

GAMIFICAÇÃO NA MATEMÁTICA

ITAMAR DE CAMARGO JÚNIOR
JHONE CALDEIRA

ROLETA DAS FUNÇÕES



MANUAL PARA PROFESSORES



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL (PROFMAT)**

FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO: uma abordagem conceitual e o uso de gamificação

ITAMAR DE CAMARGO JÚNIOR
JHONE CALDEIRA

MANUAL PARA PROFESSORES

GOIÂNIA
2024

Instituição: UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
Programa: MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
Nível: MESTRADO PROFISSIONAL
Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico
Linha de Pesquisa: Matemática do Ensino Básico

Título: ROLETA DAS FUNÇÕES: manual para professores
Itamar de Camargo Júnior
Orientador: Prof. Dr. Jhone Caldeira

Produto Educacional: Tarefa Gamificada
Nível de Ensino: Ensino Médio
Área do Conhecimento: Ensino de Matemática

Descrição: Trabalho realizado sobre o ensino do conceito de função na 1ª série do Ensino Médio em uma pesquisa desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Apresentamos uma tarefa gamificada cujo objetivo é o de promover espaços de aprendizagem para o estudo de funções, suas representações e exemplos, abordando além do conceito de função, as funções afins e quadráticas.

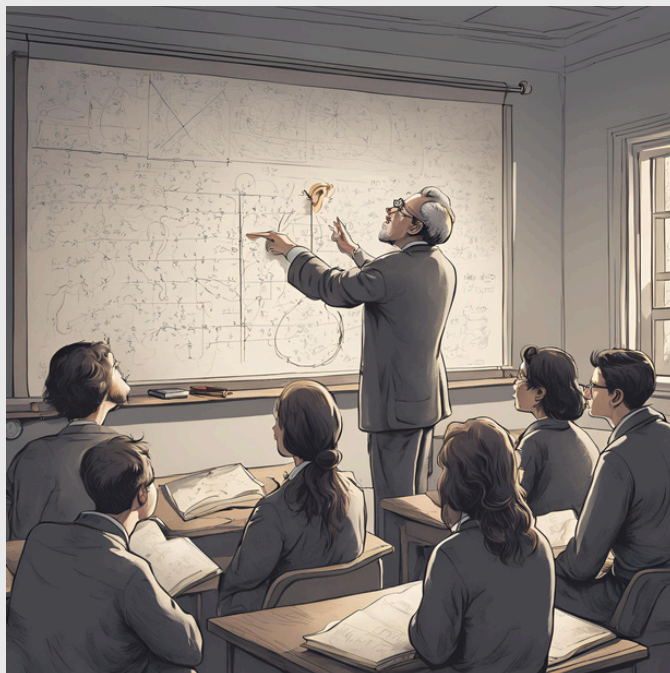
Publicação associada: FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO: uma abordagem conceitual e o uso de gamificação

SUMÁRIO

05	INTRODUÇÃO
06	DOCUMENTOS OFICIAIS
07	GAMIFICAÇÃO
08	O CONCEITO DE FUNÇÃO
09	DESCRIÇÃO DA TAREFA
12	NÍVEL HARD
13	LINKS
14	BANCO DE QUESTÕES
58	REFERÊNCIAS



INTRODUÇÃO



ESSE É UM MANUAL PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA APLICAÇÃO DE UMA TAREFA GAMIFICADA SOBRE O ESTUDO DE FUNÇÕES

O produto educacional faz parte de uma pesquisa desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Instituto de Matemática e Estatística (IME), Universidade Federal de Goiás (UFG).

O nome da tarefa gamificada é Roleta das Funções e nela serão desenvolvidas habilidades da primeira e quinta competências específicas de Matemática da Base Nacional Comum Curricular. Também serão realizados descritores do Sistema de Avaliação da Educação Básica e objetos de conhecimento do Documento Curricular de Goiás Ensino Médio.

DOCUMENTOS OFICIAIS

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é um documento normativo e tem como objetivo orientar os sistemas e redes de ensino no Brasil, define aprendizagens essenciais para garantir aos estudantes a construção de conhecimentos, competências e habilidades. As competências gerais abrangem direitos de aprendizagens em todas as etapas da Educação Básica. Nelas podemos perceber que os conhecimentos que foram construídos ao longo da história humana devem ser valorizados uma vez que ajudam a compreender a realidade. A curiosidade intelectual deve ser instigada e treinada indo ao encontro do método científico.

Em relação à Matemática, a BNCC recomenda o uso de calculadores e planilhas para o desenvolvimento do pensamento computacional, construindo modelos e resolvendo problemas. Com isso, devemos envolver o estudante com tarefas que utilizem do raciocínio, da representação, da comunicação e da argumentação.

O texto da BNCC traz, dentre as cinco competências específicas de Matemática, dezesseis habilidades sobre funções. Inicialmente o estudo de variação de grandezas, utilizando gráficos, com ou sem o uso de tecnologias digitais, contextualizado com situações e fatos correlacionados às Ciências da Natureza e problemas em diversos contextos, recorrendo às funções polinomiais de 1º ou 2º graus. Seguindo com o estudo de funções exponenciais em Matemática Financeira e outros. As funções logarítmicas em abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira e outros. Funções seno e cosseno em fenômenos periódicos reais, podendo ou não utilizar aplicativos digitais. Trabalhar a variação da área e do perímetro de polígonos regulares dispondo de funções. Ao fim, propõe identificar e associar funções afins e quadráticas com progressões aritméticas e geométricas.

Outro documento que tem sua relevância para a realidade de atuação de professores no Estado de Goiás é o Documento Curricular do Estado de Goiás (DC-GO). Ele foi elaborado a partir da BNCC com a finalidade de considerar a realidade regional do Estado. “A Matemática apresentada no DC-GO traz habilidades permeadas com conceitos, procedimentos e processos, tais como: a linguagem matemática, o letramento matemático, a resolução de problemas, a modelagem matemática e a investigação matemática” (GOIÁS, 2019, p. 380).

O DC-GO prevê para o 9º ano do Ensino Fundamental, na unidade temática Álgebra, os conteúdos: funções polinomiais de 1º e 2º grau, seus gráficos, e máximos e mínimos de funções de 2º grau.

Diante da BNCC e do DC-GO é esperado do estudante a sua atuação no mundo de maneira mais inteligente e concreta. Que ele dedique-se a estudar os conceitos matemáticos a fim de adquirir conhecimentos e apropriar-se de instrumentos e métodos que possam ajudá-lo no cumprimento de objetivos estabelecidos. Aquele que usa da razão para conviver com seus colegas de sala e o professor. Raciocina, argumenta, representa e comunica.

Junto aos objetos de estudo de Matemática no Ensino Médio, números e funções reais se destacam por sua importância e linguagem desafiadora para os estudantes. O ensino de funções na Educação básica justifica-se pela sua capacidade de aplicações em diversas áreas das ciências. Trabalhadas em conjunto com a tecnologia, podem trazer benefícios ao processo de ensino-aprendizagem. Fenômenos naturais podem ser melhor compreendidos com o uso do conceito, linguagem e modelos de funções em Matemática. Destacamos, por exemplo, o estudo de grandezas proporcionais, aplicações em Física e Biologia, em Matemática Financeira, entre outros.

GAMIFICAÇÃO

A ideia da gamificação é, segundo proposta de Deterding, *et al.* (2011), “o uso de elementos de design de jogos em contextos não relacionados a jogos” (tradução nossa).

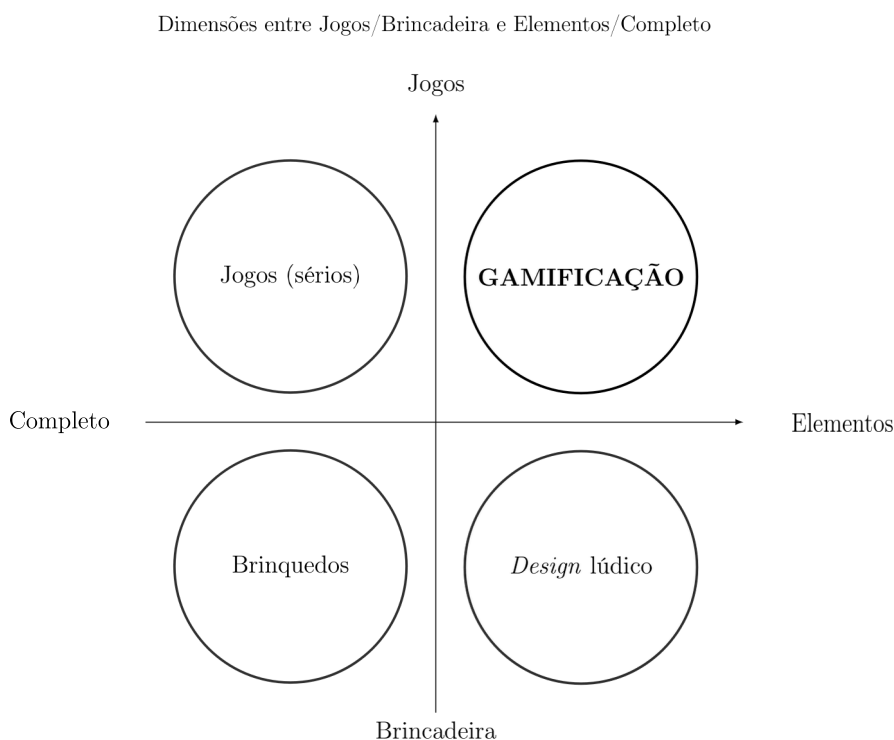
Compreendendo daí duas bases, uma formada por partes de jogos que são chamados de elementos e outra que a distingue de brincadeiras, diferenciando então a gamificação de simplesmente jogos com intenção de entretenimento e brincadeira. Eles sustentam que basicamente podemos resumir como o uso, o design, os elementos (no lugar de jogos completos), as características (em vez de brincadeiras) e o contexto (independente do uso).

Kapp (2012) nos orienta, “Não pense na gamificação apenas como o uso de distintivos, recompensas e pontos; em vez disso, pense nos elementos envolventes que explicam porque as pessoas jogam – não é apenas pelos pontos, mas pelo senso de envolvimento, feedback imediato, sentimento de realização e sucesso de lutar contra um desafio e superá-lo” (tradução nossa).

Pensamos assim que a gamificação aplicada no ensino de Matemática será uma ferramenta que utiliza de elementos da criação e funcionamento de jogos. Para Werbach e Hunter (2012) “Existem três categorias de elementos de jogo que são relevantes para a gamificação: dinâmica, mecânica, e componentes” (tradução nossa).

As dinâmicas estão relacionadas aos aspectos gerais do sistema, as mecânicas são maneiras de conseguir alcançar uma ou mais dinâmicas e os componentes são formas específicas que as dinâmicas e mecânicas podem assumir.

No Banco de Dissertações Nacional do PROFMAT podemos ver trabalhos que abordam o tema de gamificação com propostas voltados para o Ensino Fundamental e Médio. Estudos de geometria, equações polinomiais de primeiro grau, análise combinatória e matrizes, por exemplo.



Fonte: Adaptado de Deterding, *et al.* (2011).

O CONCEITO DE FUNÇÃO

Em Zuff (2001) podemos ver alguns fatos da formação histórica do conceito de função. Foram contribuições de muitos matemáticos ao longo de diversos períodos da história, chegando à noção de função que temos atualmente. Na antiguidade são citados o “instinto de funcionalidade” dos babilônicos e os gregos com tabelas de Matemática e Astronomia com a ideia de dependência funcional, por exemplo. São mencionados também Descartes com equações relacionando a dependência entre duas variáveis, Newton com a ideia de curva e taxa de mudanças, Leibniz e o termo função em comprimento de segmentos de retas e retas relacionadas a curvas, Bernoulli e suas contribuições à Geometria Diferencial, Euler em *Introductio in analysin infinitorum*, D'Alembert e o problema das cordas vibrantes.

Segundo Eves (2008. p. 661) “O conceito parece representar um guia natural e efetivo para a seleção e desenvolvimento do material de textos de Matemática. Enfim, é inquestionável que quanto antes se familiarize um estudante com o conceito de função, tanto melhor para sua formação matemática”.

Consideramos que são necessários pré-requisitos.

