

Produto
Educatonal

**ENSINO DE
FUNÇÃO
MODULAR
VIA SEQUÊNCIA
DIDÁTICA**

Fernanda Vieira de Sousa
Miguel Chaquiam

BELEM
2024

Clay Anderson Nunes Chagas
Reitor Universidade do Estado do Pará

Ilma Pastana Ferreira
Vice-Reitora Universidade do Estado do Pará

Jofre Jacob da Silva Freitas
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

Ednalvo Apóstolo Campos
Pró-Reitor de Graduação

Vera Regina da Cunha Menezes Palácios
Pró-Reitora de Extensão

Carlos José Capela Bispo
Pró-Reitor de Gestão e Planejamento

Anderson Madson Oliveira Maia.
Diretor do CCSE

Pedro Franco de Sá
Coordenador do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de
Matemática

Ana Kely Martins da Silva
Vice-Coordenador do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em
Ensino de Matemática

Robertyson Martins Castro
Secretaria do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de
Matemática

Diagramação e Capa: Os Autores
Revisão: Os Autores
Conselho Editorial

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva
Prof. Dr. Antonio José Lopes
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira
Profa. Dra. Claudianne Amorim Noronha
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias
Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg
Quaresma
Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento
Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo
Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo
Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de
Almeida

Comitê de Avaliação

Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Sousa, Fernanda Vieira de
Ensino de função modular via sequência didática / Fernanda Vieira de Sousa; Miguel
Chaquiam. 2024.
61f.

Produto Educacional vinculado à dissertação ‘Uma proposta de ensino de função
modular’ do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática – Universidade do Estado do
Pará. Belém, 2024.

1. Matemática-Estudo e ensino. 2. Função modular. 3. Prática de ensino. I. Chaquiam,
Miguel. II. Título.

ISBN: 978-65-5291-002-8

CDD. 23º ed. 510.7

Priscila Melo – CRB-2/1345



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: "FUNÇÃO MODULAR POR SEQUÊNCIA DIDÁTICA".

Mestranda: FERNANDA VIEIRA DE SOUSA

Data da avaliação: 03/10/2024

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) Destinado à:

- () Estudantes do Ensino Fundamental ☒ Estudantes do Ensino Médio
() Professores do Ensino Fundamental () Professores do Ensino Médio
() Outros: _____

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) Tipo de Produto Educacional

- ☒ Sequência Didática () Página na Internet () Vídeo
() Texto Didático (alunos/professores) () Jogo Didático () Aplicativo
() Software () Outro: _____

b) Possui URL: ☒ Sim, qual o URL: _____
() Não () Não se aplica

c) É coerente com a questão-foco da pesquisa?

- ☒ Sim
() Não. Justifique? _____

d) É adequado ao nível de ensino proposto?

- ☒ Sim
() Não. Justifique? _____

e) Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?

- ☒ Sim
() Não. Justifique? _____

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

- a) Possui sumário: ☒ Sim () Não () Não se aplica
b) Possui orientações ao professor: ☒ Sim () Não () Não se aplica
c) Possui orientações ao estudante: () Sim () Não ☒ Não se aplica
d) Possui objetivos/finalidades: ☒ Sim () Não () Não se aplica
e) Possui referências: ☒ Sim () Não () Não se aplica
f) Tamanho da letra acessível: ☒ Sim () Não () Não se aplica
g) Ilustrações são adequadas: ☒ Sim () Não () Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) Foi aplicado?

☒ Sim, onde: Escola de Ensino Médio

☐ Não, justifique: _____

☐ Não se aplica

b) Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?

☒ Sim, onde: Instituições de Ensino Médio

☐ Não, justifique: _____

☐ Não se aplica

c) O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?

☒ Sim, onde: Escola de Ensino Médio onde atua a docente.

☐ Não, justifique: _____

☐ Não se aplica

d) Em qual condição o produto educacional foi aplicado?

☐ na escola, como atividade regular de sala de aula

☒ na escola, como um curso extra

☐ outro: _____

e) A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):

☐ Alunos do Ensino Fundamental

☒ Alunos do Ensino Médio

☐ Professores do Ensino Fundamental

☐ Professores do Ensino Médio

☐ outros membros da comunidade escolar, tais como _____

☐ outros membros da comunidade, tais como _____

O produto educacional foi considerado:

☒ APROVADO

☐ APROVADO COM MODIFICAÇÕES

☐ REPROVADO

MEMBROS DA BANCA

Prof. Dr. Miguel Chaquiam (Presidente)

Doutor em Educação

IES de obtenção do título: UFRN

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa (Examinador 01)

Doutora em Educação Matemática

IES de obtenção do título: PUC/SP

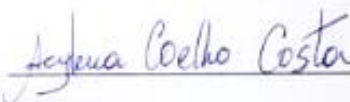
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral (Examinador 02)

Doutor em Ciências Humanas

IES de obtenção do título: PUC/RJ

Assinaturas







Apresentação

Ao longo da nossa trajetória acadêmica e profissional, tivemos o privilégio de vivenciar experiências enriquecedoras no ensino de matemática, e também muitos desafios. Pensando em contribuir com o processo de ensino de Função modular, produzimos esse Produto Educacional que é resultado de uma pesquisa com resultados satisfatório e está vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM-UEPA), no âmbito do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, que pode ser acessada por meio do link.

Ressalta-se este Produto Educacional foi elaborado a partir dos resultados de uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado em Ensino de Matemática, intitulada - UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FUNÇÃO MODULAR - disponível no site do PPGEM-UEPA e no EDUCAPES, Repositório da CAPES. Ademais, professores e alunos irão se deparar com uma perspectiva didática diferenciada que explora conceitos importantes, para o ensino de Função Modular, numa abordagem teórica e prática. por meio de sequência didática.

A estrutura desse Produto Educacional é composta por uma introdução teórica que abrange desde a Teoria das Situações Didáticas, as Sequências Didáticas, a Análise Microgenética e a Análise do Discurso. Além disso, apresento a Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual (UARC).

A partir desses aportes teóricos, esse produto educacional esmiuça sobre a função modular, detalhando um recorte histórico, conceito, e aplicações no campo gráfico. Para facilitar a compreensão, exploramos tópicos como translações e reflexões de gráficos, equações e inequações modulares, sempre com exemplos práticos.

Este material foi desenvolvido pensando nas dificuldades comuns enfrentadas por professores e estudantes na abordagem de Funções Modular e na aplicação de metodologias pedagógicas eficazes. Espero que esta obra contribua para uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos e ofereça suporte aos professores no desenvolvimento de suas práticas pedagógicas.

Fernanda Vieira de Sousa

Miguel Chaquiam

Sumário

1. INTRODUÇÃO	7
2. APORTES TEÓRICOS.....	9
2.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	9
2.2 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS	11
2.3 UNIDADE ARTICULÁVEL DE RECONSTRUÇÃO CONCEITUAL - UARC	14
2.4 ANÁLISE MICROGENÉTICA	17
2.5 ANÁLISE DO DISCURSO	20
3. FUNÇÃO MODULAR	25
3.1 RECORTE HISTÓRIO SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO	25
3.1.1 Conceito de Módulo	27
3.2 MÓDULO DE UM NÚMERO REAL	27
3.3 FUNÇÃO MODULAR e seu gráfico	28
3.4 TRANSLAÇÃO E REFLEXÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO MODULAR	29
3.4.1 Translação dentro do módulo	29
3.4.2 Translação <i>fora</i> do módulo	32
3.4.3 Translação na horizontal e vertical, dentro e fora do módulo	34
3.4.4 Construção do gráfico da função “dentro” do módulo (Reflexão)	36
3.5 EQUAÇÃO MODULAR	39
3.6 INEQUAÇÃO MODULAR	39
4. TESTE DE CONHECIMENTO	41
4.1 Orientação para os Professores	41
4.2 TESTE DE VERIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS	41
4.3 MATERIAIS PARA AS OFICINAS:	43
5. SEQUENCIA DIDÁTICA	49
5.1 Orientações para professores	49
5.2 atividades da sequência didática	49
5.2.1 Unidade Articulável de Reconstrução conceitual - UARC 01	49
5.2.2 Unidade Articulável de Reconstrução conceitual - UARC 02	51
5.2.3 Unidade Articulável de Reconstrução conceitual - UARC 03	53
5.3 AVALIAÇÃO APLICATIVA	57
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	59
7. REFERÊNCIAS	62

1. INTRODUÇÃO

Atualmente temos diversos estudos que buscam melhoria da qualidade na aprendizagem dos estudantes em Matemática, haja visto as necessidades de tornar o ensino mais significativo. Pois o processo de ensinar e aprender não ocorrem a passos de mágica, e não se resume a um processo mecânico, de leis, regras que podem parecer sem sentido, ou que devem ser apenas memorizadas.

Sendo assim, as preocupações com o processo de ensinar e aprender Matemática estão cada vez mais constantes, onde o professor tem a necessidade de fazer com que o aluno entenda, que por sua vez só compreenderá aquilo que parece lhe fazer sentido.

Esse produto educacional é resultado de uma pesquisa que se encontra disponível no site do PPGEM-UEPA e no EDUCAPES, Repositório da CAPES. Vislumbrando buscar alternativas metodológicas que contribuam para a melhoria do ensino de Matemática, foi estabelecido como questão norteadora - identificar em que medida uma sequência didática elaborada segundo o modelo estruturante das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARCs) potencializa o processo de ensino e de aprendizagem de Função Modular no ensino médio?

Entendemos que dentre os diversos conteúdos matemático abordados no ensino médio, temos a função modular, na qual é muitas vezes deixado de lado, apesar de ser um conteúdo importante que se relaciona com outros assuntos dentro da disciplina, e essa omissão pode gerar lacunas na aprendizagem dos estudantes.

Assim, esse trabalho visa contribuir por meio de uma sequência didática, estruturada segundo as UARC's, para o ensino de função modular para alunos do ensino médio de escola pública, tendo em vista a identificação de potencialidades a partir dos dados resultantes de sua aplicação e analisados segundo a análise do discurso e a Microgenética.

Ressaltamos que esse trabalho está apoiado teoricamente nas Situações Didática desenvolvidas por Guy Brousseau (2006), nas percepções de Sequência Didática de Zabala (1998), e nas unidades Articuláveis de Reconstrução Conceitual de Cabral (2017). Todas elas foram necessárias para a elaboração da proposta de Sequência Didática. Para as análises, a pesquisa buscará apoio nas teorias da

Análise Microgenética de Góes e também da Análise do discurso de Mortimer e Scoot (2002). Todos esses temas estão ancorados com o título de Aportes Metodológicos.

Com o intuito de que este produto educacional seja proveitoso e contribua para o desenvolvimento e avanço do ensino de Matemática, além de somar e melhorar o ensino de Função Modular, este contém um recorte da história da função modular, seguido da descrição do conteúdo matemático. e por fim, para o alcance da finalidade inicial apresentamos uma Sequência Didática, que é o cerne desse trabalho.

Este produto é destinado a professores do Ensino Médio para o ensino de Função Modular no âmbito escolar. Trata-se de um recurso didático que foi submetido a Análise Microgenética de Goes (2000) e Análise do Discurso de Mortimer e Scott (2002) que após a pesquisa finalizada, mostrou desempenho satisfatório para o ensino de do objeto matemático em questão.

2. APORTES TEÓRICOS

Nesta seção serão apresentados pesquisas, obras e autores que embasaram a construção desse trabalho. Diante disso, será abordado a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau (1986), Sequência Didática (SD) na concepção de Zabala (1998). O modelo estruturante das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) de Cabral (2017). Para avaliação da sequência didática, baseou-se na Análise Microgenética de Góes (2000) e a Análise do Discurso sob a ótica de Mortimer e Scott (2002) e Orlandi (2005).

2.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi desenvolvida por Brousseau, com foco no processo de ensino e aprendizagem da matemática na sala de aula fazendo relações que envolvem a tríade professor, aluno e o saber. Brousseau (apud Brito Menezes, 2011) denominou de triângulo das situações didáticas a relação triangular formada pelo professor, o aluno e o saber, o que se espera que seja ensinado e aprendido.

Para Almouloud, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) tem como objetivo:

caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é característica da aquisição de um determinado conjunto de comportamentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa. (Almouloud, 2007, p. 31-32).

Nesse sentido é necessário que se considere um ensino de matemática mais significativo, que satisfaça a relação triangular, dando aos alunos um papel ativo na busca do conhecimento matemático, e, para isso, o professor deve criar situações de ensino que sejam efetivas para o aluno. É importante ressaltar a necessidade do conteúdo ser abordado dentro de um contexto, de um meio, próximo da realidade do aluno, caso contrário, torna-se uma tarefa que dificilmente alcançará as transformações formativas do saber científico (Pais, 2011).

Freitas (2010) contribui com a definição de meio da seguinte forma:

O meio é onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age. É no meio que se provocam mudanças visando desestabilizar o sistema didático e o surgimento de conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagem de novos conhecimentos. (Freitas, 2010, p. 79).

Mas afinal o que é uma situação didática? Para Brousseau, 1978 (apud Almouloud, 2007, p. 33), ela é definida como

O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu¹ (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

Esse conjunto de relações estabelecidas por meio de negociações entre alunos e professor explicitados na citação, resulta no que se conhece como *contrato didático*, um dos elementos mais importantes na TSD, cuja noção veremos mais adiante.

Além de situações didáticas temos as que se denominam de adidáticas que se caracterizam pela existência de aspectos relacionados ao processo de aprendizagem que não têm uma intenção pedagógica direta ou um controle pedagógico do professor (Pais, 2011). Ainda segundo este autor, o espaço e o tempo estipulado para cada aula representam uma parcela dos possíveis momentos de aprendizagem. A partir daí somos levados a ver que a educação escolar não se restringe apenas às situações em que o professor pode controlar.

Para Brousseau, 1986 (apud Pais, 2011, p. 68) uma situação adidática podem ocorrer:

Quando o aluno torna-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar por ele mesmo o conhecimento que ele está construindo, em situação não prevista de qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que se pode ser chamado de situação adidática.

¹ O termo milieu ou milieux são termos francês, e sua tradução para português significa “meio”. Na teoria das situações didáticas é um sistema autônomo, autogênico ao sujeito.

Apesar de ocorrer tais impossibilidades do controle pedagógico, a situação adidática é de suma importância à aprendizagem. Nos momentos em que o aluno está procurando solução para um problema que lhe fora proposto, ocorrem diversas formas de raciocínio por parte dele, em que o professor comumente não tem o controle. Então, assumindo a importância de tal situação, a Didática da Matemática reforça as condições de trabalhar com situações-problema que são ricas em situações adidáticas.

2.2 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

O termo “Sequência Didática” está sendo utilizado cada dia mais nos meios de ensino, por se tratar de estratégias organizadas para alcançar os objetivos educacionais, principalmente no contexto escolar da educação básica, nas diversas áreas do conhecimento.

De acordo com Zabala (1998) sequência didática é um termo definido como sendo “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, quem têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”.

O autor ainda indica alguns critérios mediadores para se construir, aplicar e avaliar uma sequência didática, considerando três fases da intervenção reflexiva, descritas como: planejamento, aplicação e avaliação. Zabala (1998) também explica as quatro fases para aplicação de uma sequência didática: comunicação da lição, estudo individual do conteúdo, repetição do conteúdo estudado e avaliação ou nota do professor. Sobre o desenvolvimento das fases de uma sequência de atividades, o objetivo principal segundo o autor é:

[...] introduzir nas diferentes formas de intervenção aquelas atividades que possibilitem uma melhora de nossa atuação nas aulas, como resultado de um conhecimento mais profundo das variáveis que intervêm e do papel que cada uma delas tem no processo de aprendizagem dos meninos e meninas. (Zabala, 1998, p.54).

Assim, ao projetar uma sequência didática, devem ser considerados os diálogos e relações interativas entre professor/aluno e aluno/aluno, as influências dos

conteúdos, os papéis de cada sujeito, bem como o tempo, espaço, além dos recursos didáticos e avaliação, para alcançar os objetivos, tudo deve ser bem planejado e organizado.

A Sequência Didática – SD é, segundo Cabral (2017), um conceito polissêmico, pois existem várias formas de se pensar uma sequência didática. A sequência didática pode ser focalizada no sentido macro, com muitas atividades, durante um longo período, ou pode ser concebida no sentido micro, pensando em atividades menores desde que haja um desenho cognitivo é definido e um objeto matemático que esteja sendo tratado no seu conceito e na sua natureza conceitual.

A complexidade dos saberes docentes descrita por Cabral (2017), assim como, tantos outros conceitos no campo da educação, também é dotado de polissemia. Para o autor, isso não constitui um problema, mas necessita de cuidados e, sobretudo demanda fazer escolhas e estabelecer restrições.

Tardif (2007, *apud* Cabral, 2017) apresenta dois grupos de problemas interligados que afetam as pesquisas sobre a temática do saber dos professores, dentre os quais estão: o problema da polissemia e o problema da centralidade. Além disso, Cabral (2017) norteado pela ótica de Tardif (2007) aponta dois grandes excessos, que segundo eles, são ameaçadores em relação às pesquisas sobre o saber dos professores: “o professor é um cientista” e “tudo é saber”.

O primeiro excesso – o professor é um cientista – pressupõe a idéia de que o elemento essencialmente definidor da racionalidade é exclusivamente a capacidade cognitiva. A racionalidade aqui é um repertório de competências, de desempenhos pensados quase que exclusivamente em termos de saberes, de conhecimento. [...] O segundo excesso está ligado às chamadas abordagens etnográficas quando estas são levadas ao extremo. Esse autor critica tanto o acentuado tom cognitivista promotor de um perfil “quase computacional” do ator quanto o exagero etnográfico que, na sua concepção, acaba transformando tudo em saber. (Cabral, 2017, p. 16-17)

Neste sentido, as diferentes práticas de ensino apoiam-se em diferentes concepções de aprendizagem. Sob a ótica de que não existe neutralidade na educação, não sendo diferente a forma de pensar o ensino, isto nos remete que existem diversas formas de concebermos o processo de ensino e aprendizagem, que são influenciadas pelas concepções sobre a educação, a função da educação e as concepções que se tem sobre o sujeito que aprende. É partindo desses pressupostos,

que se busca entender o porquê de se organizar o ensino em formas de sequências didáticas e não em atividades isoladas.

