{n-1} + iC_{n-1}.$$

## 5) Algumas Questões

a) É conhecido o fato de os juros compostos, por serem regidos por uma progressão geométrica, crescerem muito mais rápido do que os juros simples, que crescem via progressão aritmética. Ambos são modelos que representam acumulação, mas o dos juros compostos são os que prevalecem na economia. Por qual razão isso acontece? Os juros compostos se identificam mais com a sociedade capitalista do que os juros simples? Há algo na dinâmica da economia capitalista que faz com que os juros compostos lhe sirva de modelo predileto? Essas questões pretendemos responder em trabalhos futuros. Por enquanto, deixamos para o leitor a tarefa de refletir sobre as mesmas.

a) Em quantos meses uma quantia em dinheiro  $C_0$ , investida a uma taxa de 5 por cento ao mês, dobra de valor, sob um regime de de Juros Compostos?

- Note que esse problema é, conforme vimos anunciando ao longo desse texto, completamente integrado com a lógica da acumulação que caracteriza a sociedade capitalista. O instrumento juros compostos figura aqui como mero aparelho utilizado para reproduzir uma prática amplamente aceita pela atual sociedade.
- A solução do problema acima, que consiste de encontrar  $n$  na equação abaixo

$$2C_0 = C_0(1,05)^n.$$

Isto é,

$$n = \frac{\log 2}{\log 1,05}$$

exige o conhecimento de logaritmos, que sequer existia na idade média. Portanto, esse problema e sua solução, apesar de juros existirem há milhares de anos, tornaram-se plenamente difundidos e integrados somente à sociedade capitalista.

b) Consultar a página do Banco Central do Brasil e verificar as taxas de juros do rotativo do cartão de crédito.

- Destacamos aqui o caso do Banco CREFISA, cuja taxa de juros no rotativo do cartão de crédito estava, no dia 12/12/2024, em 22,06 por cento ao mês.
- Suponha uma fatura do cartão Crefisa de R\$ 1000,00, que deixou de ser paga e, conseqüentemente, entrou no rotativo do cartão.
- Se o atraso for de 12 meses, o montante da dívida torna-se:

$$C_{12} = 1000(1,2206)^{12} = 10.936,55$$

- Se o atraso for de 24 meses, o montante da dívida torna-se:

$$C_{24} = 1000(1,2206)^{24} = 119.608,15$$

– Consideramos intrigante que os valores acima sejam validados e praticados diariamente. E julgamos que somente com o completo aval da sociedade é que tal prática se reproduz e se consolida. É, no nosso entender, muito importante atribuir à sociedade os absurdos que ela concorda em cometer. O capitalismo não é um extra terrestre. É algo criado, desenvolvido e validado socialmente. Não conhecemos nenhum outro mecanismo, diretamente no setor produtivo, que transforme 1000 em 119.608,15 em apenas dois anos.

c) Quem define a taxa de juros? Ela é uma questão apenas econômica ou é também política?

– No Brasil, cabe ao Banco Central essa tarefa. Periodicamente a direção do banco se reúne e define a taxa básica. A partir dela, os juros no mercado se atualizam. A taxa de juros dialoga diretamente com o problema abaixo, o da dívida pública, pois os juros praticados no Brasil são, ver a seguinte página na internet para mais detalhes, <https://auditoriacidada.org.br/>, inclusive explicações de porque o mecanismo da dívida é uma importante fonte de extração das riquezas produzidas pelos brasileiros.

d) Visitar o site da Auditoria da Dívida Pública, <https://auditoriacidada.org.br/>, e verificar a parte do PIB brasileiro utilizado para amortizar juros da dívida pública.

e) Isole as letras  $i$ ,  $C_0$  e  $n$  na fórmula

$$C_n = C_0(1 + in).$$

A cargo do leitor.

f) Isole as letras  $i$ ,  $C_0$  e  $n$  na fórmula

$$C_n = C_0(1 + i)^n.$$

A cargo do leitor.

g) O valor  $C_0$ , isolado na fórmula  $C_n = C_0(1 + i)^n$ , isto é,

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i)^n}$$

é chamado de Valor Atual do montante  $C_n$ . Equivalentemente,  $C_0$  é o valor no presente do valor futuro  $C_n$ .

h) Uma parcela de um financiamento é 1000 reais e se vence daqui a 10 meses. Qual o seu valor Se a anteciparmos para pagamento hoje, sabendo que a taxa de juros mensais é de 2 por cento?.

– Conforme letra g) acima, o valor antecipado da parcela é o valor atual da mesma, isto é.

$$C_0 = \frac{1000}{(1,02)^{10}}$$

i) E se quisermos antecipar as próximas 10 parcelas do financiamento da letra h), qual o valor dessa antecipação?

– remetemos esse problema para a seção seguinte, que trata das séries uniformes.

