

Uma Proposta de Sequência Didática para Introdução à Teoria dos Números

Nascimento, Antonio Ruan¹ Silva, Valdelírio²

Resumo: Este trabalho tem como objetivo propor uma introdução à teoria dos números com a utilização de atividades interativas elaboradas na plataforma Desmos e organizadas como uma Sequência Didática (SD). A motivação para a elaboração deste texto surgiu de reflexões sobre a presença da tecnologia no contexto educacional, com a perspectiva de aliar metodologias ativas e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), como recurso auxiliar ao ensino tradicional. Deste modo, o trabalho discorre sobre tecnologia no contexto da educação, a utilização das TDIC no ensino de Matemática e sobre a metodologia Storytelling. Apresenta-se o conteúdo da atividade: o Algoritmo da Divisão e tópicos a ele associados. As considerações finais apontam para as diversas possibilidades de utilização da plataforma Desmos e que a utilização das TDIC na educação mostra-se um excelente recurso para reinventar práticas no contexto do processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Atividades Interativas; SD; TDIC; Desmos.

Introdução

Nas últimas décadas, a democratização do acesso à tecnologia aumentou significativamente. Hoje em dia, a maioria das pessoas tem, em seu bolso, um computador mais potente do que aquele que levou o homem à lua, por exemplo.

Com esta facilidade de acesso, criaram-se diversas possibilidades de aplicação da tecnologia, sendo a educação uma das grandes beneficiadas com este processo.

Existe uma grande dificuldade relacionada à educação: o tempo! O tempo de aula não é suficiente para expor tudo o que seria necessário ao aluno saber, aplicar todos os exercícios, apresentar todos os vídeos e etc. Uma forma de contornar esta barreira é complementar o processo de ensino e aprendizagem com atividades extras, para além dos muros da escola.

No entanto, existe o dilema de como orientar os estudos uma vez que o estudante não se encontra mais na sala de aula, ou o problema de despertar o interesse dele em buscar conhecimento fora dela e/ou exercitar o que já adquiriu.

Um recurso interessante para lidar com este problema é a utilização das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), levando em consideração a adaptabilidade dos alunos às tecnologias atuais.

¹SEDUC PA. e-mail: antonioruan.barbosa@gmail.com

²Universidade Federal do Pará / Campus Castanhal. e-mail: valdel@ufpa.br

Segundo [??], se faz necessário essa reinvenção do modo que pensamos em educação, sabendo da influência que a cultura digital trouxe para a realidade dos nossos estudantes. Ou seja, é relevante a integração desses meios digitais no processo de ensino e aprendizagem pois,

para impulsionar o engajamento dos estudantes nos processos de ensino e aprendizagem é premente recontextualizar as metodologias de ensino diante das suas práticas sociais inerentes à cultura digital, ou seja, integrar as mídias e as TDIC no desenvolvimento e na recriação de metodologias ativas (??, p. 16).

Segundo [??], os estudos direcionados a esta área de pesquisa não são recentes, e diversos deles tentam analisar todo esse processo relacionado ao início dos avanços tecnológicos.

Os ambientes virtuais de troca de mensagens, compartilhamento de vídeos e atividades, dentre outros, são excelentes opções para interação fora da escola. Além do que, permitem que os usuários utilizem suas habilidades oriundas do contato com a tecnologia para a construção do próprio conhecimento.

Com o contexto da pandemia de COVID-19, a sociedade passou por uma fase de adequação à nova realidade. Sendo assim, as diversas mudanças que ocorreram também influenciaram no contexto escolar, acelerando a adaptação de toda comunidade à uma outra modalidade, o ensino híbrido.

De acordo com [??], essa modalidade é o ponto de convergência entre o modelo presencial e o *on-line*. Basicamente, a aprendizagem pode ocorrer em outros espaços e em outros horários, não somente na escola durante as aulas, ou seja, se discute que “não existe uma única forma de aprender e que a aprendizagem é um processo contínuo” (??, p. 4). Sendo assim, deve-se repensar nossa prática docente e analisar formas de lidar com os novos desafios que nos são apresentados.

O método tradicional, de sala, quadro e pincel, não pode ser a única forma de estabelecer o processo de ensino e aprendizagem, precisamos de alternativas. A sociedade está evoluindo cada vez mais rápido, e a educação não pode continuar estagnada (??).

O objetivo geral deste trabalho é propor uma introdução à teoria dos números com a utilização de uma Sequência Didática (SD), composta por atividades interativas elaboradas na *classroom* do *Desmos*, na perspectiva da metodologia ativa *Storytelling*. Os objetivos específicos são: apresentar possibilidades de utilização da plataforma *Desmos* e do ambiente *Desmos classroom* no ensino; utilizar a metodologia *Storytelling* no contexto de uma SD sobre teoria dos números.

A motivação para a elaboração deste texto surgiu de reflexões sobre de que formas a educação pode se beneficiar do aumento na democratização do acesso à tecnologia, quais as possibilidades que a plataforma *Desmos* proporciona para o processo de ensino e aprendizagem e sobre a necessidade de inovação na prática docente, com a perspectiva de aliar metodologias ativas e TDIC, no contexto do ensino híbrido ou assíncrono, como metodologia auxiliar ao ensino tradicional.

Sequência Didática

Com utilização da metodologia *Storytelling* criou-se uma SD, sobre o Algoritmo da Divisão, composta por elementos interativos na *classroom* do *Desmos*, que pode ser acessada clicando [aqui](#).

Antes de tomar conhecimento de conteúdo e forma da sequência, é necessário discorrer sobre sua estrutura e características básicas. Observe o quadro a seguir, com um panorama das definições de SD dadas pelos autores.

Tab. 1: Quadro resumo das definições de SD

Autor	Definição de SD
Araújo (2013)	“é um modo de o professor organizar as atividades de ensino em função de núcleos temáticos e procedimentos”
Guimarães e Giordan (2013)	“um conjunto de atividades articuladas e organizadas de forma sistemática, em torno de uma problematização central”
Ugalde e Roweder (2020)	“é um instrumento que deve ser desenvolvido, considerando a perspectiva do ensino de conteúdos por meio de atividades sequenciadas, organizadas, com objetivos bem delimitados e explicados”

Fonte: do autor.

Portanto, as SD constituem ferramentas que possuem grande potencial no desenvolvimento de habilidades docentes e discentes, já que, ao construir a SD, o professor deve levar em consideração diversos aspectos, que vão do técnico e específico ao qualitativo, relativo às características socioculturais e as possíveis interações oriundas deste processo. O professor é, então, o responsável por promover situações onde os alunos possam participar ativamente e realizar a construção do próprio conhecimento (??).

Desta forma, as SD também proporcionam um aprimoramento da prática docente, por serem “instrumentos desencadeadores das ações e operações da prática docente em sala de aula” (??, p.2).

Ao aliar a utilização de uma TDIC com a metodologia *Storytelling*, temos um conjunto de estratégias que contribui para o processo de ensino e aprendizagem, que “possibilita melhor compreensão dos temas trabalhados, por meio da criação de situações de ensino-aprendizagem que têm o intuito de promover, de maneira mais eficiente e eficaz, a assimilação dos assuntos abordados” (??, p.10).

