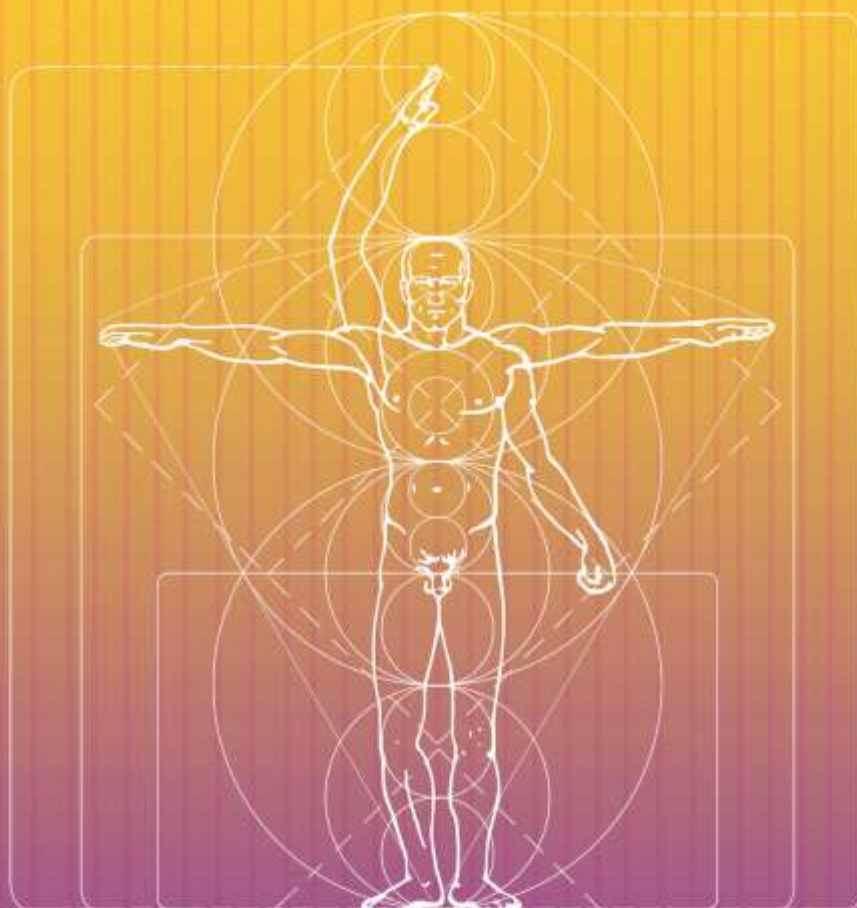


Tatiane Tenório Gonçalves
Pedro Franco de Sá

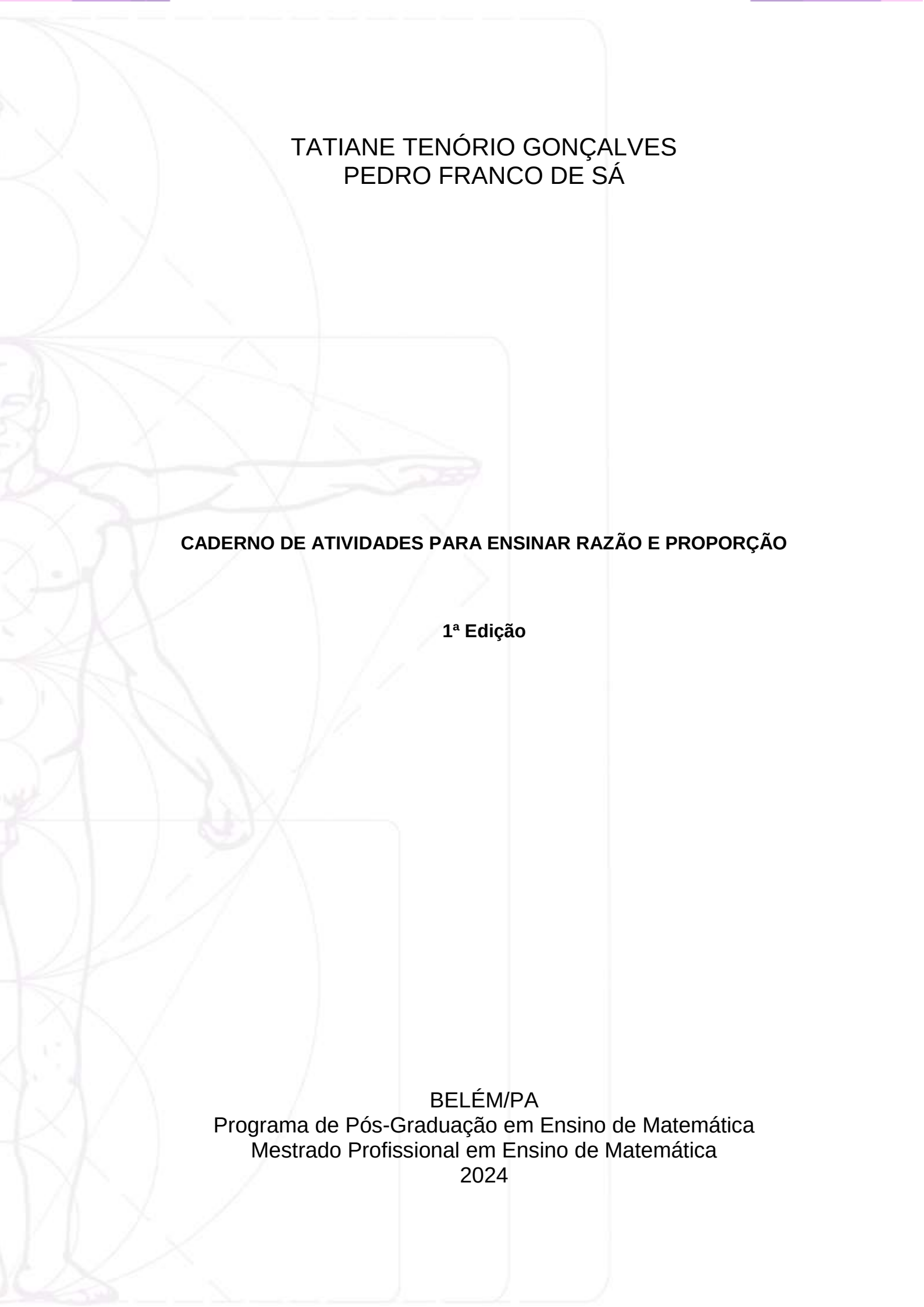
Caderno de Atividades para Ensinar

**Razão
e
Proporção**



BELÉM/PA

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
2024



TATIANE TENÓRIO GONÇALVES
PEDRO FRANCO DE SÁ

CADERNO DE ATIVIDADES PARA ENSINAR RAZÃO E PROPORÇÃO

1ª Edição

BELÉM/PA
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
2024

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

G635c Gonçalves, Tatiane Tenório

Caderno de atividades para ensinar razão e proporção / Tatiane Tenório Gonçalves; Pedro Franco de Sá. — Belém, 2024.
92f. : color.

Produto educacional vinculado à dissertação "Ensino de Razão e Proporção por meio de Atividades Experimentais" apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE), 2024.

1. Ensino de matemática. 2. Engenharia didática. 3. Atividades experimentais. 4. Razão e proporção. I. Sá, Pedro Franco de. II. Título.

ISBN: 978-65-5291-001-1

CDD 22.ed. 510



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: “**CADERNO DE ATIVIDADES PARA ENSINAR RAZÃO E PROPORÇÃO**”.

Mestranda: **TATIANE TENÓRIO GONÇALVES**

Data da avaliação: **03/09/2024**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

- (X) Estudantes do Ensino Fundamental () Estudantes do Ensino Médio
() Professores do Ensino Fundamental () Professores do Ensino Médio
() Outros: _____

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

- (X) Sequência Didática () Página na Internet () Vídeo
() Texto Didático (alunos/professores) () Jogo Didático() () Aplicativo
() Software () Outro: _____

b) *Possui URL:* () Sim, qual o URL: _____

() Não (X) Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

(X) Sim

() Não. Justifique? _____

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

(X) Sim

() Não. Justifique? _____

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

(X) Sim

() Não. Justifique? _____

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

- a) *Possui sumário:* (X) Sim () Não () Não se aplica
- b) *Possui orientações ao professor:* (X) Sim () Não () Não se aplica
- c) *Possui orientações ao estudante:* (X) Sim () Não () Não se aplica
- d) *Possui objetivos/finalidades:* (X) Sim () Não () Não se aplica
- e) *Possui referências:* (X) Sim () Não () Não se aplica
- f) *Tamanho da letra acessível:* (X) Sim () Não () Não se aplica
- g) *Ilustrações são adequadas:* (X) Sim () Não () Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

(X) Sim, onde: Com estudantes do 9º ano de uma Escola pública de Ensino Fundamental no Município de Novo Repartimento/PA

() Não, justifique: _____

() Não se aplica

a) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(X) Sim, onde: No ensino de razão e proporção por meio da resolução de problemas em estudantes do 9º ano de uma escola de Ensino Fundamental.

() Não, justifique: _____

() Não se aplica

b) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

(X) Sim, onde: O produto educacional foi construído como resultado de uma pesquisa com todo o rigor científico.

() Não, justifique: _____

() Não se aplica

c) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

(X) na escola, como atividade regular de sala de aula () na escola, como um curso extra

() outro: _____

d) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

(X) Alunos do Ensino Fundamental () Alunos do Ensino Médio

() Professores do Ensino Fundamental

() Professores do Ensino Médio

() outros membros da comunidade escolar, tais como _____

() outros membros da comunidade, tais como _____

O produto educacional foi considerado:

(X) APROVADO () APROVADO COM MODIFICAÇÕES () REPROVADO

MEMBROS DA BANCA

Assinaturas

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá (Presidente) Doutor em Educação
IES de obtenção do título: UFRN

gov.br
Documento assinado digitalmente
PEDRO FRANCO DE SA
Data: 03/10/2024 14:52:30-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho (Examinador 01) Doutor em Ciências e Matemática
IES de obtenção do título: UFPA

gov.br
Documento assinado digitalmente
ROBERTO PAULO BIBAS FIALHO
Data: 03/10/2024 09:41:37-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. Héctor José García Mendoza (Examinador 02) Doutor em Educação
IES de obtenção do título: Universidade de Jaén (UJAEN)

gov.br
Documento assinado digitalmente
HECTOR JOSE GARCIA MENDOZA
Data: 06/09/2024 12:25:59-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	7
REFERENCIAL TEÓRICO	9
ORIENTAÇÕES SOBRE O USO DO MATERIAL	19
ATIVIDADE 1.....	23
ATIVIDADE 2.....	26
ATIVIDADE 3.....	28
ATIVIDADE 4.....	32
ATIVIDADE 5.....	36
ATIVIDADE 6.....	39
ATIVIDADE 7.....	43
ATIVIDADE 8.....	47
ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 01	50
ATIVIDADE 9.....	53
ATIVIDADE 10	58
ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 02	60
ATIVIDADE 11	63
ATIVIDADE 12	65
ATIVIDADE 13	67
ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 03	69
QUESTÕES DO ENEM PARA APROFUNDAMENTO	71
REFERÊNCIAS	89

APRESENTAÇÃO

Este produto educacional é parte integrante da dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação – PPGEM, da Universidade do Estado do Pará – UEPA, que tem como título Ensino de razão e proporção por meio de atividades experimentais, sob a orientação do Prof.º Dr. Pedro Franco de Sá.

O *caderno de atividades para ensinar razão e proporção* é resultado de uma pesquisa que buscou analisar possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada em atividades experimentais para o ensino de razão e proporção sobre o aprendizado de resolução de problemas de estudantes do 9º ano do ensino fundamental. Cabe a nós ressaltar que este material, foi aplicado e validado, positivo, mas pode ser utilizado por quem interessar e adaptado de acordo com as necessidades de ensino.

Neste caderno, sugerimos uma sequência de atividades de ensino voltados a prática profissional dos docentes de matemática, para que melhore ainda mais a prática docente em relação ao ensino de razão e proporção. Para elaborarmos as sequências de atividades nós nos apoiamos nas orientações da Metodologia de Ensino – Ensino por Atividades Experimentais (EMAE) de Sá (2019 e 2020); Mafra e Sá (2023).

Para elaborarmos esse caderno de atividades levamos em consideração nossa experiência profissional como docente do ensino fundamental – anos finais de escola pública ao percebermos a ineficácia no ensino de matemática em atingir o aprendizado de uma parcela maior dos educandos e incluir o conteúdo de razão e proporção como prioridade no ensino da educação básica, pois, mesmo que a BNCC já a tenha incluído em sua normativa como conhecimento básico que o aluno deva adquirir, nem sempre ocorre, seja por falta de tempo, pelo não domínio do conteúdo, pela falta de metodologia de ensino ou crença de não relevância do objeto matemático em pauta.

Observação esta que Quitembo e Domingas (2020, p.2) também ressaltam em sua pesquisa e dizem que “[...]alguns tópicos específicos do conteúdo matemático são colocados no segundo plano por alguns professores

por não se sentirem confortados para os ensinar aos seus alunos”. Ademais, Quitembo e Domingas (2020) acreditam que:

“[...]as constantes reclamações de professores sobre as debilidades dos alunos, fundamentalmente em relação ao conceito de função, podem estar associadas ao fraco desenvolvimento do conceito de proporcionalidade nas suas diversas formas de utilização[...]” (Quitembo e Domingas, 2020, p.2).

Com isso entendemos ser importante este caderno além de trazer a razão e proporção, temos a sugestão de seu ensino por meio de Atividades Experimentais. Terezinha Nunes (2003) em uma entrevista concedida a revista nova escola destaca a necessidade do ensino/aprendizado da proporcionalidade, pois acredita que é o conceito central da matemática:

“Qual é a principal falha do ensino da Matemática hoje?
É a proporcionalidade, questão central que envolve tanto frações como multiplicação, está presente em todas as ciências e faz parte do dia-a-dia de qualquer pessoa, seja no trabalho, seja em casa. O conceito, bastante simples na sua origem, nada mais é do que a relação entre duas variáveis. Para compreendê-lo, fazemos uma relação com a multiplicação, mas a escola não. Lá no início da escolarização, as primeiras noções de proporção deveriam aparecer junto com os conceitos de multiplicação. Mas muitos professores ensinam essa operação básica apenas como uma “adição repetida” de parcelas. E não fazem relação com a noção de proporção. A adição repetida de parcelas não mostra o sentido de proporção que existe por trás dessa conta. Depois, só na 5ª série a proporção aparece, num capítulo isolado” (Terezinha Nunes, 2003).

Este caderno de atividades se torna ainda mais útil ao percebemos que foi estruturado de forma que, ao passo o aluno realiza as ações proposta nas atividades, ele se torna o protagonista de seu aprendizado conceitual, favorecendo seu aprendizado de forma significativa, mas de toda forma a figura do professor ainda é primordial para mediar o ensino, conduzir e verificar os procedimentos executados, mesmo que as atividades propostas no caderno possibilite autonomia aos alunos.

Contudo, nossa pretensão não é sugerir este caderno de atividades como um manual de aplicação, tão pouco dizer que nele consta todas possibilidades de aplicações para o conteúdo de razão e proporção ou que por meio deste sanaremos todas as dificuldades em relação ao ensino/aprendizado dos estudantes. Mas garantimos que este caderno pode ser uma ferramenta de apoio pedagógico capaz de favorecer o ensino/aprendizagem dos educandos no que tange o objeto matemático: razão e proporção.

REFERENCIAL TEÓRICO

As atividades¹ que constam neste caderno foram elaboradas de acordo com a estrutura da metodologia de ensino – EMAE, baseada em estudos de autores como Sá (2019 e 2020); Mafra e Sá (2023), pois, nos indicam e mostram possibilidades de ensino baseadas em atividades experimentais.

