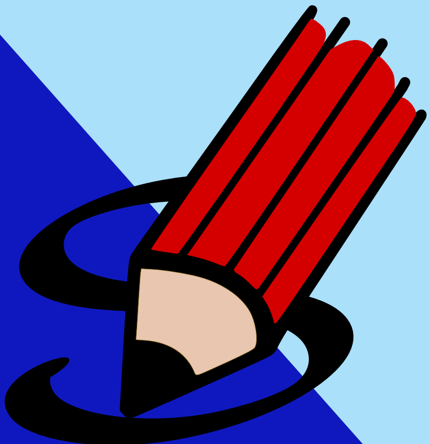
Universidade Federal de Mato Grosso
Câmpus Universitário do Araguaia
Instituto de Ciências Exatas e da Terra

O FreeMat na aplicação das funções

Produto educacional



Juan Elmer Villanueva Zevallos
Fernando Henrique Cardoso

Barra do Garças, MT
2024

O FreeMat na aplicação das funções

Juan Elmer Villanueva Zevallos

Fernando Henrique Cardoso

Resumo

Este recurso educacional visa apresentar uma metodologia para ensinar funções, utilizando o software FreeMat. Destarte, propõe-se uma sequência de atividades a serem desenvolvidas e aplicadas no Ensino Médio, através da aplicação deste recurso computacional.

Palavras-chave: FreeMat, funções.

Sumário

Carta ao leitor

Barra do Garças, 21 de novembro de 2024.

O conceito de *função* é tratado na disciplina de matemática no primeiro ano do Ensino Médio. Este conteúdo pode ser trabalhado de forma interdisciplinar e contextualizada. Para isto, o discente precisa compreender suas propriedades algébricas e construções gráficas, acarretando uma maior facilidade na aplicação deste tópico em exercícios ligados ao cotidiano.

Algumas disciplinas necessárias para a interação da criança ou adolescente com meios tecnológicos, que facilitariam a inserção e aplicação da tecnologia nas áreas das ciências exatas, não são abordados na Matriz Curricular do Ensino Médio, como exemplo, o ensino de informática. Ainda, a matemática pode proporcionar esta relação com a tecnologia. Por exemplo, ao ensinar funções no Ensino Médio, os professores contam habitualmente com softwares que permitem tanto o seu esboço gráfico, quanto a programação de modelos matemáticos.

Neste contexto, este caderno de atividades tem por objetivo apresentar uma abordagem para o ensino das funções, utilizando como recurso computacional o software *FreeMat*. Para a utilização deste caderno de atividades, recomenda-se ir diretamente até a Unidade 2, caso tenha-se noções do software *FreeMat*.

Este produto educacional, foi extraido de um dos temas abordados na dissertação intitulada "*Utilização do software FreeMat no ensino de funções, matrizes e sistemas lineares no Ensino Médio*" (cf. [2]), defendida em 4 de setembro de 2015, consequência da pesquisa ligada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Universidade Federal de Mato Grosso, Campus Universitário do Araguaia.

Anseia-se que, a partir da aplicação destas atividades nas escolas de nível médio, os docentes consigam desmistificar o ensino de funções e torná-lo mais atrativo. Outrossim, desenvolver novos olhares sobre a matemática e suas aplicações.

Os autores

Introdução

As funções são apresentadas inicialmente no Ensino Fundamental e, a partir daí, nos outros níveis de ensino são aprofundados seus estudos. Para o estudo do esboço gráfico das funções, desde o ponto de vista computacional, existem diversos softwares que podem auxiliar os docentes. Este caderno de atividades apresenta algumas abordagens pedagógicas para o ensino das funções utilizando o software *FreeMat*. Busca-se, por meio da aplicação deste recurso computacional, facilitar o aprendizado sobre funções e suas relações cotidianas, ainda, de maneira introdutória, permitir aos alunos do Ensino Médio o domínio e a interação com softwares de linguagem computacional e, ao mesmo tempo, a elaboração de modelos matemáticos relacionados a situações ou problemas que estão próximos da realidade dos estudantes.

Este trabalho está estruturado em duas unidades: na Unidade 1, dedica-se a informações sobre o software *FreeMat*, onde são apresentados alguns dos seus comandos, necessários para aplicação no ensino de funções. Na Unidade 2, é apresentada uma proposta para aplicação do software *FreeMat* no estudo de funções.

Finaliza-se este trabalho, apresentando, no apêndice, a sintaxe do programa construído na proposta, que acredita-se, poder ser inserido no ensino de matemática da primeira e segunda série do Ensino Médio.

Barra do Garças, 21 de novembro de 2024.

UNIDADE 1

FreeMat: um software livre

Nesta unidade, será apresentado o software *FreeMat*. Para isto será feito um breve histórico e, no que tange às funções, serão apresentados alguns comandos básicos para sua utilização.

1.1 FreeMat

O *FreeMat* é um pacote computacional numérico desenvolvido pela Samitbasu, tem síntese e 95% da compatibilidade dos recursos iguais ao do Matlab, tendo como plataformas suportadas: Windows, MAC OS X e Linux. Por ser um software livre disponível sob a Licença Pública Geral (GPL), é possível baixá-lo gratuitamente através da seguinte página da internet

http://freemat.sourceforge.net

sendo, a versão 4.2, a atual até a dada deste produto educacional (cf. [1]).

Pela sua facilidade de uso, o FreeMat pode ser aplicado no Ensino Básico. Muitos de seus comandos são simples e de fácil programação, podendo ser trabalhado sem um estudo minucioso de seu tutorial, bem como, é gratuito, leve e tem suporte para o sistema Linux, utilizado pelas escolas públicas.

Ao iniciar o FreeMat, o usuário depara-se com a Interface do Programa (veja Figura 1.1), tal Interface está em língua inglesa e nela está disposta a janela de comandos, uma tela branca onde devem ser digitados comandos para realização de ações matemáticas. Tais comandos, são digitados no *prompt*, isto é, inseridos na janela de comandos após o seguinte sinal: “- ->”; em seguida, pressiona-se a tecla `Enter`, para que sejam reportadas as respostas, que serão apresentadas na própria janela precedidas pelo anagrama “`ans`” (*answer*, que em português significa *resposta*).

Durante a apresentação das atividades utilizando o FreeMat, ao serem descritos a inserção de n comandos referente à execução de uma ação matemática, estes, serão apresentados dentro de um retângulo, como segue

```
comando 1
comando 2
..........
comando n
```

subentendendo-se que, após cada comando inserido, deve-se clicar na tecla `Enter`.

Na parte superior da Interface, encontram-se as Barra de Menu e Ferramentas, no canto esquerdo da Interface, são dispostas três janelas: History, File Browser e Variables que, respectivamente, corresponde ao armazenamento do histórico dos últimos comandos digitados, diretório corrente do programa e o espaço de trabalho onde se visualizam dados e variáveis, como mostra-se na Figura 1.1.

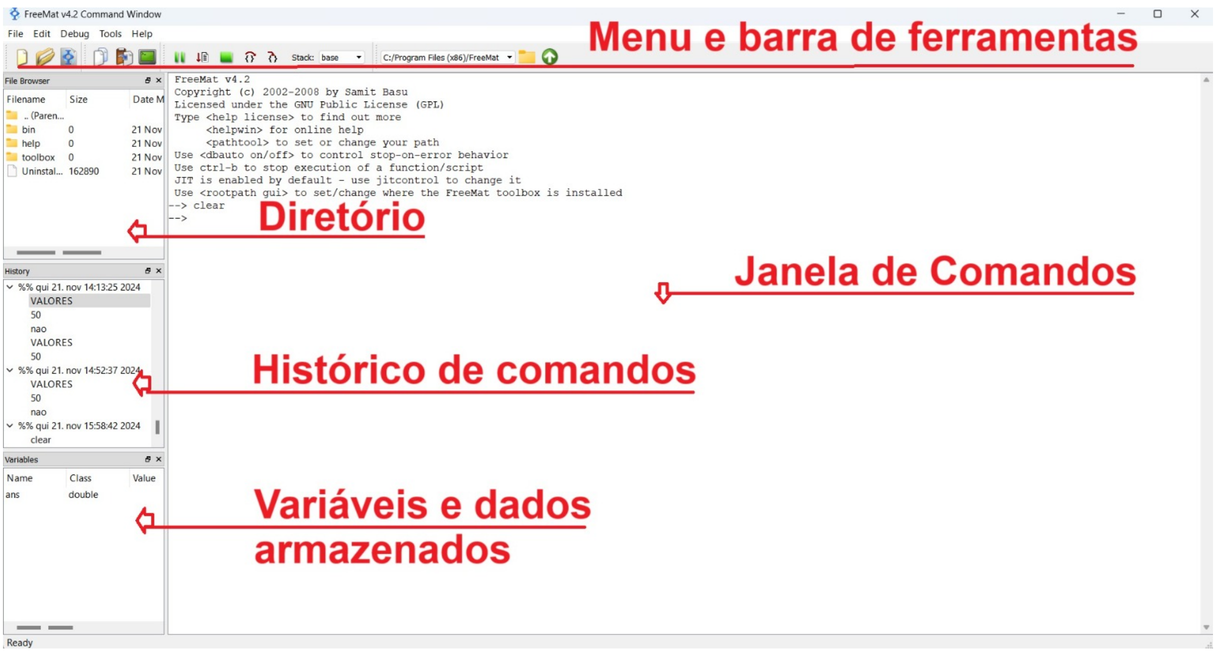


Figura 1.1: Janelas dispostas na Interface do FreeMat

Ao plotar um gráfico de uma operação matemática, este, é apresentado em uma nova janela aberta automaticamente pelo software. Na parte superior desta janela gráfica, encontra-se o Menu de Ferramentas, e nele são dispostos sequencialmente as seguintes ferramentas: *save* (*salvar gráfico*), *close* (*fechar gráfico*), *copy* (*copiar* *gráfico*), *zoom* (*aumentar gráfico*), *rotate*(*rotacionar gráfico*), *camera rotate* (*rotacionar câmera*) *e sample* (*mostrar pontos do gráfico*), como observa-se na Figura 1.2.

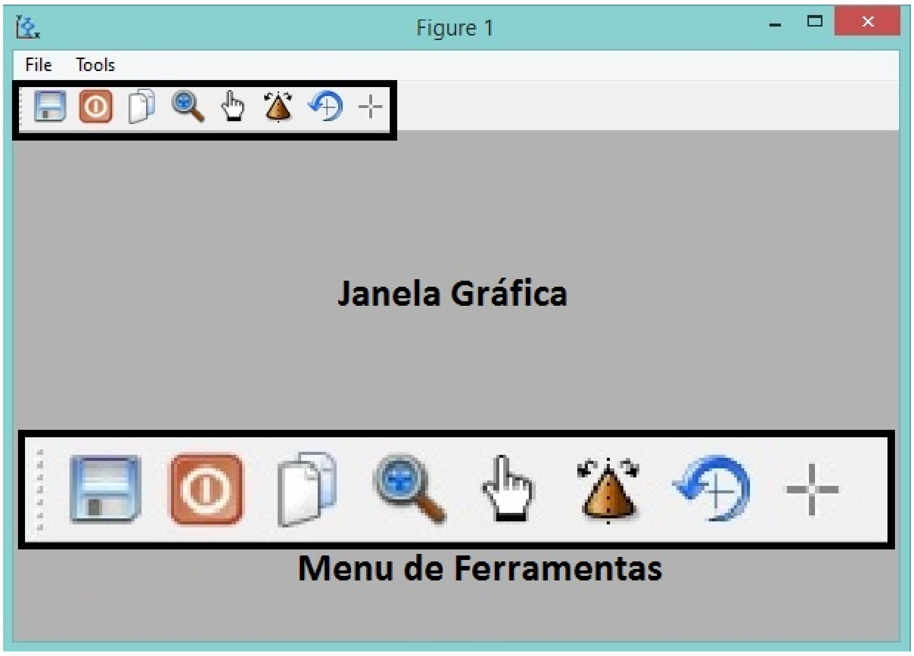


Figura 1.2: Janela gráfica do FreeMat

Enquanto as operações entre números reais, na Tabela 1.1, são apresentados os comandos básicos.