Durante a apresentação da SD são introduzidas algumas calculadoras para fins específicos, que foram construídas na calculadora gráfica do *Desmos*. Observe a seção a seguir, sobre sua composição.

Calculadoras de Equação Diofantina, de Congruência Linear e de Sistemas de Congruências Lineares

O *Algoritmo de Euclides* é, como o nome diz, um procedimento numérico sequencial, para determinação do *mdc* de dois inteiros a e b ($\text{mdc}(a, b) = d$). Temos nas telas da atividade *Algoritmo da Divisão* discussão do Algoritmo de Euclides para a determinação do $\text{mdc}(a, b) = d$, e resultante das etapas obtemos os inteiros de Bézout r e s da combinação $a \cdot r + b \cdot s = d$. Tais inteiros fazem parte das soluções, caso existam, de uma equação diofantina linear $aX + bY = c$.

$$x_o = r \cdot \frac{c}{d} + \frac{b}{d}t \text{ e } y_o = s \cdot \frac{c}{d} - \frac{a}{d}t, \forall t \in \mathbb{Z}$$

As etapas do algoritmo de Euclides podem ser programáveis, permitindo criar computacionalmente uma “calculadora” não só do MDC como também para as soluções de uma Equação Diofantina Linear. É comum nas linguagens de programação já existir uma função nativa, geralmente com nome *gcd* para o cálculo do MDC de dois inteiros, mas não muito comum para as soluções de Equações Diofantinas Lineares.

Já para uma congruência linear $ax \equiv b \pmod{m}$ vemos que pode ser escrita como $ax - b = m \cdot q$, ou

$$ax + m(-q) = b \text{ para algum } q \in \mathbb{Z}.$$

Ou seja, a solução de uma congruência linear pode ser determinada, se existir, por uma das soluções dessa última equação diofantina, e portanto, uma Calculadora de Congruência Linear pode ser obtida computacionalmente por adequação da Calculadora de Equação Diofantina.

Propomo-mos criar essas calculadoras para serem disponíveis nas atividades, mas esbarramos no fato do *Desmos* não ser explicitamente uma linguagem de programação. No entanto, existem comandos da sua calculadora gráfica que tomam ações mediante condições pré-estabelecidas pelo usuário, isto é, podemos inserir condicionais para realização de cálculos ou apresentação de resultados.

Baseando-se na sintaxe dessas condicionais da Calculadora Gráfica do *Desmos*, o influenciador digital Gallium-Gonzonllium apresentou dois vídeos em seu canal do *Youtube* com maneiras de criação de comandos para operadores lógicos, relacionais e de controles de fluxo para programação de um código computacional no *Desmos*. Esse vídeos ([Is Desmos a Programming Language?](#) e [Loops and Subroutines in Desmos](#)) nos serviram para compormos nossas calculadoras.

A transcrição para a codificação na calculadora do *Desmos* foi baseada nos programas do trabalho *Subrotinas Construídas no Matlab para MDC, Coeficientes de Bézout, Equações Diofantinas Lineares, Congruências e Sistemas de Congruências Lineares* de autoria de [??].

A seguir, apresentam-se as SD construídas, que podem ser encontradas na coleção [Teoria dos Números](#), com destaque para os elementos correspondentes a cada componente da estrutura proposta por [??].

É importante salientar que o docente tem total controle sobre o ritmo da atividade,

podendo omitir ou delimitar intervalos de páginas que aparecerão para os alunos. Este recurso é muito importante, considerando a quantidade de página das atividades, o nível de conhecimento da turma, as escolhas metodológicas do professor e etc.

O objetivo destas atividade é apresentar uma introdução à tópicos de teoria dos números e relacioná-los com conceitos derivados mais avançados, fazendo a utilização de recursos interativos na plataforma Desmos na perspectiva de que os alunos sejam capazes de resolver problemas envolvendo estes conceitos.

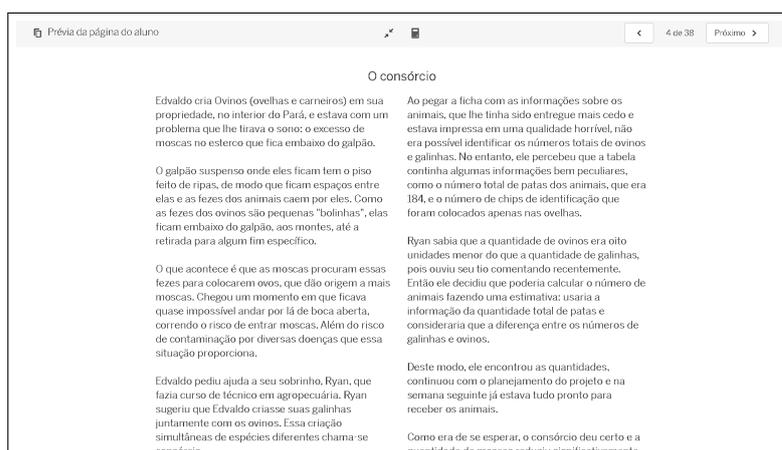
Atividade: O Algoritmo da Divisão

Os conceitos abordados nesta atividade são: Divisibilidade, Algoritmo da divisão, bases de numeração, Equações Diofantinas Lineares e congruências. Ela pode ser acessada clicando [aqui](#).

A SD inicia com um aviso ao usuário sobre sua estrutura, seus componentes e sua finalidade, além de uma recomendação para que o usuário a realize com calma e atenção (??).

A atividade inicia com uma avaliação diagnóstica (figuras ?? e ??), que se utiliza do *storytelling* para compor uma narrativa com elementos relativos ao cotidiano e à teoria do algoritmo da divisão, que contribuem para o processo de assimilação e interpretação das informações (??). O objetivo desta avaliação é obter informações sobre os conhecimentos do aluno e sua capacidade para aplicá-los na resolução de problemas, assim como obter informações sobre sua habilidade de interpretação de texto (??).

Fig. 1: Narrativa da avaliação diagnóstica



Fonte: captura da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Fig. 2: Perguntas da avaliação diagnóstica

Prévia da página do aluno

5 de 38 Próximo >

Perguntas

1) Durante a análise das informações, Ryan descobriu que o total de patas de ovinos somado com o total de patas das galinhas, resultava em 184. Determine uma equação que represente essa situação.

2) Encontre as soluções gerais para esta equação.

3) Determine uma solução possível para a equação, com valores inteiros positivos.

4) Determine a solução a qual Ryan chegou, sabendo

Fonte: Capturada da plataforma Desmos.

Após esta etapa, temos a apresentação de conceitos matemáticos relacionados com o tema gerador da SD. Atrelados à apresentação dos conteúdos, tem-se exemplos, exercícios resolvidos e atividades propostas.

Fig. 3: Atividade sobre divisibilidade

Prévia da página do aluno

7 de 38 Próximo >

Divisibilidade

Dizemos que um número inteiro a não nulo é **divisível** por um inteiro b quando existe um inteiro x tal que: $a = bx$.

Também podemos dizer que b é um **divisor** de a ou que a é um **múltiplo** de b .