Partindo desse princípio e, considerando a tese do “EMAE” defendida por Sá (2019, 2020), Mafra e Sá (2023), como tendência metodológica, capaz de contribuir na dinâmica de aprimoramento no ensino matemático é possível construir uma relação dialógica e experimental na qual o estudante torna-se capaz de se apropriar dos saberes e conhecimentos, a partir de processos de aprendizagens que envolvem e correlacionam interação entre o desenvolvimento do pensamento, articulado a construção de experiências educacionais práticas, conforme afirma Sá (2020):

“[...]ensino de matemática por atividade experimental é um processo didático desenvolvido por meio da realização de tarefas, envolvendo material concreto ou ideias, elaboradas pelo professor com objetivo de levar estudantes ao encontro com um conhecimento/conteúdo matemático específico após a realização da tarefa, do registro de resultados, análise e elaboração de reflexões sobre os resultados obtidos que culmina com a sistematização ou institucionalização de um conteúdo matemático” (Sá, 2020, p.155).

Esta tendência metodológica de ensino foi favorecida pela teoria da atividade, que de acordo com autores como Vygotsky, Leontiev e Engeström por exemplo tem significados relacionados a momentos histórico diferentes e que, portanto, chegam a se apoiar em ideias de que se complementam, Vygotsky (2007) relaciona atividade como atividade mediada por signos e ferramentas, Leontiev (1983, 2004) relaciona atividade como atividade coletiva, base da consciência humana, já Engeström (2013) considera que a atividade aparece como sistema de atividades em transformação.

Neste sentido Moreira, Pedrosa e Pontelo (2011), ao analisarem a relação entre atividade e prática educativa, elucidam que um ambiente de

¹ Destacamos que utilizaremos o termo “atividade” para designar um conjunto de tarefas que deverão ser realizadas por meio de ações, com a pretensão de alcançar objetivos descritos de forma clara.

aprendizagem organizado implica existência de intenção para promoção adequada de aprendizagem, com isso, a materialização dessa atividade se concretizará em uma relação de dependência que será construída a partir das experiências vividas tanto pelo professor quanto pelo aluno, articuladas as demais características presentes no ambiente.

A partir desse entendimento podemos dizer que este caráter previamente organizado e o caráter socialmente construído se fundem e formam uma prática educativa que segundo Moreira, Pedrosa e Pontelo (2011, p. 17) “[...]constitui um ambiente de aprendizagem desde a sua organização inicial, fundada em certa concepção de aprendizagem, até a sua realização singular[...].”

Então, para se ter compreensão efetiva das práticas educativas deve-se fazer uso da Teoria da Atividade a qual segundo Moreira *et al* (2011, *apud* Ferreira, 2009) “apresenta-se como um referencial capaz de descrever e analisar práticas educativas constitutivas de ambientes de aprendizagem diversos, na complexidade de seus elementos e da relação entre eles”.

De acordo com Moreira *et al* (2011), atividade no sentido de práticas educativas constitui-se como:

[...]significado de uma atividade como expressão do conteúdo, da articulação das ações que constituem a atividade e dos objetivos explícitos dessas ações. Ao participar de uma atividade, o indivíduo realiza ações, consciente de seus objetivos e, portanto, apropria-se de alguma forma do seu significado. Entretanto, o sentido que o indivíduo atribui às ações, ao seu conteúdo e objetivo está relacionado às necessidades que o levam a participar de uma atividade. Essas necessidades direcionadas ao motivo/objeto da atividade envolvem expectativas pessoais, o papel que se atribui o indivíduo nesse processo, o que ele realmente espera obter com o resultado da atividade e as determinações das relações sociais do sistema de atividade no qual se insere (Moreira *et al*, 2011, p.22).

Moreira *et al* (2011), consideram que a partir da apropriação da atividade:

A referência básica do processo de ensino são os objetos científicos (os conteúdos ou os temas) que precisam ser apropriados pelos sujeitos aprendizes mediante a descoberta de um princípio interno do objeto e daí, reconstruídos sob forma de conceito na atividade conjunta entre professores e estudantes (Moreira *et al*, 2011, p.22).

Sá (2019, 2020), Mafra e Sá (2023), buscam em seus trabalhos dar ênfase no ensino por atividades mostrando possibilidades de ensino por

atividades experimentais que permitam os estudantes a realizarem ações que possam refletir e buscar conceitos ou resultados operatórios. Saindo do modelo tradicional onde a oralidade constitui a forma predominante de ensino, adotando o estudo por atividades experimentais como meio em que o aluno possa agir para descobrir uma informação gerando saberes e conhecimentos significativo para si mesmo. De acordo com Sá (2019):

Bruner atribuiu uma grande importância a atividade direta dos indivíduos sobre a realidade e adiciona que condição indispensável para aprender uma informação de maneira significativa é ter a experiência pessoal de descobri-la. Daí inicia a proposta do ensino por descoberta que hoje consideramos ter dado origem ao que denominamos de ensino de Matemática por Atividade (Cálciz, 2011 apud Sá, 2019, p.15).

Segundo Sá (2019), “As técnicas associadas ao método da descoberta por Hennig (1986) foram: **redescoberta, problema e projeto**”. As quais considera que:

- 1ª: Aprender por descoberta é aprender a aprender.
- 2ª: Aprender por descoberta é auto motivador e auto gratificante.
- 3ª: Aprender por descoberta aumenta a capacidade de pensar e de raciocinar.
- 4ª: Aprender por descoberta facilita a transferência e memorização.

O Ensino por Atividade, em específico o ensino de matemática por atividades experimentais defendido por Sá (2019, 2020), Mafra e Sá (2023), tem as características que garantem condições ao ensino e aprendizado do aluno, pois;

- 1) É diretivo
- 2) Tem compromisso com o conteúdo;
- 3) Tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo;
- 4) É estruturado
- 5) É sequencial
- 6) Não está necessariamente associado à resolução de problemas
- 7) Leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes
- 8) Os resultados são institucionalizados ao final da atividade

9) Não dispensa a participação do professor

10) É adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos.

11) É iterativo entre estudantes e professor.

Diante dessas características Sá (2019, p.17) considera que “Essas características do ensino de matemática por atividades distingue-o das demais tendências e justifica o fato se esta poder ser acrescentada ao rol das tendências em Educação Matemática”. Sua aplicação ocorre por meio de atividades por conceituação ou atividades por redescoberta desenvolvidos em modelos de demonstração ou experimental. Assim Mafra e Sá (2023) consideram que:

[...] *atividade de conceituação* (está relacionada ao reconhecimento de um determinado conceito matemático numa situação vivenciada, em que, uma vez identificado o conceito, a atividade também visa a sua apuração para que o aprendiz obtenha um entendimento mais profundo dele) ou de uma *atividade de redescoberta* (diz respeito as possíveis inferências e articulações de novos conhecimentos, pelo aprendiz, com base em ações exploratórias visando o relacionamento de um novo conceito com outros conceitos da sua base cognitiva, ou seja, seus conhecimentos anteriores) (Mafra e Sá, 2023, p.11).

Sá (2019, 2020), Mafra e Sá (2023), defendem que no modelo experimental é o professor que elabora a atividade e o aluno executa, mas é importante destacar que é o professor quem irá dirigir as ações. Já no modelo de demonstração, é o professor que realiza as ações e os alunos devem anotar os resultados para depois interagirem e chegarem no resultado que foi objetivado na atividade proposta.

Com tudo, cabe ressaltar que apesar da existência de um conjunto de procedimentos teórico metodológicos que contribuem para o estímulo do aprendizado articulados a busca, produção e ressignificação dos saberes e conhecimentos, permanece sendo fundamental a mediação adequada do professor no desenvolvimento da prática docente.

Atividade de Conceituação

A atividade de conceituação segundo Sá (2019, 2020), Mafra e Sá (2023), deve ser organizada didaticamente em momentos como: **organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.**

A **organização** é o momento da formação das equipes, o professor deve orientar as ações e a formação das equipes, sempre que possível deve-se realizar as atividades em grupos de 2 a 4 pessoas e se de repente algum aluno não queira fazer parte de um grupo o professor com cuidado deverá tentar fazer com que o aluno participe de um grupo, mas, não pode pressionar e caso não consiga convencê-lo, deve permitir sua participação individual.

Apresentação é o momento no qual o professor irá distribuir o material da atividade e o roteiro, orientar os estudantes sobre os procedimentos necessários para realizar as atividades.

No momento da **execução**, o estudante irá manipular os materiais apresentados e seguir os procedimentos do roteiro além de realizar a ação para obter os resultados esperados. Devem fazer isso de forma livre, porém, o professor deve estar sempre dirimindo as ações em caso de dúvidas quanto os procedimentos, até mesmo para que não percam o foco e tempo com conversas paralelas, por exemplo.

O **registro** é o momento em que cada equipe deverá registrar os resultados obtidos, ou seja, fazer a sistematização das informações no espaço destinado no roteiro.

A **análise** é o momento em que as equipes devem analisar os resultados que registraram, a fim de identificar características do objeto matemático em estudo para conceituá-lo ou defini-lo a partir dos resultados que registraram. Caso as equipes não consigam identificar uma relação válida que consigam conceituar ou definir o objeto, mesmo com indagações propositivas do professor a tal finalidade, deve-se deixar então para o momento da institucionalização.

E por fim chega-se ao momento da **institucionalização**, a hora de um aluno por equipe expor na lousa as observações registradas no roteiro e a partir delas o professor apresentará o conceito ou definição geral do objeto de acordo com o objetivo da atividade planejada. Posteriormente deve realizar outras atividades que estimulem o objeto matemático trabalhado.

Além da organização didática apresentada acima, Sá (2019, 2020), Mafra e Sá (2023), dizem que o planejamento ocorre em etapas, basicamente em momentos como: **determinação, construção do objetivo, elaboração do procedimento, seleção do material, elaboração do espaço de registro,**

previsão de observações, previsão de institucionalização, elaboração do roteiro e verificação.

O momento da **determinação** é quando o professor irá escolher a definição/conceito do objeto matemático desejado. É importante anotar para que não haja disparidade do que se pretende definir ou conceituar.

A **construção do objetivo** é o momento que será descrito o que se pretende alcançar com a atividade, no entanto, deve ser colocado de forma implícita o conceito ou definição, mas que o aluno será capaz de fazer essa relação após finalizar a atividade. Na pretensão de trabalhar razão e proporção, por exemplo, um objetivo para uma atividade poderá ser: “Conceituar proporção”.

Para o momento da **elaboração do procedimento** o professor deve ter atenção ao objetivo que pretende alcançar e a partir disso, propor ações que norteiem os estudantes a observarem e serem capazes de estabelecer uma relação com o objeto matemático escolhido.

No momento da **seleção do material** será elaborado os materiais necessários para o desenvolvimento da atividade que dependerá das ações descritas no procedimento.

Quanto a **elaboração do espaço de registro** será o momento em que se organiza o espaço na atividade para anotações esperadas e até mesmo para anotações não esperada, mas que podem ser necessárias e utilizadas pelos alunos para chegarem a uma possível resposta.

Em relação ao momento da **previsão de observações** é a hora que o professor pensará em quais observações irão surgir após os registros nos espaços, podendo conter possíveis observações, válidas e inválidas, até mesmo observações válidas não-desejadas e inválidas não-previstas.

Diante do momento da **previsão de institucionalização** o professor deverá ter condições para agir diante das possíveis observações, válidas-desejadas, inválidas, válidas não-desejadas e então utilizar para descrever um conceito padrão.

A **elaboração do roteiro** é o momento em que o professor descreve sua atividade e nessa elaboração do roteiro deverá ter: Título, Objetivo, Material,

Procedimento, espaço de registro, espaço de observação (sem necessidade de expressar quantidades de linha) e o espaço de conclusão.

O momento da **verificação** é a hora em que o professor irá seguir o roteiro para realizar a atividade e verificar se a partir dela é possível chegar as características do objeto definido e se os materiais estão de acordo com o necessário e finalmente poderá finalizar o roteiro.

Sempre o professor deverá conduzir a institucionalização, pedindo ao final de cada atividade para que um aluno de cada equipe exponha no quadro as observações e daí apresentará o conceito padrão da turma, considerando as observações válidas-desejadas, inválidas, válidas não-desejadas, da turma.

Atividade de Redescoberta

A atividade de redescoberta, segundo Sá (2019, 2020), Mafrá e Sá (2023), pode ser organizada didaticamente em momentos como: **organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização**.

A **organização** é o momento da formação das equipes, o professor deve orientar as ações e a formação das equipes, sempre que possível deve-se realizar as atividades em grupos de 2 a 4 pessoas e se de repente algum aluno não queira fazer parte de um grupo o professor com cuidado deverá tentar fazer com que o aluno participe de um grupo, mas, não pode pressionar e caso não consiga convencê-lo, deve permitir sua participação individual.

Apresentação é o momento no qual o professor irá distribuir o material da atividade e o roteiro, orientar os estudantes sobre os procedimentos necessários para realizar todas as tarefas propostas.

No momento da **execução** o estudante irá manipular os materiais apresentados, seguir os procedimentos do roteiro e realizar a ação para obter os resultados esperados, devendo fazê-la de forma livre e com auxílio do professor que precisa estar sempre dirimindo as ações em caso de dúvidas quanto os procedimentos, até mesmo para que não percam o foco e tempo com conversas paralelas por exemplo.

O **registro** é o momento em que cada equipe deverá registrar os resultados obtidos ou seja fazer a sistematização das informações no espaço destinado no roteiro.

A **análise** é o momento em que as equipes devem analisar os resultados que registraram, a fim de identificar características do objeto matemático em estudo para conceituá-lo ou defini-lo a partir dos resultados que registraram. Caso as equipes não consigam identificar uma relação válida que consigam conceituar ou definir o objeto, mesmo com indagações propositivas do professor a tal finalidade, deve-se deixar então para o momento da institucionalização.

E por fim chega-se ao momento da **institucionalização**, a hora de um aluno por equipe expor na lousa as observações registradas no roteiro e a partir delas o professor apresentará o conceito ou definição geral do objeto de acordo com o objetivo da atividade planejada. Em seguida a partir das considerações da turma será feita a conclusão da turma.

Sá (2019, p. 37-38), considera as recomendações de Henning (1994) em que o planejamento deve ocorrer em etapas, basicamente em momentos como: **“determinação do resultado desejado, construção do objetivo, produção do material, elaboração do procedimento, elaboração do espaço de registro, elaboração do desafio, verificação, previsão da institucionalização e elaboração do roteiro.”**

O momento da **determinação do resultado desejado** é quando o professor irá escolher o resultado que se pretende alcançar a definição/conceito do objeto matemático desejado, e o enunciado que se espera para definir ou conceituar.

A **construção do objetivo** é o momento que será descrito o que esse pretende alcançar com a atividade, no entanto, deve ser colocado de forma implícita o conceito ou definição, mas que o aluno seja capaz de fazer essa relação após finalizar a atividade.

No momento da **produção do material** será feito a seleção ou elaboração dos materiais necessários para o desenvolvimento da atividade que dependerá das ações descritas no procedimento, podendo até mesmo não existir material necessário.

Para o momento da **elaboração do procedimento** o professor deve ter atenção ao objetivo que pretende alcançar e a partir disso, propor ações instruídas em tópicos com linguagem clara, precisa e que norteiem os estudantes

a observarem e serem capazes de estabelecer uma relação com o objeto matemático escolhido.

Quanto a **elaboração do espaço de registro** será o momento em que se organiza o espaço na atividade para anotações produzidas durante a atividade, mas que podem ser necessárias e utilizadas pelos alunos para chegarem a uma possível resposta, esse espaço geralmente é um quadro com linhas e colunas.

O momento da **elaboração do desafio** é hora da construção de questão que seja explícita a relação das características do objeto e que faça com que o aluno possa sistematizar essa relação. A questão poderá perguntar: como obter os resultados mais rapidamente? Ou pode por um espaço para observações.

A **elaboração do roteiro** é o momento em que o professor descreve sua atividade. Nessa elaboração do roteiro deverá ter: Título, Objetivo, Material, Procedimento, espaço de registro, espaço de observação (sem necessidade de expressar quantidades de linha) e também o espaço de conclusão.