Ao entrar em contato com o objeto de conhecimento, o sujeito formula hipótese sobre o funcionamento e estruturação desse objeto, e isto só é possível devido ao fato de o sujeito possuir conhecimentos anteriores, que são acionados ao entrar em contato com um objeto diferente. Isto nos leva a crer que o aluno não é um sujeito vazio e conhecimento pois possui conhecimentos prévios. Desta forma, a prática docente é criada a partir dos sujeitos reais e demandas reais de aprendizagem. Neste sentido, as atividades isoladas e descontextualizadas não são suficientes.

Desta forma, o ensino por meio de sequências didáticas busca superar um modelo centrado somente na exposição e memorização. A aprendizagem no ambiente escolar precisa valorizar o cotidiano do aluno, isto é, trazer o conhecimento prévios que ele tem para a sala de aula facilita a aprendizagem além de diminuir a distância que há entre o que é ensinado na escola e o que realmente é vivenciado pelo aluno, ou seja, trabalhar com o concreto permite ao aluno fazer inferências e tomar decisões com maior segurança e autonomia, atribuindo assim, significado a esta aprendizagem.

Segundo Cerqueira (2013), para proporcionar a aprendizagem significativa, uma das estratégias é a sequência didática. É importante ressaltar que Cabral (2017) afirmou que enquanto atuava como professor da educação básica, procurava oferecer aos seus alunos o ensino de matemática voltada a prática discursiva de interações verbais reflexivas, em algumas situações o autor provocava os estudantes e notar e observar regularidades, e levava-os as utilidades e necessidades das generalizações.

Para a elaboração de uma sequência didática, Oliveira (2013, p.43) descreve que “o professor precisa escolher o tema, problematizar o assunto, planejar os conteúdos; traçar os objetivos, delimitar as atividades de forma sequencial levando em consideração os grupos, materiais, tempo, etapas e a avaliação dos resultados”.

A organização das atividades se faz necessária para assegurar a construção de uma aprendizagem mais efetiva, que permite a articulações entre diferentes temas, permitindo construir significados dos objetos e contribuir para a relação entre os conteúdos, sejam eles referentes ao saber (conceituais), ao saber fazer (procedimentais), ou a essência de ser (atitudinais).

Tomando por base todo o conteúdo já mencionado, este produto apresenta uma Sequência didática com base nas Unidades Articuláveis de Reconstrução Conceitual (UARC) com fundamentação da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

É importante ressaltar que as discussões estabelecidas no texto citado acima, contribuíram para a compreensão geral do que é este instrumento didático. Desse modo, possibilitaram o entendimento e necessidades de relações com outras teorias, exemplo disso é a UARC que é abordada no texto a seguir.

2.3 UNIDADE ARTICULÁVEL DE RECONSTRUÇÃO CONCEITUAL - UARC

As UARC'S estão subdivididas em sete conjuntos denominadas de Intervenções Estruturantes, que servem como direcionamento para elaborar uma Sequências Didáticas de conteúdos matemáticos, são elas: Intervenção Inicial (Ii), Intervenção Reflexiva (Ir), Intervenção Exploratória (Ie), Intervenção Formalizante (If), Intervenção Avaliativa Restrita (IAr), Intervenções Avaliativa Aplicativa (IAa) e também as Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (I-OMO).

Estou usando o termo “Intervenção” no sentido de que existe uma intencionalidade nas ações dirigidas pelo professor diante de seus alunos. Uso, portanto, esse termo no sentido de evidenciar o papel de orientador do pensamento em construção que é uma prerrogativa intransferível do professor. Suas ações de ensino são intervenções que visam estimular o aluno a atingir os objetivos de aprendizagem. (Cabral, 2017, p. 40)

Assim, as UARCs é um modelo estruturado a fim de apresentar com clareza a função do professor como um orientador do pensamento que estará em construção. O docente oferecerá orientações aos estudantes, com intuito de estimulá-los para atingirem os objetivos determinados antes da aplicação da Sequência Didática.

Tais relações podem ser interpretadas como um processo de associação com os pressupostos da psicologia, que se relacionam com os conceitos da Psicologia Histórico-Cultural formulada por Vygotsky as chamadas Zonas de Desenvolvimento proximal (ZDP) no qual o aprendiz é levado a avançar de um Nível de desenvolvimento

Potencial (NDP) para o Nível de Desenvolvimento Efetivo (NDE). Cabral (2017) afirma que a Intervenção inicial (Ii) é a primeira peça do jogo de ideias que estimulam o aluno a perceber de maneira intuitiva as regularidades funcionais de um conceito. É o primeiro elemento de um jogo orientado pelo professor com a intenção principal de instigar o pensamento matemático.

A intervenção reflexiva é gerada por meio de um questionamento, que pode estar atrelado em um ou mais aspectos. Nessa etapa o aluno é orientado a levantar hipóteses, fazer presunções, averiguar possibilidades e estabelecer consequências. O autor também relaciona as Intervenções Exploratórias, que objetivam aprofundar o olhar do aluno sobre os resultados obtidos nas intervenções reflexivas. Nessa etapa o aluno é levado a fazer simulações, experimentações, descrições, preenchimento de tabelas, elaboração de gráficos e observações. Assim explica Cabral:

Concebo a utilização colaborativa dessas duas formas de intervenções de ensino – Ir e Ie – no sentido de estimular o aluno à percepção de certas regularidades envolvidas no processo de reconstrução conceitual. O processo de ensinar e aprender precisa necessariamente passar por essa dinâmica, qual seja, de se elaborar o cenário didático com a finalidade de levar os alunos a perceberem, ainda que intuitivamente, os padrões, as regularidades que possibilitam a configuração de modelos generalizantes. Essa dinâmica muda substancialmente o que, em geral, é realizado a partir do modelo focado exclusivamente na exposição didática. (Cabral, 2017, p. 41)

Para o autor, as Intervenções Formalizante são também orientadas pelo professor que realiza a intermediação do pensamento organizado por meio de uma sequência didática, no qual se apropria das verdades empírico-intuitivo outrora fomentadas pelas intervenções reflexivas e exploratórias. Ou seja, o professor reelabora as verdades “redescobertas” pelos alunos a fim de adaptar a formalidade Matemática.

Cabral (2017) afirma que o modelo proposto não quer dizer para abandonar as exigências formais que o saber disciplinar da matemática exige, e sim valorizar um cenário didático ampliado, no qual se enfatiza um olhar mais compassivo e não somente uma formalização conforme o modelo tradicional. Conforme explica o autor:

O modelo tradicional tem ênfase descritiva na lógica da repetição para se “memorizar” e “reproduzir”. Essa lógica se traduz na perspectiva do “como fazer” em detrimento da ênfase reflexiva-exploratória que se constitui na lógica da repetição para se fomentar a percepção de regularidades e generalizações que se traduz na perspectiva do “por que fazer?”. É uma mudança radical. A ideia é sair da lógica da “reprodução algorítmica” para uma lógica da “justificativa de procedimentos” a partir das noções conceituais. (Cabral, 2017 p.43)

Para se desviar do modelo tradicional, Cabral (2017) complementa com as Intervenções Avaliativas Restritivas (IAr), e as Intervenções Avaliativas Aplicativas (IAa). A primeira busca medir as aprendizagens dos alunos em dois sentidos fundamentais do saber matemático do que é o objeto matemático em estudo? (o significado, o sentido) e como se justificam e operam os algoritmos decorrentes? (propriedades e operações).

A segunda, as Intervenções Avaliativas Aplicativas (IAa), tem a como finalidade a Resolução de Problemas de Aplicação. Se trata de um nível elevado que caracteriza a absorção processual e conceitual. O aluno precisa ser capaz de assimilar as noções conceituais associadas às propriedades operacionais decorrentes (algoritmos) em situações que envolvam resolução de problemas aplicados aos diversos contextos reais e/ou abstratos adequados ao seu nível de ensino. (CABRAL, 2017 p.43)

Nas intervenções estruturantes Cabral (2017) idealizou duas modalidades para a intervenção inicial, foram estas a Exploração Potencial (Ii – EP) e a Conexão Pontual (Ii – CP); nas duas modalidades o professor é norteador do processo de pensamento construtivo, objetivando a reconstrução de conceitos por meio da condução diretiva dialógica do professor.

O autor defende a condução diretiva, mediante um planejamento minucioso que necessita uma sequência didática. De igual modo, a sequência didática está coberta de intencionalidade que faz parte de um bom planejamento. Além disso o professor deve ser guiado pela objetividade do apreender, e o ensino deve se manter no campo do discurso dialógico, que permite o aluno constituir sua própria aprendizagem.

Dessa forma, Cabral (2017), afirma que o aluno é envolvido num processo de discurso dialógico comparado com um jogo de ping pong, no qual implicitamente ocorre as Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (I-OMO). São intervenções

relevantes, pois auxiliam o professor na modelação das aproximações e distanciamentos dos alunos sobre os objetivos de aprendizagem matemática.

De igual modo, a Intervenção oral de manutenção objetiva, trata-se de um complemento regido pela sequência didática implícita, no qual o professor através de discursos durante todo o processo de ensinoaprendizagem, realiza intervenções e reformulações no processo de reconstrução conceitual, permitindo com que o aluno seja estimulado a alcançar os objetivos estabelecidos pela sequência didática.

Logo o autor define como Unidade articulável de reconstrução conceitual (UARC) como um conjunto de argumentações empírico dedutivas, construídas por todas as Intervenções Estruturantes pré-formais que precedem e inclui alguma Intervenção Formalizante. Ou seja, cada Intervenção Formalizante contribui e/ou estimula por meio do estabelecimento de recorte argumentativos a reconstrução de conceitos do saber matemático escolar.

Desse modo, a UARC foi tratada enquanto construto teórico que irá contribuir na Sequência Didática deste produto educacional. Pois a partir dela, foram construídas as atividades da sequência didática desse trabalho (UARCs), que nortearam a construção das identidades da função modular.

2.4 ANÁLISE MICROGENÉTICA

Com a necessidade de possuir um mecanismo que visa a competência de pesquisar, selecionar e analisar dados obtidos através de diálogos ocorridos na relação entre professor, aluno e saber, estabelecidas ao longo da aplicação da sequência didática. Objetivando a verificação de aprendizagem efetiva com os objetivos previamente elaborados para o ensino. Apresentar-se-á uma forma de análise com essa finalidade.

A análise Microgenética, se trata de uma abordagem metodológica utilizada regularmente nas áreas da educação e da psicologia, nas investigações sobre a constituição dos sujeitos, principalmente relacionados a estratégias estabelecidos nos contextos educativos, de acordo com Góes (2000):

a caracterização mais interessante da análise microgenética está numa forma de conhecer que é orientada para minúcias, detalhes e ocorrências residuais, como indícios, pistas, signos de aspectos relevantes de um processo em curso; que elege episódios típicos ou atípicos (não apenas situações prototípicas) que permitem interpretar o fenômeno de interesse; que é centrada na intersubjetividade e no funcionamento enunciativodiscursivo dos sujeitos; e que se guia por uma visão indicial e interpretativo-conjetural (Goes, 2000, p. 21).

Diante disso, Góes (2000) proporciona uma discussão sobre a análise Microgenética, sendo uma abordagem metodológica que se incorpora a uma matriz histórico-cultural e semiótica dos processos humanos. A autora enfatiza vantagens da utilização desse recurso metodológico em pesquisas que referencie a subjetivação. A autora mostra que a análise é micro pois indica à curta duração dos eventos, também é relatado que o “micro” diz respeito ao beneficiamento de particularidades indiciais.

Góes (2000) ainda afirma que a análise é “genética” no sentido de ser histórica, por evidenciar a transposição durante processos e associar condições passadas e presentes, em uma tentativa de examinar o que no presente, está carregado de projeção futura.

Em outras palavras Góes (2000) atribui a Análise Microgenética a maneira de elaborar dados que necessitam de observações minuciosas dos acontecimentos a fim de relatar episódios de forma detalhada, e para tais efeitos há a necessidade da utilização de gravações em vídeos e/ou áudios, além das transcrições pormenorizadas das atividades.

A análise Microgenética segue diversas fases que são importantes para garantir uma investigação detalhada e eficaz dos processos de aprendizagem e desenvolvimento.

O primeiro passo na análise Microgenética é o planejamento da pesquisa que é a etapa inicial onde se definem os objetivos e hipóteses do estudo. Nesta fase, também se selecionam os contextos e participantes adequados. "O planejamento cuidadoso é essencial para garantir que a investigação Microgenética seja conduzida de maneira sistemática e focada" (Rogoff, 1998, p. 691).

A coleta de dados é uma fase crucial da análise microgenética, que envolve o registro detalhado das interações em sala de aula ou em outro ambiente de estudo. "A observação detalhada e contínua das interações é fundamental para captar os

processos de desenvolvimento conforme eles ocorrem" (Granott, 1998, p. 646). Isso inclui o uso de gravações em vídeo e áudio para capturar os detalhes das interações. Além das gravações, são feitas observações sistemáticas das atividades em sala de aula e coletados materiais produzidos pelos alunos, como notas e exercícios.

Após a coleta, os dados precisam ser transcritos detalhadamente, capturando tanto o conteúdo verbal e expressões não-verbais. "A transcrição minuciosa dos dados é uma prática essencial para garantir a precisão e a riqueza da análise subsequente" (Jordan & Henderson, 1995, p. 44).

A análise dos dados consiste em examinar as interações detalhadamente para identificar padrões e transições no processo de aprendizagem. Nesta fase, são observadas as estratégias de ensino e respostas dos alunos. "A análise detalhada dos dados permite a identificação de padrões de interação e a compreensão de como o conhecimento é construído" (Mortimer e Scott, 2003, p. 33). A análise se concentra em entender as transições e evoluções nos processos de aprendizagem, procurando padrões e tendências que revelem como o conhecimento é construído e internalizado pelos alunos ao longo do tempo.

A interpretação e discussão dos dados são interpretados à luz das teorias trabalhadas e da literatura relevante. As implicações para a prática educativa são discutidas, oferecendo insights sobre como as estratégias observadas podem ser aplicadas ou ajustadas. "A interpretação dos dados deve ser feita em consonância com a teoria, permitindo uma compreensão mais profunda dos processos de desenvolvimento observados" (Vygotsky, 1978, p. 56). Também se reflete sobre as limitações do estudo e se sugerem direções para pesquisas futuras, contribuindo para o avanço do conhecimento na área.

Por fim, a fase de divulgação dos resultados envolve a redação de relatórios e artigos científicos que descrevem os achados da pesquisa. Flynn (2006, p.72) afirma que "a divulgação dos resultados é crucial para compartilhar os insights obtidos e contribuir para o avanço do conhecimento na área".

É importante ressaltar que os indícios de aprendizagem são particularidades que acontecem nas interações em sala de aula do professor e aluno, como também de aluno com aluno, que podem ser vistas corriqueiramente nas descrições da Análise Microgenética. Na qual o professor deve apresentar de forma clara os objetivos a

serem alcançados durante os processos de re(construção) do conhecimento matemático.

Podemos destacar que a Análise Microgenética conforme descrita por Góes (2000), é uma abordagem detalhada que examina o desenvolvimento cognitivo e as interações sociais no contexto educacional. Para organizar e interpretar os dados coletados, são utilizadas várias categorias, que podem ser classificadas em episódios, segmentos e turnos.

Os **episódios** referem-se a unidades maiores de interação, dentro dos episódios, encontramos os **segmentos**, que são partes mais específicas das interações, por fim os **turnos** são as menores unidades de análise dentro dos segmentos, são as falas tanto para professor quanto para alunos, seja para perguntas, resposta, explicação ou correção que detalham o fluxo da comunicação e a dinâmica da interação.

Diante disso, a Análise Microgenética torna possível a identificação de situações que possam dificultar a aprendizagem e possivelmente solucioná-los, colocando o aluno como o personagem principal, objetivando a construção do seu próprio conhecimento.

Este produto educacional que é fruto de uma pesquisa que procurou relacionar a Análise Microgenética, envolvida com a Teoria das situações Didáticas e atividades propostas na Sequência Didática, tendo como método de examinar o processo e os resultados de cada etapa desenvolvida da Sequência Didática em sua aplicação, apoiando-se em cada fase da intervenção estruturante proposta por Cabral (2017). Além de associando com as contribuições da Análise do Discurso de Mortimer e Scott (2002), no qual foi feito um recorte descrição no tópico seguinte.

2.5 ANÁLISE DO DISCURSO

Nesse tópico, abordaremos sobre a análise do discurso, uma ferramenta que auxilia nas análises de qualquer tipo de produção textual. Analisaremos a visão de Orlandi (2015) e trataremos sobre a estrutura analítica mencionada por Mortimer e Scott (2002) que objetiva analisar as interações e a criação de significados que surgem com os discursos de professores e alunos em salas de aula.

A análise do discurso, não se refere a língua, nem a gramática, apesar de ambas serem muito importantes, ela aborda somente o que diz respeito ao discurso, que etimologicamente remete ao significado da ideia de movimento, curso, percurso, ou seja, a palavra discurso remete à prática da linguagem. Orlandi (2015), afirma que com o estudo do discurso observa-se o homem falando.

Por esse tipo de estudo se pode conhecer melhor aquilo que faz do homem um ser especial com sua capacidade de significar e significar-se análise de discurso concebe a linguagem como mediação necessária entre o homem e a realidade Natural e social. Essa mediação, que é o discurso, torna possível tanta permanência e a continuidade quanto o deslocamento e a transformação do homem E da realidade em que ele vive. (Orlandi, 2005, p.15)

Nesse sentido Orlandi (2015) ratifica que análise do discurso se refere a maneira de significar as falas humanas, a fim de encontrar regularidades da linguagem em sua produção.

