Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

FERNANDA VIEIRA DE SOUSA

UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FUNÇÃO MODULAR

PARAUAPEBAS/PA
2024

Fernanda Vieira de Sousa

Uma Proposta de Ensino de Função Modular

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Ensino médio.
Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

Parauapebas - PA
2024

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Sousa, Fernanda Vieira de
Uma proposta de ensino de função modular / Fernanda Vieira de Sousa; orientador Miguel Chaquiam Parauapebas-PA, 2024.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. Parauapebas-PA. 2024.

1.Matematica-Estudo e ensino.2.Função modular. 3.Prática de ensino. I. Chaquiam, Miguel (orient.). II. Título.

CDD. 23º ed. 510.7

Regina Coeli A. Ribeiro – CRB-2/739

FERNANDA VIEIRA DE SOUSA

UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FUNÇÃO MODULAR

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Gaduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

Data de aprovação: 03/10/2024

Banca examinadora

______________________________ Orientador

Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN

Universidade do Estado do Pará

______________________________. Examinador Interno

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa

Doutora em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica / PUC-SP

Universidade do Estado do Pará

______________________________. Examinador Externo

Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral

Doutor em Ciências Humanas – Pontifícia Universidade Católica / PUC-RJ

Seminário Batista Teológico do Brasil

Belém – PA

2024

DEDICATÓRIA

À minha família, meus pais, irmãos, e especialmente a meu esposo Diego Tavares e aos meus filhos: João Miguel T. Vieira, Davi T. Vieira e Benjamin T. Vieira.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo seu grande e infinito amor e cuidado em todos os meus dias. Por me inspirar, e me conceder saúde e forças quando pareciam que elas não viriam. A minha família: pai Adão Vieira e mãe Terezinha Vieira, que sempre acreditaram em mim e sempre me incentivaram a estudar, e que mesmo distantes fisicamente durante o decorrer desse curso me ajudaram com palavras de incentivo e sempre me colocaram em suas orações. Aos meus queridos e amados irmãos: Denize, Kézia, Welliton e Wanderson, que me apoiaram sempre e acreditaram em mim quando nem eu acreditava. Ao companheiro que Deus me presenteou: Diego Tavares e meus filhos João Miguel, Davi e Benjamin, que sobreviveram aos pequenos surtos que tive durante esse período. Amo muito todos vocês, obrigada por estarem ao meu lado. Ao prof. Dr. Miguel Chaquiam pela orientação, paciência e comprometimento em partilhar sua experiência e conhecimento por cada palavra de incentivo proferida a mim, durante e após minha gestação, saiba que me fortaleceu, um mestre na essência da palavra. Aos professores que compuseram a minha banca prof. Dr. Natanael e prof. Dra Acyllena. Aos professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, que contribuíram para minha formação Dr. Natanel Cabral, Dr. Pedro Sá e Dr. Fábio José, Dr. Roberto Bibas, Dr. Hermes, Dra Cinthia Cunha, Dra Ana Kelly e Dra Maria de Lourdes, gratidão pelas contribuições preciosas que compartilharam no decorrer desse curso. A Universidade do Estado do Pará juntamente com a Prefeitura de Parauapebas, que nos oportunizou de cursar o mestrado aqui em nossa cidade. Aos meus amigos de turma, professores de Matemática que sempre compartilharam momentos em busca do contínuo aprimoramento. Aos amigos e alunos da Escola Estadual Gonçalves dias de Parauapebas, que foram fundamentais para a realização desta pesquisa.

RESUMO

SOUSA, Fernanda Vieira de. **Uma Proposta de Ensino de Função Modular.** 168 f. Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – Universidade do Estado do Pará, Parauapebas, 2024.

Este relatório de pesquisa é resultado de uma pesquisa vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática, que buscou identificar em que medida uma sequência didática elaborada segundo o modelo estruturante das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARCs) potencializa o processo de ensino e de aprendizagem de Função Modular no ensino médio? Para obter elementos que respondam a esse questionamento, foi estabelecido como objetivo geral analisar as potencialidades de uma sequência didática, estruturada segundo as UARCs, para o ensino de função modular para alunos do ensino médio de escola pública, tendo em vista a identificação de potencialidades a partir dos dados resultantes de sua aplicação e analisados segundo a análise do discurso e a Microgenética. Para o desenvolvimento da pesquisa foi realizado a fundamentação teórica baseada na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2006), correlacionada com a Sequência Didática segundo as percepções de Zabala (1998), bem como, nas Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual de Cabral (2017). No que se refere as percepções de aprendizagem dos estudantes após a aplicação da sequência didática, foram utilizadas as teorias da Análise Microgenética de Góes (2000) e a Análise do Discurso segundo Mortimer e Scott (2002) Para subsidiar a elaboração das atividades da sequência didática, foi realizada uma revisão da literatura sobre o tema, ademais, identificar as percepções de alunos de alunos egressos do 1º ano do ensino médio e também de professores de matemática do ensino médio da rede pública, sobre os processos de ensino e de aprendizagem de função modular. Informações obtidas em livros didáticos aprovados pelo PNLD corroboraram no sentido de melhor entendimento da temática e de sua abordagem metodológica nesses livros. Após a conjunção dessas informações, foram elaboradas as atividades que compuseram a sequência didática em consonância com as estruturas das UARCs. Após a aplicação foi efetuada a transcrição das interações entre alunos e professora/pesquisadora com o intuito de identificar os indícios de aprendizagem no decorrer do processo por meio da análise do discurso e microgenética. Ressalta-se que desta pesquisa resultou um Produto Educacional intitulado - Ensino de Função Modular via Sequência Didática - disponível no site do PPGEM-UEPA e no EDUCAPES, Repositório da CAPES.

.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Função Modular, Sequencia Didática.

ABSTRACT

SOUSA, Fernanda Vieira de. **A Modular Function Teaching Proposal**. 168 f. Dissertation of the Postgraduate Program in Mathematics Teaching – State University of Pará, Parauapebas, 2024.

This research report is the result of research linked to the Postgraduate Program in Mathematics Teaching at the University of the State of Pará (UEPA), a professional master's course in Mathematics Teaching, which sought to identify to what extent a didactic sequence prepared according to Does the structuring model of Articulated Units of Conceptual Reconstruction (UARCs) enhance the teaching and learning process of Modular Function in high school? To obtain elements that answer this question, the general objective was to analyze the potential of a didactic sequence, structured according to the UARCs, for teaching modular function to high school students in public schools, with a view to identifying potential potential based on the data resulting from its application and analyzed according to discourse analysis and Microgenetics. For the development of the research, a theoretical foundation was carried out based on Brousseau's Theory of Didactic Situations, correlated with the Didactic Sequence according to Zabala's perceptions, as well as Cabral's Articulated Units of Conceptual Reconstruction. Regarding students' learning perceptions after applying the didactic sequence, the theories of Góes' Microgenetic Analysis and Discourse Analysis according to Mortimer and Scott were used. To support the elaboration of activities in the didactic sequence, a review of the literature on the topic was carried out, in addition, to identify the perceptions of students who graduated from the 1st year of high school and also of high school math teachers from public schools, about modular teaching and learning processes. Information obtained from textbooks approved by the PNLD supported a better understanding of the topic and its methodological approach in these books. After combining this information, the activities that made up the didactic sequence were developed in line with the structures of the UARCs. After the application, the interactions between students and teacher/researcher were transcribed with the aim of identifying signs of learning during the process through discourse analysis and microgenetics. It is worth noting that this research resulted in an Educational Product entitled - Teaching Modular Function via Didactic Sequence - available on the PPGEM-UEPA website and on EDUCAPES, CAPES Repository.It is worth noting that this research resulted in an Educational Product entitled - Teaching Modular Function via Didactic Sequence - available on the PPGEM-UEPA website and on EDUCAPES, CAPES Repository.