Um caminho que acreditamos ser interessante é aquele em que, inicialmente, o estudante tenha acesso à linguagem de conjuntos, é necessário entender o conceito de produto cartesiano e relação, para então levarmos a ideia de função como um caso particular do produto cartesiano. Vemos que assim é interessante propor ao estudante a identificação em situações quando subconjuntos de produtos cartesianos são funções, isto é, analisar especificamente em que situações, partindo de produtos cartesianos, relações formam funções e quando são só relações binárias.

Funções são subconjuntos especiais de produtos cartesianos entre conjuntos, pois para uma função estar bem definida, devemos ter que para cada elemento do domínio, existe e é único, o elemento no contradomínio relacionado a ele.

Entendemos que uma boa maneira de apresentar o conceito de função seja pela definição a seguir.

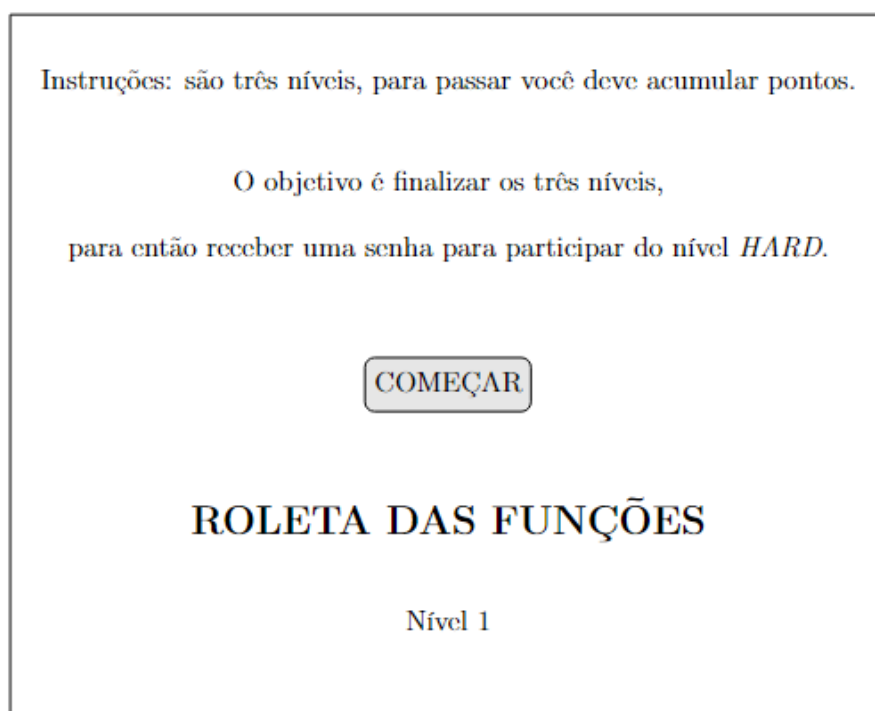
Definição: *Dados dois conjuntos A e B , não vazios, dizemos que uma relação f de A em B é uma função se, e somente se, para todo elemento $x \in A$ existe um único $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.*

DESCRIÇÃO DA TAREFA GAMIFICADA

O estudante irá acessar um *link* por meio de um *QR code* onde abrirá a página da tarefa no site da plataforma *Scratch*. São apresentadas as regras e objetivos da tarefa gamificada, conforme descreveremos neste manual para professores.

Clicando no símbolo de uma bandeira verde, abrirá a Tela Inicial. Para dar início aos desafios, o estudante clicará no botão **COMEÇAR** e será levado à tela do Nível 1 que contém uma roleta com cinco cores, uma seta, um botão **GIRAR** e um marcador de pontuação do Nível 1.

Exemplo da Tela Inicial

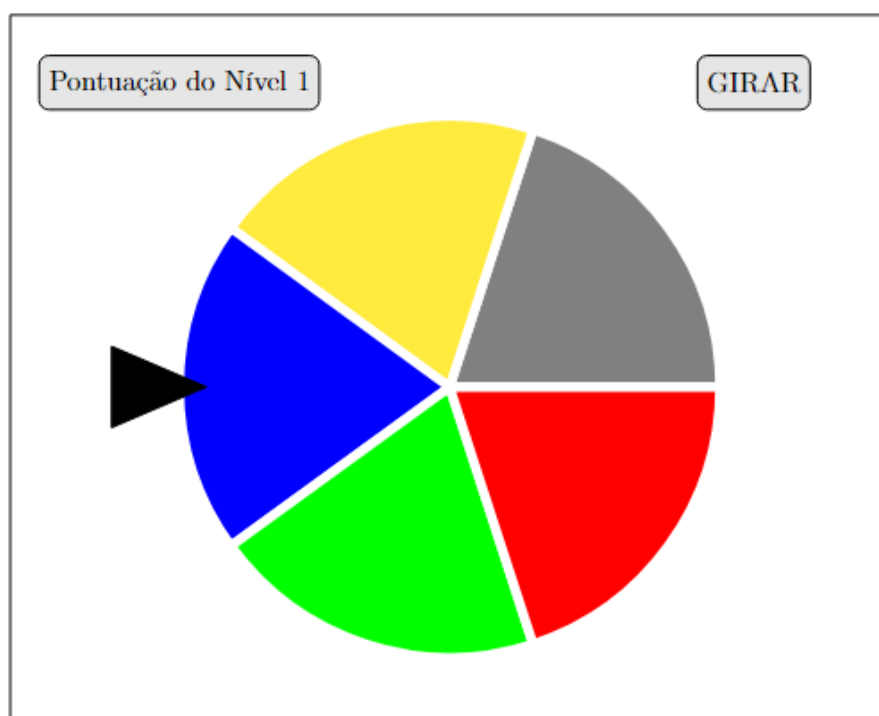


Fonte: Elaborada pelo autor.

A ROLETA

ESTRUTURA

Exemplo da Roleta das Cores



Fonte: Elaborada pelo autor.

BLOCO I - FUNCIONAMENTO

Ao clicar no botão GIRAR do Nível 1, a roleta das cores irá girar e desacelerará até ser sorteada uma das cores. Em cada cor existem cinco desafios, totalizando 25 desafios. A ideia é, mesmo no caso de ser sorteada uma mesma cor seguida, cada vez o sistema escolherá de forma aleatória um desafio que valerá +1 ponto para o caso de acertar a questão e nenhum ponto no caso de erro.

Após, voltará para a tela da roleta e girará a roleta novamente para ser levado a outro desafio. Entre erros e acertos o estudante só prosseguirá para o Nível 2 assim que obtiver uma pontuação mínima de 5 pontos.

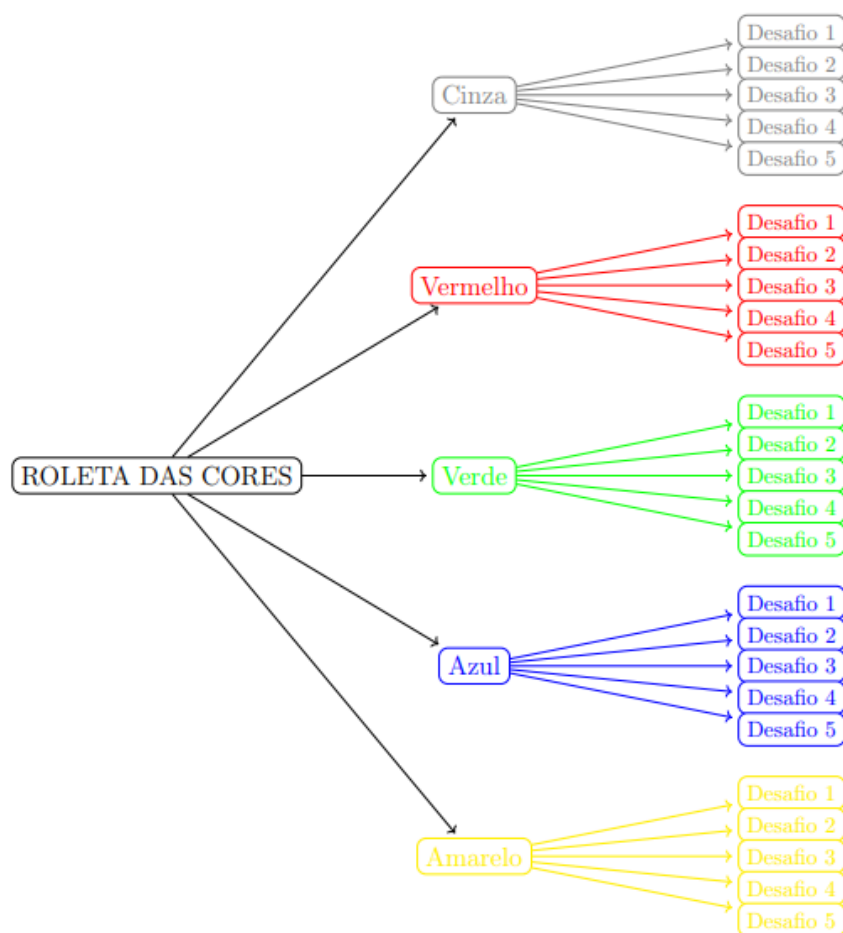
NÍVEIS 2 E 3

Em sequência, os Níveis 2 e 3 seguirão a mesma dinâmica do Nível 1, com cinco cores e cinco desafios em cada cor. Esse caminho será progressivo com graus de dificuldades entre os níveis da tarefa.

O primeiro nível corresponderá ao básico, desafios sobre relações e funções, do tipo que busca verificar se o estudante pode diferenciar funções de somente relações que não são funções. Para o segundo nível temos questões que envolvem o conceito de função e representações. Já o terceiro nível constará do estudo de funções afins e quadráticas.

QUESTÕES POR NÍVEL

BLOCO I – CONCEITO, FUNÇÕES AFINS E QUADRÁTICAS



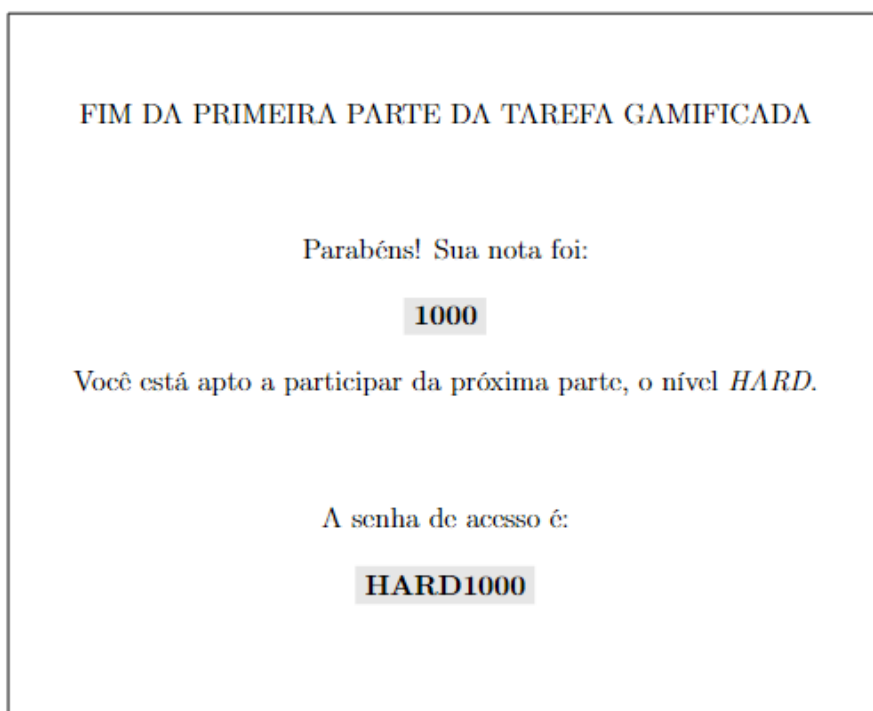
TOTAL DE QUESTÕES

Cada nível terá cinco cores com cinco questões em cada cor. Portanto, a tarefa gamificada em sua primeira etapa terá 75 questões ao todo. Elas foram elaboradas possibilitando uma menor chance de no sorteio caírem questões repetidas.

NÍVEL HARD

BLOCO II – EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

Exemplo da Tela Final



Fonte: Elaborada pelo autor.

BLOCO II

Depois de passar por todos os níveis do Bloco I, o estudante chegará à etapa final da tarefa, desafiadora. Nela será emitida uma nota final mostrada na tela, juntamente com uma senha que poderá usar para acessar outro bloco com o Nível HARD.

