Universidade Federal de Mato Grosso
Instituto de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática

Michael Moises Morais Pereira

Estudo de funções usando dados de condições climáticas

Produto Educacional

Cuiabá/ MT - 2024

Resumo

O produto educacional *Ensino de Funções utilizando Dados de Variações Climáticas* propõe uma abordagem prática e interativa para o ensino de funções matemáticas, utilizando dados climáticos reais, como temperatura, precipitação e umidade. O objetivo principal é estudar funções a partir de dados de fenômenos climáticos, desenvolvendo habilidades de análise, interpretação e modelagem de dados.

Esse produto apresenta um plano de ensino abrange a exploração de conceitos fundamentais de funções matemáticas, como domínio, imagem, máximo, mínimo e taxas de variação, ao mesmo tempo que incentiva a aplicação desses conceitos a dados reais de clima. Através de atividades práticas, os estudantes aprendem a coletar e organizar dados climáticos, a aplicar funções matemáticas para ajustar esses dados e a interpretar os resultados, promovendo a compreensão das variações climáticas e sua previsão.

O uso de tecnologias como Excel, GeoGebra ou Python é integrado ao processo, permitindo aos alunos construir gráficos e analisar os ajustes realizados. Ao longo do curso, espera-se que os estudantes desenvolvam não apenas habilidades matemáticas, mas também um pensamento crítico sobre as implicações ambientais dos modelos criados.

Dessa forma, o produto visa engajar os alunos na utilização de ferramentas matemáticas para analisar fenômenos do mundo real, estimulando a curiosidade e a criatividade no estudo do clima e promovendo a interdisciplinaridade entre matemática e ciências ambientais.

Palavras chave: Funções Matemática; Análise Climática; Temperatura, Modelagem Matemática; Mudanças Climáticas; Educação Matemática; Dados Climáticos; Cuiabá.

Sumário

Introdução

O estudo das funções matemáticas é essencial para compreender fenômenos complexos, como as variações climáticas. A cidade de Cuiabá, localizada em uma região de clima tropical, apresenta características climáticas que exigem uma análise detalhada para entender suas tendências ao longo do tempo. Nos últimos 21 anos, as mudanças na temperatura têm gerado crescente preocupação, refletindo não apenas as variações naturais do clima, mas também os impactos das atividades humanas.

Este trabalho propõe uma sequência didática para investigar as funções matemáticas – lineares, quadráticas e polinomiais – aplicadas aos dados climáticos da região. O uso dessas funções permite identificar padrões e prever comportamentos futuros do clima.

A análise das variações de temperatura não apenas aumenta a conscientização sobre os efeitos das mudanças climáticas, mas também é crucial para áreas como saúde pública, agricultura e planejamento urbano. A partir de exemplos práticos, este estudo visa mostrar como diferentes tipos de funções podem ser utilizadas para interpretar dados climáticos, destacando a importância da matemática na tomada de decisões informadas.

Estudar matemática vai além de aprender fórmulas e cálculos: trata-se de desenvolver habilidades para pensar logicamente, resolver problemas e, acima de tudo, compreender melhor o mundo ao nosso redor. Para muitos, entretanto, conceitos como funções matemáticas podem parecer distantes, abstratos e pouco conectados à realidade cotidiana. Essa desconexão pode tornar o aprendizado desafiador, limitando a percepção do poder e da beleza que a matemática pode proporcionar.

Ao integrar o estudo das funções matemáticas com um tema tão relevante como as condições climáticas, buscamos criar uma experiência de aprendizado que vai além dos números e cálculos. Nosso objetivo é incentivar os alunos a compreender e aplicar a matemática em questões significativas, despertando sua curiosidade tanto pela matemática quanto pela ciência climática. Essa abordagem aproxima essas duas áreas, promovendo uma compreensão prática e profunda das funções e suas aplicações no contexto real.

Este caminho oferece mais do que o domínio de técnicas matemáticas; ele estimula uma visão interdisciplinar e crítica do mundo. A matemática, como habilidade universal, é uma ferramenta poderosa para entender fenômenos concretos, como o clima. Ao usá-la para investigar questões ambientais, transformamos o aprendizado em uma experiência inspiradora, ampliando as possibilidades de conhecimento e ação.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 2018, destaca a relevância de ações pedagógicas que estimulem a curiosidade, o raciocínio lógico, a investigação e o uso de tecnologias no processo de ensino-aprendizagem, destacam-se:

- Exercitar a curiosidade intelectual e utilizar abordagens científicas para investigar, refletir, criar e resolver problemas;
- Compreender e criar tecnologias digitais de maneira ética e significativa;
- Desenvolver o raciocínio lógico e a construção de argumentos convincentes;
- Investigar e validar conjecturas matemáticas com o apoio de tecnologias e prá- ticas experimentais.

Dessa forma, esta sequência didática busca introduzir o estudo das funções matemáticas a partir de dados climáticos de maneira acessível e prática, destacando sua relevância na análise de fenômenos ambientais e explorando suas diversas aplicações. Para alcançar esse propósito, foram definidos os seguintes objetivos:

1. Demonstrar como funções matemáticas podem ser utilizadas para modelar e interpretar dados climáticos, como temperatura, precipitação e umidade
2. Discutir a aplicação de funções lineares, quadráticas e polinomiais para identificar padrões e prever variações climáticas;
3. Proporcionar uma experiência interativa por meio da análise de gráficos e tabelas climáticas, permitindo a construção de modelos matemáticos adequados para diferentes tipos de dados

Com esta proposta, busca-se promover um ensino de geometria espacial que seja significativo e alinhado às competências da BNCC, fomentando a construção do conhecimento matemático e o desenvolvimento de habilidades investigativas e criativas dos estudantes.

Habilidade Trabalhadas

1. **EF09MA06**: Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Capítulo 1

Plano de Ensino

Título	Ensino de Funções utilizando dados de Variações Climáticas
Objetivo Geral	Ensinar conceitos de funções matemáticas aplicadas ao estudo de fenômenos climáticos, desenvolvendo habilidades de modelagem matemática e interpretação de gráficos e dados.
Objetivos Específicos	• Compreender o conceito de função e identificar suas características principais (domínio, imagem, crescimento, decrescimento, máximos, mínimos). • Modelar e interpretar dados climáticos (como temperatura, precipitação e umidade) usando funções lineares, quadráticas e polinomiais. • Avaliar como funções matemáticas podem ser usadas para prever e analisar variações climáticas. • Desenvolver habilidades em interpretação de gráficos e tabelas.