Segundo Bakhtin (1953/1986, p 60 apud MORTIMER e SCOTT, 2002, p. 284) a análise do discurso é um resultado da tentativa de obter uma linguagem para se referir ao gênero discurso, afirmam ainda que em cada campo onde a linguagem é utilizada possibilita o desenvolvimento relativos e estáveis de enunciados.

Neste sentido, sobre a definição de análise do discurso Mortimer e Scott (2002), afirmam que:

Os significados são vistos como polissêmicos e polifônicos, criados na interação social e então internalizados pelos indivíduos. Além disso, o processo de aprendizagem não é visto como substituição das velhas concepções, que o indivíduo já possui antes do processo de ensino, pelos novos conceitos científicos, mas como a negociação de novos significados num espaço comunicativo no qual há o encontro entre diferentes perspectivas culturais, num processo de crescimento mútuo. As interações discursivas são consideradas como constituintes do processo de construção de significados. (Ibidem, 2002, p. 284)

Mortimer e Scott (2002) apresentam uma ferramenta, para ser utilizada por professores, que objetiva analisar as interações e a produção de significados em salas de aula. Essa estrutura está fundamentada em cinco particularidades que estão correlacionadas e focadas no papel do professor e são organizadas em três termos: os focos do ensino, com as intenções do professor e o conteúdo; a abordagem e as ações.

No aspecto dos focos do ensino, particularmente nas intenções do professor que fazem menção ao desenvolvimento do conteúdo. Segundo Mortimer e Scott (2002), além da performance do profissional que planejou e dirigiu suas aulas, existem mais seis possibilidades que corroboram durante as sequências de ensino, provenientes da teoria sociocultural e também das vivências em sala de aula.

As possibilidades são a criação de um problema; a exploração da visão dos estudantes; a introdução e desenvolvimento do assunto; orientação dos alunos com ideias científicas; orientação dos alunos para aplicação de ideias científicas e as consequências de seu uso; e a manutenção de uma narrativa para o desenvolvimento do assunto.

Os autores destacam que na criação de um problema ocorre o envolvimento dos estudantes, tanto no intelecto quanto no emocional; na exploração da visão do estudante, a intenção do professor é de provocar, explorar as percepções e compreensão dos estudantes.

O foco da intenção do professor segundo Mortimer e Scott (2002) na introdução e desenvolvimento do assunto, permite “disponibilizar as ideias científicas (incluindo temas conceituais, epistemológicos, tecnológicos e ambientais) no plano social da sala de aula.”

Outra intenção descrita pelos autores é a orientação dos alunos com ideias científicas, descrevem com o foco de oportunizar aos alunos a expressarem novas ideias, seja na construção de significados individuais, ou até mesmo em grupos.

Conforme a estrutura organizada por Mortimer e Scott orientação dos alunos para aplicação de ideias científicas, permite que os alunos apliquem suas ideias científicas aprendidas a uma variedade de conceitos. Na intenção descrita pelos autores como uma narrativa para o desenvolvimento do assunto, é possível instigar comentários sobre o desenrolar das atividades, favorecendo que aluno entenda suas relações com o currículo.

Ainda no aspecto focos do ensino, mas voltados para os conteúdos dos discursos, os autores explicitam três termos fundamentados na linguagem social, são eles a descrição, que evidencia os enunciados; a explicação, que se utiliza de algum modelo teórico; e também da generalização, que são esclarecimentos independentes de um contexto específico.

Mortimer e Scott (2002) no aspecto Abordagem, relata a abordagem comunicativa como o centro da estrutura que organizaram, aqui se desdobra a

perspectiva sobre como o as intenções e conteúdo do ensino são trabalhados pelo professor através das diferentes intervenções pedagógicas que resultam em diferentes padrões de interação.

Dessa forma, os autores descrevem dois pares extremos de classes de intervenções na abordagem comunicativa, considerando as interações entre o professor e os estudantes ou entre estudantes, são elas a dialógica ou de autoridade; e a discurso interativo ou não interativo.

A abordagem comunicativa dialógica é descrita por Mortimer e Scott (2002) quando o professor oportuniza o estudante a expressar sua opinião, e é dada importância a mais de uma voz, permitindo que ocorra uma inter-animação de ideias.

Em contrapartida, temos a abordagem comunicativa de autoridade, nessa somente uma voz é levada em consideração não ocorrendo uma inter-animação de ideias, e é permitido que o estudante expresse suas ideias, no entanto, são considerados somente se estiverem ligadas ao discurso científico escolar.

Sendo assim, seja qual for a interação é possível que tenha aspectos de ambas as funções. Além disso, o discurso pode ser interativo que é aquele participa mais de uma pessoa ou não-interativo, que participação é de uma única pessoa.

No aspecto ações, Mortimer e Scott (2002) destacam os padrões de interação e as intervenções do professor respectivamente quarto e quinto configuração da análise. Sendo que

O quarto aspecto, ocorre na medida em que professor e alunos intercalam ordens de fala na sala de aula. Assim, o mais comum são as tríades I-R-A (Iniciação do professor, Resposta do aluno, Avaliação do professor), mas é possível que ocorra outros padrões. Os autores evidenciam que ainda possa haver momento em que o professor realize intervenções curtas, ou que forneçam um feedback para que o estudante formalize melhor a sua fala, cadeia essas que podem gerar ordens não triádicas do tipo I-R-P-R-P ou I-R-F-R-F onde P significa uma ação discursiva para o prosseguimento na fala do aluno e F um feedback para que o aluno elabore um pouco mais sua fala.

No quinto aspecto Mortimer e Scott (2002) abordam seis formas de intervenções pedagógicas que podem ser realizadas pelo professor, evidenciando o foco e as ações do professor em cada uma. São elas: a formação dos significados, a seleção de significados, na marcação de significados chaves, no compartilhamento

de significados, na checagem do entendimento dos estudantes e na revisão de significados.

Assim sendo, as teorias mencionadas nesse trabalho contribuíram de forma significativa para o desenvolvimento da nossa pesquisa, e podem ser relacionadas entre si, uma vez que apresentam situações que envolvem o professor, o aluno e o saber, e também com as diversas consequências dessas relações que possam ocorrer no ambiente da sala de aula.

Assim, a análise do discurso juntamente com a análise microgenética e a teoria das situações didáticas, forneceram suporte para o desenvolvimento e as análises de cada uma das UARC's que compõem a sequência didática, consequentemente da validação de suas potencialidades.

3. FUNÇÃO MODULAR

Nesse tópico, serão apresentados um resumo histórico do objeto matemático função modular, bem como aspectos teóricos matemáticos relacionados ao estudo do conteúdo, tais como: definição, propriedades, equações e inequações modulares, e também a representação gráfica e os deslocamentos do gráfico (translação e reflexão).

Objetivando uma proposta didática destinada a professores, procurou-se utilizar uma linguagem clara, objetiva e adequada, para que o docente possa transmitir o conteúdo e alcançar uma aprendizagem efetiva por parte dos estudantes.

Para auxiliar nessa integração do conteúdo, os seguintes autores foram utilizados: Iezzi e Murakami (2013), Bonjorno et al (2016) e Dante (2020).

3.1 RECORTE HISTÓRIO SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO

O universo matemático das funções pode ser apresentado por meio de sua trajetória de evolução ao longo da história, no que diz respeito a conceitos e definições. Eves (2011) relata que conceito de função, passou por evoluções relevantes, tendo seus conceitos mais refinados ao passar do tempo. O autor descreve como alguns matemáticos conceituava a função, conforme abaixo:

A palavra função, na sua forma latina equivalente, parece ter sido introduzida por Leibniz em 1694, inicialmente para expressar qualquer quantidade associada a uma curva, como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio da curvatura de uma curva. (eves, 2011, p. 660).

Segundo Eves (2011), passados pouco mais de 20 anos, Johann Bernoulli em 1718, considerou como função uma expressão qualquer, formada de uma variável e algumas constantes. Logo seguido por Euler, que considerou uma função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes.

O conceito de Euler foi mantido até que surgiu Joseph Fourier (1768-1830) que em meio as suas pesquisas sobre a propagação do calor, considerou as chamadas

séries trigonométricas, que envolviam uma forma de relação mais ampla entre as variáveis que já haviam sido estudadas. Eves (2011) relata que Fourier considerou a temperatura como uma função de duas variáveis: tempo e espaço, sendo que a propagação do calor ocorria de forma fluida e sutil e que poderia ser escrito em forma de equação matemática.

Em 1807 Fourier apresentou um artigo à Academia de Ciências da França que deu início a um novo e extremamente frutífero capítulo da história da matemática. O artigo trata do problema prático da propagação do calor em barras, chapas e sólidos metálicos. No desenvolvimento do artigo Fourier fez a surpreendente afirmação de que toda função definida num intervalo finito por um gráfico descrito arbitrariamente pode ser decomposta numa soma de funções seno e cosseno. (EVES, 2011. p. 526)

Objetivando englobar as definições de funções outrora apresentadas, Eves (2011) descreve que Lejeune Dirichlet (1805-1859) chegou à seguinte formulação:

Uma variável é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x , corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y , então se diz que y é uma função (unívoca) de x . A variável x , à qual se atribuem valores à vontade, é chamada variável independente e a variável y , cujos valores dependem dos valores de x , é chamada variável dependente. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o campo de definição da função e os valores assumidos por y constituem o campo de valores da função. (EVES, 2011, p. 661).

No entanto, apesar de parecer uma definição bem global, ela se limitava a relação entre números. Foi então que no final do século XIX com o desencadeamento da teoria dos conjuntos o conceito de função foi ampliado, a fim de envolver as relações entre dois conjuntos de elementos quaisquer, sejam esses elementos números ou qualquer outra coisa.

Então é possível afirmar que o conceito de função percorre grande parte da história da matemática. Atualmente, apesar de parecer um conceito simples, seus estudos e evoluções passaram por diversos estudiosos, que contribuíram para que se utilizem a função não só na área da matemática, como também em outras ciências.

3.1.1 Conceito de Módulo

Há diversas maneiras de abordar o conceito de módulo, a depender do nível escolar. A maioria dos livros didáticos descrevem o valor absoluto de um número como a distância do ponto correspondente até o zero (origem), contudo essa definição é abandonada em virtude de prevalecer uma definição aritmética é o que afirma Friedlander e Hadas (1995):

Traduzir em palavras e distância considerações sobre a reta numerada incentiva os alunos a ter em mente um quadro completo da questão, em vez de enveredar por manipulações mecânicas de sentenças algébricas. A tradução da forma matemática em palavras é uma aptidão das mais necessárias, frequentemente negligenciada em sala de aula. Em geral, nosso enfoque se limita a problemas que requerem uma tradução para álgebra e não vice-versa (Friedlander e Hadas, 1995 p. 248).

Para Friedlander e Hadas (1995) a abordagem do valor absoluto deve ser analisada em várias etapas no ensino de Álgebra e em forma de espiral. Os autores sugerem que em cada etapa, desenvolve-se uma sequência que auxilia na melhora na capacidade do aluno em compreender e visualizar situações problemas de complexidade crescente. Os mesmos afirmam que ao associar a interação da abordagem em espiral com a Geometria Analítica, favorece a compreensão da resolução de problemas que envolvem o módulo de um número real.

3.2 MÓDULO DE UM NÚMERO REAL

A fundamentação do conteúdo a seguir foi inspirada nas obras dos seguintes autores: Iezzi e Murakami (2013, p. 79 - 203), Bonjorno et al (2016, p. 115 -117) e Dante (2020, p.57-71)

A Função Modular segundo Iezzi e Murakami (2013) é uma função definida por sentenças abertas. E define módulo ou valor absoluto, dado por $|x|$ com $x \in \mathbb{R}$ por meio da seguinte relação:

$$\begin{cases} |x| = x & \text{se } x \geq 0 \\ \text{ou} \\ |x| = -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Os autores ainda traduzem para uma linguagem mais clara, onde afirmam que:

- O módulo de um número real não negativo é igual ao próprio número;
- O módulo de um número real negativo é igual ao oposto desse número.

Por exemplo, temos:

$$|+2| = +2, \quad |-7| = 7, \quad |0| = 0, \quad |-\sqrt{2}| = +\sqrt{2}, \quad |+\sqrt{3}| = +\sqrt{3}$$

Propriedades

Sucedem da definição as seguintes propriedades:

$$P1) |x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$P2) |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$P3) |x| \cdot |y| = |x \cdot y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$P4) |x|^2 = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$P5) x \leq |x|, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$P6) |x + y| \leq |x| + |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

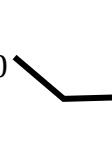
$$P7) |x - y| \geq |x| - |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$P8) |x| \leq a \text{ e } a > 0 \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

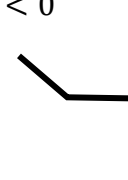
$$P9) |x| \geq a \text{ e } a > 0 \Leftrightarrow x \leq -a \text{ ou } x \geq a$$

3.3 FUNÇÃO MODULAR E SEU GRÁFICO

De acordo com Dante (2020, p. 68), denomina-se função modular a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x)=|x|$, ou seja, uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de função módulo ou modular quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $|x| \in \mathbb{R}$. Assim: $f(x) = |x|$. Temos então que:

$$f(x) = x, \text{ para } x \geq 0$$


Quando x for um número igual a zero ou maior que zero (ou seja, zero ou positivo), o módulo será o próprio número.

$$f(x) = -x, \text{ para } x < 0$$


Quando x for um número menor que zero (ou seja, negativo) o módulo será o oposto desse número, ou seja, o positivo desse número.

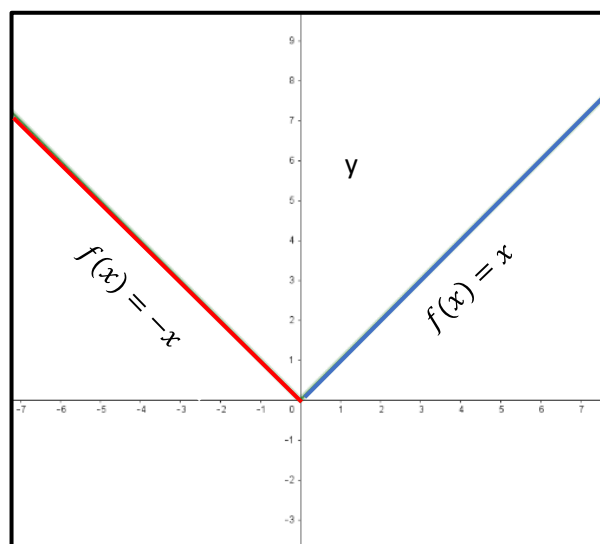
Exemplo:

para $x \geq 0$

x	$f(x) = y$
0	0
1	1
2	2
3	3

para $x < 0$

x	$f(x) = y$
-1	1
-2	2
-3	3



O gráfico da função modular é a reunião de duas semirretas de origem 0, que são as bissetrizes do 1º e 2º quadrantes. A imagem desta função é $Im = \mathbb{R}_+$ isto é, a função modular somente assume valores reais não negativos.

3.4 TRANSLAÇÃO E REFLEXÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO MODULAR

Essa etapa do conteúdo foi escrita seguindo Bonjorno et al (2016), que ao construir um gráfico de função, a translação horizontal e vertical indica a direção em que o gráfico se move no eixo das abscissas em relação à origem do plano cartesiano. O movimento pode ser para a esquerda ou direita. De forma semelhante, no eixo das ordenadas, a translação pode ocorrer para cima ou para baixo.

Para compreender o movimento de translação, é preciso examinar o gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$. Sua criação ocorre no ponto de origem dos eixos do plano cartesiano, o que significa que o módulo dessa função é nulo no valor zero.

3.4.1 Translação dentro do módulo

Dada a função $f(x) = |x + 1|$, teremos uma translação horizontal para a esquerda. Desse modo, o deslocamento ocorre à esquerda em relação à origem dos eixos do plano cartesiano, devido ao valor zero do seu módulo ser igual a -1.

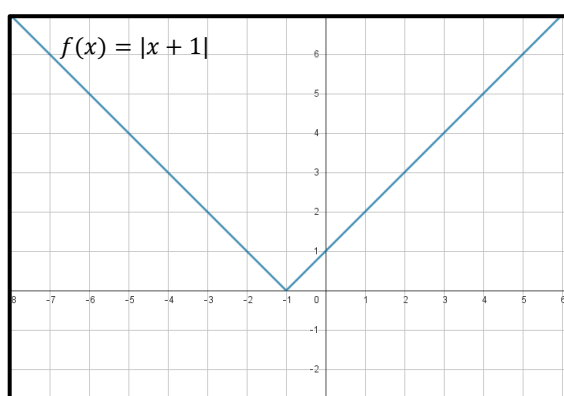
Para obter o zero no módulo podemos fazer a seguinte maneira:

Para $f(x) = 0$, temos que $f(x) = \underbrace{|x+1|}_0$, logo $x = -1$. Para realizarmos a verificação se -1 é realmente um zero da função, basta substituímos o x na função por -1. Assim: $f(x) = |x+1| \Rightarrow f(x) = |-1+1| \Rightarrow f(x) = |0| = 0$ então -1 é zero função.