Operação	Operador aritmético	Números reais
Adição	+	2+3
Subtração	-	2-3
Multiplicação	*	2*3
Divisão	/	2/3
Potenciação	^	2^3

Tabela 1.1: Comandos utilizados nas operações com números reais

Na resolução de expressões que envolvam chaves, colchetes e parênteses; o FreeMat só possibilita utilizar parênteses, este ordenará as operações. Por exemplo, para determinar o valor da expressão

$$\frac{[(1+3)\cdot 5]^2 - 4}{7},$$

no FreeMat, o comando correspondente seria:

```
(((1+3)*5)^2-4)/7
```

A Tabela 1.2, apresenta algumas funções e comandos básicos utilizadas no FreeMat para manipulação de gráficos de funções; para outros comandos básicos ver [3].

Funções	Descrição
`helpwin`	Abre um tutorial do programa em língua inglesa
`clear`	Limpa as variáveis armazenadas
`clc`	Limpa a janela de comandos
`plot(x,y)`	Plota um gráfico 2D para os pares ordenados (x, y)
`format short`	Configura o FreeMat para reportar 4 casas decimais após a vírgula
`format long`	Configura o FreeMat para reportar 16 casas decimais após a vírgula
`;`	Quando inserido após um comando, não reportará os resultados
`disp`	Utilizado para apresentar mensagens de textos no programa
`x=input`	Entrada de dados para uma variável x via valor digitado

Tabela 1.2: Algumas funções e comandos utilizados no FreeMat

1.2 Programação em FreeMat

O FreeMat é uma ferramenta e uma linguagem de programação, por possuir uma biblioteca de funções predefinidas, torna as tarefas de programação técnica mais fáceis.

Os comandos do FreeMat são normalmente digitados na Janela de Comandos, onde uma única linha de comando é introduzida e processada imediatamente, porém, o FreeMat é capaz de executar sequências de comandos armazenadas em arquivos com extensão `.m`, para isto, deve-se acessar o Menu de Ferramentas e selecionar a opção $editor$. Após selecionado, abrirá uma nova janela para edição de textos, tal janela, apresentada na Figura 1.3, é específica para programação e os comandos deverão ser digitados na mesma. Portanto, por meio do editor de texto, é possível construir um programa em FreeMat através dos mesmos comandos e sintaxe dos utilizados na janela de comandos.

Para programação em FreeMat, existem dois tipos de arquivos: $script$ e $function$. Os arquivos $script$ são úteis quando se deseja efetuar uma sequência de comandos com muita frequência, pois, toda vez que for chamado, efetua a lista dos comandos como se eles fossem inseridos sequencialmente, via teclado. Os arquivos tipo $function$, admitem parâmetros de

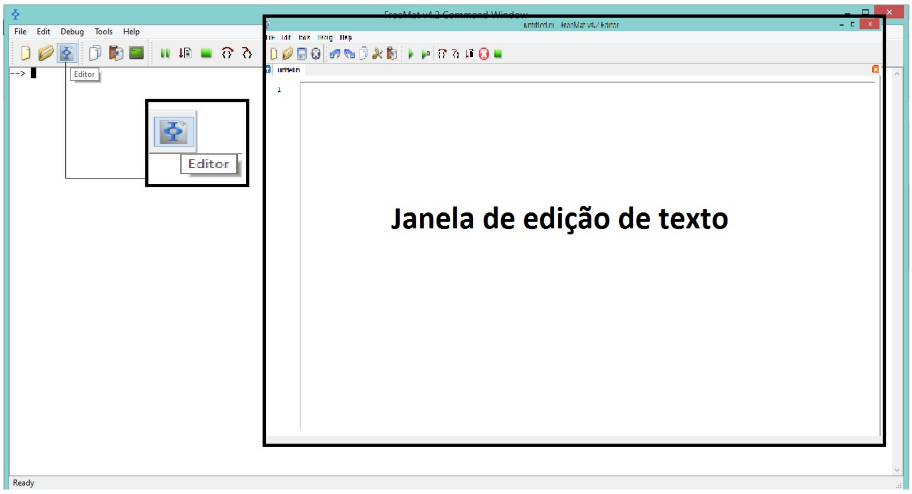


Figura 1.3: Janela de edição de texto

entrada, retornam valores e possuem variáveis locais. O último arquivo será o utilizado na Atividade 8.

Para salvar um arquivo digitado no editor do FreeMat, na barra do Menu do editor, seleciona-se a opção *File* e clica-se em *Save* ou *Save As*, como mostra-se na Figura 1.4. Após, deve-se escolher um diretório para salvar o arquivo, sugere-se escolher preferencialmente o diretório onde esteja instalado o FreeMat.

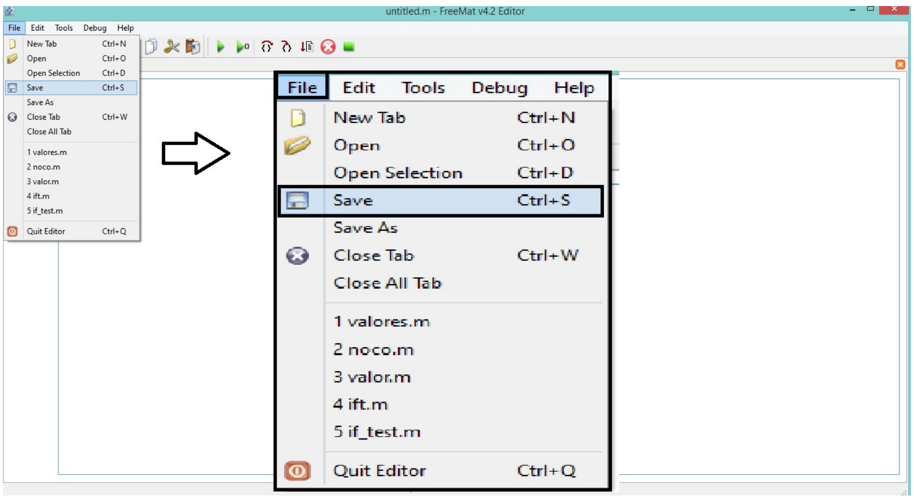


Figura 1.4: Local para salvar arquivos digitados na janela de edição

Em particular, para salvar um arquivo *script*, deve-se escolher um nome para o arquivo e salvá-lo na extensão `.m`. Para utilizá-lo, selecione o diretório onde foi salvo, por exemplo, escolher o diretório *Program Files/FreeMat*, como mostra a Figura 1.5, e digita-se na janela de comandos o nome com que foi salvo, assim, todas as sequências de comandos serão executadas.

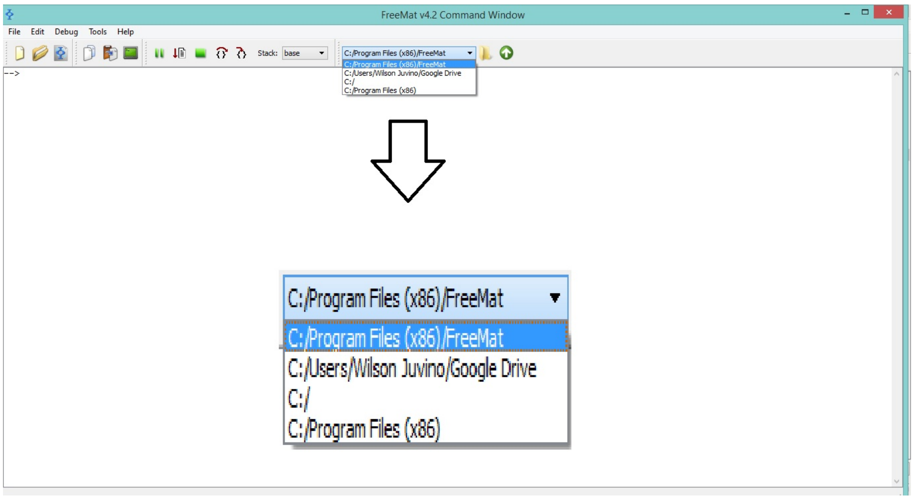


Figura 1.5: Diretórios do FreeMat

Já, para salvar programas em arquivos tipo $function$, o procedimento é similar e explicaremos com mais detalhes, a continuação: na primeira linha do editor deve-se escrever

```
function nome do arquivo
```

e o arquivo deve ser salvo com o nome descrito. Por exemplo, ao digitar na primeira linha

```
function resultado
```

para salvar este arquivo, deve-se escolher o diretório corrente onde está instalado o FreeMat (como foi observado na Figura 1.5), salvando-o com o nome: `resultado.m`. Para executar a função, basta digitar na janela de comandos a palavra: `resultado`.

Quanto aos operadores utilizados na programação, a Tabela 1.3 apresenta alguns *operadores lógicos* e, a Tabela 1.4, *operadores relacionais*.

Descrição	Operador lógico
e	&
ou	||

Tabela 1.3: Operadores lógicos

Descrição	Operador relacional
igual a	==
maior do que	>
maior ou igual a	>=
menor do que	<
menor ou igual a	<=
diferente a	~=

Tabela 1.4: Operadores relacionais

1.3 Comandos de repetição e de condição

Na programação, existem comandos específicos que controlam o fluxo e especificam a ordem. Tais comandos são chamados de *comandos de condição* e *comandos de repetição*.

1.3.1 Comandos de condição

Relativo aos comandos de condição, serão abordados os laços `if`, `else` e `elseif` (*se, senão, senão se*).

O comando `if`, avalia uma *expressão condicional** e, executa uma sequência de comandos, se esta condição é verdadeira. A forma geral deste comando é a seguinte:

```
if expressão-condicional
sequência de comandos
end
```

*Entende-se por *expressão condicional*, qualquer expressão que resulte em uma resposta do tipo verdadeiro ou falso e construída utilizando operadores matemáticos, relacionais ou lógicos.

Exemplo 1.1. Inserido a sequência de comandos

```
if x>10
y=10
end
```

tem-se o seguinte: se a condição $x > 10$ for verdadeira, então $y = 10$.

O comando `elseif`, avalia uma expressão condicional considerando a possibilidade de ela ser falsa. Se o comando `if` diz o que fazer quando a condição é verdadeira, o comando `elseif` permite executar uma sequência de comandos se a condição `if` é falsa. A forma geral deste comando é a seguinte:

```
if expressão-condicional
sequência de comandos
elseif expressão-condicional
sequência de comandos
end
```

Exemplo 1.2. Inserido a sequência de comandos

```
if x>10
y=10
elseif x<=10
y=-10
end
```

tem-se o seguinte: se a condição $x > 10$ for falsa, então $y = -10$.

O comando `else`, é utilizado após as expressões condicionais definidas por `if` e `elseif`. O comando `else` executa uma sequência de comandos, quando as condições anteriores são falsas. A forma geral é a seguinte:

```
if expressão-condicional
sequência de comandos
elseif expressão-condicional
sequência de comandos
else expressão-condicional
sequência de comandos
end
```

Exemplo 1.3. Inserido a sequência de comandos

```
if x>10
y=10
elseif x<10
y=-10
else x=10
y=0
end
```

tem-se o seguinte: se a condição $x > 10$ e $x < 10$ forem falsas, então $y = 0$.