.

Keywords: Teaching Mathematics, Modular Function, Didactic Sequence.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Atualmente temos diversos estudos que buscam melhoria da qualidade na aprendizagem dos estudantes em Matemática, haja visto as necessidades de tornar o ensino mais significativo. Pois o processo de ensinar e aprender não ocorrem a passos de mágica, e não se resume a um processo mecânico, de leis, regras que podem parecer sem sentido, ou que devem ser apenas memorizadas.

> [...] a natureza complexa do ato-processo de ensinar a aprender matemática nos coloca a todos nós, professores dessa fascinante disciplina, diante de um grande desafio: equilibrar algo - fenômeno – que, em sua natureza mais essencial, está sempre desequilibrado. Por um lado, estão os interesses da criança - suas capacidades de penetrar nas abstrações dos objetos matemáticos – e, por outro lado, estão os interesses da Matemática em sua natureza axiomática, abstrata ... rigorosa. Além das dificuldades na natureza social na comunicação humana e das questões epistemológicas de natureza disciplinar - conteúdos - que inevitavelmente, reconhecer a necessidade de se investigar as contribuições dos modelos metodológicos alternativos que procuram minimizar as dificuldades de aprendizagem em matemática largamente difundida pelas pesquisas na área (Cabral, 2017, p.9).

Sendo assim, as preocupações com o processo de ensinar e aprender Matemática estão cada vez mais constantes, onde o professor tem a necessidade de fazer com que o aluno entenda, que por sua vez só compreenderá aquilo que parece lhe fazer sentido. Essa pesquisa foi norteada pela inquietação de **identificar em que medida uma sequência didática elaborada segundo o modelo estruturante das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC’s) potencializa o processo de ensino e de aprendizagem de Função Modular no ensino médio?.**

Entendemos que dentre os diversos conteúdos matemático abordados no ensino médio, temos a função modular, na qual é muitas vezes deixado de lado, apesar de ser um conteúdo importante que se relaciona com outros assuntos dentro da disciplina, e essa omissão pode gerar lacunas na aprendizagem dos estudantes.

Assim, essa investigação teve como objetivo geral analisar as potencialidades de uma sequência didática, estruturada segundo as UARC’s, para o ensino de função modular para alunos do ensino médio de escola pública, tendo em vista a identificação de potencialidades a partir dos dados resultantes de sua aplicação e analisados segundo a análise do discurso e a Microgenética.

Para delimitar a abrangência da pesquisa e responder a problemática elencada, foram definidos especificamente os seguintes objetivos:

- Efetuar revisão da literatura com vistas a identificar problemas no ensino e na aprendizagem de função modular e obter subsídios para elaboração das atividades da sequência didática;
- Identificar percepções de professores e alunos quanto às dificuldades relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem de função modular, tendo em vista saneá-las das atividades a serem elaboradas;
- Obter elementos a partir da revisão da literatura e percepções de professores e alunos que contribuam para elaboração das atividades da sequência didática;
- Identificar as potencialidades de uma sequência didática, estruturada segundo as UARCs, a partir dos dados obtidos na empiria e analisados segundo a análise do discurso e da microgenética para validar a sequência didática em questão;
- Elaborar um Produto Educacional, tomando por base a sequência didática validada, com vistas à melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem da função modular por alunos do ensino médio.

Esse trabalho está apoiado teoricamente nas Situações Didática desenvolvidas por Guy Brousseau (2006), nas percepções de Sequência Didática de Zabala (1998), e nas unidades Articuláveis de Reconstrução Conceitual de Cabral (2017). Todas elas foram necessárias para a elaboração da proposta de Sequência Didática. Para as análises, a pesquisa buscará apoio nas teorias da Análise Microgenética de Góes e também da Análise do discurso de Mortimer e Scoot (2002). Todos esses temas estão ancorados no capítulo 2 dessa pesquisa com o título de Aportes Metodológicos.

No capítulo 3 são abordadas as considerações sobre o ensino de função modular, nela é descrito alguns estudos já realizados sobre o objeto matemático, organizados em diagnósticos, experimentais e livros didáticos. O capítulo também conta com uma análise de obras didáticas aprovadas pelo PNLD que estão disponíveis na educação básica, para compreender como está a abordagem do conteúdo nos livros.

E para fundamentar mais ainda os objetivos da pesquisa, o capítulo conta com resultados e análises de pesquisas de campo realizadas com estudantes do 2º ano do ensino médio de escola pública, com a finalidade de identificar as percepções da aprendizagem de matemática e de função modular, e a pesquisa com professores de matemática do ensino médio da rede pública que buscou responder quais dificuldades os alunos de 1º ano de ensino médio possuem sobre função modular.

No capítulo 4 é abordado o objeto matemático dessa pesquisa, iniciando por uma sucinta abordagem histórica da função modular, seguido da descrição do conteúdo matemático.

O capítulo 5 foi destinada a Elaboração de uma Sequência Didática, que conta com a descrição detalhada de três atividades que serão aplicadas em uma turma de 1º ano do ensino médio de uma escola pública, com a finalidade de identificar as potencialidades de uma sequência didática para ensino de função modular.

A Aplicação e Análise da Sequência Didática é abordada no capítulo 6, que trabalhou uma turma de 32 alunos de 1º ano do ensino médio. Essa etapa foi iniciada submetendo os estudantes a um diagnóstico inicial para a verificação de conhecimentos dos alunos da turma, seguida de uma oficina para trabalhar com as lacunas identificadas no diagnostico aplicado.

O capítulo conta ainda com a transcrição de cada episódio das UARC's trabalhadas, suas análises e também análises da avaliação aplicativa que os estudantes responderam ao final da aplicação da sequência didática.

O último capítulo dessa pesquisa, são as considerações finais que traz uma síntese geral do trabalho, destacando as composições dos capítulos bem como suas abordagens.

Essa pesquisa deu continuidade a investigação realizada por Costa Júnior (2019) que dedicou seu trabalho exclusivamente as retas, e o trabalho atual transcende esse conceito.

Com o intuito de que esta pesquisa seja proveitosa e contribua para o desenvolvimento e avanço do ensino de Matemática, os resultados obtidos foram revertidos em um Produto Educacional que visa somar e melhorar o ensino de Função Modular disponível no site do PPGEM-UEPA e no EDUCAPES, Repositório da CAPES.,

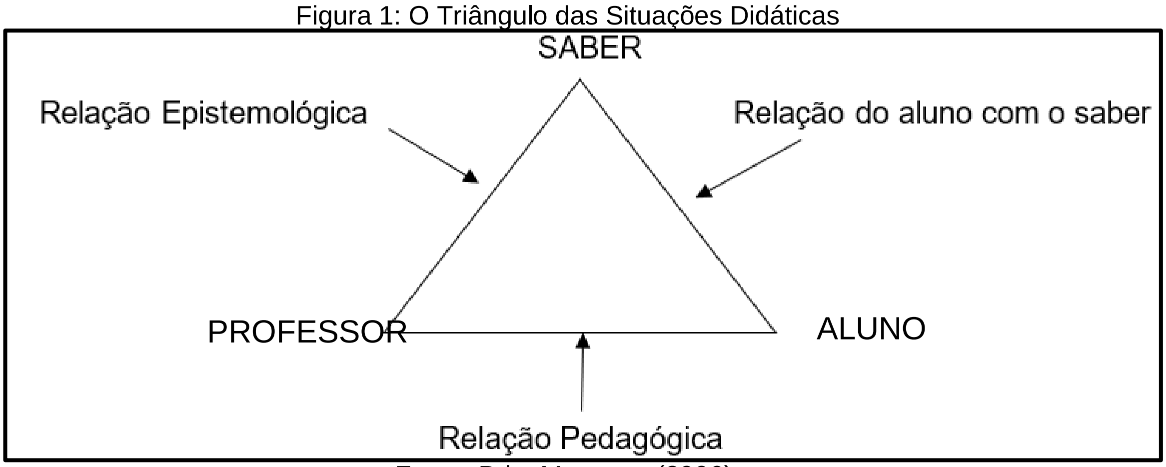
2. APORTES TEÓRICOS

Neste capítulo serão apresentados pesquisas, obras e autores que embasaram a construção desse trabalho. Diante disso, será abordado a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau (1986), Sequência Didática (SD) na concepção de Zabala (1998). O modelo estruturante das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) de Cabral (2017). Para avaliação da sequência didática, baseou-se na Análise Microgenética de Góes (2000) e a Análise do Discurso sob a ótica de Mortimer e Scott (2002) e Orlandi (2005).