O Nível HARD será composto por 25 questões do Enem, de 2009 a 2023, todas elas foram selecionadas de modo a abranger os conteúdos função afim e quadrática.

Após responder às 25 questões do Nível HARD o estudante terá concluído a tarefa gamificada.

LINKS



BLOCO I



<https://scratch.mit.edu/projects/1087820126>

BLOCO II



<https://scratch.mit.edu/projects/1087820248>

CANAL DE COMUNICAÇÃO COM OS AUTORES

E-mail : funcoesnoensinomedio@gmail.com

Banco de questões da tarefa gamificada

Questões do Nível 1 - cinza

Sejam $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4, 5\}$, a relação $\mathbf{f}$ de A em B é uma função?

$$\mathbf{f} = \{(1, 3), (1, 2), (2, 4), (3, 5)\}$$

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Sejam $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4, 5\}$, a relação $\mathbf{g}$ de A em B é uma função?

$$\mathbf{g} = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$$

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Sejam $A = \{a, c, e, g\}$ e $B = \{5, 7\}$, a relação $\mathbf{f}$ de A em B é uma função?

$$\mathbf{f} = \{(a, 5), (c, 7), (e, 7), (f, 7)\}$$

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Sejam $A = \{a, c, e, g\}$ e $B = \{5, 7\}$, a relação $\mathbf{g}$ de A em B é uma função?

$$\mathbf{g} = \{(c, 5), (e, 5), (f, 5)\}$$

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Sejam $A = \{k, l, m, n\}$ e $B = \{r\}$, a relação $\mathbf{h}$ de A em B é uma função?

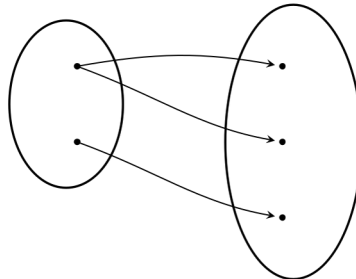
$$\mathbf{h} = \{(k, r), (l, r), (m, r), (n, r)\}$$

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Fonte: Elaborada pelo autor.

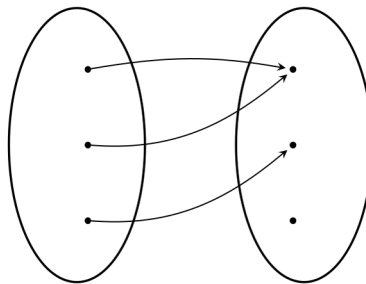
Questões do Nível 1 - vermelho

A relação esboçada entre os dois conjuntos abaixo é uma função?



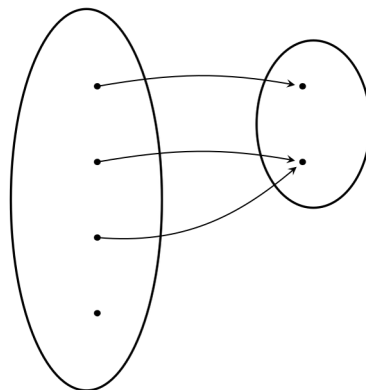
Responda S para SIM ou N para NÃO.

A relação esboçada entre os dois conjuntos abaixo é uma função?



Responda S para SIM ou N para NÃO.

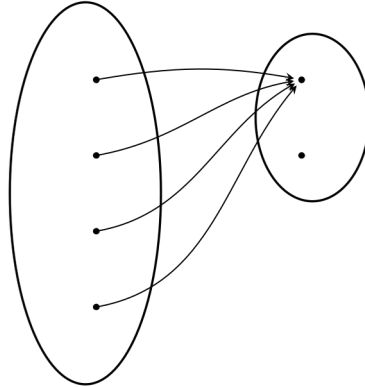
A relação esboçada entre os dois conjuntos abaixo é uma função?



Responda S para SIM ou N para NÃO.

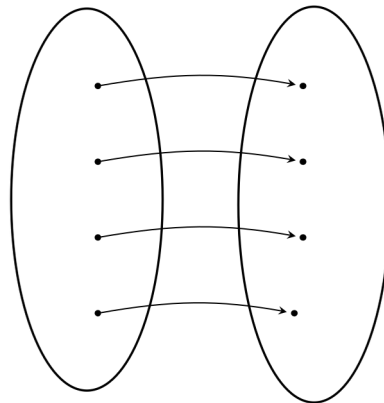
Continua na próxima página

A relação esboçada entre os dois conjuntos abaixo é uma função?



Responda S para SIM ou N para NÃO.

A relação esboçada entre os dois conjuntos abaixo é uma função?

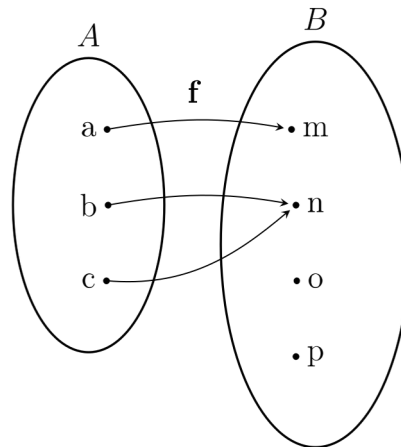


Responda S para SIM ou N para NÃO.

Fonte: Elaborada pelo autor.

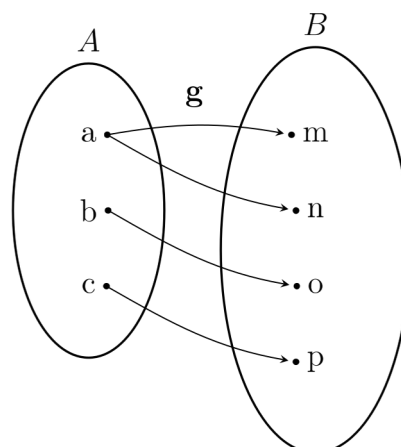
Questões do Nível 1 - verde

Sejam $A=\{a, b, c\}$ e $B=\{m, n, o, p\}$, a relação f de A em B é uma função?



Responda S para SIM ou N para NÃO.

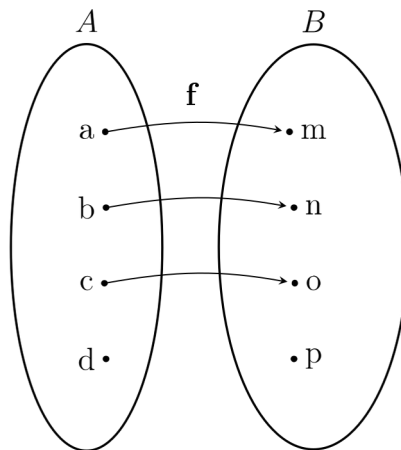
Sejam $A=\{a, b, c\}$ e $B=\{m, n, o, p\}$, a relação g de A em B é uma função?



Responda S para SIM ou N para NÃO.

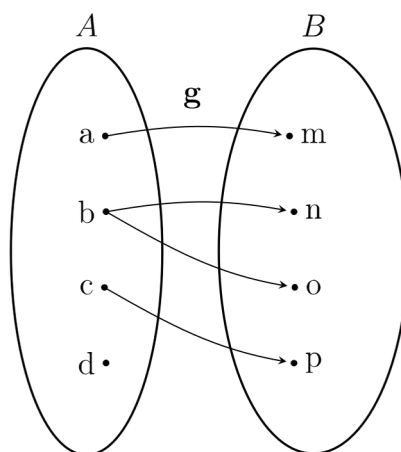
Continua na próxima página

Sejam $A=\{a, b, c, d\}$ e $B=\{m, n, o, p\}$, a relação **f** de A em B é uma função?



Responda S para SIM ou N para NÃO.

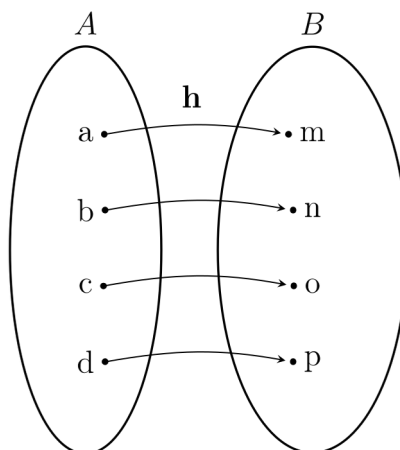
Sejam $A=\{a, b, c, d\}$ e $B=\{m, n, o, p\}$, a relação **g** de A em B é uma função?



Responda S para SIM ou N para NÃO.

Continua na próxima página

Sejam $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{m, n, o, p\}$, a relação **h** de A em B é uma função?

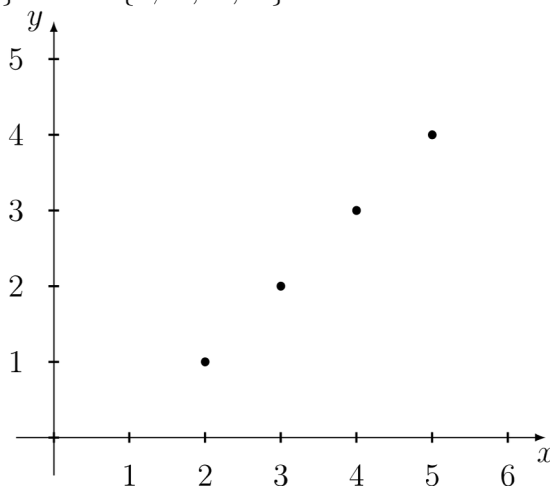


Responda S para SIM ou N para NÃO.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Questões do Nível 1 - azul

Sejam $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4\}$.

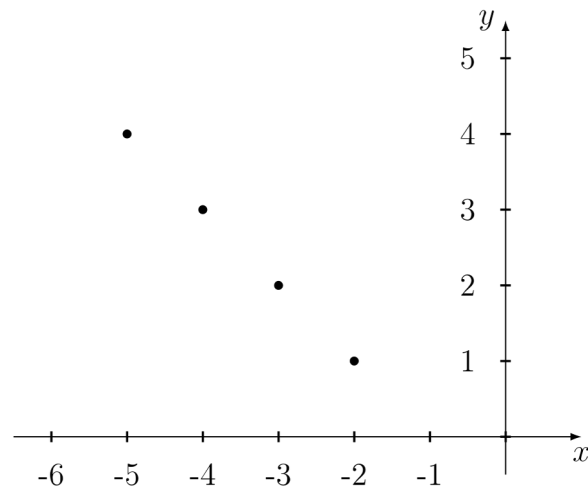


A relação representada pelos pontos no plano cartesiano é uma função?

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Continua na próxima página

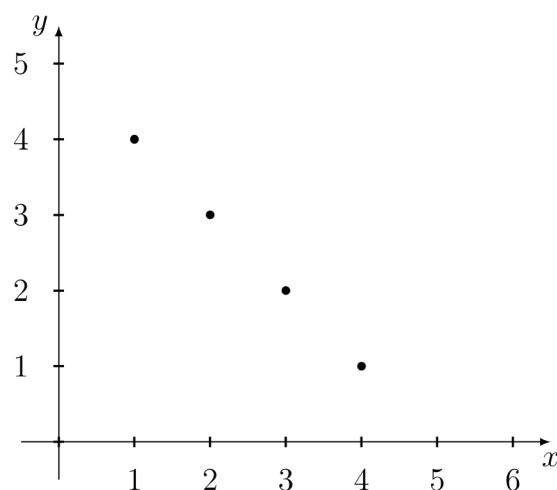
Sejam $A = \{-2, -3, -4, -5\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4\}$.



A relação representada pelos pontos no plano cartesiano é uma função?

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4\}$.

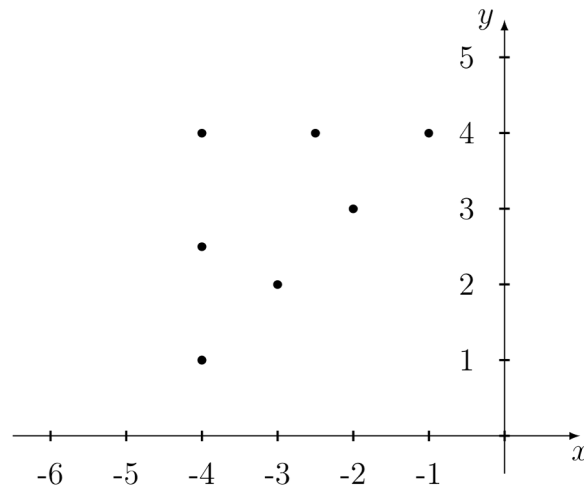


A relação representada pelos pontos no plano cartesiano é uma função?