Conteúdos	• **Conceitos de Funções Matemáticas:** Funções lineares, quadráticas e polinomiais; Domínio, imagem, taxa de variação, máximo e mínimo; Representação gráfica de funções. • **Interpretação de Dados Climáticos:** Análise de gráficos e tabelas de temperatura média, umidade e precipitação ao longo dos anos; Modelagem de dados para previsões e tendências. • **Uso de Ferramentas Tecnológicas:** Introdução ao uso de softwares como Excel, GeoGebra, ou Python para gráficos e análise de funções.
Metodologia	• **Introdução Teórica:** Explicação sobre funções e suas aplicações; Tipos de funções (linear, quadrática, polinomiais). • **Atividades Práticas com Dados Reais:** Coleta de dados de variações climáticas; Grupos modelando diferentes conjuntos de dados. • **Modelagem e Interpretação dos Resultados:** Análise e comparação de modelos; Discussão sobre as adequações das funções utilizadas. • **Discussão e Reflexão:** Debates sobre conclusões e a importância de compreender variações climáticas.
Recursos	• Computadores com acesso à internet. • Softwares para gráficos e análise de dados (Excel, GeoGebra ou Python). • Projetor ou quadro interativo.

Avaliação	• Análise de Gráficos: Capacidade de interpretar gráficos. • Apresentação em Grupo: Apresentação da análise de dados e aplicação de funções. • Relatório Individual: Reflexão sobre o uso de funções para interpretação de dados reais.
Duração	4 a 5 aulas de 50 minutos

1.1 Plano de Ensino: Ensino de Funções utilizando Dados de Variações Climáticas

Aula 1: Introdução aos Conceitos de Funções e Aplicação no Clima

- **Objetivos:**
  - Apresentar os conceitos básicos de funções matemáticas e discutir suas aplicações no mundo real, especialmente no estudo do clima.
  - Introduzir os alunos ao tema do plano, mostrando como funções lineares, quadráticas e polinomiais podem modelar dados climáticos.
- **Atividades:**
  - **Explicação Teórica:** Exposição dos tipos de funções (linear, quadrática e polinomial) e suas características, como domínio, imagem, taxa de variação, máximos e mínimos.
  - **Discussão em Grupo:** Conversa sobre como o clima varia ao longo do tempo e como a matemática pode ajudar a compreender e prever essas mudanças.
  - **Exemplos Práticos:** Exibição de gráficos climáticos simples, como variações de temperatura ao longo de um ano, e identificação dos tipos de funções que poderiam modelar essas variações.
- **Recursos:** Quadro, projetor com gráficos climáticos, material impresso de introdução às funções.

Aula 2: Coleta e Análise de Dados Climáticos

- **Objetivos:**
  - Ensinar os alunos a coletar dados reais sobre variáveis climáticas, como temperatura, precipitação e umidade.
  - Introduzir o uso de softwares e ferramentas de visualização para organizar e entender dados numéricos.
- **Atividades:**
  - **Pesquisa Guiada:** Dividir os alunos em grupos para coletar dados climáticos reais de fontes confiáveis (por exemplo, INMET, NASA ou IPCC) sobre uma variável específica (temperatura, precipitação, umidade).
  - **Organização dos Dados:** Cada grupo organiza os dados em tabelas e cria gráficos iniciais, explorando ferramentas como Excel ou Google Sheets.
  - **Interpretação dos Dados:** Os alunos fazem uma breve análise inicial, refletindo sobre padrões observados e discutindo possíveis fatores que influenciam as variações.
- **Recursos:** Computadores, acesso à internet para pesquisa de dados climáticos, softwares de planilhas (Excel ou Google Sheets).

Aula 3: Modelagem Matemática dos Dados com Funções

- **Objetivos:**
  - Aplicar funções matemáticas (linear, quadrática e polinomial) para modelar os dados climáticos coletados.
  - Ensinar os alunos a escolher a função mais adequada para modelar os dados e ajustar os parâmetros para obter uma aproximação mais precisa.
- **Atividades:**
  - **Escolha do Modelo:** Explicação sobre como escolher a função adequada com base no comportamento dos dados.
  - **Aplicação das Funções:** Cada grupo aplica diferentes tipos de funções aos seus dados e ajusta os parâmetros para criar um modelo matemático que represente a variação observada.
  - **Criação de Gráficos:** Com o auxílio de softwares (Excel, GeoGebra ou Python), os alunos produzem gráficos que mostram a função aplicada sobre os dados reais e avaliam o ajuste.

- **Recursos:** Computadores com software de gráficos e funções matemáticas (Excel, GeoGebra ou Python).

Aula 4: Análise dos Resultados e Interpretação dos Modelos

- **Objetivos:**
  - Analisar e interpretar os modelos criados, avaliando a qualidade do ajuste e a adequação do modelo.
  - Discutir as possíveis previsões e limitações de cada modelo matemático.
- **Atividades:**
  - **Avaliação dos Modelos:** Cada grupo analisa o quanto o modelo ajustado representa bem os dados reais, identificando erros e limitações.
  - **Discussão de Previsões:** Os alunos usam seus modelos para prever valores futuros, considerando o comportamento do modelo em diferentes intervalos de tempo.
  - **Comparação entre Grupos:** Cada grupo compartilha suas descobertas e discute os diferentes modelos aplicados aos dados de cada variável climática.
- **Recursos:** Computadores para a análise de dados, projetor para apresentações em grupo.

Aula 5: Apresentação dos Trabalhos e Reflexão Final

- **Objetivos:**
  - Permitir que os alunos apresentem suas conclusões sobre a modelagem dos dados climáticos usando funções matemáticas.
  - Refletir sobre o aprendizado e discutir a importância das funções matemáticas para a análise e compreensão de fenômenos ambientais.
- **Atividades:**
  - **Apresentação em Grupo:** Cada grupo apresenta os gráficos, análises e conclusões sobre os dados estudados, destacando como o modelo foi útil para representar os dados climáticos.
  - **Debate sobre Limitações e Aplicações:** Após as apresentações, os alunos discutem as limitações dos modelos matemáticos e as aplicações práticas para prever variações climáticas e analisar dados ambientais.

  - **Reflexão Final:** Uma breve atividade escrita para que os alunos reflitam sobre o que aprenderam e como podem aplicar esse conhecimento em outras áreas.

- **Recursos:** Computador com projetor, espaço para apresentação.

Capítulo 2

Estudo de Funções com dados climáticos

A tabela a seguir contém os valores máximos mensais de umidade relativa em porcentagem de 2003 a 2023.

Tabela 2.1: Valores Máximos Mensais de Umidade relativa em porcentagem 2003 a 2023

Ano	**Janeiro**	**Fevereiro**	**Março**	**Abril**	**Maio**	**Junho**	**Julho**	**Agosto**	**Setembro**	**Outubro**	**Novembro**	**Dezembro**
2003	95	96	96	96	96	96	96	91	95	94	95	95
2004	95	95	95	96	96	96	97	95	93	96	94	94
2005	94	95	96	95	95	96	95	90	94	93	94	94
2006	94	95	95	95	95	95	96	94	92	94	90	95
2007	96	97	97	96	97	97	97	94	79	95	95	94
2008	95	94	95	95	95	94	95	96	98	95	95	96
2009	96	96	95	97	97	97	95	96	95	96	93	95
2010	95	96	96	96	95	95	96	93	92	96		
2011					95	99	96	93	85	96	96	96
2012	95	95	95	96	96	96	94	93	91	93	94	94
2013	95	95	95	96	96	96	94	93	91	93	94	94
2014	95	94	95	95	95	95	94	76	93	93	94	94
2015	94	95	95	95	94	95	95	91	93	94	94	95
2016	95	95	94	95	94	94	95	87	93	93	94	93
2017	94	94	94	93	94	95	92	94	94	94	94	93
2018	94	94	94	94	94	93	92	93	83	93	93	93
2019	93	94	93	94	94	94	93	91	93	93	93	93
2020	90	91	91	92	91	91		90	77	90	89	88
2021	91	90	90	91	91	89	75	73	84	91	91	91
2022	90	89	91	89	89	91	84	89	90	89	89	89
2023	90	90	89	90	90	91	86	76	89	86	87	89

Regressão Linear

Para realizar a regressão linear com os valores máximos mensais de umidade relativa, começamos organizando os dados anuais. Aqui está a média anual de umidade relativa para cada ano de 2003 a 2023.