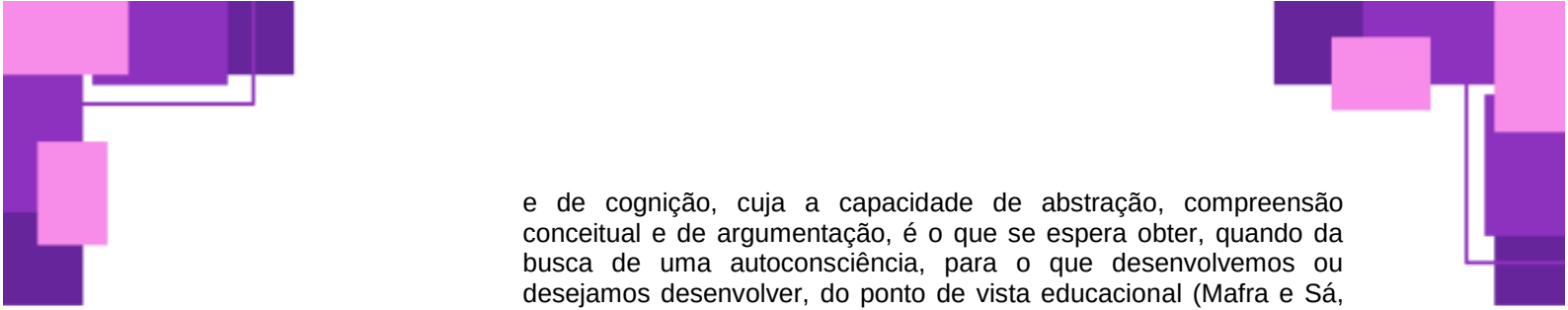
O momento da **verificação** é a hora em que o professor irá seguir o roteiro para realizar a atividade e verificar se a partir dela é possível chegar as características do objeto definido e se os materiais estão de acordo com o necessário.

Em relação ao momento da **previsão da institucionalização** é a hora que o professor irá pensar e elaborar possíveis questões que irão auxiliar os alunos a realizarem uma conclusão plausível a partir dos resultados esperados. Vale ressaltar que as questões dependem dos objetivos e procedimentos de cada atividade. Algumas questões que podem ser exemplificadas são;

- 1)Quais das conclusões registradas no quadro permitem que alguém que não participou da atividade entenda o resultado obtido?
- 2)O que foi realizado na atividade?
- 3)O que foi observado/descoberto na atividade? (SÁ, 2019. p.40)

É fundamental destacar que esse tipo de atividade proposta por Sá (2019, 2020); Mafra e Sá (2023), desenvolvida com interação coletiva, a ação da atividade experimental produzirá conhecimento, pois haverá:

[...]diálogos e ações com base no que se quer obter, como por exemplo, registros simbólicos e cooperação educativa entre alunos, e movimentos internos e intrínsecos às funções psicológicas superiores



e de cognição, cuja a capacidade de abstração, compreensão conceitual e de argumentação, é o que se espera obter, quando da busca de uma autoconsciência, para o que desenvolvemos ou desejamos desenvolver, do ponto de vista educacional (Mafra e Sá, 2023, p.15).

Através desses direcionamentos propostos acreditamos ser possível utilizar atividades de conceituação e redescoberta para ensinar razão e proporção ou outro conteúdo curricular, com esse tipo de atividades experimentais os alunos tentem a observar, refletir, discutir e concluir um conceito, definição, propriedade ou uma relação. Ao envolver a experimentação contribuimos de forma mais significativa no desenvolvimento cognitivo do aluno na descoberta do conhecimento matemático.

ORIENTAÇÕES SOBRE O USO DO MATERIAL

Este caderno de atividades, foi organizado como ferramenta de apoio pedagógico aos docentes de matemática que buscam desenvolver o ensino de razão e proporção de forma diferenciada ou aprimorar seu fazer pedagógico.

Buscamos criar e adaptar sugestões de atividades que pudesse ser posta em prática, com situações/problemas que despertassem o interesse no estudante e se sentissem familiarizados com a aplicação do conteúdo em diversas situações propostas e ainda colaborasse com a prática docente e o aprendizado do educando.

Para isso adaptamos de Batista (2018) 13 questões com atividades de ensino orientadas, organizamos mais 3 listas com questões de aprofundamento e ainda pesquisamos questões do ENEM que podem ser utilizadas também como questões de aprofundamento. As atividades de ensino estão distribuídas conforme mostramos no quadro 1.

Quadro 1: Distribuição das atividades de ensino.

Atividade de Ensino	Título		Objeto matemático relacionado
Atividade 01	Conceito de razão		Razão
Atividade 02	Razões inversas		
Atividade 03	Razões equivalentes		
Atividade 04	Razões especiais:	Escalas	
Atividade 05		Densidade demográfica	
Atividade 06		Velocidade Média	
Atividade 07	Porcentagem como uma razão.		
Atividade 08	Conceito de proporção		Proporção
Atividade 09	Proporcionalidade (grandezas diretamente proporcional e inversamente proporcional)		
Atividade 10	Propriedade fundamental das proporções		
Atividade 11	Propriedade aditiva da proporção I		
Atividade 12	Propriedade aditiva da proporção II		
Atividade 13	Propriedade aditiva da proporção III		

Fonte: Elaborado pelos autores.

Orientamos que aos docentes que se interessarem por este caderno de atividades possam se sentir à vontade para realizar as adaptações que achar pertinente ao nível de aprendizado, os interesses, enfim o perfil de seus alunos e objetivos pretendidos, considerando as orientações e estrutura do ensino por

atividades experimentais até mesmo para o ensino de outros objetos matemáticos.

Todas as atividades que constam neste caderno possuem, título, objetivo, material e procedimentos e seguem de acordo com a sequência necessária para a evolução do aprendizado conceitual e procedimental de razão e proporção. No quadro 2, mostraremos uma possível organização para o desenvolvimento das atividades e o que pretendemos com a aplicação da atividade.

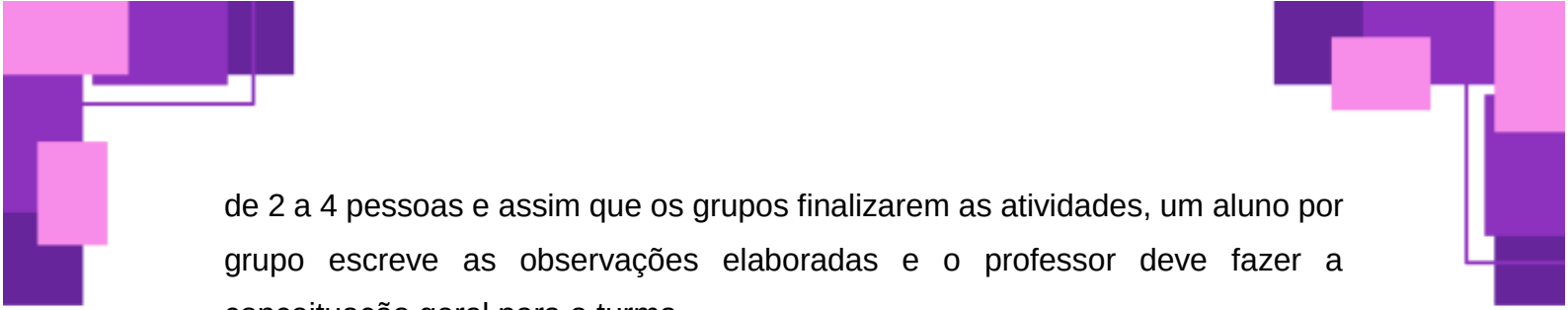
Quadro 2: Organização e pretensão de aprendizado com a atividade

Atividade	O que pretendemos com a atividade
Atividade 01: Razão em matemática	Que os alunos identifiquem uma semelhança entre as diferentes notícias que trabalham com a ideia de razão retiradas de diversos meios, as quais estão sempre comparando as medidas de duas grandezas e consigam assimilar razão como sendo uma fração na qual tem-se a comparação da parte e o todo como duas grandezas, ou quociente
Atividade 2: Razões Inversas	Que os alunos verifiquem a regularidade do produto de duas razões e consigam perceber que quando o produto de duas razões é igual a 1, as duas razões são inversas
Atividade 3: Razões Equivalentes	Que os alunos identifiquem que a partir de cada situação é proposta dois problemas para serem representadas por razões e que ao simplificarem estas ao máximo chegarão a uma mesma razão e ao preencherem a tabela eles irão identificar e sintetizar quando as razões são equivalentes ou não, percebendo que ao relacionarem uma razão com a outra multiplicando ou dividindo todas as partes da razão pelo mesmo número, terão duas razões equivalentes
Atividade 4: Escalas	Que os alunos identifiquem em cada situação a relação existente entre a distância no mapa e a distância na realidade, comparando o comprimento real com o comprimento na ampliação ou redução no desenho. E que a partir disso descubra a relação de que a razão entre a medida linear no mapa e a medida linear real é denominada escala do mapa
Atividade 5: Densidade demográfica	Que os alunos identifiquem em cada situação a razão entre o número de habitantes e a área ocupada, e ao ver esta ocorrência estabeleça uma relação entre a razão especial: Densidade demográfica
Atividade 6: Velocidade Média de um corpo em movimento	Que os alunos identifiquem em cada situação a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto, e estabeleça uma relação entre a distância percorrida e o tempo gasto de um determinado objeto móvel além de descobrir como se calcula a distância percorrida por determinado móvel e o tempo gasto em determinado percurso, de acordo com cada situação e por isso estas razões são denominadas razão especial: Velocidade Média

Atividade 7: Porcentagem	Que os alunos identifiquem que a fração de denominador 100 é considerada uma razão denominada porcentagem e percebam que para realizar seu cálculo percentual basta multiplicar a quantidade pelo numerador(antecedente) e dividir por 100
Atividade 8: Razão e proporção	Que os alunos identifiquem a equivalência de razões presentes nas duas situações apresentadas no quadro e com isso possam introduzir a ideia de proporção a partir da equivalência de razões, ou seja, consigam compreender quando duas razões formam uma proporção e então conceituar que uma proporção é a igualdade entre duas ou mais razões
Atividade 9: Grandezas Diretamente Proporcionais, Grandezas Inversamente Proporcionais	Que os alunos estabeleçam uma relação entre os valores de cada coluna ou linha dos quadros apresentados, percebendo que: - “duas grandezas de variáveis dependentes são diretamente proporcionais quando a razão entre os valores da 1ª grandeza é igual a razão entre os valores correspondentes da 2ª grandeza, ou seja, quando o valor de uma grandeza dobra, triplica, fica a metade, o da outra também dobra, triplica, fica a metade”, - “duas grandezas de variáveis dependentes são inversamente proporcionais quando a razão entre os valores da 1ª grandeza é igual ao inverso da razão entre os valores correspondentes da 2ª, ou seja, uma grandeza aumenta à mesma proporção que a outra diminui e vice-versa”
Atividade 10: Propriedade fundamental das proporções	Que os alunos percebam que ao realizar o cálculo do produto dos extremos e o produto dos meios das razões dadas, descubram que os resultados serão iguais quando as razões formam uma proporção ou que em uma proporção o produto dos meios é igual ao produto dos extremos
Atividade 11: Propriedade aditiva da proporção	Que os alunos descubram que quando duas razões formam uma proporção, então podemos ter outra proporção na qual a soma dos dois primeiros termos está para o 1º termo, assim como a soma dos dois últimos termos está para o 3º termo
Atividade 12: Propriedade aditiva da proporção	Que os alunos descubram que quando duas razões formam uma proporção, podemos ter outra proporção na qual a soma dos dois primeiros termos está para o 2º termo, assim como a soma dos dois últimos termos está para o 4º termo
Atividade 13: Propriedade aditiva de uma proporção	Que os alunos descubram que dadas duas razões proporcionais, ao somarem os antecedentes e os consequentes dessas razões, a soma entre eles também pode formar uma proporção com cada uma das duas razões dadas inicialmente, ou seja, a soma dos antecedentes (1º e 3º termos) está para a soma dos consequentes (2º e 4º termos) assim como está para as os antecedente e consequentes de cada razão

Fonte: Elaborado pelos autores.

Assim as atividades devem ser desenvolvidas uma de cada vez, e preferivelmente em grupos, a quantidade de alunos em cada grupo pode variar



de 2 a 4 pessoas e assim que os grupos finalizarem as atividades, um aluno por grupo escreve as observações elaboradas e o professor deve fazer a conceituação geral para a turma.

As atividades de aprofundamento devem ser aplicadas ao final da aplicação das 13 atividades, de ensino ou conforme achar mais viável para fixarem o conteúdo. Vale ressaltar que podem elaborar além dessas, outras atividades, caso haja necessidade de complementar o ensino.

Adiante, apresentaremos nossas sugestões de atividades de ensino para razão e proporção bem como as atividades de aprofundamento, além de dicas, a ordem apresentada está na sequência que as aplicamos aos estudantes do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública, no município de Novo Repartimento.

ATIVIDADE 1

Título: Razão em matemática

Objetivo: Introduzir o conceito de razão

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta

Procedimentos:

- Leia a folha de notícias juntamente com o quadro informativo e faça o que se pede em seguida.

FOLHA DE NOTÍCIAS	
"Um brasileiro é vítima de fraude de identidade a cada 20 segundos"	"A cada 10 pessoas no Brasil, 6 estão acima do peso"
"Nove entre dez adolescentes usam jeans"	"O Estado (Pará), no entanto, ainda representa apenas 2% do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro [...]"
"Serão sorteados 300 telefones celulares entre 2100 inscritos na promoção"	"A área social é o grande problema a ser enfrentado no Pará. Mais um exemplo acaba de ser divulgado pelo Ministério da Saúde: em 2012 a cada mil crianças que nascem no Pará, 24 morrem antes de completar cinco anos".
"De cada 9 clientes 6 usam o cartão de crédito interno da loja"	
"Em 2017, de cada 3 desempregados no mundo, um será brasileiro"	
Em matemática a expressão "Para cada torcedor do time x existem 5 torcedores do time y." é equivalente a dizer que a razão entre os torcedores dos times X e Y é de 1 para 5 ou que na situação 1 está para 5 que pode ser representado por $1 \div 5$ ou $\frac{1}{5}$	

- Analise as situações a seguir e escreva a razão correspondente entre os elementos envolvidos em cada situação.

Situação 1: Santa Catarina tem a maior sobra de homens solteiros. Para cada 100 mulheres solteiras existem 122 homens na mesma condição.

Razão correspondente:

Situação 2: Em Novo Repartimento de cada 1000 crianças que nascem aproximadamente 25 não sobrevivem.

Razão correspondente:

Situação 3: Três de cada dez brasileiros são ateus.

Razão correspondente:

Situação 4: A gasolina teve um aumento de 7%.

Razão correspondente:

Situação 5: Em uma cidade, 30% dos moradores são estrangeiros.

Razão correspondente:

Situação 6: 94% dos brasileiros que tem contato com notícias ou informação na rotina, consideram importante checar as notícias.

Razão correspondente:

Situação 7: As principais fontes de informações atuais, para 7% das pessoas são as fontes digitais como: Twitter, Instagram, Facebook, LinkedIn e YouTube.

Razão correspondente:

Situação 8: A cada 4 brasileiros, 1 se declara portador de alguma deficiência.

Razão correspondente:

Situação 9: Nove entre dez crianças assistem desenho animado.

Razão correspondente:

Situação 10: No Brasil o número de mulheres supera o de homens, em média de 95,6 homens para cada 100 mulheres.

Razão correspondente:

Na razão $\frac{3}{4}$ o três é denominado de **antecedente** e o quatro de **consequente**.

- Dê 05 exemplos de situações que envolvem a ideia de razão.

- Para cada razão a seguir identifique o antecedente e o consequente

1) Na razão $\frac{2}{5}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

2) Na razão $\frac{1}{2}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

3) Na razão $\frac{4}{5}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

4) Na razão $\frac{7}{8}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

5) Em $\frac{11}{13}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

6) Em $\frac{3}{6}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

7) Em $\frac{3}{7}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

8) Em $\frac{11}{25}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

9) Em $\frac{6}{7}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

10) Em $\frac{7}{9}$, o antecedente é _____ e o consequente é _____

- Preencha as lacunas:

a) Ao comparar a medida de duas grandezas estou trabalhando a ideia de _____. A ordem na representação de uma razão é importante e recebem o nome de _____ e _____ que podem ser representados na forma de _____.

Observações:



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja atento aos procedimentos que os grupos realizam.
- Caso os grupos tenham dificuldades para escrever as razões correspondentes em cada situação dada, leia com os estudantes a folha de notícia e o quadro informativo e incentive-os a representar as notícias em forma de razão.
- Observe a ordem que representaram as razões, pois, podem sentir dificuldades quanto a isso e reforce a importância da ordem a ser considerada.

