Ensino de semelhança de triângulos via Metodologias Ativas

Fernanda Cristine Guimarães Agostini
Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
fernandagostini@aluno.ufsj.edu.br

Francinildo Nobre Ferreira
Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
nobre@ufsj.edu.br

Resumo: O presente trabalho apresenta algumas considerações sobre as metodologias ativas e suas modalidades, no ensino da Matemática nos anos finais do ensino fundamental. As metodologias ativas se apresentam como estratégias pedagógicas, visando uma educação desafiadora, transformadora e significativa, em que o aluno ocupa o centro do processo de ensino como agente principal responsável e comprometido com a construção do conhecimento. O grande desafio do ensino da Matemática tem sido inserir o aluno como protagonista no processo de aprendizagem, neste sentido é apresentado uma proposta de introdução do conteúdo de Semelhança de Triângulos utilizando as metodologias ativas de sala de aula invertida, através de ferramenta de colaboração e a aprendizagem baseada em problemas.

Palavras-chave: Metodologias ativas, aprendizagem, colaboração.

Introdução

A educação vem passando por muitas transformações nas últimas décadas buscando alcançar a tão desejada educação de qualidade. Pensar a educação que promova de fato a transformação do indivíduo e da sociedade tem sido o grande desafio de educadores e teóricos que se dedicam ao assunto.

As concepções de educação contemporânea demandam novas estratégias de aprendizagem tendo em vista o novo perfil do aluno, hoje, muito mais interativo, dinâmico e protagonista de seu conhecimento, que pensa e age de forma diferente, que lida com a tecnologia de forma diferente e que precisa ser motivada para que crie memória de longo prazo. É preciso então que a escola esteja pronta para receber e trabalhar este novo aluno.

Neste sentido, as metodologias ativas, tão discutidas no cenário educacional surgem como novas possibilidades ou ferramentas que podem contribuir para uma aprendizagem significativa. Assim, as ações educativas de acordo com Bezerra e Carvalho (2011, p.237) devem estar centradas "na construção de um processo educativo alicerçado na interatividade e na criatividade, na qual deverá provocar discussões, duvidas e instigar a aprendizagem dos estudantes". Este contexto motivou a pesquisa, buscando apresentar algumas considerações sobre as metodologias ativas de aprendizagem, servindo de arcabouço teórico para os professores de Matemática, com objetivo de apresentar uma proposta de metodologia ativa aplicada na aprendizagem Semelhança de Triângulos no nono ano do ensino fundamental, de forma a contribuir com a prática docente na busca de uma aprendizagem efetiva e de qualidade.

Metodologias Ativas e sua aplicação na matemática

O propósito da educação do mundo contemporâneo é o de preparar os alunos para os desafios de um mundo muito diferente, totalmente conectado e cada vez mais tecnológico, onde as informações chegam de forma rápida e constante. E neste sentido, o perfil do aluno não é mais aquele que recebe o conhecimento de forma passiva, mas aquele capaz de entender e se relacionar com o mundo que o cerca, pesquisando, compreendendo e transformando o meio em que vive.

As metodologias ativas surgem como uma possibilidade de enfrentar os desafios da educação do século XXI. O maior desafio da educação é proporcionar em ambiente que possa promover e estimular o aluno na busca do próprio conhecimento de forma crítica e autônoma.

Bastos (2006, p.01) conceitua Metodologias Ativas como "processos interativos de conhecimento, análise, estudos, pesquisas e decisões individuais ou coletivas, com a finalidade de encontrar soluções para um problema"

Para Moran (2018, p.41/42) "Metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida"

Hoje existem várias metodologias ativas que fazem parte da prática pedagógica de um grande número de profissionais da educação. Valente (2014) observa que elas estão cada vez mais presentes no dia a dia da escola.

A sala de aula invertida, segundo Valente (2019) é uma abordagem em que o aluno estuda antes da aula e este espaço se torna um lugar de aprendizagem ativa, em que há perguntas, discussões e atividades práticas. O professor trabalha as dificuldades dos alunos, ao invés de apresentações sobre o conteúdo da disciplina. Neste sentido, observa-se uma verdadeira inversão e conforme Bergmann & Sams (2012, p. 11), "o que tradicionalmente é feito em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula". Para Ramal (2015, p.12), na sala de aula invertida:

> o aluno estuda os conceitos básicos antes da aula, com vídeo, textos, arquivos de áudio, games e outros recursos. Em sala, o professor aprofunda o aprendizado com exercícios, estudos de caso e conteúdos complementares. Esclarece dúvidas e estimula o intercâmbio entre a turma.

A Ferramenta de colaboração constitui um recurso, muito interessante no estudo da Matemática que pode ser utilizada dentro da Sala de Aula Invertida. Esta ferramenta é um recurso que promove a interatividade dos alunos na construção do conhecimento, apresentando questionamentos que devem ser respondidos pelos alunos num processo de colaboração.

O feedback após a realização das atividades presenciais constitui um momento importante em que o professor esclarece as dúvidas. E por fim, o material a ser utilizado on-line e os ambientes de aprendizagem em sala de aula devem ser bem estruturados e bem planejados (Bacich, 2018).

A aprendizagem baseada em problema - Problem Based Learning (PBL) constitui uma metodologia ativa que busca a motivação do aluno, estímulo ao pensamento crítico, a motivação pela pesquisa, sendo seu objeto a solução de problemas. Entretanto, é preciso entender a extensão da metodologia, visto que, conforme destaca Ribeiro (2005) não se trata de um processo de resolução de problemas teóricos, aplicados ao final da explicação de um conceito ou conteúdo, mas uma forma de aprendizagem estruturada em torno da solução de problemas reais. Mattar (2017, p. 56) esclarece que "...na ABP, os problemas são elaborados pelos professores para os alunos, em função do programa da disciplina ou do curso." Segundo o autor, os objetivos são previamente estabelecidos onde são levantadas hipóteses pelos alunos acerca dos questionamentos propostos pelo professor. É importante destacar que a ABP promove uma construção coletiva, sendo importante a comunicação e o trabalho coletivo.