Os dados de média de umidade relativa por ano estão na tabela a seguir:

Ano	**Média Máxima de Umidade Relativa (%)**
2003	95.08
2004	95.00
2005	94.25
2006	94.42
2007	94.58
2008	95.00
2009	95.25
2010	94.75
2011	94.67
2012	94.42
2013	94.42
2014	93.92
2015	94.42
2016	94.00
2017	93.67
2018	92.92
2019	92.83
2020	89.75
2021	90.17
2022	89.00
2023	88.00

Tabela 2.2: Média Máxima de umidade relativa por ano.

Regressão Linear - Média Máxima de Umidade Relativa (2003-2023)

Equação da Regressão Linear

A equação da reta de regressão linear segue a fórmula:

$$y = ax + b$$

Onde:

- y é a variável dependente (média máxima de umidade relativa).
- x é a variável independente (ano).

- a é o coeficiente angular (declividade da reta).
- b é o coeficiente linear (intercepto).

Fórmulas para os Coeficientes a e b

Os coeficientes a (inclinação) e b (intercepto) são calculados com as seguintes fórmulas:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n}$$

Onde:

- $n = 21$ (número de anos de 2003 a 2023).
- x_i são os valores de x (anos).
- y_i são os valores de y (média máxima de umidade relativa).
- $\sum x_i$ é a soma de todos os valores de x.
- $\sum y_i$ é a soma de todos os valores de y.
- $\sum x_i y_i$ é a soma do produto de x_i e y_i.
- $\sum x_i^2$ é a soma dos quadrados de x_i.

Cálculos dos Somatórios

Calculamos os somatórios necessários:

$$\sum x_i = 2003 + 2004 + \cdots + 2023 = 42273$$

$$\sum y_i = 95.08 + 95.00 + \cdots + 88.00 = 1952.74$$

$$\sum x_i^2 = (2003)^2 + (2004)^2 + \cdots + (2023)^2 = 850087899$$

$$\sum x_i y_i = (2003 \times 95.08) + (2004 \times 95.00) + \cdots + (2023 \times 88.00) = 40711820.83$$

Cálculo do Coeficiente Angular a

Substituímos os valores na fórmula para a:

$$a = \frac{21 \times 40711820.83 - 42273 \times 1952.74}{21 \times 850087899 - (42273)^2}$$
$$a = \frac{855368237.43 - 82564434.02}{17851845879 - 1786980529}$$
$$a = \frac{772803803.41}{1601485730} \approx -0.2865$$

Cálculo do Coeficiente Linear b

Agora, com o valor de a, podemos calcular b:

$$b = \frac{1952.74 - (-0.2865 \times 42273)}{21}$$
$$b = \frac{1952.74 + 12110.55}{21} = \frac{14063.29}{21} \approx 670.07$$

Equação Final da Regressão Linear

A equação final da reta de regressão linear é:

$$y = -0.2865x + 670.07$$

Interpretação dos Resultados

O coeficiente angular $a = -0.2865$ indica que a cada ano, a média máxima de umidade relativa diminui em aproximadamente 0.2865 pontos percentuais.

O coeficiente linear $b = 670.07$ representa o valor teórico de umidade relativa máxima para o ano $x = 0$ (um valor que não tem um significado prático no contexto, mas matematicamente é o ponto onde a reta intercepta o eixo y).

Essa equação pode ser usada para prever a média máxima de umidade relativa ao longo do tempo.

Equação da Reta de Regressão

Portanto, a equação da reta de regressão linear é:

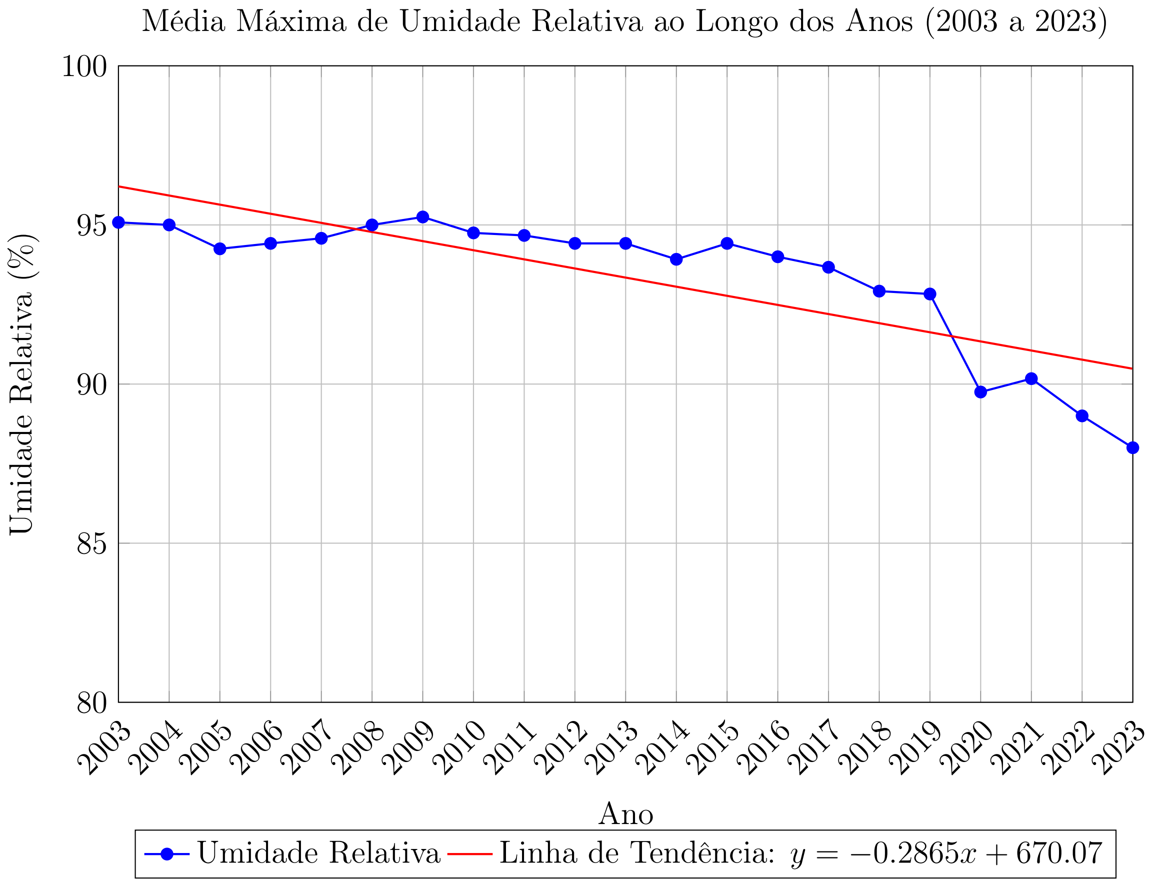

Figura 2.1: Gráfico da média de umidade relativa por ano com linha de tendência

$$y = -0.2865x + 670.07$$

Essa equação pode ser usada para prever a umidade relativa em anos futuros ou explicar a tendência dos dados.