Portanto, para a função $f(x) = |x+1|$, temos:

$$f(x) = |x+1| = \begin{cases} x+1, & \text{se } x+1 \geq 0 \text{ ou } x \geq -1 \\ -x-1, & \text{se } x+1 < 0 \text{ ou } x < -1 \end{cases}$$

E o gráfico da função $f(x) = |x+1|$ será:

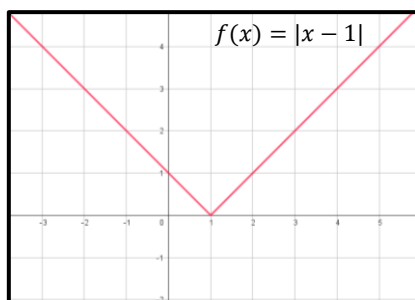


Um outro exemplo seria a função $f(x) = |x-1|$, e para $f(x) = 0$, temos que $f(x) = \underbrace{|x-1|}_0$, logo $x = 1$

Portanto, para a função $f(x) = |x-1|$, temos:

$$f(x) = |x-1| = \begin{cases} x-1, & \text{se } x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \\ -x+1, & \text{se } x-1 < 0 \rightarrow x < 1 \end{cases}$$

E o gráfico da função $f(x) = |x-1|$ será:



Em outras palavras, a movimentação do gráfico quando o número se encontra dentro do módulo ocorre na horizontal, para a direita ou para a esquerda.

Para compreender melhor, vejamos os exemplos a seguir:

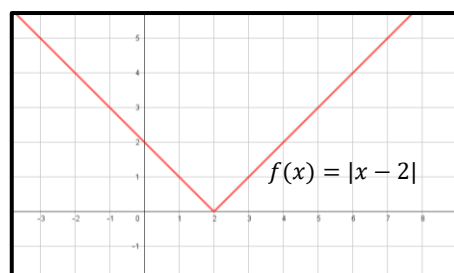
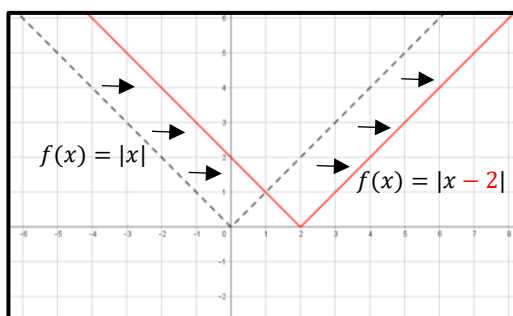
- $f(x) = |x - 2|$

Observamos que o número está dentro do módulo e é negativo, assim a movimentação do gráfico será horizontalmente e para a direita:

$$f(x) = |x - 2|$$

De tal modo, podemos transladar (mover/deslocar) o gráfico da função $f(x) = |x|$, duas unidades para a direita.

3.4.1.1 Translação Horizontal para a direita



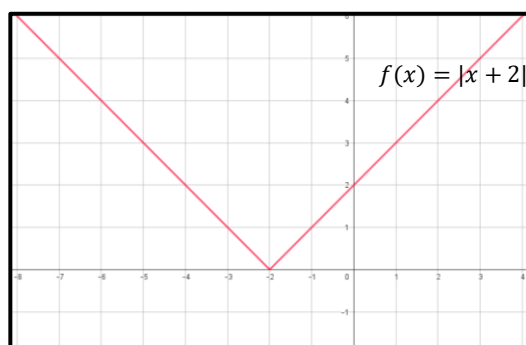
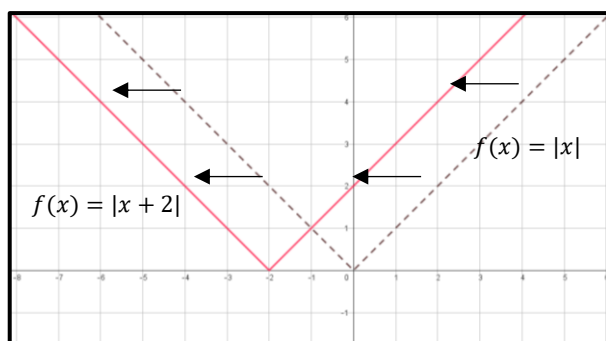
- $f(x) = |x + 2|$

Observamos que o número está dentro do módulo e é positivo, logo teremos uma translação horizontal para a esquerda.

$$f(x) = |x + 2|$$

Quando ocorre esse processo basta transladar (mover/deslocar) o gráfico duas unidades para a esquerda.

3.4.1.2 Translação Horizontal para a esquerda



3.4.2 Translação *fora* do módulo

Dada a função $f(x) = |x| + 1$ sua representação gráfica é concebida por uma translação acima da origem dos eixos cartesianos. O módulo da função é nulo, mas é adicionado uma unidade ao valor da função. Essa adição reflete diretamente na translação vertical em relação ao eixo das ordenadas. Conforme sua definição, não há número real negativo. Isso é evidente, já que o gráfico nunca cruza o eixo das abscissas.

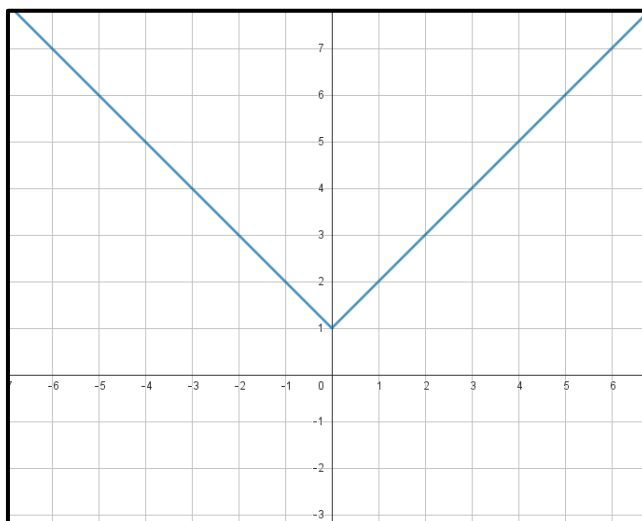
Para obter o zero no módulo podemos fazer a seguinte maneira:

$$f(x) = | \underset{0}{x} | + 1, \text{ logo } f(x) = 1.$$

Portanto, para a função $f(x) = |x| + 1$, temos:

$$f(x) = |x| + 1 = \begin{cases} x + 1, & \text{se } x \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \\ -x + 1, & \text{se } x < 0 \rightarrow x < 0 \end{cases}$$

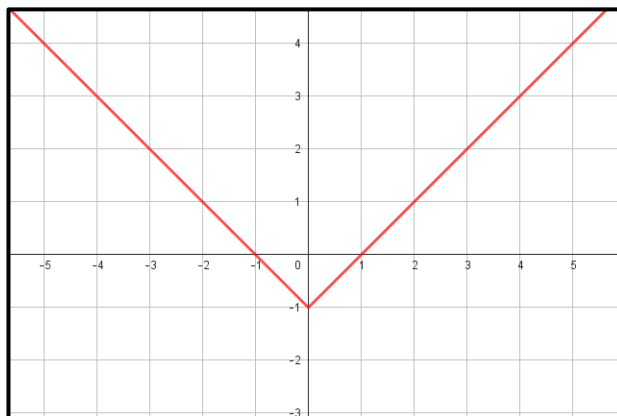
E o gráfico da função $f(x) = |x| + 1$ será:



Na função $f(x) = |x| - 1$ sua representação gráfica é concebida por uma translação abaixo da origem dos eixos cartesianos. O módulo da função é nulo, mas é subtraído uma unidade ao valor da função. Portanto temos:

$$f(x) = |x| - 1 = \begin{cases} x - 1, & \text{se } x \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \\ -x - 1, & \text{se } x < 0 \rightarrow x < 0 \end{cases}$$

E o gráfico da função $f(x) = |x| - 1$ será:



Em outras palavras, podemos dizer que em uma função modular, quando o número está fora do módulo, em sua representação gráfica ocorrerá um deslocamento vertical para cima ou para baixo. Vejamos o exemplo a seguir:

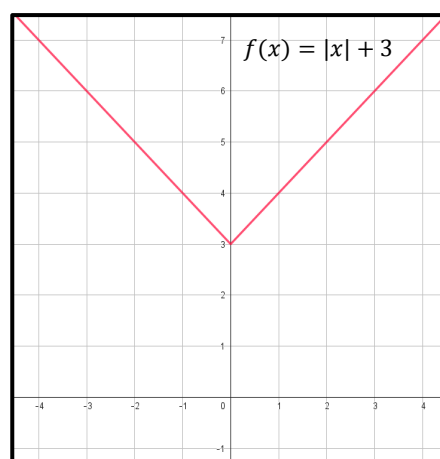
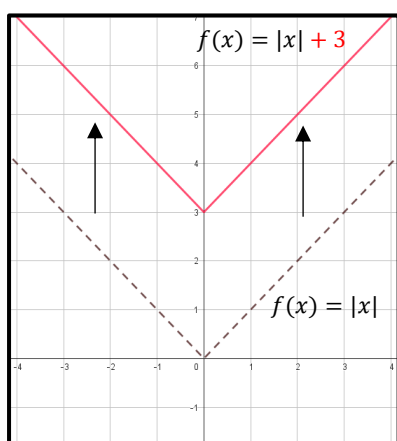
- $f(x) = |x| + 3$

Nesse exemplo, observa-se que o número está fora do módulo e é positivo, nesse caso o deslocamento será verticalmente e para cima.

$$f(x) = |x| + 3$$

Quando ocorre esse processo, devemos transladar (mover/deslocar) o gráfico 3 unidades para cima.

3.4.2.1 Translação vertical para cima



A seguir, teremos outro exemplo de translação vertical, no entanto com um número negativo fora do módulo.

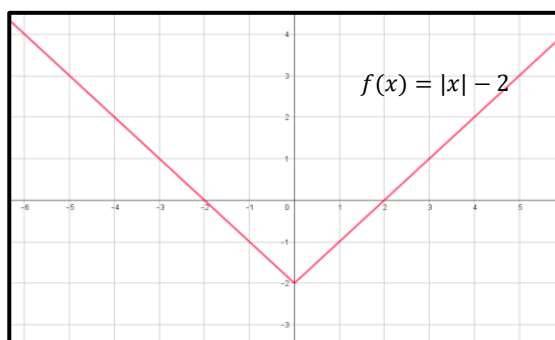
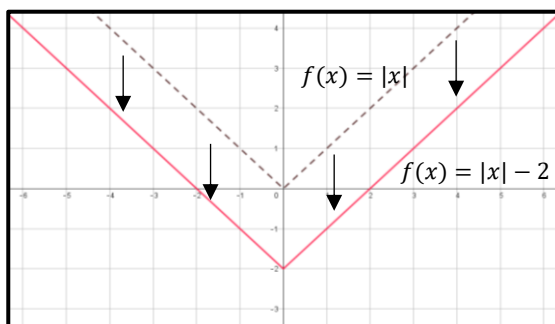
- $f(x) = |x| - 2$

Observamos que o número está fora do módulo e é negativo, então o deslocamento será verticalmente e para baixo.

$$f(x) = |x| - 2$$

Nesse exemplo, basta transladar (mover/deslocar) o gráfico 2 unidades para baixo.

3.4.2.2 Translação Vertical para baixo



3.4.3 Translação na horizontal e vertical, dentro e fora do módulo

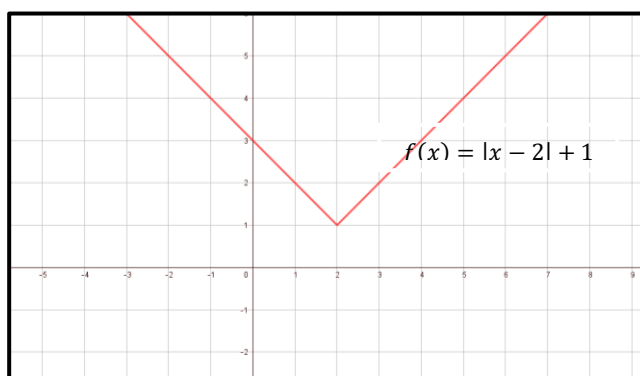
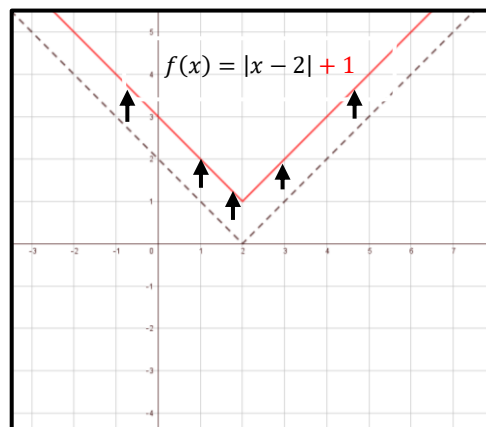
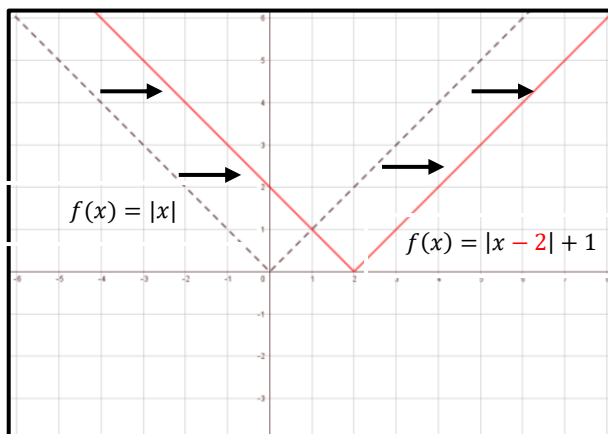
Nessa situação, iniciaremos o deslocamento do gráfico horizontalmente, observando o número dentro do módulo, em seguida observaremos o número fora do módulo.

- $f(x) = |x - 2| + 1$

Ao observarmos o número dentro do módulo. No caso, é um número negativo (translação horizontal para a direita, 2 unidades). Em seguida, faremos um deslocamento verticalmente para cima (translação na vertical para cima, 1 unidade), uma vez que o número fora do módulo é positivo.

Assim:

3.4.3.1 Translação Horizontal e vertical exemplo 1

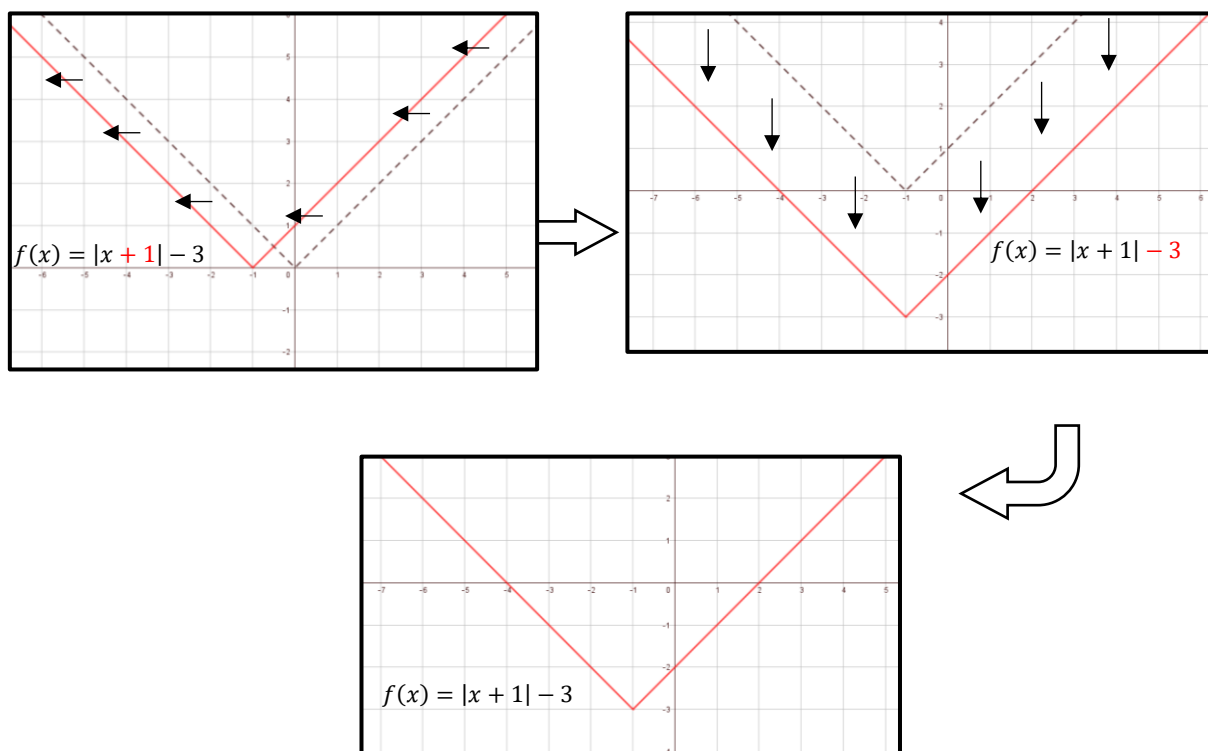


A seguir teremos mais um exemplo de translação horizontal e vertical na mesma função.

- $f(x) = |x + 1| - 3$

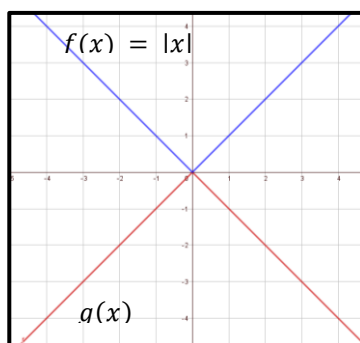
Primeiramente observamos o número dentro do módulo. No caso, é um número positivo (translação horizontal para a esquerda, 1 unidades). Em seguida, trabalharemos com o número fora do módulo, no caso um número negativo (translação vertical para a baixo, 3 unidades).

3.4.3.2 Translação Horizontal e vertical exemplo 2



3.4.4 Construção do gráfico da função “dentro” do módulo (Reflexão)

Durante a construção do gráfico de uma função, é possível realizar uma reflexão. Para isso, basta multiplicar a imagem da função por -1 . Um exemplo disso é a Função Modular $f(x) = |x|$, que pode ser refletida através da multiplicação por -1 , assim: $g(x) = -1 \cdot f(x) = -|x|$.



Para representar o gráfico de uma função qualquer, é possível utilizar a seguinte notação para as funções f e g : $f(x) = |g(x)|$.