A metodologia ativa instrução por pares – Peer Instruction,- tem sido aplicada nas aulas de matemática com grande sucesso. Esta metodologia desenvolvida em 1991, por Eric Mazur consiste em aprendizagem cooperativa ente os alunos. O objetivo é fazer com que os alunos se sintam encorajados a compartilharem suas dúvidas. Inicialmente é feita uma explanação sobre determinado tema, sendo aplicado teste conceitual, realizado individualmente, logo em seguida com votação entre os alunos. Podem ser questões de múltipla escolha para facilitar o processo com objetivo de testar a capacidade de raciocínio dos estudantes. O professor então verifica a porcentagem de acertos, que direcionará a próxima etapa. Quando a porcentagem de acerto é até 30%, o professor fará uma revisão do conteúdo e repete o procedimento, com novo teste. Se o percentual ficar entre 30% e 70% dos participantes é feita a formação de grupos para discussão do tema. Caso a porcentagem de acertos seja superior a 70%, o professor faz uma breve explicação do tema e inicia-se novo processo abordando outro tema.

A gamificação ou aprendizagem baseada em games tem sido uma interessante metodologia aplicada na escola, tendo em vista seu caráter motivador, envolvendo os alunos no processo de aprendizagem de forma prazerosa e intensa. Segundo Mattar (2017, p. 80) "...jogar games desenvolve a capacidade de manipular sistemas complexos e deduzir regras pela observação". Isto porque as regras no game não são previamente estabelecidas, exigindo do aluno o levantamento das estratégias do jogo para sua execução.

Todas as modalidades de metodologias ativas podem ser aplicadas nas aulas de matemática, de forma a torná-la mais significativa e capaz de promover o desenvolvimento de habilidades e competências descritas na Base Nacional Comum Curricular.

Neste sentido, o professor deve criar um ambiente que seja favorável a construção de conhecimento de forma significativa e efetiva. O que se pretende é levar o aluno não somente a resolver problemas, mas ser capaz de relacionar com outras áreas do conhecimento e com situações do seu cotidiano.

Neste estudo buscou-se apresentar uma proposta construída através de metodologias ativas, para alunos do 9º ano, trabalhando o conceito e os casos de Semelhança de triângulos, visto que o 9º ano constitui uma etapa importante de transição do ensino fundamental para o ensino médio. A escolha do conteúdo se deve ao fato de buscar explorar conceitos importantes utilizando como estratégia principal a metodologia ativa "Aprendizagem baseada em problemas", sendo utilizadas no decorrer da dinâmica a "Sala de Aula invertida" através de ferramenta de colaboração. A importância dessa abordagem se dá em apresentar o conteúdo de forma dinâmica, participativa e de construção dos conceitos pelos próprios alunos, utilizando a interação como forma de aprendizagem. Desta forma, as aulas expositivas cedem lugar a um movimento de busca efetiva do conhecimento pelo próprio aluno, sendo estes protagonistas de sua aprendizagem.

O planejamento apresentado neste estudo deve levar em conta a participação efetiva dos alunos e para tanto, o professor deve ter uma relação de transparência em todo o processo, o que vale dizer que todas as etapas devem ser conhecidas pelos alunos, numa dinâmica constante de diálogo entre professor e aluno. O professor deve então manter um guia de orientação com todos os passos a serem desenvolvidos durante todo o processo de aprendizagem.

Sequência Didática

O conteúdo trabalhado é Semelhança de Triângulos para turmas do 9º ano do Ensino Fundamental II, distribuído em cinco aulas de 50 minutos cada. O objetivo, em todas as etapas, é promover o desenvolvimento da habilidade (EF09MA12): Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. Os recursos utilizados se compõem de Plataforma de ensino (google classroom), Livro didático e Internet-computador ou smartfone. As metodologias usadas são Sala de Aula Invertida – Ferramenta de colaboração e Aprendizagem Baseada em Problemas.

Etapa 1- Sala de aula Invertida (2 a 3 aulas de 50 minutos cada)

A metodologia de sala de aula invertida será realizada através da ferramenta de colaboração que será disponibilizada em uma plataforma de ensino, como por exemplo Google Classroom. A ferramenta será trabalhada em três momentos, buscando explorar didaticamente a ideia de semelhança, a definição de semelhança de triângulos e por fim as condições necessárias para que dois triângulos sejam semelhantes. O professor apresentará perguntas sobre o conteúdo através de uma ferramenta de colaboração, onde cada aluno irá registrar sua participação, no item "Resposta" ou complementando a resposta de outro aluno no item "Complementação". O objetivo é que haja uma interação entre os alunos. O professor após análise do diálogo entre os alunos, de respostas e complementação, fará sua intervenção no campo feedback do professor.

Ferramenta de Colaboração

A seguir você encontra um quadro com alguns questionamentos em que sua participação é importante e se dá respondendo uma ou mais perguntas ou complementando as respostas do colega. Não se esqueça de colocar seu nome na sua participação

PERGUNTA	RESPOSTA	COMPLEMENTAÇÃO	FEEDBACK DO PROFESSOR
1)- Quando você ouve a palavra			

semelhante o que vêm a sua mente?			
2)- Observe o elefante e seu filhote. Você acha que são semelhantes?  **Figura 1 –** Elefante e seu filhote. **Fonte:** https://www.mundoinverso.com.br/12-maiores-gestacoes-do-mundo-animal/. Os cinco grandes animais africanos são semelhantes?  **Figura 2 –** Animais africanos. **Fonte:** https://a-z-animals.com/blog/the-big-five/.			
3)- Há semelhança nestas duas imagens? Aponte as características ou elementos que justifiquem sua afirmação.  **Figura 3 –** Igreja São Francisco de Assis - São João del Rei Mg. **Fonte**: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Ig			

reja_de_S%C3%A3o_Francisco_de_Assis _em_S%C3%A3o_Jo%C3%A3o_del-Rei_-_Fachada.jpg.  **Figura 4** – Igreja Nossa Senhora do Carmo - São João del rei-MG. **Fonte**: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Igreja_Nossa_Senhora_do_Carmo_em_São_João_Del_Rei.jpg.			