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Continua na próxima página

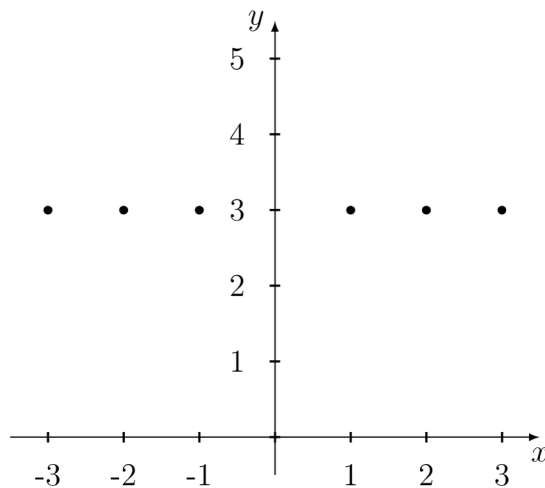
Sejam $A = \{-1; -2; -2, 5; -3; -4\}$ e $B = \{1; 2; 2, 5; 3; 4\}$.



A relação representada pelos pontos no plano cartesiano é uma função?

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Sejam $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ e $B = \{3\}$.



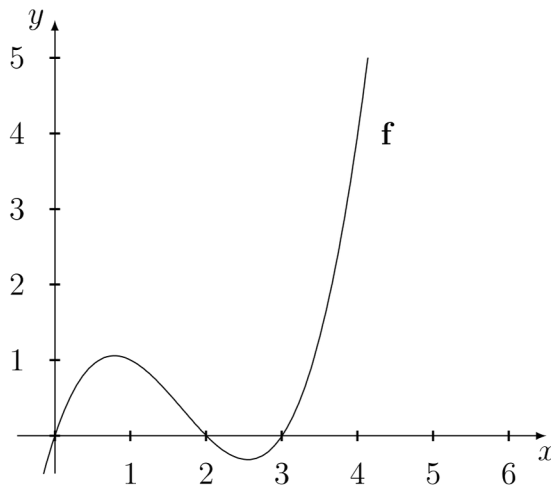
A relação representada pelos pontos no plano cartesiano é uma função?

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Questões do Nível 1 - amarelo

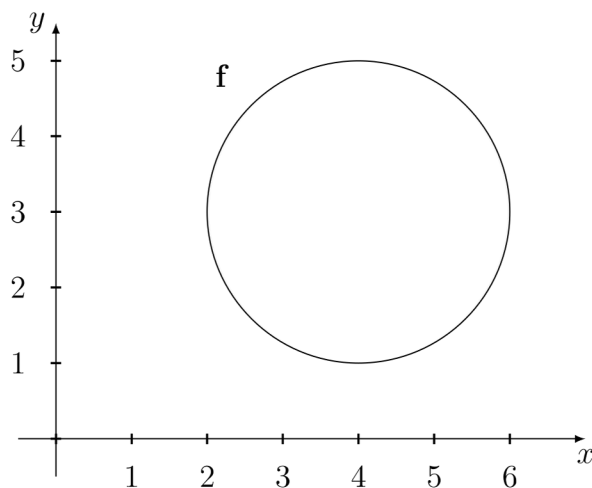
Sejam $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}$.



A relação **f** de A em B é uma função?

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Sejam $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 6\}$ e $B = \{y \in \mathbb{R} \mid 1 \leq y \leq 5\}$.

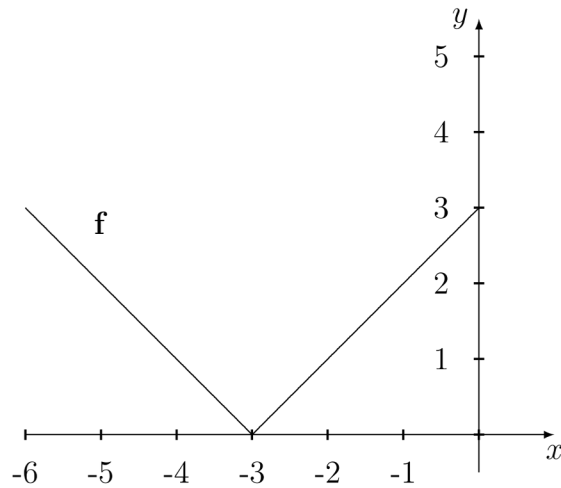


A relação **f** de A em B é uma função?

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Continua na próxima página

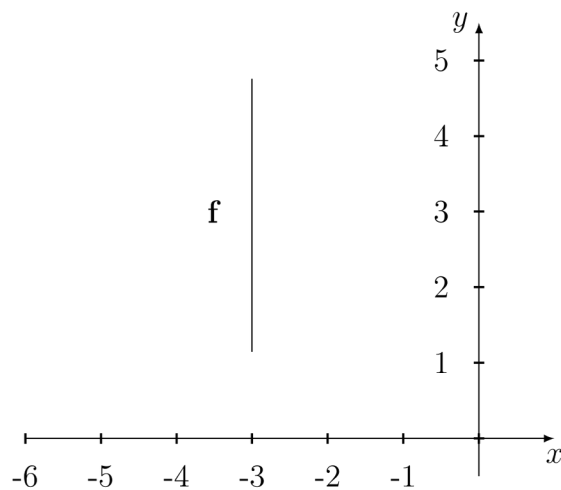
Sejam $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}$.



A relação **f** de A em B é uma função?

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Sejam $A = \{-3\}$ e $B = \{y \in \mathbb{R} \mid 1 \leq y \leq 5\}$.

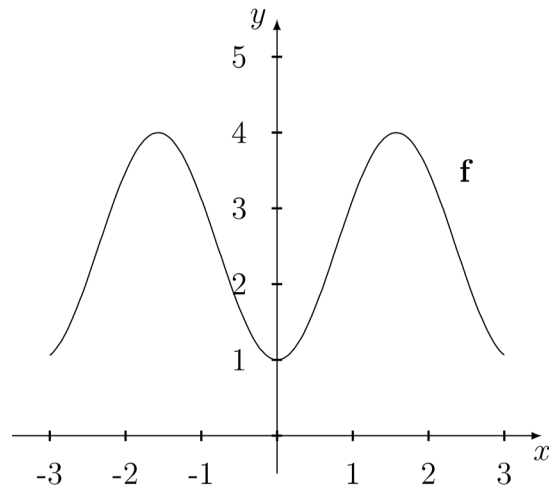


A relação **f** de A em B é uma função?

Responda S para SIM ou N para NÃO.

Continua na próxima página

Sejam $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}$.



A relação **f** de A em B é uma função?

Responda **S** para **SIM** ou **N** para **NÃO**.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Questões do Nível 2 - cinza

Responda **V** para **VERDADEIRO** ou **F** para **FALSO**:

Podemos definir função somente por meio de uma lei de formação.

Responda **V** para **VERDADEIRO** ou **F** para **FALSO**:

Existem funções que não possuem lei de formação.

Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Toda relação binária é Função.

Quais das alternativas apresenta elementos suficientes para se definir uma Função em Matemática?

- (a) Uma tabela de pares ordenados.
- (b) Produto cartesiano e uma lei de formação.
- (c) Uma relação entres os conjuntos A e B de tal modo que para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$.

Na definição de função apresentada marque a alternativa que completa a lacuna.

Dados dois conjuntos A e B , não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de função de A em B , definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ _____ $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.

- (a) existe um só
- (b) existe mais de um
- (c) seja possível encontrar um

Fonte: Elaborada pelo autor.

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe o seu dobro em B ” define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{-1, -3, -5\}$ e $B = \{3, 9, 10, 15, 20\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe o oposto do seu triplo em B ” define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{5, 7, 9, 12\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe o sucessor do seu dobro em B ” define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{-1, -3, -5\}$ e $B = \{-\frac{1}{3}, -1, -\frac{5}{3}, -\frac{7}{3}\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe a sua terça parte em B ” define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe o seu sucessor em B ” define uma função de A em B .

Fonte: Elaborada pelo autor.

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{8, 18, 32, 50, 72, 98\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe o dobro do seu quadrado em B ” define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{-1, -2, -3\}$ e $B = \{3, 8, 27, 64, 125\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe o oposto do seu cubo em B ” define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{5, 10, 18, 28\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe o sucessor do seu quadrado em B ” define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{-1, -2, -3\}$ e $B = \{-\frac{1}{2}, -2, -\frac{9}{2}\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe a metade do seu quadrado em B ” define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{8, 3, 0, -1\}$, a relação representada pela lei “para todo elemento em A existe o antecessor seu quadrado em B ” define uma função de A em B .

Fonte: Elaborada pelo autor.

Seja o conjunto A formado pela Ana e o conjunto B formado pelos filhos da Ana. Nessa situação, qual das relações a seguir define uma função?

- (a) O conjunto dos pares ordenados (a, b) onde $a \in A$ e $b \in B$ é uma relação de A em B .
- (b) O conjunto dos pares ordenados (b, a) onde $b \in B$ e $a \in A$ é uma relação de B em A .

Seja o conjunto A formado pelo país Brasil e o conjunto B formado pelos Estados do Brasil. Nessa situação, qual das relações a seguir define uma função?

- (a) O conjunto dos pares ordenados (a, b) onde $a \in A$ e $b \in B$ é uma relação de A em B .
- (b) O conjunto dos pares ordenados (b, a) onde $b \in B$ e $a \in A$ é uma relação de B em A .

Seja o conjunto A formado por cinco pessoas e o conjunto B formado pelos números dos CPF (cadastro de pessoa física) dessas cinco pessoas. As situações abaixo definem funções? Sim ou Não?

- O conjunto dos pares ordenados (a, b) onde $a \in A$ e $b \in B$ é uma relação de A em B .
- O conjunto dos pares ordenados (b, a) onde $b \in B$ e $a \in A$ é uma relação de B em A .

Continua na próxima página

Seja o conjunto A formado por um professor e o conjunto B formado pelos estudantes desse professor. Nessa situação, qual das relações a seguir define uma função?

- (a) O conjunto dos pares ordenados (a, b) onde $a \in A$ e $b \in B$ é uma relação de A em B .
- (b) O conjunto dos pares ordenados (b, a) onde $b \in B$ e $a \in A$ é uma relação de B em A .

Seja o conjunto de pessoas $A = \{\text{Artur, Bruno, Carlos, Daniel}\}$ e o conjunto $B = \{1,60 \text{ m; } 1,72 \text{ m; } 1,85 \text{ m}\}$ formado pelas medidas das alturas de Artur, Bruno, Carlos e Daniel.

Artur ————— 1,60 m

Bruno ————— 1,72 m

Carlos ————— 1,72 m

Daniel ————— 1,85 m

Nessa situação, qual das relações a seguir define uma função?

- (a) O conjunto dos pares ordenados (a, b) onde $a \in A$ e $b \in B$ é uma relação de A em B .
- (b) O conjunto dos pares ordenados (b, a) onde $b \in B$ e $a \in A$ é uma relação de B em A .

Fonte: Elaborada pelo autor.

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{2, 4, 6, 8\}$ e $B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$, a relação representada pela lei $y = 4x$ com $x \in A$ e $y \in B$ define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{0, -1, -2, -3\}$ e $B = \{0; -0,1; -0,2; -0,3\}$, a relação representada pela lei $y = -0,1x$ com $x \in A$ e $y \in B$ define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 3, 5, 7\}$ e $B = \{-5, -15, -25, -35\}$, a relação representada pela lei $y = -5x$ com $x \in A$ e $y \in B$ define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

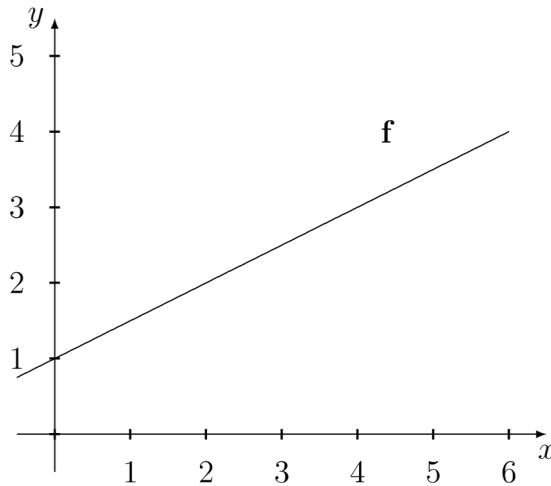
Dados os conjuntos $A = \{-10, -15, -30\}$ e $B = \{-5; -7,5; -15; -20\}$, a relação representada pela lei $y = \frac{1}{2}x$ com $x \in A$ e $y \in B$ define uma função de A em B .