ATIVIDADE 2

Título: Razões Inversas

Objetivo: Descobrir uma relação entre as razões que tem seus termos invertidos.

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta e se achar necessário podem fazer uso de calculadora.

Procedimento:

- Leia a o roteiro de atividade com o quadro abaixo e faça o que se pede.
- Preencha o quadro a seguir:

Razão 1	Razão 2	Produto das razões
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	
$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	
$\frac{9}{3}$	$\frac{3}{9}$	
$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	
$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{5}$	
$\frac{2}{4}$	$\frac{4}{2}$	
$\frac{7}{5}$	$\frac{5}{7}$	
$\frac{10}{8}$	$\frac{10}{8}$	
$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{7}$	

Observação:

--

Conclusão:

- De 5 exemplos de pares de razões inversas.
- De 5 exemplo de pares de razões que não são inversas.



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja atento aos procedimentos que os grupos realizam.
- Observem se os alunos não cometeram erros em seus resultados, pois poderão equivocar-se na operação de multiplicação, sendo levados ao erro quanto ao produto dos antecedentes ou consequentes.

ATIVIDADE 3

Título: Razões equivalentes

Objetivo: Introduzir o conceito de razões equivalentes

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta

Procedimento:

- Considere cada situação apresentada e responda o que lhe é solicitado

Situação 01: Num grupo de 10 torcedores do time o Cruzeiro, 06 são homens e de cada grupo de 20 torcedores do time do Vasco, 12 são homens. Qual dos times tem mais torcedores homens?

- Qual é a razão entre os torcedores do Cruzeiro que são homens e o total do grupo de torcedores do Cruzeiro? Simplifique ao máximo esta razão.
- Qual é a razão entre os torcedores do Vasco que são homens e o total do grupo de torcedores do Vasco? Simplifique ao máximo esta razão.
- Qual dos times tem mais torcedores homens?

Situação 02: De cada 08 profissionais da construção civil, 02 são mulheres e de cada 24 engenheiros, 06 são mulheres. Qual das profissões tem mais mulheres?

- Qual é a razão entre as profissionais da construção civil e os profissionais da construção civil de ambos os sexos? Simplifique ao máximo esta razão.
- Qual é a razão entre as engenheiras e os engenheiros de ambos os sexos? Simplifique ao máximo esta razão.
- Qual das profissões tem mais mulheres?

Situação 03: De cada 12 mulheres que tem câncer de mama, 02 morrem e de cada 06 mulheres que tem câncer de colo do útero, 01 morre. Qual dos dois tipos de câncer é mais mortal?

- a) Qual é a razão entre a mortalidade das mulheres e o câncer de mama? Simplifique ao máximo esta razão.
- b) Qual é a razão entre a mortalidade das mulheres e o câncer de colo do útero? Simplifique ao máximo esta razão.
- c) Qual dos dois tipos de câncer é mais mortal?

Situação 04: Três de cada dez brasileiros são ateus e nove de cada trinta italianos são ateus. Há mais ateus entre brasileiros ou italianos?

- a) Qual é a razão entre o número de brasileiros ateus e o número de brasileiros? Simplifique ao máximo esta razão.
- b) Qual é a razão entre o número de italianos ateus e o número de italianos? Simplifique ao máximo esta razão.
- c) Há mais ateus entre brasileiros ou italianos?

Situação 05: Nove entre dez crianças acessam a internet todos os dias e dezoito entre vinte adolescentes acessam a internet diariamente. Quem acessa mais a internet diariamente, as crianças ou os adolescentes?

- a) Qual é a razão entre o número de crianças que acessam a internet diariamente e o número de crianças? Simplifique ao máximo esta razão.
- b) Qual é a razão entre o número de adolescentes que acessam a internet diariamente e o número de adolescente? Simplifique ao máximo esta razão.
- c) Quem acessa mais a internet, diariamente, as crianças ou os adolescentes?

- Preencha o quadro a seguir:

Valores	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	Razão $\frac{a}{b}$ simplifica da ao máximo	Razão $\frac{c}{d}$ simplifica da ao máximo	As razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são iguais?	
					SIM	NÃO
$a = 1; b = 2; c = 4; d = 8$						
$a = 12; b = 18; c = 12; d = 16$						
$a = 2; b = 4; c = 8; d = 16$						
$a = 2; b = 6; c = 4; d = 12$						
$a = 6; b = 15; c = 4; d = 10$						
$a = 1; b = 2; c = 4; d = 8$						
$a = 4; b = 8; c = 3; d = 6$						

- Verifique quais dos pares de razões são equivalentes ou iguais:

1) $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{9}$

2) $\frac{2}{5}$ e $\frac{8}{20}$

3) $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{6}$

4) $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{9}$

5) $\frac{3}{5}$ e $\frac{9}{10}$

6) $\frac{10}{15}$ e $\frac{3}{30}$

7) $\frac{7}{14}$ e $\frac{1}{7}$

8) $\frac{6}{12}$ e $\frac{4}{24}$

9) $\frac{9}{10}$ e $\frac{18}{20}$

10) $\frac{9}{18}$ e $\frac{3}{6}$

Observação:



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja atento aos procedimentos que os grupos realizam.
- Verifiquem se os estudantes conseguiram representar de forma correta as razões de acordo com a ordem de seus termos, pois, podem equivocar-se e trocarem os termos.
- Caso haja equívocos na ordem dos termos, podem lembrá-los dos quadros informativos da atividade 01.
- Estimule-os a realizarem a leitura dos resultados das razões com suas unidades de medida.

ATIVIDADE 4

Título: Escalas

Objetivo: Conceituar escala

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta e se achar necessário podem fazer uso de calculadora.

Procedimento:

- Leia com atenção o texto apresentado a seguir
- Em seguida responda o que lhe é solicitado em cada situação

Um pouco sobre Escala: mapa do Brasil

Um mapa, como, por exemplo, o do Brasil, é uma representação do país, visto de cima, em tamanho reduzido e que preserva as relações de tamanho. Ou seja, as distâncias nos mapas são diretamente proporcionais às distâncias correspondentes na realidade. Qualquer mapa, planta ou maquete tem uma escala. A escala do mapa indica a razão ou o coeficiente de proporcionalidade entre as distâncias representadas e as distâncias reais. No mapa abaixo, a escala é de 1 cm para 485 km, isto é, cada 1 cm no mapa corresponde a 485 km (ou 48 500 000 cm) na realidade. Indica-se essa escala assim: $1 \div 48\,500\,000$ ou $\frac{1}{48\,500\,000} = 1\text{ cm} \div 485\text{ km}$ (Lê-se: um centímetro para quatrocentos e oitenta e cinco quilômetros.)



Nesse mapa, por exemplo, a distância em linha reta de Porto Alegre a Cuiabá é de 3,5 cm. Como calcular a distância real entre essas duas capitais?

Situação 01: Em um mapa cada cm linear corresponde a 10 m na realidade.

- a) Qual é a razão entre a distância linear no mapa e a distância na realidade?
- b) Se a distância entre duas cidades A e B no mapa é 3 cm qual é a distância real entre as cidades?
- c) Como você fez para descobrir a distância real?

Situação 02: Em um mapa cada 2 cm linear corresponde a 10 km na realidade.

- a) Qual é a razão entre a distância linear no mapa e a distância na realidade?
- b) Se a distância entre duas cidades A e B no mapa é 5 cm qual é a distância real entre as cidades?
- c) Como você fez para descobrir a distância real?

Situação 03: A distância entre duas cidades A e B é de 20.000 m. Sabendo que a cada 2 cm linear no mapa corresponde a 200 m na realidade. Responda:

- a) Qual é a razão entre a distância linear no mapa e a distância na realidade?
- b) Qual é a distância no mapa entre as cidades A e B?
- c) Como você fez para descobrir a distância no mapa?

Situação 04: A distância entre duas cidades A e B é de 90 km. Sabendo que a cada 3 cm linear no mapa corresponde a 10 km na realidade. Responda:

- a) Qual é a razão entre a distância linear no mapa e a distância linear na realidade?

b) Qual é a distância linear no mapa entre as cidades A e B?

c) Como você fez para descobrir a distância no mapa?

Situação 05: A distância entre a cidade A e a cidade B é de 400 km. Sabendo que em um mapa essa distância está representada por 20 cm. Responda:

a) Qual é a razão entre a distância linear no mapa e a distância linear na realidade? Simplifique ao máximo.

b) Se a distância entre duas cidades A e B no mapa é 10 cm qual é a distância real entre as cidades?

c) Como você fez para descobrir a distância real?

- Preencha o quadro a seguir com base nas informações das situações apresentadas.

Situações	distância no mapa	distância real	$\frac{\text{distância no mapa}}{\text{distância real}}$
Situação 1			
Situação 2			
Situação 3			
Situação 4			
Situação 5			

Observação:

--



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja atento aos procedimentos que os grupos realizam.
- Esteja sempre observando os procedimentos que os grupos realizam.
- Se atente se os estudantes estão utilizando corretamente as unidades de medidas, das distâncias dadas em cada situação.
- Observe se os estudantes utilizam as unidades de medidas ao encontrarem a resposta em cada situação dada, é importante para que percebam a relação de comparação das grandezas envolvidas.
- Estimule-os a realizarem a leitura dos resultados das razões com suas unidades de medida.

ATIVIDADE 5

Título: Densidade demográfica

Objetivo: Conceituar densidade demográfica.

Material: Folha de atividade, lápis ou caneta, calculadora

Procedimento:

- Leia com atenção o texto apresentado a seguir
- Responda o que lhe é solicitado em seguida preencha a tabela de situações

Densidade demográfica

Para saber quantidade de pessoas em certos eventos, são usados aparelhos próprios para este fim, como catracas, que registram a entrada das pessoas em estádios de futebol, em shows, etc. No entanto, no caso de missas em praça pública, comícios políticos, manifestações populares, feiras, etc., não é possível fazer a contagem com esses aparelhos. Como calcular então o número de presentes nesses eventos? Conhecendo a área em que o evento foi realizado e supondo o número de pessoas em cada metro quadrado, podemos estimar o número de pessoas presente. Chamamos de **densidade demográfica a razão entre a população de uma determinada região e a área dessa mesma região**. Esse dado permite calcular a distribuição da população residente em um determinado território, permitindo a verificação das áreas mais e menos povoadas.

Situação 01: Um comício político foi realizado em uma praça que tem 4 500 m².

Supondo que havia, em média, 8 pessoas por metro quadrado.

- Qual o número aproximado de pessoas nesse comício?
- Qual a razão entre o número de pessoas nesse comício e a área que foi realizado?

Situação 02: Na Feira de Exposição Agropecuária de Novo Repartimento (Fexpoanr) de 2022, na cidade de Novo Repartimento, realizada no Parque de Exposição do município ocupou aproximadamente 4000 m². Sabendo que havia, em média, 10 brincantes por metro quadrado.

- Qual o número aproximado de brincantes nessa feira?
- Qual a razão entre o número de brincantes e a área dessa Avenida?

Situação 03: Um ninho de formiga é habitado por cerca de 300 mil formigas em uma área de 100 m².

- a) Qual a razão entre a população de formigas e a área ocupada?
- b) Simplifique ao máximo a razão anterior, o que significa para você o resultado encontrado?

Situação 04: Na escola “Prof.^a Raimunda Tavares” o espaço da quadra de esportes possui 500 m², para cantar os Hinos em homenagem a semana da pátria reuniu em uma tarde 250 alunos nessa quadra.

- a) Qual a razão entre o número de alunos e a área da quadra da escola “Prof.^a Raimunda Tavares”?
- b) Simplifique ao máximo a razão anterior, o que significa para você o resultado encontrado?

Situação 05: Em uma missa realizada em praça pública compareceram cerca de 5 mil pessoas e ocuparam uma área de aproximadamente 900 m².

- a) Qual a razão entre o número de pessoas e a área dessa praça?
- b) Simplifique ao máximo a razão anterior, o que significa para você o resultado encontrado?

Situação 06: Em uma cidade há aproximadamente 90 mil habitantes e sua área territorial são de 30 mil km².

- a) Qual a razão entre o número de habitantes e a área da cidade?
- Simplifique ao máximo a razão anterior, o que significa para você o resultado encontrado?

- Preencha o quadro de situações

Situações	Número de habitantes	Área territorial	$\frac{\text{n}^\circ \text{ de habitantes (população)}}{\text{área}}$
Situação 1			

Situação 2			
Situação 3			
Situação 4			
Situação 5			
Situação 6			

Observação:



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja atento aos procedimentos que os grupos realizam.
- Esteja sempre observando os procedimentos que os grupos realizam.
- Observe se os alunos estão realizando as simplificações de forma correta, pois poderão sentir dificuldades quanto a isso.
- Verifique se os estudantes utilizam as unidades de medidas ao encontrarem a resposta em cada situação dada, é importante para que percebam a relação de comparação das grandezas envolvidas.
- Estimule-os a realizarem a leitura dos resultados das razões com suas unidades de medida.

ATIVIDADE 6

Título: Velocidade Média de um corpo em movimento

Objetivo: Conceituar Velocidade Média

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta

Procedimento:

- Leia com atenção a situação apresentada
- Responda o que lhe é solicitado

Situação 01: Um automóvel percorreu 320 km em 4 horas de viagem.

Responda:

- Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso?
- Divida a razão anterior, qual resultado foi obtido? O que esse resultado significa?

Situação 02: Ao realizar uma viagem em um carro por 140 quilômetros, demorei 2 horas para chegar em meu destino. Responda:

- Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso?
- Divida a razão anterior, qual resultado foi obtido? O que esse resultado significa?

Situação 03: Uma pessoa com hábito de praticar trilha percorre 13 km a pé em 2 h. Responda:

- Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso?
- Divida a razão anterior, qual resultado foi obtido? O que esse resultado significa?

Situação 04: Uma van percorre aproximadamente 72 km para ir de Novo Repartimento a Tucuruí. Sabendo que gastou um intervalo de 1,5 horas entre o percurso. Responda:

- Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso?

- b) Divida a razão anterior, qual resultado foi obtido? O que esse resultado significa?

Situação 5: Roberto saiu de casa dirigindo seu automóvel e fez uma viagem de 210 km por uma estrada praticamente retilínea. Chegando ao seu destino, reclamou de um trecho da estrada em que teve de viajar com velocidade de 70 km/h, que ele considerou baixa, por causa dos buracos. Responda:

- a) Qual o tempo que Roberto gastou para chegar ao seu destino?
- b) Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso?
- c) Divida a razão anterior, qual resultado foi obtido? O que esse resultado significa?

Situação 06: Um ônibus percorre 72 km para ir de Novo Repartimento a Tucuruí. Sabendo que andou a uma velocidade de 60km/h entre o percurso. Responda:

- a) Qual o tempo o ônibus levou para fazer o percurso?
- b) Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso?
- c) Divida a razão anterior, qual resultado foi obtido em horas? O que esse resultado significa?

Situação 07: Josafá saiu de sua casa, em Novo Repartimento dirigindo seu automóvel para ir até Marabá. Antes de chegar ao seu destino o pneu do carro furou, tendo que parar para trocar o pneu, ao olhar no painel do automóvel sua velocidade média marcava 70km/h e já havia percorrido 2 horas de tempo na estrada. Responda:

- a) Quantos quilômetros de distância Josafá percorreu até parar para trocar o pneu?
- b) Qual a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso?

c) Divida a razão anterior, qual resultado foi obtido? O que esse resultado significa?

Situação 8: Um carro fez um percurso a uma velocidade média de 75km/h em um tempo 1,2h. Responda:

a) Quantos quilômetros de distância o carro percorreu?

b) Qual a razão entre a distância percorrida e a velocidade média do carro?

c) Divida a razão anterior, qual resultado foi obtido? O que esse resultado significa?

- Preencha o quadro de situações

Situações	Distância percorrida	Tempo gasto	Velocidade média	Razão entre a distância percorrida e o tempo gasto	Resultado da razão entre a distância percorrida e o tempo gasto
Situação 1					
Situação 2					
Situação 3					
Situação 4					
Situação 5					
Situação 6					
Situação 7					
Situação 8					

Observação:

--



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja atento aos procedimentos que os grupos realizam.
- Verifique o resultado que encontraram, por meio das divisões ou multiplicação, necessários para chegarem ao resultado desejado, pois poderão sentir dificuldades.
- Observe se os estudantes utilizam as unidades de medidas ao encontrarem cada resposta, é importante para que percebam a relação de comparação das grandezas envolvidas.
- Estimule-os a realizarem a leitura dos resultados das razões com suas unidades de medida.