2.1. TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi desenvolvida por Brousseau, com foco no processo de ensino e aprendizagem da matemática na sala de aula fazendo relações que envolvem a tríade professor, aluno e o saber. Brousseau (apud Brito Menezes, 2011) denominou de triângulo das situações didáticas a relação triangular formada pelo professor, o aluno e o saber, o que se espera que seja ensinado e aprendido. Este triângulo pode ser representado da seguinte forma:

Figura 1: O Triângulo das Situações Didáticas



Fonte: Brito Menezes (2006).

Para Almouloud, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) tem como objetivo:

> caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é caraterística da aquisição de um determinado conjunto de comportamentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa. (Almouloud, 2007, p. 31-32).

Nesse sentido é necessário que se considere um ensino de matemática mais significativo, que satisfaça a relação triangular, dando aos alunos um papel ativo na busca do conhecimento matemático, e, para isso, o professor deve criar situações de ensino que sejam efetivas para o aluno. É importante ressaltar a necessidade do conteúdo ser abordado dentro de um contexto, de um meio, próximo da realidade do aluno, caso contrário, torna-se uma tarefa que dificilmente alcançará as transformações formativas do saber científico (Pais, 2011).

Freitas (2010) contribui com a definição de meio da seguinte forma:

> O meio é onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age. É no meio que se provocam mudanças visando desestabilizar o sistema didático e o surgimento de conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagem de novos conhecimentos. (Freitas, 2010, p. 79).

Mas afinal o que é uma situação didática? Para Brousseau, 1978 (apud Almouloud, 2007, p. 33), ela é definida como

> O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu[1] (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

Esse conjunto de relações estabelecidas por meio de negociações entre alunos e professor explicitados na citação, resulta no que se conhece como *contrato didático*, um dos elementos mais importantes na TSD, cuja noção veremos mais adiante.

Além de situações didáticas temos as que se denominam de adidáticas que se caracterizam pela existência de aspectos relacionados ao processo de aprendizagem que não têm uma intenção pedagógica direta ou um controle pedagógico do professor (Pais, 2011). Ainda segundo este autor, o espaço e o tempo estipulado para cada aula representam uma parcela dos possíveis momentos de aprendizagem. A partir daí somos levados a ver que a educação escolar não se restringe apenas às situações em que o professor pode controlar.

Para Brousseau, 1986 (apud Pais, 2011, p. 68) uma situação adidática podem ocorrer:

> Quando o aluno torna-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar por ele mesmo o conhecimento que ele está construindo, em situação não prevista de qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer

---

[1] O termo milieu ou milieux são termos francês, e sua tradução para português significa “meio”. Na teoria das situações didáticas é um sistema autônomo, antogênico ao sujeito.

> professor, está ocorrendo então o que se pode ser chamado de situação adidática.

Apesar de ocorrer tais impossibilidades do controle pedagógico, a situação adidática é de suma importância à aprendizagem. Nos momentos em que o aluno está procurando solução para um problema que lhe fora proposto, ocorrem diversas formas de raciocínio por parte dele, em que o professor comumente não tem o controle. Então, assumindo a importância de tal situação, a Didática da Matemática reforça as condições de trabalhar com situações-problema que são ricas em situações adidáticas.

2.2 SEQUENCIAS DIDÁTICAS

O termo “Sequência Didática” está sendo utilizado cada dia mais nos meios de ensino, por se tratar de estratégias organizadas para alcançar os objetivos educacionais, principalmente no contexto escolar da educação básica, nas diversas áreas do conhecimento.

De acordo com Zabala (1998) sequência didática é um termo definido como sendo

> um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, quem têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. (Zabala, 1998, p. 18)

O autor ainda indica alguns critérios mediadores para se construir, aplicar e avaliar uma sequência didática, considerando três fases da intervenção reflexiva, descritas como: planejamento, aplicação e avaliação. Zabala (1998) também explica as quatro fases para aplicação de uma sequência didática: comunicação da lição, estudo individual do conteúdo, repetição do conteúdo estudado e avaliação ou nota do professor. Sobre o desenvolvimento das fases de uma sequência de atividades, o objetivo principal segundo o autor é:

> [...] introduzir nas diferentes formas de intervenção aquelas atividades que possibilitem uma melhora de nossa atuação nas aulas, como resultado de um conhecimento mais profundo das variáveis que intervêm e do papel que cada uma delas tem no processo de aprendizagem dos meninos e meninas. (Zabala, 1998, p.54).

Assim, ao projetar uma sequência didática, devem ser considerados os diálogos e relações interativas entre professor/aluno e aluno/aluno, as influencias dos conteúdos, os papeis de cada sujeito, bem como o tempo, espaço, além dos recursos didáticos e avaliação, para alcançar os objetivos, tudo deve ser bem planejado e organizado.

A Sequência Didática – SD é, segundo Cabral (2017), um conceito polissêmico, pois existem várias formas de se pensar uma sequência didática. A sequência didática pode ser focalizada no sentido macro, com muitas atividades, durante um longo período, ou pode ser concebida no sentido micro, pensando em atividades menores desde que haja um desenho cognitivo é definido e um objeto matemático que esteja sendo tratado no seu conceito e na sua natureza conceitual.

A complexidade dos saberes docentes descrita por Cabral (2017), assim como, tantos outros conceitos no campo da educação, também é dotado de polissemia. Para o autor, isso não constitui um problema, mas necessita de cuidados e, sobretudo demanda fazer escolhas e estabelecer restrições.

Tardif (2007, *apud* Cabral, 2017) apresenta dois grupos de problemas interligados que afetam as pesquisas sobre a temática do saber dos professores, dentre os quais estão: o problema da polissemia e o problema da centralidade. Além disso, Cabral (2017) norteado pela ótica de Tardif (2007) aponta dois grandes excessos, que segundo eles, são ameaçadores em relação às pesquisas sobre o saber dos professores: “o professor é um cientista” e “tudo é saber”.

> O primeiro excesso – o professor é um cientista – pressupõe a idéia de que o elemento essencialmente definidor da racionalidade é exclusivamente a capacidade cognitiva. A racionalidade aqui é um repertório de competências, de desempenhos pensados quase que exclusivamente em termos de saberes, de conhecimento. [...] O segundo excesso está ligado às chamadas abordagens etnográficas quando estas são levadas ao extremo. Esse autor critica tanto o acentuado tom cognitivista promotor de um perfil “quase computacional” do ator quanto o exagero etnográfico que, na sua concepção, acaba transformando tudo em saber. (Cabral, 2017, p. 16-17)

Neste sentido, as diferentes práticas de ensino apoiam-se em diferentes concepções de aprendizagem. Sob a ótica de que não existe neutralidade na educação, não sendo diferente a forma de pensar o ensino, isto nos remente que existem diversas formas de concebermos o processo de ensino e aprendizagem, que são influenciadas pelas concepções sobre a educação, a função da educação e as concepções que se tem sobre o sujeito que aprende. É partindo desses pressupostos, que se busca entender o porquê de se organizar o ensino em formas de sequências didáticas e não em atividades isoladas.