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0\}$, a relação representada pela lei $y = 0$ com $x \in A$ e $y \in B$ define uma função de A em B .

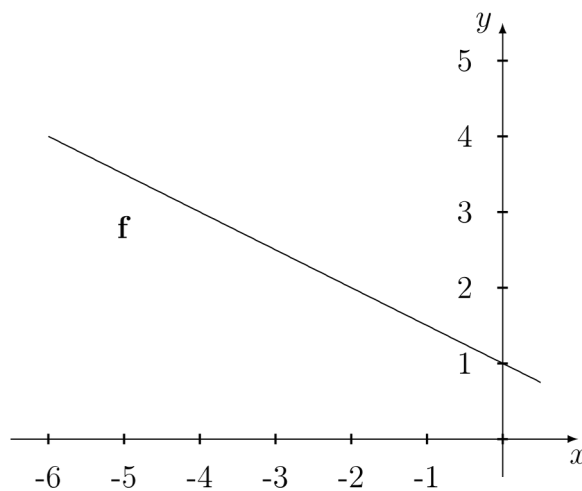
Fonte: Elaborada pelo autor.

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função afim com lei de formação $f(x) = \frac{x}{2} + 1$, representada no plano cartesiano acima, é crescente.

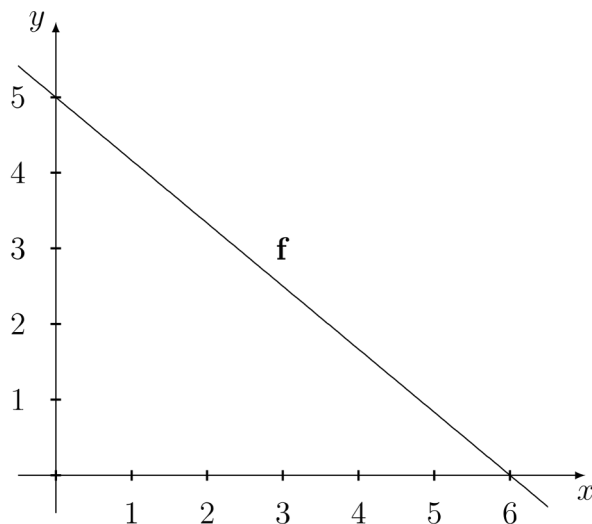
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função afim com lei de formação $f(x) = -\frac{x}{2} + 1$, representada no plano cartesiano acima, é decrescente.

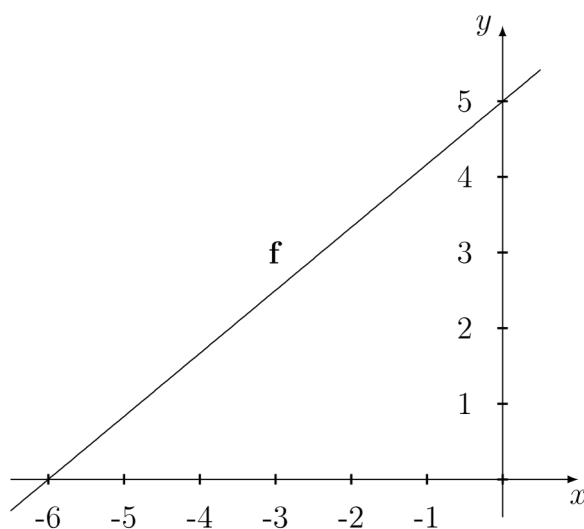
Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função afim com lei de formação $f(x) = -\frac{5x}{6} + 5$, representada no plano cartesiano acima, é crescente.

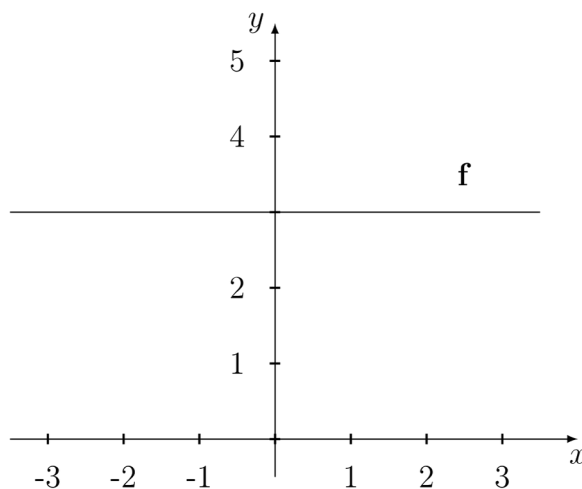
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função afim com lei de formação $f(x) = \frac{5x}{6} + 5$, representada no plano cartesiano acima, é decrescente.

Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

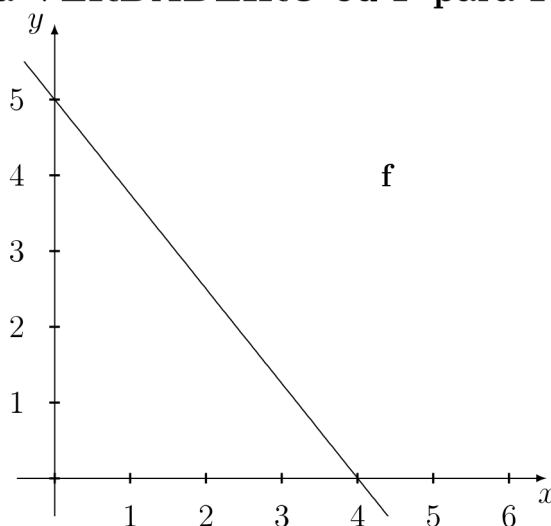


A função afim com lei de formação $f(x) = 3$, representada no plano cartesiano acima, é constante.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Questões do Nível 3 - vermelho

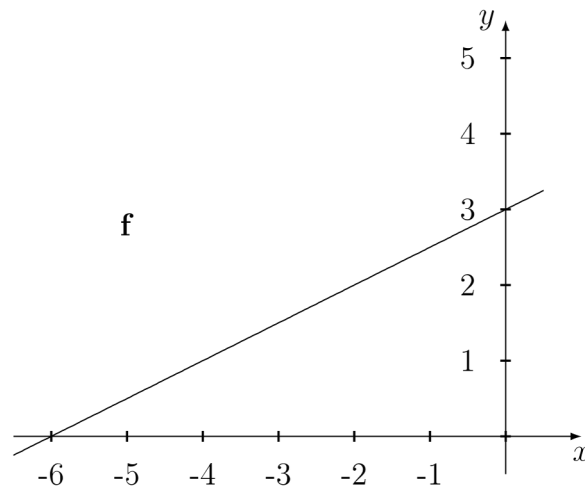
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função afim com lei de formação $f(x) = -1,25x + 5$, representada no plano cartesiano acima, possui zero igual a 4.

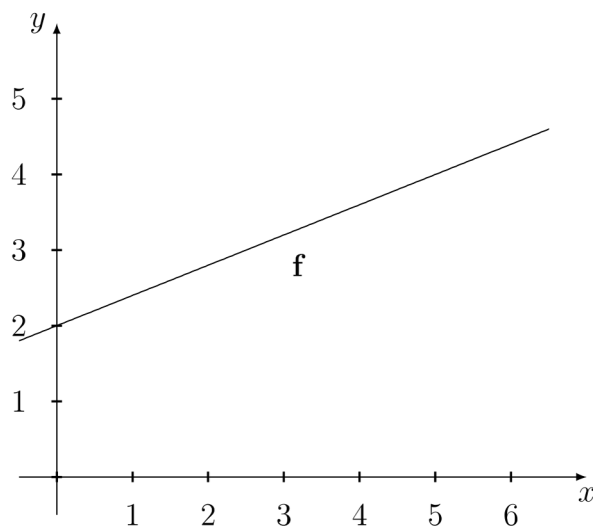
Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função afim com lei de formação $f(x) = \frac{x}{2} + 3$, representada no plano cartesiano acima, tem zero igual a -6.

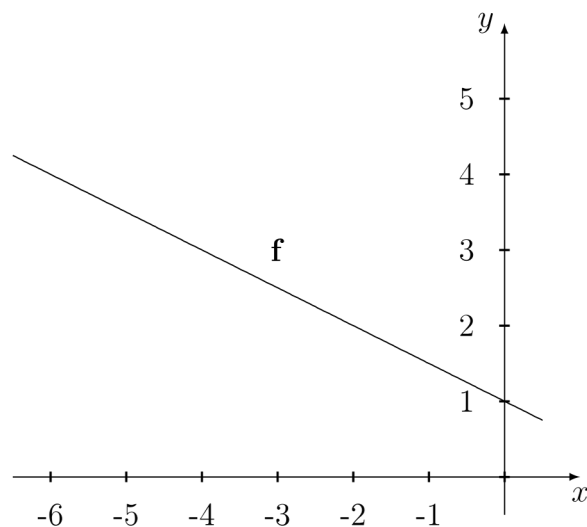
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função afim com lei de formação $f(x) = 0,4x + 2$, representada no plano cartesiano acima, tem zero igual a 2.

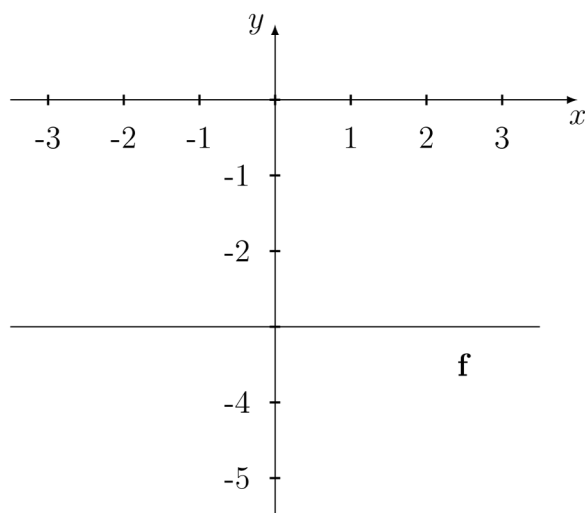
Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função afim com lei de formação $f(x) = -0.5x + 1$, representada no plano cartesiano acima, tem zero igual a 1.

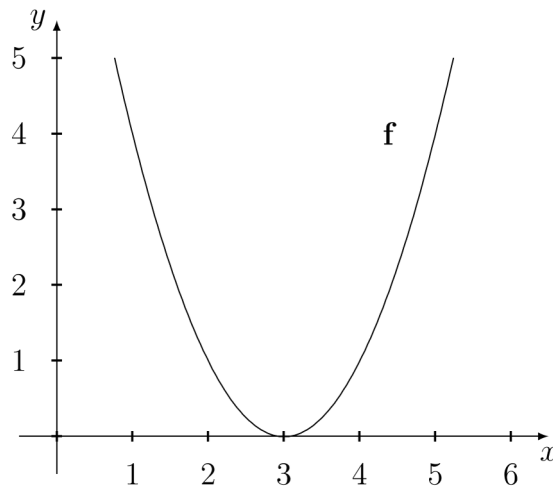
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função afim com lei de formação $f(x) = -3$, representada no plano cartesiano acima, não tem zero.

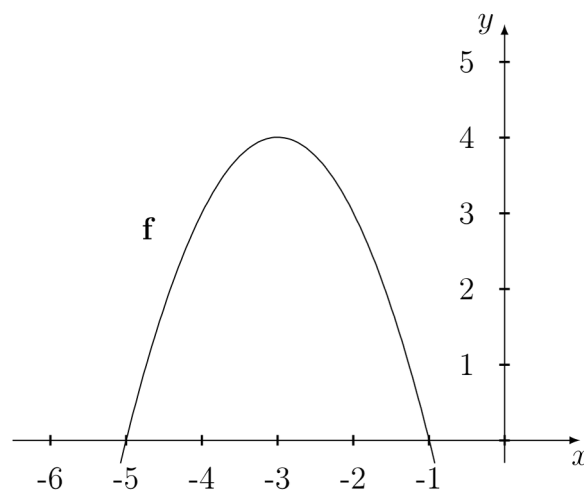
Fonte: Elaborada pelo autor.