ATIVIDADE 7

Título: Porcentagem

Objetivo: Conceituar porcentagem

Material: Folha de atividade, lápis, caneta e calculadora.

Procedimento:

• Responda as questões abaixo:

1) Quanto é $\frac{1}{2} \times \frac{70}{1}$ é?

2) Quanto é $\frac{1}{3} \times \frac{150}{1}$ é?

3) Quanto é $\frac{2}{4} \times \frac{1000}{1}$ é?

4) Quanto é $\frac{2}{4} \times \frac{1240}{2}$ é?

5) Quanto é $\frac{3}{2} \times \frac{560}{2}$ é?

6) Quanto é $\frac{2}{5} \times \frac{2145}{1}$ é?

$\frac{1}{2} \times \frac{70}{1}$ é equivalente a $\frac{1}{2}$ de 70.
--

7) Quanto é $\frac{1}{4}$ de 1200?

8) Quanto é $\frac{2}{5}$ de 1600?

9) Quanto é $\frac{2}{3}$ de 2100?

10) Quanto é $\frac{1}{100}$ de 1000?

$\frac{1}{100}$ de 1000 é equivalente a “um por cento de 1000”

- 11) Quanto é dois por cento de 100?
- 12) Quanto é quatro por cento de 200?
- 13) Quanto é vinte por cento de 300?
- 14) Quanto é cinco por cento de 500?
- 15) Quanto é dez por cento de 250?
- 16) Quanto é por trinta por cento de 400?

A expressão “um por cento” é representada por 1%

- 17) Quanto é 5% de 400?
- 18) Quanto é 10% de 200?
- 19) Quanto é 15% de 500?
- 20) Quanto é 25% de 300?
- 21) Quanto é 20% de 100?
- 22) Quanto é 4% de 800?
- 23) Como se calcula 2% de 50?

- 24) Como se calcula 5% de 700?
- 25) Como se calcula 8% de 400?
- 26) Como se calcula 10% de 20?
- 27) Como se calcula 15% de 200?
- 28) Como se calcula 20% de 80?
- 29) Como se calcula 5% de uma quantidade C?
- 30) Como se calcula 10% de uma quantidade C?
- 31) Como se calcula 20% de uma quantidade C?
- 32) Como se calcula $i\%$ de 100?
- 33) Como se calcula $i\%$ de 200?
- 34) Como se calcula $i\%$ de 700?
- 35) Como se calcula $i\%$ de uma quantidade C?

Observação:



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja atento aos procedimentos que os grupos realizam.
- Observe se os estudantes realizaram a multiplicação das razões na ordem correta, pois podem equivocar-se nesse momento.
- Verifique se os estudantes ao calcularem a porcentagem de um valor, não esqueceram de dividir por 100.

ATIVIDADE 8

Título: Razão e proporção

Objetivo: Conceituar proporção

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta, calculadora se achar necessário

Procedimento

- Leia com atenção o texto a seguir referente a receita de um bolo de chocolate.

Receita de Bolo de Chocolate

Bolo de Chocolate

Ingredientes

08 ovos

12 xícara (chá) de óleo

01 xícara (chá) de água

01 colher (sobremesa) de essência de baunilha

02 xícaras (chá) de farinha de trigo

12 xícara (chá) de chocolate ou cacau em pó

03 xícaras (chá) de açúcar

01 xícara (chá) de amido de milho

02 colheres (sobremesa) de fermento em pó

Rendimento: 20 porções



- Leia com atenção cada enunciado:
 - ✓ Sérgio vai comemorar seu aniversário e convidou 40 pessoas.
 - ✓ No aniversário de Camila foram convidadas 80 pessoas.
- Agora, preencha o quadro a seguir estabelecendo a quantidade de ingredientes para preparar cada bolo em questão.

Ingredientes	Bolo da receita dada	Bolo de Sérgio	Bolo de Camila
Amido de milho			
Açúcar			
Farinha de trigo			
Fermento em pó			

Responda as questões a seguir:

- Qual a quantidade de amido de milho é necessária para fazer um bolo para 40 pessoas? E para 80 pessoas?
- Qual a quantidade de açúcar é necessária para fazer um bolo para 40 pessoas? E para 80 pessoas?
- Qual a quantidade de farinha de trigo é necessária para fazer o bolo de Sérgio, sabendo que ele convidou 40 pessoas? E o bolo de Camila?
- Se Sérgio convidasse 60 pessoas para sua festa de aniversário, como você calcularia a quantidade de ingredientes para que fosse preparado o bolo para 60 pessoas?
- Ao “dobrarmos” ou “triplicarmos” uma receita, o que acontecerá com a quantidade de ingredientes “dobram” ou “triplicam”?

- Preencha o quadro a seguir:

Razões (simplificada ao máximo)	Receitas			As razões encontradas são iguais?	
	Receita dada	Sérgio	Camila		
				SIM	NÃO
<u>Amido de milho</u>					
<u>Açúcar</u>					
<u>Açúcar</u>					
<u>Farinha de trigo</u>					

Amido de milho					
Fermento em pó					

Observação:

--



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja sempre observando os procedimentos que os grupos realizam.
- Observe se os estudantes preencheram o quadro corretamente.
- Verifique se os estudantes realizaram as simplificações de forma correta, pois poderão sentir dificuldades nesse momento.

ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 01

Lista de questões 01.

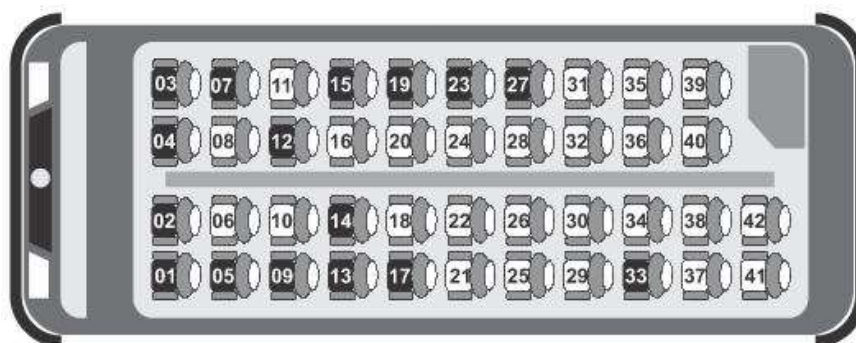
Título: Lista de questões sobre Razão

Objetivo: Exercitar os conhecimentos acerca de grandezas proporcionais ou não proporcionais, representação de razões e razões especiais (escala, velocidade média densidade demográfica, etc.)

Material: Roteiro de atividade de fixação, lápis ou caneta e calculadora.

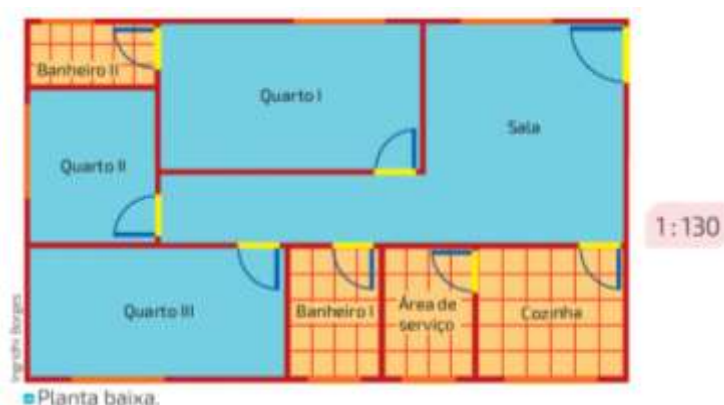
Procedimentos:

- Resolva as seguintes questões
- 1) (Pataro, 2018) - Verifique se em cada item as grandezas em destaque são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.
 - a) A **massa** de carne a ser comprada em um açougue e o **preço** a ser pago.
 - b) A **velocidade média** obtida ao se deslocar de uma cidade a outra e a **distância** entre essas cidades.
 - c) A **vazão** da mangueira de um caminhão-pipa e o **tempo** necessário para esvaziar o reservatório.
 - d) A **idade** e a **altura** de uma pessoa.
- 2) (ENEM -2020) Uma empresa de ônibus utiliza um sistema de vendas de passagens que fornece a imagem de todos os assentos do ônibus, diferenciando os assentos já vendidos, por uma cor mais escura, dos assentos ainda disponíveis. A empresa monitora, permanentemente, o número de assentos já vendidos e compara-o com o número total de assentos do ônibus para avaliar a necessidade de alocação de veículos extras.
Na imagem tem-se a informação dos assentos já vendidos e dos ainda disponíveis em um determinado instante.



A razão entre o número de assentos já vendidos e o total de assentos desse ônibus, no instante considerado na imagem, é:

3) (Pataro, 2018) - No encarte de propaganda do lançamento de um condomínio residencial, foi apresentada a planta baixa dos apartamentos.



De acordo com as informações, resolva as questões.

a) Nessa planta baixa, 5 cm correspondem a quantos metros do apartamento?

b) Para representar 5,2 m do apartamento, quantos centímetros da planta baixa são utilizados?

4) (Andrini, 2015) - No estado de São Paulo, por exemplo, temos uma população de aproximadamente 40 milhões de pessoas, para uma área também aproximada de 250 000 km². (IBGE, 2010). Qual a densidade Demográfica do estado de São Paulo?

5) (Pataro, 2018) - Em termos de velocidade, o guepardo, um felino típico das savanas africanas, é considerado um dos animais terrestres mais velozes

do mundo. Qual é a medida da velocidade média, em metros por segundo(m/s), obtida por um guepardo que percorreu 266 m em 10 s?

6) (Bianchini 2018) - O **Produto Interno Bruto** (PIB) é o total de bens e serviços produzidos por um país durante um ano. A razão entre o PIB e o número de habitantes de um país é chamada **renda per capita**. A renda *per capita* de um país equivale à quantia em dólar, que cada habitante receberá caso o PIB fosse dividido igualmente por toda a população.

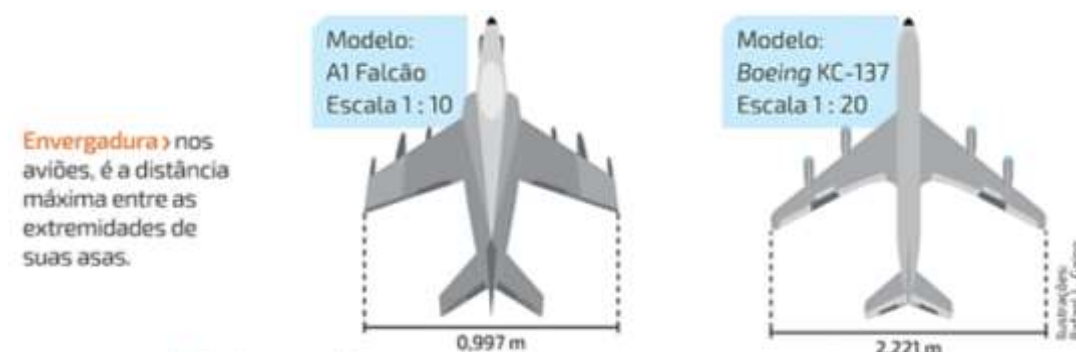
Considere os dados da tabela a seguir e calcule a renda *per capita* de cada um desses países.

Dados para calcular a renda per capita		
País	Produto Interno Bruto (em dólares)	Número de habitantes
A	300.000.000	250.000
B	450.000.000	400.000
C	530.000.000	800.000

Agora responda:

a) Comparando as rendas *per capita* calculada acima, qual dos países é mais rico?

7) (Pataro, 2018) - Os aeromodelos são miniaturas de aviões e helicópteros construídos com base em uma escala de verdadeiras dimensões da aeronave.



Com base nas escalas indicadas e nas medidas das **envergaduras** dos aeromodelos a seguir, determine a medida em metros, das envergaduras dos aviões em tamanho real.

ATIVIDADE 9

Título: Grandezas Diretamente Proporcionais, Grandezas Inversamente Proporcionais

Objetivo: Conceituar grandezas diretamente Proporcionais e Grandezas Inversamente Proporcionais

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta, calculadora se achar necessário

Procedimento:

- Leia cada uma das situações apresentadas.
- Preencha os espaços em branco dos quadros de cada situação.
- Responda as questões propostas.

Situação 01: Adaptada da Coleção praticando matemática 9 (2015) - No laboratório do colégio, alguns alunos mediram, usando uma balança, a massa de blocos retangulares de chumbo cujo volume era conhecido. Com os valores do volume (V) e da massa (m) de cada bloco, montaram a tabela abaixo.

$V \text{ (cm}^3\text{)}$	1	2	3		5	6	7	8
$m \text{ (g)}$	11	22	33	44	55			88

- Quando os valores da primeira linha aumentam os da segunda linha também aumentam?
- Quando dobra o valor da primeira linha dobra o da segunda linha também dobra?
- Quando é triplicado o valor da primeira linha o da segunda linha também é triplicado?
- Quando é quadruplicado o valor da primeira linha o da segunda linha também é quadruplicado?
- Quais grandezas estão relacionadas?

f) Divida cada medida do volume com suas respectivas massas, o que acontece com o quociente obtido?

g) Essas grandezas são proporcionais? Por quê?

Situação 02: Um atleta dá 5 voltas numa pista em 20 minutos, ao dá 10 voltas ele leva 40 minutos, mantendo a velocidade constante. Relacione o quadro abaixo ao número de voltas com o tempo percorrido em minutos?

Nº de voltas	Tempo (min.)
5	20
10	40
	60
20	
25	

a) Quando os valores da primeira coluna aumentam os da segunda coluna também aumentam?

b) Quando dobra o valor da primeira coluna o da segunda coluna também dobra?

c) Quando é triplicado o valor da primeira coluna o da segunda coluna também é triplicado?

d) Quando é quadruplicado o valor da primeira coluna o da segunda coluna também é quadruplicado?

e) Quais grandezas estão relacionadas?

f) Divida cada quantidade do número de voltas com suas respectivas medidas de tempo, o que acontece com o quociente obtido?

g) Essas grandezas são proporcionais? Por quê?

Situação 03: Uma torneira precisa de 60 minutos para encher um reservatório. Com mais outra torneira igual, encham em 30 minutos. Estando o reservatório vazio e seguindo a mesmo raciocínio preencha o quadro abaixo com as quantidades de torneira ou tempo necessário para encher o reservatório.

Nº de torneiras	1	2			5
Tempo (min.)	60	30	20	15	

- a) Quando os valores da primeira linha aumentam os da segunda linha também aumentam?
- b) Quando dobra o valor da primeira linha o da segunda linha também dobra ou reduz a metade?
- c) Quando é triplicado o valor da primeira linha o da segunda linha também é triplicado ou reduz a terça parte?
- d) Quando é quadruplicado o valor da primeira linha o da segunda linha também é quadruplicado ou reduz a quarta parte?
- e) Quais grandezas estão relacionadas?
- f) Multiplique cada quantidade de números de torneira com suas respectivas medidas de tempo, o que acontece com o produto obtido?
- g) Essas grandezas são proporcionais? Por quê?

Situação 04: Um ciclista corre a uma velocidade constante de 5 km/h. e passa a linha de chegada em 16 minutos, se esse atleta aumentar a velocidade para 10 km/h. irá alcança a linha de chegada em 8 minutos. Seguindo o mesmo raciocínio, preencha o quadro abaixo com o tempo em minutos ou a velocidade constante em km/h. a ser desenvolvida pelo ciclista para que o mesmo percurso seja realizado nas condições dadas.

Velocidade (km/h)	5	10	20		80
Tempo (minutos)	16	8		2	

- Quando os valores da primeira linha aumentam os da segunda linha também aumentam?
- Quando dobra o valor da primeira linha o da segunda linha também dobra ou reduz a metade?
- Quando é quadruplicado o valor da primeira linha o da segunda linha também é quadruplicado ou reduz a quarta parte?
- Quais grandezas estão relacionadas?
- Multiplique cada medida de velocidade com suas respectivas medidas de tempo, o que acontece com o produto obtido?
- Essas grandezas são proporcionais? Por quê?