1.3.2 Comandos de repetição

Relativo aos comandos de repetição, serão abordados os laços `for` e `while`.

O comando `while`, avalia uma expressão condicional e executa uma sequência de comandos enquanto essa condição for verdadeira. Ou seja, ao final da sequência de comandos, o comando `while` testa a expressão condicional para saber se deve ou não executar novamente aquela sequência de comandos. A forma geral deste comando é a seguinte:

```
while (expressão condicional)
sequência de comandos
end
```

O comando `for` é um controlador de fluxo que serve para repetir uma sequência de comandos diversas vezes. A forma geral deste comando é a seguinte:

```
for varíavel=valor inicial:valor final
sequência de comandos
end
```

Com estas informações é possível utilizar o software FreeMat para uma aplicação superficial em conteúdos sobre funções do Ensino Básico, observando que são inúmeras as aplicações que o programa dispõe.

UNIDADE 2

Aplicação do FreeMat no estudo das funções

Nesta unidade, são apresentadas os comandos necessários para aplicação do software FreeMat no estudo das funções, assim como, um leque de atividades para plotagem gráficas de funções. Ao final, também, é apresentado um programa computacional construído na linguagem FreeMat, onde, por meio da estrutura tarifária de uma conta de água, é reportado o valor cobrado para um determinado consumo em metros cúbicos.

A proposta do programa se destaca pela metodologia em sala de aula que permite a introdução à programação computacional e, ao mesmo tempo, a elaboração de modelos matemáticos relacionados a situações ou problemas que estão próximos da realidade dos estudantes.

2.1 Plotagem gráfica de uma função

A plotagem gráfica de uma função no FreeMat, pode ser feita somente se os seus domínios forem intervalos fechados. Assim, no caso de funções polinomiais, apenas plotará os gráficos das restrições destas, e as chamaremos de *polinomiais*.

2.1.1 Plotagem gráfica de uma função

Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ com $a < b$. Para plotar o gráfico da função $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$, inicialmente, é necessário inserir o seguinte comando:

```
x=linspace(a,b)
```

Este comando refere-se aos valores de entrada para que o programa determine o domínio da função. Depois de inserido, o programa reportará alguns valores reais x pertencentes ao intervalo $[a, b]$.

Tendo o domínio da função, o próximo passo para que o programa plote o gráfico da função f é inserir a lei de correspondência $y = f(x)$. Por exemplo, ao inserir leis que determinem funções constantes e, funções polinomiais de grau 1, de grau 2 ou de grau 3, respectivamente, através da função predefinida do FreeMat (função *anonymous*[*]), deve-se escrever os seguintes comandos:

```
y=@(x) 0*x+s
```
função constante,

```
y=@(x) p*x+s
```
função polinomial de grau 1,

```
y=@(x) p*x.^2+r*x+s
```
função polinomial de grau 2,

```
y=@(x) p*x.^3+q*x.^2+r*x+s
```
função polinomial de grau 3,

onde `p`, `q`, `r` e `s` são números reais dados com `p` diferente de zero.

Finalmente, para fazer a plotagem gráfica, considera-se os seguintes casos: f é dada por uma única sentença ou f é uma função definida por partes.

Caso 1: Se f é dada por uma única sentença, deve-se inserir o seguinte comando:

```
plot(x,y(x))
```

Caso 2: Se f é uma função definida por partes, dada por

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), & \text{se } x \in [a, b_1], \\ f_2(x), & \text{se } x \in (b_1, b_2], \\ \quad \cdots\cdots\cdots\cdots & \\ f_n(x), & \text{se } x \in (b_{n-1}, b_n], \end{cases} \qquad (*)$$

com $b_n = b$ e $n \geq 2$, deve-se fazer o mesmo procedimento que no Caso 1, com algumas restrições. As restrições é devido ao fato que, dentre algumas limitações do FreeMat, não é possível definir intervalos semiabertos ou abertos. Desta maneira, ao definir cada intervalo do domínio $(b_{i-1}, b_i]$ com $2 \leq i \leq n$, sugere-se

[*] A função *anonymous*, representada pelo comando `@(x)`, permite declarar a variável independente x ao definir uma lei de correspondência.

aproximar o intervalo esquerdo b_{i-1} por meio da soma de um número decimal suficientemente pequeno. Por exemplo, neste caso, pode-se estabelecer intervalos fechados $[b_{i-1}+0.1, b_i]$ e usar a variável x_i, para indicar a variável $x \in [b_{i-1}+0.1, b_i]$, e x_1 indicando a variável $x \in [a, b_1]$. Assim, para plotar o gráfico da função definida por partes f, deve-se definir cada intervalo, através dos seguintes comandos:

```
x1=linspace(a,b1)
```

comando para definir o intervalo $[a, b_1]$

```
xi=linspace(b(i-1)+0.1,bi)
```

comando para definir os intervalos $[b_{i-1}+0.1, b_i]$, $i = 2, \ldots, n$.

Após isso, para cada intervalo, definir as sentenças

$$y_1 = f_1(x), \quad y_2 = f_2(x), \ldots, \quad y_n = f_n(x).$$

Finalmente, plota-se o gráfico inserindo o seguinte comando:

```
plot(x1,y1(x1),x2,y2(x2),...,xn,yn(xn))
```

2.1.2 Plotagem gráfica de duas ou mais funções no mesmo plano cartesiano

Seja n um número natural maior ou igual a 2. Para cada $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, sejam $f_i : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ tais que $y_i = f_i(x)$. Para plotar os n gráficos no mesmo plano cartesiano, procede-se de modo análogo para a plotagem gráfica de uma função por partes. Inicialmente, inserir o domínio através do seguinte comando:

```
x=linspace(a,b)
```

Após, define-se a lei de correspondência $y_i = f_i(x)$, para cada função f_i, e plota-se o gráfico digitando o seguinte comando:

```
plot(x,y1(x),x,y2(x),...,x,yn(x))
```

Interseção de funções

Ao plotar gráficos no mesmo plano cartesiano que apresentam interseções, para evidenciá-las, inicialmente, seleciona-se a opção *Sample* (Amostra) disposta no menu da janela gráfica, como mostra-se na Figura 2.1.

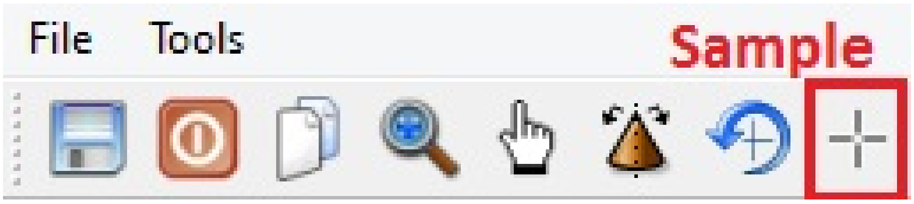


Figura 2.1: Menu da janela gráfica

Selecionado a opção, clica-se sobre os pontos de interseções que se deseja evidenciar. Assim, os pares ordenados dos pontos serão apresentados.

2.1.3 Valor numérico de uma função

Seja $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ com $a, b \in \mathbb{R}$ e $a < b$. Dado $k \in [a, b]$, para determinar o valor numérico $f(k)$, divide-se em dois casos: f é dada por uma única sentença ou f é uma função definida por partes.

Caso 1: f é dada por uma única sentença. Neste caso, definir o domínio de f através do seguinte comando:

```
x=linspace(a,b)
```

e, após, definir a lei de correspondência $y = f(x)$. Com isto, para determinar o valor numérico $f(k)$, basta inserir o seguinte comando:

```
y(k)
```

Caso 2: f é uma função definida por partes, como na equação $(*)$. Neste caso, definir os intervalos do domínio de f, através dos seguintes comandos:

```
x1=linspace(a,b1);
x2=linspace(b1+0.1,b2);

xn=linspace(b(n-1)+0.1,bn);
```

Após, definir as respectivas sentenças:

$$y_1 = f_1(x_1), \quad y_2 = f_2(x_2), \ldots, \quad y_n = f_n(x_n).$$

Com isto, para determinar o valor numérico $f(k)$, com $k \in (b_{i-1}, b_i]$, deve-se inserir o seguinte comando:

```
yi(k)
```

ou, se $k \in [a, b_1]$, inserindo o seguinte comando:

```
y1(k)
```

2.2 Uma abordagem para o ensino e aplicação das funções

Nesta subunidade, apresenta-se uma proposta para o ensino e aplicação das funções. Para tanto, foram elaboradas atividades aplicadas e com o objetivo de apresentar aos discentes novos conceitos, não contemplados na matriz curricular do Ensino Médio, como a programação computacional.

Esta proposta, divide-se em duas etapas: na primeira são descritas atividades sobre plotagens gráficas no FreeMat. Na segunda etapa, através da estrutura tarifária da empresa Águas de Barra do Garças, busca-se delimitar uma função em que o valor a pagar esteja em função do consumo de água em metros cúbicos.

2.2.1 Como trabalhar com funções no FreeMat?

Nesta primeira etapa da proposta, são apresentadas atividades sobre plotagens gráficas no FreeMat destinadas ao ensino e aplicação das funções.

Atividade 1

Dada a função $f : [-4, 4] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^3 + x^2 + 1$, plotar seu gráfico no FreeMat.

Objetivo. Observar o comportamento de uma função.

Solução.

Passo 1: Inserir o domínio da função. O domínio da função é definido através do comando:

```
x=linspace(-4,4)
```

Após inserido o comando, é reportado alguns valores reais pertencentes ao domínio de f, como mostra-se na Figura 2.2.

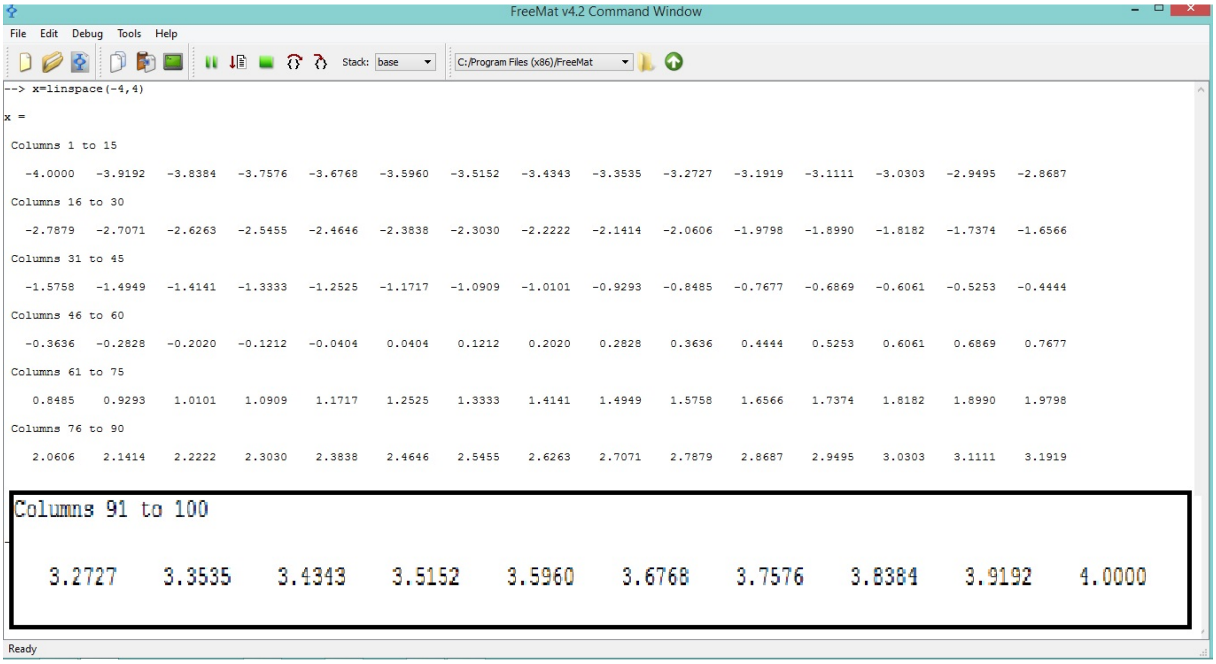


Figura 2.2: Interface do FreeMat após inserção do comando `x=linspace(-4,4)`

Passo 2: Inserir a lei de correspondência. A lei que define a função é inserida através do seguinte comando:

```
y=@(x) x.^3+x.^2+1
```

Passo 3: Plotar o gráfico da função. O gráfico é plotado através da inserção do seguinte comando:

```
plot(x,y(x))
```

Na Figura 2.3, mostra-se a execução dos passos 2 e 3 da Atividade 1 e, na Figura 2.4, apresenta-se o gráfico da função f plotado através do FreeMat.