A notação utilizada é:

$b|a \Rightarrow b$ divide a
 $b \nmid a \Rightarrow b$ não divide a

Veja que, se $m|10$, m pode ser igual a 2, pois $10 = 2 \times 5$.

Ou seja, temos que 10 é **divisível por 2**, 2 é **um divisor de 10**, 10 é **um múltiplo de 2** ou ainda $2|10$.

No caso de $m|15$ ($1 < m < 15$), um dos valores possíveis para m é 5, qual é o outro?

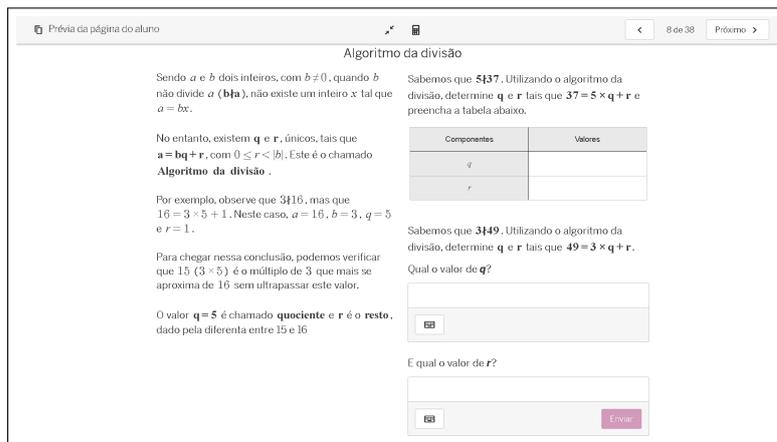
2
 3
 5
 7
 10

Já para $k|12$ ($k \in \mathbb{Z}$), quais são todos os valores possíveis de k ?

Enviar

Fonte: capturada da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

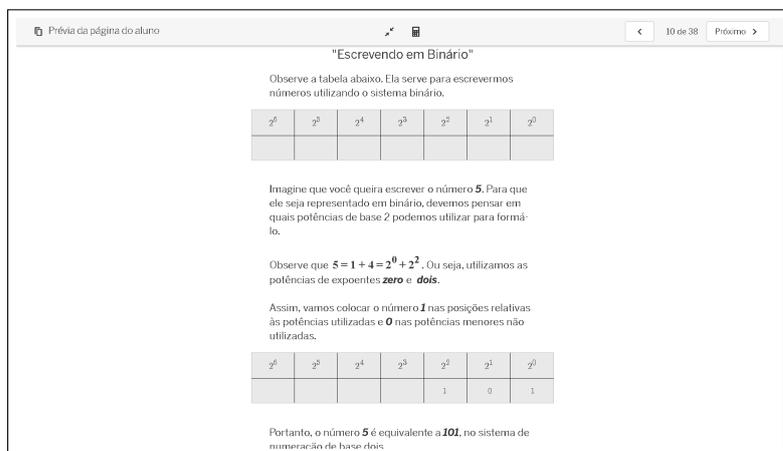
Fig. 4: O algoritmo da divisão



Fonte: captura da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Em determinado momento, é apresentada a dinâmica de utilizar tabelas para a resolução do exercício de modificar a notação de um número, de base dez para base dois (figura ??). É um recurso simples que funciona, basicamente, como uma “calculadora manual” de conversão de números do sistema decimal para o sistema binário.

Fig. 5: Conversão de decimais em binários



Fonte: captura da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

A atividade conta com algumas páginas dedicadas aos critérios de divisibilidade (figura ??) de alguns números, onde são apresentados argumentos baseados na notação da base de numeração decimal (figura ??).

Fig. 6: Bases de numeração

Prévia da página do aluno

13 de 48 Próximo >

Bases de numeração

Seja $b \geq 2$, todo número a pode ser escrito na forma:

$$a = r_n b^n + r_{n-1} b^{n-1} + \dots + r_1 b + r_0$$

em que $n \geq 0$, $r_i \neq 0$ e, para cada índice i , $0 \leq i \leq n$, tem-se que $0 \leq r_i < b$.

Assim, o símbolo $(r_n r_{n-1} r_{n-2} \dots r_1 r_0)_b$ representa a expressão de a na base b .

Por exemplo, a representação do número

$$n = 3 \times 10^2 + 6 \times 10 + 5,$$

na base 10 é $(365)_{10}$ ou apenas 365.

No sistema binário, esse número seria $(101101101)_2$, já que:

$$n = 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 365$$


Fonte: capturada da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Fig. 7: Critérios de divisibilidade por 4 e 8

Prévia da página do aluno

15 de 48 Próximo >

Divisibilidades por 4 e 8

Um número é divisível por 4 se o número representando os dois últimos algarismos for divisível por 4. E o número será divisível por 8 se o número que representa os três últimos algarismos for divisível por 8.

Consideremos, a título de exemplo, o número de 4 algarismos na base 10: $(abcd)_{10}$

Temos que $(abcd)_{10} = a \times 10^3 + b \times 10^2 + cd$
 $= 100 \times (a \times 10 + b) + cd = 4 \times 25(a \times 10 + b) + cd$
 Como a primeira parcela do último membro é divisível por 4, se cd também é divisível por 4 ($cd = 4 \times e$ com $e = 0, 1, \dots, \text{ou } 24$), teremos $(abcd)_{10}$ divisível por 4.

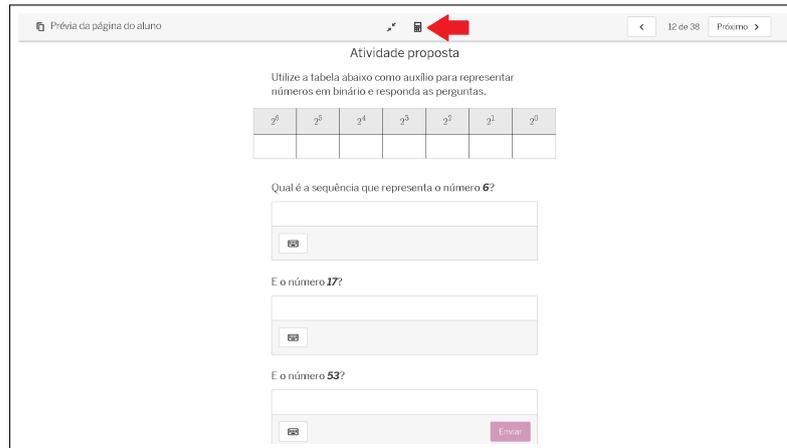
Também podemos escrever $(abcd)_{10} = a \times 10^3 + bcd$
 $= 1000 \times a + bcd = 8 \times 125 \times a + bcd$. Então, se (bcd) for divisível por 8, $(abcd)_{10}$ também será.

Se (bcd) já é um número grande, basta usar de somas com múltiplos de 8 para verificar a divisibilidade. Por exemplo, $952 = 800 + 152 = 800 + 8 \times 19$.

Fonte: capturada da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Durante os exercícios, os usuários podem utilizar uma calculadora disponibilizada pelo autor da atividade, ela se encontra na parte superior central, ao lado do ícone de minimizar/maximizar a página da atividade.

