

Resiane Silveira (Org.)

Matemática Criativa

Resolvendo Problemas

Resiane Silveira (Org.)

Matemática Criativa

Resolvendo Problemas

© 2024 – Editora Ópera

www.editoraopera.com.br

editoraopera@gmail.com

Organizadora

Resiane Paula da Silveira

Editor Chefe: Jader Luís da Silveira

Editores e Arte: Resiane Paula da Silveira

Capa: Freepik/Ópera

Revisão: Respective autores dos artigos

Conselho Editorial

Ma. Heloisa Alves Braga, Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, SEE-MG

Me. Ricardo Ferreira de Sousa, Universidade Federal do Tocantins, UFT

Me. Guilherme de Andrade Ruela, Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Esp. Ricael Spirandeli Rocha, Instituto Federal Minas Gerais, IFMG

Ma. Luana Ferreira dos Santos, Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC

Ma. Ana Paula Cota Moreira, Fundação Comunitária Educacional e Cultural de João Monlevade, FUNCEC

Me. Camilla Mariane Menezes Souza, Universidade Federal do Paraná, UFPR

Ma. Jocilene dos Santos Pereira, Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC

Ma. Tatiany Michelle Gonçalves da Silva, Secretaria de Estado do Distrito Federal, SEE-DF

Dra. Haiany Aparecida Ferreira, Universidade Federal de Lavras, UFLA

Me. Arthur Lima de Oliveira, Fundação Centro de Ciências e Educação Superior à Distância do Estado do RJ, CECIERJ

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Silveira, Resiane Paula da
S587m Matemática Criativa: Resolvendo Problemas - Volume 1 / Resiane Paula da Silveira (organizadora). – Formiga (MG): Editora Ópera, 2024. 67 p. : il.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-85284-27-1

DOI: 10.5281/zenodo.14279595

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação. I. Silveira, Resiane Paula da. II. Título.

CDD: 510.07

CDU: 51

Os artigos, seus conteúdos, textos e contextos que participam da presente obra apresentam responsabilidade de seus autores.

Downloads podem ser feitos com créditos aos autores. São proibidas as modificações e os fins comerciais.

Proibido plágio e todas as formas de cópias.

Editora Ópera

CNPJ: 35.335.163/0001-00

Telefone: +55 (37) 99855-6001

www.editoraopera.com.br

editoraopera@gmail.com

Formiga - MG

Catálogo Geral: <https://editoras.grupomultiatual.com.br/>

Acesse a obra originalmente publicada em:

<https://www.editoraopera.com.br/2024/12/matematica-criativa-resolvendo.html>



Autores

**Adriana Saldanha de Vasconcelos
Cristiano Rodrigo Gobbi
Daniel Matias Santos
Emanuel Adriano Dantas
Emmily Ravena dos Santos Lima
Flaviana Isis Silva do Nascimento
Jeane Meireles Ferreira
José Ribamar Carvalho de Sousa
Kailane Costa Baia
Kyvia Maria Arruda de Melo
Lenina Lopes Soares Silva
Lívea Aiane da Silva Pinheiro
Luiz Antonio Dantas Lopes
Milledede dos Santos de Almeida
Ozeias Ribeiro de Abrel
Renata Karoliny Ferreira do Nascimento**

APRESENTAÇÃO

A matemática, frequentemente compreendida como uma disciplina puramente técnica e exata, revela, em sua essência, um campo fértil para a imaginação, a criatividade e a construção do pensamento crítico. *Matemática Criativa: Resolvendo Problemas* propõe-se a reconfigurar essa perspectiva tradicional, apresentando a matemática como uma ciência viva, dinâmica e essencialmente inovadora.

Nesta obra, o leitor é conduzido por uma abordagem que ultrapassa a aplicação mecanizada de fórmulas e algoritmos, desvelando o caráter heurístico e exploratório do ato de resolver problemas. A partir de uma estrutura meticulosamente elaborada, o livro integra conceitos teóricos sólidos, exemplos práticos e atividades desafiadoras, com o intuito de estimular a capacidade de raciocínio lógico e a habilidade de abstração, enquanto promove a integração de diferentes áreas do saber.

Destinado a estudantes, educadores e pesquisadores, *Matemática Criativa* oferece uma reflexão profunda sobre o papel da criatividade no processo de aprendizagem matemática. O leitor é convidado a pensar "fora da caixa", explorando estratégias não convencionais e caminhos alternativos para solucionar problemas. Dessa forma, a obra também contribui para a formação de um olhar matemático aplicado, capaz de transitar entre os domínios acadêmico e cotidiano.

Ao longo de suas páginas, este livro propõe uma reconciliação entre a precisão da ciência matemática e a liberdade do pensamento criativo, reforçando a ideia de que a matemática não é apenas uma ferramenta para compreender o mundo, mas também um meio para transformá-lo. Trata-se de um convite para que o leitor participe ativamente de uma jornada intelectual que une rigor, curiosidade e inovação.

SUMÁRIO

Capítulo 1

MATEMÁTICA FINANCEIRA: SUA IMPORTÂNCIA NA FORMAÇÃO DE UM CIDADÃO

Milleda dos Santos de Almeida; Ozeias Ribeiro de Abrel; Daniel Matias Santos; Jeane Meireles Ferreira; Kailane Costa Baia; Emmily Ravena dos Santos Lima; Flaviana Isis Silva do Nascimento; José Ribamar Carvalho de Sousa; Adriana Saldanha de Vasconcelos; Renata Karoliny Ferreira do Nascimento

08

Capítulo 2

TEORIA DOS GRAFOS NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE CAMPUS SANTA CRUZ

Kyvia Maria Arruda de Melo; Luiz Antonio Dantas Lopes; Cristiano Rodrigo Gobbi; Emanuel Adriano Dantas; Lenina Lopes Soares Silva

26

Capítulo 3

O USO DO TANGRAM COMO RECURSO PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Lívea Aiane da Silva Pinheiro

49

AUTORES

64

Capítulo 1
MATEMÁTICA FINANCEIRA: SUA IMPORTÂNCIA NA
FORMAÇÃO DE UM CIDADÃO

Milledede dos Santos de Almeida

Ozeias Ribeiro de Abrel

Daniel Matias Santos

Jeane Meireles Ferreira

Kailane Costa Baia

Emmily Ravena dos Santos Lima

Flaviana Isis Silva do Nascimento

José Ribamar Carvalho de Sousa

Adriana Saldanha de Vasconcelos

Renata Karoliny Ferreira do Nascimento

MATEMÁTICA FINANCEIRA: SUA IMPORTÂNCIA NA FORMAÇÃO DE UM CIDADÃO

Milledes dos Santos de Almeida

*Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do
Pará (UEPA). E-mail: milledesantosjean@gmail.com*

Ozeias Ribeiro de Abrel

*Graduando do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do
Pará (UEPA). E-mail: ozeiasribeiro664@gmail.com*

Daniel Matias Santos

*Graduado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. Pós-graduando em
Metodologia do ensino de Matemática. Pós-Graduando em Matemática Financeira e
Estatística. E-mail: estudohibrido@gmail.com*

Jeanne Meireles Ferreira

*Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do
Pará (UEPA). E-mail: JeanneMeirelesFerreira@gmail.com*

Kailane Costa Baia

*Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do
Pará (UEPA). E-mail: kailanebaiaa@gmail.com*

Emmily Ravena dos Santos Lima

*Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do
Pará (UEPA). E-mail: emmilyravenals@gmail.com*

Flaviana Isis Silva do Nascimento

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: Flaviana.nascimentofin@hotmail.com

José Ribamar Carvalho de Sousa

Graduando do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: jrcarvalho77@hotmail.com

Adriana Saldanha de Vasconcelos

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: adrianasaldanha1993@gmail.com

Renata Karoliny Ferreira do Nascimento

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: renata_karoliny20@hotmail.com

RESUMO

O presente artigo buscou analisar a importância da Matemática Financeira na formação dos cidadãos, tanto no meio escolar quanto no seu cotidiano, buscando conscientizar os cidadãos que a Educação Financeira é um tema relevante para a sociedade e as escolas tem um importante papel a ser desempenhado na formação financeira do aluno. A Matemática Financeira desempenha um papel fundamental na formação de um cidadão, fornecendo as habilidades necessárias para lidar com questões financeiras e tomar decisões informadas em sua vida pessoal e profissional. É um ramo da Matemática que se concentra na aplicação de conceitos e técnicas matemáticas para analisar e resolver problemas relacionados ao dinheiro, investimentos, empréstimos, juros, lucros e outros aspectos financeiros.

Palavras-chaves: Matemática Financeira. Cidadãos. Educação Financeira.

1. Introdução

A Matemática Financeira é uma disciplina de grande importância para a formação de um cidadão consciente e responsável em relação às suas finanças

peçoais e à tomada de decisões financeiras. Ela utiliza conceitos e técnicas matemáticas para analisar e avaliar diferentes aspectos relacionados ao dinheiro, investimentos, empréstimos, juros, inflação, entre outros. Um dos principais aspectos da Matemática Financeira é a compreensão do valor do dinheiro no tempo. Através do estudo de conceitos como juros simples e compostos, taxas de retorno, descontos e valor presente líquido, os indivíduos adquirem a capacidade de avaliar o valor financeiro de diferentes alternativas e tomar decisões financeiramente inteligente. Deste modo, é uma disciplina que proporciona um conjunto valioso de habilidades matemáticas aplicadas, que são indispensáveis em diversas situações da vida pessoal e profissional.

Um dos conceitos centrais da Matemática Financeira é o valor do dinheiro no tempo. Isso se baseia na ideia de que um real de hoje tem mais valor do que um real no futuro, devido à capacidade de investimentos e ganhos de juros ao longo do tempo. Essa noção é fundamental para análise de fluxo de caixa e para avaliação de projetos de investimento. Tal disciplina utiliza diversas fórmulas e conceitos para avaliar e comparar alternativas de investimentos. Alguns dos conceitos-chave incluem:

Juros Simples; nesse sistema, os juros são calculados apenas sobre o valor inicial investido. A fórmula básica é $J = P * i * n$, onde J é o valor dos juros, P é o principal (valor inicial), i é a taxa de juros e n é o período de tempo.

Juros Compostos; neste sistema, os juros são calculados não apenas sobre o valor inicial investido, mas também sobre os juros acumulados ao longo do tempo. A fórmula básica é $A = P * (1 + i)^n$, onde A é o montante acumulado, P é o principal, i é a taxa de juros e n é o número de períodos.

Taxa de Desconto; é a taxa usada para trazer o valor futuro de um fluxo de caixa para o presente. Essa taxa é usada na avaliação de projetos de investimento e na determinação do valor presente líquido (VPL) de um investimento.

Anuidades; são fluxos de caixa que ocorrem em intervalos regulares, como pagamentos mensais ou anuais. A matemática financeira permite calcular o valor presente e o valor futuro de uma anuidade, além de determinar o valor dos pagamentos regulares.

Além desses conceitos, a Matemática Financeira também lida com outras ferramentas, como taxas de retorno, análise de risco, valorização de títulos financeiros, inflação e diversificação de investimentos. Ademais, é amplamente

aplicada em diversos contextos, incluindo planejamento financeiro pessoal, gestão de investimentos, decisões de empréstimos e financiamentos, avaliação de empresas, análise de risco e no mercado de capitais.

A importância da Matemática Financeira na formação de um cidadão está diretamente ligada à sua capacidade de compreender e lidar efetivamente com as questões financeiras que enfrentará ao longo da vida. Ao dominar os conceitos básicos e as ferramentas matemáticas utilizadas nesse campo, as pessoas são capazes de tomar decisões mais informadas e prudentes sobre seus recursos financeiros. Essas habilidades são essenciais para lidar de forma eficiente com as finanças pessoais, evitar endividamentos excessivos, fazer investimentos mais assertivos e planejar um futuro financeiro mais seguro. A falta de conhecimento nessa área pode resultar em dívidas insustentáveis, má gestão financeira e consequências negativas para a qualidade de vida de um cidadão. Uma das razões para essa falta de conhecimento é a falta de ênfase na educação financeira nas escolas e na sociedade em geral.

Nesse sentido, a BNCC estabelece que:

[...] o projeto de vida é o que os estudantes almejam, projetam e redefinem para si ao longo de sua trajetória, uma construção que acompanha o desenvolvimento da(s) identidade(s), em contextos atravessados por uma cultura e por demandas sociais que se articulam, ora para promover, ora para constranger seus desejos (BRASIL, 2018, p.473).

A Matemática Financeira muitas vezes não recebe a atenção adequada nos currículos escolares, o que resulta em um déficit de conhecimento financeiro entre os jovens e adultos. Além disso, pode ser percebida como um assunto complexo e intimidante. Muitas pessoas evitam aprender sobre conceitos financeiros, como juros, investimentos e cálculos de empréstimos, devido à percepção de que são complicados e difíceis de entender. Isso contribui para a falta de conhecimento e confiança em lidar com questões financeiras. No entanto, é preocupante constatar que muitas escolas não oferecem um ensino adequado, deixando os estudantes despreparados para lidar com questões financeiras importantes ao longo de suas vidas. A colaboração entre escolas, especialistas em educação financeira e instituições financeiras pode ser benéfica para desenvolver programas e materiais educacionais que atendam às necessidades dos alunos.

A Matemática Financeira nas escolas contribui para o desenvolvimento de

habilidades matemáticas mais amplas, como o raciocínio lógico, resolução de problemas e pensamento crítico. Os alunos aprendem a analisar e interpretar dados financeiros, a realizar cálculos precisos e a tomar decisões baseadas em informações quantitativas. Essas habilidades são transferíveis para várias outras áreas do conhecimento e para situações do mundo real, assim com a educação financeira adequada, as pessoas podem melhorar sua qualidade de vida, reduzir o estresse financeiro e alcançar seus objetivos financeiros. É importante ressaltar que a inclusão da Matemática Financeira nas escolas deve ocorrer de maneira adequada e eficaz. Isso envolve o desenvolvimento de currículos adequados, a formação de professores para ensinar o assunto de forma clara e acessível, além de recursos educacionais relevantes. A colaboração entre escolas, especialistas em educação financeira e instituições financeiras pode ser benéfica para desenvolver programas e materiais educacionais que atendam às necessidades dos alunos.

2. Referencial teórico

Sobre a Matemática Financeira

A história da Matemática Financeira remonta a milhares de anos, desde o surgimento das primeiras práticas comerciais e financeiras nas antigas civilizações. Os povos da Mesopotâmia, Egito, Grécia e Roma já utilizavam princípios matemáticos básicos para facilitar o comércio, calcular juros simples e realizar transações financeiras. No entanto, o desenvolvimento mais significativo da Matemática Financeira ocorreu durante a Idade Média, com o surgimento do sistema de contabilidade por partida dobrada e o uso generalizado de juros compostos.