Observação:



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
 - Distribua as atividades impressas aos estudantes.
 - Esteja sempre observando os procedimentos que os grupos realizam.
- Represente a tabela preenchida na lousa e indague-os a respeito de como conseguiram chegar aos resultados, pois, esse momento pode servir para esclarecer a ideia de aumento ou diminuição dos valores das linhas ou colunas.
 - Os estudantes podem associar a ideia de aumento ou diminuição com a operação de adição ou subtração das linhas ou colunas, e você pode aproveitar e mediar a ideia de quantas vezes aumenta ou diminui as grandezas.

ATIVIDADE 10

Título: Propriedade fundamental das proporções

Objetivo: Descobrir uma propriedade fundamental das proporções

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta.

Procedimento:

- Leia a seguinte informação:

Dadas duas razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ chamamos os termos **c** e **b** de meios **a** e **d** de extremos.

- Para cada razão a seguir identifique os extremos e o meios

- 1) Em $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{2}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____
- 2) Em $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____
- 3) Em $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____
- 4) Em $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{5}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____
- 5) Em $\frac{5}{3}$ e $\frac{5}{3}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____
- 6) Em $\frac{6}{24}$ e $\frac{1}{4}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____
- 7) Em $\frac{1}{3}$ e $\frac{6}{18}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____
- 8) Em $\frac{4}{12}$ e $\frac{2}{6}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____
- 9) Em $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{15}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____
- 10) Em $\frac{5}{20}$ e $\frac{1}{2}$, os meios são ____; ____ e os extremos são: ____; ____

- Preencha o quadro a seguir de acordo com a informações e responda as perguntas:

Valores	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	Produto dos meios $b \cdot c$	Produto dos extremos $a \cdot d$	Os produtos dos meios e extremos são iguais?		As razões formam uma proporção?	
					SIM	NÃO	SIM	NÃO
$a = 1; b = 2; c = 2; d = 3$								
$a = 1; b = 3; c = 1; d = 3$								

$a = 2; b = 5; c = 4; d = 10$								
$a = 2; b = 6; c = 3; d = 9$								
$a = 7; b = 10; c = 5; d = 6$								
$a = 2; b = 9; c = 6; d = 27$								
$a = 3; b = 5; c = 6; d = 10$								
$a = 4; b = 7; c = 3; d = 8$								
$a = 8; b = 16; c = 1; d = 2$								
$a = 1; b = 5; c = 4; d = 20$								

Observação:

Conclusão:



- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja sempre observando os procedimentos que os grupos realizam.
- Se certifique que os estudantes preencheram o quadro de acordo com os termos correto.
- Verifique se os resultados dos produtos são realmente resultado dos meios e extremos, pois, poderão se confundir com os termos.

ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 02

Lista de questões 2.

Título: Lista de questões sobre Proporção

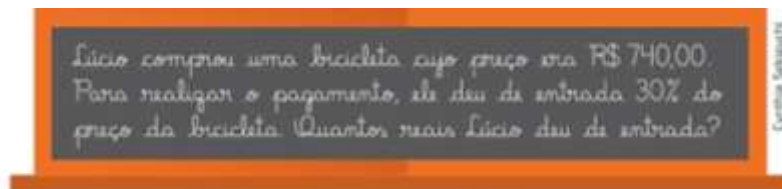
Objetivo: Exercitar os conhecimentos acerca de grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, proporção e as propriedades da proporção.

Material: Roteiro de atividade de fixação, lápis ou caneta e calculadora.

Procedimentos:

- Resolva as seguintes questões

1) (Pataro, 2018) - Leia o problema e em seguida responda-o:



2) (Pataro, 2018) - Na bula de um determinado medicamento pediátrico, recomenda-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg do “peso” da criança. Quantas gotas desse medicamento Mariana deverá dar à sua filha, cujo medida de massa é igual a 20 kg?

3) (Andrini, 2015) - No baile de formatura da escola, a razão entre o número de alunos formandos e demais pessoas presentes é de 2 para 3, nessa ordem. Do total de pessoas presentes, os formandos representam quantos por cento?

4) (Andrini, 2015) - O jornal Folha de S.Paulo publicou, em 19 de abril de 2013, a seguinte informação: “4 em cada 5 semáforos de São Paulo têm defeito” Sabendo-se que o número de semáforos com defeito é 4 800, então o número de semáforos que não precisam de reparos é de quantos?

5) (Pataro, 2018) - Em cada quadro, realize os cálculos necessários e determine o valor de x .

a)

Grandezas diretamente proporcionais	
Quantidade de combustível (em L)	Preço a pagar (R\$)
120	540
80	x

b)

Grandezas inversamente proporcionais	
Quantidade de operários	Medida do tempo necessário para realizar um trabalho (em dias)
x	250
175	1200

c)

Grandezas diretamente proporcionais	
Quantidade de máquinas	Quantidade de peças produzidas
5	380
x	684

d)

Grandezas inversamente proporcionais	
Medida da vazão (em L/min)	Medida do tempo necessário para esvaziar um reservatório (em min)
500	x
175	700

6) (Bianchini 2018) - O relógio de Márcio está com defeito. Ele atrasa 4 minutos a cada 2 dias. Nos últimos 14 dias, Márcio esqueceu de acertar o relógio e, por esse motivo, chegou atrasado ao encontro com a namorada.



a) Construa uma tabela que indique o tempo de atraso, em minuto, correspondente a cada 2 dias que Márcio esqueceu de acertar o relógio.

b) Quantos minutos o relógio atrasa em 10 dias?

c) Quantos minutos Márcio chegou atrasado ao encontro?

d) As grandezas apresentadas (tempo de atraso e número de dias) são diretas ou inversamente proporcionais?

e) Suponho que o defeito continue, quantos minutos o relógio estará atrasado no 22º dia?

7) Os dados do quadro a seguir referem-se ao número de máquinas (iguais) e ao tempo necessário para a produção de 36 litros de sorvete.

Número de máquinas	1	2	b	6
Tempo (em minuto)	60	a	15	c

a) Determine os valores de a , b e c .

8) (Pataro, 2018) - Um professor de matemática tem 24 livros para distribuir igualmente entre alguns de seus alunos. De acordo com o quadro a seguir, se ele escolher apenas 2 alunos, cada um deles receberá 12 livros. Se ele escolher 4 alunos, cada um receberá 6 livros. Se ele escolher 6 alunos, cada um receberá 4 livros.

Nesse caso, as duas grandezas envolvidas, quantidades de alunos e quantidade de livros, são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais?

Quantidade de alunos escolhidos	Quantidade de livros para cada aluno
2	12
4	6
6	4

9) (Pataro, 2018) - Douglas tem 6 calopsitas e paneja ter mais. Para alimentá-la, um pacote de ração é o suficiente para 12 dias. Se Douglas tivesse oito calopsitas, um pacote de ração poderia alimentá-las por quantos dias?



ATIVIDADE 11

Título: Propriedade aditiva da proporção I

Objetivo: Descobrir uma propriedade da soma dos termos de uma proporção

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta, calculadora se achar necessário

Procedimento:

- Preencha com atenção o quadro abaixo e responda as perguntas cuidadosamente colocando ao final suas observações e conclusão a respeito da atividade.

Valores	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	As razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ formam uma proporção?		$\frac{a+b}{a}$	$\frac{c+d}{c}$	A razões $\frac{a+b}{a}$ e $\frac{c+d}{c}$ formam uma proporção?	
			SIM	NÃO			SIM	NÃO
$a = 1; b = 2; c = 2; d = 3$								
$a = 1; b = 3; c = 1; d = 3$								
$a = 2; b = 5; c = 4; d = 10$								
$a = 2; b = 6; c = 3; d = 9$								
$a = 7; b = 10; c = 5; d = 6$								
$a = 2; b = 9; c = 6; d = 27$								
$a = 3; b = 5; c = 6; d = 10$								
$a = 4; b = 7; c = 3; d = 8$								
$a = 8; b = 16; c = 1; d = 2$								
$a = 1; b = 5; c = 4; d = 20$								

Observação:

Conclusão:



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja sempre observando os procedimentos que os grupos realizam.
- Certifique-se que os estudantes preencheram o quadro de acordo com os termos correto de cada razão, pois podem equivocar-se nesse momento.

ATIVIDADE 12

Título: Propriedade aditiva da proporção II

Objetivo: Descobrir a propriedade da soma dos termos de uma proporção

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta, calculadora se achar necessário

Procedimento:

- Preencha o quadro abaixo

Valores	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	As razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ formam uma proporção?		$\frac{a+b}{b}$	$\frac{c+d}{d}$	A razões $\frac{a+b}{b}$ e $\frac{c+d}{d}$ formam uma proporção?	
			SIM	NÃO			SIM	NÃO
$a = 2; b = 3; c = 1; d = 6$								
$a = 1; b = 4; c = 2; d = 8$								
$a = 2; b = 5; c = 4; d = 10$								
$a = 2; b = 6; c = 3; d = 9$								
$a = 8; b = 10; c = 5; d = 6$								
$a = 1; b = 7; c = 6; d = 42$								
$a = 3; b = 5; c = 6; d = 10$								
$a = 5; b = 7; c = 3; d = 2$								
$a = 8; b = 12; c = 2; d = 3$								
$a = 1; b = 5; c = 2; d = 3$								

Observação:

Conclusão:



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja sempre observando os procedimentos que os grupos realizam.
- Observe se os estudantes preencheram o quadro de acordo com os termos adequados a cada razão, pois podem trocar os termos, até mesmo por descuido.

ATIVIDADE 13

Título: Propriedade aditiva de uma proporção III

Objetivo: Descobrir uma propriedade da soma dos antecedentes e consequentes de uma proporção

Material: Folha de atividade, lápis ou caneta

Procedimento:

- Preencha o quadro abaixo

Valores	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	As razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ formam uma proporção?		$\frac{a+c}{b+d}$	As razões $\frac{a+c}{b+d}$ e $\frac{a}{b}$ formam uma proporção?		As razões $\frac{a+c}{b+d}$ e $\frac{c}{d}$ formam uma proporção?	
			SIM	NÃO		SIM	NÃO	SIM	NÃO
$a = 9; b = 2; c = 27; d = 6$									
$a = 7; b = 3; c = 35; d = 15$									
$a = 4; b = 3; c = 6; d = 8$									
$a = 38; b = 2; c = 19; d = 1$									
$a = 7; b = 8; c = 5; d = 6$									
$a = 1; b = 7; c = 6; d = 7$									
$a = 3; b = 9; c = 8; d = 24$									
$a = 4; b = 5; c = 16; d = 20$									
$a = 9; b = 12; c = 2; d = 3$									
$a = 1; b = 4; c = 3; d = 12$									

Observação:

Conclusão:



Dicas

- Organize os grupos de forma que as quantidades de alunos por grupo sejam iguais ou com mínimo de diferença.
- Distribua as atividades impressas aos estudantes.
- Esteja sempre observando os procedimentos que os grupos realizam.
- Verifique se os estudantes preencheram o quadro de acordo com os termos corretos de cada razão, pois nesse momento, podem trocar os termos levando-os a resultados não desejado.

ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 03

Lista de questões 3

Título: Lista de questões sobre Proporção

Objetivo: Exercitar os conhecimentos acerca de distribuição em partes proporcionais por meios das propriedades da proporção.

Material: Roteiro de atividade de fixação, lápis ou caneta e calculadora.

Procedimentos:

- Resolva as seguintes questões

1) (Pataro, 2018) - Em certo ano o dono de uma loja dividiu uma bonificação salarial de R\$ 12 000 ,00 entre seus três vendedores de maneira proporcional a quantidade de anos de trabalho nessa loja como indicado no quadro a seguir. Quantos reais recebeu cada funcionário?

Vendedor	Mel	Raul	Zeca
Quantidade de anos de trabalho	1	2	3

2) (Pataro, 2018) - No ano seguinte o dono dessa loja decidiu dividir a bonificação salarial de R\$ 18 000,00 entre seus três vendedores de maneira inversamente proporcional à quantidade de faltas de cada um deles naquele ano. As faltas estão indicadas no quadro a seguir. Quanto recebeu, cada funcionário?

Vendedor	Mel	Raul	Zeca
Quantidade de faltas	3	4	6

3) (Pataro, 2018) - O gerente de um setor de uma empresa vai presentear os seus três funcionários com 11 diárias em um hotel-fazenda da região, baseando a distribuição em seus salários. Para que a divisão seja justa, o gerente determinou que o funcionário com o menor salário deverá receber a

quantidade maior de diárias e aquele com o maior salário deverá receber a quantidade menor de diárias.

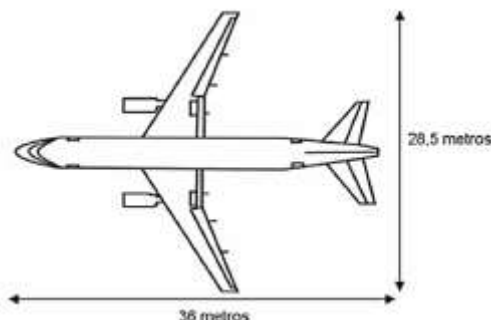
Funcionário	Salário
A	1000
B	2000
C	3000

Quantas diárias no hotel-fazenda cada funcionário ganhará?

4) (Pataro, 2018) - Três amigos fizeram um investimento juntos, no qual receberam no final R\$ 3 500,00. Sabendo que Júlia contribuiu com R\$ 400,00, Débora com R\$ 600,00 e Igor com R\$ 1 000,00, calcule a quantia recebida no final, sabendo que a divisão deve ser diretamente proporcional ao valor do investimento.

QUESTÕES DO ENEM PARA APROFUNDAMENTO

1- (ENEM 2009) – A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

- a) $2,9\text{cm} \times 3,4\text{cm}$.
- b) $3,9\text{cm} \times 4,4\text{cm}$.
- c) $20\text{cm} \times 25\text{cm}$.
- d) $21\text{cm} \times 26\text{cm}$.
- e) $192\text{cm} \times 242\text{cm}$.

2- (ENEM 2009) - Segundo as regras da Fórmula 1, o peso mínimo do carro, de tanque vazio, com o piloto, é de 605 kg, e a gasolina deve ter densidade entre 725 e 780 gramas por litro. Entre os circuitos nos quais ocorrem competições dessa categoria, o mais longo é Spa-Francorchamps, na Bélgica, cujo traçado tem 7 km de extensão. O consumo médio de um carro da Fórmula 1 é de 75 litros para cada 100 km.

Suponha que um piloto de uma equipe específica, que utiliza um tipo de gasolina com densidade de 750 g/L, esteja no circuito de *Spa-Francorchamps*, parado no box para reabastecimento. Caso ele pretenda dar mais 16 voltas, ao ser liberado para retornar à pista, seu carro deverá pesar, no mínimo,

- a) 617 kg.
- b) 668 kg.
- c) 680 kg.
- d) 689 kg.
- e) 717 kg.

3- (ENEM 2010) – A disparidade de volume entre os planetas é tão grande que seria possível colocá-los uns dentro dos outros. O planeta Mercúrio é o menor de todos. Marte é o segundo menor: dentro dele cabem três Mercúrios. Terra é o único com vida: dentro dela cabem sete Martes. Netuno é o quarto maior: dentro dele cabem 58 Terras. Júpiter é o maior dos planetas: dentro dele cabe 23 Netunos.

Revista Veja. Ano 41, nº 25, 25 jun. 2008 (adaptado)

Seguindo o raciocínio proposto, quantas Terras cabem dentro de Júpiter?

- a) 406
- b) 1 334
- c) 4 002
- d) 9 338
- e) 28 014

4- (ENEM 2010) – Um dos grandes problemas da poluição dos mananciais (rios, córregos e outros) ocorre pelo hábito de jogar óleo utilizado em frituras nos encanamentos que estão interligados com o sistema de esgoto. Se isso ocorrer, cada 10 litros de óleo poderão contaminar 10 milhões (10⁷) de litros de água potável.

Manual de etiqueta. Parte integrante das revistas Veja (ed. 2055), Cláudia (ed. 555), *National Geographic* (ed. 93) e *Nova Escola* (ed. 208) (adaptado).

Suponha que todas as famílias de uma cidade descartem os óleos de frituras através dos encanamentos e consomem 1000 litros de óleo em frituras por semana.