## 6) Séries Uniformes

O advento generalizado do crédito é um mecanismo somente possível numa sociedade que tem a produção generalizada de mercadorias como característica central. Estabelecer regras e ferramentas para calcular o valor futuro de parcelas de uma compra a prazo, portanto, significa, antes de qualquer outra coisa, validar e reproduzir a ordem posta pela



sociabilidade capitalista, que é fundada na troca incessante de mercadorias. Comprometer 25 anos, com parcelas mensais, fixas, para a compra de uma casa é, antes de mais nada, um pacto, um acordo com a ordem capitalista posta e algo impensável em sociedades pretéritas. Mais do que isso, comprar um bem e pagar dois, por causa dos juros, é uma forma de validar a ordem vigente sem questionamentos. Nesse sentido, entendemos a presença abundante de PA, PG, Juros Simples e Juros Compostos nas questões financeiras como instrumentos de reprodução do capitalismo, muito diferentemente de meras aplicações da matemática na economia. O conceito de *Séries Uniformes*, com veremos a seguir desempenha um papel fundamental no sentido de estabelecer uma relação entre valores atuais e futuros. Uma série de pagamentos iguais, em períodos de tempo igualmente espaçados, mensais, bimestrais, anuais, etc., é chamada de *Série Uniforme*. O Valor atual(S) de uma Série Uniforme Finita, de  $n$  parcelas, cada uma das quais de valor  $P$ , com taxa de juros  $i$ , é dado por

$$S = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Note que a expressão à direita da igualdade acima é uma soma de uma progressão geométrica, de primeiro termo  $\frac{P}{1+i}$  e razão  $\frac{1}{1+i}$ . Consequentemente,

$$S = P \frac{(1 - (1+i)^{-n})}{i}.$$

Da equação acima encontramos,

$$P = \frac{S \cdot i}{(1 - (1+i)^{-n})}.$$

– Exemplo. O valor da parcela mensal do financiamento de uma casa, que custa 200 mil, com uma taxa de juros de 0,5 por cento ao mês e num financiamento em 360 meses, equivale a

$$P = \frac{0,005 \times 200.000,00}{(1 - (1,005)^{-360})} = 1.199,97.$$

- **Perpetuidade** Rendas perpétuas ou *Perpetuidade* aparecem em locações. Quando se aluga um bem, cede-se a posse do mesmo em troca de um aluguel, digamos, mensal. Então, o conjunto dos alugueis constitui uma renda perpétua ou perpetuidade. O valor de uma perpetuidade, que denotaremos por  $S_\infty$  é obtido fazendo  $n$  tender a infinito na expressão

$$S = P \frac{(1 - (1+i)^{-n})}{i}.$$

tratada anteriormente. Isto é

$$S_\infty = \frac{P}{i}.$$

Equivalentemente,

$$P = S_\infty \times i$$

– Exemplo. O valor do aluguel mensal de uma casa, que custa 200 mil, com uma taxa de juros de 0,5 por cento ao mês é de

$$P = 200.000,00 \times 0,005 = 1000,00$$

## 7) Considerações Finais

Consideramos desafiador o fato de a presença abundante dos modelos matemáticos: Juros simples e Compostos, e portanto PA e PG, nas compras e vendas a prazo não exigirem de quem compra nem de quem vende que se conheça algo desses modelos. Nenhum vendedor é contratado por saber modelos matemáticos dos cálculos de parcelas de financiamentos. Aliás, não é só que não é exigido do vendedor conhecimento matemático. Ele é proibido de pô-los em prática, como testemunhamos muitas vezes nos caixas de supermercados nos quais os operadores, na hora do troco, são obrigados a registrar o valor recebido, e esperar da máquina o valor a ser dado de troco. Caso não façam assim, serão punidos com multa. O que ocorre é que esse conteúdo matemático encontra-se completamente implementado nas máquinas, nos computadores, nos softwares e tudo o que o vendedor precisa saber é digitar preço, número de parcelas e taxas de juros e o programa faz os cálculos necessários. Por outro lado, tampouco o comprador precisa saber desses modelos e tudo o que o mesmo precisa é, basicamente, decidir se as parcelas "cabem no bolso".

Esse fenômeno ilustra o quanto o trabalho intelectual e o trabalho manual estão separados nessa sociedade e, pelo menos a nosso ver, impõe a necessidade de se discutir qual abordagem deve ser adotada para se tratar desses temas nas salas de aula de matemática. Como ensinar PA, PG, Juros simples e Juros Compostos, temas abusivamente presentes no cotidiano, mas que, aparentemente, podemos prescindir de tais conhecimentos para a vida diária. Por um lado defendemos que, cada vez mais tais temas devem ser ensinados e discutidos. Por outro lado defendemos que tal ensino carece de materialidade, de um debate que permita que a prática social se faça presente. Não se trata, definitivamente, assim entendemos, de meramente tratar esses temas como *aplicações da matemática* no cotidiano. O que de fato defendemos é que tais temas sejam uma forma de entendermos essa sociedade, como ela funciona, sua lógica de acumulação de riqueza e de muitas contradições. Por fim, julgamos prudente e honesto apresentar tais temas como meros instrumentos de reprodução do capitalismo.

## 8) Bibliografia

HUBERMAN, Leo. História da Riqueza do Homem: do feudalismo ao século XXI. 22<sup>a</sup> edição. Editora LTC. Rio de Janeiro, 2010.

MARX, K. Trabalho Assalariado e Capital Salário, Preço e Lucro. Editora Expressão Popular. Vol. 1. São Paulo, 2016.

MORGADO, Augusto César e CARVALHO, Paulo César Pinto. Matemática Discreta. Editora SBM, Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro, 2023.