Essas inovações permitiram uma maior precisão nos cálculos financeiros e contribuíram para o crescimento do comércio e das atividades bancárias. No século XVII, surgiram importantes avanços na Matemática Financeira. Destaca-se a contribuição de matemáticos como Blaise Pascal e Pierre de Fermat, que desenvolveram o conceito de probabilidade e estabeleceram as bases para o cálculo de juros compostos. Seus trabalhos foram fundamentais para a compreensão dos riscos e retornos associados às operações financeiras. No século XVIII, a matemática financeira continuou a se desenvolver com o trabalho de

economistas e matemáticos, como Leonhard Euler e Abraham de Moivre. Euler introduziu os conceitos de valor presente e valor futuro, enquanto de Moivre contribuiu para o desenvolvimento da teoria dos seguros.

No entanto, foi no século XX que a matemática financeira deu um salto significativo com o advento da computação e a aplicação de técnicas matemáticas avançadas. A criação do modelo de precificação de opções de Black-Scholes, em 1973, revolucionou a forma como os derivativos financeiros eram avaliados e negociados. Esse modelo, baseado em conceitos matemáticos como a equação do calor e a teoria das probabilidades, teve um impacto profundo nos mercados financeiros e impulsionou a pesquisa em matemática financeira. Desde então, a matemática financeira tem continuado a evoluir, com a utilização de modelos mais sofisticados, como os modelos de árvores binomiais e o método de Monte Carlo, para precificar ativos financeiros complexos e simular cenários financeiros. Além disso, o avanço da tecnologia permitiu a análise de grandes volumes de dados financeiros em tempo real e a aplicação de algoritmos de aprendizado de máquina na previsão de preços e na gestão de riscos. A história da matemática financeira é uma jornada de milênios, que acompanha o desenvolvimento do comércio, das finanças e da tecnologia. Ao longo dos séculos, os princípios matemáticos têm sido aplicados para calcular juros, precificar ativos, gerir riscos e tomar decisões financeiras informadas. A matemática financeira continua a ser uma disciplina em constante evolução, impulsionada pela necessidade de compreender e lidar com os desafios e complexidades dos mercados financeiros modernos.

Segundo D'Ambrosio (1999):

“As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber.”

Matemática Financeira nas Escolas

A matemática financeira na escola fornece aos alunos uma base sólida de habilidades práticas que são relevantes para suas vidas diárias. Eles aprendem a calcular juros, analisar propostas de crédito, compreender taxas de câmbio,

interpretar demonstrativos financeiros e fazer projeções financeiras. Essas habilidades são valiosas não apenas para sua vida pessoal, mas também para sua futura carreira. as questões econômicas por trás das fórmulas matemáticas e os problemas matemáticos, devem ter significado para o aluno e estarem relacionados a processos importantes da sociedade. Para GALLAS, (2013). “A Matemática Financeira auxilia na aprendizagem da resolução de problemas e cálculos pertinentes as operações financeiras, cada vez mais presentes na sociedade em que vivemos”

A matemática financeira é uma área importante de estudo na educação, especialmente no contexto escolar. O ensino de conceitos e aplicações da matemática financeira pode preparar os alunos para tomar decisões financeiras maduras e desenvolver habilidades matemáticas essenciais. Deste modo exploraremos a importância da matemática financeira nas escolas e como ela pode ser abordada no currículo escolar.

Dentre os tópicos que podem ser abordados no currículo escolar, destaca-se o estudo de juros simples e compostos, bem como a aplicação desses conceitos em problemas do cotidiano. Outro tema importante na matemática financeira é o cálculo de porcentagens e taxas, o que pode ser aplicado em situações como a escolha de investimentos, empréstimos, cálculo de descontos, entre outros, os estudantes precisam estar preparados para lidar com problemas do cotidiano que envolvem situações de juros, parcelamentos, financiamentos, entre outros.

Certamente os conceitos da Matemática Financeira, principalmente os itens relacionados a juros, estão direta ou indiretamente relacionados ao ambiente familiar do aluno, e devem ser ensinados no ensino fundamental e médio para que estes alunos possam ter o conhecimento necessário para a tomada de decisões financeiras prudentes. GALLAS, (2013).

Deste modo, a matemática financeira pode ser utilizada como uma ferramenta importante na educação financeira dos estudantes.

Sobre a implementação da educação financeira ocorre em diferentes contextos, incluindo escolas, famílias, instituições financeiras e programas de educação financeira governamentais. É importante que a educação financeira seja abordada desde cedo, permitindo que os indivíduos desenvolvam uma base sólida de conhecimentos e habilidades financeiras ao longo da vida. Segundo Lima e Sá (2010) “Os conhecimentos da Matemática Financeira são fundamentais na

formação do cidadão crítico, consciente de seus direitos e deveres”

Educação Financeira;

A Educação Financeira é um tema de extrema importância na sociedade contemporânea, pois visa capacitar os indivíduos a lidarem de forma consciente e responsável com as questões financeiras em sua vida pessoal e profissional. Compreender os princípios básicos da educação financeira contribui para a tomada de decisões, evita o endividamento excessivo, promove o planejamento financeiro adequado e permite o alcance de metas e objetivos financeiros a longo prazo. No livro "Pai Rico, Pai Pobre" de KIYOSAKI, R. T, o autor destaca a necessidade de educar-se financeiramente:

"A causa principal da pobreza ou das dificuldades financeiras está no medo e na ignorância, não na economia, ou no governo ou nos ricos. E o medo que instalamos em nós mesmos e a ignorância que mantêm as pessoas presas na armadilha".

O Relatório Nacional de Educação Financeira (ENEF), publicado pelo Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF) no Brasil, ressalta a importância da educação financeira na prevenção do endividamento excessivo e no fomento ao consumo consciente.

A educação financeira é a chave para um futuro mais tranquilo e confortável. (NIGRO, 2018, p.14). afirma que:

Infelizmente, a imensa maioria das pessoas no Brasil cresceu sem ter recebido noções de educação financeira, seja informalmente, no núcleo familiar, ou formalmente, na escola ou faculdade. Geração após geração, o brasileiro se tornou pouco poupador e nada habituado a observar os próprios gastos, deixando tudo para depois, inclusive a busca por conhecimento básico sobre finanças e investimentos (NIGRO, 2018, p.14).

Por isso é importante que haja recursos públicos e privados bem empregado no setor educacional, também como meio de possibilitar renda futura por cidadãos mais informados e racionais.

Conde e Conde (2017, p. 134) coincidem com tal fato ao abordar que:

A educação financeira pode preparar as futuras gerações para desenvolver nelas as competências e habilidades necessárias para lidar com as decisões financeiras que tomarão ao longo de

suas vidas. Não é um conjunto de ferramentas de cálculo, é uma leitura de realidade, de planejamento de vida, de prevenção e de realização individual e coletiva. Assim, faz todo sentido ser trabalhado desde os anos iniciais da vida escolar, afinal, é um espaço dos primeiros passos para a construção de projetos de vida (CONDE E CONDE, 2017, p. 134).

A partir dessas referências, é possível compreender que a Educação Financeira não se limita apenas ao conhecimento de conceitos e práticas relacionadas ao dinheiro, mas também envolve aspectos comportamentais, psicológicos e sociais. Ela desempenha um papel fundamental na promoção da saúde financeira dos indivíduos e contribui para a construção de uma sociedade mais sustentável e equilibrada em termos financeiros.

3. Metodologia

Este artigo tem como objetivo realizar uma revisão bibliográfica sobre o tema da matemática financeira, abordando conceitos e métodos utilizados nessa área. A metodologia adotada consiste em pesquisas bibliográficas em fontes buscadas, como livros, artigos científicos, relatórios técnicos, teses, dissertações, entre outros e periódicos relevantes.

A coleta de dados foi realizada por meio de uma busca sistemática utilizando palavras-chave relacionadas ao tema. A seleção dos estudos foi baseada em critérios de convivência e atualidade, originados em uma lista de referências que foram observadas e sintetizadas para compor este trabalho. O tema da pesquisa foi definido como "Matemática Financeira: sua importância na formação de um cidadão", que engloba conceitos e técnicas relacionadas ao estudo das relações matemáticas presentes em problemas financeiros.

Este trabalho utilizou como referência para a análise apenas trabalhos distribuídos na seguinte plataforma digital: Google acadêmico

A coleta de dados foi feita usando como critério de corte frase do título que se refere à Matemática Financeira, a Importância nas escolas e no cotidiano dos cidadãos. Além deste estudo, foram utilizados trabalhos desenvolvidos nos anos 2010-2022. Na plataforma pesquisada, foram encontrados, respectivamente, 217.000 trabalhos, dos quais 5, foram selecionados. Dessa forma, o trabalho buscou criar argumentos sólidos que possam embasar este estudo e dar mais

efetividade aos resultados encontrados e apresentados de forma oportunista. Este trabalho também utilizou tabelas de resumo - tabelas sinóticas, que são elementos gráficos que resumem as principais ideias relacionadas a um determinado tópico principal. Nele serão destacados: o título e subtítulo da obra, o nome do autor, o ano e o local de publicação, as palavras-chave, procedimentos técnicos e tipo de abordagem, essas informações destacadas nos quadros são de extrema importância, não só para o entendimento, mas também para a formulação deste trabalho, sendo elas retiradas das seguintes partes dos trabalhos analisados: capa e contra capa, resumo, introdução.

Em suma, a metodologia empregada neste trabalho de matemática financeira foi fundamental para a análise, compreensão e aplicação dos conceitos estudados. Através de uma abordagem sistemática e estruturada, foi possível investigar os diferentes modelos e ferramentas matemáticas utilizadas na tomada de decisões financeiras. Essas abordagens nos permitem quantificar e avaliar o valor do dinheiro ao longo do tempo, bem como estimar o retorno e o risco associado a certas oportunidades de investimento.

4. Análise e Resultados

Uma das principais razões para o avanço da matemática financeira nas escolas é a crescente complexidade do mundo financeiro em que vivemos. À medida que a economia global evolui, os indivíduos precisam ser capazes de navegar por uma variedade de produtos financeiros e entender as decisões de suas escolhas. Portanto, a matemática financeira se tornou uma habilidade essencial para a vida moderna.

Além disso, o avanço da tecnologia também desempenhou um papel fundamental na disseminação da matemática financeira nas escolas. O acesso generalizado a computadores e a internet possibilitou o desenvolvimento de ferramentas e recursos educacionais interativos, que podem ajudar os alunos a entender e aplicar conceitos matemáticos financeiros de forma prática e envolvente. Isso inclui simuladores de investimento, planilhas eletrônicas e programas de modelagem financeira, que permitem aos alunos experimentar situações reais e tomar decisões com base em dados e análises financeiras.

TABELA 1 – AUTORES, TÍTULO E SUBTÍTULO DAS PESQUISAS ANALISADAS

AUTOR	TÍTULO E SUBTÍTULO
Renan Santos; Fábio Louredo; Gustavo Fernandes; Jorge Machado; Maria Sales	Matemática financeira: conceitos básicos e a importância do seu ensino nas escolas
Adriano Rezende; Ângela Silva; Eduardo Carrasco	A Matemática Financeira no Ensino Médio Brasileiro: perspectivas para formação de indivíduos críticos
Rafael Gallas	A importância da matemática financeira no ensino médio e sua contribuição para a construção da educação financeira no cidadão
Cristiane Bahia Lima; Ilydio Pereira de Sá	Matemática Financeira no Ensino Fundamental
Adriano Oesterreich	A matemática financeira no currículo escolar

FONTE: Santos (2021). Louredo (2021). Fernandes (2021). Machado (2021). Sales (2021). Rezende (2022). Silva (2022). Carrasco (2022). Gallas (2013). Lima (2010). Sá (2010). Oesterreich (2019).

As informações ponderadas na tabela acima são todas as informações extraídas dos cinco trabalhos que orientaram este artigo.

4.1- ANO E LOCAL DE PUBLICAÇÃO

TABELA 2 – ANO E LOCAL DE PUBLICAÇÃO DAS PESQUISAS

AUTOR	ANO DE PUBLICAÇÃO	LOCAL DE PUBLICAÇÃO
Renan Santos; Fábio Louredo; Gustavo Fernandes; Jorge Machado; Maria Sales	2021	Palmas
Adriano Rezende; Ângela Silva; Eduardo Carrasco	2022	Bahia
Rafael Gallas	2013	Ponta Grossa
Cristiane Bahia Lima; Ilydio Pereira de Sá	2010	Rio de Janeiro
Adriano Oesterreich	2019	Florianópolis

FONTE: Santos (2021). Louredo (2021). Fernandes (2021). Machado (2021). Sales (2021). Rezende (2022). Silva (2022). Carrasco (2022). Gallas (2013). Lima (2010). Sá (2010). Oesterreich (2019)]

4.2- PALAVRAS-CHAVE

Palavras-chave são as palavras que melhor identificam e descrevem a tarefa que foram publicadas, são palavras mais comuns, usadas com mais frequência,

descrevendo ideias ou conceitos introduzido na obra. Abaixo está uma tabela que destaca as palavras-chaves mais usadas nos 5 trabalhos em ordem de repetição.

TABELA 3 – PALAVRAS-CHAVES MAIS USADAS

PALAVRAS-CHAVES	VEZES REPETIDAS
Matemática Financeira	3
Educação Financeira	3

FONTE: Dados da pesquisa.

Observou-se no quadro que as palavra-chave que mais usadas foi “Matemática Financeira” e “Educação Financeira”, demonstrando o direcionamento da pesquisa.

4.3- PROCEDIMENTO TÉCNICO E TIPO DE ABORDAGEM

Os procedimentos técnicos de uma pesquisa são características práticas de uma pesquisa. No que se refere ao tipo de abordagem, uma pesquisa pode ser qualitativa quando o ambiente natural é fonte direta para coleta de dados e interpretação de fenômenos e atribuição de significados ou quantitativa pesquisa que requer o uso de recursos e técnicas de estatísticas procurando traduzir em números os conhecimentos gerados pelo pesquisador.

Acompanhe abaixo o quadro que contém o procedimento técnico e o tipo de abordagem atribuídos aos 5 trabalhos em análise.