O modelo de sequência didática adotado por Araújo (2013, p. 332) “está associado às pesquisas sobre a aquisição da língua escrita através de um trabalho sistemático com gêneros textuais desenvolvidas pelo grupo de Genebra”. Segundo o pensamento do autor, a sequência didática é uma estratégia educacional que o professor utiliza para organizar as atividades de ensino que busca auxiliar os alunos na resolução de atividades em função de núcleos temáticos e procedimentais.

Ao entrar em contato com o objeto de conhecimento, o sujeito formula hipótese sobre o funcionamento e estruturação desse objeto, e isto só é possível devido ao fato de o sujeito possuir conhecimentos anteriores, que são acionados ao entrar em contato com um objeto diferente. Isto nos leva a crer que o aluno não é um sujeito vazio pois possui conhecimentos prévio. Desta forma, a prática docente é criada a partir dos sujeitos reais e demandas reais de aprendizagem. Neste sentido, as atividades isoladas e descontextualizadas não são suficientes.

Desta forma, o ensino por meio de sequencias didáticas busca superar um modelo centrado somente na exposição e memorização. A aprendizagem no ambiente escolar precisa valorizar o cotidiano do aluno, isto é, trazer o conhecimento prévios que ele tem para a sala de aula que facilita a aprendizagem além de diminuir a distância que há entre o que é ensinado na escola e o que realmente é vivenciado pelo aluno, ou seja, trabalhar com o concreto permite ao aluno fazer inferências e tomar decisões com maior segurança e autonomia, atribuindo assim, significado a esta aprendizagem.

Segundo Cerqueira (2013), para proporcionar a aprendizagem significativa, uma das estratégias é a sequência didática. É importante ressaltar que Cabral (2017) afirmou que enquanto atuava como professor da educação básica, procurava oferecer aos seus alunos o ensino de matemática voltada a pratica discursiva de interações verbais reflexivas, em algumas situações o autor provocava os estudantes a notar e observar regularidades, e levava-os as utilidades e necessidades das generalizações.

Para a elaboração de uma sequência didática, Oliveira (2013, p.43) descreve que “o professor precisa escolher o tema, problematizar o assunto, planejar os conteúdos; traçar os objetivos, delimitar as atividades de forma sequencial levando em consideração os grupos, materiais, tempo, etapas e a avaliação dos resultados”.

Sabendo que há muitas contribuições sobre sequência didática provenientes da Didática Francesa, mas destacar-se-á os estudos de Zabala, no qual apresenta a sequência didática como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. (Zabala, 1998, p.18). Dessa forma, elas são estruturadas a fim de cumprir objetivos educacionais já estabelecidos, ou seja, professores e alunos possuem as finalidades já definidos.

Assim, a organização das atividades se faz necessária para assegurar a construção de uma aprendizagem mais efetiva, que permite a articulações entre diferentes temas, permitindo construir significados dos objetos e contribuir para a relação entre os conteúdos, sejam eles referentes ao saber (conceituais), ao saber fazer (procedimentais), ou a essência de ser (atitudinais).

Tomando por base todo o conteúdo já mencionado, esta pesquisa buscou construir uma Sequência didática com base nas Unidades Articuláveis de Reconstrução Conceitual (UARC) com fundamentação da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

É importante ressaltar que as discussões estabelecidas no texto citado acima, contribuíram para a compreensão geral do que é este instrumento didático. Desse modo, possibilitaram o entendimento e necessidades de relações com outras teorias, exemplo disso é a UARC que é abordada no texto a seguir.

2.3 UNIDADE ARTICULÁVEL DE RECONSTRUÇÃO CONCEITUAL - UARC

As UARC’s estão subdivididas em sete conjuntos denominadas de Intervenções Estruturantes, que servem como direcionamento para elaborar uma Sequências Didáticas de conteúdos matemáticos, são elas: Intervenção Inicial (Ii), Intervenção Reflexiva (Ir), Intervenção Exploratória (Ie), Intervenção Formalizante (If), Intervenção Avaliativa Restrita (IAr), Intervenções Avaliativa Aplicativa (IAa) e também as Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (I-OMO).

> Estou usando o termo “Intervenção” no sentido de que existe uma intencionalidade nas ações dirigidas pelo professor diante de seus alunos. Uso, portanto, esse termo no sentido de evidenciar o papel de orientador do pensamento em construção que é uma prerrogativa intransferível do

> professor. Suas ações de ensino são intervenções que visam estimular o aluno a atingir os objetivos de aprendizagem. (Cabral, 2017, p. 40)

Assim, as UARC's é um modelo estruturado a fim de apresentar com clareza a função do professor como um orientador do pensamento que estará em construção. O docente oferecerá orientações aos estudantes, com intuito de estimula-los para atingirem os objetivos determinados antes da aplicação da Sequência Didática.

Tais relações podem ser interpretadas como um processo de associação com os pressupostos da psicologia, que se relacionam com os conceitos da Psicologia Histórico-Cultural formulada por Vygotsky as chamadas Zonas de Desenvolvimento proximal (ZDP) no qual o aprendiz e levado a avançar de um Nível de desenvolvimento Potencial (NDP) para o Nível de Desenvolvimento Efetivo (NDE). Cabral (2017) afirma que a Intervenção inicial (Ii) é a primeira peça do jogo de ideias que estimulam o aluno a perceber de maneira intuitiva as regularidades funcionais de um conceito. É o primeiro elemento de um jogo orientado pelo professor com a intenção principal de instigar o pensamento matemático.

A intervenção reflexiva é gerada por meio de um questionamento, que pode estar atrelado em um ou mais aspectos. Nessa etapa o aluno é orientado a levantar hipóteses, fazer presunções, averiguar possiblidades e estabelecer consequências. O autor também relaciona as Intervenções Exploratórias, que objetivam aprofundar o olhar do aluno sobre os resultados obtidos nas intervenções reflexivas. Nessa etapa o aluno é levado a fazer simulações, experimentações, descrições, preenchimento de tabelas, elaboração de gráficos e observações. Assim explica Cabral:

> Concebo a utilização colaborativa dessas duas formas de intervenções de ensino – Ir e Ie – no sentido de estimular o aluno à percepção de certas regularidades envolvidas no processo de reconstrução conceitual. O processo de ensinar e aprender precisa necessariamente passar por essa dinâmica, qual seja, de se elaborar o cenário didático com a finalidade de levar os alunos a perceberem, ainda que intuitivamente, os padrões, as regularidades que possibilitam a configuração de modelos generalizantes. Essa dinâmica muda substancialmente o que, em geral, é realizado a partir do modelo focado exclusivamente na exposição didática. (Cabral, 2017, p. 41)

Para o autor, as Intervenções Formalizante são também orientadas pelo professor que realiza a intermediação do pensamento organizado por meio de uma sequência didática, no qual se apropria das verdades empírico-intuitivo outrora fomentadas pelas intervenções reflexivas e exploratórias. Ou seja, o professor reelabora as verdades “redescobertas” pelos alunos a fim de adaptar a formalidade Matemática.