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A coordenadas do vértice $V = (x_v, y_v)$ da parábola representada no plano cartesiano acima são $x_v = 3$ e $y_v = 0$.

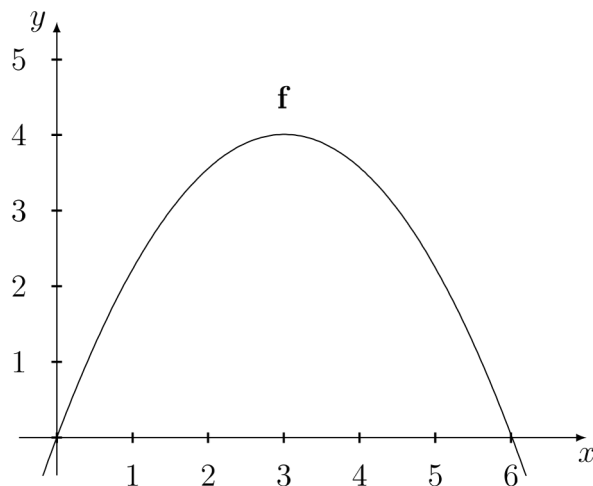
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A coordenadas do vértice $V = (x_v, y_v)$ da parábola representada no plano cartesiano acima são $x_v = -3$ e $y_v = 4$.

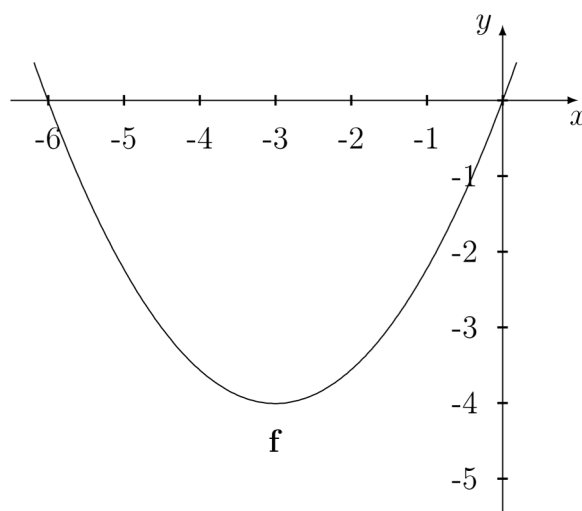
Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A coordenadas do vértice $V = (x_v, y_v)$ da parábola representada no plano cartesiano acima são $x_v = 4$ e $y_v = 3$.

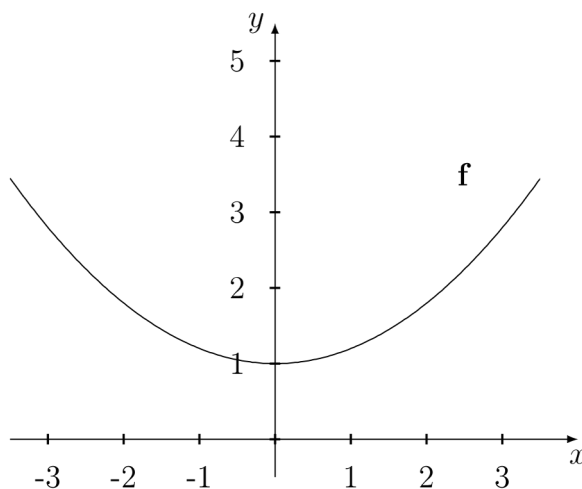
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A coordenadas do vértice $V = (x_v, y_v)$ da parábola representada no plano cartesiano acima são $x_v = -3$ e $y_v = -4$.

Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:

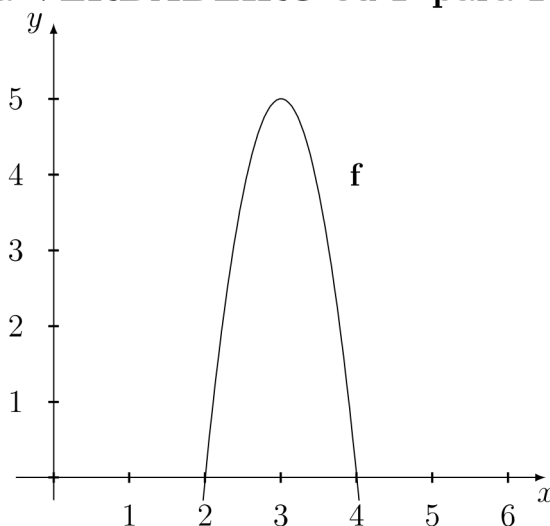


A parábola representada no plano cartesiano acima não possui vértice $V = (x_v, y_v)$.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Questões do Nível 3 - azul

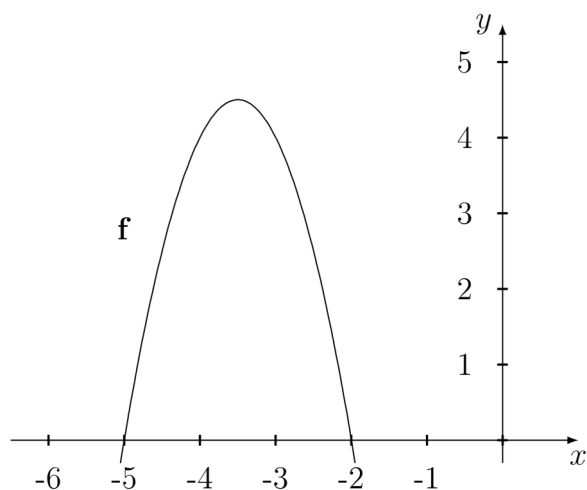
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função quadrática com lei de formação $f(x) = -5x^2 + 30x - 40$, representada no plano cartesiano acima, tem dois zeros reais distintos, $x' = 2$ e $x'' = 4$.

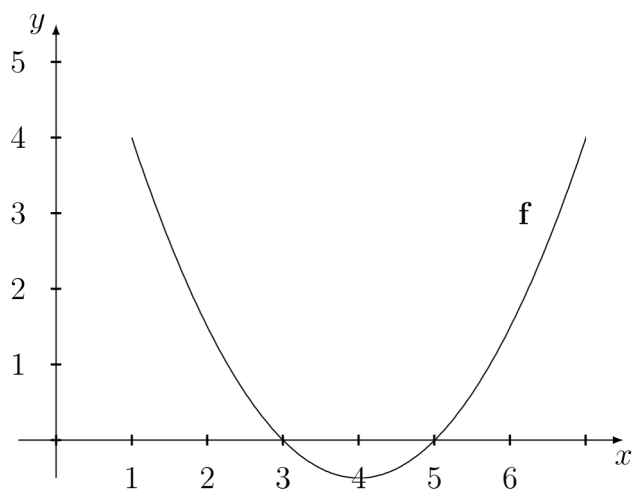
Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função quadrática com lei de formação $f(x) = -2x^2 - 14x - 20$, representada no plano cartesiano acima, tem dois zeros reais distintos, $x' = 2$ e $x'' = -5$.

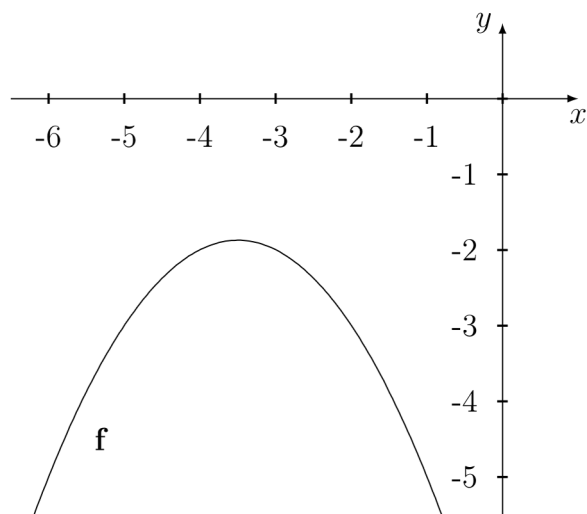
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função quadrática com lei de formação $f(x) = \frac{x^2}{2} - 4x + \frac{15}{2}$, representada no plano cartesiano acima, tem dois zeros reais distintos, $x' = -3$ e $x'' = -5$.

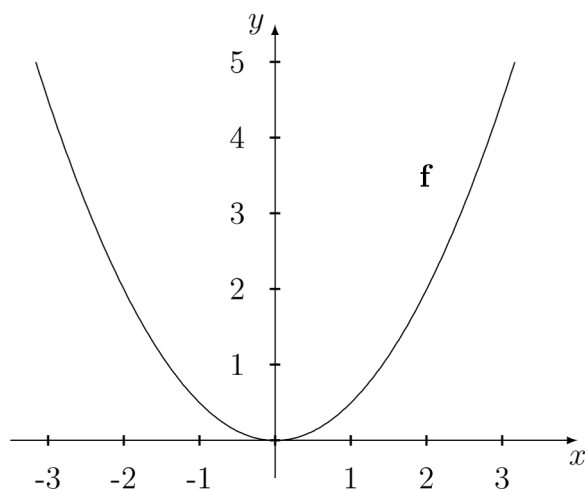
Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função quadrática com lei de formação $f(x) = -0,5x^2 - 3,5x - 8$, representada no plano cartesiano acima, não tem zeros reais.

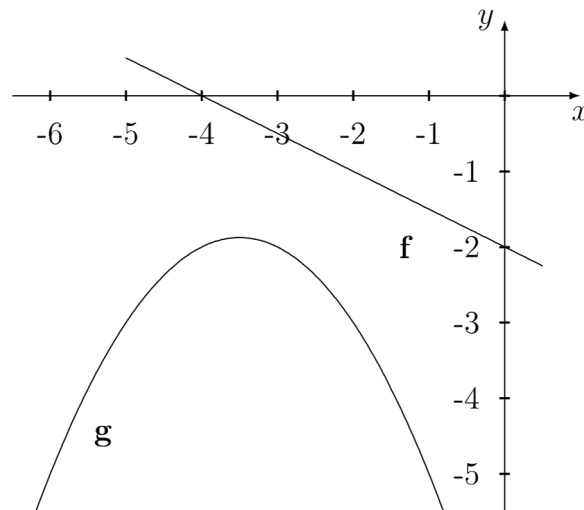
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



A função quadrática com lei de formação $f(x) = 0,5x^2$, representada no plano cartesiano acima, tem zeros reais iguais a 0.

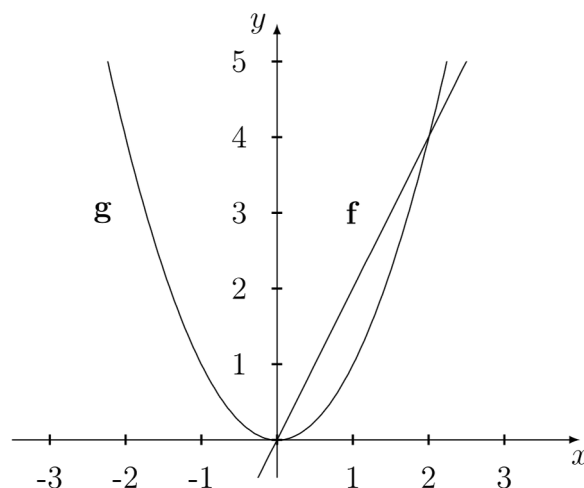
Fonte: Elaborada pelo autor.

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



As funções afim e quadrática representadas no plano cartesiano acima não possuem pontos de interseção.