TABELA 4 – PROCEDIMENTOS TÉCNICOS E TIPO DE ABORDAGEM

AUTOR	PROCEDIMENTO TÉCNICO	TIPOS DE ABORDAGEM
Renan Santos; Fábio Louredo; Gustavo Fernandes; Jorge Machado; Maria Sales	Pesquisa bibliográfica	Qualitativa
Adriano Rezende; Ângela Silva; Eduardo Carrasco	Pesquisa bibliográfica e documental.	Qualitativa
Rafael Gallas	Pesquisa bibliográfica	Qualitativa
Cristiane Bahia Lima; Ilydio Pereira de Sá	Pesquisa bibliográfica	Qualitativa
Adriano Oesterreich	Pesquisa bibliográfica	Qualitativa

FONTE: Santos (2021). Louredo (2021). Fernandes (2021). Machado (2021). Sales (2021). Rezende (2022). Silva (2022). Carrasco (2022). Gallas (2013). Lima (2010). Sá (2010). Oesterreich (2019)

Analisando as tabelas síntese acima, nota-se que os trabalhos realizaram apenas pesquisa bibliográfica, pesquisa na qual se analisa em trabalhos já realizados e publicados sobre o tema. Diante disso, percebe-se que as pesquisas feitas nessa temática usam, preferencialmente, a pesquisa bibliográfica como procedimento técnico.

Em relação ao tipo de abordagem, verificamos que 100% das obras analisadas seguiram uma abordagem qualitativa, sendo o meio natural, a interpretação dos fenômenos e a atribuição de significado a mais prática para a realização de pesquisas sobre o tema proposto, sugerindo que é um método viável executar esta tarefa.

5. Considerações Finais

Nas análises feitas nos artigos de referências, podemos observar que Apesar do avanço da matemática financeira nas escolas, ainda existem algumas lacunas e desafios a serem superados. Algumas das principais lacunas são:

Currículo Limitado: Em muitas escolas, a matemática financeira é tratada como um tópico secundário ou opcional, em vez de ser incorporada ao currículo principal. Isso resulta em um tempo de ensino limitado e insuficiente para cobrir todos os conceitos e habilidades necessários para uma compreensão abrangente da matemática financeira.

Falta de Recursos e Materiais Adequados: Muitas escolas enfrentam dificuldades em encontrar recursos educacionais atualizados e adequados para o ensino da matemática financeira. A falta de livros didáticos, ferramentas interativas e materiais de apoio pode dificultar o processo de ensino e aprendizagem.

Formação de Professores: Nem todos os educadores têm a formação necessária em matemática financeira para ensinar o assunto de forma eficaz. A falta de desenvolvimento profissional e treinamento adequado pode afetar a qualidade do ensino e a capacidade dos professores de transmitir os conceitos de forma clara e compreensível.

Enfoque teórico excessivo: Em alguns casos, o ensino da matemática financeira pode ser excessivamente teórico, focando principalmente em fórmulas e conceitos abstratos. Isso pode tornar o assunto desinteressante e difícil de ser aplicado na vida real. É importante equilibrar a teoria com exemplos práticos e

situações do mundo real para tornar a matemática financeira mais relevante e envolvente para os alunos.

Falta de conexão com a educação financeira pessoal: Embora a matemática financeira forneça as ferramentas e conceitos necessários para entender as questões financeiras, muitas vezes não há uma conexão clara com a educação financeira pessoal. Os alunos podem aprender os cálculos e fórmulas, mas podem não compreender como aplicar esses conhecimentos em suas vidas diárias, como gerenciar um orçamento pessoal ou tomar decisões de investimento.

Atualização constante: A matemática financeira é um campo em constante evolução, com novos produtos, estratégias e regulamentações financeiras surgindo regularmente. É fundamental que os currículos sejam atualizados regularmente para refletir essas mudanças e garantir que os alunos estejam preparados para enfrentar os desafios financeiros do mundo real.

Superar essas lacunas requer um esforço conjunto de governos, instituições educacionais, professores e comunidade. É essencial investir em recursos educacionais adequados, oferecer formação profissional para os professores, integrar a matemática financeira de forma abrangente ao currículo e promover uma abordagem prática e aplicada ao ensino do assunto. Além disso, é importante estabelecer parcerias com especialistas financeiros e instituições financeiras para trazer exemplos do mundo real para a sala de aula e conectar a matemática financeira à educação financeira pessoal. Somente assim poderemos preencher as lacunas existentes e fornecer uma educação financeira completa e significativa para os alunos.

Em conclusão, a matemática financeira desempenha um papel fundamental na vida cotidiana e nas decisões financeiras tanto de indivíduos como de empresas. Através do uso de conceitos matemáticos, como juros, taxas de retorno, descontos e valor presente líquido, é possível realizar análises precisas e tomar decisões informadas sobre investimentos, empréstimos, planejamento de aposentadoria, orçamento pessoal e muitas outras áreas financeiras. Ao compreender e aplicar os princípios da matemática financeira, é possível maximizar ganhos, minimizar perdas, calcular riscos e tomar decisões estratégicas de longo prazo. A capacidade de avaliar a rentabilidade de diferentes opções de investimento, determinar a viabilidade de projetos empresariais e calcular pagamentos de empréstimos é essencial para o sucesso financeiro. No entanto, é importante reconhecer que a

matemática financeira é apenas uma ferramenta e que deve ser utilizada em conjunto com uma análise cuidadosa e consideração de fatores econômicos, políticos e sociais. Além disso, é essencial atualizar constantemente os conhecimentos nessa área, uma vez que as condições econômicas e as políticas financeiras estão em constante mudança. Em resumo, a matemática financeira fornece as ferramentas necessárias para tomar decisões informadas e estratégicas no mundo financeiro. Ao dominar esses conceitos e técnicas, os indivíduos e as empresas podem tomar medidas para alcançar seus objetivos financeiros, gerenciar riscos e aproveitar oportunidades de crescimento de maneira mais eficaz. Portanto, é fundamental dedicar tempo e esforço para desenvolver uma compreensão sólida da matemática financeira e aplicá-la de forma inteligente em todas as áreas da vida financeira.

De acordo com as lacunas citadas a cima, citaremos medidas que possam ser adotadas para preencher as lacunas existentes nas escolas em relação à matemática financeira, é possível adotar uma série de medidas que promovam o ensino mais abrangente e eficaz nessa área. Aqui estão algumas sugestões:

Inclusão da Matemática Financeira no Currículo Escolar; é importante que os currículos escolares incluam conteúdos de matemática financeira em diferentes níveis de ensino. Isso pode ser feito por meio da elaboração de planos de estudo que abordem conceitos-chave, como juros simples e compostos, cálculos de investimentos, orçamento pessoal, ente outros.

Desenvolvimento de Materiais Didáticos Adequados; é essencial criar materiais didáticos que sejam acessíveis, claros e relevantes para os estudantes. Isso pode incluir livros, apostilas, recursos digitais e atividades práticas que ilustrem a aplicação da matemática financeira no dia a dia.

Capacitação de Professores; os professores desempenham um papel fundamental na educação em matemática financeira. Portanto, é importante investir em programas de capacitação que forneçam aos educadores os conhecimentos e as habilidades necessárias para ensinar efetivamente esse tema. Workshops, treinamentos e programas de desenvolvimento profissional podem contribuir para melhorar a qualidade do ensino nessa área.

Abordagem Prática e Contextualizada; A matemática financeira pode ser um assunto abstrato para os estudantes se não for apresentada de forma prática e contextualizada. Ao relacionar os conceitos matemáticos com situações reais, como

planejamento financeiro pessoal, investimentos e empréstimos, os estudantes podem compreender melhor a importância e a aplicação desses conceitos em suas vidas.

Uso de Tecnologia; a tecnologia oferece recursos poderosos para o ensino da matemática financeira. A utilização de softwares, aplicativos e ferramentas online pode ajudar os alunos a visualizar e interagir com os conceitos financeiros de forma mais dinâmica e envolvente.

Integração Interdisciplinar; a matemática financeira pode ser integrada a outras disciplinas, como economia, empreendedorismo e estudos sociais, para proporcionar uma compreensão mais ampla e conectada dos conceitos financeiros. Essa abordagem interdisciplinar pode ajudar os alunos a perceber as aplicações práticas e a relevância da matemática financeira em diferentes áreas.

Parcerias Com Instituições Financeiras e Profissionais da Área: Estabelecer parcerias com instituições financeiras locais e profissionais do setor pode enriquecer o ensino da matemática financeira, proporcionando palestras, workshops e oportunidades de aprendizado prático para os alunos. Essas parcerias podem oferecer insights do mundo real e exemplos concretos que complementem o currículo escolar.

Ao implementar essas medidas, as escolas podem contribuir para o preenchimento das lacunas existentes no ensino da matemática financeira, capacitando os estudantes com as habilidades necessárias para tomar decisões financeiras informadas e responsáveis ao longo de suas vidas.

6. Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018.

Comitê Nacional de Educação Financeira (2019). **Relatório Nacional de Educação Financeira 2019**. CONEF.

CONDE, E. I. L. M.; CONDE, F. M. **Comunicação e Educação Financeira: reflexões e práticas acadêmicas**. Porto Velho, Rondônia. 2017. EDUCA - Revista Multidisciplinar em Educação, Porto Velho, Rondônia. v. 4, n. 7, p. 132-143, jan/abr, 2017.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A história da matemática: questões historiográficas e**

políticas e reflexos na educação matemática. In: VIGGIANI BICUDO, Maria Aparecida (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 97-115.

GALLAS, Rafael Guilherme et al. **A importância da matemática financeira no ensino médio e sua contribuição para a construção da educação financeira no cidadão.** 2013.

LIMA, Cristiane Bahia; DE SÁ, Ilydio Pereira. Matemática financeira no ensino fundamental. Revista Eletrônica TECCEN, v. 3, n. 1, p. 34-43, 2010.

KIYOSAKI, R. T. (1997). *Pai Rico, Pai Pobre*. Alta Books Editora

LIMA, Cristiane Bahia; DE SÁ, Ilydio Pereira. **Matemática financeira no ensino fundamental.** Revista Eletrônica TECCEN, v. 3, n. 1, 2010.

NIGRO, Thiago. **Do mil ao milhão: sem cortar o cafezinho.** Rio de Janeiro: Harper Collins, 2018.

OESTERREICH, Adriano et al. **A matemática financeira no currículo escolar.** 2019.

REZENDE, Adriano Alves; SILVA-SALSE, Angela; CARRASCO, Eduardo. **A Matemática Financeira no Ensino Médio Brasileiro: perspectivas para formação de indivíduos críticos.** Revista Baiana de Educação Matemática, v. 3, n. 01, 2022.

SANTOS, R. A. B.; LOUREDO, F. M.; MACHADO, J. L. M.; SALES, M. L. D. C. G., & FERNANDES, G. H. M. (2021). **Matemática financeira: conceitos básicos e a importância do seu ensino nas escolas.** Revista Sítio Novo, 5(2),

Capítulo 2
TEORIA DOS GRAFOS NA LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA DO INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO
GRANDE DO NORTE CAMPUS SANTA CRUZ

Kyvia Maria Arruda de Melo

Luiz Antonio Dantas Lopes

Cristiano Rodrigo Gobbi

Emanuel Adriano Dantas

Lenina Lopes Soares Silva

**TEORIA DOS GRAFOS NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
RIO GRANDE DO NORTE CAMPUS SANTA CRUZ**

Kyvia Maria Arruda de Melo

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), campus Santa Cruz.

E-mail: kyviaarruda@gmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-4821-4265>

Luiz Antonio Dantas Lopes

Graduando do curso de Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), campus Santa Cruz.

E-mail: luisanton232@gmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6627-9786>

Cristiano Rodrigo Gobbi

Mestre em Ciências da Educação pela Universidade do Minho. Professor de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), campus Santa Cruz.

E-mail: cristiano.gobbi@ifrn.edu.br

Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-8096-2722>

Emanuel Adriano Dantas

Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Docente de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), campus Santa Cruz.

E-mail: emanuel.dantas@ifrn.edu.br

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3274-4448>

Lenina Lopes Soares Silva

Doutora em Ciências Sociais pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Docente da Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-graduação em Educação Profissional do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN).

E-mail: leninasilva@hotmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0517-4742>

RESUMO

Na Teoria dos Grafos, são estudadas as relações existentes entre objetos de um ou mais conjuntos, especificamente, as relações não quantificáveis. Suas premissas são pouco exigentes, visto que a estrutura de um grafo é, por definição, mais simples se comparada com a de espaço. Objetiva-se, neste artigo, verificar, no Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de Licenciatura em Matemática do IFRN – *Campus* Santa Cruz, como se apresenta o ensino de Teoria dos Grafos. Para esse fim, utilizaram-se procedimentos de pesquisa bibliográfica e documental, bem como a presença dessa no PPC do referido curso, na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep) e no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) para justificar sua inserção na formação docente. Os resultados mostram que a Teoria dos Grafos está presente no PPC do curso como um dos conteúdos da disciplina “Matemática Aplicada”, um componente curricular optativo, e em questões da Obmep e do Enem. Assim, na expectativa de contribuir com o ensino e divulgação das aplicações da teoria dos grafos na educação básica e na formação docente em Matemática, apresentam-se cinco questões, dentre as quais três são extraídas da Obmep e duas são do Enem como forma de argumentar a favor dessa na formação docente.

Palavras-chave: Formação Docente em Matemática; Licenciatura em Matemática; Projeto Pedagógico de Curso; Teoria dos Grafos.

ABSTRACT

In Graph Theory, the relationships between objects of one or more sets are studied, specifically, the non-quantifiable relationships. Its premises are undemanding, since the structure of a graph is, by definition, simpler compared to that of space. The objective of this article is to verify, in the Pedagogical Project of the Mathematics

Degree Course (PPC) of the IFRN – Campus Santa Cruz, how the teaching of Graph Theory is presented. For this purpose, bibliographic and documentary research procedures were used, as well as its presence in the PPC of the course, in the Brazilian Public School Mathematics Olympiad (Obmep) and in the National High School Exam (Enem) to justify its insertion in teacher training. The results show that Graph Theory is present in the course's PPC as one of the contents of the discipline "Applied Mathematics", an optional curricular component, and in questions of Obmep and Enem. Thus, in the expectation of contributing to the teaching and dissemination of the applications of graph theory in basic education and in teacher training in Mathematics, five questions are presented, among which three are extracted from Obmep and two are from Enem as a way of arguing in favor of it in teacher training.

Keywords: Teacher Training in Mathematics; Degree in Mathematics; Pedagogical Course Project; Theory of graphs.