Onde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = |g(x)| \quad \text{ou na forma algébrica} \quad f(x) = \begin{cases} g(x), & \text{se } g(x) \geq 0 \\ -g(x), & \text{se } g(x) < 0 \end{cases}$$

Observa-se que, a partir da representação em forma algébrica, é possível inferir que:

- Quando $g(x) \geq 0$, o gráfico de $g(x)$ é o próprio gráfico de $g(x)$.
- Quando $g(x) < 0$, o gráfico de $|g(x)|$ é o gráfico de $-g(x)$, que é o gráfico de $g(x)$ refletido em relação ao eixo $\overrightarrow{OX}$.

Dessa maneira, é possível plotar o gráfico da função, preservando os pontos de ordenadas não negativas de g e refletindo os pontos de ordenadas negativas em relação ao eixo $\overrightarrow{OX}$.

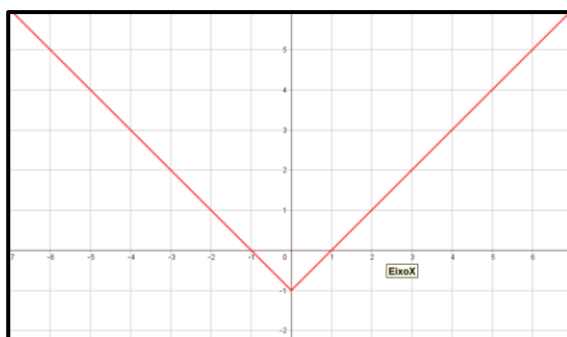
Em outras palavras, vamos assemelhar a palavra reflexão a um espelho, onde o eixo x será a base do espelho, refletindo toda a função para cima, ou seja, uma imagem y sempre positiva. Assim:

- $f(x) = ||x| - 1|$

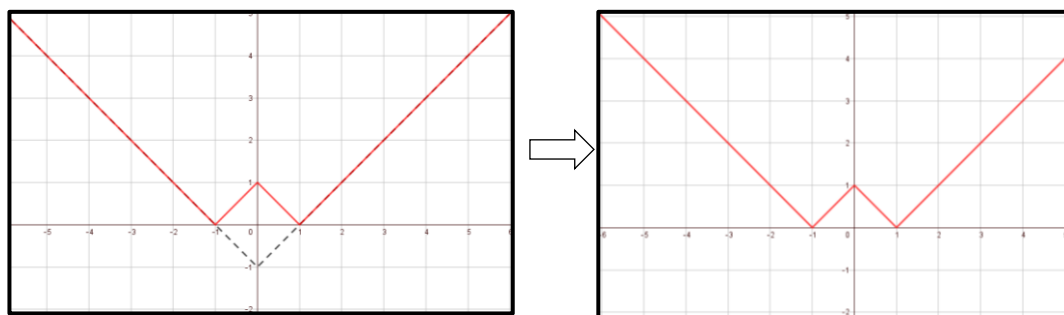
Nesse caso, consideraremos que temos uma função “dentro de outra função”, ou seja, chamaremos de $g(x)$ a função $|x| - 1$. Dessa forma:

$$f(x) = \left| \underbrace{|x| - 1}_{g(x)} \right|$$

Ao observarmos a função $g(x) = |x| - 1$, notamos que temos um número negativo fora do módulo, logo temos uma translação vertical para baixo, 1 unidade.



No entanto, a função que buscamos é a $f(x) = ||x| - 1|$, ou seja $f(x) = |g(x)|$, que significa o módulo da função $g(x)$. Já sabemos que os módulos não permitem números negativos, logo o gráfico será refletido de modo que permita apenas valores positivos. Assim:



No exemplo a seguir teremos um outro caso de reflexão, pois temos uma função “dentro de outra função”, e no caso uma função quadrática.

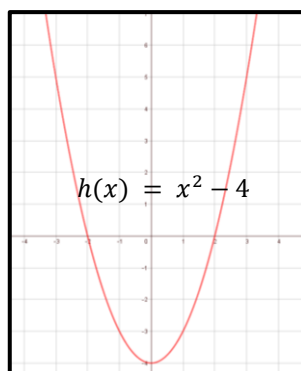
- $f(x) = |x^2 - 4|$

Consideraremos que a função que está dentro do módulo seja uma nova função e a chamaremos de $h(x)$. Dessa forma:

$$f(x) = |\underbrace{x^2 - 4}_{h(x)}|$$

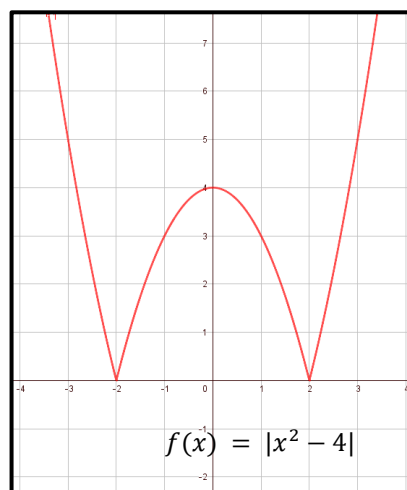
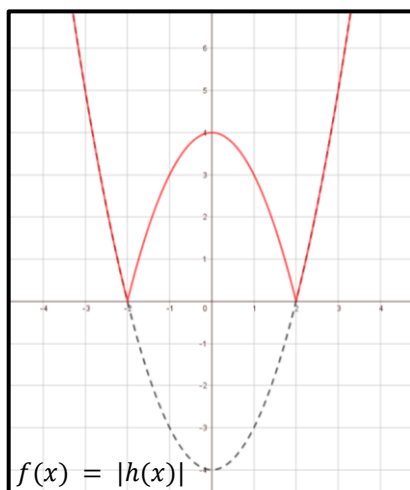
Sabemos que a função $h(x) = x^2 - 4$, é uma função quadrática, que gera uma parábola com a concavidade voltada para cima, projetando o seguinte gráfico

:



Então, a função que buscamos é a $f(x) = |x^2 - 4|$, ou seja, $f(x) = |h(x)|$, que significa o módulo da função $h(x)$. Já sabemos que os módulos não permitem números negativos, logo o gráfico será **refletido** de modo que permita apenas valores positivos.

Assim:



3.5 EQUAÇÃO MODULAR

Para esse tópico baseamos em Iezzi e Murakami (2013, p. 195 - 196), observamos que a propriedade do módulo dos números reais, para $a > 0$:

$$|x| = a \Leftrightarrow x = a \text{ ou } x = -a$$

E utilizando essa propriedade, apresentaremos algumas equações modulares.

a) $|2x - 1| = 3$

Então:

$$|2x - 1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \\ \text{ou} \\ 2x - 1 = -3 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

Portanto, a solução será $S = \{2, -1\}$

b) $|3x - 1| = |2x + 3|$

Então:

$$|3x - 1| = |2x + 3| \Rightarrow \begin{cases} 3x - 1 = 2x + 3 \Rightarrow x = 4 \\ \text{ou} \\ 3x - 1 = -2x - 3 \Rightarrow x = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Portanto, a solução será $S = \{4, -\frac{2}{5}\}$

3.6 INEQUAÇÃO MODULAR

Para esse tópico consideraremos as propriedades de módulo dos números reais, para $a > 0$:

P8) $|x| < a \text{ e } a > 0 \Leftrightarrow -a < x < a$

P9) $|x| > a \text{ e } a > 0 \Leftrightarrow x < -a \text{ ou } x > a$

e, utilizaremos essas propriedades, para exemplificar algumas inequações modulares.

a) $|2x + 1| < 3$

$$|2x + 1| < 3 \Rightarrow -3 < 2x + 1 < 3 \Rightarrow -2 < x < 1$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 1\}.$$

$$b) \quad |4x - 3| > 5$$

$$|4x - 3| > 5 \Rightarrow (4x - 3 < -5 \text{ ou } 4x - 3 > 5 \Rightarrow \left(x < -\frac{1}{2} \text{ ou } x > 2\right))$$

Logo a solução para essa inequação será: $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{2} \text{ ou } x > 2\right\}$.

Neste sentido, reforçamos a importância de compreender a parte histórica do conteúdo a ser estudo, pois além de enriquecer nossos conhecimentos, favorece a curiosidade e a compreensão do tema, e ainda auxilia o professor nas exposições durante as aulas.

A história da matemática pode servir de base para que os professores tenham mais opções de detalhamento de saberes em sala de aula, observando e tendo a noção de que isto é um ato de fazer com que esta estratégia auxilie seus alunos na obtenção de conhecimentos do conteúdo trabalhado em sala. (Costa, 2021, p. 10)

Além disso, destacamos temas importantes do objeto matemático investigado, apresentando, definições, propriedades e exemplos de funções, equações e inequações modulares. Assim sendo, é finalizada essa sessão matemática destacando esses assuntos que serão temas norteadores para a construção da Sequência Didática.

4. TESTE DE CONHECIMENTO

Antes da aplicação da sequência didática é necessário que se faça um diagnóstico a fim de identificar os conhecimentos que os estudantes já possuem. A partir dos resultados, será avaliado se os conhecimentos apresentados pelos alunos são suficientes, caso não sejam, propomos que seja realizado uma oficina para nivelar o conhecimento, pois os estudantes deverão possuir noções de módulo (conceitos e cálculo) noções de plano cartesiano (quadrantes, abscissas e ordenadas, par ordenado, localização de pontos), simetria, domínio, contradomínio, imagem, função afim e função quadrática (valor numérico, raízes e gráfico).

4.1 ORIENTAÇÃO PARA OS PROFESSORES

A seguir propusemos um material que poderá ser utilizado para realização do teste de verificação, seguido, se necessário, de material que poderá ser utilizada para as oficinas.

Professor, para o desenvolvimento da Oficina 01, os estudantes devem dominar os seguintes conteúdos: números positivos e negativos, assim como números opostos. Na Oficina 02, o domínio dos mesmos conteúdo é igualmente necessário. Na Oficina 03, o professor deverá seguir o roteiro da atividade e acompanhar os alunos em seu desenvolvimento.

Para a Oficina 04, os estudantes devem ter um entendimento sólido sobre números positivos e negativos, além de noções de conjuntos. Na Oficina 05, é essencial que os alunos dominem números positivos e negativos, bem como equações.

4.2 TESTE DE VERIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS

Conteúdos abordados: Módulo de um número real; Plano cartesiano; Construção de gráfico de funções; Domínio, contradomínio e imagem.

1) Calcule o Módulo dos números abaixo:

- a) $|20|$ b) $|-8|$ c) $|0|$ d) $|-13|$

2) Localize os pares ordenados no plano cartesiano e identifique aqueles que são simétricos em relação ao eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$).

A (-7, 4)

B (1, 3)

C (0, -3)

D (-4, -9)

E (5, 0)

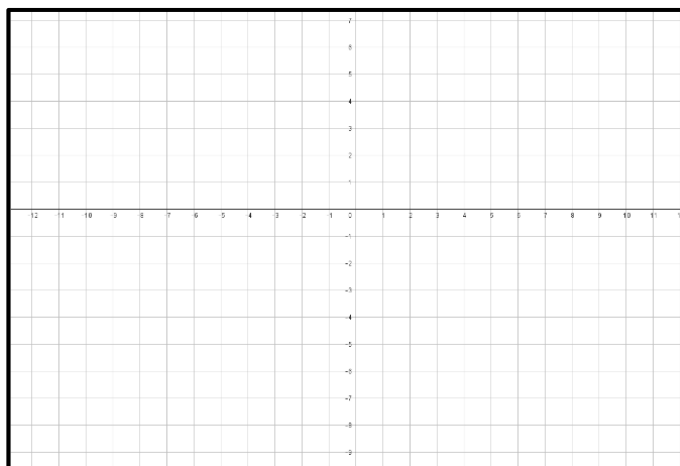
F (-4, 9)

G (7, -4)

H (-1, 3)

I (-3, 0)

J (0, -9)



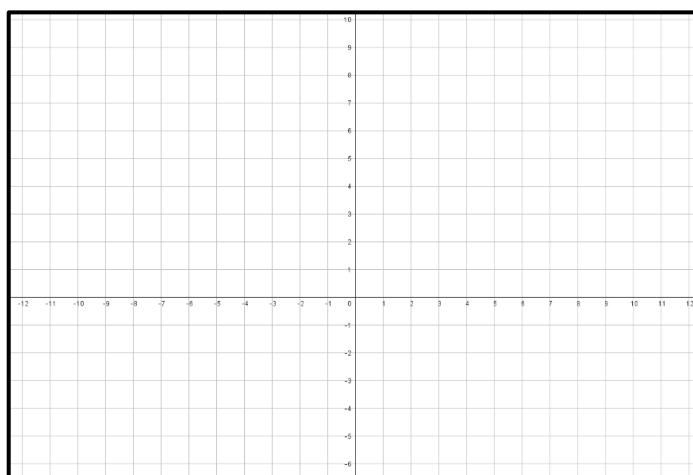
3) Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, considere a função $f: A \rightarrow B$, definida por $f(x) = 2x$ conjuntos Determine:

- o domínio da função.
- o contradomínio da função
- a imagem da função.

4) Para cada função quadrática, definidas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$. Trace um esboço do gráfico das funções abaixo:

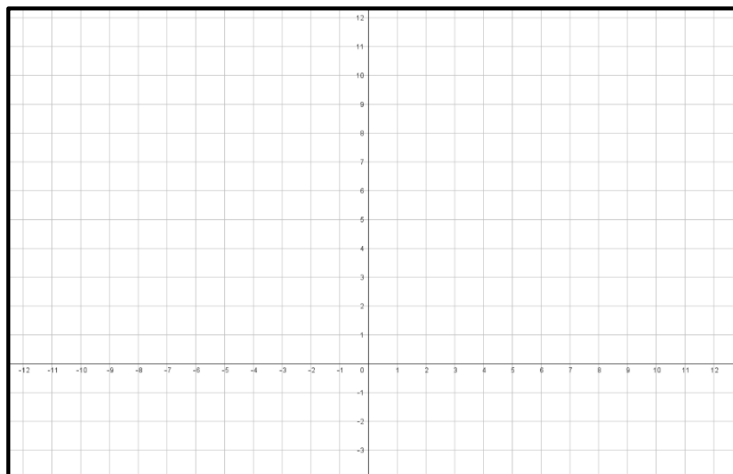
a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

x	$y = f(x) = 2x + 3$	(x,y)
-3		
-2		
0		
1		
2		
3		



b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$y = f(x) = x^2$



4.3 MATERIAIS PARA AS OFICINAS:

A seguir estão dispostos os materiais que podem ser utilizados para realização de oficinas.

4.3.1 Oficina 01: Conceituação do Módulo de um Número

Objetivo: Introduzir o conceito de módulo a partir da repetição.

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Atividade 01: Preencha a tabela conforme os exemplos.

Módulo de um número $ x $	Resultado do modulo de um número
$ -15 $	$-(-15)$
$ -12 $	
$ -11 $	
$ -6 $	
$ -3 $	
$ -2 $	
$ -1 $	
$ 0 $	
$ 1 $	
$ 3 $	
$ 6 $	
$ 12 $	
$ 14 $	14
$ 15 $	

4.3.1.1 Teste de conhecimento oficina 01

Utilize a definição acima para responder os itens abaixo.

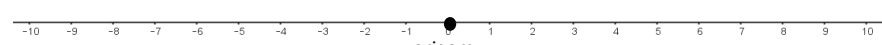
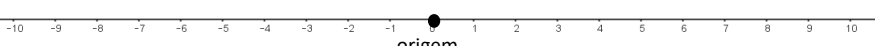
a) $|-8|$ b) $|18|$ c) $|-0,25|$ d) $|2,8|$ e) $|- \sqrt{24}|$ f) $|\frac{1}{3}|$

4.3.2 Oficina 02: Conceituação do Módulo de um Número

Objetivo: Definir o conceito de módulo a partir da relação da distância de um ponto até a origem.

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Teste de conhecimento oficina 02: Preencha o quadro abaixo, e indique a distância do número x até a sua origem

Número (x)	Módulo de $ x $	Indique na reta numérica a distância do número (x) até a sua origem
-10		
-5		
-3		
-1		
0		
1		
3		
5		
10		

4.3.3 Oficina 03: Compreender o que é o plano cartesiano

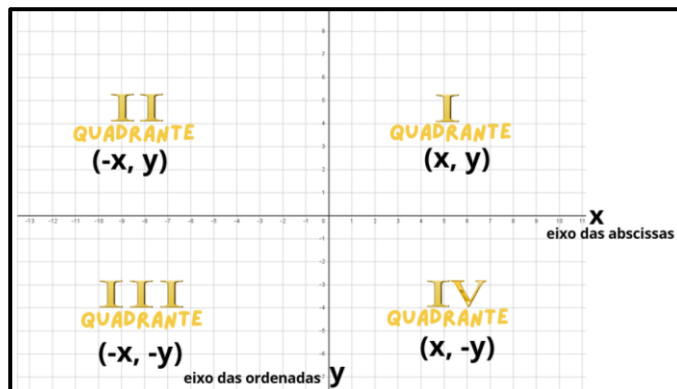
Objetivo: Localizar coordenadas Cartesianas em $\mathbb{R}^2$

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

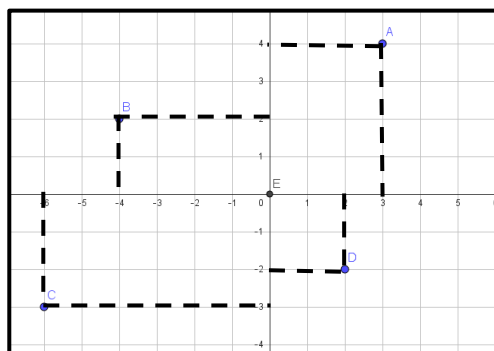
- O plano cartesiano é utilizado como sistema de referência para localizar pontos em um plano e é composto duas retas numéricas reais que se interceptam formando um ângulo de 90°
- A reta numérica da horizontal é denominada como eixo das abscissas ($\overline{Ox}$)
- A reta numérica da vertical é denominada como eixo das ordenadas ($\overline{Oy}$)

- Par ordenado é um par de números na forma (x,y) . Um par ordenado, nada mais é do que um ponto.
- O sistema cartesiano possui quatro quadrantes I, II, III, IV e são organizados em sentido anti-horário;
- As informações acima estão ilustradas na imagem a seguir



- Para localizar pontos traçando retas paralelas em relação ao eixo x ou eixo y para formar um par ordenado, no cruzamento das retas, conforme imagem abaixo.