Tabela 1 – Demonstração da ferramenta de colaboração.

Aula 2 -

Nas atividades 4, 5 e 6 continuaremos com a ferramenta de colaboração para introduzir o conceito de semelhança de triângulos.

4) Que figuras geométricas você observa nessa imagem? 			

Figura 5 – Arquitetura de São João del Rei. **Fonte:** https://saojoaodelreitransparente.com.br/galleries/view/118/image:869.			
5)- Nas construções podemos observar a presença de figuras geométricas. Nesta arquitetura observamos a presença de triângulos. Esses dois triângulos assinalados são semelhantes?  **Figura 6** – recorte da figura 5.  **Figura 7** – recorte da figura 5. Quais características você encontrou para concluir que são semelhantes?			
6) Utilizando o recurso disponível, por exemplo o GeoGebra, nomeie os vértices do primeiro triângulo como A, B e C e os vértices do segundo como E, F e G mantendo a mesma ordem, correspondência e o mesmo sentido (horário ou anti-horário) e meça cada ângulo desses dois triângulos. O que você observou? Em seguida, identifique a medida de			

cada lado desses dois triângulos. Dividindo as medidas dos lados correspondentes, o que você observou?			

Tabela 2 – Demonstração da ferramenta de colaboração.

Na pergunta 5 o professor sugere aos alunos medir os lados, os ângulos para verificar se são semelhantes. Explorar a relação entre medidas dos ângulos, dos lados, das proporções.

Na pergunta 6 o professor vai acompanhar as respostas dessa discussão e fazer intervenções, na coluna do feedback, de forma a levar os alunos a conclusão de que os ângulos correspondentes são iguais e as medidas dos lados correspondentes são proporcionais. Analogamente, o professor acompanha as respostas dessa discussão e complementa que essas razões são iguais.

Para melhor ilustrar o desenvolvimento deste item veja a seguir um exemplo das etapas a serem desenvolvidas nesta atividade:

Primeiro passo: Importar a imagem para o GeoGebra, definindo com a ferramenta exemplificada na figura 8, os lados dos triângulos que desejamos analisar e em seguida nomear os vértices desses triângulos, observando a ordem e correspondência desses vértices.

Figura 8 – Representação do Segmento no GeoGebra**. Fonte:** Software GeoGebra.

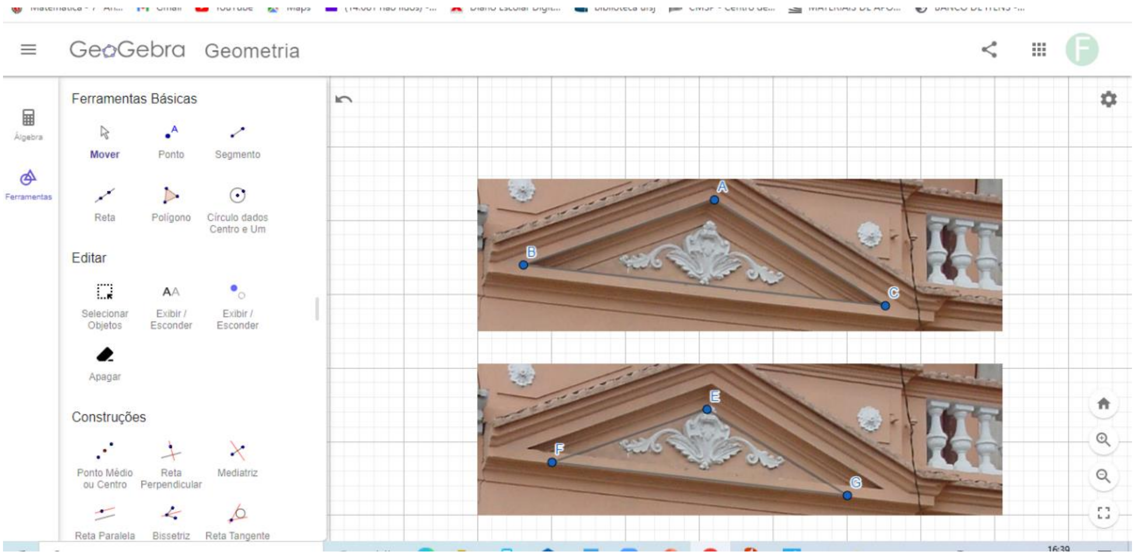


Figura 9 – Exemplo da utilização do GeoGebra. Fonte: Software GeoGebra.

Segundo passo: Utilizando a ferramenta exemplificada na figura 10 no GeoGebra, medir os ângulos desses triângulos. Para medir um ângulo no triângulo selecionado, basta clicar nos três vértices sendo o vértice central o ângulo pretendido. As medidas obtidas no GeoGebra são aproximadas e por isso pode ser que apresentem arredondamentos

Figura 10 - Representação do Ângulo no GeoGebra. **Fonte**: Software GeoGebra.