INTRODUÇÃO

A Teoria dos Grafos nem sempre está presente na formação docente em Matemática. Contudo, é conteúdo recorrente em olimpíadas e em concursos, exames e seleções na área de Matemática e em áreas nas quais sua aplicação se faz necessária. Pode-se afirmar que essa ausência nos cursos de Licenciatura em Matemática não se deve à questão de conteúdo de sistematização recente, pois a primeira publicação acerca dessa teoria data do século XVIII, conforme Melo (2014), que enfatiza que a teoria se origina do Problema das Pontes de Königsberg, solucionado por Leonhard Euler.

A Teoria dos Grafos estuda as relações existentes entre os objetos de um ou mais conjuntos e, mais especificamente, as relações não quantificáveis. De acordo com Netto (1979), suas premissas são pouco exigentes, visto que a estrutura de um grafo é de definição muito mais simples em comparação com a de espaço.

Sendo assim, um grafo $G = (V, E)$ é um sistema composto por um conjunto V de elementos chamados de vértices, e um conjunto E de pares não ordenados de vértices denominados de arestas (Pereira, 2013).

Nesse sentido, a Teoria dos Grafos envolve problemas de inter-relacionamento de objetos, os quais são aplicados em Química Orgânica, organização institucional, eletricidade, psicossociologia, transporte, entre outras áreas cujo tratamento pode ser feito com o auxílio de grafos. Isso ocorre porque há a

existência de correspondências ou de associações entre os elementos do problema (componentes em um circuito; relações de amizade, de hierarquia, de trabalho; átomos de uma molécula; crianças em uma turma de escola; estradas unindo cidades; comunicações...) (Netto, 1979).

É válido informar que, antes da formulação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em cujo documento não consta a Teoria dos Grafos (Brasil, 2017), as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio explicitavam o ensino da Teoria dos Grafos inter-relacionando-a com os conteúdos de Análise Combinatória, com a finalidade de ampliar os problemas para situações práticas do cotidiano:

No Ensino Médio, o termo “combinatória” está usualmente restrito ao estudo dos problemas de contagem, mas esse é apenas um de seus aspectos. Outros tipos de problemas poderiam ser trabalhados na escola - são aqueles relativos a conjuntos finitos e com enunciados de simples entendimento relativo, mas não necessariamente fáceis de resolver. Um exemplo clássico é o problema das pontes de Königsberg, tratado por Euler (Brasil, 2006, p. 94).

Nesse sentido, observa-se a relevância da presença da Teoria dos Grafos na Educação Básica, porque ela promove uma nova interpretação e modelagem de situações-problema, e ao mesmo tempo a torna justificativa para a sua inserção na formação docente em Matemática pois essa tem sido objeto de avaliação em olimpíadas de matemática e exames de seleção. Dessa forma, levanta-se o seguinte questionamento: como se apresenta a Teoria dos Grafos no Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de Licenciatura em Matemática do IFRN *Campus* - Santa Cruz?

Objetiva-se, neste trabalho, verificar como se apresenta a oferta de Teoria dos Grafos como conteúdo de ensino no PPC da Licenciatura em Matemática do IFRN – *Campus* Santa Cruz. Reporta-se e apresenta-se como justificativa argumentativa a possibilidade de modelagem com grafos em questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep) e no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

Os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa são de natureza bibliográfica e documental, tendo também a *internet* como espaço de usufruto em plataformas oficiais. Assim, buscou-se nos portais da Obmep e do Inep questões que podem ser modeladas através das ideias elementares e dos resultados da Teoria dos Grafos. Sendo assim, a análise dos trabalhos acadêmicos que discutem

conceitos e definições da teoria supracitada na Educação Básica, o projeto pedagógico do referido curso e as provas de olimpíadas e exames nacionais compõem a parte empírica desse trabalho.

Nesse sentido, serão expostas 5 questões encontradas na investigação bibliográfica feita na *internet*, acerca da teoria em olimpíadas e exames de seleções, dentre as quais 3 (três) questões foram extraídas da Obmep e 2 (duas) do Enem, visando contribuir com o ensino das aplicações da Teoria dos Grafos na Educação Básica em conjunto com os conteúdos curriculares de Matemática na formação docente.

Este trabalho respalda-se nos autores Broch, Peripolli e Porto (2022), os quais defendem que a formação de professores não se restringe ao ensino das disciplinas do eixo pedagógico. Eles postulam que, na formação docente, deve-se percorrer todos os componentes curriculares do curso. Considera-se, assim, que o alicerce básico do planejamento e execução dos currículos das licenciaturas deve ser centrado na prática docente, na qual se pode promover a interdisciplinaridade, através da integração dos conhecimentos das disciplinas do eixo específico com os conhecimentos teóricos do campo da Didática. Nesse sentido, compreende-se que conhecimentos oriundos da Teoria dos Grafos podem transitar por disciplinas dos componentes curriculares de cursos de formação docente.

Esse artigo está estruturado em 4 (quatro) tópicos, além desta introdução. O primeiro traz a fundamentação teórica, o segundo o percurso metodológico, o terceiro os resultados e discussão, e quarto as considerações finais, seguida pelas referências.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Teoria dos Grafos é constituída por estruturas que são definidas por associações entre conjuntos de dois tipos: um conjunto da forma $X = \{x_i \mid i = 1, \dots, n\}$, cujos elementos são denominados de vértices, pontos ou nós; e o número $n = |X|$, que indica a ordem da estrutura. Já o segundo conjunto é caracterizado por $\varepsilon = \{E_j \mid j \in I\}$, onde $I \subset N$, os quais são formados por elementos de $X \times X$ ou uma família de partes de X ; cujos objetos na primeira classificação são chamados de arcos e na segunda classificação, de arestas, elos ou ligações (Netto, 1979).

O grau $d(v)$ de um vértice v é o número total de arestas que incidem neste nó. Dessa forma, o grau máximo em um grafo G é denotado como $\Delta(G)$, e o seu grau mínimo, $\delta(G)$. Um vértice de grau 1 é classificado como um vértice pendente, e um vértice de grau nulo, como um vértice isolado (Netto, 2003).

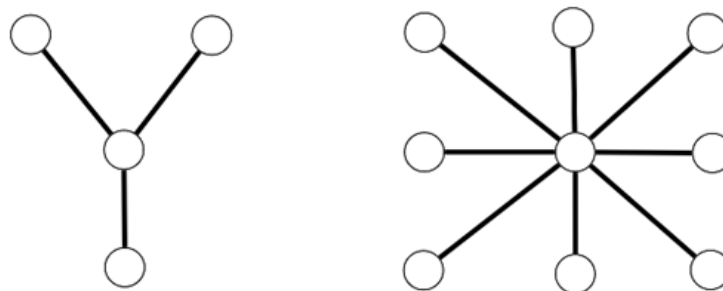
A soma dos graus dos vértices de um grafo G é igual ao dobro do número de arestas. A demonstração deste teorema consiste na contagem dos graus dos vértices de um grafo, já que como uma aresta possui duas extremidades, para cada vértice incidente nela, a soma dos graus dos vértices resultará no dobro da quantidade de ligações (Jurkiewicz, 2009).

Conforme Netto (1979), as propriedades abaixo são equivalentes para caracterizar um grafo $G = (X; U)$ com $n > 2$ vértices como uma árvore:

1. G é conexo (um grafo no qual todo par de pontos é ligado por ao menos uma sequência de arestas) e acíclico;
2. G é acíclico com $n - 1$ arestas;
3. G é conexo com $n - 1$ arestas;
4. G é acíclico e adicionando uma aresta será criado exatamente um ciclo, ou seja, um grafo conexo em que todos os seus vértices possuem grau 2;
5. G é conexo, porém suprimindo uma das arestas perderá a conexidade;
6. Todo par de pontos de G é conectado por uma sequência de arestas.

Desse modo, uma floresta é um grafo cujas componentes conexas são árvores e toda árvore é constituída por folhas que são vértices pendentes (Eidam et al., 2018), (Figura 1).

Figura 1 – Exemplos de árvores



Fonte: Elaboração própria (2024).

Em 1735, Leonhard Euler (1707-1783) publicou um trabalho no volume 8 da revista *Comentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* sobre uma situação problema criada pelos moradores da cidade de Königsberg, uma região próxima do Mar Báltico, localizada no território que outrora se chamava Prússia. Esse estudo de Euler provocou o surgimento da Teoria dos Grafos e da Topologia (Pereira, 2013).

A cidade de Königsberg é banhada pelo rio Pregel e possuía sete pontes entre margens e ilhas, com dois canais: um a Norte e outro a Sul (Figura 2). Devido à configuração geométrica da cidade, os seus habitantes realizaram o seguinte questionamento: é possível existir um trajeto que atravessasse as sete pontes uma única vez e retorne ao sítio de partida? (Pereira, 2013).

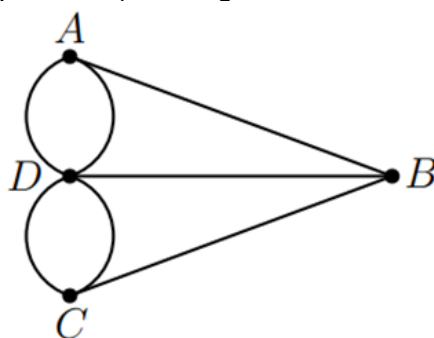
Figura 2 – Ilustração das Pontes de Königsberg.



Fonte: Eidam et al., 2018, p. 28.

Ao ser informado da indagação dos moradores, o matemático decidiu transformar o Problema das Sete Pontes de Königsberg em um multigrafo (um grafo cujos vértices estão conectados por mais de uma aresta), onde os vértices correspondiam às margens do rio e as ilhas e as arestas representavam as pontes. Dessa forma, Euler demonstrou que a percurso procurado não existia, pois os vértices do grafo possuem grau ímpar, isto é, partem uma quantidade ímpar de arestas de cada ponto. Para a existência dessa trajetória ser possível, portanto, uma condição necessária e suficiente é que todos os vértices tenham grau par (Eidam et al., 2018), (Figura 3).

Figura 3 – Representação em grafo das Pontes de Königsberg



Fonte: Eidam et al., 2018, p. 36.

Sendo assim, o teorema de Euler afirma que um grafo conexo e não trivial G é dito euleriano se, e somente se, todos os seus vértices têm grau par. A demonstração intuitiva parte da noção de que se existe um trajeto que passa por todas e cada uma das arestas uma e uma única vez e retorne ao ponto inicial, então para entrar num ponto usa-se uma ligação, como também para sair dele usa-se outra aresta que, acoplada com a primeira, indica que todos os vértices devem possuir grau par para possibilitar esse caminho (Pereira, 2013).

Além disso, se um grafo conexo G tem, no máximo, dois vértices de grau ímpar, então é dito semieuleriano. Quando o grafo semieuleriano possui exatamente dois nós de grau ímpar, é possível existir uma trajetória que percorra todas as arestas do grafo uma única vez, porém não é possível regressar ao ponto de partida, pois os extremos do percurso serão os vértices de grau ímpar (Eidam et al., 2018).

PERCURSO METODOLÓGICO

A metodologia adotada na pesquisa empírica é de natureza documental, pois utiliza documentos do meio acadêmico e documentos legais como fontes de investigação. Neste tipo de pesquisa, os conteúdos dos textos não foram modificados de forma analítica, posto que são matéria-prima e contém informações originais, cuja análise contribui para o pesquisador desenvolver o processo investigativo (Severino, 2016).

Dessa forma, a pesquisa iniciou-se com a tematização e, continuou com a investigação documental sobre a presença da Teoria dos Grafos no projeto pedagógico vigente do curso de Licenciatura em Matemática do IFRN (IFRN, 2018),

como também nas matrizes curriculares dos anos 2012 (IFRN, 2012) e 2009 (IFRN, 2009), buscando em cada PPC a presença da referida teoria.

Além disso, esta pesquisa teve também como procedimento metodológico a pesquisa bibliográfica, fundamentada nas produções científicas anteriores, como livros, artigos, teses e dissertações, os quais foram fontes de referenciais para fundamentação da análise feita pelos pesquisadores. Com base nos métodos postulados em Severino (2016), a partir do conhecimento sobre o tema desenvolvido, e sob o objeto de investigação na literatura, delinearam-se os caminhos para a pesquisa.

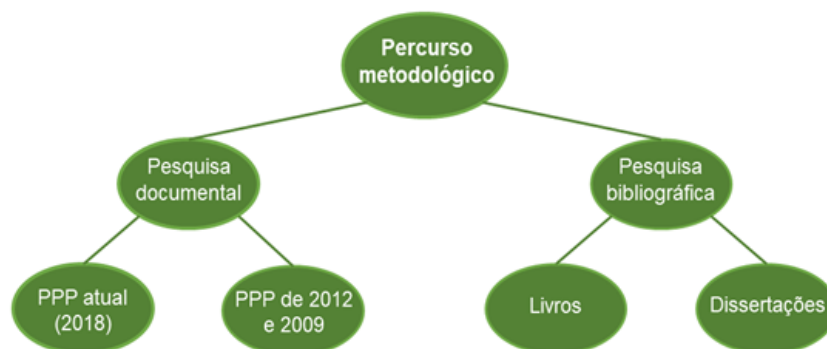
Nessa perspectiva, fez-se um aprofundamento teórico acerca da teoria nos seguintes livros: Teoria e Modelos de Grafos (Netto, 1979); Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos (Netto, 2003); Um passeio pela Teoria dos Grafos (Eidam *et al.*, 2018); Grafos e Redes: Teoria e Algoritmos Básicos (Pereira, 2013).

Ademais, foram analisadas duas dissertações, dos autores Silva (2020) e Gomes (2017), em busca das aplicações da Teoria dos Grafos na Educação Básica. A busca por trabalhos para subsidiar a prática do futuro professor de matemática no processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos curriculares ao ensinar sobre essa teoria nesses trabalhos trouxe exemplificações essenciais à elaboração de respostas aos questionamentos formulados para os pesquisadores, e dessas foram extraídas informações essenciais para a busca de questões sobre Teoria dos Grafos na Obmep e Enem.

A busca nos portais da Obmep e do Inep forneceu questões que podem ser resolvidas através dos conceitos elementares e dos resultados da Teoria dos Grafos no ensino fundamental e no ensino médio, colaborando para a modelagem de situações problemas na linguagem dos grafos e no desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de organização geométrica das informações e da criatividade, como também promove novas possibilidades de solução dessas questões que o professor pode fazer uso na sala de aula e ampliar o repertório de métodos resolutivos dos alunos.

A seguir, apresenta-se o percurso metodológico delineado na pesquisa (Figura 4).