- A (3,4)
 B (-4,2)
 C (-6, -3)
 D (2, -2)
 E (0,0)



3.3.3.1 Teste de conhecimento oficina 03: Localize os pontos abaixo no plano cartesiano.

- | | |
|----------------|---------------|
| a) H (-7,4) | j) Q (0, 0) |
| b) I (1,3) | k) R (1, -9) |
| c) J (0, -3) | |
| d) K (-4, -8) | |
| e) L (5, 0) | |
| f) M (-4, 8) | |
| g) N (7, -4) | |
| h) O (-1,3) | |
| i) P (-3, 0) | |

4.3.4 Oficina 04: Domínio, Contradomínio e Imagem

Objetivo: Entender o que significa o domínio, contradomínio e imagem em uma função, utilizando o diagrama.

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

- Dada a função $f(x)=2x$ $f: A \rightarrow B$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Determinar o domínio, contradomínio e imagem

Nesse caso o domínio da função $D(f)=A= \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

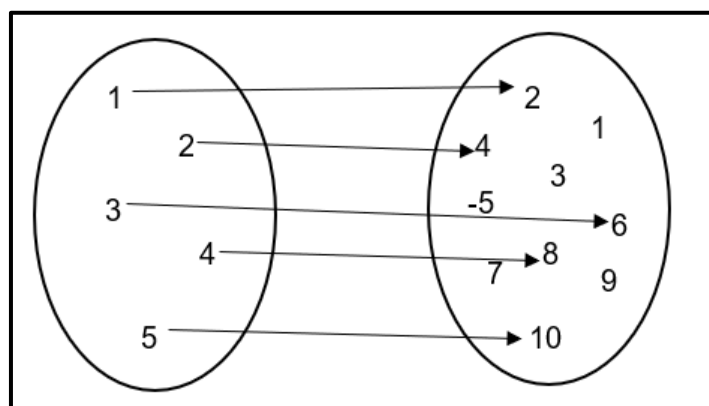
O contradomínio da função $f: A \rightarrow B$ é o conjunto B, ou seja, $CD= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

O conjunto imagem de uma função constitui um subconjunto do contradomínio, composto por todos os elementos que correspondem a algum elemento no domínio.

Assim:

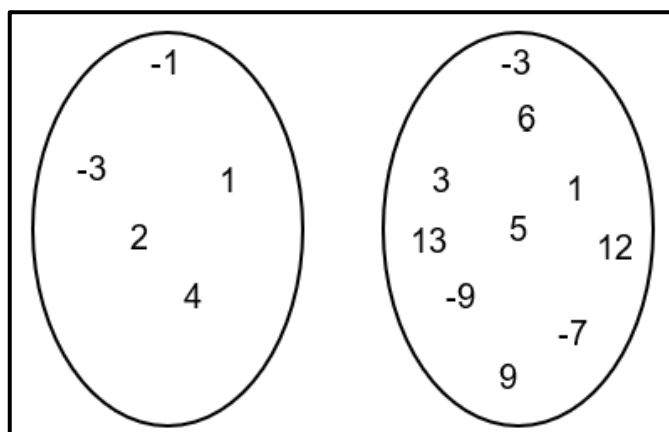
Elemento do domínio	Função $f(x) = 2x$	Imagem (com elemento do contradomínio)
1	$f(x) = 2.1 = 2$	2
2	$f(x) = 2.2 = 4$	4
3	$f(x) = 2.3 = 6$	6
4	$f(x) = 2.4 = 8$	8
5	$f(x) = 2.5 = 10$	10

Dessa forma temos imagem $Im(f) = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.



4.3.4.1 Teste de conhecimento oficina 04

Dada a função $f(x) = 3x$: $A \rightarrow B$, $A = \{-3, -1, 1, 2, 4\}$ e $B = \{-9, -7, -3, 1, 3, 5, 6, 9, 12, 13\}$. Determinar o domínio, contradomínio e imagem.



4.3.5 Oficina 05: Plano cartesiano e construção de gráficos

Objetivo: Compreender o que são os pares ordenados. E como construir gráficos utilizando coordenadas, incluindo o gráfico da função modular do tipo $f(x)=|x|$.

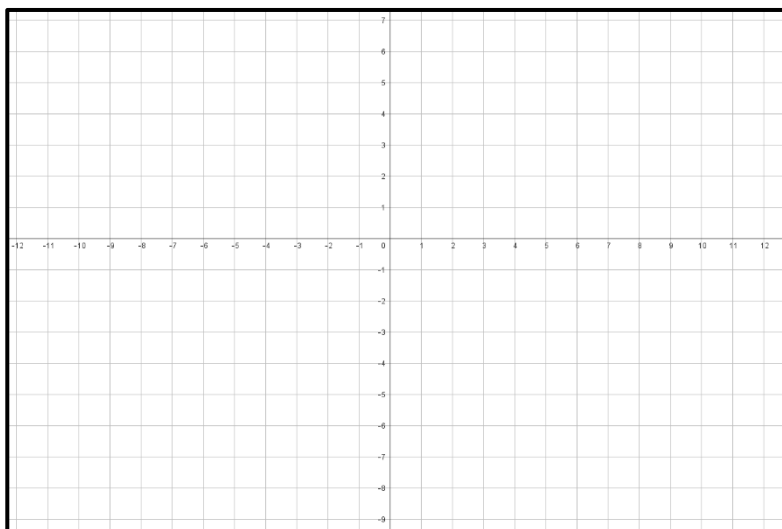
Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

Calcular o $f(x)$ para as funções abaixo, e construir os respectivos gráficos.

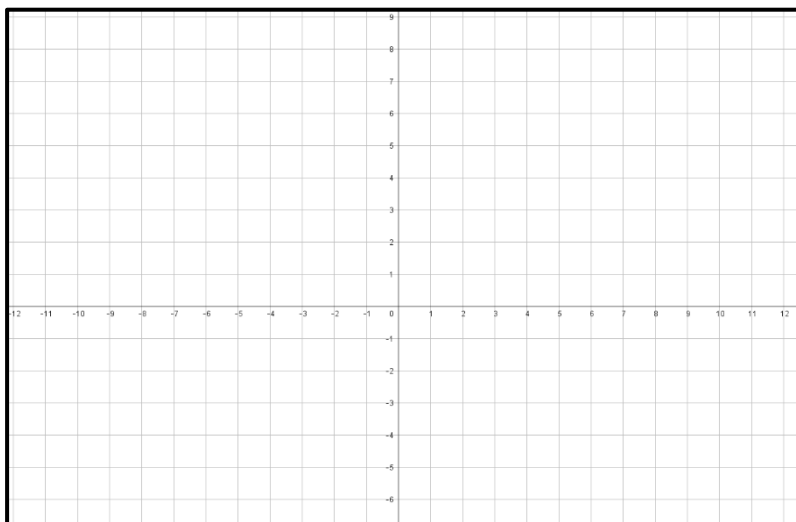
a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

x	$f(x) = x^2 + 4x - 5$	(x,y)
-6		
-5		
-2		
0		
1		
2		

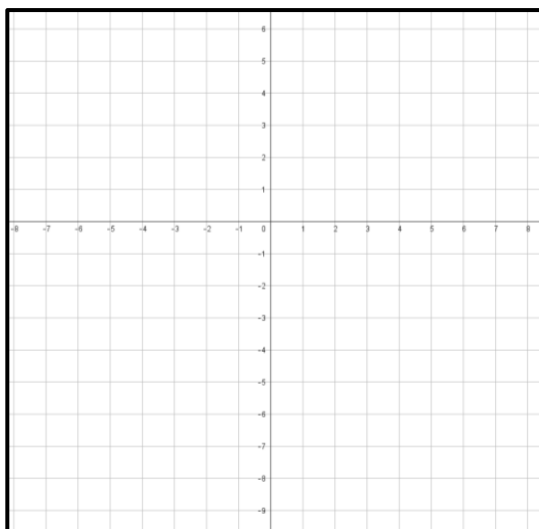


b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$

x	$f(x) = y = x $	(x,y)
-4		
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		

c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

x	$f(x) = y = 2x - 4$	(x,y)
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		



4.3.5.1 Teste de conhecimento oficina 05

Construa o gráfico das seguintes funções:

- a) $f(x) = -3x + 9$
- b) $f(x) = 2x + 4$
- c) $f(x) = -8x + 24$
- d) $f(x) = x^2 + 4x + 12$
- e) $f(x) = x^2 + 2x - 15$

Após a conclusão dos materiais anteriores, avançaremos para a sequência didática. Para o 1º ano do ensino médio, propomos três UARC's com o objetivo de ensinar sobre função modular. A seguir, estão os títulos e objetivos de cada uma.

5. SEQUENCIA DIDÁTICA

Este produto educacional é de uma sequência didática elaborada com 3 (três) atividades de Função Modular para ser trabalhadas com alunos do 1º ano do Ensino Médio. As quais abordam os seguintes conteúdos: Introdução a ideia de reflexão, reflexão de gráficos e representação de modulo de funções, para contribuir mais ainda com a aprendizagem sugerimos também o uso da sequência didática proposta por Costa Júnior (2019) ambas norteadas segundo os pressupostos das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual proposto por Cabral (2017).

5.1 ORIENTAÇÕES PARA PROFESSORES

Na UARC 01, o professor deve orientar os alunos sobre as coordenadas dos pontos, os eixos do sistema cartesiano e a reflexão em relação ao eixo de simetria. Para a UARC 02, assim como nas demais, o professor deve acompanhar os alunos e intervir sempre que necessário. Por fim, na UARC 03, o professor deve relacionar o cálculo do módulo de números com o módulo dos elementos do conjunto imagem de uma função, além de abordar a reflexão do gráfico em torno do eixo das abscissas.

5.2 ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

5.2.1 Unidade Articulável de Reconstrução conceitual - UARC 01

Título: Introdução da ideia de reflexão

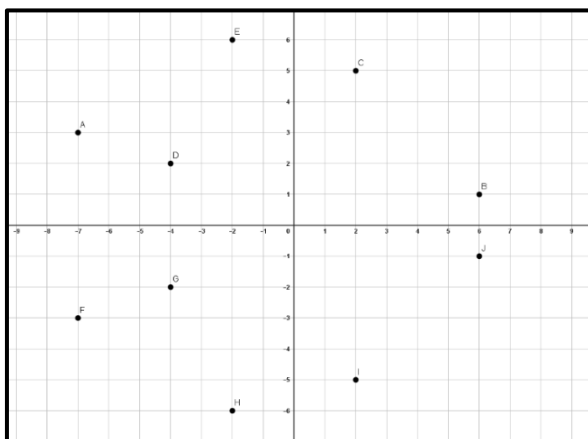
Objetivo: Efetuar reflexão de pontos situados nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas a partir de suas coordenadas e representações no plano cartesiano.

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

[Ii – CP] Escreva as coordenadas dos pontos descritos no plano cartesiano abaixo.

Ponto	x	y	(x, y)
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			
I			



[Ie – 01] Quais os pontos indicados no gráfico são simétricos em relação ao eixo das abscissas?

[Ie – 02] O que se observa nas coordenadas (x, y) dos pontos que são simétricos em relações ao eixo das abscissas ($\overrightarrow{OX}$)?

[Ie – 03] O que ocorre se fizermos a reflexão dos pontos pertencentes ao III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas?

[Ir – 01] Estabeleça uma relação entre as coordenadas dos pontos simétricos.

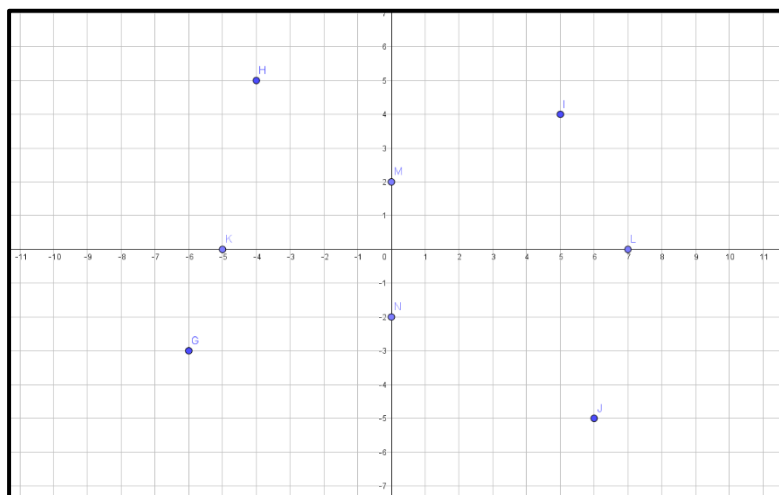
[Ir – 02] Estabeleça uma relação entre os pontos simétricos e os quadrantes onde estão situados.

[Ir – 03] Estabeleça uma relação entre a segunda componente (ordenada) dos pontos simétricos e o módulo de um número.

[If] – Para refletir pontos situados nos III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas, deve-se substituir as ordenadas desses pontos pelo módulo dos mesmos, isso significa efetuar uma reflexão desses pontos em torno do eixo das abscissas ($\overrightarrow{OX}$), ou outras palavras, fazer um rebatimento desses pontos para os quadrantes II e I, respectivamente.

[IA_r] Escreva as coordenadas de todos os pontos identificados no sistema cartesiano e represente nesse sistema a reflexão dos pontos em relação ao eixo das abscissas ($\overrightarrow{OX}$).

Ponto	(x,y)
H	
I	
J	
K	
L	
M	
N	



5.2.2 Unidade Articulável de Reconstrução conceitual - UARC 02

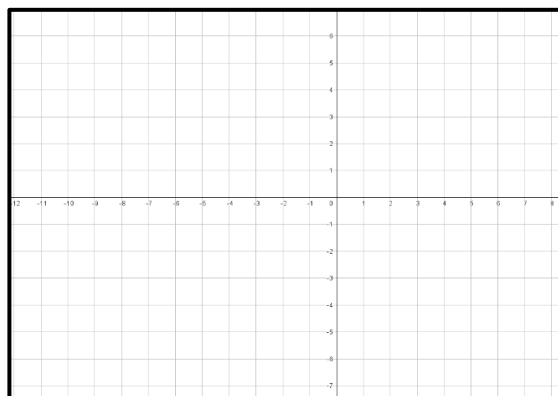
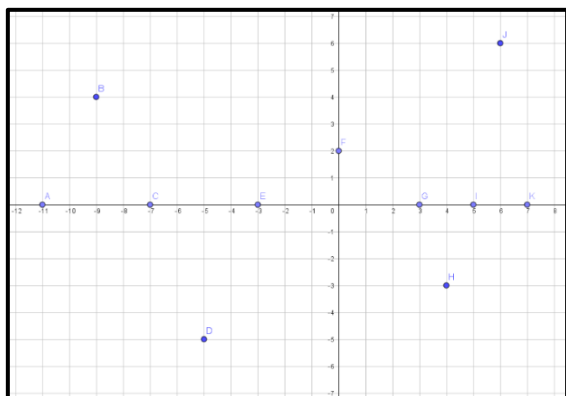
Título: Reflexão de gráfico de funções

Objetivo: Obter a reflexão de gráficos de funções representadas nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas.

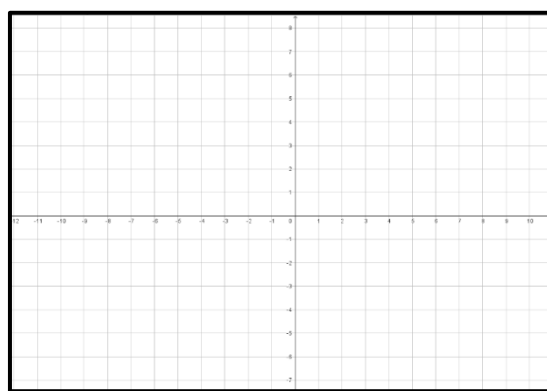
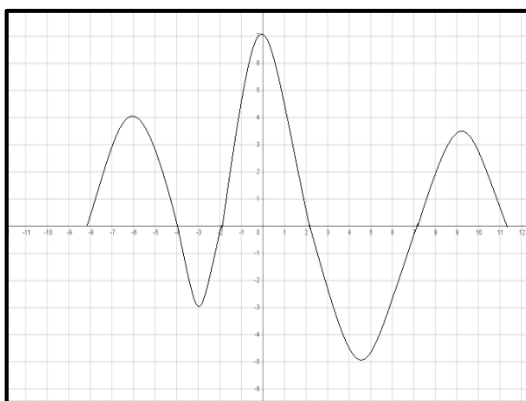
Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

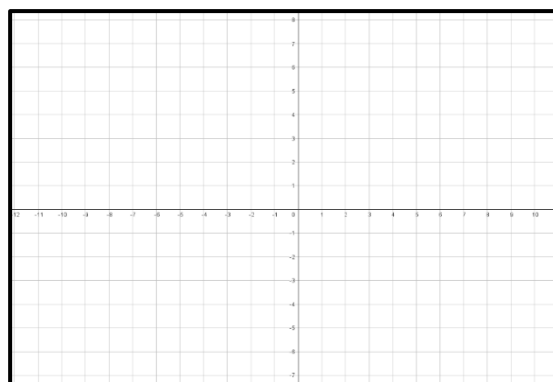
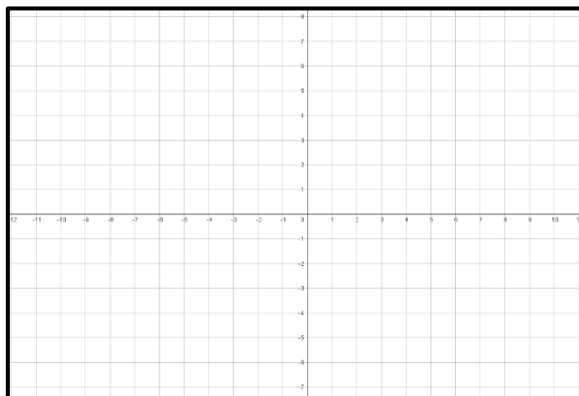
[I_i – CP] Primeiro ligue os pontos representados no plano cartesiano, seguindo a ordem alfabética, por meio de segmentos de retas. Em seguida, faça uma representação do gráfico construído de modo que haja reflexão do gráfico constantes nos III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas.