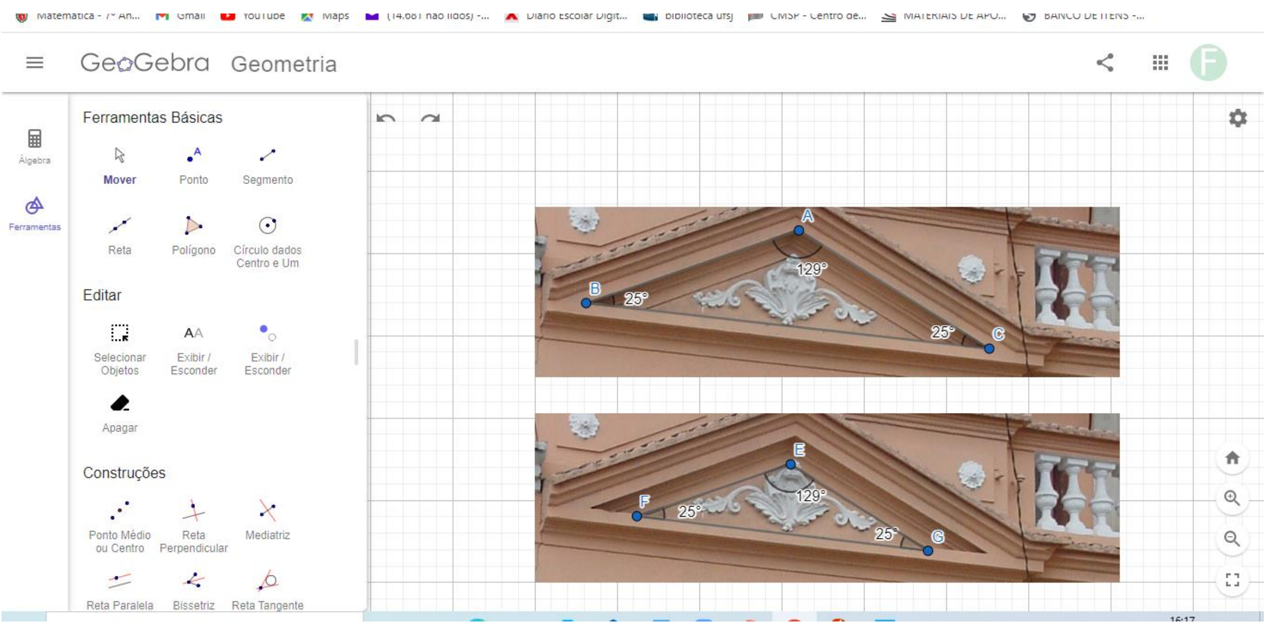


Figura 11 - Exemplo da utilização do GeoGebra. **Fonte:** Software GeoGebra.

Terceiro passo: Fazer as medições desses segmentos, no GeoGebra, clicando a ferramenta exemplificada na figura 12.

Figura 12 – Representação da Distância, Comprimento no GeoGebra. **Fonte**: Software GeoGebra.

Em seguida, deve-se selecionar os dois vértices correspondentes ao segmento que se pretende medir. Desta forma obtém-se as medidas dos lados nos dois triângulos, como ilustra a figura a seguir:

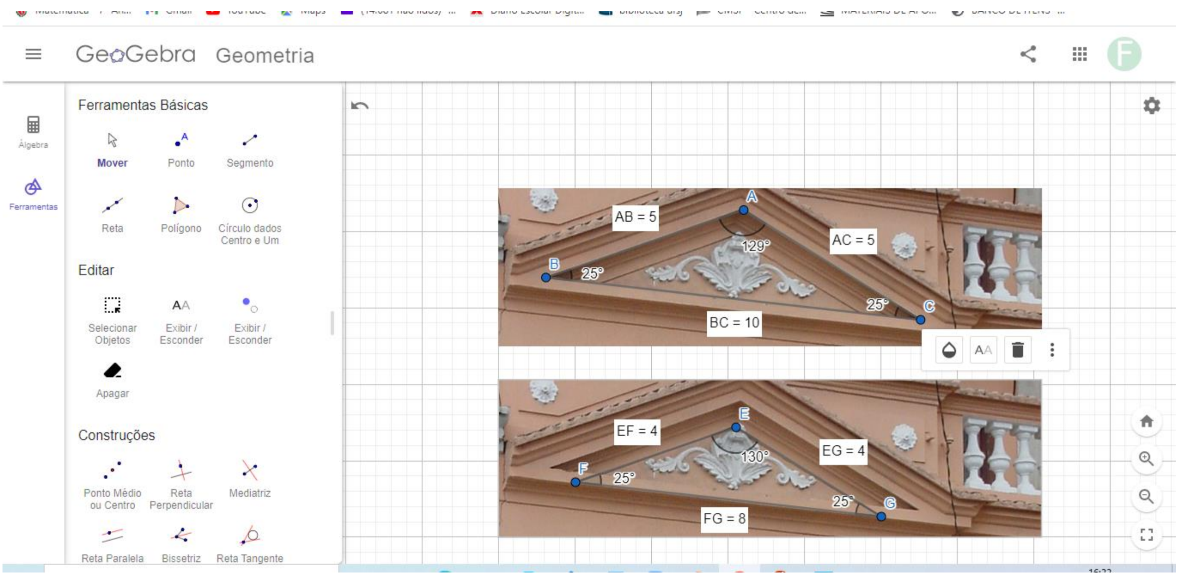


Figura 13 - Exemplo da utilização do GeoGebra**. Fonte:** Software GeoGebra.

Considerando as medidas obtidas dos lados correspondentes e fazendo a razão entre essas medidas, obtemos:

$$\frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{EF}} = \frac{\boldsymbol{BC}}{\boldsymbol{FG}} = \frac{\boldsymbol{AC}}{\boldsymbol{EG}} = 1{,}25.$$

Dessa forma, concluímos que as medidas dos lados desses dois triângulos são proporcionais.

Deste modo temos uma correspondência biunívoca entre os vértices desses dois triângulos, de modo que, os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais. Em matemática, quando temos dois triângulos com essas características dizemos que esses dois triângulos são semelhantes. Este é o conceito, ou seja, a definição de triângulos semelhantes.

Quando comparamos os triângulos ABC e EFG estamos naturalmente (implicitamente) considerando a correspondência biunívoca que leva os vértices A em E, B em F e C em G.

7)- E semelhança agora, é simplesmente parecido? Qual sua conclusão?			

Na pergunta 7 o professor junto aos alunos deve concluir que em Matemática semelhança não é uma mera coincidência ou parecido, possui características específicas

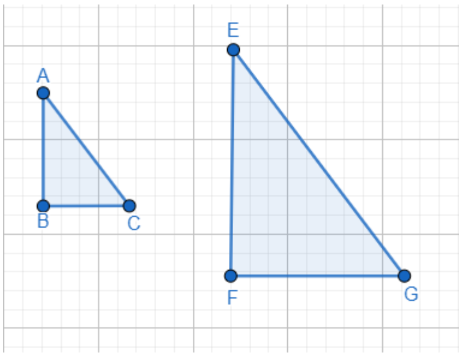
8)- Se eu tenho dois triângulos ABC e EFG, de acordo com a definição de semelhança de triângulos, quantas condições tenho que verificar para saber se os dois triângulos são semelhantes?  **Figura 14** – triângulos no GeoGebra. **Fonte:** Software GeoGebra.			