Cabral (2017) afirma que o modelo proposto não quer dizer para abandonar as exigências formais que o saber disciplinar da matemática exige, e sim valorizar um cenário didático ampliado, no qual se enfatiza um olhar mais compassivo e não somente uma formalização conforme o modelo tradicional. Conforme explica o autor:

> O modelo tradicional tem ênfase descritiva na lógica da repetição para se “memorizar” e “reproduzir”. Essa lógica se traduz na perspectiva do “como fazer” em detrimento da ênfase reflexiva-exploratória que se constitui na lógica da repetição para se fomentar a percepção de regularidades e generalizações que se traduz na perspectiva do “por que fazer?”. É uma mudança radical. A ideia é sair da lógica da “reprodução algorítmica” para uma lógica da “justificativa de procedimentos” a partir das noções conceituais. (Cabral, 2017 p.43)

Para se desviar do modelo tradicional, Cabral (2017) complementa com as Intervenções Avaliativas Restritivas (IAr), e as Intervenções Avaliativas Aplicativas (IAa). A primeira busca medir as aprendizagens dos alunos em dois sentidos fundamentais do saber matemático do que é o objeto matemático em estudo? (o significado, o sentido) e como se justificam e operam os algoritmos decorrentes? (propriedades e operações).

A segunda, as Intervenções Avaliativas Aplicativas (IAa), tem a como finalidade a Resolução de Problemas de Aplicação. Se trata de um nível elevado que caracteriza a absorção processual e conceitual. O aluno precisa ser capaz de assimilar as noções conceituais associadas às propriedades operacionais decorrentes (algoritmos) em situações que envolvam resolução de problemas aplicados aos diversos contextos reais e/ou abstratos adequados ao seu nível de ensino. (CABRAL, 2017 p.43)

Nas intervenções estruturantes Cabral (2017) idealizou duas modalidades para a intervenção inicial, foram estas a Exploração Potencial (Ii – EP) e a Conexão Pontual (Ii – CP); nas duas modalidades o professor é norteador do processo de pensamento construtivo, objetivando a reconstrução de conceitos por meio da condução diretiva dialógica do professor.

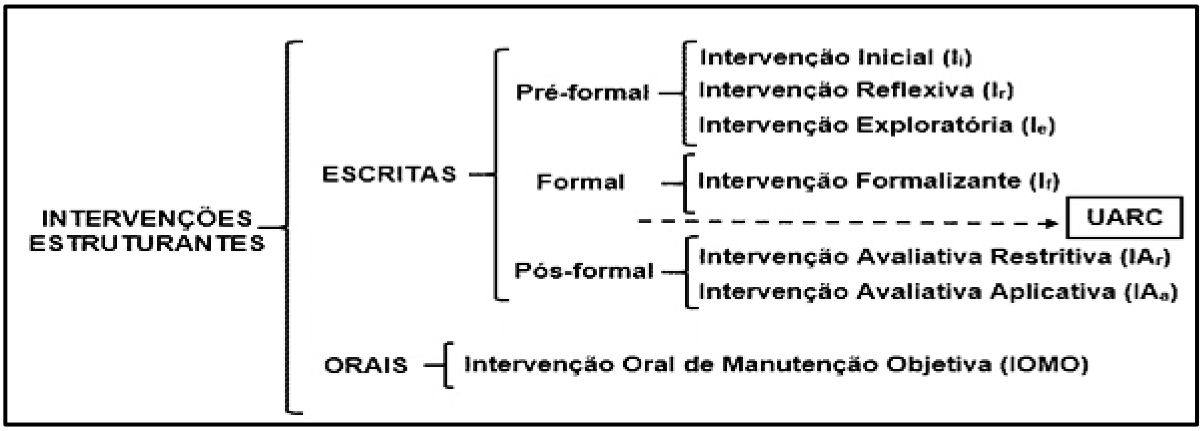
O autor defende a condução diretiva, mediante um planejamento minucioso que necessita uma sequência didática. De igual modo, a sequência didática está coberta de intencionalidade que faz parte de um bom planejamento. Além disso o professor deve ser guiado pela objetividade do apreender, e o ensino deve se manter no campo do discurso dialógico, que permite o aluno constituir sua própria aprendizagem.

Dessa forma, Cabral (2017), afirma que o aluno é envolvido num processo de discurso dialógico comparado com um jogo de ping pong, no qual implicitamente ocorre as Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (I-OMO). São intervenções relevantes, pois auxiliam o professor na modelação das aproximações e distanciamentos dos alunos sobre os objetivos de aprendizagem matemática.

De igual modo, a Intervenção oral de manutenção objetiva, trata-se de um complemento regido pela sequência didática implícita, no qual o professor através de discursos durante todo o processo de ensinoaprendizagem, realiza intervenções e reformulações no processo de reconstrução conceitual, permitindo com que o aluno seja estimulado a alcançar os objetivos estabelecidos pela sequência didática.

As intervenções estruturantes podem ter um melhor entendimento a partir da análise da figura abaixo que nos mostra como elas estão dispostas para o desenvolvimento do modelo de Cabral (2017).

Figura 2: Intervenções Estruturantes



Fonte: Cabral, 2017, p. 97

Logo o autor define como Unidade articulável de reconstrução conceitual (UARC) como um conjunto de argumentações empírico dedutivas, construídas por todas as Intervenções Estruturantes pré-formais que precedem e inclui alguma Intervenção Formalizante. Ou seja, cada Intervenção Formalizante contribui e/ou estimula por meio do estabelecimento de recorte argumentativos a reconstrução de conceitos do saber matemático escolar.

Desse modo, a UARC foi tratada enquanto construto teórico que irá auxiliar a construção da Sequência Didática desta pesquisa. Pois a partir dela, foram construídas as atividades da sequência didática desse trabalho (UARCs), que nortearam a reconstrução das identidades da função modular.

2.4 ANÁLISE MICROGENÉTICA

Com a necessidade de possuir um mecanismo que visa a competência de pesquisar, selecionar e analisar dados obtidos através de diálogos ocorridos na relação entre professor, aluno e saber, estabelecidas ao longo da aplicação da sequência didática. Objetivando a verificação de aprendizagem efetiva com os objetivos previamente elaborados para o ensino. Apresentar-se-á uma forma de análise com essa finalidade.

A análise Microgenética, se trata de uma abordagem metodológica utilizada regularmente nas áreas da educação e da psicologia, nas investigações sobre a constituição dos sujeitos, principalmente relacionados a estratégias estabelecidos nos contextos educativos, de acordo com Góes (2000):

> a caracterização mais interessante da análise microgenética está numa forma de conhecer que é orientada para minúcias, detalhes e ocorrências residuais, como indícios, pistas, signos de aspectos relevantes de um processo em curso; que elege episódios típicos ou atípicos (não apenas situações prototípicas) que permitem interpretar o fenômeno de interesse; que é centrada na intersubjetividade e no funcionamento enunciativodiscursivo dos sujeitos; e que se guia por uma visão indicial e interpretativo-conjetural (Goes, 2000, p. 21).