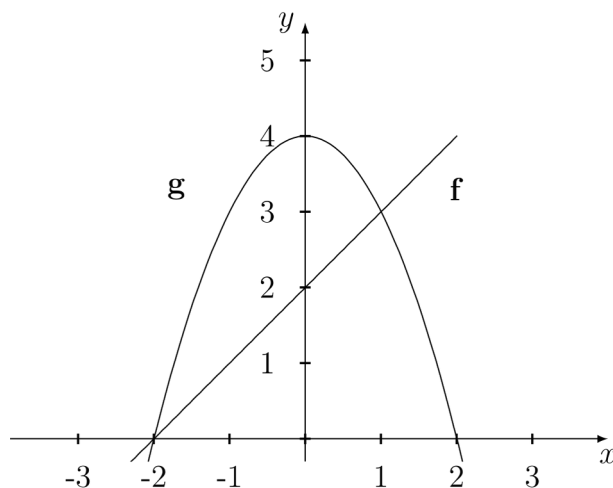
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



As funções afim e quadrática com leis de formação $f(x) = 2x$ e $g(x) = x^2$, representadas no plano cartesiano acima, tem como pontos de interseção $(0, 0)$ e $(2, 4)$.

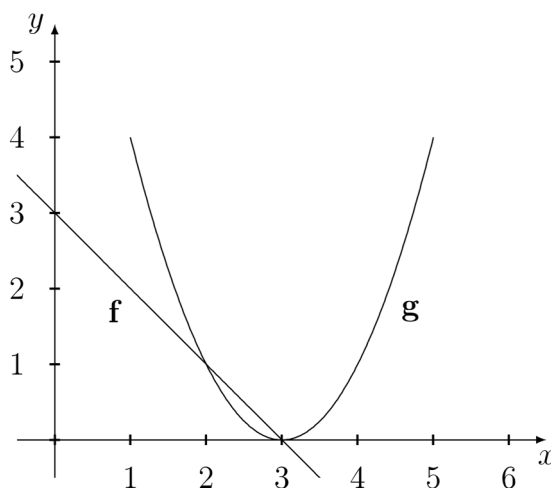
Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



As funções afim e quadrática com leis de formação $f(x) = x + 2$ e $g(x) = -x^2 + 4$, representadas no plano cartesiano acima, tem como pontos de interseção $(0, -2)$ e $(3, 1)$.

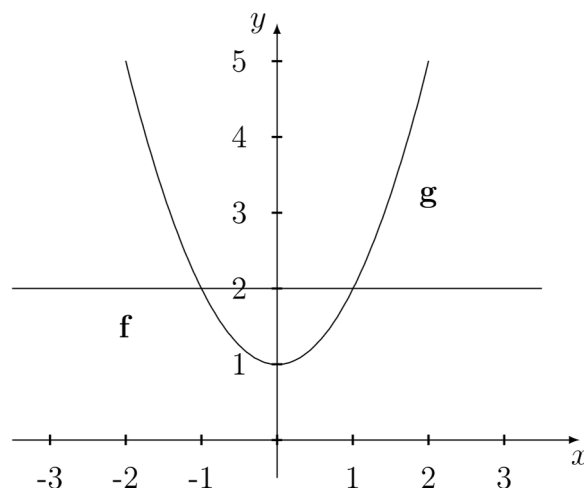
Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



As funções afim e quadrática com leis de formação $f(x) = -x + 3$ e $g(x) = -x^2 - 6x + 9$, representadas no plano cartesiano acima, tem como pontos de interseção $(0, 3)$ e $(1, 2)$.

Continua na próxima página

Responda V para VERDADEIRO ou F para FALSO:



As funções afim e quadrática com leis de formação $f(x) = 2$ e $g(x) = x^2 + 1$, representadas no plano cartesiano acima, tem como pontos de interseção $(1, 2)$ e $(-1, 2)$.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Questões do Nível *HARD* - cinza

(Enem 2023, prova rosa, questão 153) Dirigir após ingerir bebidas alcoólicas é uma atitude extremamente perigosa, uma vez que, a partir da primeira dose, a pessoa já começa a ter perda de sensibilidade de movimentos e de reflexos. Apesar de a eliminação e absorção do álcool depender de cada pessoa e de como o organismo consegue metabolizar a substância, ao final da primeira hora após a ingestão, a concentração de álcool (C) no sangue corresponde a aproximadamente 90% da quantidade (q) de álcool ingerida, e a eliminação total dessa concentração pode demorar até 12 horas.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 1 dez. 2018 (adaptado).

Nessas condições, ao final da primeira hora após a ingestão da quantidade q de álcool, a concentração C dessa substância no sangue é expressa algebricamente por

- (a) $C = 0,9q$
- (b) $C = 0,1q$
- (c) $C = 1 - 0,1q$
- (d) $C = 1 - 0,9q$
- (e) $C = q - 10$

Continua na próxima página

(Enem 2023, prova rosa, questão 145) Para concretar a laje de sua residência, uma pessoa contratou uma construtora. Tal empresa informa que o preço y do concreto bombeado é composto de duas partes: uma fixa, chamada de taxa de bombeamento, e uma variável, que depende do volume x de concreto utilizado. Sabe-se que a taxa de bombeamento custa R\$ 500,00 e que o metro cúbico do concreto bombeado é de R\$ 250,00. A expressão que representa o preço y em função do volume x , em metro cúbico, é

- (a) $y = 250x$
- (b) $y = 500x$
- (c) $y = 750x$
- (d) $y = 250x + 500$
- (e) $y = 500x + 250$

(Enem 2022, prova rosa, questão 141) O funcionário de uma loja tem seu salário mensal formado por uma parcela fixa de 675 reais mais uma comissão que depende da quantidade de peças vendidas por ele no mês. O cálculo do valor dessa comissão é feito de acordo com estes critérios:

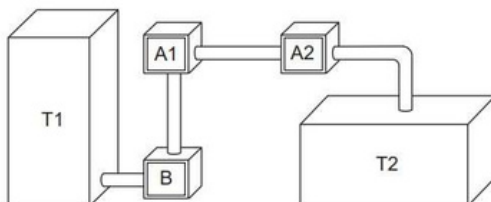
- até a quinquagésima peça vendida, paga-se 5 reais por peça;
- a partir da quinquagésima primeira peça vendida, o valor pago é de 7 reais por peça.

Represente por q a quantidade de peças vendidas no mês por esse funcionário, e por $S(q)$ o seu salário mensal, em real, nesse mês. A expressão algébrica que descreve $S(q)$ em função de q é

- (a) $S(q) = 675 + 12q$
- (b) $S(q) = 325 + 12q$
- (c) $S(q) = 675 + 7q$
- (d) $S(q) = \begin{cases} 625 + 5q, & \text{se } q \leq 50 \\ 925 + 7q, & \text{se } q > 50 \end{cases}$
- (e) $S(q) = \begin{cases} 625 + 5q, & \text{se } q \leq 50 \\ 575 + 7q, & \text{se } q > 50 \end{cases}$

Continua na próxima página

(Enem 2020, prova rosa, questão 169) Um processo de aeração, que consiste na introdução de ar num líquido, acontece do seguinte modo: uma bomba B retira o líquido de um tanque T1 e o faz passar pelo aerador A1, que aumenta o volume do líquido em 15%, e em seguida pelo aerador A2, ganhando novo aumento de volume de 10%. Ao final, ele fica armazenado num tanque T2, de acordo com a figura.



Os tanques T1 e T2 são prismas retos de bases retangulares, sendo que a base de T1 tem comprimento c e largura L , e a base de T2 tem comprimento $\frac{C}{2}$ e largura $2L$. Para finalizar o processo de aeração sem derramamento do líquido em T2, o responsável deve saber a relação entre a altura da coluna de líquido que já saiu de T1, denotada por x , e a altura da coluna de líquido que chegou a T2, denotada por y .

Disponível em: www.dec.ufcg.edu.br. Acesso em: 21 abr. 2015.

A equação que relaciona as medidas das alturas y e x é dada por

- (a) $y = 1,265x$
- (b) $y = 1,250x$
- (c) $y = 1,150x$
- (d) $y = 1,125x$
- (e) $y = x$

(Enem 2019, prova rosa, questão 179) Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R\$ 1 000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R\$ 80,00 por dia trabalhado. Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y , em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por

- (a) $y = 80x + 920$.
- (b) $y = 80x + 1000$.
- (c) $y = 80x + 1080$.
- (d) $y = 160x + 840$.
- (e) $y = 160x + 1000$.

Questões do Nível *HARD* - vermelho

(Enem 2016, prova rosa, questão 171) Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola: $y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros. Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $\frac{2}{3}$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel. Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

- (a) 18 (b) 20 (c) 36 (d) 45 (e) 54

(Enem 2015, prova rosa, questão 147) Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \leq T \leq 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \leq T \leq 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

- (a) muito baixa. (b) baixa. (c) média. (d) alta. (e) muito alta.

Continua na próxima página

(Enem 2014, prova rosa, questão 149) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f , de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor é

- (a) $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$
- (b) $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$
- (c) $y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$
- (d) $y = \frac{4}{5}x^2 + 2$
- (e) $y = x$

(Enem 2013, prova rosa, questão 178) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento ($t = 0$) e varia de acordo com a expressão $T(t) = \frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°C . Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

- (a) 19,0
- (b) 19,8
- (c) 20,0
- (d) 38,0
- (e) 39,0

Continua na próxima página

(Enem 2010, prova rosa, questão 163) Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica, é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo. Em uma indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função

$$T(t) = \begin{cases} \frac{7}{5}t + 20, & \text{para } 0 \leq t < 100 \\ \frac{2}{125}t^2 - \frac{16}{5}t + 320, & \text{para } t \geq 100 \end{cases}$$

em que T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e t é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado. Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48°C e retirada quando a temperatura for 200°C . O tempo de permanência dessa peça no forno é, em minutos, igual a

- (a) 100.
- (b) 108.
- (c) 128.
- (d) 130.
- (e) 150.

Fonte: Provas e Gabaritos, Inep (2009-2023).

Questões do Nível *HARD* - verde

(Enem 2012, prova rosa, questão 162) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$$Q_O = -20 + 4P$$

$$Q_D = 46 - 2P$$

em que Q_O é quantidade de oferta, Q_D é a quantidade de demanda e P é o preço do produto. A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_O e Q_D se igualam. Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

- (a) 5 (b) 11 (c) 13 (d) 23 (e) 33

(Enem 2011, prova rosa, questão 156) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R\$ 100 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R\$ 350 000,00, enquanto a segunda cobrou R\$ 120 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R\$ 150 000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada. Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

- (a) $100n + 350 = 120n + 150$
(b) $100n + 150 = 120n + 350$
(c) $100(n + 350) = 120(n + 150)$
(d) $100(n + 350000) = 120(n + 150000)$
(e) $350(n + 100000) = 150(n + 120000)$

Continua na próxima página

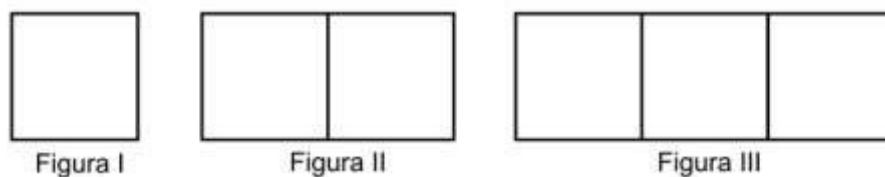
(Enem 2011, prova rosa, questão 164) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4 300 vagas no setor, totalizando 880 605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: <http://www.folha.uol.com.br>. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

- (a) $y = 4300x$
- (b) $y = 884905x$
- (c) $y = 872005 + 4300x$
- (d) $y = 876305 + 4300x$
- (e) $y = 880605 + 4300x$

(Enem 2010, prova rosa, questão 149) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.

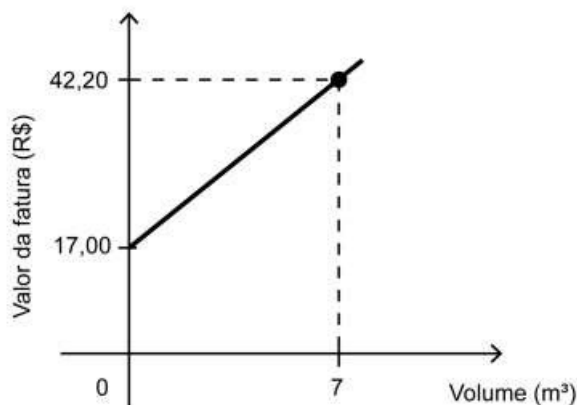


Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

- (a) $C = 4Q$ (b) $C = 3Q + 1$ (c) $C = 4Q - 1$ (d) $C = Q + 3$ (e) $C = 4Q - 2$

Continua na próxima página

(Enem 2020 digital, prova rosa, questão 142) Uma fatura mensal de água é composta por uma taxa fixa, independentemente do gasto, mais uma parte relativa ao consumo de água, em metro cúbico. O gráfico relaciona o valor da fatura com o volume de água gasto em uma residência no mês de novembro, representando uma semirreta.