Tabela 3 – Demonstração da ferramenta de colaboração.

Na pergunta 8 o professor, depois da discussão, precisa levar os alunos a concluir que de acordo com a definição de semelhança de triângulo, é necessário olhar a igualdade entre os ângulos (3 condições) e a proporção entre os lados (3 condições, 2 na realidade)

A ferramenta de colaboração é importante para levar os alunos a construir um conhecimento sobre a semelhança de triângulos, fazendo com que os alunos identifiquem conceitos e os casos de semelhança. Desta forma, o professor fará análise das interações, ou seja, das respostas e complementações e fará as intervenções necessárias, mediando o conhecimento e discutindo com os alunos os resultados. Para esta etapa, o professor organizará a sala de aula em pequenos grupos que farão uma discussão orientada pelo professor sobre as questões constantes da ferramenta de colaboração, expondo suas ideias, em seguida para toda a turma.

Etapa 2- Aprendizagem baseada em problemas (2 a 3 aulas de 50 minutos cada)

Finalizada a Ferramenta de Colaboração, o professor dará sequência ao trabalho utilizando a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas, nesta etapa, o professor apresentará problemas a fim de levar o aluno a compreender a importância e necessidade do estudo dos casos de semelhança de triângulos. Nesta metodologia ativa, de início é dado o “cenário do problema”, onde é realizada a “identificação dos fatos”, dando início a “geração de hipóteses”. Após análise das hipóteses ocorre a “identificação de tendências e deficiências”, em que os alunos discutem o problema, fazem os seus apontamentos, finalizando com a “aplicação de novos conhecimentos” O professor apresenta um problema inicial, que deverá ser respondido ao final da resolução de problemas dos casos de semelhança.

Problema Inicial: Dados dois triângulos ABC e EFG, para saber se eles são semelhantes é necessário verificar as seis condições?

Problema 1- Construa dois triângulos ABC e EFG de modo que o ângulo Â seja igual ao ângulo Ê, e o ângulo $\hat{B}$ igual ao ângulo $\hat{F}$. Que conclusão se pode ter sobre o ângulo $\hat{C}$ e o ângulo $\widehat{G}$? Agora meça os lados correspondentes dos dois triângulos e calcule as razões entre as medidas desses lados correspondentes. Qual sua conclusão?

O professor fará a intervenção levando os alunos a concluírem que o ângulo $\hat{C}$ é igual ao ângulo $\hat{G}$ e que os lados correspondentes são proporcionais. Ou seja, o fato de os dois triângulos satisfazerem duas condições, os dois ângulos iguais, implica que as seis condições da definição de triângulos semelhantes são satisfeitas. Essa propriedade se realiza de modo geral, ou seja, se você tem dois triângulos com uma correspondência biunívoca entre os vértices que nessa correspondência dois pares de ângulos são iguais, então todas as condições de semelhança são satisfeitas, ou seja, são semelhantes. Esse caso de semelhança é conhecido como:

Caso **Ângulo Ângulo (AA)**: *Se dois triângulos possuírem dois pares de ângulos correspondentes congruentes são semelhantes.*

Os alunos devem construir os triângulos, analisar, levantar hipóteses, responder individualmente e depois compartilhar em cada grupo. Em seguida cada grupo fará suas considerações para a turma.

É importante ressaltar que o professor fará intervenções em cada grupo, mediando as discussões e concluir que:

Não é necessário verificar a igualdade do terceiro par de ângulos correspondentes e nenhuma proporcionalidade entre as medidas dos lados, basta que dois pares de ângulos sejam congruentes para que os dois triângulos sejam semelhantes.

O professor apresenta um novo problema, com o objetivo de explorar o caso de semelhança de triângulos lado-lado-lado (LLL). Neste sentido observe a placa indicativa, figura 15, e considere o triângulo interno ABC da placa indicativa triangular, figura 16. Usando a homotetia, que é um processo usado para ampliar polígonos planos, exploraremos o caso LLL. É importante ressaltar que o processo para tal construção poderá ser feito via GeoGebra ou manualmente usando régua e compasso. Tratamos disso no problema a seguir:

Problema 2- Tome o triângulo interno da placa indicativa como ABC, figura 16

Figura 15 - Placa de trânsito**. Fonte**: https://es.dreamstime.com.

Figura 16 – Imagem da placa de trânsito no GeoGebra. **Fonte:** GeoGebra.

Marque um ponto V externamente ao triângulo e trace uma reta passando por cada vértice do triângulo ABC e pelo ponto V. Meça o segmento $\overline{AV}$ e marque o ponto E na reta $\overleftrightarrow{AV}$. de modo que, $\overline{VE} = 2 \cdot \overline{AV}$. Analogamente, marque o ponto F na reta $\overleftrightarrow{VB}$ de modo que $\overline{VF} = 2 \cdot \overline{VB}$ e por último marque o ponto G sobre a reta $\overleftrightarrow{VC}$ de modo que $\overline{VG} = 2 \cdot \overline{VC}$. Trace o triângulo EFG de vértices E, F e G .