2.0.1 Médias Máximas de umidade relativas Mensais

Os dados fornecidos para as médias mensais de umidade relativa máximas mensais são:

Mês	x	Média Máximas de Umidade Relativa Máxima (y)
Janeiro	1	94.90
Fevereiro	2	94.76
Março	3	94.90
Abril	4	94.81
Maio	5	94.48
Junho	6	94.71
Julho	7	94.21
Agosto	8	90.19
Setembro	9	90.19
Outubro	10	93.36
Novembro	11	93.29
Dezembro	12	93.29

Agora vamos calcular os valores:

$$\sum x = 1 + 2 + 3 + \cdots + 12 = 78$$

$$\sum y = 94.90+94.76+94.90+94.81+94.48+94.71+94.21+90.19+90.19+93.36+93.29+93.29 = 1123.0$$

$$\sum xy = (1 \cdot 94.90) + (2 \cdot 94.76) + (3 \cdot 94.90) + \cdots + (12 \cdot 93.29) = 7611.09$$

$$\sum x^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 12^2 = 650$$

Agora substituímos os valores nas fórmulas para encontrar a e b:

$$a = \frac{12 \cdot 7611.09 - 78 \cdot 1123.09}{12 \cdot 650 - 78^2}$$

$$a = \frac{91333.08 - 87600.42}{7800 - 6084} = \frac{3732.66}{1716} = -0.2734$$

Agora para b:

$$b = \frac{1123.09 - (-0.2734 \cdot 78)}{12} = \frac{1123.09 + 21.32}{12} = \frac{1144.41}{12} = 95.368$$

Portanto, a equação da reta que aproxima os dados é:

$$y = -0.2734 \cdot x + 95.368$$

Essa é a equação da regressão linear. Se precisar de mais ajustes, estou à disposição!

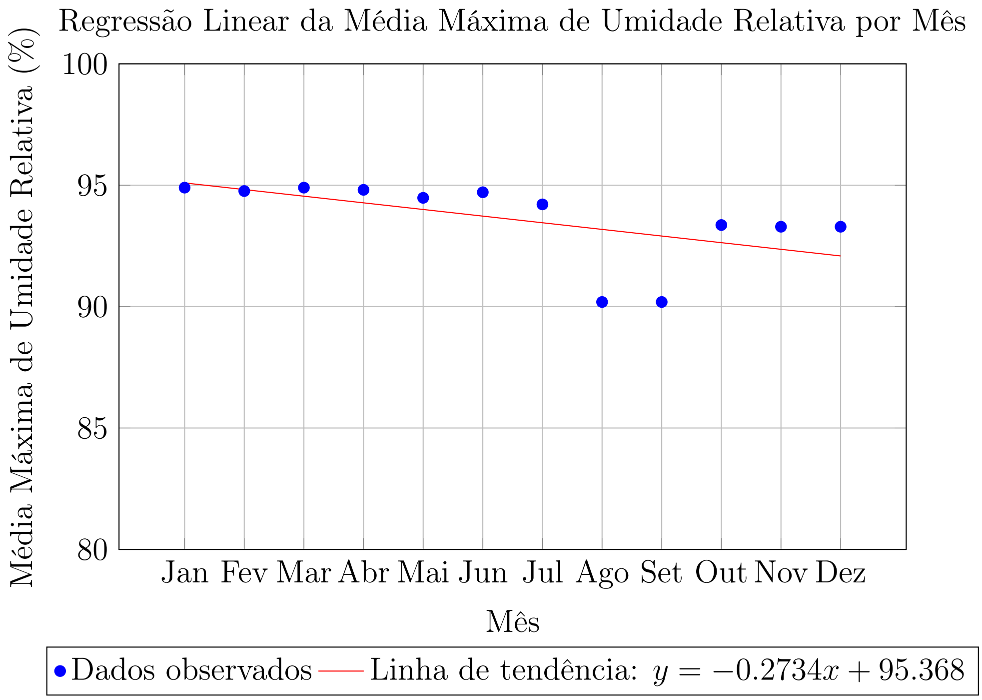

Figura 2.2: Regressão Linear da Média Máxima de Umidade Relativa por Mês

Como podemos observar esta função Afim não se encaixa muito bem ao nosso conjunto de dados, portanto vamos Aplicar uma regressão linear do 2° grau.

Para encontrar a regressão quadrática de um conjunto de dados, utilizamos a fórmula geral de uma função de segundo grau:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Onde queremos determinar os coeficientes a, b e c. O cálculo desses coeficientes pode ser feito usando o método dos mínimos quadrados, ajustando a função para minimizar o erro quadrático entre os valores observados e os valores previstos. O sistema linear de equações é formado a partir das somas dos valores das variáveis.

Dado um conjunto de n pontos (x_i, y_i), temos o seguinte sistema de equações para encontrar a, b e c:

$$\sum y_i = a \sum x_i^2 + b \sum x_i + cn$$

$$\sum x_i y_i = a \sum x_i^3 + b \sum x_i^2 + c \sum x_i$$
$$\sum x_i^2 y_i = a \sum x_i^4 + b \sum x_i^3 + c \sum x_i^2$$

Vamos definir os termos necessários:

$$S_x = \sum x_i, \quad S_{x^2} = \sum x_i^2, \quad S_{x^3} = \sum x_i^3, \quad S_{x^4} = \sum x_i^4$$
$$S_y = \sum y_i, \quad S_{xy} = \sum x_i y_i, \quad S_{x^2y} = \sum x_i^2 y_i$$

O sistema de equações a ser resolvido é:

$$S_y = aS_{x^2} + bS_x + cn$$

$$S_{xy} = aS_{x^3} + bS_{x^2} + cS_x$$

$$S_{x^2y} = aS_{x^4} + bS_{x^3} + cS_{x^2}$$

Agora, vamos calcular esses valores com os dados fornecidos:

$$x_i = [1, 2, 3, \ldots, 12], \quad y_i = [94.90, 94.76, 94.90, \ldots, 93.29]$$