Figura 4 – Percurso metodológico da pesquisa



Fonte: Elaboração própria (2024).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Teoria dos Grafos está presente na licenciatura em matemática do IFRN como um dos conteúdos da disciplina de Matemática Aplicada, a qual é classificada como um componente curricular optativo que foi incluído no PPC da licenciatura já citada a partir da última reformulação em 2018 (IFRN, 2018), posto que não está presente nas matrizes curriculares dos anos 2012 (IFRN, 2012) e 2009 (IFRN, 2009).

A disciplina optativa “Matemática Aplicada” possui uma carga horária de 60h (80h/a), 4 créditos e, como pré-requisitos, os componentes curriculares “Cálculo de uma Variável B” e “Álgebra Linear I”, as quais são disciplinas do eixo específico do 4º período do curso (IFRN, 2018). Dessa forma, um eventual contato dos futuros docentes em matemática com a Teoria dos Grafos acontece somente a partir do 5º período do curso, em função da grade curricular vigente, (Figura 5).

Figura 5 – Capa do PPC da licenciatura de 2018, à esquerda, e a ementa da disciplina “Matemática Aplicada”, à direita.



Fonte: IFRN (2018).

A ementa da disciplina “Matemática Aplicada” é composta pelos seguintes tópicos: “Aplicações de Sistemas Lineares, Derivadas, Integral e Equações Diferenciais Ordinárias em Economia, Administração, Física, Computação, Biologia, Química e Ciências Humanas” (IFRN, 2018, p. 99). Nesse sentido, o principal objetivo desse componente curricular é ampliar o conhecimento das aplicações da matemática em diversas áreas, isto é, de que forma os conteúdos das disciplinas do eixo específico da licenciatura são aplicados ao meio social como, por exemplo, nas Ciências Humanas e suas Tecnologias. Todavia, não há menção aos grafos nessa ementa.

No que se refere às aplicações da Teoria dos Grafos, Netto (2003) menciona que, a partir de 1970, a invenção e o aperfeiçoamento das tecnologias da informação, principalmente o computador, abriram um leque de áreas de atuação dos grafos para além da pesquisa operacional. Essa percepção corrobora a necessidade de sua inserção no curso supracitado, o qual formará professores que vão atuar na Educação Básica.

O autor reforça sua visão acerca do tema ao informar que o estudo de circuitos elétricos e eletrônicos é baseado no modelo de grafos. Na química e na engenharia química, por exemplo, encontram-se esquemas complexos de reações químicas nas indústrias e, atualmente, a Teoria dos Grafos exerce impacto na

engenharia molecular, na projeção de moléculas com propriedades desejadas. Na bioquímica, o teorema de Euler é aplicado na busca de um circuito euleriano no processo de sequenciação das bases do DNA (Netto, 2003).

Nas ciências sociais, a Teoria dos Grafos aplica-se à análise de sociogramas, do âmbito da psicologia social; na ciência política, o mapeamento de áreas de influência de poderes localizados, como por exemplo, a elaboração de mapas cognitivos. Já em estudos de controle e de economia, concentra-se nos grafos de transparência e no campo da linguística, o uso de árvores exerce um papel relevante na análise sintática (Netto, 2003).

Diante da perspectiva para o ensino e dos argumentos de Netto (2003), verificou-se as Bases Científico-Tecnológicas (Conteúdos) de Matemática Aplicada presentes no PPC do curso em análise, que são:

Sistemas Lineares: Balanceamento de equações químicas. Problemas com muitos corpos (Física). Igualdade de dois Conjuntos. Relações de Inclusão. Subconjuntos. Conjuntos das Partes e Conjunto Complementar. **Teoria de Grafos aplicada**. Cadeias de Markov. Problemas de engenharia civil. Regressão linear (método dos mínimos quadrados). Estudo de Fractais. Derivada e Integral: Cálculo de taxas de variação instantâneas. Cálculo de áreas e volumes. Cálculo de mínimos e máximos. Optimização. Síntese e análise de Fourier. A teoria econômica com aplicações de integrais. Equações diferenciais e aplicações: Modelos epidemiológicos (SIR, SIS). Sistemas presa/predador. Espécies competitivas. Análises de circuitos elétricos; Geração de ondas eletromagnéticas; Sincronização e ressonância. Equações de movimento. Modelo de Hodgkin-Huxley (Neurociências). Modelos de crescimento populacional: Malthus, Verhulst (IFRN, 2018, p. 99, grifo nosso).

Salienta-se que, no PPC, o termo “Teoria dos Grafos” encontra-se somente no trecho acima citado na expressão “Teoria dos Grafos Aplicada”, em meio aos demais conteúdos mencionados na citação. Nota-se, então, que não há menção à Teoria dos Grafos nessas bases, assim como na ementa, posto que no texto, sugere-se a aplicação e não o ensino da Teoria em si. Isso pressupõe que existe probabilidade de tal conteúdo não ser ministrado na disciplina. Diante disso, levanta-se outro questionamento: quais aplicações da Teoria dos Grafos na Educação Básica são relevantes para o corpo de conhecimentos do futuro professor de matemática, considerando-se que esse conteúdo é cobrado em avaliações nacionais na área de Matemática? Não se tem a pretensão de responder esse questionamento

aqui, contudo, ele fica registrado para problematizar a discussão no sentido de demonstração do circuito convergente entre a Teoria dos Grafos.

Assim, em busca das interconexões da Teoria dos Grafos com o currículo de matemática da Educação Básica, serão apresentadas a seguir 5 questões, dentre as quais 3 (três) questões foram extraídas da Obmep e 2 (duas) são problemas do Enem, a fim de representar as situações-problema na linguagem dos grafos, por meio de uma nova modelagem e interpretação das questões, visando contribuir para a inserção da Teoria dos Grafos como disciplina na formação docente (Figura 6).

Figura 6 – Questão 3 da Obmep 2023 – Nível 1 – 2ª Fase

3. Aninha tem nove cartões numerados de 1 a 9. Ela forma sequências com esses cartões colocando alguns deles lado a lado. Uma sequência de Aninha é chamada de *especial* quando, para quaisquer dois cartões vizinhos, o número de um deles é múltiplo do número do outro.

Sequência especial Sequência especial Sequência **não** especial

3 9 2 6 1 5 4 2 3

a) Apresente uma sequência especial com sete cartões começando com 6 e 2.

6 2

CR CN

b) Apresente uma sequência especial com oito cartões.

CR CN

c) Apresente uma sequência especial com três cartões em que apareçam os cartões 5 e 7.

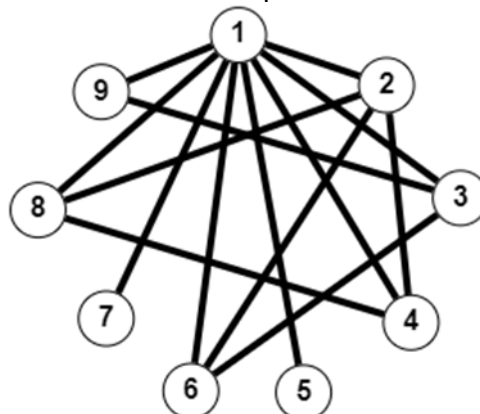
CR CN

d) Explique por que é impossível formar uma sequência especial com os nove cartões.

Fonte: Obmep, 2007.

O processo resolutivo dessa questão pode ser centrado na listagem dos múltiplos dos números de 1 a 9 ou pode ser simplificado através de um grafo (Figura 7) onde os vértices são os referidos números e a existência de arestas depende se o par de números analisados são múltiplos, isto é, se podem ser acrescentados na formação da sequência especial. Desse modo, o grafo possibilita ao aluno uma melhor visualização das relações entre os múltiplos dos números (Castro, 2024).

Figura 7 – Grafo dos múltiplos dos números 1 a 9.



Fonte: Elaboração própria (2024).

Nesse sentido, com a modelagem da situação em um grafo, as possibilidades de resposta dos itens tornam-se mais claras, pois no item b a sequência pode ser (9, 3, 6, 2, 4, 8, 1, 5) ou (9, 3, 6, 2, 4, 8, 1, 7) (Castro, 2024). Consequentemente, a resolução dessa questão resume-se em encontrar caminhos no grafo que atendem aos comandos dos enunciados.

Diante disso, torna-se evidente que essa teoria é de suma importância na compreensão das relações entre os elementos dos conjuntos (neste caso, os conjuntos dos múltiplos dos números 1 a 9), posto que traduz os dados que mantêm correspondências entre si na linguagem dos grafos e a visualização das relações possibilita a explicação das interseções entre os números (Arruda *et al.*, 2023).

Figura 8 – Questão 13 da Obmep 2007 – Nível 1 – 1ª Fase
13. Um grupo de amigos acampou durante seis noites e, toda noite, dois deles vigiaram o acampamento. Cada um ficou de guarda três vezes, nunca com o mesmo amigo. Quantos eram os amigos?

- A) 3
- B) 4
- C) 6
- D) 12
- E) 18



Fonte: Obmep, 2007.

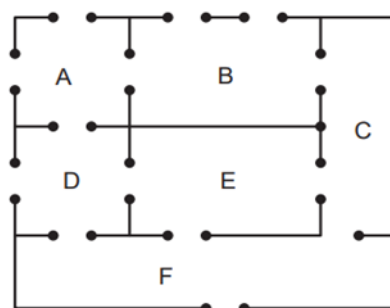
Considere o grafo cujos vértices representam os amigos e as arestas, o par de amigos que vigiaram o acampamento em uma noite. Nesse sentido, o grafo

formado possui seis arestas, pois o grupo de amigos permaneceu no acampamento durante seis noites, e n vértices, onde cada vértice possui grau igual a 3, posto que cada pessoa ficou de guarda três vezes. Aplicando o teorema da soma dos graus dos vértices de um grafo, temos que $3n = 2.6$, o que resultará em $n = 4$. Logo, o grupo de amigos é formado por 4 indivíduos (Silva, 2020).

Figura 9 – Questão 19 da Obmep 2009 – Nível 3 – 1ª Fase

18. A figura mostra a planta de uma escola que tem seis salas, indicadas pelas letras de A até F. Joãozinho entrou na escola, percorreu todas as salas e foi embora, tendo passado exatamente duas vezes por uma das portas e uma única vez por cada uma das outras. A porta pela qual Joãozinho passou duas vezes liga:

- A) as salas A e B.
- B) as salas C e E.
- C) as salas E e F.
- D) a sala D e o lado de fora da escola.
- E) a sala F e o lado de fora da escola.



Fonte: Obmep, 2009.

Nesta questão, a planta da escola remete à representação de um grafo, onde as seis salas (letras de A até F) representam os vértices e as portas que cada sala possui representam as arestas. Assim, o processo resolutivo consiste na contagem dos graus dos vértices desse grafo e nota-se que somente os vértices C e E possuem graus ímpares (5 e 3, respectivamente), gerando um grafo semieuleriano.

Então, a porta pela qual Joãozinho passou duas vezes liga as salas C e E, pois as salas que possuem graus pares permitem a entrada através de uma aresta e a saída por meio de outra aresta distinta. Logo, essa questão aplica o Problema das Sete Pontes de Königsberg em uma situação do cotidiano e demonstra a relevância do conhecimento do teorema de Euler para grafos eulerianos e semieulerianos.

Conforme Silva (2020), embora o conceito de grafos não esteja contido no currículo de matemática da Educação Básica, as definições básicas, as propriedades e os conceitos dessa teoria são considerados simples e podem ser inseridos em conjunto com os conteúdos estabelecidos pela BNCC até nos primeiros anos do ensino fundamental, pois não exige determinados conhecimentos

matemáticos prévios ou o uso de fórmulas para a resolução dos problemas nessa perspectiva.

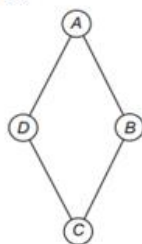
Figura 10 – Questão 161 da prova amarela do Enem 2013

QUESTÃO 161

Um artesão de joias tem à sua disposição pedras brasileiras de três cores: vermelhas, azuis e verdes.

Ele pretende produzir joias constituídas por uma liga metálica, a partir de um molde no formato de um losango não quadrado com pedras nos seus vértices, de modo que dois vértices consecutivos tenham sempre pedras de cores diferentes.

A figura ilustra uma joia, produzida por esse artesão, cujos vértices *A*, *B*, *C* e *D* correspondem às posições ocupadas pelas pedras.



Com base nas informações fornecidas, quantas joias diferentes, nesse formato, o artesão poderá obter?

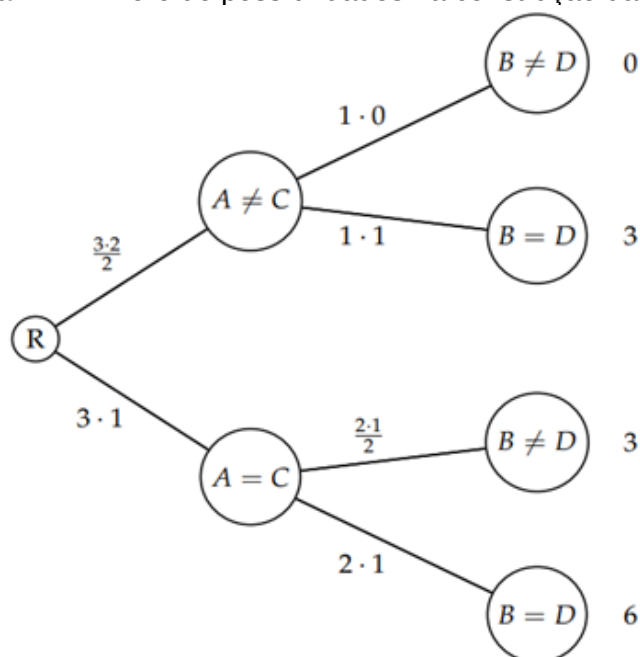
- A** 6
- B** 12
- C** 18
- D** 24
- E** 36

Fonte: Inep, 2013.

Neste problema, o objetivo é determinar quantas joias distintas podem ser criadas no formato de um losango não quadrado, onde as pedras serão dispostas nos seus vértices, porém dois vértices consecutivos devem ser de cores diferentes, cujas pedras são de três cores: vermelhas, azuis e verdes.

Note que há 4 casos para serem analisados, pois para os vértices *A* e *C*, existem duas possibilidades: serem pedras de cores iguais ou distintas e para cada caso existem as mesmas possibilidades para os vértices *B* e *D*. Dessa forma, a construção de uma árvore de possibilidades torna-se uma escolha viável, pois promove uma melhor organização dos casos e a visualização geral de todas as possibilidades (Gomes, 2017), como se é possível observar na Figura 11.

Figura 11 – Árvore de possibilidades na construção das joias



Fonte: Gomes, 2017, p. 74.