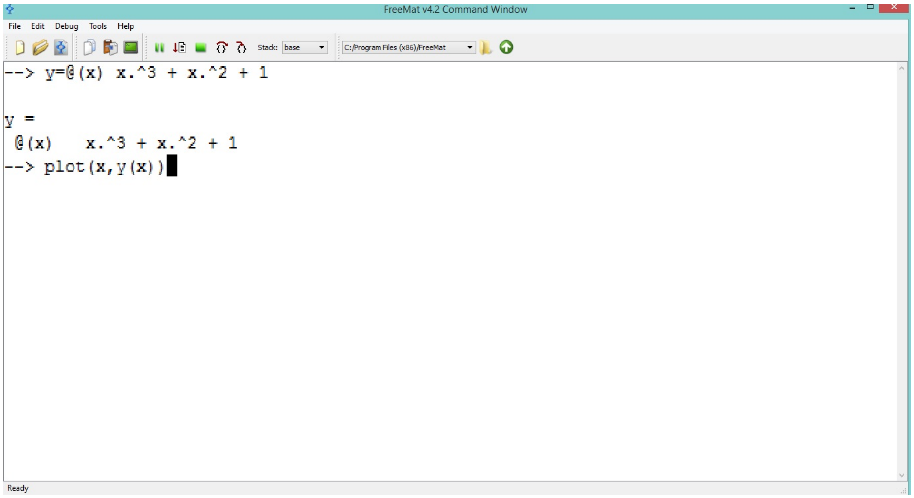


Figura 2.3: Inserção de comandos para plotar o gráfico da função f

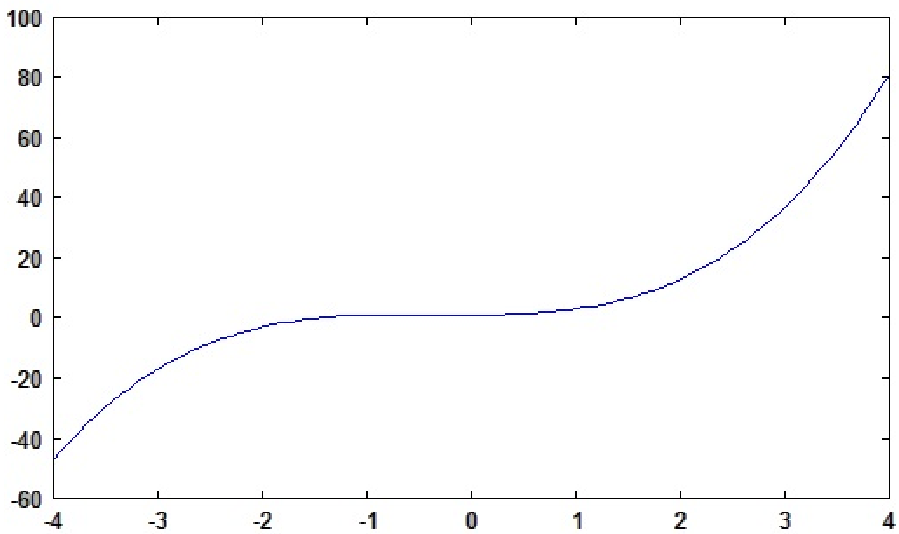


Figura 2.4: Gráfico da função $f : [-4, 4] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^3 + x^2 + 1$

Atividade 2

Plote o gráfico da função $f : [-4, 5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 10$.

Objetivo. Analisar o gráfico de uma função constante.

Solução.

Passo 1: Inserir o domínio da função. O domínio da função é definido através do seguinte comando:

```
x=linspace(-4,5)
```

Passo 2: Inserir a lei de correspondência. A lei que define a função é inserida através do seguinte comando:

```
y=@(x) 0*x+10
```

Passo 3: Plotar o gráfico da função. O gráfico é plotado através da inserção do seguinte comando:

```
plot(x,y(x))
```

Na Figura 2.5, apresenta-se o gráfico da função f plotado através do FreeMat.

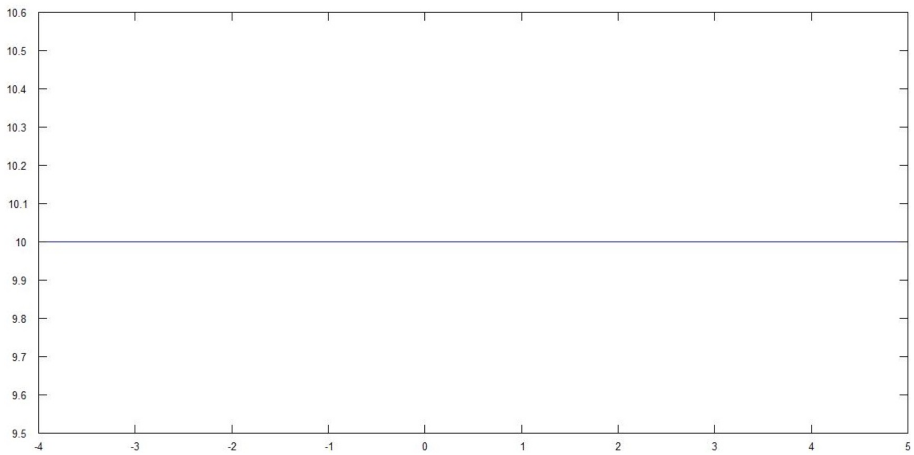


Figura 2.5: Gráfico da função $f : [-4.5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 10$

Atividade 3

Dada a função $f : [-4, 5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 + 1$, faça o seguinte:

(a) plote o gráfico de f;

(b) através do teste da reta horizontal, ilustre que a função não é injetiva;

(c) evidencie os pontos de interseção da reta horizontal do item (b) com o gráfico de f.

Objetivo. Analisar o comportamento de uma função não injetiva através do gráfico.

Solução.

(a) Plotagem gráfica de f.

Passo 1: Inserir o domínio. O domínio da função é definido através do seguinte comando:

```
x=linspace(-4,5)
```

Passo 2: Inserir a lei de correspondência. A lei que define a função é inserida através do seguinte comando:

```
f=@(x) x.^2+1
```

Passo 3: Plotar o gráfico da função f. O gráfico é plotado através da inserção do seguinte comando:

```
plot(x,f(x))
```

O gráfico da função $f : [-4, 5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 + 1$ é apresentado na Figura 2.6.

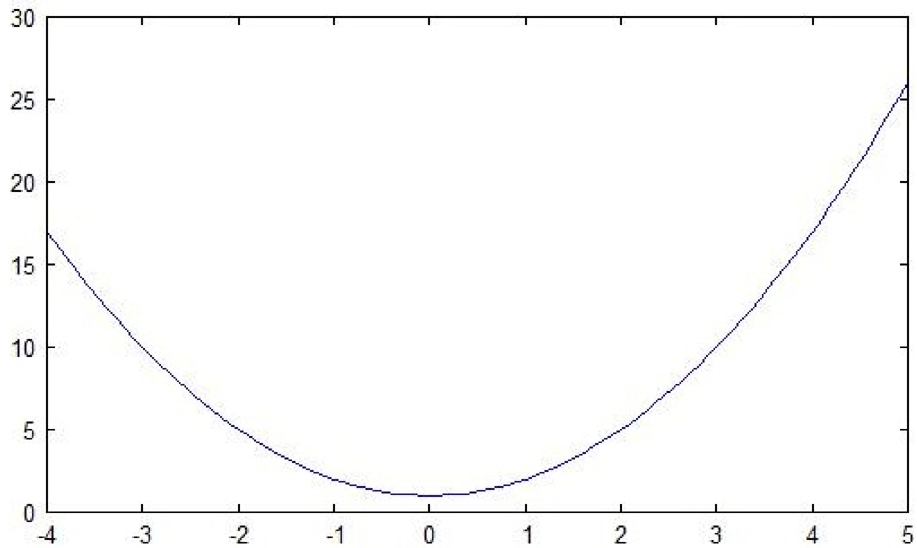


Figura 2.6: Gráfico da função $f : [-4, 5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 + 1$

(b) Ilustração que a função f não é injetiva.* Escolhemos a reta $y = 10$ e, consideremos, o seu gráfico correspondente ao gráfico da função constante $g : [-4, 5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = 10$ (isto devido à limitação do domínio de f).

Passo 1: Inserir a lei de correspondência da função g. A função g é definida através do seguinte comando:

```
g=@(x) 0*x+10
```

Passo 2: Plotar o gráfico da função f e da função g no mesmo plano cartesiano. Plota-se

*Ao ilustrar que a função f não é injetiva, deve-se escolher uma reta horizontal que intersete o gráfico de f em dois pontos.

os gráficos de f e g, inserindo o seguinte comando:

```
plot(x,f(x),x,g(x))
```

O gráfico da função $f : [-4,5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 + 1$, e da função $g : [-4,5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = 10$, plotados no mesmo plano cartesiano, são apresentados na Figura 2.7.

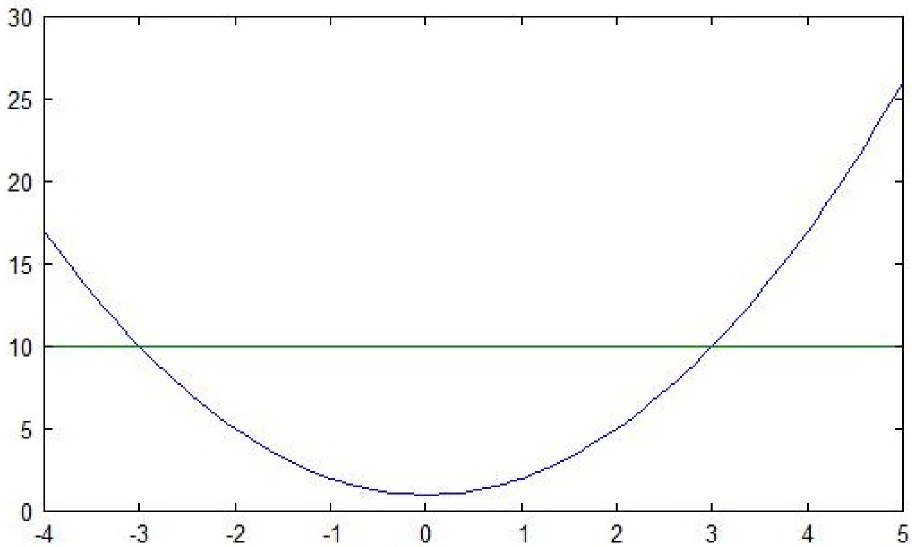


Figura 2.7: Gráficos das funções $f, g : [-4,5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = 10$

(c) Evidenciando os pontos de interseção da reta horizontal com o gráfico de f. Os pontos de interseção são evidenciados selecionando a opção *sample* e clicando sobre os pontos respectivos aos pares ordenados $(-3, 10)$ e $(3, 10)$, como mostra-se na Figura 2.8.