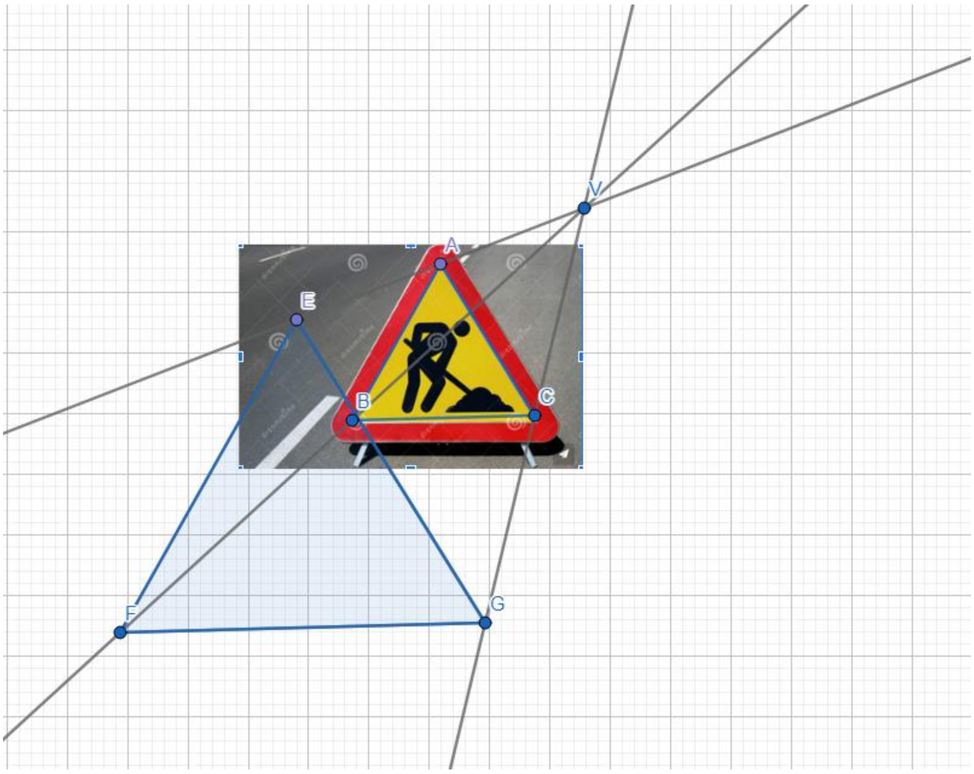


Figura 17 – Placa de trânsito no GeoGebra. **Fonte:** GeoGebra.

Compare agora, as razões entre as medidas dos lados correspondentes desses dois triângulos ABC e EFG, o que você conclui? Meça também os ângulos correspondentes desses dois triângulos e verifique se todas as condições para que sejam triângulos semelhantes são satisfeitas? O que você conclui então?

O professor fará a intervenção levando os alunos a concluírem que o triângulo EFG possui os lados correspondentes com o dobro da medida do triângulo original ABC e dessa forma os lados correspondentes são proporcionais, ou seja, $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{AC}{AG} = \frac{1}{2}$. Concluir também que os ângulos correspondentes são iguais, e portanto, os dois triângulos ABC e EFG são semelhantes pela definição de semelhança de triângulos.

O fato de os dois triângulos possuírem os lados proporcionais já implica que as seis condições da definição de triângulos semelhantes são satisfeitas, ou seja, são triângulos semelhantes. Essa propriedade se realiza de modo geral, ou seja, se você tem dois triângulos com uma correspondência biunívoca entre os vértices que nessa correspondência os lados correspondentes são proporcionais, então todas as condições de semelhança são satisfeitas. Este caso é conhecido como:

Caso **Lado Lado Lado (LLL):** *Se dois triângulos possuem três lados correspondentes proporcionais, então esses dois triângulos são semelhantes*. Portanto, não é necessário verificar a igualdade das medidas dos ângulos.

Os alunos deverão procurar resolver o problema individualmente depois levar suas considerações para o grupo. Em seguida, cada grupo apresenta uma conclusão.

O professor apresenta outro problema para os alunos, com o objetivo de fazer com que os alunos identifiquem o caso de semelhança de triângulos Lado-ângulo-lado (LAL).

Problema 3 - Construa triângulos ABC e EFG de modo que o lado $\overline{EF}$ seja o triplo da medida do lado $\overline{AB}$ e o lado $\overline{EG}$ o triplo da medida do lado $\overline{AC}$, e o ângulo $\hat{A}$ igual ao ângulo $\hat{E}$. Em seguida, compare as medidas dos pares de ângulos $\hat{B}$ e $\hat{F}$; $\hat{C}$ e $\hat{G}$, o que se pode concluir? Compare também a razão dos lados $\overline{BC}$ e $\overline{FG}$, podemos afirmar que todas as condições de semelhança de triângulos foram satisfeitas?

Seja o triângulo ABC e o ângulo BÂC:

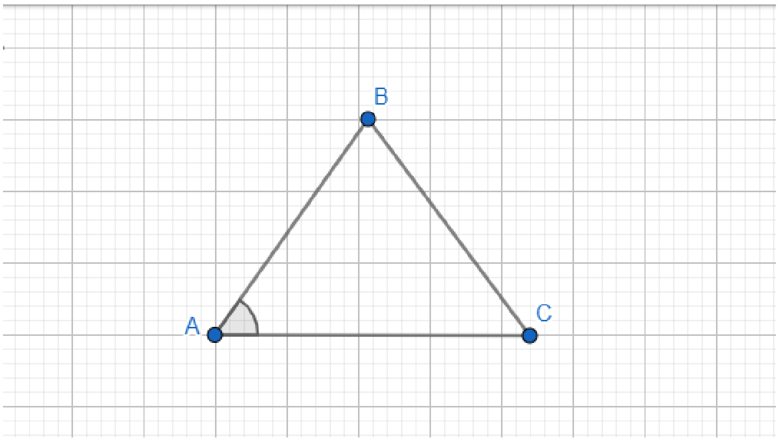


Figura 18 – Software GeoGebra. **Fonte:** Software GeoGebra.

Para a construção:

1. Sobre uma reta r no plano marque um ponto E.
2. Com o compasso centrado em A marque um arco arbitrário em BÂC e marque os pontos X e Y nas extremidades do arco.
3. Com o compasso centrado em E marque um arco na reta r com raio $\overline{AX}$ e um ponto F na interseção com a reta.
4. Com o compasso centrado em F faça um arco com raio $\overline{XY}$ e marque o ponto G na interseção dos arcos. Temos, portanto, o ângulo Â = Ê.