Os cálculos detalhados para as somas são:

$$S_x = \sum x_i = 78$$

$$S_{x^2} = \sum x_i^2 = 650$$

$$S_{x^3} = \sum x_i^3 = 6500$$

$$S_{x^4} = \sum x_i^4 = 75850$$

$$S_y = \sum y_i = 1128.19$$

$$S_{xy} = \sum x_i y_i = 7712.18$$

$$S_{x^2y} = \sum x_i^2 y_i = 63396.62$$

Agora, substituímos essas somas no sistema de equações:

$$1128.19 = a(650) + b(78) + c(12)$$

$$7712.18 = a(6500) + b(650) + c(78)$$

$$63396.62 = a(75850) + b(6500) + c(650)$$

Resolvendo esse sistema, encontramos os valores de a, b e c, que são aproximadamente:

$$a \approx 0.0318, \quad b \approx -0.6868, \quad c \approx 96.33$$

Portanto, a equação final da regressão quadrática é:

$$y = 0.0318x^2 - 0.6868x + 96.33$$

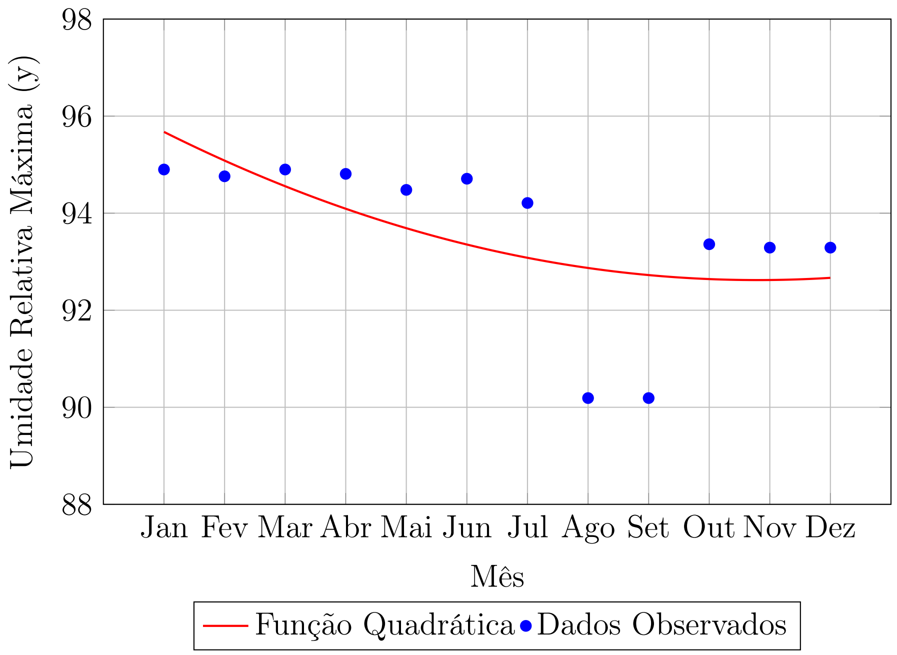

Figura 2.3: Gráfico da função quadrática ajustada e os pontos observados

2.0.2 Regressão Linear Para cada mês de todos os anos

Tabela 2.3: Máximas Temperaturas Mensais Bulbo seco por ano em graus Celsius de 2003 a 2023

Ano	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro
2003	35,8	35,7	34,9	35,6	35,4	34,1	35,5	37,4	38,9	37,2	37,7	35,4
2004	34,0	35,0	35,1	35,0	34,7	33,7	34,7	37,5	39,4	39,6	36,2	36,4
2005	35,2	36,0	35,9	35,9	34,9	35,3	35,6	38,4	38,3	38,0	36,9	34,8
2006	36,5	34,8	34,1	34,8	34,4	34,4	36,4	38,2	37,3	37,2	37,2	35,0
2007	35,6	35,7	36,4	35,7	35,1	34,8	35,1	35,5	39,5	39,2	35,7	34,2
2008	34,6	34,5	33,7	35,0	34,3	33,7		38,8	40,4	40,4	38,7	36,4
2009	37,2	35,6	36,3	35,6	34,9	34,0	35,7	37,9	40,0	38,4	36,7	35,1
2010	35,9	36,3	37,0	36,8	35,9	36,2	35,9	40,0	41,4	36,9		
2011				34,2	35,2	36,3	38,9	38,8	37,9	37,0	35,1	
2012	34,0	35,4	34,8	34,4	33,0	33,1	35,0	36,8	39,8	39,3	37,1	35,8
2013	34,7	34,5	35,8	34,2	34,7	34,3	35,4	37,9	39,2	37,4	35,6	35,1
2014	34,2	34,6	33,2	34,2	33,1	33,4	34,8	37,6	38,6	39,4	35,7	34,9
2015	37,2	34,5	33,7	33,5	33,9	34,0	36,0	39,7	40,4	40,1	38,1	36,4
2016	36,0	35,2	35,2	36,4	35,1	35,1	36,9	38,2	38,5	38,4	35,6	35,1
2017	35,0	34,0	35,6	34,6	33,9	34,1	35,3	38,9	39,2	38,5	35,7	33,6
2018	35,5	33,4	35,3	35,6	34,6	33,7	35,4	38,2	39,4	35,9	35,3	34,9
2019	35,1	35,3	34,7	34,9	34,4	34,2	34,0		40,9	38,9	37,3	37,1
2020	37,0	35,9	37,0	36,8	34,7	35,5	36,7	40,5	41,6	43,2	39,0	38,0
2021	38,9	36,8	35,2	34,9	35,6	36,9	36,8	39,8	41,9	39,7	36,1	35,9
2022	36,6	35,0	34,9	36,2	36,0	35,5	36,8	38,5	39,7	38,1	38,4	36,5
2023	35,5	36,1	35,8	35,4	35,3	35,5	37,5	39,7	41,4	43,2	40,7	41,5

Regressão Linear Mensal

As equações de regressão linear para cada mês, considerando os anos de 2003 a 2023, estão listadas abaixo. A equação geral é da forma:

$$y = a \cdot x + b$$

Onde x representa o ano (1 para 2003, 2 para 2004, e assim por diante), y é a temperatura máxima do bulbo seco, a é o coeficiente angular, e b é o intercepto.