Observa-se que, nesse mês, houve um consumo de $7m^3$ de água. Sabe-se que, em dezembro, o consumo de água nessa residência, em metro cúbico, dobrou em relação ao mês anterior. O valor da fatura referente ao consumo no mês de dezembro nessa residência foi

- (a) superior a R\$ 65,00 e inferior a R\$ 70,00.
- (b) superior a R\$ 80,00 e inferior a R\$ 85,00.
- (c) superior a R\$ 90,00 e inferior a R\$ 95,00.
- (d) superior a R\$ 95,00.
- (e) inferior a R\$ 55,00.

Fonte: Provas e Gabaritos, Inep (2009-2023).

(Enem 2023, prova rosa, questão 158) Analisando as vendas de uma empresa, o gerente concluiu que o montante diário arrecadado, em milhar de real, poderia ser calculado pela expressão $V(x) = \frac{x^2}{4} - 10x + 105$, em que os valores de x representam os dias do mês, variando de 1 a 30. Um dos fatores para avaliar o desempenho mensal da empresa é verificar qual é o menor montante diário V_0 arrecadado ao longo do mês e classificar o desempenho conforme as categorias apresentadas a seguir, em que as quantidades estão expressas em milhar de real.

- Ótimo: $V_0 \geq 24$
- Bom: $20 \leq V_0 < 24$
- Normal: $10 \leq V_0 < 20$
- Ruim: $4 \leq V_0 < 10$
- Péssimo: $V_0 < 4$

No caso analisado, qual seria a classificação do desempenho da empresa?

- (a) Ótimo (b) Bom (c) Normal (d) Ruim (e) Péssimo

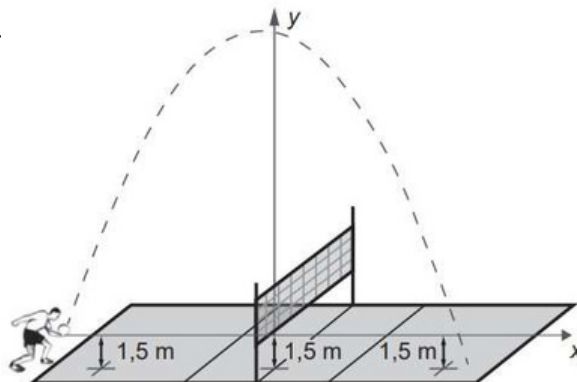
(Enem 2022, prova rosa, questão 142) Ao analisar os dados de uma epidemia em uma cidade, peritos obtiveram um modelo que avalia a quantidade de pessoas infectadas a cada mês, ao longo de um ano. O modelo é dado por $p(t) = t^2 + 10t + 24$, sendo t um número natural, variando de 1 a 12, que representa os meses do ano, e $p(t)$ a quantidade de pessoas infectadas no mês t do ano. Para tentar diminuir o número de infectados no próximo ano, a Secretaria Municipal de Saúde decidiu intensificar a propaganda oficial sobre os cuidados com a epidemia. Foram apresentadas cinco propostas (I, II, III, IV e V), com diferentes períodos de intensificação das propagandas:

• $I : 1 \leq t \leq 2$; • $II : 3 \leq t \leq 4$; • $III : 5 \leq t \leq 6$; • $IV : 7 \leq t \leq 9$; • $V : 10 \leq t \leq 12$;
A sugestão dos peritos é que seja escolhida a proposta cujo período de intensificação da propaganda englobe o mês em que, segundo o modelo, há a maior quantidade de infectados. A sugestão foi aceita. A proposta escolhida foi a

- (a) I (b) II (c) III (d) IV (e) V

Continua na próxima página

(Enem 2022, prova rosa, questão 156) Em jogos de voleibol, um saque é invalidado se a bola atingir o teto do ginásio onde ocorre o jogo. Um jogador de uma equipe tem um saque que atinge uma grande altura. Seu recorde foi quando a batida do saque se iniciou a uma altura de 1,5 m do piso da quadra, e a trajetória da bola foi descrita pela parábola $y = -\frac{x^2}{6} - \frac{7x}{3} + 12$, em que y representa a altura da bola em relação ao eixo x (das abscissas) que está localizado a 1,5 m do piso da quadra, como representado na figura. Suponha que em todas as partidas algum saque desse jogador atinja a mesma altura do seu recorde.



A equipe desse jogador participou de um torneio de voleibol no qual jogou cinco partidas, cada uma delas em um ginásio diferente. As alturas dos tetos desses ginásios, em relação aos pisos das quadras, são:

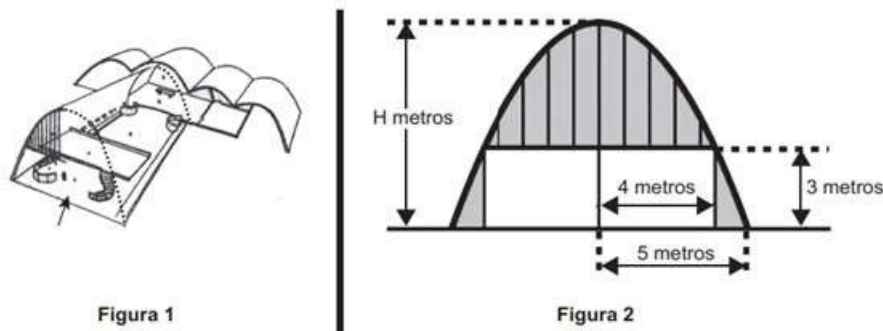
- ginásio I: 17 m;
- ginásio II: 18 m;
- ginásio III: 19 m;
- ginásio IV: 21 m;
- ginásio V: 40 m;

O saque desse atleta foi invalidado

- (a) apenas no ginásio I.
- (b) apenas nos ginásios I e II.
- (c) apenas nos ginásios I, II e III.
- (d) apenas nos ginásios I, II, III e IV.
- (e) em todos os ginásios.

Continua na próxima página

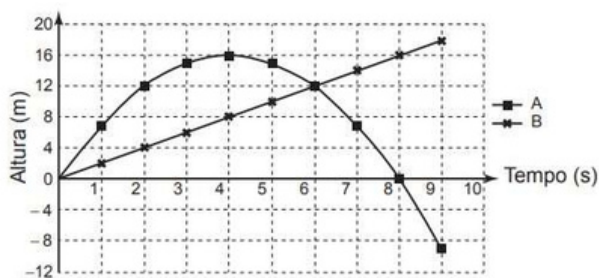
(Enem 2017, prova rosa, questão 167) A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.



Qual a medida da altura H , em metro, indicada na Figura 2?

- (a) $\frac{16}{3}$ (b) $\frac{31}{5}$ (c) $\frac{25}{4}$ (d) $\frac{25}{3}$ (e) $\frac{75}{2}$

(Enem 2016, prova rosa, questão 165) Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado. Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

- (a) diminuir em 2 unidades. (b) diminuir em 4 unidades. (c) aumentar em 2 unidades. (d) aumentar em 4 unidades. (e) aumentar em 8 unidades.

(Enem 2020 digital, prova rosa, questão 143) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R\$ 1 200,00 por hectare plantado, e vendia por R\$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro L que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Disponível em: www.cnpso.embrapa.br. Acesso em: 27 fev. 2012 (adaptado).

Qual é a expressão que determinou o lucro L em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

(a) $L(x) = 50x - 1200$

(b) $L(x) = 50x - 12000$

(c) $L(x) = 50x + 12000$

(d) $L(x) = 500x - 1200$

(e) $L(x) = 1200x - 500$

(Enem 2020 digital, prova rosa, questão 141) Em um ano, uma prefeitura apresentou o relatório de gastos públicos realizados pelo município. O documento mostra que foram gastos 72 mil reais no mês de janeiro (mês 1), que o maior gasto mensal ocorreu no mês de agosto (mês 8) e que a prefeitura gastou 105 mil reais no mês de dezembro (mês 12). A curva que modela esses gastos é a parábola $y = T(x)$, com x sendo o número correspondente ao mês e $T(x)$, em milhar de real. A expressão da função cujo gráfico é o da parábola descrita é

(a) $T(x) = -x^2 + 16x + 57$

(b) $T(x) = -\frac{11}{16}x^2 + 11x + 72$

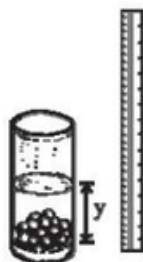
(c) $T(x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{24}{5}x + \frac{381}{5}$

(d) $T(x) = -x^2 - 16x + 87$

(e) $T(x) = \frac{11}{16}x^2 - \frac{11}{2}x + 72$

Continua na próxima página

(Enem 2009, prova rosa, questão 159) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

- (a) $y = 30x$. (b) $y = 25x + 20,2$. (c) $y = 1,27x$. (d) $y = 0,7x$. (e) $y = 0,07x + 6$.

(Enem 2009, prova rosa, questão 156) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R\$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R\$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R\$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é

- (a) $V = 10.000 + 50x - x^2$.
 (b) $V = 10.000 + 50x + x^2$.
 (c) $V = 15.000 - 50x - x^2$.
 (d) $V = 15.000 + 50x - x^2$.
 (e) $V = 15.000 - 50x + x^2$.

Continua na próxima página

(Enem 2020 digital, prova rosa, questão 175) Uma empresa de chocolates consultou o gerente de produção e verificou que existem cinco tipos diferentes de barras de chocolate que podem ser produzidas, com os seguintes preços no mercado:

- Barra I: R\$ 2,00;
- Barra II: R\$ 3,50;
- Barra III: R\$ 4,00;
- Barra IV: R\$ 7,00;
- Barra V: R\$ 8,00.

Analisando as tendências do mercado, que incluem a quantidade vendida e a procura pelos consumidores, o gerente de vendas da empresa verificou que o lucro L com a venda de barras de chocolate é expresso pela função $L(x) = -x^2 + 14x - 45$, em que x representa o preço da barra de chocolate. A empresa decide investir na fabricação da barra de chocolate cujo preço praticado no mercado renderá o maior lucro. Nessas condições, a empresa deverá investir na produção da barra

- (a) I
- (b) II
- (c) III
- (d) IV
- (e) V

Fonte: Provas e Gabaritos, Inep (2009-2023).

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 17 mai. 2023.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Inep. **Provas e Gabaritos**. Brasília, 2009–2023. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>>. Acesso em: 12 jul. 2024.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Inep. **RELATÓRIO DE RESULTADOS DO SAEB 2021**. Vol. 1. Brasília, 2023. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados>>. Acesso em: 13 jul. 2024.

DETERDING, S., et al. **From Game Design Elements to Gamefulness: Defining Gamification**. Proceedings of the 15th International Academic MindTrek Conference: Envisioning Future Media Environments, Nova Iorque. 2011.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Editora da UNICAMP, 2008.

GOIÁS. Secretaria de Estado da Educação. **Documento Curricular para GOIÁS**. Goiânia, 2019. Disponível em: <<https://site.educacao.go.gov.br/files/documentos/PEDAGOGICO/Vol%20III%20Anos%20Finais.pdf>>. Acesso em: 05 out. 2023.

KAPP, K. M. **The gamification of learning and instruction: game-based methods and strategies for training and education**. San Francisco, CA: Pfeiffer, 2012.

PRENSKY, M. **Aprendizagem baseada em jogos digitais**. Editora Senac. São Paulo, 2021.

PROFMAT. **Banco de dissertações**. Rio de Janeiro. Disponível em: <<https://profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/>>. Acesso em: 12 abr. 2024.

SCRATCH Foundation, 2024. Disponível em: <<https://www.scratchfoundation.org/our-story>>. Acesso em: 24 jul. 2024.

WERBACH, K.; HUNTER, D. **For the win: The Power of GAMIFICATION and Game Thinking in Business, Education, Government, and Social Impact**. Philadelphia: Wharton Digital Press, 2012.

ZUFFI, E. M. **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função**. Educação Matemática em Revista, v. 8, n. 9/10, p. 10–16, 2001.