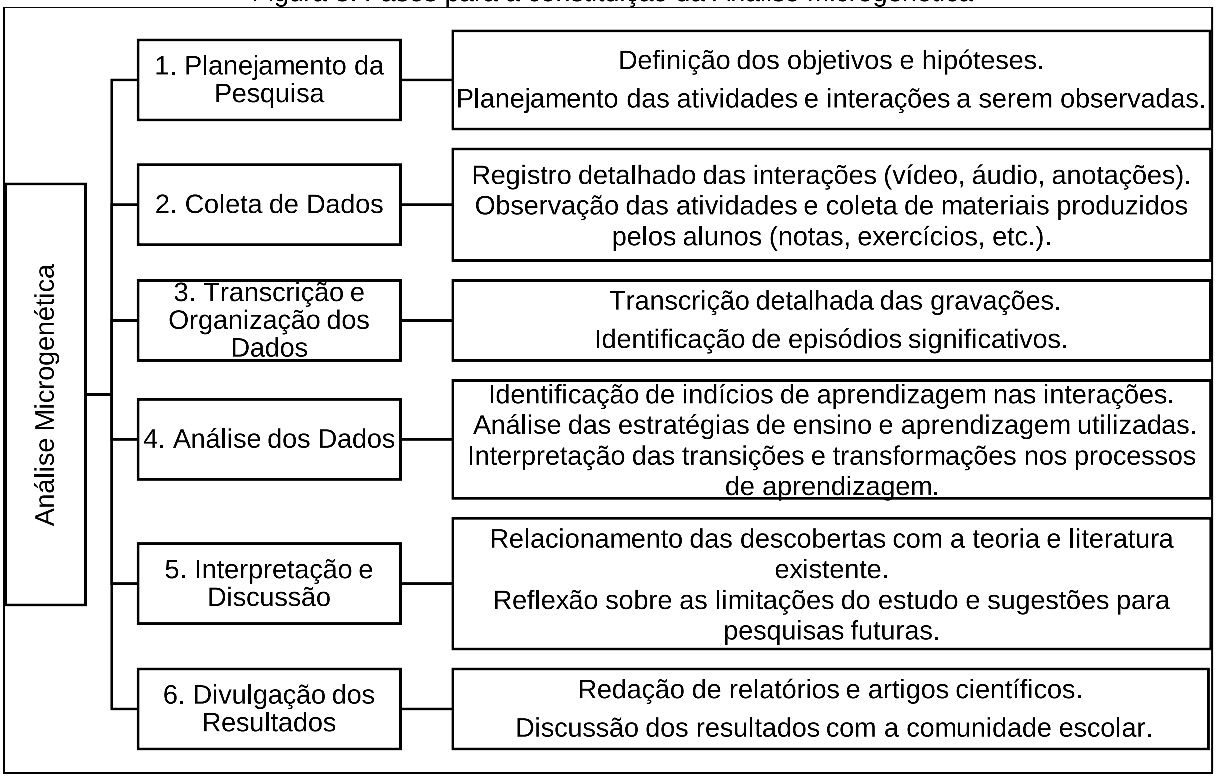
Diante disso, Góes (2000) proporciona uma discussão sobre a análise Microgenética, sendo uma abordagem metodológica que se incorpora a uma matriz histórico-cultural e semiótica dos processos humanos. A autora enfatiza vantagens da utilização desse recurso metodológico em pesquisas que referencie a subjetivação. A autora mostra que a análise é micro pois indica à curta duração dos eventos, também é relatado que o “micro” diz respeito ao beneficiamento de particularidades indiciais.

Góes (2000) ainda afirma que a análise é “genética” no sentido de ser histórica, por evidenciar a transposição durante processos e associar condições passadas e presentes, em uma tentativa de examinar o que no presente, está carregado de projeção futura.

Em outras palavras Góes (2000) atribui a Análise Microgenética a maneira de elaborar dados que necessitam de observações minuciosas dos acontecimentos a fim de relatar episódios de forma detalhada, e para tais efeitos há a necessidade da utilização de gravações em vídeos e/ou áudios, além das transcrições pormenorizadas das atividades.

Assim, a análise Microgenética segue diversas fases que são importantes para garantir uma investigação detalhada e eficaz dos processos de aprendizagem e desenvolvimento.

Figura 3: Fases para a constituição da Análise Microgenética



Fonte: Elaborada pela autora (2024)

O primeiro passo na análise Microgenética é o planejamento da pesquisa que é a etapa inicial onde se definem os objetivos e hipóteses do estudo. Nesta fase, também se selecionam os contextos e participantes adequados. "O planejamento cuidadoso é essencial para garantir que a investigação Microgenética seja conduzida de maneira sistemática e focada" (Rogoff, 1998, p. 691).

A coleta de dados é uma fase crucial da análise microgenética, que envolve o registro detalhado das interações em sala de aula ou em outro ambiente de estudo. "A observação detalhada e contínua das interações é fundamental para captar os processos de desenvolvimento conforme eles ocorrem" (Granott, 1998, p. 646). Isso inclui o uso de gravações em vídeo e áudio para capturar os detalhes das interações. Além das gravações, são feitas observações sistemáticas das atividades em sala de aula e coletados materiais produzidos pelos alunos, como notas e exercícios.

Após a coleta, os dados precisam ser transcritos detalhadamente, capturando tanto o conteúdo verbal e expressões não-verbais. "A transcrição minuciosa dos dados é uma prática essencial para garantir a precisão e a riqueza da análise subsequente" (Jordan & Henderson, 1995, p. 44).

A análise dos dados consiste em examinar as interações detalhadamente para identificar padrões e transições no processo de aprendizagem. Nesta fase, são observadas as estratégias de ensino e respostas dos alunos. "A análise detalhada dos dados permite a identificação de padrões de interação e a compreensão de como o conhecimento é construído" (Mortimer e Scott, 2003, p. 33). A análise se concentra em entender as transições e evoluções nos processos de aprendizagem, procurando padrões e tendências que revelem como o conhecimento é construído e internalizado pelos alunos ao longo do tempo.

A interpretação e discussão dos dados são interpretados à luz das teorias trabalhadas e da literatura relevante. As implicações para a prática educativa são discutidas, oferecendo insights sobre como as estratégias observadas podem ser aplicadas ou ajustadas. "A interpretação dos dados deve ser feita em consonância com a teoria, permitindo uma compreensão mais profunda dos processos de desenvolvimento observados" (Vygotsky, 1978, p. 56). Também se reflete sobre as limitações do estudo e se sugerem direções para pesquisas futuras, contribuindo para o avanço do conhecimento na área.

Por fim, a fase de divulgação dos resultados envolve a redação de relatórios e artigos científicos que descrevem os achados da pesquisa. Flynn (2006, p.72) afirma que "a divulgação dos resultados é crucial para compartilhar os insights obtidos e contribuir para o avanço do conhecimento na área".

Esses documentos são apresentados em conferências e seminários, permitindo a troca de conhecimentos e ideias com outros pesquisadores e educadores. Além disso, os resultados são discutidos com a comunidade escolar, promovendo uma aplicação prática das descobertas para melhorar o ensino e a aprendizagem no ambiente educativo.

Essas fases e etapas estruturadas garantem que a análise Microgenética seja conduzida de maneira rigorosa e detalhada, proporcionando uma compreensão profunda dos processos de aprendizagem e desenvolvimento em contextos educativos.

É importante ressaltar que os indícios de aprendizagem são particularidades que acontecem nas interações em sala de aula do professor e aluno, como também de aluno com aluno, que podem ser vistas corriqueiramente nas descrições da Análise Microgenética. Na qual o professor deve apresentar de forma clara os objetivos a serem alcançados durante os processos de re(construção) do conhecimento matemático.

Podemos destacar que a Análise Microgenética conforme descrita por Góes (2000), é uma abordagem detalhada que examina o desenvolvimento cognitivo e as interações sociais no contexto educacional. Para organizar e interpretar os dados coletados, são utilizadas várias categorias, que podem ser classificadas em episódios, segmentos e turnos.

Os **episódios** referem-se a unidades maiores de interação, dentro dos episódios, encontramos os **segmentos**, que são partes mais específicas das interações, por fim os **turnos** são as menores unidades de análise dentro dos segmentos, são as falas tanto para professor quanto para alunos, seja para perguntas, resposta, explicação ou correção; eles detalham o fluxo da comunicação e a dinâmica da interação.

Diante disso, a Análise Microgenética torna possível a identificação de situações que possam dificultar a aprendizagem e possivelmente solucioná-los, colocando o aluno como o personagem principal, objetivando a construção do seu próprio conhecimento.