Atividade 4

Para alugar um carro certa pessoa dispõe de duas locadoras, A e B. A locadora de automóveis A, cobra uma taxa de R\$ 20 mais R\$ 2 por quilômetro rodado, após a retirada do carro da garagem. Já, a locadora B, cobra uma taxa de R\$ 50 mais R\$ 1 por quilômetro rodado. Utilizando o FreeMat, determine o valor cobrado, por cada locadora, para veículos que percorreram uma distância de $10\,\mathrm{km}$ e $40\,\mathrm{km}$. Compare as locadoras, através da plotagem dos gráficos referentes as suas funções e, de acordo com os gráficos, onde o eixo das abcissas representa a distância a percorrer e o eixo das ordenadas o valor a pagar, determine em que momento a locadora B se torna mais viável que a locadora A?

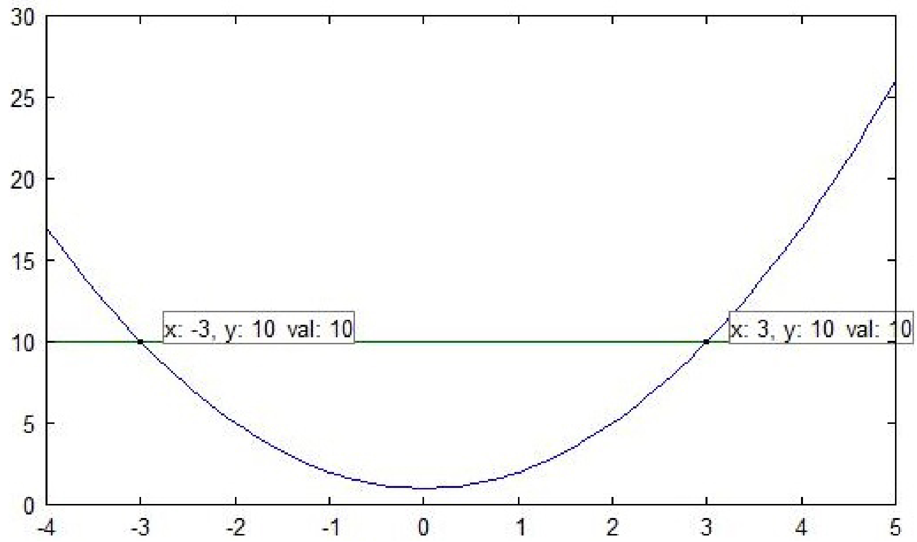


Figura 2.8: Ponto de interseção entre os gráficos das funções f e g

Objetivo. Identificar os efeitos dos coeficientes angular e linear de uma função afim na representação gráfica.

Solução. A princípio parece ser que a locadora A é favorável. No entanto, se verá que isto não é verdade, a partir de uma certa quilometragem.

Para ambas locadoras os valores a serem pagos y estão em função dos quilômetros rodados x, sendo os quilômetros números reais não negativos. Desta forma, se a locadora A cobra R\$ 2 por quilômetro x mais uma taxa fixa de R\$ 20, então o valor a pagar y é dado por $y = 2x + 20$. De maneira análoga, a locadora B cobra R\$ 1 por quilômetro x mais uma taxa fixa de R\$ 50, então o valor a pagar y é dado por $y = x + 50$. Assim, define-se uma função para cada locadora, de modo que, $f : [0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = 2x + 20$, é a função da locadora A, e $g : [0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, dada por $g(x) = x + 50$, é a função da locadora B. Note-se que f e g se intersetam num único ponto. De fato, como

$$f(x) = g(x) \quad \Leftrightarrow \quad 2x + 20 = x + 50 \quad \Leftrightarrow \quad 2x - x = 50 - 20 \quad \Leftrightarrow \quad x = 30,$$

conclui-se que f e g se intersetam quando $x = 30$, isto é, os gráficos de f e g se intersetam no ponto $(30, 80)$.

Agora, proceder-se-á à plotagem dos gráficos de f e g. Devido o comando `linspace` aceitar só intervalos fechados, será restringido o domínio dos gráficos das funções f e g. Como as funções se intersetam em $x = 30$, escolhe-se o domínio $[0, 50]$, para fazer a plotagem. Assim, considera-se $f : [0, 50] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 2x + 20$, para a locadora A e $g : [0, 50] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = x + 50$, para a locadora B.

Passo 1: Definir o domínio de cada função. O domínio das funções das locadoras A e B é definido através do seguinte comando:

```
x=linspace(0,50)
```

Passo 2: Inserir a lei de correspondência para cada função. Para definir a lei de correspondência das locadoras A e B no FreeMat, digita-se, respectivamente, os seguintes comandos:

```
y1=@(x) 20+2*x
```

e

```
y2=@(x) 50+1*x
```

Passo 3: Calcular o valor numérico de cada função para $x = 10$ e $x = 40$. Para a locadora A, os respectivos valores numéricos são calculados inserindo os seguintes comandos:

```
y1(10)
```

e

```
y1(40)
```

Para a locadora B, de maneira análoga, os respectivos valores numéricos são calculados inserindo os seguintes comandos:

```
y2(10)
```

e

```
y2(40)
```

A Figura 2.9, apresenta a execução dos passos 1,2 e 3 no FreeMat.

Passo 4: Plotar os gráficos das funções das locadoras A e B, no mesmo plano cartesiano. Os gráficos são plotados através do seguinte comando:

```
plot(x,y1(x),x,y2(x))
```

Passo 5: Evidenciar o ponto de interseção entre os gráficos das funções. Selecionando a opção *Sample* (Amostra) no Menu de Ferramentas da janela gráfica e clicando no ponto de interseção do gráfico, evidencia-se o par ordenado $(30, 80)$.

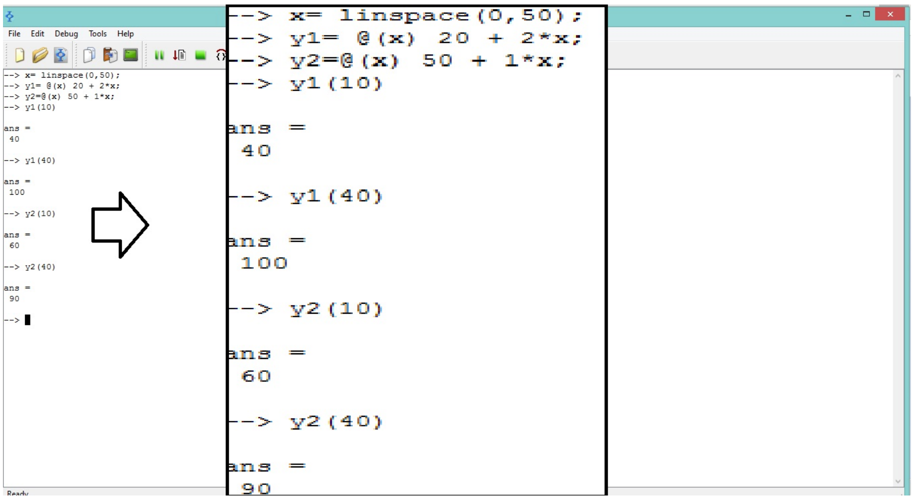


Figura 2.9: Comandos para obter os valores numéricos das funções das locadoras A e B

Na Figura 2.10, são apresentados os gráficos das funções das locadoras de automóveis A e B e, na Figura 2.11, apresenta-se o ponto de interseção entre os gráficos.

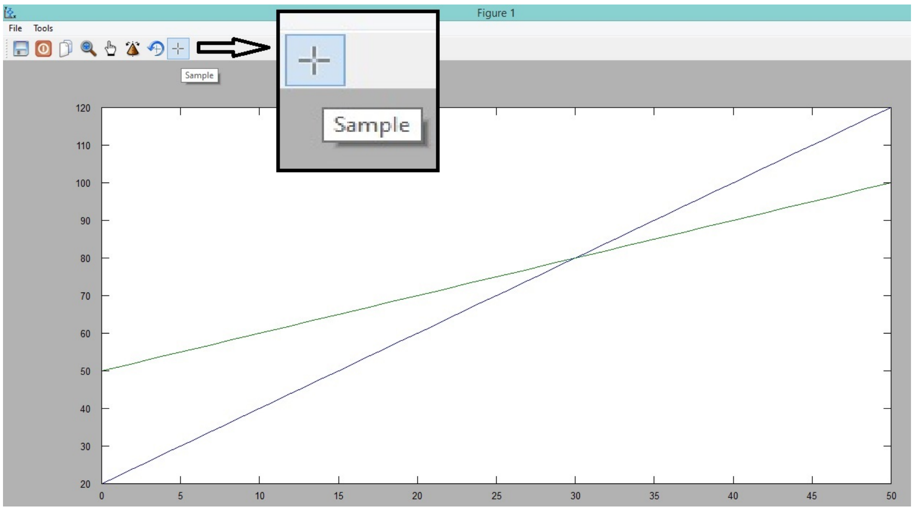


Figura 2.10: Janela gráfica e os gráficos das funções das locadoras A e B

Diante disto, conclui-se que a locadora B, em que o coeficiente angular é maior do que o da função da locadora A, passa a ser viável após percorridos $30\,\mathrm{km}$.

2.2.2 Como calcular o custo por consumo em m^3 de água?

Nesta segunda etapa da proposta, são apresentadas atividades no qual propõe-se construir uma função definida por partes em que, o valor a pagar de uma conta de água esteja

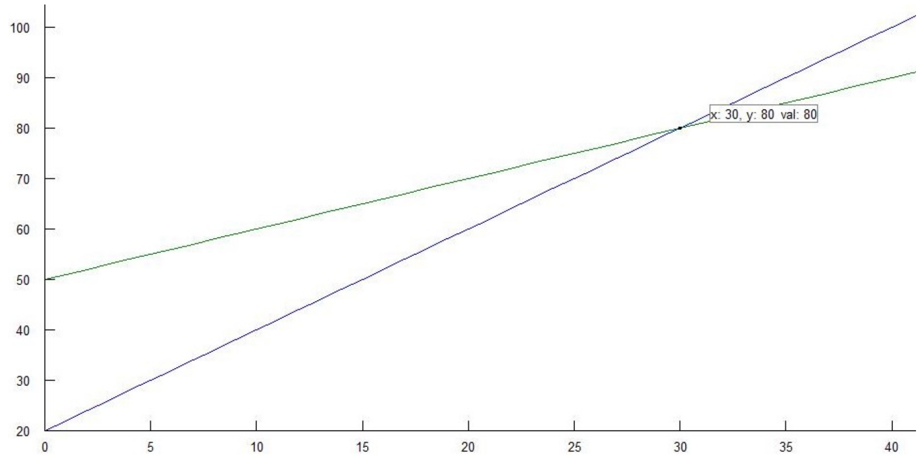


Figura 2.11: Gráficos e o ponto de interseção das funções das locadoras A e B

em função do consumo em metros cúbicos e, por meio de uma série de algoritmos, inserir comandos no FreeMat que reportem este valor quando inserido o consumo do mês.