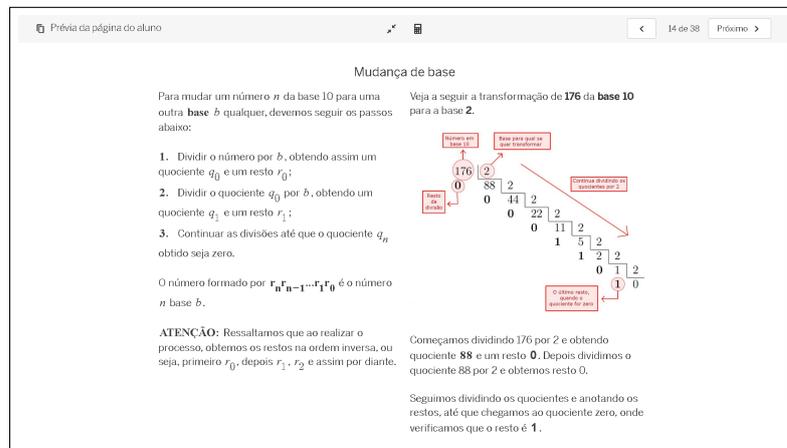
Fig. 8: Atividade sobre conversão de decimais em binários



Fonte: captura da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

A seção que aborda a generalização e um método mais eficaz para a mudança de base, também apresenta tabelas como recurso, apenas adequando sua utilização ao método abordado.

Fig. 9: Mudança de base



Fonte: captura da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Fig. 10: Exemplo sobre mudança de base

Prévia da página do aluno

Mudança de base

Para escrever números na base 5, por exemplo, utilizamos os algarismos **0, 1, 2, 3 e 4**. Veja a conversão do número $(366)_{10}$.

366	5		
1	73	5	
	3	14	5
		4	2

Como obtemos os restos na ordem inversa, o correto é $(2431)_5$.

Para confirmar, podemos utilizar a seguinte forma:

$$(2431)_5 = 2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = (366)_{10}$$

Fonte: capturada da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Fig. 11: Atividade proposta sobre mudança de base

Prévia da página do aluno

Atividade proposta

Utilize a tabela a seguir como auxílio para responder.

Transforme o número $(65)_{10}$ para base **3** e registre sua resposta abaixo:

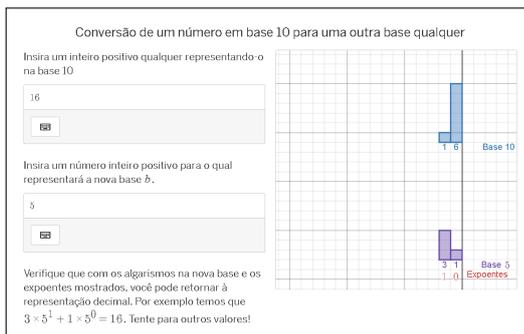
Transforme o número $(320)_{10}$ para base **7** e registre sua resposta abaixo:

Enviar

Fonte: capturada da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Em seguida, temos uma calculadora de conversão de bases, feitas na calculadora gráfica. Ela converte um número na base 10 para outra base qualquer, retornando também uma apresentação geométrica do resultado (figura ??).

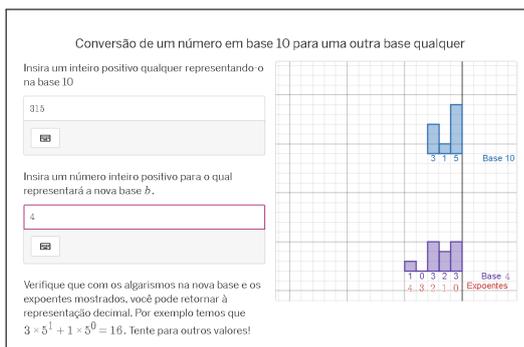
Fig. 12: Convertendo da base 10 para outra qualquer



Fonte: capturada da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Além de retornar o número convertido, esta calculadora também apresenta um breve resumo da forma expandida dos números e mostra os expoentes relativos à expansão do resultado. Veja na figura ?? o exemplo da conversão do número 315 para a base 4.

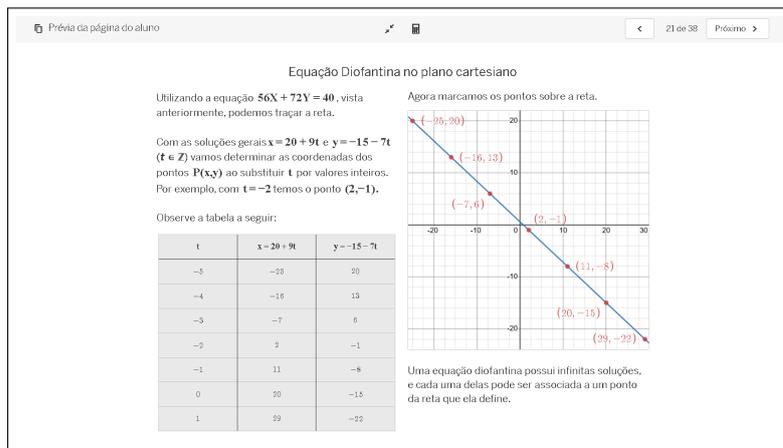
Fig. 13: Convertendo 315 para a base 4



Fonte: capturada da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

A seguir, temos a seção sobre equações diofantinas, na qual apresentam-se definição, método de cálculo, propriedades e etc. Além disto, é enfatizada a questão geométrica, que discorre sobre a interpretação de uma equação deste tipo como uma reta no plano cartesiano e suas soluções como pontos desta reta.

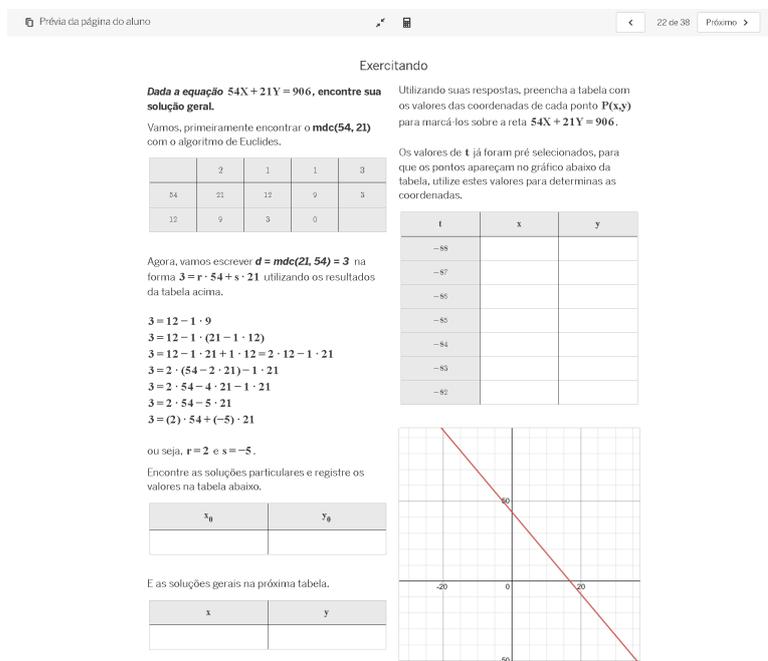
Fig. 14: Representação geométrica de uma equação diofantina



Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

O exercício proposto nessa seção envolve, além da determinação de soluções particulares e gerais, a determinação de suas representações geométricas. O usuário é orientado a encontrar soluções particulares em determinado intervalo e registrá-las em uma tabela, a qual está conectada com um gráfico que mostra os pontos sobre a reta, caso sejam determinados corretamente.