Qual seria, em litros, a quantidade de água potável contaminada por semana nessa cidade?

- a) 10⁻²
- b) 10³
- c) 10⁴
- d) 10⁶
- e) 10⁹

5- (ENEM 2010) - No monte de Cerro Armazones, no deserto de Atacama, no Chile, ficará o maior telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente Grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42 m de diâmetro, "o maior olho do mundo voltado para o céu."

Disponível em: <http://www.estadao.com.br>. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1cm.

Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado?

- a) 1: 20
- b) 1: 100
- c) 1: 200
- d) 1: 1000
- e) 1: 2000

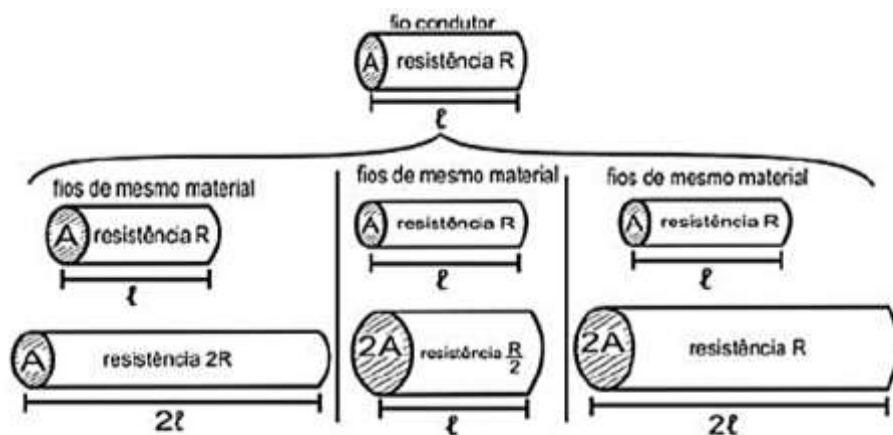
6- (Enem, 2010) – **A resistência elétrica e as dimensões do condutor**

A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificam que existe proporcionalidade entre:

- Resistência (R) e comprimento (l), dada a mesma seção transversal(A);

- Resistência (R) e área da seção transversal (A), dado o mesmo comprimento (l) e
- Comprimento (l) e área da seção transversal (A), dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes.



Disponível em: <http://www.efeiotojoule.com>. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R) e comprimento (l), resistência (R) e área da seção transversal (A) são, respectivamente,

- direta, direta e direta.
- direta, direta e inversa.
- direta, inversa e direta.
- inversa, direta e direta.
- inversa, direta e inversa.

7- (ENEM 2011) – Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28m de comprimento por 12m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1:250.

Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?

- 4,8 e 11,2.
- 7,0 e 3,0.
- 11,2 e 4,8.
- 28,0 e 12,0.
- 30,0 e 70,0.

8- (ENEM 2011) – Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4 800 W consome 4,8 kW por hora

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?

- a) 0,8
- b) 1,6
- c) 5,6
- d) 11,2
- e) 33,6

9- (ENEM 2011) - Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km² de área. Quando não chove, o homem do sertão e sua família precisam caminhar quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo.

Disponível em: <http://www.wwf.org.br>. Acesso em: 23 abr. 2010.

Segundo este levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km², é de:

- a) 250
- b) 25
- c) 2,5
- d) 0,25
- e) 0,025

10- (ENEM 2011) – Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:

- Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.
- Meia hora de supermercado: 100 calorias.
- Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.
- Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.
- Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.
- Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.

Disponível em: <http://cyberdiet.terra.com.br>. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias.

A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades?

- a) 50 minutos.
- b) 60 minutos.
- c) 80 minutos.
- d) 120 minutos.
- e) 170 minutos.

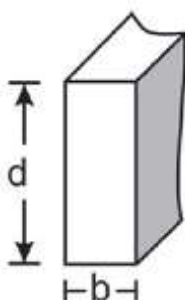
11- (ENEM 2011) – Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de

Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.

Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de:

- a) 1 : 250.
- b) 1 : 2500.
- c) 1 : 25000.
- d) 1 : 250000.
- e) 1 : 25000000

12- (Enem 2011) - A resistência das vigas de dado comprimento é diretamente proporcional à largura (b) e ao quadrado da altura (d), conforme a figura. A constante de proporcionalidade k varia de acordo como material utilizado na sua construção.



Considerando-se S como a resistência, a representação algébrica que exprime essa relação é:

- a) $S = k \cdot b \cdot d$
- b) $S = b \cdot d^2$
- c) $S = k \cdot b \cdot d^2$
- d) $S = \frac{k \cdot b}{d^2}$
- e) $S = \frac{k \cdot d^2}{d^2}$

13- (ENEM 2012) – Em 20 de fevereiro de 2011 ocorreu a grande erupção do vulcão Bulusan nas Filipinas. A sua localização geográfica no globo terrestre é dada pelo GPS (sigla em inglês para Sistema de Posicionamento Global) com longitude de 124° 3' 0" a leste do Meridiano de Greenwich.

Dado: 1° equivale a 60' e 1' equivale a 60".

PAVARIN, G. **Galileu**, fev. 2012 (adaptado).

A representação angular da localização do vulcão com relação a sua longitude na forma decimal é:

A representação angular da localização do vulcão com relação a sua longitude na forma decimal é

- a) 124,02°.
- b) 124,05°.
- c) 124,20°.
- d) 124,30°.
- e) 124,50°.

14- (ENEM 2012) – A capacidade mínima, em BTU/h, de um aparelho de ar-condicionado, para ambientes sem exposição ao sol, pode ser determinada da seguinte forma:

A capacidade mínima, em BTU/h, de um aparelho de ar-condicionado, para ambientes sem exposição ao sol, pode ser determinada da seguinte forma:

- 600 BTU/h por m^2 , considerando-se até duas pessoas no ambiente;
- para cada pessoa adicional nesse ambiente, acrescentar 600 BTU/h;
- acrescentar mais 600 BTU/h para cada equipamento eletroeletrônico em funcionamento no ambiente.

Será instalado um aparelho de ar-condicionado em uma sala, sem exposição ao sol, de dimensões 4 m x 5 m, em que permaneçam quatro pessoas e possua um aparelho de televisão em funcionamento.

A capacidade mínima, em BTU/h, desse aparelho de ar condicionado deve ser

- a) 12 000.
- b) 12 600.
- c) 13 200.
- d) 13 800.
- e) 15 000.

15- (ENEM 2012) – Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de

- a) 12 kg.
- b) 16 kg.
- c) 24 kg.
- d) 36 kg.
- e) 75 kg.

16- (ENEM 2012) – O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.

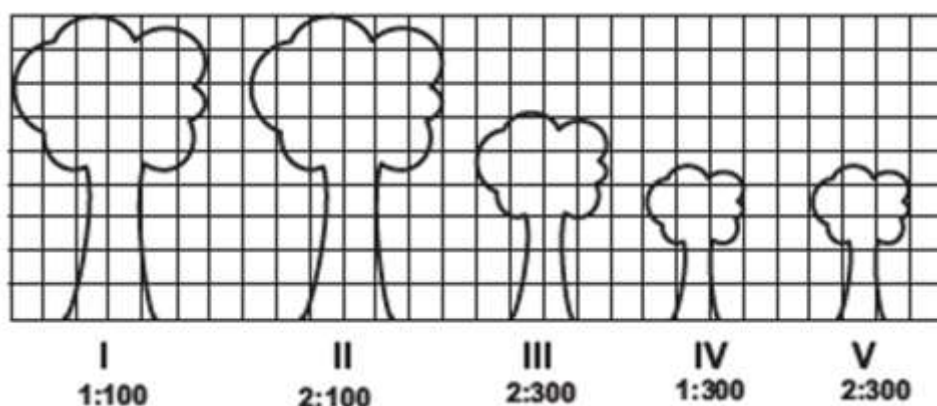
Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.

Disponível em: <http://veja.abril.com.br>. Acesso em: 25 jun. 2011 (adaptado).

Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?

- a) 1: 700
- b) 1: 7 000
- c) 1: 70 000
- d) 1: 700 000
- e) 1: 7 000 000

17- (Enem 2012) - Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



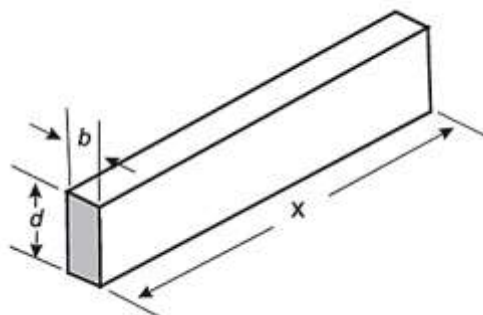
Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

18- (ENEM 2012) – José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 6 : 5 : 4, respectivamente. Na segunda parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 4 : 4 : 2, respectivamente. Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?

- a) 600, 550, 350
- b) 300, 300, 150
- c) 300, 250, 200
- d) 200, 200, 100
- e) 100, 100, 50

19- (ENEM 2012) – A resistência mecânica S de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k é chamada de resistência da viga.



BUSHAW, D. et al. Aplicações da matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é:

- a) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$
- b) $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$
- c) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$
- d) $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$
- f) $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$

20- (ENEM 2013) – Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas escalas, por exemplo, considera que “o cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa M ”.

HUGHES-HALLETT, D et al. Cálculo e aplicações. São Paulo: Edgard Blücher, 1999
(adaptado).

Isso é equivalente a dizer que, para uma constante $k > 0$, a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão:

- a) $S = K \cdot M$
- b) $S = K \cdot M^{\frac{1}{3}}$
- c) $S = K^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{1}{3}}$
- d) $S = K^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$
- e) $S = K^{\frac{1}{3}} \cdot M^2$

21- (ENEM 2013) – Uma torneira não foi fechada corretamente e ficou pingando, da meia-noite às seis horas da manhã, com a frequência de uma gota a cada três segundos. Sabe-se que cada gota d’água tem volume de 0,2mL. Qual foi o valor mais aproximado do total de água desperdiçada nesse período, em litros?

- a) 0,2
- b) 1,2
- c) 1,4
- d) 12,9
- e) 64,8

22- (ENEM 2013) – Para se construir um contra piso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contra piso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14m^3 de concreto. Qual é o volume de cimento, em m^3 , na carga de concreto trazido pela betoneira?

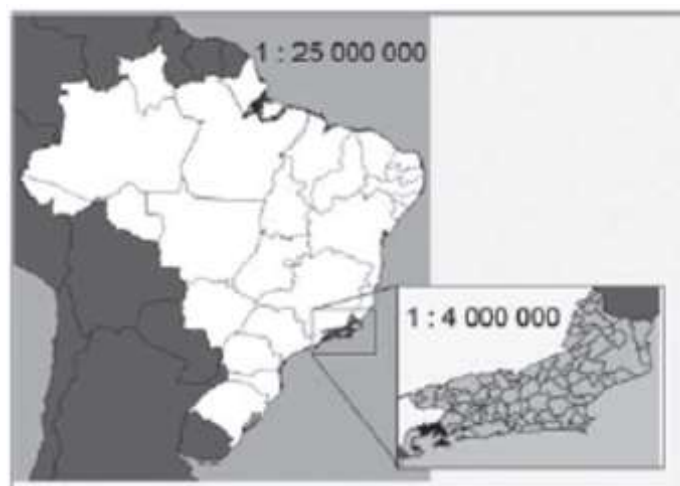
- a) 1,75.
- b) 2,00.
- c) 2,33.
- d) 4,00.
- e) 8,00.

23- (Enem 2013) – Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m^3 de concreto.

Qual é o volume de cimento, em m^3 , na carga de concreto trazido pela betoneira?

- a) 1,75
- b) 2,00
- c) 2,33
- d) 4,00
- e) 8,00

24- (ENEM 2013) – A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil. Esse número é:

- a) menor que 10
- b) maior que 10 e menor que 20
- c) maior que 20 e menor que 30.
- d) maior que 30 e menor que 40.
- e) maior que 40

25- (ENEM 2014) - A Figura 1 representa uma gravura retangular com 8m de comprimento e 6m de altura.

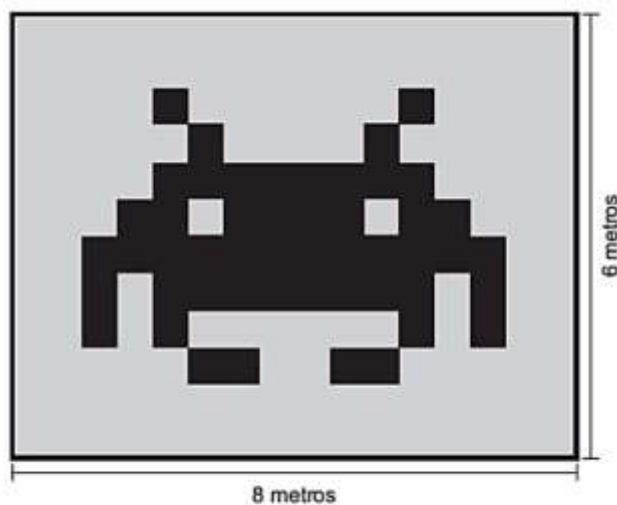


Figura 1

Deseja-se reproduzi-la numa folha de papel retangular com 42 cm de comprimento e 30cm de altura, deixando livres 3 cm em cada margem, conforme a Figura 2.

A reprodução da gravura deve ocupar o máximo possível da região disponível, mantendo-se as proporções da Figura 1.

PRADO, A. C. Superinteressante, ed. 301, fev. 2012 (adaptado).

A escala da gravura reproduzida na folha de papel é:

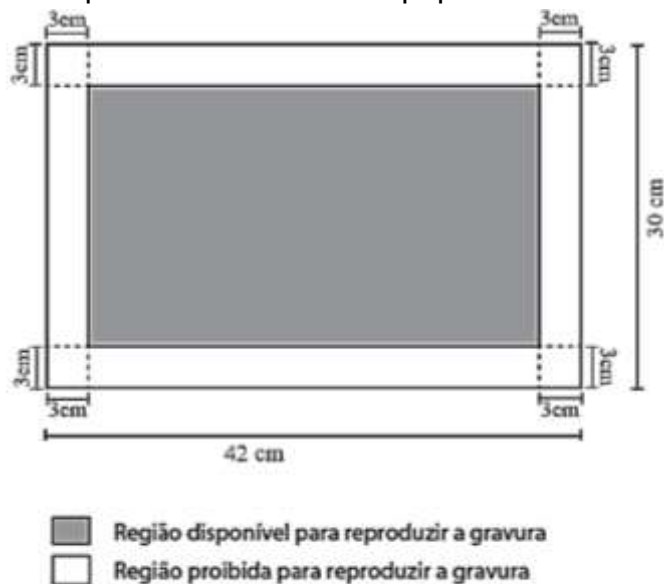
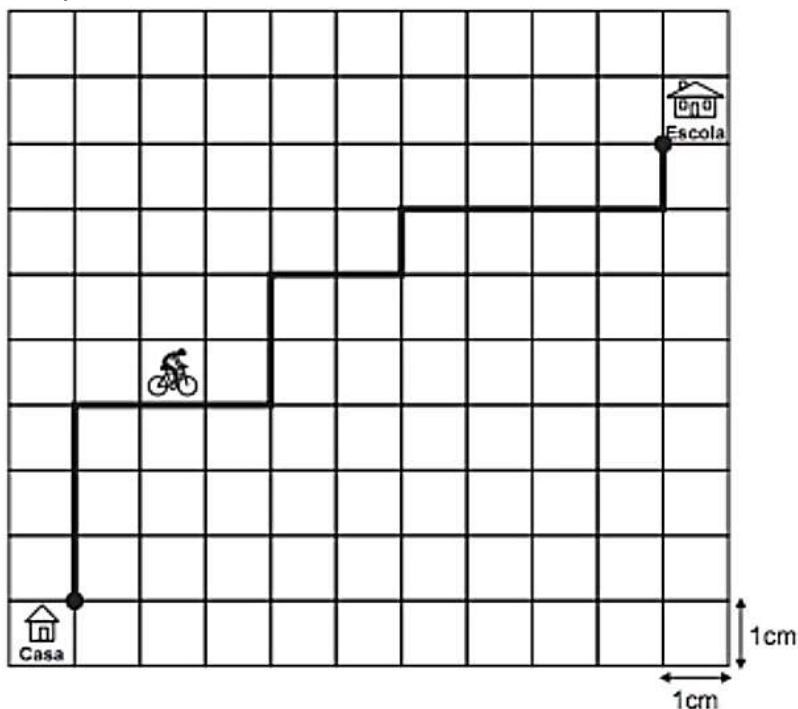


Figura 2

- a) 1 : 3
- b) 1 : 4
- c) 1 : 20
- d) 1 : 25
- e) 1 : 32

26- (ENEM 2013) – A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1 : 25 000, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

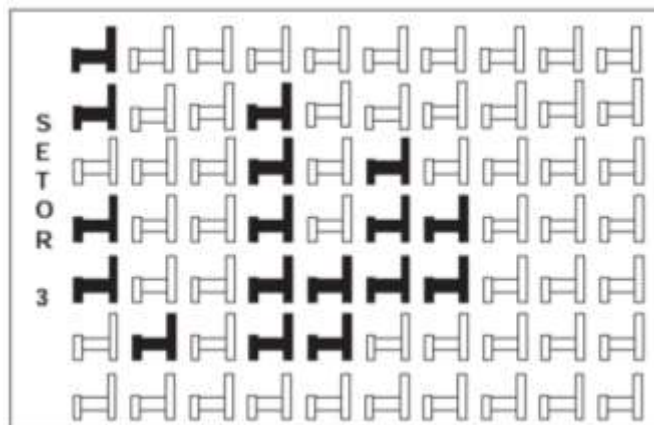
- a) 4
- b) 8
- c) 16
- d) 20
- e) 40

27- (ENEM 2014) – Um show especial de Natal teve 45 000 ingressos vendidos. Esse evento ocorrerá em um estádio de futebol que disponibilizará 5 portões de entrada, com 4 catracas eletrônicas por portão. Em cada uma dessas catracas, passará uma única pessoa a cada 2 segundos. O público foi igualmente dividido pela quantidade de portões e catracas, indicados no ingresso para o show, para a efetiva entrada no estádio. Suponha que todos aqueles que compraram ingressos irão ao show e que todos passarão pelos portões e catracas eletrônicas indicados.