Janeiro

$$y = 0.0648 \cdot x + 35.005$$

Fevereiro

$$y = -0.0023 \cdot x + 35.240$$

Março

$$y = 0.0089 \cdot x + 35.131$$

Abril

$$y = 0.0081 \cdot x + 35.135$$

Maio

$$y = 0.0088 \cdot x + 34.622$$

Junho

$$y = 0.0518 \cdot x + 34.087$$

Julho

$$y = 0.0495 \cdot x + 35.363$$

Agosto

$$y = 0.1024 \cdot x + 37.319$$

Setembro

$$y = 0.1064 \cdot x + 38.530$$

Outubro

$$y = 0.1156 \cdot x + 37.586$$

Novembro

$$y = 0.0594 \cdot x + 36.278$$

Dezembro

$$y = 0.1235 \cdot x + 34.509$$

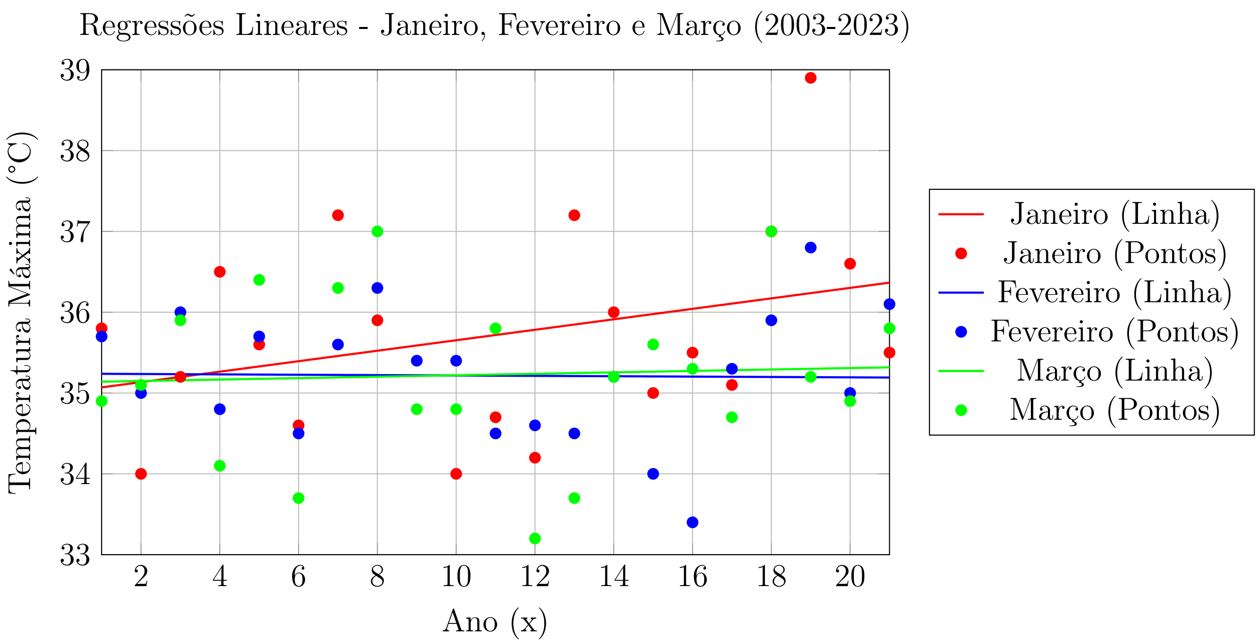

Figura 2.4: Regressões Lineares para Janeiro, Fevereiro e Março (2003-2023)

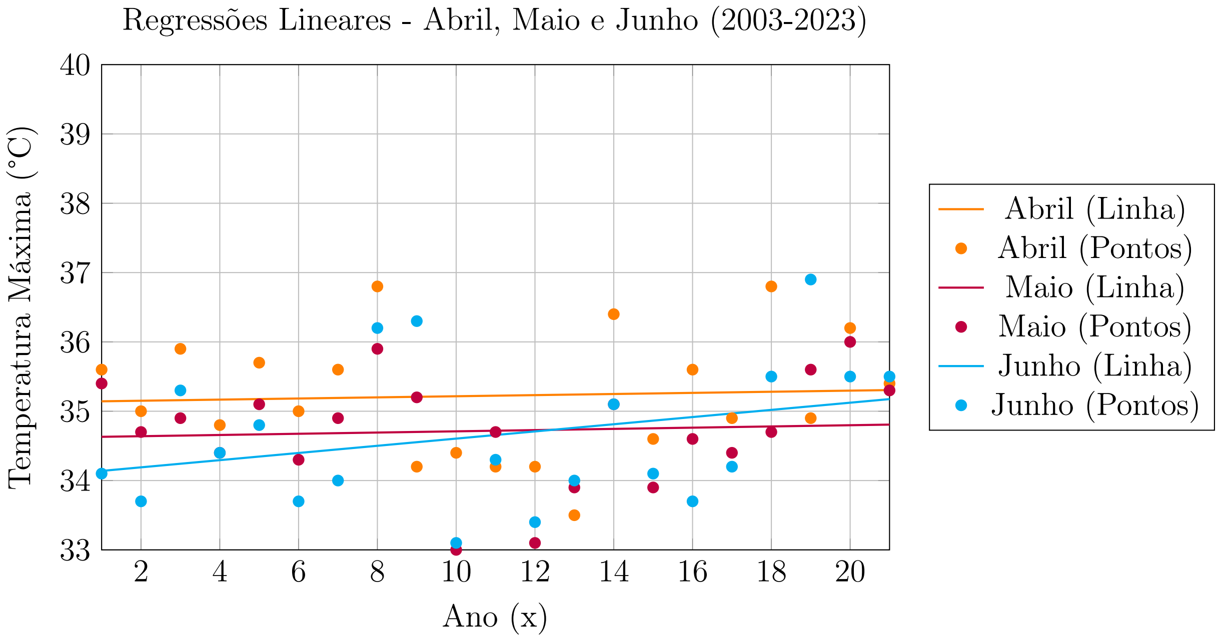

Figura 2.5: Regressões Lineares para Abril, Maio e Junho (2003-2023)

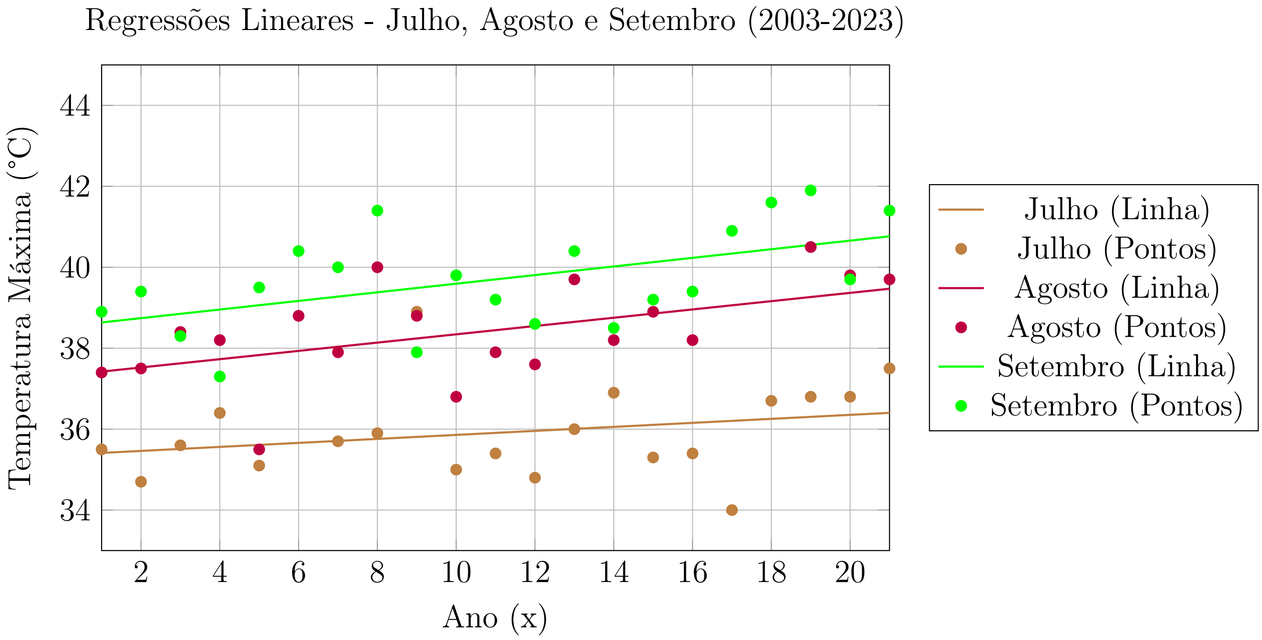

Figura 2.6: Regressões Lineares para Julho, Agosto e Setembro (2003-2023)