A conta de água a ser utilizada é do município de Barra do Garças, MT, referente ao ano de 2024. As faixas de consumo e os respectivos valores cobrados por metro cúbico da conta de água em questão são apresentadas na Figura 2.12, fornecida pela página virtual da empresa Águas de Barra do Garças:

https://www.aegeamt.com.br/legislacao-e-tarifas/aguas-de-barra-do-garcas/

Estrutura Tarifária	Faixa de Consumo	Tarifa de Água (R$/m³)	Tarifa de Esgoto (R$/m³)
Tarifa Social	0 – 15	R$1,88	R$1,50
Residencial	0 – 10 11 – 20 21 – 30 31 – 40 acima de 40	R$3,75 R$5,63 R$9,38 R$12,38 R$19,88	R$3,00 R$4,50 R$7,50 R$9,90 R$15,90
Comercial	0 – 10 acima de 10	R$8,78 R$13,13	R$7,01 R$10,50
Pública	0 – 10 acima de 10	R$9,98 R$16,20	R$7,99 R$12,98
Industrial	0 – 10 acima de 10	R$10,28 R$15,23	R$8,21 R$12,19

Figura 2.12: Tabela de estrutura tarifária da empresa Águas de Barra do Garças

Para o desenvolvimento das atividades, será utilizada a categoria residencial da conta de água da empresa Águas de Barra do Garças, como é apresentado na Figura 2.13.[†]

Residencial	0 – 10	R$3,75	R$3,00
	11 – 20	R$5,63	R$4,50
	21 – 30	R$9,38	R$7,50
	31 – 40	R$12,38	R$9,90
	acima de 40	R$19,88	R$15,90

Figura 2.13: Faixas de consumo relativa a categoria residencial da conta de água

A cobrança para um certo consumo de água, de acordo com a estrutura tarifária apresentada na Figura 2.13, é feita da seguinte forma: para os primeiros $10\,\mathrm{m}^3$ de água consumido, cobra-se R\$ $3,75$ por m^3 mais um acréscimo relativo ao esgoto de R\$ $3,00$ por m^3, para os próximos $10\,\mathrm{m}^3$, cobra-se R\$ $5,63$ por m^3 mais um acréscimo do esgoto de R\$ $4,50$ por m^3 e, assim sucessivamente, respeitando os intervalos da estrutura tarifária apresentada na Figura 2.12.

Exemplo 2.1. O valor a pagar pelo consumo de $15\,\mathrm{m}^3$ de água, é dado da seguinte maneira:

- Tarifa-se $10\,\mathrm{m}^3$ de acordo com o primeiro intervalo da estrutura tarifária, isto é,

$$3,75 \cdot 10 + 3 \cdot 10 = 67,50.$$

- Tarifa-se $5\,\mathrm{m}^3$ de acordo com o segundo intervalo da estrutura tarifária, isto é,

$$5,63 \cdot 5 + 4,5 \cdot 5 = 50,65.$$

- Soma-se os valores obtidos para determinar o valor a pagar pelo consumo de $15\,\mathrm{m}^3$, isto é,

$$67,50 \cdot 5 + 50,65 = 118,15.$$

Portanto, o valor a pagar pelo consumo de $15\,\mathrm{m}^3$ de água, é R\$ $118,15$.

A continuação são apresentadas as atividades referentes a esta segunda etapa.

Atividade 5

Determinar uma lei de correspondência para cada faixa de consumo da categoria residencial da conta de água da empresa Águas de Barra do Garças, onde o valor a pagar y esteja em função do consumo x em m^3. Após, expresse uma função f tal que $f(x) = y$.

[†]Observa-se que a proposta apresentada, pode ser aplicada facilmente a qualquer estrutura tarifária das concessionárias de água e esgoto dos municípios brasileiros.

Objetivo. Apresentar uma aplicação ao consumo de água através de uma função definida por partes.

Solução.

Passo 1: Determine uma lei de correspondência para cada faixa de consumo. Seja x_i o consumo em m^3 e y_i o valor a pagar em reais para uma faixa de consumo i, com $i \in \{1,2,3,4,5\}$. Para a primeira faixa de consumo, considere $D_1 = \{x_1 \in \mathbb{R} : 0 \leq x_1 \leq 10\}$.

Como cada m^3 de água consumida custa R\$ $3,75$ mais um acréscimo relativo ao esgoto de R\$ $3,00$ por m^3, tem-se que, o valor a ser pago, é dado pela expressão:

$$y_1 = 3,75x_1 + 3x_1 = 6,75x_1.$$

Em particular, para o consumo de $10\,\mathrm{m}^3$ de água, é cobrado R\$ $67,50$.

Para a segunda faixa de consumo, considere $D_2 = \{x_2 \in \mathbb{R} :\ 10 < x_2 \leq 20\}$. Como cada m^3 de água consumida custa R\$ $5,63$ mais um acréscimo relativo ao esgoto de R\$ $4,50$ por m^3, tem-se que o valor a ser pago, é dado pela expressão:

$$y = 5,63x_2 + 4,5x_2 = 10,13x_2.$$

Ao expressar a segunda faixa desta maneira, para os $10\,\mathrm{m}^3$ relativos ao primeiro intervalo, é cobrado R\$ $101,30$ ao invés de R\$ $67,50$, ou seja, é cobrado um valor a mais de $101,30 - 67,50$, ou seja, R\$ $33,80$. Assim,

$$y_2 = 10,13x_2 - 33,8.$$

Determina-se as próximas expressões procedendo de maneira análoga ao método apresentado na segunda faixa de consumo.

Para a terceira faixa de consumo, considere $D_3 = \{x_3 \in \mathbb{R} :\ 20 < x_3 \leq 30\}$. Neste caso, o valor a ser pago, é dado pela expressão:

$$y_3 = 16,88x_3 - 168,8.$$

Para a quarta faixa de consumo, considere $D_4 = \{x_4 \in \mathbb{R} :\ 30 < x_4 \leq 40\}$. Neste caso, o valor a ser pago, é dado pela expressão:

$$y_4 = 22,28x_4 - 330,8.$$

Para a quinta faixa de consumo, considere $D_5 = \{x \in \mathbb{R} :\ x > 40\}$. Neste caso, o valor a ser pago, é dado pela expressão:

$$y_5 = 35,78x_5 - 870,8.$$

Passo 2: Expressar uma função f tal que $f(x) = y$. Observa-se que, $D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4 \cup D_5 = [0, +\infty)$. Portanto, pode-se expressar a função $f : [0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, como sendo

$$f(x) = \begin{cases} 6,75x, & \text{se } 0 \leq x \leq 10, \\ 10,13x - 33,8, & \text{se } 10 < x \leq 20, \\ 16,88x - 168,8, & \text{se } 20 < x \leq 30, \\ 22,28x - 330,8, & \text{se } 30 < x \leq 40, \\ 35,78x - 870,8, & \text{se } x > 40. \end{cases}$$

Atividade 6

Utilize a função f, obtida na Atividade 5, para determinar o valor cobrado para o consumo de $50\,\mathrm{m}^3$ de água.

Objetivo. Apresentar a forma de calcular o valor cobrado para o consumo de água.

Solução. Como $50 > 40$, utilizando a quinta sentença da função f, obtida na Atividade 5, tem-se

$$f(50) = 35,78 \cdot 50 - 870,8 = 918,2.$$

Portanto, o valor a pagar pelo consumo de $50\,\mathrm{m}^3$ de água, é R\$ $918,20$.

Atividade 7

Plote o gráfico da função f, obtida na Atividade 5.

Objetivo. Analisar o aumento de valores cobrados de acordo com cada faixa de consumo relativo a categoria residencial da conta de água.

Solução. Como citado na Subunidade 2.1, o FreeMat não permite definir intervalos semiabertos, com isto, o domínio da função f será restringido. Com o objetivo de analisar todas as faixas de consumo, visto que, consumos de água maiores que $100\,\mathrm{m}^3$ nas residências é algo incomum. O domínio será dado por $[0, 100]$, e os subintervalos serão definidos como $[0, 10]$, $[10.1, 20]$, $[20.1, 30]$, $[30.1, 40]$ e $[40.1, 100]$.

Passo 1: Definir os subintervalos do domínio da função. Os subintervalos do domínio serão definidos, respectivamente, através da inserção dos seguintes comandos:

```
x1=linspace(0,10);
x2=linspace(10.1,20);
x3=linspace(20.1,30);
x4=linspace(30.1,40);
x5=linspace(40.1,100);
```

Passo 2: Inserir a lei de correspondência para cada intervalo do domínio. As expressões são inseridas no FreeMat através dos respectivos comandos:

```
y1=@(x1) 6.75*x1;
y2=@(x2) 10.13*x2-33.8;
y3=@(x3) 16.88*x3-168.8;
y4=@(x4) 22.28*x4-330.8;
y5=@(x5) 35.78*x5-870.8;
```

Passo 3: Plotar o gráfico da função f. O gráfico é plotado com a inserção do seguinte comando:

```
plot(x1,y1(x1),x2,y2(x2),x3,y3(x3),x4,y4(x4),x5,y5(x5))
```

Na Figura 2.14, mostra-se a execução da Atividade 7 no FreeMat e, na Figura 2.15, é apresentado o gráfico da função definida por partes f, referente a categoria residencial da conta de água em questão.

Atividade 8

Utilizando a estrutura tarifária da categoria residencial, fornecido pela empresa Águas de Barra do Garças e a função definida na Atividade 5, construa um programa no FreeMat e o intitule de “VALORES”, o qual deve fazer o seguinte: ao inserir um valor correspondente ao consumo de água em metros cúbicos de uma residência, deverá ser reportado o valor a pagar em reais.

Objetivo. Evidenciar a matemática envolvida na programação computacional.