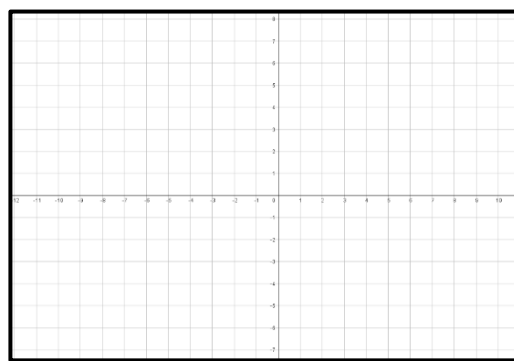
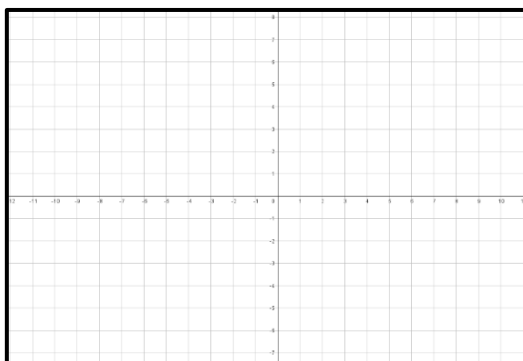
[I_e – 01] O que ocorre com o gráfico abaixo, caso seja efetuado reflexão das partes constantes nos III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas e mantido o constante nos I e II quadrantes?



[I_e – 02] Após o esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $y = f(x) = x - 2$, e sua representação no plano cartesiano, o que ocorre com o gráfico se for construído um novo gráfico de modo que haja uma reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV?

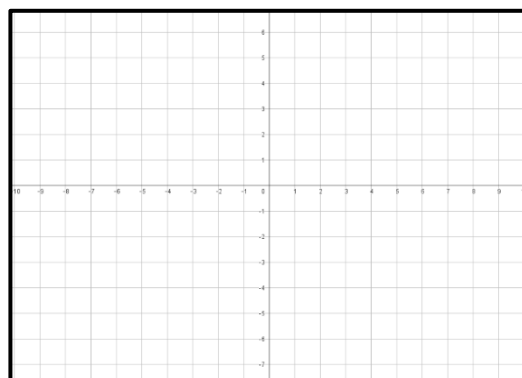
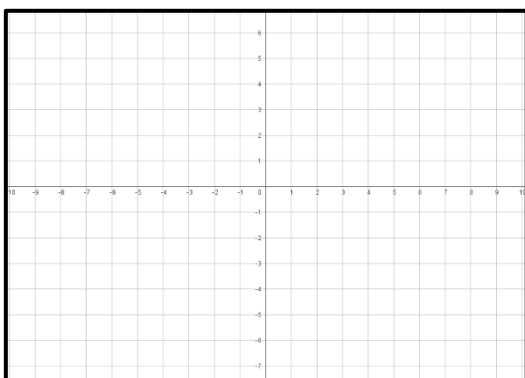


[I_r – 01] Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $y = f(x) = x^2 - 4$ no plano cartesiano ao lado e outro gráfico com a reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV, de modo que a imagem da função seja positiva ou nula.



[If] Para tornar o conjunto imagem de uma função composto por elementos positivos ou nulos deve-se efetuar uma reflexão do gráfico situados nos quadrantes III e IV em torno do eixo das abscissas ($\overrightarrow{OX}$).

[IA_r] Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $y = f(x) = 3x - 6$ no plano cartesiano ao lado e outro gráfico com a reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV, de modo que a imagem da função seja positiva ou nula.



5.2.3 Unidade Articulável de Reconstrução conceitual - UARC 03

Título: Representação do módulo de funções

Objetivo: Aplicar o módulo ao gráfico de funções para obter funções com conjunto imagem composto por elementos positivos ou nulos.

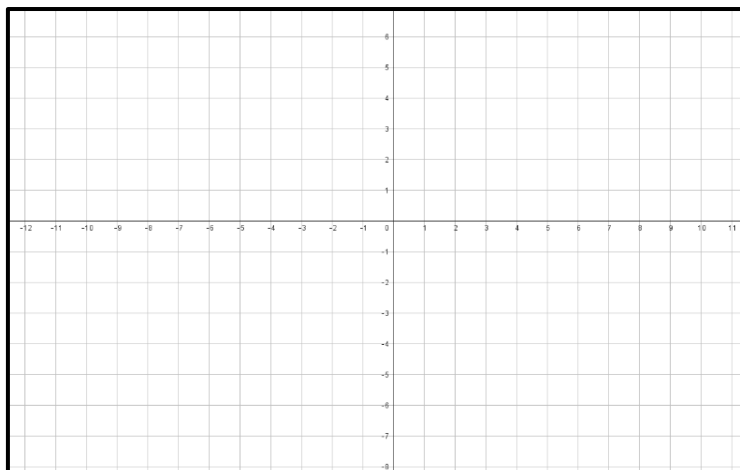
Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

[Ii – CP] Situação 01:

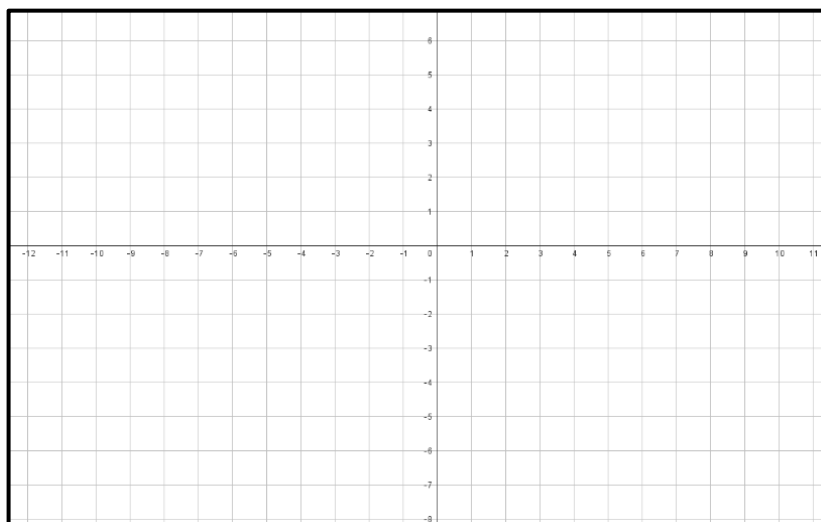
Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $y = f(x) = x - 5$

x	y	(x, y)
-8		
-6		
-4		
-2		
0		
1		
3		
5		
9		



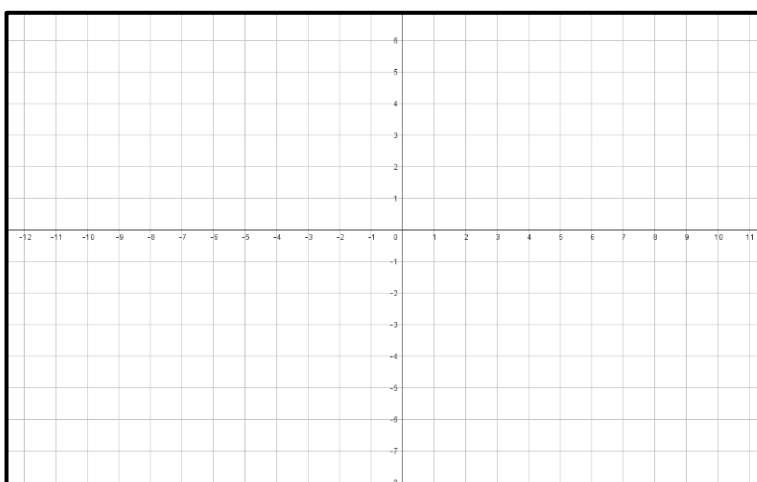
Situação 02:

Represente o gráfico construído acima de modo que haja reflexão do gráfico constantes nos III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas ($\overrightarrow{OX}$).



Situação 03: Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $|y| = |f(x)| = |x - 5|$.

x	y	(x, y)
-8		
-6		
-4		
-2		
0		
1		
3		
5		
9		



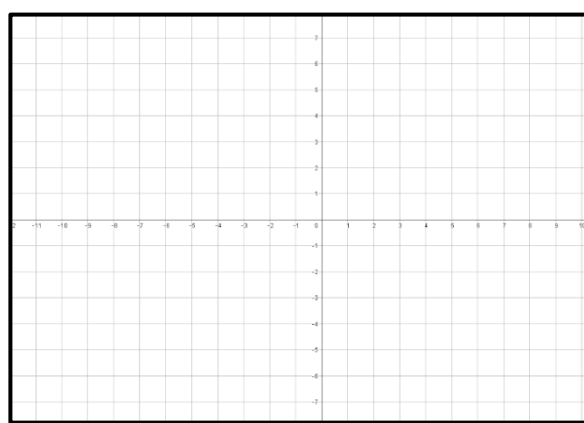
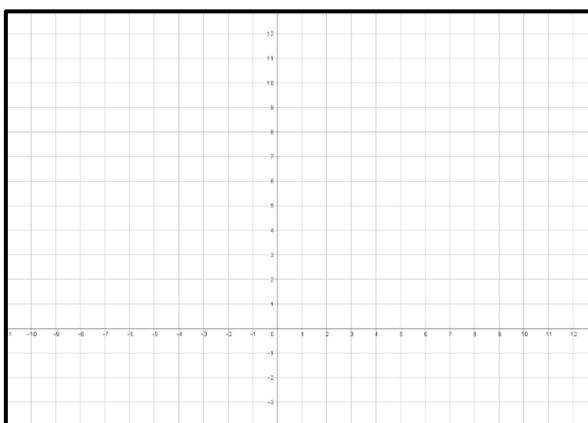
[I_e – 01] Que comparações podem estabelecidas entre as situações indicadas abaixo:

- a) Situações 1 e 2?
- b) Situações 1 e 3?
- c) Situações 2 e 3?
- d) Que semelhanças podemos observar entre o conjunto imagem das funções representadas?

[I_r – 01] Esboce o gráfico das funções definidas de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, e representadas abaixo e determine o conjunto imagem das funções:

a) $y = f(x) = |x + 3|$.

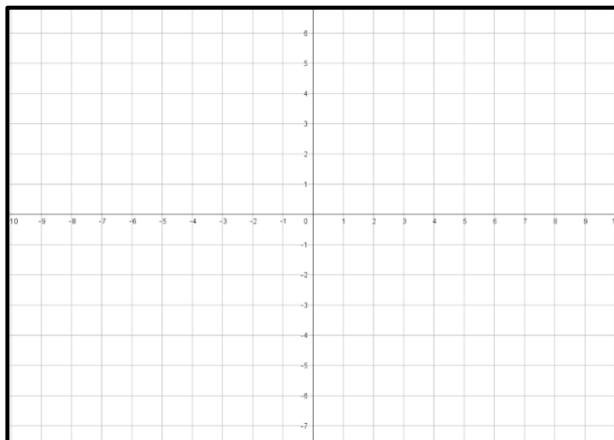
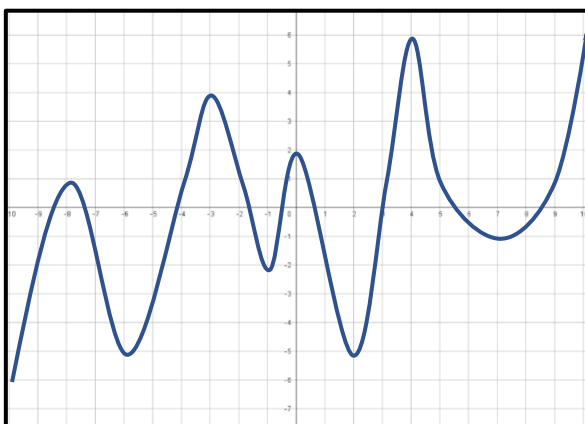
b) $y = g(x) = |x^2 - 9|$.



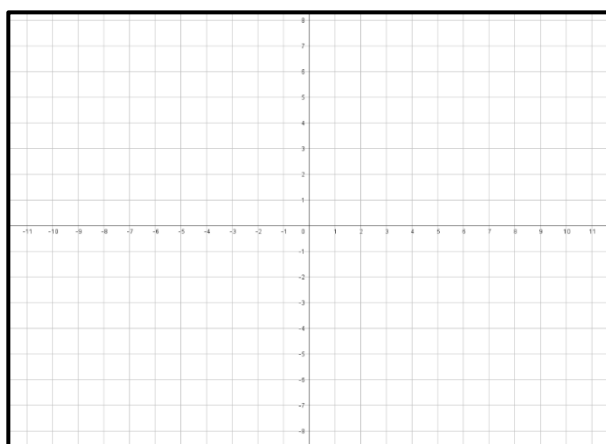
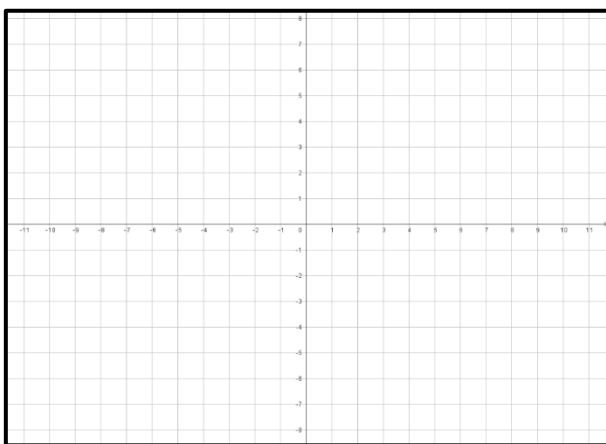
[I_f] Aplicar o módulo nos elementos do conjunto imagem de uma função ou na sua representação gráfica é equivalente a obter o conjunto imagem com elementos positivos ou nulos, ou fazer uma reflexão do gráfico de uma função constantes nos quadrantes III e IV em torno dos eixos das abscissas, respectivamente.

[IA_r]

a) Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, representada no plano cartesiano abaixo: Faça um esboço do gráfico da função $y = |f(x)|$ e determine o conjunto imagem dessa função.



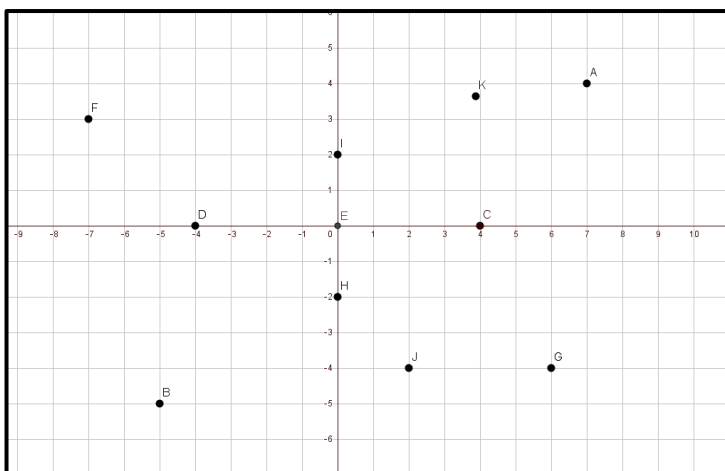
b) Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $y = f(x) = |2x - 5|$ e determine o conjunto imagem dessa função.



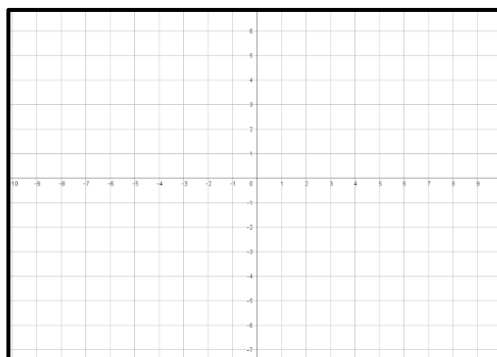
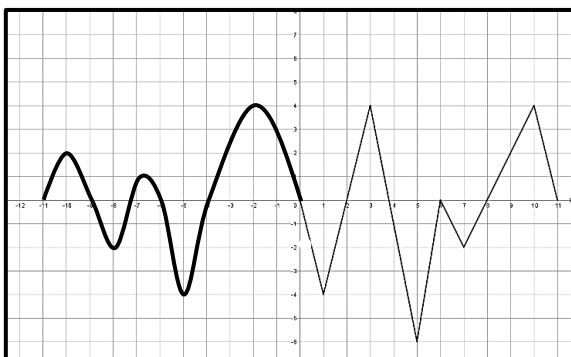
5.3 AVALIAÇÃO APLICATIVA

[IA_a - 01] - Escreva as coordenadas de todos os pontos identificados no sistema cartesiano e represente nesse sistema a reflexão dos pontos em relação ao eixo das abscissas ($\overrightarrow{OX}$).