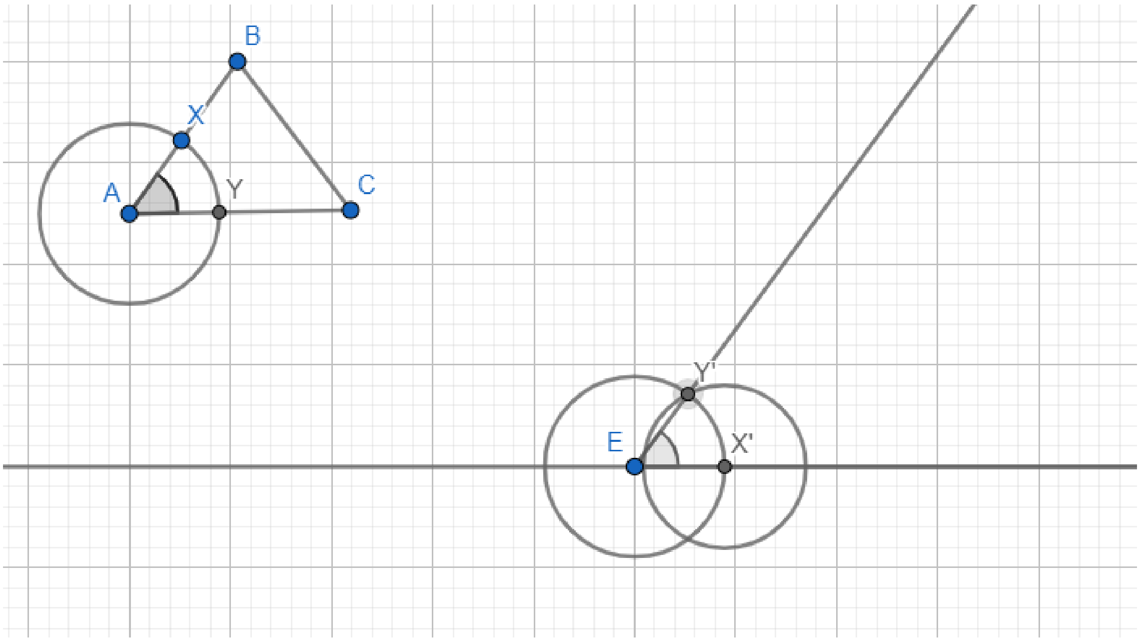


Figura 19 – Software GeoGebra. **Fonte:** Software GeoGebra.

Para a construção do lado $\overline{EF}$ = 3. $\overline{AB}$ e $\overline{EG}$= 3.$\overline{AC}$

1. Centre o compasso em A e fixe a extremidade em B, mantendo o mesmo raio centre o compasso em E e marque M na semirreta $\overrightarrow{EY}$.
2. Com o mesmo raio AB centre o compasso em M e marque N na semirreta $\overrightarrow{EY}$.
3. Centre o compasso em N e mesmo raio $\overline{AB}$ marque o ponto E na mesma semirreta. Assim, $\overline{EF}$= 3.$\overline{AB}$.

Analogamente se faz a construção para $\overline{EG}$=3.$\overline{AC}$

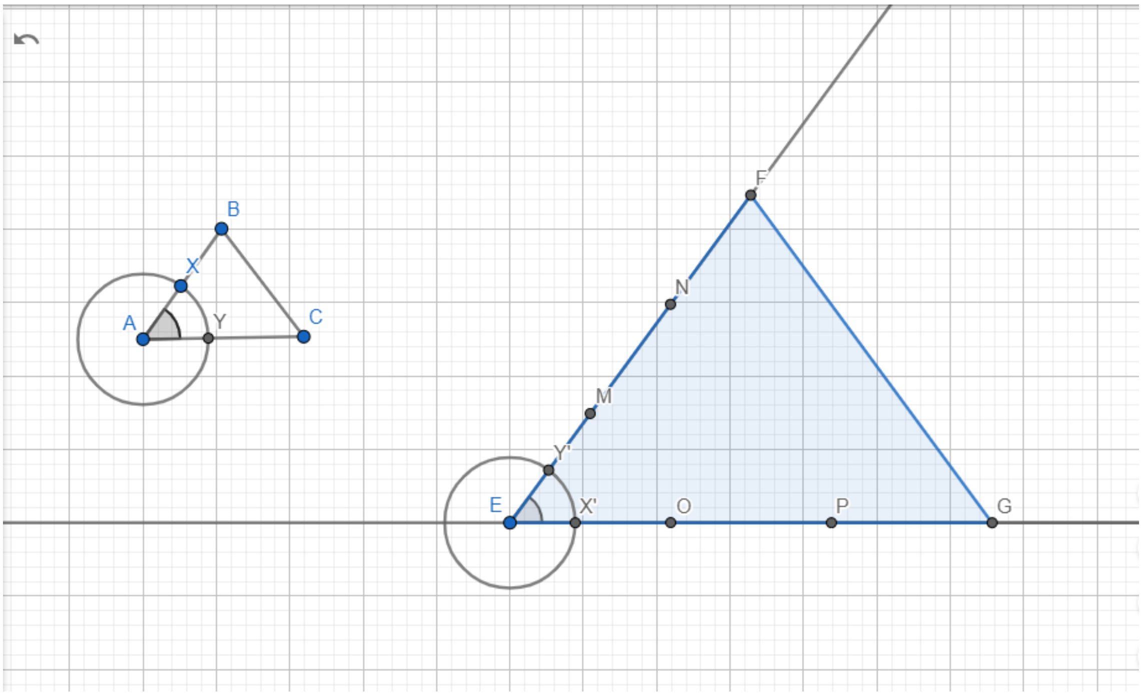


Figura 20 – Software GeoGebra. **Fonte:** Software GeoGebra.

Observe que você construiu ABC e EFG tais que, $\hat{A}=\hat{E}$ e $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EG}}$

O professor fará a intervenção levando os alunos a concluírem que os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{F}$; $\hat{C}$ e $\hat{G}$ são iguais e que a razão dos lados $\overline{BC}$ e $\overline{FG}$ é $\frac{1}{3}$. Portanto o triângulo EFG possui os lados correspondentes com o triplo da medida do triângulo ABC e dessa forma os lados correspondentes são proporcionais, ou seja, $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EG}} = \frac{1}{3}$. Concluir também que os ângulos correspondentes são iguais, e portanto, os dois triângulos ABC e EFG são semelhantes pela definição de semelhança de triângulos.