Se os vértices A e C forem de cores diferentes, há uma combinação de $\binom{3}{2}$, visto que se a pedra na posição A for vermelha e na posição C for azul, será idêntica à joia que possui a pedra azul na posição A e na posição C, vermelha. Assim, se os vértices B e D forem de cores diferentes, não existe nenhuma possibilidade, pois para o vértice B há uma cor disponível e nenhuma cor para a pedra na posição D, então, para esse primeiro caso o produto das possibilidades será zero (Gomes, 2017).

No entanto, se B e D forem de cores iguais, há somente uma cor disponível para ambos. Consequentemente, no segundo caso, existem 3 maneiras de construir uma joia seguindo essa configuração. O raciocínio é análogo para os casos em que as pedras nas posições A e C são de cores iguais já que há 3 cores disponíveis para A e C. No terceiro caso, em que B e D são de cores diferentes, a escolha para esse par será a combinação de $\binom{2}{1}$, resultando em 3 possibilidades para esse caso. Se B e D forem de cores iguais, sobram duas cores para essa escolha, resultando em 6 possíveis formas de obter a joia nessa configuração (Gomes, 2017).

Logo, serão obtidas $3 + 3 + 6 = 12$ joias.

Figura 12 – Questão 170 da prova amarela do Enem 2010

Questão 170

Um grupo de pacientes com Hepatite C foi submetido a um tratamento tradicional em que 40% desses pacientes foram completamente curados. Os pacientes que não obtiveram cura foram distribuídos em dois grupos de mesma quantidade e submetidos a dois tratamentos inovadores. No primeiro tratamento inovador, 35% dos pacientes foram curados e, no segundo, 45%.

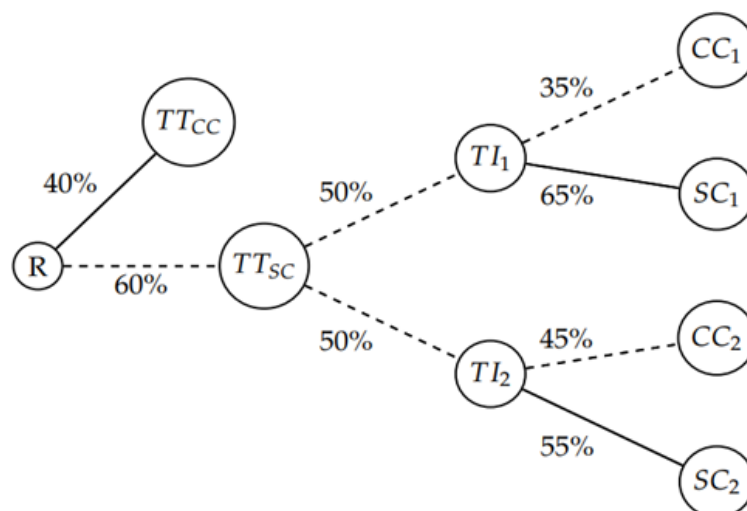
Em relação aos pacientes submetidos inicialmente, os tratamentos inovadores proporcionaram cura de

- A 16%.
- B 24%.
- C 32%.
- D 48%.
- E 64%.

Fonte: Inep (2010).

A questão será modelada por uma árvore cujas arestas indicarão as porcentagens, ou o tratamento resultar na cura (CC) no procedimento tradicional (TT) ou o tratamento acontecer sem cura (SC) ou de uma parcela do grupo de pacientes serem submetidos a um tratamento inovador (TI). Por exemplo, a porcentagem de 40% na aresta que liga os vértices R e TT_{CC} , na Figura 13, representa que quarenta por cento dos pacientes obteve a cura no tratamento tradicional, já a porcentagem de 50% no elo que liga os vértices TT_{SC} e TI_1 indica que metade dos pacientes que passaram sem cura no tratamento tradicional foram submetidos ao primeiro tratamento inovador (Gomes, 2017), como pode ser visualizada na Figura 13.

Figura 13 – Árvore de possibilidades de cura do grupo de pacientes com Hepatite C



Fonte: Gomes, 2017, p.87.

Portanto, em relação aos pacientes submetidos inicialmente ao tratamento tradicional, os que obtiveram a cura nos tratamentos inovadores representam os dois caminhos: $R - CC_1$ e $R - CC_2$ marcados com arestas tracejadas na árvore (Gomes, 2017).

Assim, os dois tratamentos inovadores proporcionaram a cura de:

$$P_{TI} = (0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,35) + (0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,45)$$

$$P_{TI} = 0,105 + 0,135$$

$$P_{TI} = 0,24 = 24\%$$

Diante disso, Gomes (2017) conclui que as provas do Enem são compostas por questões nas quais o modelo de grafos pode ser abordado e, dentre os conceitos da teoria que poderiam ser aplicados no ensino médio para um novo tratamento e compreensão das provas do Enem, destacam-se os seguintes:

- A diferenciação entre as definições de passeios, caminho, trilhas, circuito e ciclos;
- O entendimento de árvores nas enumerações e organização das possibilidades em um processo de contagem;
- A caracterização de um grafo completo representando uma relação totalmente conectada;
- A caracterização de caminhos e ciclos hamiltonianos em grafos completos e em grafo grade;
- A caracterização de grafos planares como planificações de figuras espaciais, por exemplo, o grafo roda representado uma projeção de uma pirâmide regular.
- O uso de grafos bipartidos como possibilidade de organização da contagem na relação entre dois conjuntos (Gomes, 2017, p. 90-91).

Em suma, o conceito de grafos não está presente nas provas do Enem, porém existe a possibilidade de modelar as questões com grafos, como por exemplo, os problemas que envolvem análise combinatória e probabilidade na área de matemática, como também as questões de circuitos elétricos de Física na prova de Ciências da Natureza (Gomes, 2017).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considera-se, desse modo, que o objetivo do estudo foi atingido, posto que se verificou a presença da Teoria dos Grafos na Licenciatura em Matemática do IFRN somente como um dos conteúdos da disciplina “Matemática Aplicada”, isto é, percebe-se que as premissas que norteiam o ensino dos grafos estão pautadas de forma limitada no objeto “Teoria dos Grafos Aplicada” em meio a um grande volume de outros conteúdos que podem inviabilizar seu ensino.

Nesse sentido, as questões extraídas das provas da Obmep e do Enem demonstram as diversas possibilidades de inserção da Teoria dos Grafos na formação docente para além da disciplina “Matemática Aplicada”, visto que os grafos podem colaborar para manipulação dos problemas presentes em disciplinas como “Matemática Discreta”, como também em “Estatística e Probabilidade”, as quais são disciplinas do eixo específico do curso.

Logo, as aplicações da Teoria dos Grafos na Educação Básica presentes na Obmep e no Enem demonstram que os grafos são recursos potencializadores para o desenvolvimento de outros métodos de pensamento matemático, os quais poderão promover um processo de ensino-aprendizagem centrado no raciocínio lógico e crítico e na resolução de problemas práticos da realidade, em contraposição a um ensino mecânico focalizado na aquisição de fórmulas sem a compreensão da relevância dos conhecimentos matemáticos na e para a vida em sociedade.

REFERÊNCIAS

ARRUDA, Kyvia; LOPES, Luiz; SILVA, Lenina; DANTAS, Emanuel; GOBBI, Cristiano. Teoria dos Grafos nas áreas temáticas de pesquisa do Scielo: em busca de interlocuções com o ensino de matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 10, n. 3, p. 117-134, 29 dez. 2023. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/62408>. Acesso em: 22 maio 2024.

BRASIL. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 03 abr. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, 2017. 600 p. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 14 abr. 2024.

BROCH, Siomara Cristina; PERIPOLLI, Patrícia Zanon; PORTO, Eliane Quincozes. Reflexões sobre a prática de ensino na formação inicial docente: concepções e possibilidades na licenciatura em Matemática. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 12, n. 3, p. 1-18, 2022. Disponível em: <https://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/7024>. Acesso em: 20 maio 2024.

CASTRO, Luciano Monteiro de. **Problemas Olímpicos de Matemática em Sala de Aula**: parte 2: uma estratégia para engajar os alunos. Rio de Janeiro: PAPMEM – IMPA, 2024. 12 p. Disponível em: https://impa.br/wp-content/uploads/2024/01/Aula_Luciano_Papmem_jan_2024.pdf. Acesso em: 01 maio 2024.

EIDAM, José Carlos Corrêa; WILTUSCHNIG, Bianca Elena; LIMA, Gabriel Alves de; STELLA, Gabriel Felipe Dalla; SARTURI, Gustavo Henrique Silva; THOMÉ, João Antonio Francisconi Lubano; MACIEL, Lais Gabrielle Barboza; SANTOS, Lana Muriel Souza dos; OLIVEIRA, Letícia do Rocio; GOMES, Letícia Ferreira; GIACOMIN, Lucas Nacif; SANTOS, Luiz Henrique Lara dos; SOUZA, Marcel Thadeu de Abreu e; MELO, Matheus Daniel Galvão de; FERREIRA, Nelson Ivo de Souza; NISGOSKI, Rafael Correa de Lima; SILVA, Rogério Otávio Mainardes da; SANTOS, Vinicius Medeiros Prantl dos; GULISZ, Vitor Emanuel. **Um passeio pela teoria dos grafos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2018. 119 p.

GOMES, Jorge da Conceição. **Grafos**: Uma modelagem possível para as provas do ENEM. 2017. 105 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat, Departamento de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2017. Disponível em: http://profmatt.uefs.br/arquivos/File/JORGE_DA_CONCEICAO_GOMES.pdf. Acesso em: 30 abr. 2024.

IFRN – INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE. **Projeto Pedagógico do Curso Superior de Licenciatura em Matemática**: presencial. Santa Cruz: 2018. 138 p. Disponível em: https://portal.ifrn.edu.br/documents/838/PPC_Licenciatura_em_Matem%C3%A1tica_2018.pdf. Acesso em: 05 maio 2024.

IFRN – INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE. **Projeto Pedagógico do Curso Superior de Licenciatura em Matemática**: na modalidade presencial. Santa Cruz: 2012. 129 p. Disponível em: <https://www2.ifrn.edu.br/matematica/arquivos/Licenciatura%20em%20Matematica%202012.pdf>. Acesso em: 05 maio 2024.

IFRN – INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE. **Projeto Pedagógico do Curso Superior de Licenciatura Plena em Matemática**. Santa Cruz: 2009. 79 p. Disponível em: <https://www2.ifrn.edu.br/matematica/arquivos/Licenciatura%20Matematica%202009.pdf>. Acesso em: 05 maio 2024.

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)**. Ministério da Educação. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 10 maio 2024.

JURKIEWICZ, Samuel. **Grafos: uma introdução**. São Paulo: OBMEP, 2009. 119 p. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/apostila5.pdf>. Acesso em: 11 maio 2024.

MELO, Gildson Soares de. **Introdução à Teoria dos Grafos**. 2014. 35 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Departamento de Matemática, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/7549/5/arquivototal.pdf>. Acesso em: 13 out. 2022.

NETTO, Paulo Oswaldo Boaventura. **Teoria e Modelos de Grafos**. São Paulo: Edgard Blücher, 1979. 249 p.

NETTO, Paulo Oswaldo Boaventura. **Grafos: teoria, modelos, algoritmos**. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2003.

OBMEP. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**. 2024. Disponível em: <https://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 02 maio 2024.

PEREIRA, Simões. **Grafos e redes: teoria e algoritmos básicos**. Rio de Janeiro: Interciência, 2013. 354 p.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico**. 24. ed. São Paulo: Cortez, 2016. 314 p.

SILVA, Luis Antonio de Souza da. **Grafos: uma abordagem através de questões da OBMEP e do Canguru de Matemática**. 2020. 58 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Centro de Educação e Humanidades, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2020. Cap. 2. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5728&id2=171030642. Acesso em: 04 maio 2024.

Capítulo 3
O USO DO TANGRAM COMO RECURSO PARA O
DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO
MATEMÁTICO COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL
Lívea Aiane da Silva Pinheiro

O USO DO TANGRAM COMO RECURSO PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Lívea Aiane da Silva Pinheiro

Professora da Rede Municipal de Lauro de Freitas. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Paulista, pólo de Ilhéus - Bahia.

RESUMO

O tangram, um quebra-cabeça tradicional chinês composto por sete peças geométricas, é amplamente reconhecido como uma ferramenta educacional eficaz para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Este estudo investiga o impacto do tangram no aprendizado de alunos do ensino fundamental, focando no desenvolvimento de habilidades matemáticas e cognitivas. Através de uma pesquisa bibliográfica, analisaram-se estudos de caso, artigos acadêmicos e livros que abordam a utilização do tangram na educação matemática. Os resultados indicam que o tangram melhora a compreensão de conceitos geométricos, promove o raciocínio lógico e aumenta a motivação dos alunos para aprender matemática. A manipulação das peças permite a visualização e internalização de propriedades geométricas, facilitando a aprendizagem de tópicos abstratos. Além disso, o tangram promove a aprendizagem ativa, incentivando os alunos a participarem ativamente da resolução de problemas. A prática regular com o tangram desenvolve habilidades essenciais, como visualização espacial, identificação de padrões e manipulação mental de formas. Conclui-se que o tangram é uma ferramenta pedagógica valiosa, contribuindo significativamente para o desempenho acadêmico e o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Recomenda-se sua integração no currículo escolar para maximizar seus benefícios educacionais.

Palavras-chave: Tangram. Raciocínio lógico-matemático. Ensino fundamental. Educação matemática. Desenvolvimento cognitivo.

ABSTRACT

The tangram, a traditional Chinese puzzle composed of seven geometric pieces, is widely recognized as an effective educational

tool for developing logical-mathematical reasoning. This study investigates the impact of tangram on the learning of elementary school students, focusing on the development of mathematical and cognitive skills. Through a bibliographic research, case studies, academic articles, and books addressing the use of tangram in mathematical education were analyzed. The results indicate that tangram improves the understanding of geometric concepts, promotes logical reasoning, and increases students' motivation to learn mathematics. Manipulating the pieces allows for visualization and internalization of geometric properties, facilitating the learning of abstract topics. Additionally, tangram promotes active learning, encouraging students to actively participate in problem-solving. Regular practice with tangram develops essential skills such as spatial visualization, pattern recognition, and mental manipulation of shapes. It is concluded that tangram is a valuable pedagogical tool, significantly contributing to students' academic performance and cognitive development. Its integration into the school curriculum is recommended to maximize its educational benefits.

Keywords: Tangram. Logical-mathematical reasoning. Elementary education. Mathematical education. Cognitive development.