Fig. 15: Exercício sobre representação geométrica de equações diofantinas

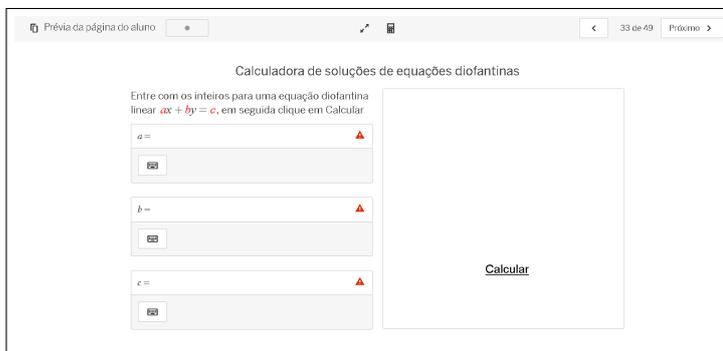


Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Na próxima página, temos uma calculadora de soluções de equações diofantinas (figura ??). O usuário deve inserir os coeficientes nos campos determinados e clicar em “Calcular”,

na calculadora gráfica ao lado.

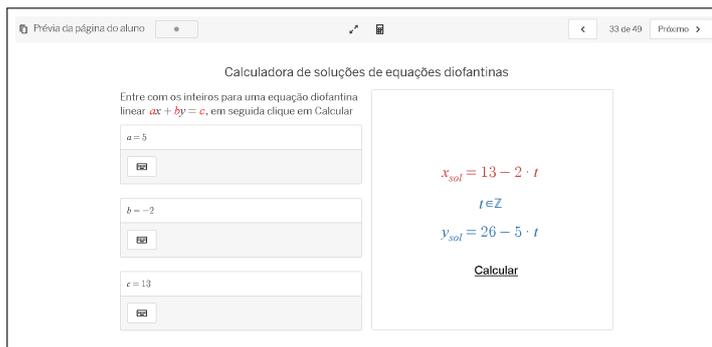
Fig. 16: Calculadora para equações diofantinas



Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Na figura ??, temos um exemplo de como são apresentadas as soluções.

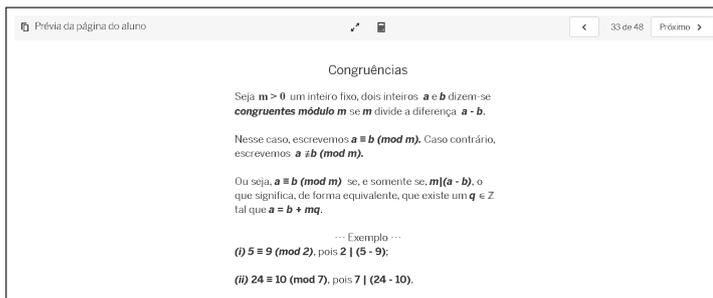
Fig. 17: Apresentação das soluções



Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

O próximo tópico tratado na atividade é o de congruências, onde é feita a apresentação da teoria (figura ??), de alguns exercícios resolvidos (figura ??) e a proposta de algumas atividades para o usuário responder (figura ??).

Fig. 18: Congruências



Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Fig. 19: Exercício sobre congruências

Prévia da página do aluno

Exercitando

Determine o algarismo das unidades de 3^{100} .

Primeiramente, para determinar o algarismo das unidades de um número qualquer, podemos utilizar a estratégia de determinar o resto da divisão deste número por 10.

Por exemplo, ao dividir 345 por 10, temos que $345 = 10 \cdot 34 + 5$, sendo 5, o resto, o algarismo das unidades.

Ou seja, basta **determinarmos o resto da divisão de 3^{100} por 10**.

Seguindo o exemplo anterior, resolva a questão e registre abaixo o resultado.

Fonte: captura da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Fig. 20: Atividades propostas sobre congruências

Prévia da página do aluno

Atividade proposta

Determine o resto da divisão de 2^{45} por 7.

Determine o algarismo das unidades de 7^{101} .

Fonte: captura da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

De uma proposição apresentada (figura ??), temos uma interpretação geométrica das congruências (figuras ?? e ??).

Fig. 21: Proposição

Prévia da página do aluno

Proposições importantes

Proposição (I): Dois inteiros a e b são congruentes módulo m se, e somente se, eles têm como resto o mesmo inteiro quando divididos por m .

... Exemplos ...

(i) Podemos dizer que $39 \equiv 23 \pmod{4}$, pois 39 e 23 possuem resto 3 quando divididos por 4. Veja:

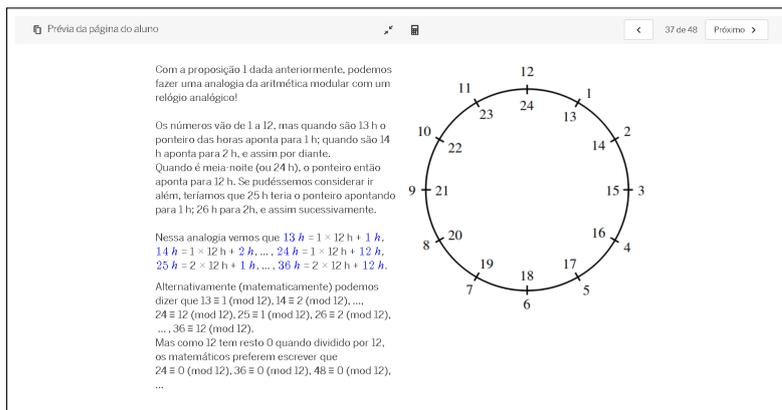
$$39 = 4 \cdot 9 + 3 \quad \text{e} \quad 23 = 4 \cdot 5 + 3$$

(ii) Sabemos que 12 e 52 possuem resto 2 quando divididos por 10, logo:

$$52 \equiv 12 \pmod{10} \quad \text{ou} \quad 12 \equiv 52 \pmod{10}$$

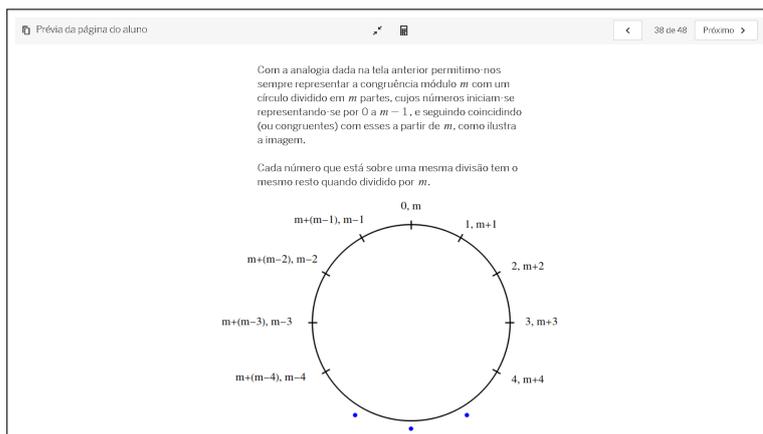
Fonte: captura da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Fig. 22: Analogia do relógio



Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

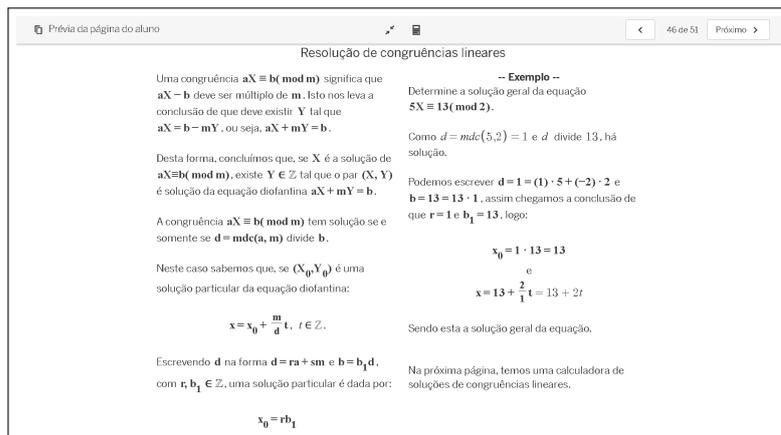
Fig. 23: Circunferência das congruências



Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Na próxima página, temos a apresentação da teoria de resolução de congruências lineares (figura ??), junto com um exemplo.

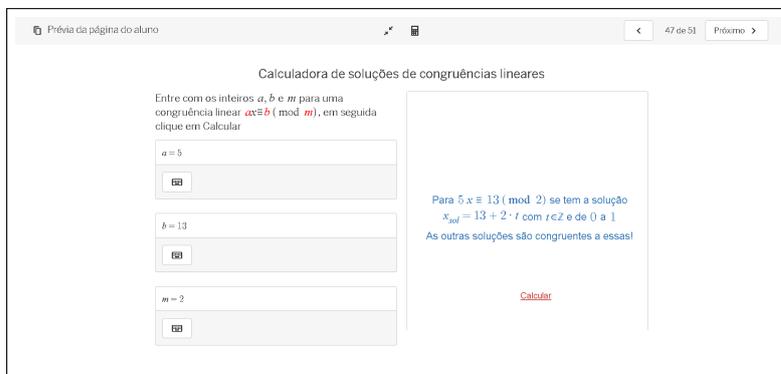
Fig. 24: Resolução de congruências lineares



Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Em seguida, apresentamos a calculadora de resolução de congruências. Para utilizá-la, basta inserir os valores nos campos determinados, à esquerda, e clicar em “Calcular”. Na figura ??, temos a calculadora apresentando um resultado, que é a resolução da congruência mostrada no exemplo da página anterior.

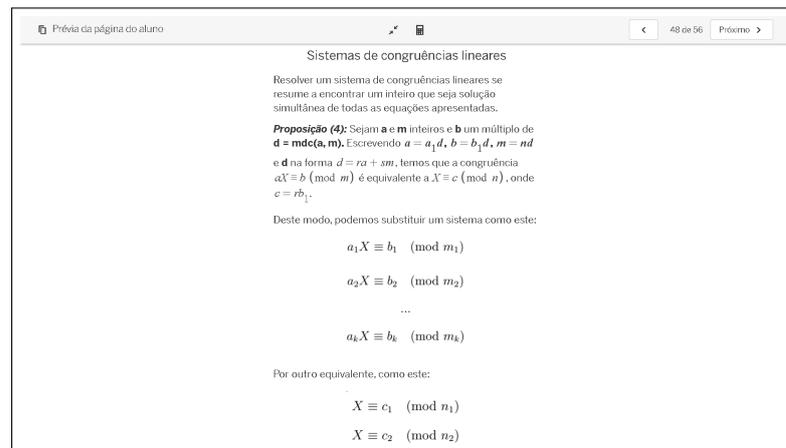
Fig. 25: Calculadora de soluções de congruências lineares



Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

O próximo tópico abrange os sistemas de congruências lineares (figura ??), onde se discorre sobre a simplificação de congruências lineares.

Fig. 26: Sistemas de congruências lineares



Prévia da página do aluno

Sistemas de congruências lineares

Resolver um sistema de congruências lineares se resume a encontrar um inteiro que seja solução simultânea de todas as equações apresentadas.

Proposição (4): Sejam a e m inteiros e b um múltiplo de $d = \text{mdc}(a, m)$. Escrevendo $a = a_1 d$, $b = b_1 d$, $m = nd$ e d na forma $d = ra + sm$, temos que a congruência $aX \equiv b \pmod{m}$ é equivalente a $X \equiv c \pmod{n}$, onde $c = rb_1$.

Deste modo, podemos substituir um sistema como este:

$$a_1 X \equiv b_1 \pmod{m_1}$$

$$a_2 X \equiv b_2 \pmod{m_2}$$

...

$$a_k X \equiv b_k \pmod{m_k}$$

Por outro equivalente, como este:

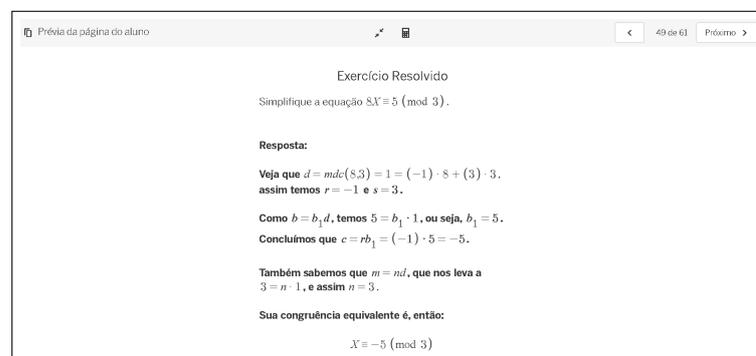
$$X \equiv c_1 \pmod{n_1}$$

$$X \equiv c_2 \pmod{n_2}$$

Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

A exposição da teoria é seguida por um exemplo (figura ??) e uma atividade proposta (figura ??). Caso a atividade seja respondida corretamente, o usuário tem acesso à uma calculadora de simplificação de congruências lineares (figura ??).

Fig. 27: Exercício resolvido



Prévia da página do aluno

Exercício Resolvido

Simplifique a equação $3X \equiv 5 \pmod{3}$.

Resposta:

Veja que $d = \text{mdc}(3, 3) = 1 = (-1) \cdot 3 + (3) \cdot 3$, assim temos $r = -1$ e $s = 3$.

Como $b = b_1 d$, temos $5 = b_1 \cdot 1$, ou seja, $b_1 = 5$.

Concluimos que $c = rb_1 = (-1) \cdot 5 = -5$.