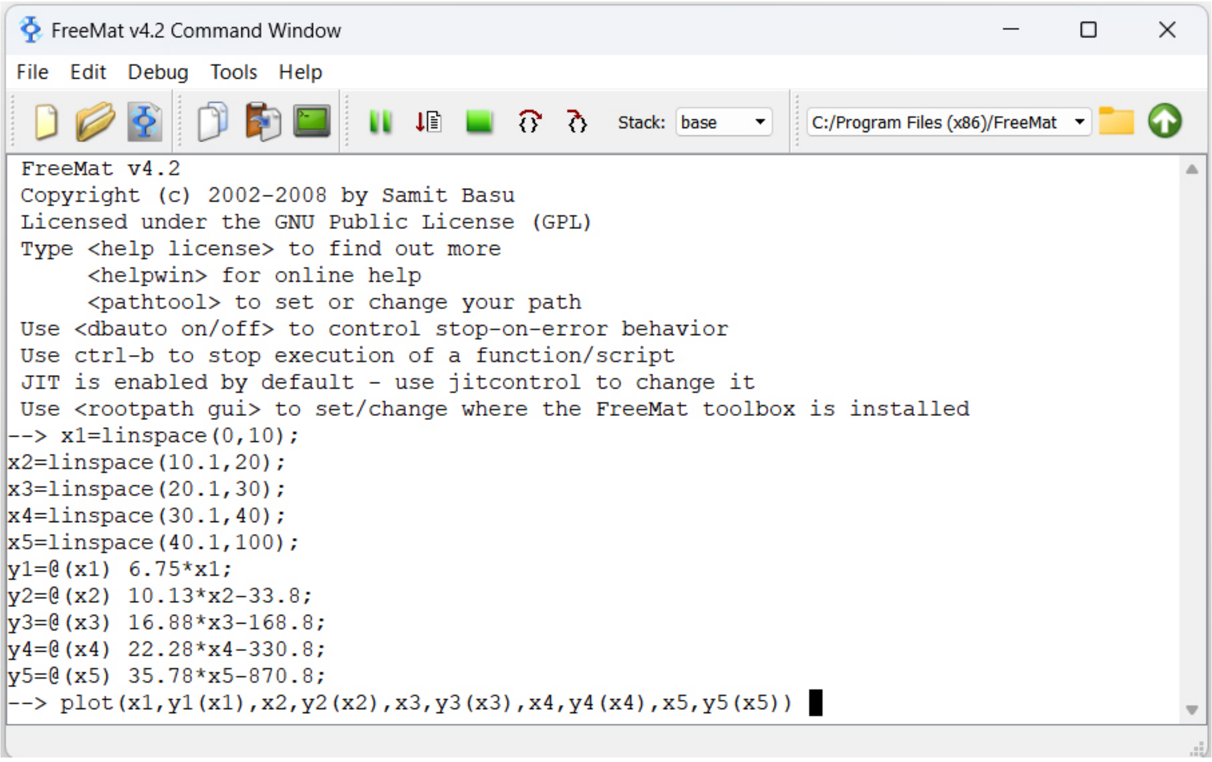


Figura 2.14: Inserção de comandos no FreeMat para desenvolvimento da Atividade 7

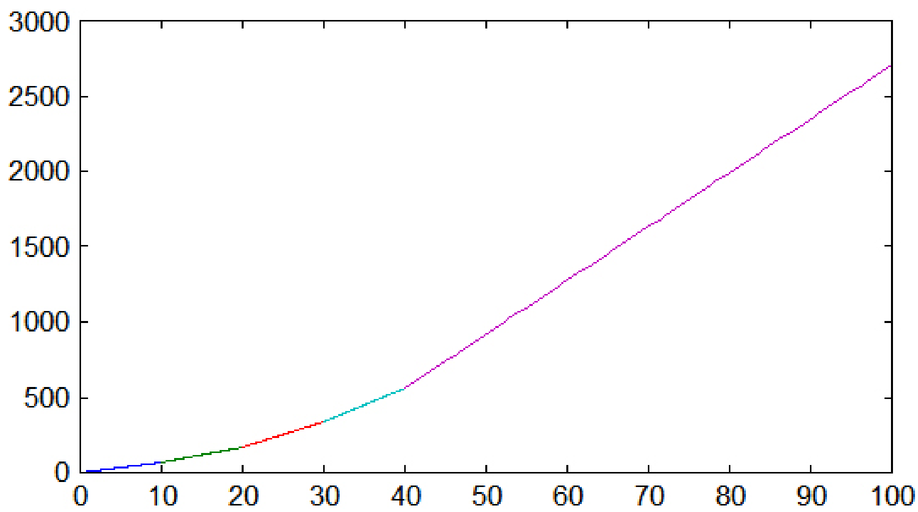


Figura 2.15: Gráfico da função f definida na Atividade 7

Solução.

Passo 1: Abrir o editor de texto do FreeMat e definir "VALORES" como o nome para o programa. No menu do FreeMat, selecione a opção *editor*. Aberta a janela de edição, na linha 1, digita-se o seguinte comando:

```
function VALORES
```

Passo 2: Utilizar o laço de repetição *while* para que, ao serem apresentadas perguntas que permitam a entrada de dois tipos de respostas (sim/não), de acordo com a resposta inserida, o programa seja reinicializado ou, execute ações e encerre-se. Para que o programa seja reinicializado, caso o usuário responda `não`, na linha abaixo dos comandos definidos no Passo 1, digita-se:

```
sim=1; nao=0; continuar=1;
while continuar==1
```

Passo 3: Criar um display com informações referente a aplicação do programa. Cria-se o display, inserindo o comando:

```
disp('Programa para determinar o valor decorrente do
consumo de água das residências de Barra do Garças')
```

Passo 4: Definir a entrada das variáveis independentes da função f. Para selecionar a entrada de valores correspondentes ao consumo em m^3, digita-se o comando:

```
x=input('Insira o consumo em m³==>')
```

Passo 5: Definir as condições e parâmetros de decisão, de acordo com o consumo inserindo, para determinar o valor a pagar.

Passo 5.1: Inserir comando executando ações se o consumo é referente ao primeiro intervalo da função f.

```
if x>=0 & x<=10
consumo=x
y=6.75*x;
disp('Valor a pagar em reais:')
valor=y
```

Passo 5.2: Inserir comando executando ações se o consumo é referente ao segundo intervalo da função f.

```
elseif x>10 & x<=20
consumo=x
y=10.13*x-33.8;
disp('Valor a pagar em reais:')
valor=y
```

Passo 5.3: Inserir comando executando ações se o consumo é referente ao terceiro intervalo da função f.

```
elseif x>20 & x<=30
consumo=x
y=16.88*x-168.8;
disp('Valor a pagar em reais:')
valor=y
```

Passo 5.4: Inserir comando executando ações se o consumo é referente ao quarto intervalo da função f.

```
elseif x>30 & x<=50
consumo=x
y=22.28*x-330.8;
disp('Valor a pagar em reais:')
valor=y
```

Passo 5.5: Inserir comando executando ações se o consumo é referente ao quinto intervalo da função f.

```
elseif x>50
consumo=x
y=35.78*x-870.8;
disp(‘Valor a pagar em reais:’)
valor=y
```

Passo 6: Definir uma pergunta, para que o usuário escolha se o programa deve ser reinicializado, após, encerrar o programa.

```
continuar=input(‘Deseja obter o valor cobrado
para outro consumo?  sim/nao’);
disp(‘* Fim do programa *’)
end
```

Na Figura 2.16, mostra-se uma parte dos comandos relativos ao programa “VALORES” da Atividade 8 no FreeMat.

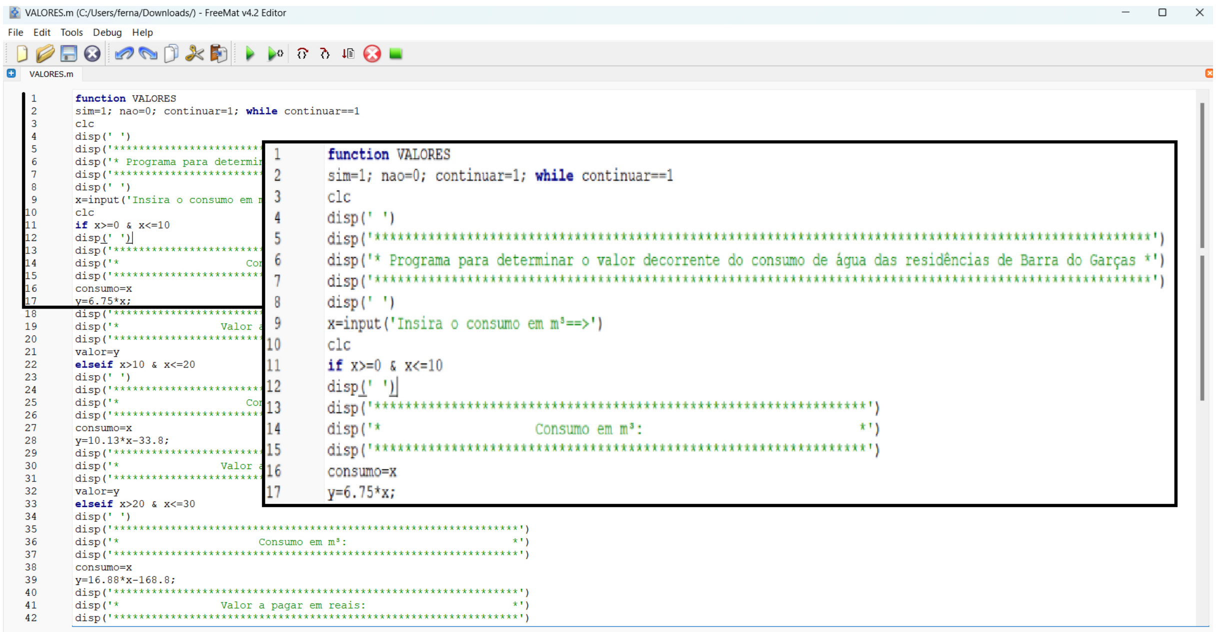


Figura 2.16: Editor do FreeMat e parte dos comandos relativos ao programa “VALORES”

Passo 7: Salvar o programa. Para salvá-lo, na barra do Menu do editor, selecione a opção

File e clique em *Save*. Após selecionado, abrirá uma nova janela onde deve-se escolher um diretório para salvar o arquivo (escolha preferencialmente o diretório onde esteja salvo o FreeMat). O arquivo deve ser nomeado como “VALORES” e salvo na extensão `.m`, assim o arquivo final será: `VALORES.m`.

O programa da Atividade 8 é apresentado integralmente no apêndice. Para utilizá-lo, basta copiar os comandos apresentados, nesse apêndice, e digitá-los em cada linha do editor do FreeMat, salvando-o no diretório corrente do computador. Ressalta-se que, fazendo algumas modificações necessárias no programa “VALORES”, pode ser adequado a qualquer cidade do Brasil.

Atividade 9

Utilize o programa, desenvolvido na Atividade 8, para determinar o valor cobrado para o consumo de $50\,\mathrm{m}^3$ de água. Compare isto com a Atividade 6. O que pode concluir, respeito a sua aplicação.

Objetivo. Apresentar a aplicabilidade e facilidade trazida pela programação computacional para desenvolvimento de problemas e tarefas matemáticas.

Solução.

Passo 1: Abrir o programa ‘VALORES’. Para abrir o programa, na janela de comando digita-se:

```
VALORES
```

Após, pressione `Enter` e o programa será compilado, como mostra-se na Figura 2.17.

Passo 2: Inserir o consumo de $50\,\mathrm{m}^3$. O programa solicitará a inserção de um consumo em m^3, para inserir o consumo de $50\,\mathrm{m}^3$, digita-se:

```
50
```

e, ao pressionar `Enter`, o programa reportará o valor cobrado, como mostra-se na Figura 2.18.

Passo 3: Reinicializar ou encerrar o programa. Ao inserir

```
nao
```

e teclar `Enter`, o programa é reinicializado, sendo apresentado o display da Figura

2.17, caso contrário, se inserir

`sim`

o programa é finalizado, sendo apresentado o display da Figura 2.19.