Ou seja, o fato de os dois triângulos possuírem dois pares de lados proporcionais e o ângulo determinado por esses pares de lados iguais, já implica que as seis condições da definição de triângulos semelhantes são satisfeitas, ou seja, são triângulos semelhantes. Este caso de semelhança é conhecido como:

Caso **Lado Ângulo Lado (LAL)**: *Dois triângulos que possuem dois lados correspondentes proporcionais e a medida do ângulo entre eles congruentes são semelhantes.*

O problema inicial é retomado destacando que os casos de semelhança abordados estabelecem condições suficientes para que eles sejam semelhantes.

Como processo de avaliação será utilizado a construção coletiva de mapa mental, organizado em pequenos grupos, onde os alunos deverão apresentar o conceito e casos de semelhança de triângulos. De acordo com o caderno pedagógico Itinerário Formativo do novo ensino médio (2022) o Mapa Mental constitui um recurso que serve para sintetizar ideias e conceitos, estabelecendo relações de causalidade, simetria ou similaridade, utilizando uma ideia principal como centro de referência.

Considerações Finais

Nos dias atuais é importante e urgente que os professores de matemática trabalhem com metodologias inovadoras buscando promover o conhecimento de forma mais significativa. Desta forma, este trabalho apresentou uma proposta de aplicação de metodologias ativas no ensino de Semelhança de Triângulos no nono ano do Ensino fundamental.

A proposta se constitui de um planejamento distribuído em cinco aulas, em que se pretende desenvolver habilidades da Base Nacional Comum Curricular, (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes, aplicando-se a metodologia ativa de Sala de Aula Invertida, através de uma ferramenta de Colaboração e ainda aplicando a metodologia ativa Aprendizagem Baseada em Problemas.

O objetivo da ferramenta de colaboração é promover uma discussão sobre o conceito de semelhança e semelhança de Triângulos, em que os alunos participam respondendo a perguntas previamente elaboradas pelo professor ou complementando as respostas dadas por outro aluno. O professor interage com os alunos analisando as respostas e fornecendo um feedback, conduzindo, assim, o processo de aprendizagem. A etapa seguinte é trabalhada utilizando a metodologia Aprendizagem Baseada em Projetos, em que o professor apresenta problemas para serem discutidos de forma individual e coletivamente.

A junção destas duas metodologias pode levar o aluno a construir conceitos de semelhança e a descobrir e entender os casos de Semelhança de Triângulos de forma construtiva, participativa tornando a aprendizagem efetiva.

Referências Bibliográficas

BOUD, D.; GARRICK, J. (Orgs.). **Understanding learning at work.** London: John Wiley & Sons, 1999.

BURKE, B. **Gamificar: como a gamificação motiva as pessoas a fazerem coisas extraordinárias**. São Paulo: DVS, 2015.

DI GIORGI, Cristiano Amaral Garboggini et. al. **Necessidades formativas de professores de redes municipais**: contribuições para a formação de professores critico-reflexivos. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010.

FARDO, M**. A gamificação como estratégia pedagógica: estudo de elementos dos games aplicados em processos de ensino e aprendizagem**. 2013. 104f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Caxias do Sul. Programa de Pós-Graduação em Educação, 2013.

FREIRE, Paulo. **A educação na cidade**. 7ª ed. São Paulo: Cortez, 2006.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996. – (Coleção Leitura).

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GÔNGORA Francisco Carlos. **Tendências Pedagógicas na Pratica Escolar**. Edições Loyola. São Paulo. 1985.

HMELO-SILVER, Cindy E. **Problem-based learning**: What and how do students learn? Educational psychology review, v. 16, n. 3, p. 235-266, 2004.

KAPP, K. M**. The gamification of learning and instruction: game-based methods and strategies for training and education**. San Francisco: Pfeiffer, 2012.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista. Blumenau, ano III, n. 4, 1995.

MATTAR, João. **Metodologias ativas para a educação presencial, blended e a distância**. São Paulo: artesanato educacional, p. 28-29, 2017.

MATTHEWS, Judith H.; CANDY, Philip C**. New dimensions in the dynamics of learning and knowledge**. In: Understanding learning at work. Routledge, 2012. p. 47-64.

MORAN, J. M**. Mudando a educação com metodologias ativas**. In Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens. Coleção Mídias Contemporâneas. 2015.

NÓVOA, Antônio (Coord.). **Os professores e a sua formação**. 2 ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

NÓVOA, António. **Concepções e práticas de formação contínua de professores**. In Formação Contínua de Professores - Realidades e Perspectivas. Aveiro: Universidade de Aveiro, 1991.

NÓVOA, António. **Os Professores e a sua Formação num Tempo de Metamorfose da Escola**. Educação & Realidade, v. 44, 2019.

PIMENTA, Selma Garrido (org.). **Formação de professores: identidade e saberes da docência**. In: **______**. Saberes pedagógicos e atividade docente. São Paulo: Cortez, 2002.

POZO. J. I. **Aprendizes e mestres**: a nova cultura da aprendizagem. Porto Alegre: Artmed

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DE MINAS GERAIS. Caderno Pedagógico Itinerário Formativo: Orientações para o 1º ano Novo Ensino Médio 2022. SEE-MG: Belo Horizonte, 2022. Disponível em: encurtador.com.br/cjkHS. Acesso em: 06 mai. 2022.

SCHMITZ, Elieser Xisto da Silva et al. **Sala de aula invertida**: uma abordagem para combinar metodologias ativas e engajar alunos no processo de ensino-aprendizagem. 2016.

SOUZA, Samir Cristino; DOURADO, Luís Gonzaga Pereira. **Aprendizagem baseada em problemas (ABP)**: um método de aprendizagem inovador para o ensino educativo. 2015.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.