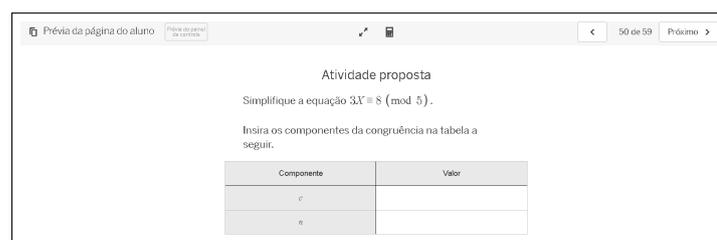
Também sabemos que $m = nd$, que nos leva a $3 = n \cdot 1$, e assim $n = 3$.

Sua congruência equivalente é, então:

$$X \equiv -5 \pmod{3}$$

Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Fig. 28: Atividade proposta



Prévia da página do aluno

Atividade proposta

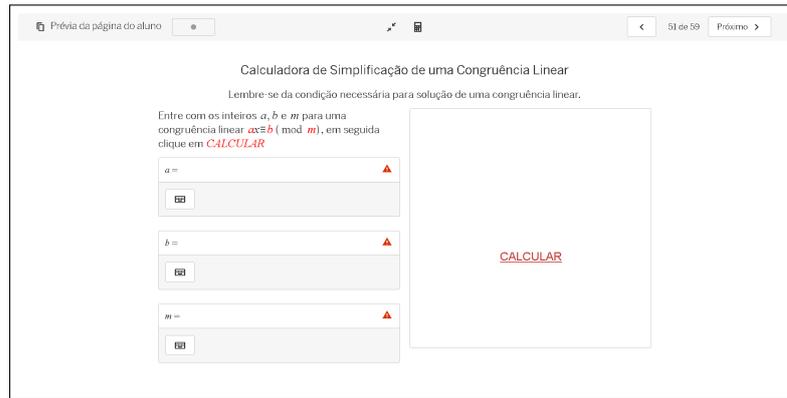
Simplifique a equação $3X \equiv 8 \pmod{5}$.

Insira os componentes da congruência na tabela a seguir.

Componente	Valor
c	
n	

Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

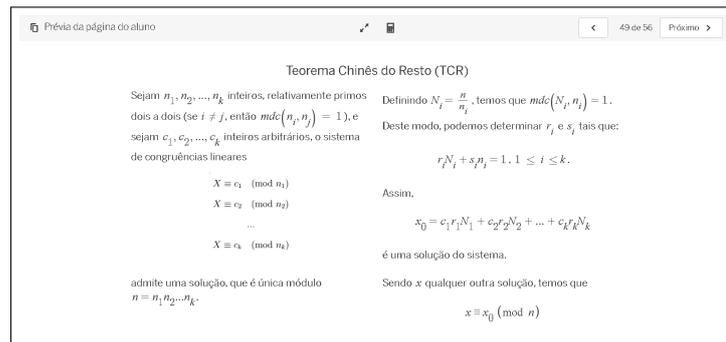
Fig. 29: Calculadora de simplificação de congruências lineares



Fonte: captura da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Logo após estas páginas, há a teoria sobre o Teorema Chinês do Resto (TCR) (figura ??), com exemplos (figura ??) e proposta de atividades (figura ??).

Fig. 30: TCR



Fonte: captura da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

Fig. 31: Exercício resolvido

Prévia da página do aluno

Exercício Resolvido

Dado o sistema

$$\begin{aligned} 6X &\equiv 2 \pmod{4} \\ 2X &\equiv 1 \pmod{3} \\ 4X &\equiv 2 \pmod{7} \end{aligned}$$

determine sua solução.

Resposta:

Primeiramente, vamos determinar o sistema equivalente, de acordo com as igualdades da proposição 4. Observe a tabela abaixo.

a	b	m	d				
a_1	6	b_1	1	m_1	4	$d_1 = \text{mdc}(6,4)$	2
a_2	2	b_2	1	m_2	3	$d_2 = \text{mdc}(2,3)$	1
a_3	4	b_3	2	m_3	7	$d_3 = \text{mdc}(4,7)$	1

Agora, escrevemos d na forma $d = ra + sm$.
Veja a tabela:

d	$d = ra + sm$	r	s

O próximo passo é determinar c e n . Sendo $c = rb$ e $n = \frac{m}{d}$. Observe a tabela:

c	n		
c_1	2	n_1	2
c_2	-1	n_2	3
c_3	4	n_3	7

Por fim, utilizamos os valores obtidos para montar o sistema equivalente, com congruências na forma $X \equiv c \pmod{n}$.

$$\begin{aligned} X &\equiv 1 \pmod{2} \\ X &\equiv -1 \pmod{3} \\ X &\equiv 4 \pmod{7} \end{aligned}$$

Agora, vamos utilizar o TCR para encontrar a solução deste sistema.

Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Fig. 32: Atividade proposta

Prévia da página do aluno

Atividade proposta

Determine a solução geral do sistema

$$\begin{aligned} 3X &\equiv 5 \pmod{2} \\ X &\equiv -3 \pmod{5} \\ 4X &\equiv 7 \pmod{9} \end{aligned}$$

Insira abaixo os valores encontrados para cada componente da resposta.

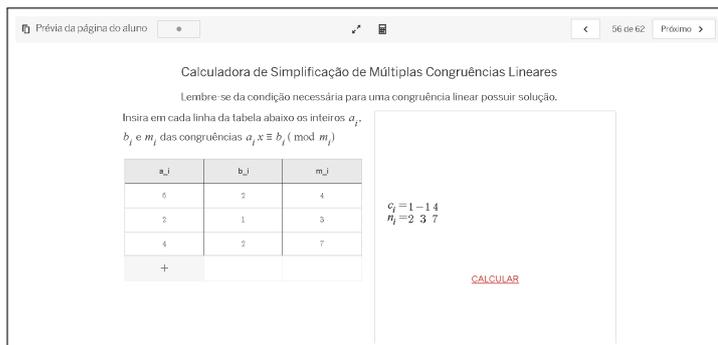
Componente	Valor
a_0	
n	

Fonte: capturada da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Caso esta atividade seja respondida corretamente, três outras calculadoras são liberadas para a utilização: a calculadora de simplificação de múltiplas congruências lineares (figura ??), a calculadora de congruências lineares no padrão do TCR (figura ??) e a calculadora de sistemas de congruências lineares na forma inicial (figura ??).

Nesta primeira calculadora, temos uma tabela para a entrada dos elementos de cada congruência e o resultado apresentados são os elementos c e n das congruências no formato utilizado para aplicação do Teorema Chinês do Resto.

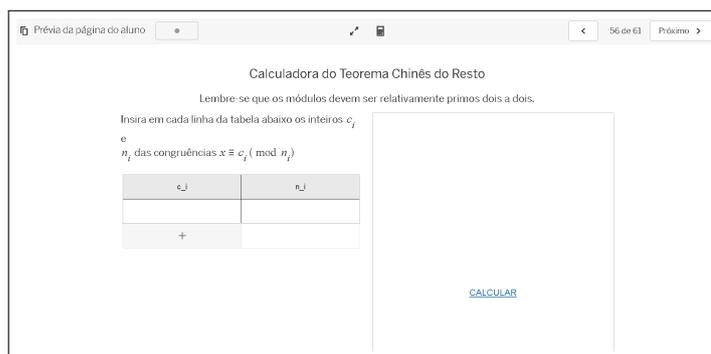
Fig. 33: Calculadora de simplificação de múltiplas congruências lineares



Fonte: captura da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Na segunda pode-se utilizar os resultados da primeira, ou os resultados obtidos pelos cálculos feitos sem calculadora.