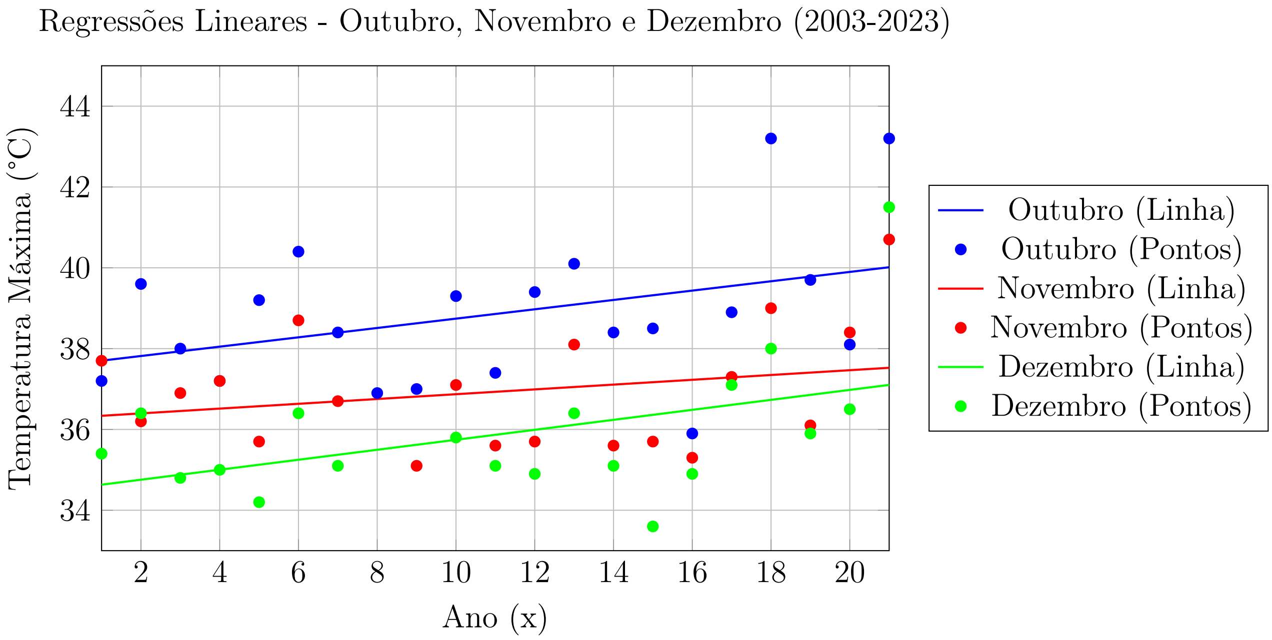

Figura 2.7: Regressões Lineares para Outubro, Novembro e Dezembro (2003-2023)

2.1 Regressão Linear em Precipitação

2.1.1 Quantidade de chuvas por hora

Para encontrar a regressão de segundo grau para o conjunto de dados fornecido, utilizamos o método dos mínimos quadrados para ajustar a equação da forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Para ajustar uma equação de segundo grau, utilizamos um sistema de equações normais baseado na soma de quadrados. As fórmulas gerais são as seguintes:

$$S_{xx} = \sum x^2, \quad S_{xxx} = \sum x^3, \quad S_{xxxx} = \sum x^4$$
$$S_{xy} = \sum xy, \quad S_{xxy} = \sum x^2 y, \quad S_y = \sum y$$
$$S_x = \sum x, \quad S_{x^2} = \sum x^2$$

O sistema de equações normais será:

Tabela 2.4: Número de registros de chuvas por hora em Cuiabá de 2003 a 2023

Ano	**Janeiro**	**Fevereiro**	**Março**	**Abril**	**Maio**	**Junho**	**Julho**	**Agosto**	**Setembro**	**Outubro**	**Novembro**	**Dezembro**
2003	51	60	97	58	19	1	0	0	1	3	36	35
2004	86	57	2	7	4	7	12	2	4	34	72	60
2005	78	52	70	37	3	6	0	2	33	33	32	58
2006	71	113	86	59	4	4	11	10	16	50	5	19
2007	62	99	43	42	8	3	19	8	1	55	72	65
2008	114	34	59	26	0	0	1	1	2	13	32	67
2009	44	39	41	22	29	20	14	14	31	25	58	94
2010	105	72	73	20	0	1	6	0	5	12		
2011					1	8	10	11	2	27	30	42
2012	55	66	71	24	57	37	4	0	17	20	77	47
2013	79	84	60	32	13	17	5	0	13	48	58	78
2014	88	112	70	20	11	15	31	0	19	38	71	72
2015	43	2	51	38	23	2	11	0	11	28	47	37
2016	119	18	66	20	5	4	0	41	10	56	67	71
2017	65	73	81	28	21	0	4	13	1	21	33	58
2018	58	88	58	41	13	8	2	6	29	41	81	62
2019	50	62	43	63	19	0	0	0	7	31	28	41
2020	41	76	26	15	34	0	0	5	3	32	22	38
2021	66	39	49	23	9	5	0	0	7	28	47	69
2022	70	56	7	11	1	33	0	16	16	41	25	44
2023	67	52	65	58	9	16	0	2	24	24	24	33

Tabela 2.5: Média Mensal de Registros de Chuvas por Hora em Cuiabá (2003-2023)

Mês	**Média Mensal**
Janeiro	70,60
Fevereiro	62,70
Março	55,90
Abril	32,20
Maio	13,48
Junho	8,19
Julho	5,24
Agosto	5,29
Setembro	12,57
Outubro	27,81
Novembro	48,38
Dezembro	49,62

$$n \cdot c + S_x \cdot b + S_{xx} \cdot a = S_y$$
$$S_x \cdot c + S_{xx} \cdot b + S_{xxx} \cdot a = S_{xy}$$
$$S_{xx} \cdot c + S_{xxx} \cdot b + S_{xxxx} \cdot a = S_{xxy}$$

Os valores de x são os meses representados numericamente: $1, 2, 3, \ldots, 12$.
Os valores de y são as médias mensais dos registros de chuvas:

$$y = [70.60, 62.70, 55.90, 32.20, 13.48, 8.19, 5.24, 5.29, 12.57, 27.81, 48.38, 49.62]$$