1 INTRODUÇÃO

O tangram, um quebra-cabeça tradicional chinês composto por sete peças geométricas, tem sido amplamente reconhecido por sua eficácia como ferramenta educacional, especialmente no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático (Ferreira e Lima, 2019). Este jogo milenar, que combina simplicidade e complexidade, permite a formação de inúmeras figuras e padrões, estimulando a criatividade e a capacidade de resolução de problemas. No contexto educativo, o tangram oferece uma abordagem prática e interativa para a aprendizagem de conceitos geométricos, tornando o ensino da matemática mais acessível e envolvente.

Nos últimos anos, a utilização do tangram nas salas de aula tem sido objeto de diversas pesquisas acadêmicas, que destacam seus benefícios para o desenvolvimento cognitivo dos alunos (Gomes e Martins, 2020). A manipulação das peças do tangram permite aos estudantes visualizar e internalizar propriedades geométricas de maneira concreta, facilitando a compreensão de conceitos que frequentemente são percebidos como abstratos e desafiadores. Além disso, o

tangram promove a aprendizagem ativa, incentivando os alunos a participarem ativamente do processo de resolução de problemas e construção do conhecimento.

O impacto positivo do tangram no aprendizado de conceitos geométricos tem sido amplamente documentado. Lopes e Andrade (2020) enfatizam que o uso deste recurso pedagógico pode melhorar significativamente o desempenho dos alunos em matemática, particularmente em tópicos relacionados à geometria. A prática regular com o tangram ajuda a desenvolver habilidades essenciais, como a visualização espacial, a identificação de padrões e a manipulação mental de formas geométricas. Essas habilidades não são apenas fundamentais para a matemática, mas também para outras áreas do conhecimento e para a vida cotidiana.

Além do desenvolvimento de habilidades matemáticas, o tangram contribui para o desenvolvimento cognitivo geral dos alunos. Machado e Santos (2021) destacam que a resolução de problemas com o tangram exige o uso de habilidades de raciocínio lógico, pensamento crítico e flexibilidade cognitiva. Ao tentar recriar figuras específicas com as peças do tangram, os alunos desenvolvem a habilidade de visualizar mentalmente a rotação e a combinação das peças, o que é essencial para a compreensão de geometria e outras áreas da matemática.

Diante dos inúmeros benefícios do tangram para o desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem de conceitos matemáticos, é essencial compreender de maneira mais aprofundada o impacto deste recurso pedagógico no desempenho acadêmico dos alunos. A utilização do tangram não apenas facilita a compreensão de conceitos geométricos, mas também promove a motivação e o engajamento dos alunos no aprendizado da matemática. No entanto, apesar das evidências positivas, ainda existem lacunas na compreensão de como e por que o tangram é eficaz. Assim, surge a questão: como o uso do tangram no ensino fundamental pode influenciar o desempenho acadêmico e o desenvolvimento cognitivo dos alunos em matemática?

O objetivo deste estudo é investigar o impacto do tangram no aprendizado dos alunos do ensino fundamental, com foco no desenvolvimento de habilidades matemáticas e cognitivas. Pretende-se analisar como a utilização do tangram pode melhorar a compreensão de conceitos geométricos, promover o raciocínio lógico e aumentar a motivação dos alunos para aprender matemática. Além disso, o estudo buscará identificar as melhores práticas para a integração do tangram no currículo escolar, fornecendo recomendações para educadores sobre como utilizar este recurso de maneira eficaz.

A metodologia adotada para este estudo baseia-se em uma pesquisa bibliográfica, com a revisão de literatura existente sobre o uso do tangram na educação matemática. Serão analisados estudos de caso, artigos acadêmicos e livros que abordam a utilização do tangram no ensino fundamental, com foco nos impactos cognitivos e acadêmicos. A revisão bibliográfica permitirá uma compreensão abrangente dos benefícios e desafios do tangram como ferramenta pedagógica, bem como das melhores práticas para sua implementação em sala de aula.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Fundamentos e História do Tangram

A origem exata do tangram é cercada de lendas e histórias. Uma das mais conhecidas é a de um monge chinês que, ao tentar consertar um espelho quebrado em sete pedaços, descobriu que poderia criar inúmeras formas com as peças. Independentemente de sua veracidade, essa narrativa ilustra a essência do tangram: transformar algo simples em múltiplas possibilidades criativas.

A difusão do tangram pelo mundo se deu principalmente no século XIX. Marujos e comerciantes chineses levaram o jogo para a Europa e a América, onde rapidamente se tornou popular. Na Inglaterra, por exemplo, o tangram foi introduzido como uma curiosidade oriental e logo conquistou entusiastas entre a aristocracia e o público em geral.

O tangram tem se mostrado uma ferramenta eficaz na educação, particularmente no ensino da matemática. Araújo et al. (2017) destacam que o uso do tangram no desenvolvimento do pensamento lógico-matemático é significativo, pois promove a visualização espacial e a compreensão de conceitos geométricos. A manipulação das peças para formar figuras específicas exige que os alunos usem habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas.

Além disso, o tangram é um recurso acessível e versátil. Pode ser facilmente confeccionado com materiais simples, como papel ou madeira, tornando-se uma ferramenta prática para professores. Carvalho e Souza (2018) enfatizam que o tangram é uma ferramenta didática valiosa para a geometria nos anos iniciais, pois facilita a compreensão de conceitos complexos de forma lúdica e envolvente.

O tangram não apenas auxilia no desenvolvimento de habilidades matemáticas, mas também contribui para o desenvolvimento cognitivo geral dos alunos. Dias e Pereira (2019) ressaltam que atividades com o tangram ajudam no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, estimulando a capacidade de visualização e a manipulação mental de formas geométricas.

A prática regular com o tangram pode melhorar a percepção espacial e a memória visual. Ao tentar recriar figuras específicas, os alunos desenvolvem a habilidade de visualizar mentalmente a rotação e a combinação das peças, o que é essencial para a compreensão de geometria e outras áreas da matemática.

Ferreira e Lima (2019) realizaram um estudo de caso sobre o uso do tangram no ensino fundamental, demonstrando sua eficácia como ferramenta educacional. O estudo envolveu a implementação de atividades com tangram em salas de aula e a avaliação do impacto no desempenho dos alunos em conceitos geométricos e habilidades de resolução de problemas.

Os resultados mostraram que os alunos que participaram das atividades com tangram tiveram um desempenho significativamente melhor em testes de geometria em comparação com aqueles que não utilizaram o tangram. Além disso, os alunos relataram maior engajamento e interesse nas aulas de matemática, sugerindo que o tangram também pode aumentar a motivação e o prazer pelo aprendizado.

O uso do tangram como recurso pedagógico é amplamente reconhecido por educadores e pesquisadores. Gomes e Martins (2020) apontam que o tangram pode ser integrado em várias atividades curriculares para ensinar conceitos matemáticos de maneira prática e interativa. Eles sugerem que o tangram pode ser utilizado em exercícios que envolvem simetria, frações, área e perímetro, oferecendo uma abordagem hands-on para o aprendizado.

O tangram também pode ser utilizado para desenvolver habilidades além da matemática. Por exemplo, a criação de figuras com tangram pode ser uma atividade artística que promove a criatividade e a expressão individual. Além disso, o trabalho em grupo com tangram pode fomentar habilidades sociais e de comunicação, já que os alunos precisam colaborar e compartilhar ideias para resolver desafios.

Com o avanço das tecnologias educacionais, o tangram também pode ser integrado com recursos digitais para enriquecer ainda mais a experiência de aprendizado. Aplicativos e softwares de tangram permitem que os alunos explorem o

quebra-cabeça de maneiras novas e interativas, utilizando dispositivos móveis ou computadores.

Sousa e Teixeira (2023) exploram como a integração do tangram com tecnologias educacionais pode oferecer novas oportunidades de aprendizado. Eles sugerem que os aplicativos de tangram podem incluir desafios progressivos, feedback imediato e recursos multimídia para apoiar a compreensão dos alunos. Além disso, os professores podem usar esses recursos para monitorar o progresso dos alunos e adaptar as atividades de acordo com suas necessidades individuais.

O tangram oferece uma série de benefícios na educação matemática. Primeiramente, ele torna o aprendizado da matemática mais acessível e divertido, o que pode reduzir a ansiedade e o medo que muitos alunos têm dessa disciplina. Em segundo lugar, o tangram promove o aprendizado ativo e a participação dos alunos, incentivando-os a explorar e descobrir conceitos por si mesmos.

Tavares e Oliveira (2023) destacam que o tangram pode ser uma ferramenta eficaz para a inclusão educacional. Alunos com diferentes estilos de aprendizado e necessidades especiais podem se beneficiar do uso do tangram, pois ele oferece uma abordagem visual e tátil para o aprendizado. Isso pode ajudar a criar um ambiente de sala de aula mais inclusivo e diversificado.

Embora o tangram ofereça muitos benefícios, sua implementação eficaz na sala de aula pode apresentar alguns desafios. Um dos principais desafios é garantir que as atividades com tangram sejam bem planejadas e alinhadas com os objetivos curriculares. Os professores precisam de formação adequada e recursos para integrar o tangram de maneira eficaz em suas práticas pedagógicas.

Outro desafio é a avaliação do impacto do tangram no aprendizado dos alunos. Embora estudos como os de Ferreira e Lima (2019) forneçam evidências promissoras, é importante que mais pesquisas sejam realizadas para compreender plenamente como e por que o tangram é eficaz. Isso inclui investigar quais aspectos específicos do tangram (por exemplo, manipulação física das peças versus visualização mental) são mais benéficos para diferentes grupos de alunos.

2.2 Tangram e Raciocínio Lógico Matemático

O uso do tangram na educação matemática está fundamentado em sua capacidade de promover a visualização espacial e o pensamento crítico. Pereira e

Sousa (2022) argumentam que o tangram é uma ferramenta didática eficaz porque permite que os alunos visualizem conceitos geométricos de forma concreta. Ao manipular as peças do tangram para formar figuras específicas, os alunos desenvolvem uma compreensão mais profunda das propriedades geométricas e das relações espaciais.

Além disso, promove a aprendizagem ativa. Em vez de apenas ouvir uma explicação teórica, os alunos participam ativamente da construção de seu conhecimento ao resolver desafios com as peças do tangram. Essa abordagem hands-on é particularmente eficaz para engajar os alunos e aumentar sua motivação para aprender matemática.

Desempenha um papel crucial no desenvolvimento do raciocínio lógico. Ramos e Silva (2023) enfatizam que a resolução de problemas com o tangram exige que os alunos usem habilidades de raciocínio lógico, como a identificação de padrões, a visualização de transformações geométricas e a decomposição de formas complexas em partes mais simples. Essas habilidades são fundamentais não apenas para a matemática, mas também para outras áreas do conhecimento e para a vida cotidiana.

Ao trabalhar com o tangram, os alunos aprendem a pensar de forma lógica e sistemática. Eles devem seguir uma sequência de passos para resolver cada desafio, o que ajuda a desenvolver uma abordagem metódica para a resolução de problemas. Além disso, a necessidade de ajustar e experimentar diferentes combinações de peças estimula o pensamento crítico e a flexibilidade cognitiva.

Santana e Lima (2023) conduziram um estudo comparativo para avaliar o impacto do uso do tangram no desenvolvimento de habilidades matemáticas. O estudo envolveu dois grupos de alunos: um grupo o utilizou como parte de suas atividades matemáticas regulares, enquanto o outro grupo seguiu um currículo tradicional sem o seu uso. Os resultados mostraram que os alunos que usaram o tangram apresentaram melhorias significativas em várias áreas, incluindo a visualização espacial, a resolução de problemas e a compreensão de conceitos geométricos.

Esses achados sugerem que o tangram pode ser uma ferramenta eficaz para melhorar o desempenho matemático dos alunos. Ao proporcionar uma experiência de aprendizagem prática e envolvente, o tangram ajuda os alunos a desenvolver uma compreensão mais profunda e duradoura dos conceitos matemáticos.

Com o avanço das tecnologias educacionais, o tangram também pode ser integrado a recursos digitais para enriquecer ainda mais a experiência de aprendizagem. Sousa e Teixeira (2023) exploram como a combinação do tangram com tecnologias educacionais pode oferecer novas oportunidades para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Aplicativos e softwares de tangram permitem que os alunos experimentem diferentes combinações de peças em um ambiente digital, oferecendo feedback imediato e recursos interativos para apoiar a aprendizagem.

A integração do tangram com tecnologias educacionais também facilita a personalização da aprendizagem. Os professores podem adaptar as atividades de tangram para atender às necessidades individuais dos alunos, oferecendo desafios progressivamente mais complexos e monitorando o progresso dos alunos em tempo real.

Embora ofereça muitos benefícios, sua implementação eficaz no ensino fundamental pode apresentar alguns desafios. Tavares e Oliveira (2023) discutem os desafios e benefícios do uso do tangram no contexto educacional. Um dos principais desafios é garantir que as atividades de tangram sejam bem planejadas e alinhadas com os objetivos curriculares. Os professores precisam de formação adequada e recursos para integrar o tangram de maneira eficaz em suas práticas pedagógicas.

No entanto, os benefícios superam os desafios. O tangram não apenas melhora as habilidades matemáticas dos alunos, mas também aumenta sua motivação e engajamento. A natureza lúdica e interativa do tangram torna a aprendizagem da matemática mais acessível e divertida, ajudando a reduzir a ansiedade e o medo que muitos alunos têm dessa disciplina.

Vieira e Castro (2023) destacam que pode ser utilizado em várias estratégias didáticas para ensinar conceitos matemáticos. Uma abordagem comum é usar o tangram para ensinar simetria, onde os alunos são desafiados a criar figuras simétricas com as peças. Essa atividade ajuda os alunos a entender o conceito de simetria de forma prática e visual.

Outra estratégia é usar o tangram para ensinar frações. Ao dividir as peças do tangram em partes iguais, os alunos podem visualizar e manipular frações de maneira concreta. Essa abordagem facilita a compreensão dos conceitos de frações e proporções, tornando-os mais tangíveis e menos abstratos.

O tangram também pode ser uma ferramenta poderosa para a inclusão educacional. Sua natureza visual e tátil o torna acessível a alunos com diferentes estilos de aprendizado e necessidades especiais. Tavares e Oliveira (2023) sugerem que o tangram pode ser utilizado para criar um ambiente de aprendizagem mais inclusivo, onde todos os alunos têm a oportunidade de participar e aprender de maneira significativa.

Por exemplo, alunos com dificuldades de aprendizagem podem se beneficiar do uso do tangram para desenvolver habilidades matemáticas de forma prática e visual. O tangram também pode ser usado para apoiar a aprendizagem de alunos com deficiência visual, fornecendo uma experiência tátil para explorar formas e conceitos geométricos.