A pesquisa realizada nessa dissertação, relaciona a Análise Microgenética, envolvida com a Teoria das situações Didáticas e atividades propostas na Sequência Didática, tendo como método de examinar o processo e os resultados de cada etapa desenvolvida da Sequência Didática em sua aplicação, apoiando-se em cada fase da intervenção estruturante proposta por Cabral (2017). Além de associar-se com as contribuições da Análise do Discurso de Mortimer e Scott (2002), no qual foi feito uma breve descrição no tópico seguinte.

2.5 ANÁLISE DO DISCURSO

Nesse tópico, abordaremos sobre a análise do discurso, uma ferramenta que auxilia nas análises de qualquer tipo de produção textual. Analisaremos a visão de Orlandi (2015) e trataremos sobre a estrutura analítica mencionada por Mortimer e Scott (2002) que objetiva analisar as interações e a criação de significados que surgem com os discursos de professores e alunos em salas de aula.

A análise do discurso, não se refere a língua, nem a gramática, apesar de ambas serem muito importantes, ela aborda somente o que diz respeito ao discurso, que etimologicamente remete ao significado da ideia de movimento, curso, percurso, ou seja, a palavra discurso remete à prática da linguagem. Orlandi (2015), afirma que com o estudo do discurso observa-se o homem falando.

> Por esse tipo de estudo se pode conhecer melhor aquilo que faz do homem um ser especial com sua capacidade de significar e significar-se análise de discurso concebe a linguagem como mediação necessária entre o homem e a realidade Natural e social. Essa mediação, que é o discurso, torna possível tanta permanência e a continuidade quanto o deslocamento e a transformação do homem E da realidade em que ele vive. (Orlandi, 2005, p.15)

Nesse sentido Orlandi (2015) ratifica que análise do discurso se refere a maneira de significar as falas humanas, a fim de encontrar regularidades da linguagem em sua produção.

Segundo Bakhtin (1953/1986, p 60 apud MORTIMER e SCOTT, 2002, p. 284) a análise do discurso é um resultado da tentativa de obter uma linguagem para se referir ao gênero discurso, afirmam ainda que em cada campo onde a linguagem é utilizada possibilita o desenvolvimento relativos e estáveis de enunciados.

Neste sentido, sobre a definição de análise do discurso Mortimer e Scott (2002), afirmam que:

> Os significados são vistos como polissêmicos e polifônicos, criados na interação social e então internalizados pelos indivíduos. Além disso, o processo de aprendizagem não é visto como substituição das velhas concepções, que o indivíduo já possui antes do processo de ensino, pelos novos conceitos científicos, mas como a negociação de novos significados num espaço comunicativo no qual há o encontro entre diferentes perspectivas culturais, num processo de crescimento mútuo. As interações discursivas são consideradas como constituintes do processo de construção de significados. (Ibidem, 2002, p. 284)

Mortimer e Scott (2002) apresentam uma ferramenta, descrita na estrutura abaixo, para ser utilizada por professores, que objetiva analisar as interações e a produção de significados em salas de aula.

Quadro 1: Aspectos para Análise das Interações

Aspectos da Análise		
i. Focos do ensino	1. Intenções do professor	2. Conteúdo
ii. Abordagem	3. Abordagem comunicativa	
iii. Ações	4. Padrões de interação	5. Intervenções do professor

Fonte: Mortimer e Scott 2002, p.285.

Essa estrutura minuciosa realizada por Mortimer e Scott (2002) é fundamentada em cinco particularidades que estão correlacionadas e focadas no papel do professor e são organizadas em três termos: os focos do ensino, com as intenções do professor e o conteúdo; a abordagem e as ações.

No aspecto dos focos do ensino, particularmente nas intenções do professor que fazem menção ao desenvolvimento do conteúdo. Segundo Mortimer e Scott (2002), além da performance do profissional que planejou e dirigiu suas aulas, existem mais seis possibilidades que corroboram durante as sequências de ensino, provenientes da teoria sociocultural e também das vivencias em sala de aula.

As possibilidades são a criação de um problema; a exploração da visão dos estudantes; a introdução e desenvolvimento do assunto; orientação dos alunos com ideias científicas; orientação dos alunos para aplicação de ideias científicas e as consequências de seu uso; e a manutenção de uma narrativa para o desenvolvimento do assunto.

Os autores destacam que na criação de um problema ocorre o envolvimento dos estudantes, tanto no intelecto quanto no emocional; na exploração da visão do estudante, a intenção do professor é de provocar, explorar as percepções e compreensão dos estudantes.

O foco da intenção do professor segundo Mortimer e Scott (2002) na introdução e desenvolvimento do assunto, permite “disponibilizar as ideias científicas (incluindo temas conceituais, epistemológicos, tecnológicos e ambientais) no plano social da sala de aula.”

Outra intenção descrita pelos autores é a orientação dos alunos com ideias científicas, descrevem com o foco de oportunizar aos alunos a expressarem novas ideias, seja na construção de significados individuais, ou até mesmo em grupos.

Conforme a estrutura organizada por Mortimer e Scott orientação dos alunos para aplicação de ideias científicas, permite que os alunos apliquem suas ideias cientificas aprendidas a uma variedade de conceitos. Na intenção descrita pelos autores como uma narrativa para o desenvolvimento do assunto, é possível instigar comentários sobre o desenrolar das atividades, favorecendo que aluno entenda suas relações com o currículo.

Ainda no aspecto focos do ensino, mas voltados para os conteúdos dos discursos, os autores explicitam três termos fundamentados na linguagem social, são eles a descrição, que evidencia os enunciados; a explicação, que se utiliza de algum modelo teórico; e também da generalização, que são esclarecimentos independentes de um contexto específico.

Mortimer e Scott (2002) no aspecto Abordagem, relata a abordagem comunicativa como o centro da estrutura que organizaram, aqui se desdobra a perspectiva sobre como o as intenções e conteúdo do ensino são trabalhados pelo professor através das diferentes intervenções pedagógicas que resultam em diferentes padrões de interação.

Dessa forma, os autores descrevem dois pares extremos de classes de intervenções na abordagem comunicativa, considerando as interações entre o professor e os estudantes ou entre estudantes, são elas a dialógica ou de autoridade; e a discurso interativo ou não interativo.

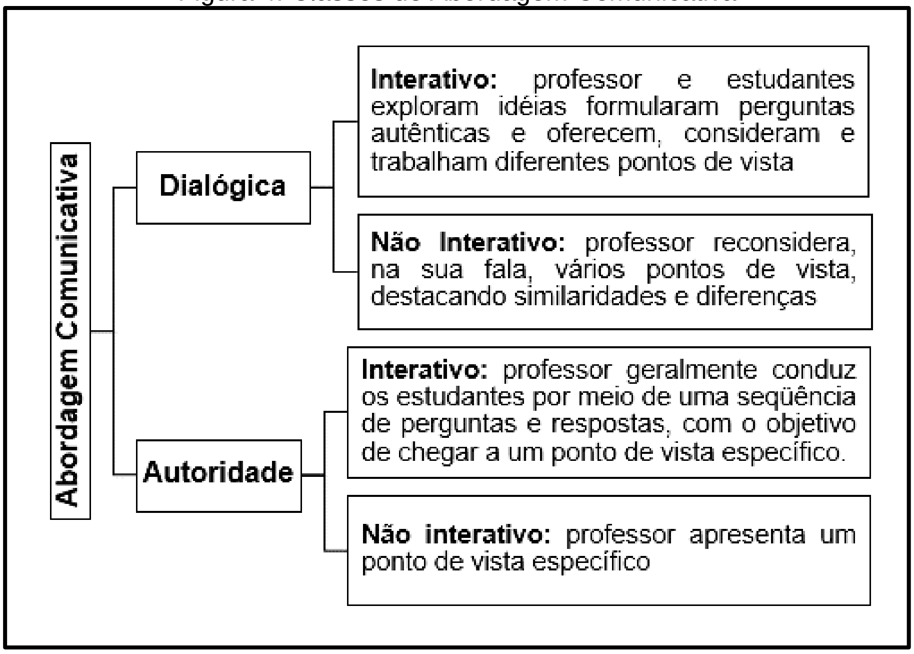
A abordagem comunicativa dialógica é descrita por Mortimer e Scott (2002) quando o professor oportuniza o estudante a expressar sua opinião, e é dada importância a mais de uma voz, permitindo que ocorra uma inter-animação de ideias.