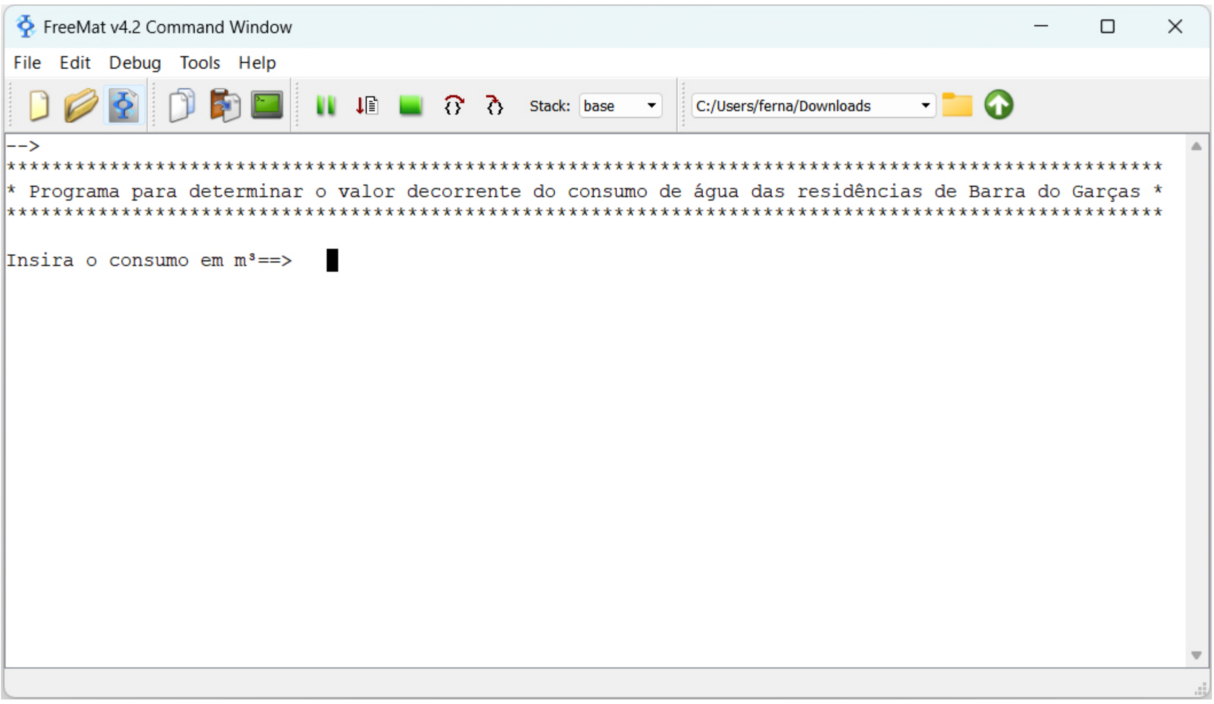


Figura 2.17: Compilando o programa "VALORES" no FreeMat: primeira etapa do programa

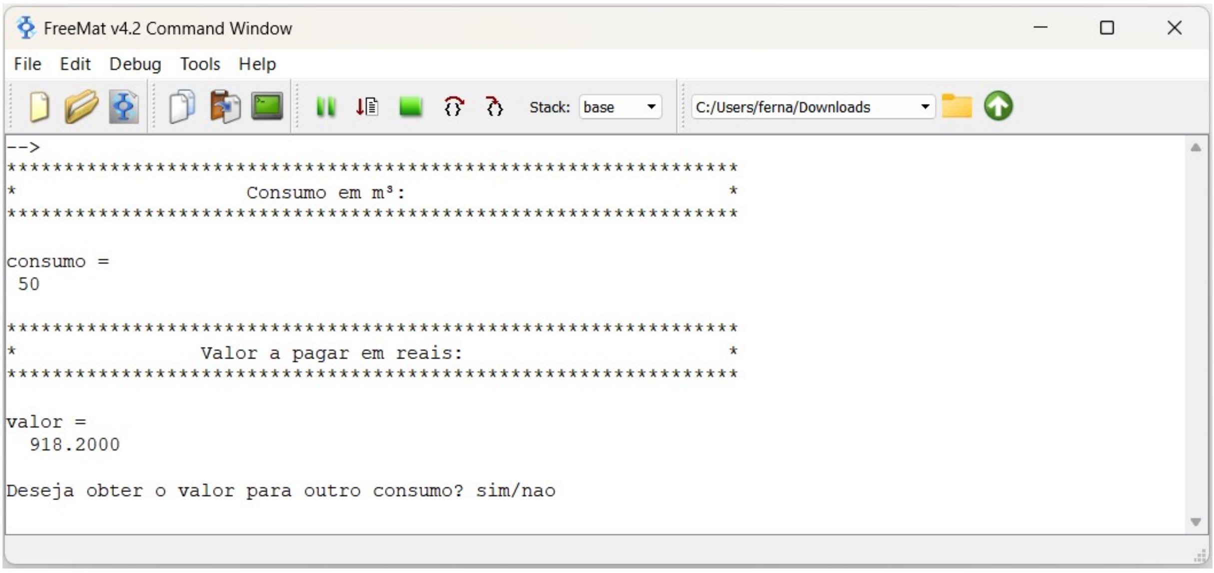


Figura 2.18: Compilando o programa "VALORES" no FreeMat: segunda etapa do programa

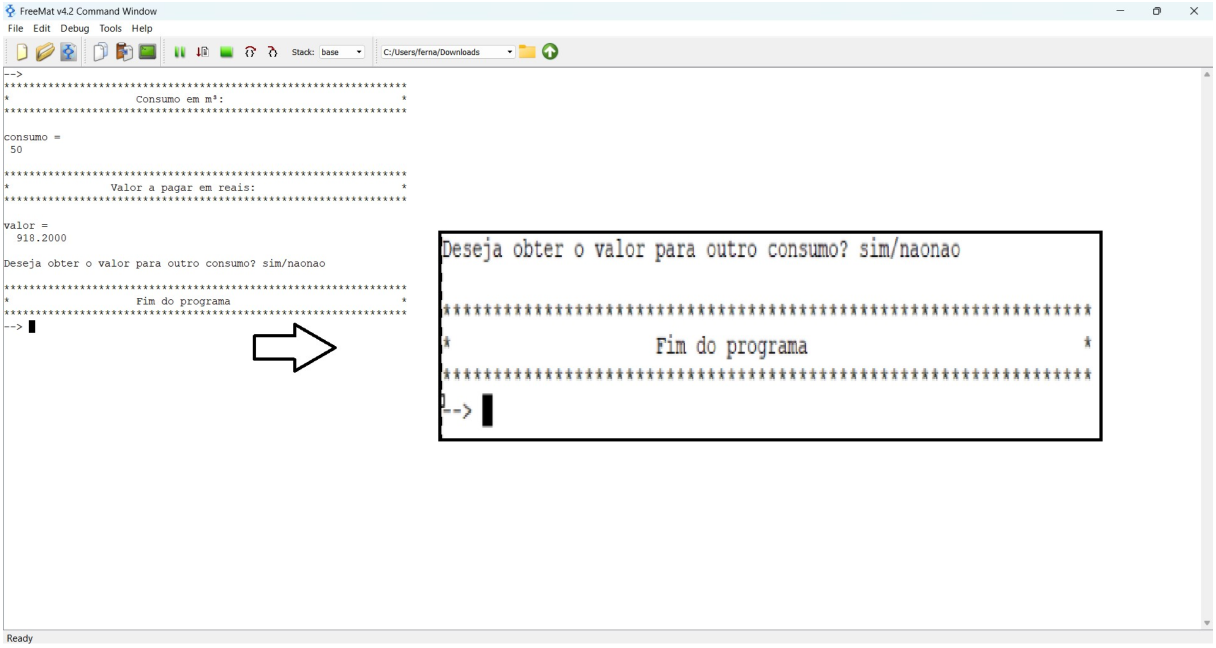


Figura 2.19: Compilando o programa "VALORES" no FreeMat: terceira etapa do programa

Comparando o resultado fornecido pelo programa "VALORES" com a Atividade 6, observa-se que o valor a ser pago é o mesmo, o qual já era esperado. Como o programa foi bem elaborado, segundo a forma de cobrança da empresa Águas de Barra do Garças, conclui-se que ele serve para podermos calcular qualquer consumo de água na cidade de Barra do Garças, MT.

Apêndice

Programa escrito em FreeMat para determinar o valor a pagar para um certo consumo de água das residências de Barra do Garças, MT

```
function VALORES
sim=1; nao=0; continuar=1; while continuar==1
clc
disp(' ')
disp('****************************************************************')
disp('*Programa para determinar o valor decorrente do consumo de água
                                   das residências de Barra do Garças*')
disp('****************************************************************')
disp(' ')
x=input('Insira o consumo em m^3==>')
clc
if x>=0 & x<=10
disp(' ')
disp('****************************************************************')
disp('*                        Consumo em m^3:                       *')
disp('****************************************************************')
consumo=x
y=6.75*x;
disp('****************************************************************')
disp('*                   Valor a pagar em reais:                    *')
disp('****************************************************************')
valor=y
elseif x>10 & x<=20
```

```
disp(' ')
disp('****************************************************************')
disp('*                      Consumo em m³:                          *')
disp('****************************************************************')
consumo=x
y=10.13*x-33.8;
disp('****************************************************************')
disp('*                 Valor a pagar em reais:                      *')
disp('****************************************************************')
valor=y
elseif x>20 & x<=30
disp(' ')
disp('****************************************************************')
disp('*                      Consumo em m³:                          *')
disp('****************************************************************')
consumo=x
y=16.88*x-168.8;
disp('****************************************************************')
disp('*                 Valor a pagar em reais:                      *')
disp('****************************************************************')
valor=y
elseif x>30 & x<=40
disp(' ')
disp('****************************************************************')
disp('*                      Consumo em m³:                          *')
disp('****************************************************************')
consumo=x
y=22.28*x-330.8;
disp('****************************************************************')
disp('*                 Valor a pagar em reais:                      *')
disp('****************************************************************')
valor=y
elseif x>40
disp(' ')
disp('****************************************************************')
disp('*                      Consumo em m³:                          *')
disp('****************************************************************')
```

```
y=35.78*x-870.8;
disp('****************************************************************')
disp('*                   Valor a pagar em reais:                    *')
disp('****************************************************************')
valor=y
end
continuar=input('Deseja obter o valor para outro consumo?  sim/nao');
disp(' ')
disp('****************************************************************')
disp('*                       Fim do programa                        *')
disp('****************************************************************')
end
```

Referências

[1] FreeMat, Website. Disponível em http://freemat.sourceforge.net/. Acesso em 1 de novembro de 2024.

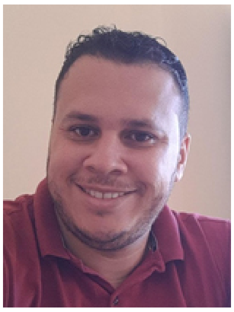
[2] Fernando Henrique Cardoso, "*Utilização do software FreeMat no ensino de funções, matrizes e sistemas lineares no Ensino Médio*", Dissertação de Mestrado, PROFMAT, UFMT/CUA, 2015. Disponível em https://ri.ufmt.br/handle/1/2137.

[3] U. Sodre, A. S. Oliveira, T. P. Corrêa, L. Meneses da Costa, "*FreeMat: uma introdução*", UEL, Londrina-PR, 2009. Disponível em https://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/pdfs/freemat.pdf. Acesso em 1 de novembro de 2024.

Os autores

Juan Elmer Villanueva Zevallos

Possui Graduação em Bacharelado em Matemática (1999) e título de Licenciado em Matemática (2024) pela Universidad Nacional Mayor de San Marcos (1999), Mestrado em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (2002), e Doutorado em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (2008). Realizou Estágio de Pós-Doutorado em Matemática, no período de 01 de maio de 2016 até 30 de abril de 2017, no Programa de Pós-graduação da Faculdade de Matemática, Câmpus Santa Mônica, Universidade Federal de Uberlândia e, no período de 16 de fevereiro de 2023 até 15 de fevereiro de 2024, na Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Atualmente é Professor Associado IV do Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Câmpus Universitário do Araguaia, Universidade Federal de Mato Grosso. Seus interesses de pesquisa são os semigrupos numéricos e a álgebra comutativa.



Fernando Henrique Cardoso

Possui Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Mato Grosso, Especialista em Didática e Metodologia do Ensino Superior pela Faculdade Anhanguera e Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Mato Grosso (PROFMAT). Doutorando em Educação pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Atualmente é professor do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Mato Grosso, Câmpus São Vicente. Seu interesse de pesquisa é na formação de professores, currículo e práticas pedagógicas.