Qual é o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas?

- a) 1 hora.
- b) 1 hora e 15 minutos.
- c) 5 horas.
- d) 6 horas.
- e) 6 horas e 15 minutos.

28- (ENEM 2013) – Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é:

- a) $17/10$
- b) $17/53$
- c) $53/70$
- d) $53/17$
- e) $70/17$

29- (ENEM 2014) – Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\frac{1}{8}$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura.

A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

- a) $1/8$
- b) $7/8$
- c) $8/7$
- d) $8/9$
- e) $\frac{9}{8}$

30- (ENEM 2014) – Boliche é um jogo em que se arremessa uma bola sobre uma pista para atingir dez pinos, dispostos em uma formação de base triangular, buscando derrubar o maior número de pinos. A razão entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos e o número de jogadas determina seu desempenho.

Em uma disputa entre cinco jogadores, foram obtidos os seguintes resultados:

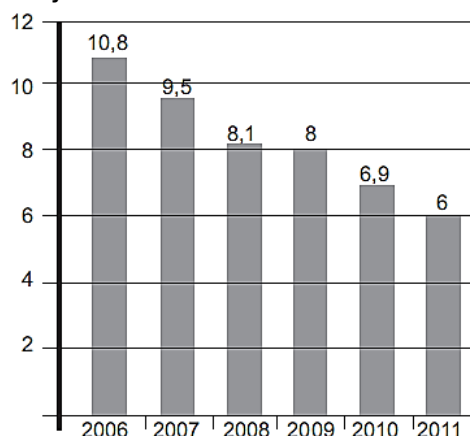
- Jogador I – Derrubou todos os pinos 50 vezes em 85 jogadas.
- Jogador II – Derrubou todos os pinos 40 vezes em 65 jogadas.

- Jogador III – Derrubou todos os pinos 20 vezes em 65 jogadas.
- Jogador IV – Derrubou todos os pinos 30 vezes em 40 jogadas.
- Jogador V – Derrubou todos os pinos 48 vezes em 90 jogadas.

Qual desses jogadores apresentou maior desempenho?

- I
- II
- III
- IV
- V

31- (ENEM 2014) – O gráfico a seguir mostra a evolução da taxa de desemprego (ou seja, a porcentagem da população economicamente ativa que está desempregada) nas seis principais regiões metropolitanas brasileiras nos meses de julho de 2006 a julho de 2011.

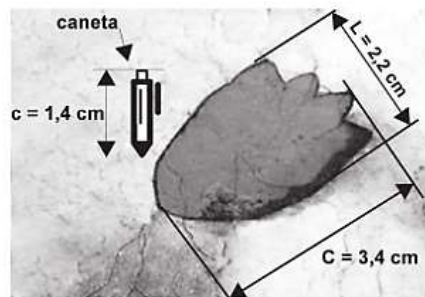


Suponha que a razão entre as taxas de desemprego de julho de 2010 e julho de 2011 seja igual à razão entre a taxa de desemprego de julho de 2011 e julho de 2012.

A taxa de desemprego em julho de 2012 será um número entre

- 4,0 e 4,5.
- 5,0 e 5,5.
- 5,5 e 6,1.
- 6,0 e 6,6.
- 6,6 e 7,1.

32- (ENEM 2015) – Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta(c), a largura(L) e o comprimento(C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a:

- a) 4,9 e 7,6
- b) 8,6 e 9,8
- c) 14,2 e 15,4
- d) 26,4 e 40,8
- e) 27,5 e 42,5

33- (ENEM 2015) - Alguns medicamentos para felinos são administrados com base na superfície corporal do animal. Foi receitado a um felino pesando 3,0 kg um medicamento na dosagem diária de 250 mg por metro quadrado de superfície corporal. O quadro apresenta a relação entre a massa do felino, em quilogramas, e a área de sua superfície corporal, em metros quadrados.

**Relação entre a massa de um felino
e a área de sua superfície corporal**

Massa (kg)	Área (m ²)
1,0	0,100
2,0	0,159
3,0	0,208
4,0	0,252
5,0	0,292

NORSWORTHY, G. D. O paciente felino. São Paulo: Roca, 2009

A dose diária, em miligramas, que esse felino deverá receber é de

- a) 0,624.
- b) 52,0.
- c) 156,0.
- d) 750,0.
- e) 1 201,9.

34- (ENEM 2016) – Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guarda-roupa nas dimensões 220 cm de altura, 120 cm de largura e 50cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala 1 : 8, entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento de impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora para que a figura fosse reduzida em 20%.

A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão, respectivamente,

- a) 22,00 cm, 12,00 cm e 5,00cm.
- b) 27,50 cm, 15,00 cm e 6,25cm.
- c) 34,37 cm, 18,75 cm e 7,81cm.
- d) 35,20 cm, 19,20 cm e 8,00cm.
- e) 44,00 cm, 24,00 cm e 10,00cm.

35- (ENEM 2016) – Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):

- Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;
- Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;
- Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;
- Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão;
- Marca E: 7 g de fibras a cada 70 g de pão.

Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

Disponível em: www.blog.saude.gov.br. Acesso em: 25 fev. 2013.

A marca a ser escolhida é

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

36- (ENEM 2016) – Um paciente necessita de reidratação endovenosa feita por meio de cinco frascos de soro durante 24 h. Cada frasco tem um volume de 800 mL de soro. Nas primeiras quatro horas, deverá receber 40% do total a ser aplicado. Cada mililitro de soro corresponde a 12 gotas.

O número de gotas por minuto que o paciente deverá receber após as quatro primeiras horas será

- a) 16
- b) 20
- c) 24
- d) 34
- e) 40

37- (ENEM 2016) – Diante da hipótese do comprometimento da qualidade da água retirada do volume morto de alguns sistemas hídricos, os técnicos de um laboratório decidiram testar cinco tipos de filtros de água. Dentre esses, os quatro com melhor desempenho serão escolhidos para futura comercialização.

Nos testes, foram medidas as massas de agentes contaminantes, em miligrama, que não são capturados por cada filtro em diferentes períodos, em dia, como segue:

- Filtro 1 (F1): 18 mg em 6 dias;
- Filtro 2 (F2): 15 mg em 3 dias;

- Filtro 3 (F3): 18 mg em 4 dias;
- Filtro 4 (F4): 6 mg em 3 dias;
- Filtro 5 (F5): 3 mg em 2 dias.

Ao final, descarta-se o filtro com a maior razão entre a medida da massa de contaminantes não capturados e o número de dias, o que corresponde ao de pior desempenho.

Disponível em: www.redebrasilatual.com.br. Acesso em: 12 jul. 2015 (adaptado).

O filtro descartado é o

- F1.
- F2.
- F3.
- F4.
- F5.

38- (Enem 2017) – Em uma embalagem de farinha encontra-se a receita de um bolo, sendo parte dela reproduzida a seguir:

INGREDIENTES	
• 640 g de farinha (equivalente a 4 xícaras).	
• 16 g de fermento biológico (equivalente a 2 colheres medidas).	

Possuindo apenas a colher medida indicada na receita, uma dona de casa teve que fazer algumas conversões para poder medir com precisão a farinha. Considere que a farinha e o fermento possuem densidades iguais.

Cada xícara indicada na receita é equivalente a quantas colheres medidas?

- 10.
- 20.
- 40.
- 80.
- 320.

39- (Enem 2019) - Para contratar três máquinas que farão o reparo de vias rurais de um município, a prefeitura elaborou um edital que, entre outras cláusulas, previa:

- cada empresa interessada só pode cadastrar uma única máquina para concorrer ao edital;
- o total de recursos destinados para contratar o conjunto das três máquinas é de R\$ 31.000,00;
- o valor a ser pago a cada empresa será inversamente proporcional à idade de uso da máquina cadastrada pela empresa para o presente edital.

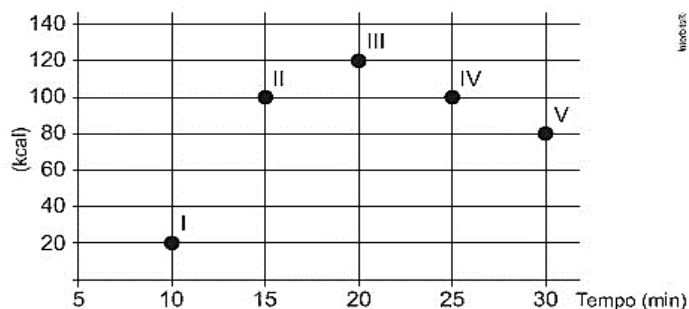
As três empresas vencedoras do edital cadastraram máquinas com 2, 3 e 5 anos de idade de uso.

Quanto receberá a empresa que cadastrou a máquina com maior idade de uso?

- R\$ 3.100,00
- R\$ 6.000,00

- c) R\$ 6.200,00
- d) R\$ 15.000,00
- e) R\$ 15.500,00

40- (Enem 2019) – Os exercícios físicos são recomendados para o bom funcionamento do organismo, pois aceleram o metabolismo e, em consequência, elevam o consumo de calorias. No gráfico, estão registrados os valores calóricos, em kcal, gastos em cinco diferentes atividades físicas, em função do tempo dedicado às atividades, contado em minuto.



Qual dessas atividades físicas proporciona o maior consumo de quilocalorias por minuto?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

41- (Enem 2020) - Antônio, Joaquim e José são sócios de uma empresa cujo capital é dividido, entre os três, em partes proporcionais a: 4, 6 e 6, respectivamente. Com a intenção de igualar a participação dos três sócios no capital da empresa, Antônio pretende adquirir uma fração do capital de cada um dos outros dois sócios.

A fração do capital de cada sócio que Antônio deverá adquirir é:

- a. $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{9}$
- d) $\frac{2}{3}$
- e) $\frac{4}{3}$

42- (Enem -2023) – Entre maratonistas, um parâmetro utilizado é o de economia de corrida (EC). O valor desse parâmetro é calculado pela razão entre o consumo de oxigênio, em mililitro (mL) por minuto (min), e a massa, em quilograma (kg), do atleta correndo a uma velocidade constante.

Disponível em: www.treinamentoonline.com.br. Acesso em: 23 out. 2019 (adaptado).

Um maratonista, visando melhorar sua performance, auxiliado por um médico, mensura o seu consumo de oxigênio por minuto a velocidade constante. Com base nesse consumo e na massa do atleta, o médico calcula o EC do atleta.

A unidade de medida da grandeza descrita pelo parâmetro EC é:

- a) $\frac{\text{min}}{\text{mL} \cdot \text{kg}}$
- b) $\frac{\text{mL}}{\text{min} \cdot \text{kg}}$
- c) $\frac{\text{min} \cdot \text{mL}}{\text{kg}}$
- d) $\frac{\text{min} \cdot \text{kg}}{\text{mL}}$
- e) $\frac{\text{mL} \cdot \text{kg}}{\text{min}}$

REFERÊNCIAS

ANDRINI, M. J. V. Álvaro. **Praticando matemática**. São Paulo: Editora do Brasil, 2015. (Coleção praticando matemática; v. 7)

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática - Bianchini**: manual do professor. 9. ed. – São Paulo: Moderna, 2018.

ENGESTRÖM, Y. **Aprendizagem por expansão na prática**: em busca de uma reconceituação a partir da teoria da atividade. Tradução de: D. Vilas Boas e M. Damiani. In: **Cadernos de Educação**. Pelotas: Ed. UFPel, 2002, n. 19, p.31-64, 2002.

IEZZI, Gelson, et al. **Matemática e realidade**: 9º ano. 10 ed. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Tradução de: Rubens Eduardo Frias, 2ª edição. São Paulo: Centauro, 2004.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia, personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

MAFRA, José R. e S.; SÁ, P. F. de. Uma perspectiva teórica para o ensino de matemática por atividades experimentais. **Revista Exitus**. Santarém/PA, Vol. 13, p. 01 - 21, e023003, 2023.

MOREIRA, A. F.; PEDROSA, J.G. e PONTELO, I. O conceito de atividade e suas possibilidades na interpretação de práticas educativas. **Revista Ensaio**. v. 13, n. 3, p: 13-29, set-dez, 2011.

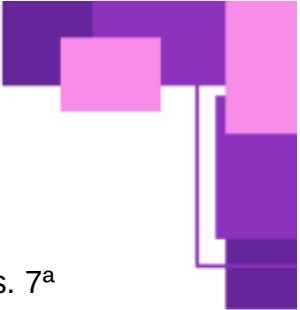
NUNES, Terezinha. É hora de ensinar proporção. [Entrevista concedida a] Ricardo Falzetta. **Nova Escola**. São Paulo, 01 de abril, 2003. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/958/e-hora-de-ensinar-proporcao>>. Acesso em: 29/04/2024.

PATARO, Patrícia Moreno. **Matemática essencial 9º ano**: ensino fundamental, anos finais. 1ª Ed. São Paulo: Scipione, 2018.

QUITEMBO, Alberto D. J; DOMINGAS, Augusta. A proporcionalidade na 9ª classe do 1º ciclo do ensino secundário: uma análise sobre as competências desenvolvidas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática (Revemat)**, Florianópolis, v. 15, p. 01-21, jan./dez., 2020. Universidade Federal de Santa Catarina. ISSN 1981-1322. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e77540>.

SÁ, P. F. de. **Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades**. Belém: SINEPEM, 2019. (Coleção I)

SÁ, P. F. de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC**. Número 35, p.143-162, Belém, 2020.



VYGOTSKY, L.S. **A formação social da mente:** O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Tradução de: José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes. 7ª edição, 2007.

O *caderno de atividades para ensinar razão e proporção* é resultado de uma pesquisa que buscou analisar possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada em atividades experimentais para o ensino de razão e proporção sobre o aprendizado de resolução de problemas de estudantes do 9º ano do ensino fundamental.

Neste caderno, sugerimos uma sequência de atividades de ensino voltados a prática profissional dos docentes de matemática, para que colabore ainda mais com a prática docente, em relação ao ensino de razão e proporção. Para elaborarmos as sequências de atividades nos apoiamos nas orientações da Metodologia de Ensino – Ensino por Atividades Experimentais de Sá (2019 e 2020); Mafra e Sá (2023).