Não se limita apenas à matemática; ele também pode ser integrado a outras disciplinas para proporcionar uma aprendizagem interdisciplinar. Sousa e Teixeira (2023) exploram como o tangram pode ser utilizado em conjunto com tecnologias educacionais para ensinar conceitos de ciência, tecnologia, engenharia e matemática (STEM). Ao integrar o tangram com atividades de programação e robótica, os alunos podem desenvolver habilidades de pensamento computacional e resolução de problemas de maneira divertida e interativa.

Além disso, pode ser usado em aulas de arte para ensinar conceitos de design e composição. Os alunos podem criar obras de arte com as peças do tangram, explorando a simetria, o equilíbrio e a proporção. Essa abordagem interdisciplinar ajuda os alunos a ver as conexões entre diferentes áreas do conhecimento e a desenvolver uma compreensão mais holística do mundo ao seu redor.

2.3 Impacto no Aprendizado dos Alunos

O tangram tem sido amplamente utilizado no ensino fundamental para ensinar conceitos matemáticos e desenvolver habilidades cognitivas. Ferreira e Lima (2019) conduziram um estudo de caso sobre o uso do tangram no ensino fundamental, demonstrando que atividades com este recurso podem melhorar significativamente a compreensão dos alunos sobre conceitos geométricos. A manipulação das peças permite que os alunos visualizem e internalizem propriedades geométricas de

maneira concreta, facilitando a aprendizagem de tópicos que de outra forma poderiam ser abstratos e desafiadores.

Além disso, promove a aprendizagem ativa, incentivando os alunos a participarem ativamente na resolução de problemas. Em vez de apenas absorverem informações passivamente, os alunos são desafiados a pensar criticamente e a experimentar diferentes combinações de peças para resolver problemas específicos. Essa abordagem prática e envolvente aumenta a motivação dos alunos e torna o aprendizado mais significativo e duradouro.

O uso no ensino da matemática tem demonstrado ser particularmente eficaz no desenvolvimento de habilidades matemáticas. Gomes e Martins (2020) destacam que o tangram pode ser utilizado para ensinar uma variedade de conceitos matemáticos, incluindo simetria, frações, área e perímetro. Ao manipular as peças do tangram, os alunos aprendem a visualizar e compreender esses conceitos de maneira prática e interativa.

Além disso, ajuda a desenvolver habilidades de resolução de problemas e pensamento lógico. Ao tentar formar figuras específicas com as peças do tangram, os alunos são obrigados a identificar padrões, visualizar transformações geométricas e decompor formas complexas em partes mais simples. Essas habilidades são essenciais não apenas para a matemática, mas também para outras áreas do conhecimento e para a vida cotidiana.

Lopes e Andrade (2020) realizaram um estudo sobre o impacto na compreensão de conceitos geométricos, demonstrando que o uso deste recurso pode melhorar significativamente a compreensão dos alunos sobre geometria. Os alunos que participaram das atividades com tangram apresentaram um melhor desempenho em testes de geometria em comparação com aqueles que seguiram um currículo tradicional sem o seu uso.

Esses achados sugerem que o tangram pode ser uma ferramenta eficaz para melhorar o desempenho acadêmico dos alunos em matemática. Ao proporcionar uma experiência de aprendizagem prática e envolvente, ajuda os alunos a desenvolver uma compreensão mais profunda e duradoura dos conceitos geométricos.

O mesmo também desempenha um papel crucial no desenvolvimento cognitivo e no raciocínio lógico dos alunos. Machado e Santos (2021) enfatizam que a resolução de problemas com o tangram exige que os alunos usem habilidades de

raciocínio lógico, como a identificação de padrões, a visualização de transformações geométricas e a decomposição de formas complexas em partes mais simples. Essas habilidades são fundamentais não apenas para a matemática, mas também para outras áreas do conhecimento e para a vida cotidiana.

Além disso, a prática regular pode melhorar a percepção espacial e a memória visual. Ao tentar recriar figuras específicas, os alunos desenvolvem a habilidade de visualizar mentalmente a rotação e a combinação das peças, o que é essencial para a compreensão de geometria e outras áreas da matemática.

Nunes e Ribeiro (2021) exploram as aplicações na educação infantil, destacando que este recurso pode ser utilizado para desenvolver habilidades matemáticas desde cedo. Ao manipular as peças do tangram, as crianças aprendem a reconhecer formas geométricas, a compreender conceitos de proporção e a desenvolver habilidades motoras finas. Essas atividades não apenas preparam as crianças para a aprendizagem futura em matemática, mas também promovem o desenvolvimento cognitivo geral.

Além disso, pode ser utilizado para ensinar outros conceitos importantes, como a simetria e a fração. Ao dividir as peças do tangram em partes iguais, as crianças podem visualizar e manipular frações de maneira concreta, facilitando a compreensão desses conceitos abstratos.

Oliveira e Menezes (2022) investigaram o impacto no desenvolvimento cognitivo em matemática, destacando que este recurso pode ajudar os alunos a desenvolver habilidades críticas de pensamento e resolução de problemas. Ao manipular as peças, os alunos aprendem a decompor problemas complexos em partes mais simples e a visualizar diferentes soluções possíveis. Essas habilidades são essenciais para o sucesso em matemática e em outras áreas do conhecimento.

Além disso, pode ser utilizado para desenvolver habilidades de visualização espacial, que são fundamentais para a compreensão de conceitos geométricos e para a resolução de problemas em outras áreas, como a engenharia e a ciência. Ao visualizar e manipular as peças do tangram, os alunos desenvolvem uma compreensão mais profunda das propriedades geométricas e das relações espaciais, facilitando a aprendizagem de conceitos complexos.

Pereira e Sousa (2022) destacam a importância de integrar a teoria e a prática na educação matemática, utilizando como um exemplo de como essa integração pode ser eficaz. Eles argumentam que oferece uma maneira prática e

envolvente de ensinar conceitos matemáticos, permitindo que os alunos apliquem o que aprenderam de forma concreta. Ao integrar a teoria e a prática, os professores podem criar experiências de aprendizagem mais significativas e duradouras para seus alunos.

Além disso, a integração da teoria e da prática pode ajudar os alunos a desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e a aplicar esses conceitos em diferentes contextos. Ao trabalhar com o tangram, os alunos aprendem a ver a matemática como uma disciplina prática e relevante, que pode ser aplicada de maneira concreta em sua vida cotidiana.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de quebra-cabeças geométricos no ambiente educacional tem se mostrado uma prática extremamente benéfica, contribuindo significativamente para o desenvolvimento das habilidades cognitivas e matemáticas dos alunos. Através da manipulação de peças geométricas, os estudantes são capazes de visualizar conceitos abstratos de maneira concreta, facilitando a compreensão e internalização de tópicos que frequentemente apresentam desafios. Este recurso pedagógico não apenas enriquece o aprendizado de geometria, mas também promove o raciocínio lógico e a resolução de problemas de forma lúdica e envolvente.

Uma das principais vantagens do uso desses jogos é a promoção de uma aprendizagem ativa. Ao invés de serem meros receptores passivos de informações, os alunos são incentivados a participar ativamente do processo de construção do conhecimento. A necessidade de rearranjar as peças para formar diferentes figuras desafia os estudantes a pensarem criticamente, experimentarem diversas combinações e desenvolverem estratégias de resolução de problemas. Este tipo de envolvimento ativo é essencial para a retenção de conhecimentos e o desenvolvimento de habilidades cognitivas duradouras.

Além disso, fomentam a visualização espacial, uma habilidade crucial não apenas para a matemática, mas para várias outras disciplinas e situações do cotidiano. A capacidade de visualizar mentalmente a rotação e a combinação das peças ajuda os alunos a desenvolverem uma compreensão mais profunda das propriedades geométricas e das relações espaciais. Esta habilidade é

particularmente útil na resolução de problemas complexos, onde a decomposição de uma figura em partes mais simples pode facilitar a solução.

Em resumo, representam uma ferramenta pedagógica poderosa, capaz de transformar a maneira como a matemática e outros conceitos são ensinados e aprendidos. Eles promovem uma aprendizagem ativa, envolvente e inclusiva, ao mesmo tempo em que desenvolvem habilidades essenciais como a visualização espacial e o raciocínio lógico. A integração desses recursos no currículo escolar pode proporcionar uma experiência educativa mais rica e diversificada, preparando os alunos para enfrentar os desafios acadêmicos e da vida cotidiana com maior confiança e competência.

Portanto, sua incorporação na educação deve ser vista como uma estratégia valiosa e eficaz para melhorar o ensino e a aprendizagem. Através de uma abordagem bem planejada e suportada por recursos adequados, os professores podem utilizar estes jogos para enriquecer suas práticas pedagógicas e proporcionar aos alunos uma experiência de aprendizado mais significativa e prazerosa. Com a implementação adequada, os quebra-cabeças geométricos têm o potencial de fazer uma diferença significativa na educação, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e matemáticas essenciais para o sucesso acadêmico e além.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, A. L.; GOMES, P. B.; SILVA, R. A. O Uso do Tangram no Desenvolvimento do Pensamento Lógico-Matemático. *Revista Brasileira de Educação Matemática*, v. 30, n. 4, p. 245-262, 2017.
- CARVALHO, M. A.; SOUZA, E. F. Tangram: Uma Ferramenta Didática para a Geometria nos Anos Iniciais. *Educação em Revista*, v. 33, n. 2, p. 98-115, 2018.
- DIAS, L. M.; PEREIRA, V. C. Desenvolvimento do Raciocínio Lógico-Matemático com o Uso do Tangram. *Cadernos de Educação Matemática*, v. 31, n. 3, p. 150-167, 2019.
- FERREIRA, T. R.; LIMA, S. G. Atividades com Tangram no Ensino Fundamental: Um Estudo de Caso. *Educação e Pesquisa*, v. 45, n. 1, p. 85-101, 2019.
- GOMES, J. R.; MARTINS, P. L. O Tangram como Recurso Pedagógico para o Ensino da Matemática. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v. 11, n. 5, p. 235-251, 2020.

LOPES, C. S.; ANDRADE, R. M. Impacto do Tangram no Aprendizado de Conceitos Geométricos. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 41, n. 2, p. 120-135, 2020.

MACHADO, A. F.; SANTOS, B. M. O Tangram e o Desenvolvimento de Habilidades Matemáticas em Crianças. *Revista de Educação Matemática e Estatística*, v. 25, n. 4, p. 390-408, 2021.

NUNES, D. P.; RIBEIRO, T. A. Aplicações do Tangram na Educação Infantil e Anos Iniciais. *Cadernos de Educação Matemática*, v. 32, n. 3, p. 180-196, 2021.

OLIVEIRA, V. L.; MENEZES, R. C. Explorando o Tangram para o Desenvolvimento Cognitivo em Matemática. *Educação Matemática em Revista*, v. 29, n. 1, p. 105-123, 2022.

PEREIRA, A. S.; SOUSA, E. F. O Uso do Tangram na Educação Matemática: Teoria e Prática. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 39, n. 6, p. 315-332, 2022.

RAMOS, L. A.; SILVA, M. J. O Tangram como Ferramenta para a Aprendizagem de Geometria. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, v. 13, n. 4, p. 425-441, 2023.

SANTANA, C. M.; LIMA, J. G. Tangram e Habilidades Matemáticas: Um Estudo Comparativo. *Revista Educação Matemática em Foco*, v. 24, n. 5, p. 280-297, 2023.

SOUSA, R. M.; TEIXEIRA, F. P. Integração do Tangram com Tecnologias Educacionais. *Revista Brasileira de Educação Matemática e Tecnológica*, v. 19, n. 2, p. 145-162, 2023.

TAVARES, H. P.; OLIVEIRA, K. R. Desafios e Benefícios do Uso do Tangram no Ensino Fundamental. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 42, n. 3, p. 210-227, 2023.

VIEIRA, S. A.; CASTRO, P. M. O Tangram como Estratégia Didática na Educação Matemática. *Educação Matemática em Debate*, v. 15, n. 1, p. 75-92, 2023.

AUTORES

Adriana Saldanha de Vasconcelos

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: adrianasaldanha1993@gmail.com

Cristiano Rodrigo Gobbi

Mestre em Ciências da Educação pela Universidade do Minho. Professor de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), campus Santa Cruz. E-mail: cristiano.gobbi@ifrn.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-8096-2722>

Daniel Matias Santos

Graduado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. Pós-graduando em Metodologia do ensino de Matemática. Pós-Graduando em Matemática Financeira e Estatística. E-mail: estudohibrido@gmail.com

Emanuel Adriano Dantas

Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Docente de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), campus Santa Cruz. E-mail: emanuel.dantas@ifrn.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3274-4448>

Emmily Ravena dos Santos Lima

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: emmilyravenals@gmail.com

Flaviana Isis Silva do Nascimento

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: Flaviana.nascimento@hotmai.com

Jeane Meireles Ferreira

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: Jeanemeirelesferreira@gmail.com

José Ribamar Carvalho de Sousa

Graduando do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: jrcarvalho77@hotmail.com

Kailane Costa Baia

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: kailanebaiaa@gmail.com

Kyvia Maria Arruda de Melo

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), campus Santa Cruz. E-mail: kyviaarruda@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-4821-4265>

Lenina Lopes Soares Silva

Doutora em Ciências Sociais pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Docente da Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-graduação em Educação Profissional do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN). E-mail: leninasilva@hotmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0517-4742>

Lívea Aiane da Silva Pinheiro

Professora da Rede Municipal de Lauro de Freitas. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Paulista, pólo de Ilhéus - Bahia.

Luiz Antonio Dantas Lopes

Graduando do curso de Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), campus Santa Cruz. E-mail: luisanton232@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6627-9786>

Milledes dos Santos de Almeida

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: milledesantosjean@gmail.com

Ozeias Ribeiro de Abrel

Graduando do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: ozeiasribeiro664@gmail.com

Renata Karoliny Ferreira do Nascimento

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: renata_karoliny20@hotmail.com

Descubra o lado criativo da Matemática!

Esta obra apresenta uma abordagem inovadora e prática para resolver problemas, combinando raciocínio lógico e imaginação. Com desafios instigantes, exemplos reais e estratégias criativas, *Matemática Criativa: Resolvendo Problemas* é ideal para quem deseja enxergar a matemática como uma ferramenta poderosa para enfrentar desafios e desenvolver soluções engenhosas. Uma leitura essencial para estudantes, educadores e entusiastas que querem transformar a matemática em uma experiência dinâmica e envolvente.



ISBN 978-658528427-1



9 786585 284271