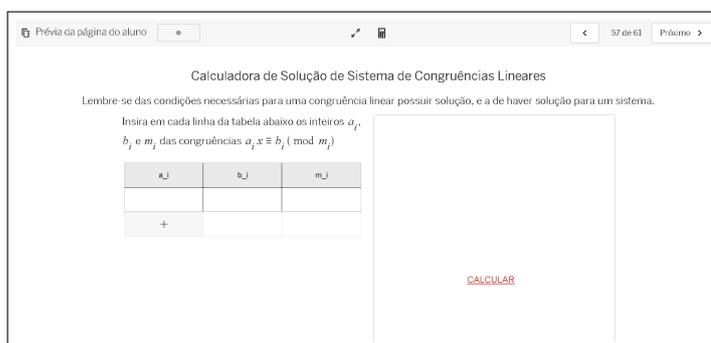
Fig. 34: Calculadora de sistemas pelo TCR



Fonte: captura da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

Na terceira temos a calculadora “completa”, digamos assim. O único requisito é inserir os dados das equações iniciais corretamente.

Fig. 35: Calculadora de sistemas de congruências lineares



Fonte: captura da plataforma Desmos sobre atividade de autoria própria.

A primeira calcula a solução de um sistema no qual todas as congruências estão no formato $X \equiv c \pmod{n}$, utilizando o TCR. Já a segunda, calcula a solução de sistemas em que as congruências estão no formato $aX \equiv b \pmod{m}$.

Ao final, temos a “avaliação final”, em que é repetida a aplicação da atividade que constitui a avaliação diagnóstica, com a adição de uma atividade com finalidade narrativa, na qual o usuário deve utilizar a criatividade, as teorias estudadas e experiência adquirida, para construir um relato que colabore com a narrativa apresentada (??).

Fig. 36: Parte da avaliação final



Fonte: capturada da plataforma *Desmos* sobre atividade de autoria própria.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização das TDIC na educação mostra-se um ótimo recurso para reinventar práticas no contexto do processo de ensino e aprendizagem. A cultura digital é cada vez mais presente na sociedade e a tendência é que ela seja ainda mais abrangente no futuro.

Os docentes necessitam estar em contínuo processo de aprimoramento e atualização de seus métodos e ferramentas. As metodologias ativas são grandes aliadas da comunidade escolar, assim como as mídias digitais, o ensino híbrido demonstrou isto de forma indiscutível, durante o período da pandemia do Coronavírus (??).

Este trabalho objetivou propor uma introdução à teoria dos números com a utilização de uma SD na perspectiva da metodologia ativa *Storytelling*. No entanto, fornece mais do que isto, sendo uma demonstração de como aliar uma TDIC com a utilização de uma metodologia ativa, servindo como um incentivo para o aprimoramento da prática docente.

O processo de elaboração da atividade se mostrou bastante enriquecedor. Em primeiro momento, a escolha da plataforma *Desmos* se deu a partir de experiências prévias com a plataforma, sendo levados em consideração características como a facilidade de acesso e a enorme gama de recursos, tanto para docentes como para discentes.

A escolha da metodologia que foi utilizada levou em consideração as possibilidades do *Desmos* e a forma como se objetivou abordar os conteúdos, demandando bastante pesquisa e planejamento, o que permitiu explorar de diversas formas a plataforma, no que se refere ao *Desmos classroom*, principalmente.

O ambiente do *classroom*, apesar de limitado em alguns aspectos, principalmente

visuais, é um convite à criatividade, com diversas possibilidades de interação e gerenciamento. A elaboração da SD proporcionou o contato com diversas características intrínsecas à esta TDIC e a reflexão sobre a maneira de abordar alguns itens, como o modo de apresentação de conteúdos, interatividade com os usuários (por meio de tabelas, campos para respostas matemáticas ou livres e etc), gráficos, textos e correções automatizadas, dentre outros.

A SD apresentada está disponível na coleção *Teoria dos Números* e pode ser aplicada diretamente em turmas da escolha de cada professor. Os exercícios e a avaliação final podem também ser utilizados como elementos avaliativos, contribuindo de forma quantitativa e qualitativa. Uma possibilidade é realizar a avaliação diagnóstica de forma remota, assim como a avaliação final, enquanto a apresentação de conteúdos e realização de exercícios é feita presencialmente.

Espera-se que os recursos e ideias apresentados neste trabalho contribuam para o desenvolvimento e/ou aprimoramento de práticas pedagógicas cada vez mais focadas em evidenciar o aluno como protagonista da construção do próprio conhecimento, dando a ele liberdade para desenvolver seu processo cognitivo, ao mesmo tempo que se utiliza da tecnologia para orientar e auxiliá-lo nesta jornada.

Bibliografia

- 1 MORAN, J and Bacich, L. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico prática**. Penso, Porto Alegre, 2018.
- 2 BACICH, Lilian. **Ensino Híbrido: Proposta de formação de professores para uso integrado das tecnologias digitais nas ações de ensino e aprendizagem**. Anais do XXII Workshop de Informática na Escola. p.679-687. SBC, Uberlândia, 2016.
- 3 FIGUEIREDO, José Carlos Teixeira. **Digital Storytelling no eLearning: estudo de caso da sua aplicação a um módulo no ensino superior**. UAB, Lisboa, 2014.
- 4 ARAÚJO, Denise Lino de. **O que é (e como faz) Sequência Didática?**. Entrepalavras, n.1, vol.3, p. 322-334, 2013.
- 5 GUIMARÃES, Yara; GIORDAN, Marcelo. **Elementos para validação de sequências didáticas**. Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências. n. IX. Universidade Federal de Goiás. Águas de Lindóia, SP, 2013.
- 6 UGALDE, Maria Cecília Pereira; ROWEDER, Charlys. **Sequência Didática: uma proposta metodológica de ensino-aprendizagem**. Educitec-Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico. vol. 6. p. e99220–e99220. 2020.
- 7 BARBOSA, Eder Nelson Trindade. **Subrotinas Construídas no Matlab para MDC, Coeficientes de Bézout, Equações Diofantinas Lineares, Congruências e Sistemas de Congruências Lineares**. UFPA, Castanhal, 2015.
- 8 TEODOSIO, Elaine de Sousa. **Storytelling como uma metodologia ativa no ensino de Matemática**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática. vol.8. n.23. p.258-268. 2021.

9 SAPPI, Kayena Angélica Martins. **Storytelling: uma abordagem contextualizada no ensino de química na temática estequiometria.** UFC, Fortaleza, 2019.

10 SCHUARTZ, Antonio Sandro; SARMENTO, Helder Boska de Moraes. **Tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) e processo de ensino.** Revista Katálysis. vol.23. p.429-438. SciELO Brasil, 2020.