Agora, calculamos as somas necessárias:

$$S_x = 1 + 2 + 3 + \cdots + 12 = 78$$

$$S_{xx} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 12^2 = 650$$

$$S_{xxx} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 12^3 = 6500$$

$$S_{xxxx} = 1^4 + 2^4 + \cdots + 12^4 = 91584$$

$$S_y = 70.60 + 62.70 + \cdots + 49.62 = 392.38$$

$$S_{xy} = (1 \cdot 70.60) + (2 \cdot 62.70) + \cdots + (12 \cdot 49.62) = 2331.29$$

$$S_{xxy} = (1^2 \cdot 70.60) + (2^2 \cdot 62.70) + \cdots + (12^2 \cdot 49.62) = 18005.67$$

Agora podemos montar o sistema de equações:

$$12c + 78b + 650a = 392.38$$

$$78c + 650b + 6500a = 2331.29$$

$$650c + 6500b + 91584a = 18005.67$$

Resolvendo o sistema, obtemos os valores dos coeficientes a, b e c:

$$a = 1.9224, \quad b = -27.3758, \quad c = 106.4773$$

A equação final da regressão de segundo grau é:

$$y = 1.9224 \cdot x^2 - 27.3758 \cdot x + 106.4773$$

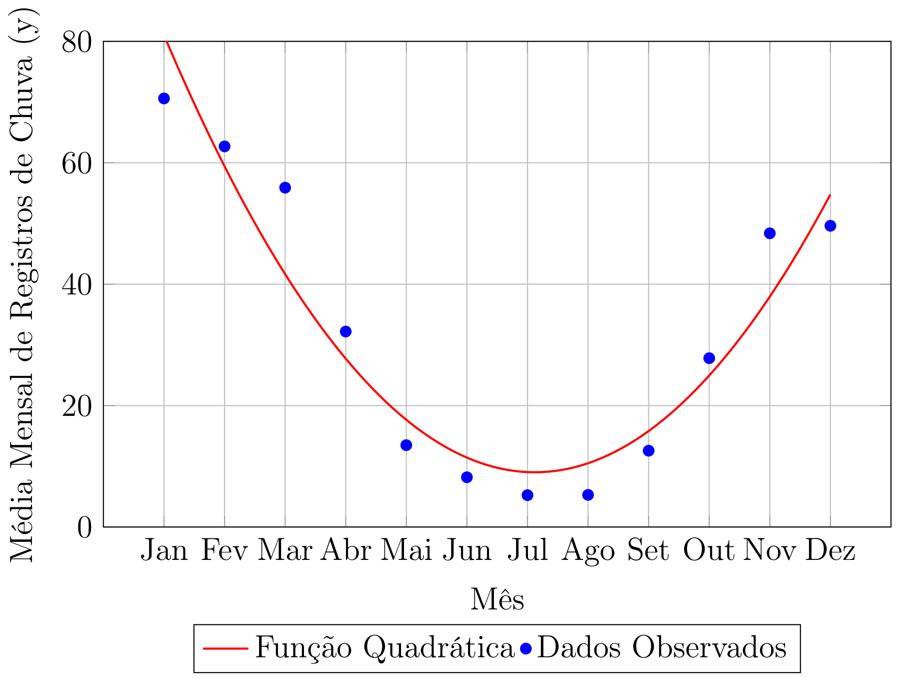

Figura 2.8: Gráfico da função quadrática ajustada e os pontos observados

Referências Bibliográficas

[1] Viessman, W., Lewis, G. L., & Knapp, J. W. (2006). *Hidrologia: Fundamentos e Aplicações*. Prentice Hall.

[2] World Meteorological Organization. (2014). *WMO-No. 8, Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation*. WMO.

[3] Ahrens, C. D. (2018). *Meteorology Today: An Introduction to Weather, Climate, and the Environment*. Cengage Learning.

[4] Sevruk, B. (1993). Measurement of Precipitation. In D. R. Maidment (Ed.), *Handbook of Hydrology*. McGraw-Hill.

[5] Viessman Jr., W., & Lewis, G. L. (2002). *Introduction to Hydrology*. Prentice Hall.

[6] Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W. (1988). Calculation Methods of Precipitation. In *Applied Hydrology*. McGraw-Hill.

[7] Ahrens, C. D. (2018). *Meteorology Today: An Introduction to Weather, Climate, and the Environment*. Cengage Learning.

[8] Harrison, R. G. (2010). *Meteorological Measurements and Instrumentation*. Wiley-Blackwell.

[9] Stull, R. B. (2000). *Meteorology for Scientists and Engineers*. Brooks/Cole.

[10] Rogers, R. R., & Yau, M. K. (1996). *A Short Course in Cloud Physics*. Butterworth-Heinemann.

[11] STEWART, James. *Cálculo: Versão para Universidades*. 8. ed. Cengage Learning, 2015.

[12] LARSON, Ron; EDWARDS, Bruce H. *Cálculo: Conceitos e Contextos*. 5. ed. Cengage Learning, 2016.

[13] MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. 7. ed. Wiley, 2018.

[14] BISHOP, Christopher M. *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer, 2006.

[15] OLIVEIRA, Pedro R. *Meteorologia para Engenharia e Ciências Ambientais*. Editora Blucher, 2018.

[16] ROGER, Paulo. *Meteorologia: Princípios e Aplicações*. Editora Ciência Moderna, 2017.

[17] WILKS, Daniel S. *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. 4. ed. Academic Press, 2019.

[18] James Stewart, *Cálculo: Volume 1*, 9ª edição, Cengage Learning, 2015.

[19] Ron Larson e Bruce Edwards, *Cálculo: Conceitos e Contextos*, 4ª edição, Cengage Learning, 2014.

[20] Tom M. Apostol, *Cálculo: Volume 1*, Wiley, 1967.

[21] Mary L. Boas, *Mathematical Methods in the Physical Sciences*, 3ª edição, Wiley, 2006.

[22] Lloyd N. Trefethen, *Numerical Linear Algebra*, SIAM, 2000.

[23] Douglas C. Montgomery, Elizabeth A. Peck, G. Geoffrey Vining. *Introduction to Linear Regression Analysis*. John Wiley & Sons, 5ª Edição, 2012.

[24] Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach. *A History of Mathematics*. John Wiley & Sons, 2ª Edição, 2011.

[25] James Stewart. *Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning, 8ª Edição, 2015.

[26] Kenneth Hoffman, Ray Kunze. *Linear Algebra*. Prentice Hall, 2ª Edição, 1971.

[27] Richard L. Burden, J. Douglas Faires. *Numerical Analysis*. Cengage Learning, 10ª Edição, 2015.

[28] Murray R. Spiegel, Robert E. Moyer. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*. Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 3ª Edição, 2009.

[29] Gilbert Strang. *Linear Algebra and Its Applications*. Brooks Cole, 4ª Edição, 2005.

[30] Walter Rudin. *Principles of Mathematical Analysis*. McGraw-Hill, 3ª Edição, 1976.

[31] LIMA, Elon Lages. *Funções – Coleção Matemática*. São Paulo: SBM - Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

[32] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos; DOLCE, Osvaldo; PAIVA, Heitor. *Matemática: Contexto e Aplicações*. São Paulo: Saraiva, 2002.