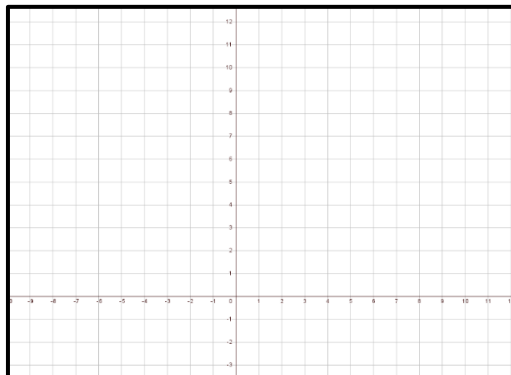
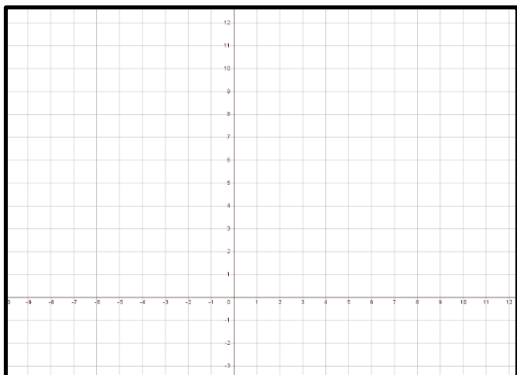
Ponto	(x,y)
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	
H	
I	
J	
K	



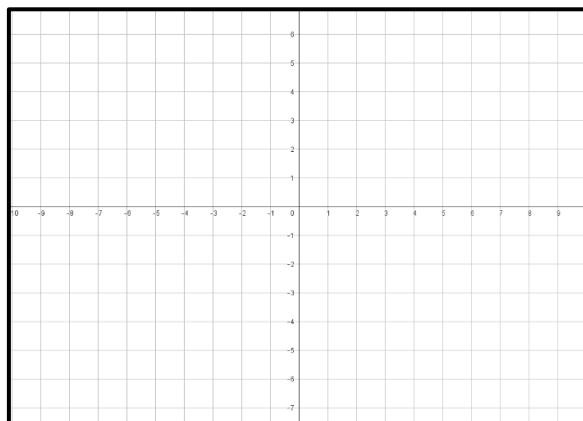
[IA_a - 02] – Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, representada no plano cartesiano abaixo: Faça um esboço do gráfico da função $y = |f(x)|$ e determine o conjunto imagem dessa função.



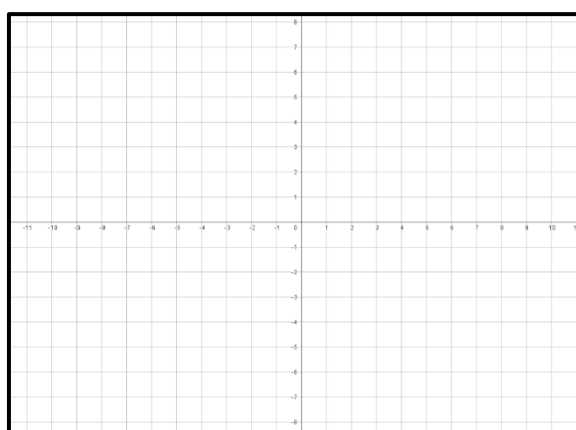
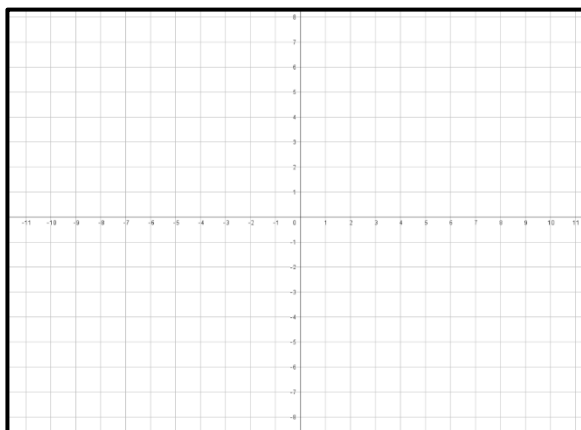
[IA_a - 03] – Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $y = f(x) = -2x + 6$ no plano cartesiano abaixo. Em seguida, ao lado desse gráfico represente a reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV, de modo que a imagem da função seja positiva ou nula.



[IA_a - 03] - Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, representada no plano cartesiano acima. Faça um esboço do gráfico da função $y = |f(x)|$ e determine o conjunto imagem dessa função.



[IA_a - 04] - Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $y = f(x) = | -x + 2 |$ e determine o conjunto imagem dessa função.



6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho é uma ramificação de uma pesquisa cujo o propósito foi responder à pergunta central destacada, por meio da identificação das potencialidades de uma sequência didática voltada para o ensino da Função Modular, estruturada conforme as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC's), através da análise dos registros de sua aplicação e da avaliação dos resultados fundamentados na abordagem microgenética e na análise do discurso.

Destacamos a importância da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1998) que tem como base para compreender as relações estabelecidas no triângulo didático (professor–aluno–saber), no qual possui como foco principal do estudo a situação didática, que potencializa as interações dessa tríade.

Assim, essa teoria reconhece que tanto professores quanto alunos são partes essenciais do processo de ensino-aprendizagem, assim como o ambiente que está presente nas situações didáticas, sempre que houver uma intenção clara do professor em proporcionar ao aluno a aquisição de conhecimentos através da sequência didática.

Por essa razão, a TSD nos forneceu uma base teórica para a apresentação do conteúdo de Função Modular por meio da sequência didática planejada e enriqueceu nossa proposta pedagógica e plano didático com uma estratégia que ajuda o aluno a se tornar protagonista na construção do seu próprio conhecimento matemático.

Adicionalmente, discorreremos sobre os aspectos relacionados à sequência didática, os quais nos permitiram compreender sua definição, baseada nos ensinamentos de Zabala (1999) que nos proporcionou suporte ao processo de planejamento para a ação docente e estruturação do conteúdo matemático de maneira mais fluida e natural focada na aprendizagem do aluno.

Destacamos também a utilização das concepções em torno da UARC's que serviram como parâmetro de orientação na elaboração da sequência didática e possibilitou interações combinadas com as intervenções estruturantes sugeridas por Cabral (2017) com a análise do discurso e da microgenética.

Assim as abordagens da Análise Microgenética e da Análise do Discurso, conforme Goés (2000) e Mortimer e Scott (2002), foram meios para fundamentar a validação dos esquemas de aprendizagem formados durante a implementação da

sequência didática. A integração dessas perspectivas nos possibilitou destacar os indícios de aprendizagem de Função Modular após a aplicação da sequência didática abordado no capítulo seis.

Esse produto foi gerado após a reunião de informações coletadas de pesquisas anteriores sobre o mesmo objeto matemático para examinar as abordagens metodológicas e didáticas empregadas em nessas pesquisas, com o objetivo de contribuir para a resposta à questão de pesquisa. Foram analisadas diversas dissertações sobre o tema, categorizadas em estudos diagnósticos, experimentais e análises de livros didáticos. Adicionalmente, o estudo incluiu a avaliação de alguns livros didáticos, assim como a verificação da relação do objeto de pesquisa com os currículos adotados no país.

Outro meio utilizado para a investigação foi os livros didáticos, onde percebemos que o livro didático desempenha um papel significativo no processo de ensino e aprendizagem, mas não deve ser o único recurso utilizado no planejamento e execução das aulas, uma vez que suas limitações não são suficientes para orientar completamente o trabalho docente. Portanto, é essencial que o professor conte com outros recursos didáticos para enriquecer, aprofundar e tornar mais dinâmicas suas aulas, buscando eficácia e evitando a restrição exclusiva ao uso do livro didático.

Contamos ainda com as contribuições geradas pela percepção dos professores sobre o ensino e aprendizagem de matemática entre os estudantes da rede pública do estado do Pará, que foram questionados sobre o entendimento do objeto matemático estudado. Para fortalecer ainda mais a pesquisa realizada, foram obtidas perspectivas de alunos que concluíram o 1º ano do ensino médio, os quais responderam a questionamentos relacionados ao aprendizado de matemática e aos conhecimentos adquiridos sobre função modular. A coleta e análise dessas respostas desempenharam um papel crucial no desenvolvimento da pesquisa e a produção desse produto educacional.

No decorrer da pesquisa, foi possível notar que antes da aplicação da sequência didática, foi realizada um teste de conhecimento com a turma envolvida na pesquisa, para verificar as noções necessários para a aplicação das atividades, posteriormente foi trabalhado uma oficina matemática com objetivo de nivelar os alunos para estarem munidos de conhecimentos necessários para a aplicação da sequência didática.

Em seguida, as UARC's foram aplicadas em dois dias para 32 alunos, estudantes do 1º ano do ensino médio, o terceiro dia foi destinado a aplicação da avaliação aplicada para avaliar o desempenho dos estudantes diante da sequência aplicada.

Uma observação importante após a aplicação da sequência didática é que a composição do grupo de alunos não deve ser aleatória. Recomendamos que, se o aplicador da sequência for o professor da turma, ele considere as variáveis de habilidade e competência matemática dos alunos. Isso ajudará a potencializar o ensino e a aprendizagem por meio da sequência didática. Portanto, é ideal (re)distribuir pelo menos um aluno com boa habilidade matemática em cada grupo.

A pesquisa possibilitou fortalecer a conexão entre o objeto matemático e minhas práticas pedagógicas. Suas contribuições vão além de estimular a reflexão sobre nossa atuação profissional; transcendem os conhecimentos teóricos. Ela proporciona uma ampliação nas ferramentas didáticas, permitindo uma visão mais abrangente e focada na aprendizagem da Função Modular. Em outras palavras, essa pesquisa gerou uma proposta pedagógica que aborda o conteúdo de maneira diferente das abordagens tradicionais, além de auxiliar e aprimorar as interações dialógicas com nossos alunos.

Em relação à minha formação continuada, é possível destacar avanços significativos. A consolidação e o aprofundamento do objeto matemático estudado permitem expandir a prática docente realizada na pesquisa para outros conteúdos matemáticos abordados em sala de aula. A compreensão dos aportes metodológicos discutidos transcendeu o plano teórico e se concretizou na prática, estabelecendo uma estruturação de Unidades Articuladas de ReConstrução Conceitos (UARCs) voltadas para um resultado final de aprendizagem efetiva. Assim, é possível afirmar que essa investigação ampliou minha formação docente no ensino de Função Modular e também em outros conteúdos matemáticos.

Portanto, este material busca fornecer uma contribuição aos professores do ensino médio, reconhecendo as potencialidades que uma sequência didática pode oferecer para o ensino de função modular.

7. REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Matemática Completa 1º ano**. 4º edição. São Paulo: FTD, 2016.

BRITO MENEZES, Anna Paula de Avelar. **Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6º Série do Ensino Fundamental**. Tese. (Doutorado em Educação). Recife - UFPE, 2006

BROUSSEAU, Guy. Didática e Teoria das Situações Didáticas em Matemática. **Tradução de Maria José Ferreira da Silva e Saddo Ag Almouloud**. São Paulo: PUC, 2006.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas: estruturação e elaboração**. Belém: SBEM-PA, 2017.

COSTA, Amara Silva et al. A Importância Do Ensino Da História Da Matemática Para A Aprendizagem De Saberes Matemáticos. 2021.

COSTA JÚNIOR, José Américo Trindade. **Função Modular: Ensino por Sequências Didáticas**. Belém: UEPA, 2019.

Dante, Luiz Roberto. **Matemática, contexto e aplicações: 1º ano Ensino Médio**. 3ª edição. São Paulo. Editora Ática, 2013.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contexto: função afim e função quadrática**. 1ª edição. São Paulo. Editora Ática, 2020.

Eves, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Traduzido por Hygino. H. Domingues. 5ª edição, São Paulo: Editora da UNICAMP, 2011.

FLEURI, Reinaldo M. **Educar para quê?: contra o autoritarismo da relação pedagógica na escola**. São Paulo: Cortez; Uberlândia, MG: Editora da Universidade Federal de Uberlândia, 1990.

FRIENDLANDER, Alex; HADAS, Nurit. **Ensinado valor absoluto numa abordagem em espiral**. In: DOMINGUES, Hygino H. (tradutor). As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. Cap. 29, p. 244-254.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. - São Paulo: Atlas, 2002 .

GRANOTT, N. (1998). **Pesquisa em microdesenvolvimento: Desafios metodológicos e aplicações para estudar aprendizagem e desenvolvimento.** Mente, Cultura e Atividade, 5(3), 646-671.

GODOY, Elenilton. **As representações dos internautas em relação à matemática, quando eles não gostam dela.** Zetetike, v. 18, n. 2, 2010. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646687> acesso dia 03/10/2023 as 10:13

GOÊS, Maria Cecília Rafael de. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade.** v. 20, Campinas: Cadernos Cedes, 2000. Disponível em: Acesso em: 02 de nov. 2022.

IEZZI, Gelson; Murakami, Carlos. **Fundamentos de matemática elementar, 1: conjuntos, funções** — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

JORDAN, B.; HENDERSON, A. **Análise de Interação: Fundamentos e Prática.** *Jornal das Ciências e Aprendizagens.* , 1995, 4(1), 39-103.
doi:10.1207/s15327809jls0401_2

IMENES, Luiz Márcio. Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da Matemática. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 3, n. 6, p. 21-27, 1990.

LIMA, Juliana Miguel Paterno. A importância da sequência didática para a aprendizagem significativa da matemática. **Revista Artigos. Com**, v. 2, p. e829-e829, 2019.

MEIRA, Luciano. **Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva.** *Temas psicol.*, Ribeirão Preto , v. 2, n. 3, p. 59-71, dez. 1994 .Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-389X1994000300007&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 11 maio 2023.

MORTIMER, Eduardo Fleury. **Evolução do atomismo em sala de aula:** mudança de perfis conceituais. 1994. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994. Acesso em: 06 ago. 2023.

MORTIMER, Eduardo; SCOTT, Felipe. **Criação de significado em salas de aula de ciências secundárias**. McGraw-Hill Education (Reino Unido), 2003. livro

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. H. **Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino.** *Investigações em Ensino de Ciências.* v. 7, n. 3, p. 283-306, 2002

ORLANDI, Eni Pulcinelli. **Análise de Discurso. Princípios e Procedimentos.** 12ª edição. Campinas, SP: Pontes, 2015.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática:** Uma análise da influência francesa. 3ª ed. Belo Horizonte - MG: Autêntica, 2011.

RAMOS, Maria Luisa Perdigão Diz; CURI, Edda. ANÁLISE DE ERRO EM UMA QUESTÃO SOBRE FUNÇÃO: uma forma de desvendar as dificuldades dos alunos. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 4, n. 3, 2014.

RICARDO, José; MAFRA, Souza; DE SÁ, Pedro Franco. Abordagens na pesquisa em educação Matemática: algumas reflexões e perspectivas epistemológicas. **Revista Tempos e Espaços em Educação**, v. 13, n. 32, p. 55, 2020. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7641403> 03/10/2023 as 10:12

IDEM, Rita de Cássia; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. Experimentação-com-Scratch no processo de resolução de problemas matemáticos e computacionais. **INTERFACES DA EDUCAÇÃO**, [S. l.], v. 13, n. 38, 2022. DOI: 10.26514/inter.v13i38.5586. Disponível em: <https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/5586>. Acesso em: 14 abril. 2024.

ROGOFF, B. (1998). **Cognição como processo colaborativo**. Em D. Kuhn & R. S. Siegler (Eds.), *Handbook of Child Psychology* (5ª ed., Vol. 2, pp. 679-744). Nova York: John Wiley & Sons.

SANTOS, Silvano Messias dos; ALMEIDA, Inês Maria Marques Zanforlin Pires de. Medo de Matemática e Trauma na Relação com o Aprender: uma leitura psicanalítica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 36, p. 1273-1292, 2022. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/7vQhs3s9MYBFVpJ7xLWTPyR/?lang=pt> 07/10/2023 as 23:07

TAVARES, Helena; LUTAIF, Barbara. **Um estudo com função modular por meio de resolução de problemas**. 2013.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 21, n. 1, p. 155–168, 2014. DOI: 10.20396/zet.v21i39.8646602. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646602>. Acesso em: 7 jan. 2023.

THOMAZ, Tereza Cristina. NÃO GOSTAR DE MATEMÁTICA. **Cadernos de Educação**, n. 12, 1999. Disponível em: <https://revistas.ufpel.edu.br/index.php/educacao/article/view/6277/5488> acesso: 03/10/2023 – 09:51

UGALDE, Maria Cecília Pereira; ROWEDER, Charlys. Sequência didática: uma proposta metodológica de ensino-aprendizagem. **Educitec-Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, v. 6, p. e99220-e99220, 2020.

VYGOTSKY, **Lev Semenovich**. **Mind in society**: the development of higher psychological processes. Cambridge: Harvard University Press, 1978.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa como ensinar**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Reimpressão 2010. Porto Alegre: Artmed, 1998.

FERNANDA VIEIRA DE SOUSA

– Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado do Pará campus VII em Conceição do Araguaia (2012), Especialista em Deficiências múltiplas e intelectuais pela Faculdade Alfamérica (2020); Especialista em Matemática e suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho pela Universidade Federal do Piauí (2021); pós graduada em Neuropsicopedagogia pela Universidade Pitágoras Unopar Anhanguera (2023); pós graduada em Gestão e Organização da Escola (2024) . Atualmente é Professora de Matemática, pertencente ao quadro EFETIVO da Rede Municipal de Ensino (SEMED) - Parauapebas/PA (desde 2014) e Rede Estadual de Ensino -SEDUC/PA (desde 2019) . Além disso, é MESTRANDA do PPGEM/UEPA - MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA.

MIGUEL CHAQUIAM

– É doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN (2012), é Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2001); Especialista em Matemática – UNESPA (1989); licenciado em Matemática – Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (1984); licenciado em Ciências – Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (1983). Servidor efetivo da Universidade do Estado do Pará.



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA TRAVESSA

DJALMA DUTRA, S/N TELÉGRAFO

66113-200 BELÉM-PA

WWW.UEPA.BR/PMPEM