Em contrapartida, temos a abordagem comunicativa de autoridade, nessa somente uma voz é levada em consideração não ocorrendo uma inter-animação de ideias, e é permitido que o estudante expresse suas ideias, no entanto, são considerados somente se estiverem ligadas ao discurso científico escolar.

Sendo assim, seja qual for a interação é possível que tenha aspectos de ambas as funções. Além disso, o discurso pode ser interativo que é aquele participa mais de uma pessoa ou não-interativo, que participação é de uma única pessoa.

A figura abaixo ilustra as combinações das quatro classes de abordagem comunicativa baseadas nas classes de abordagens expressas por Mortimer e Scoott (2002):

Figura 4: Classes de Abordagem Comunicativa



Fonte: Elaborada pela autora baseado em Mortimer e Scott (2002)

No aspecto ações, Mortimer e Scott (2002) destacam os padrões de interação e as intervenções do professor respectivamente quarto e quinto configuração da análise. Sendo que

O quarto aspecto, ocorre na medida em que professor e alunos intercalam ordens de fala na sala de aula. Assim, o mais comum são as tríades I-R-A (Iniciação do professor, Resposta do aluno, Avaliação do professor), mas é possível que ocorra outros padrões. Os autores evidenciam que ainda possa haver momento em que o professor realize intervenções curtas, ou que forneçam um feedback para que o estudante formalize melhor a sua fala, cadeia essas que podem gerar ordens não triádicas do tipo I-R-P-R-P ou I-R-F-R-F onde P significa uma ação discursiva para o prosseguimento na fala do aluno e F um feedback para que o aluno elabore um pouco mais sua fala.

No quinto aspecto Mortimer e Scott (2002) abordam seis formas de intervenções pedagógicas que podem ser realizadas pelo professor, evidenciando o foco e as ações do professor em cada uma. São elas: a formação dos significados, a seleção de significados, na marcação de significados chaves, no compartilhamento de significados, na checagem do entendimento dos estudantes e na revisão de significados.

Assim sendo, as teorias mencionadas nesse trabalho contribuem de forma significativa para nossa pesquisa, e podem ser relacionadas entre si, uma vez que apresentam situações que envolvem o professor, o aluno e o saber, e também com as diversas consequências dessas relações que possam ocorrer no ambiente da sala de aula.

Assim, a análise do discurso juntamente com a análise microgenética e a teoria das situações didáticas, forneceram suporte para o desenvolvimento e as análises de cada uma das UARC's que compõem a sequência didática, consequentemente da validação de suas potencialidades.

2.6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

As teorias mencionadas serviram como suporte para essa pesquisa, e contribuem de forma significativa para melhoria da atuação profissional do professor, bem como no rendimento educacional do estudante, fortalecendo a relação professor-aluno-saber, despertando para a utilização de intervenções planejadas e adequadas para alcançar os objetivos dos conteúdos, além de ampliar e enriquecer as formas de enxergar o processo de ensino e aprendizagem.

Para alcançar uma visão mais abrangente para desenvolver essa investigação, transcorremos por uma série de pesquisas, que nos possibilitou desenvolver uma revisão de estudos sobre função modular, a observar com um olhar mais atento como que os livros didáticos estão apresentando o objeto matemático em estudo, e a partir de uma amostra de estudantes e professores de escolas públicas, compreender como estão as percepções sobre o conteúdo matemático que impulsionou essa pesquisa.

Com a revisão de estudo pude compreender como as poucas pesquisas existentes sobre o tema, como que os pesquisadores abordam o tema nos seus trabalhos, bem como filtrar o que já possuí, não existe e que pode ser melhorado.

A análise de livros didáticos ocorra em obras autorizadas pelo PNLD dos anos de 2010, 2016 e 2020. Foram observadas as abordagens iniciais do conteúdo, exemplos e atividades propostas, além de analisar as questões propostas de acordo com os níveis da Taxonomia de Bloom, onde sua explicação está contida nesse trabalho.

Para compreender a percepção dos estudantes do Função Modular, me desloquei para uma escola pública do município de Parauapebas, que continham alunos que já haviam estudado o conteúdo, de forma tradicional, e que pertenciam no ano de 2023 ao segundo ano do ensino médio, e responderam um questionário impresso, que possibilitou assimilar aonde os estudantes possuíam maiores dificuldades de aprendizagem.

O questionário aplicado aos estudantes continha além de questões objetivas e subjetivas sobre função modular, indagações voltadas as formas que se sentem mais confortáveis para aprender. De posse de todos esses dados, foram organizados em tabelas utilizando o Excel. E posteriormente analisados.

Professores da rede pública também foram procurados para ajudar a compreender como está o ensino de Função Modular. Aqui o instrumento de pesquisa utilizado foi o google formulários, e buscou entender a percepção do docente sobre questões especificas sobre função modular, quais as dificuldades que sentiam para fazer com que o aluno aprendesse, quais recursos metodológicos utiliza nas suas aulas, formas de avaliação além de conhecer o perfil e formação acadêmica do docente.

Após entender as percepções dos professores e alunos, foi elaborado um tratamento matemático sobre Função Modular, com a finalidade de apresentar o tema com maior clareza e objetividade para subsidiar a atuação dos professores na aplicação do conteúdo. E ainda pode caracterizar uma complementação para além do livro didático. Com isso, materializar matematicamente esta pesquisa para a construção da sequência didática.

A etapa a elaboração da sequência didática foi norteada pelas discussões das teorias já citadas, foram considerados os ensinamentos destacados no triangulo didático descrito na TSD, as fases das SD, além das formas de intervenções que compõe as UARC’s,

É importante ressaltar que os obstáculos didáticos destacados por professores e alunos egressos foram levados em consideração, bem como as experiencias matemáticas em pesquisas anteriores

Para validar a sequência didática desenvolvida neste trabalho, foram realizadas atividades com uma turma de 32 alunos do 1º ano do ensino médio, em uma escola estadual localizada na periferia de Parauapebas. A escolha da escola se deu pelo fato de a pesquisadora fazer parte do corpo docente. A autorização necessária foi solicitada à direção da escola, aos coordenadores pedagógicos e aos responsáveis legais dos estudantes, garantindo que eles pudessem participar das atividades planejadas para a pesquisa.

Com a autorização dos membros da comunidade escolar e dos responsáveis pelos alunos, foi possível dar continuidade à execução das atividades programadas que foram realizadas em três dias. As atividades seguiram a seguinte programação:
Primeiro Dia: UARC 1: "Introdução à Ideia de Reflexão"; Segundo Dia: UARC 2: "Reflexão de Gráficos de Funções" e UARC 3: "Representação do Módulo de Funções"; Terceiro Dia: Avaliação aplicativa que concluiu a validação da sequência didática proposta.

No entanto, antes de iniciar o desenvolvimento das UARC's com os alunos participantes da pesquisa, foi aplicado um teste de verificação. O objetivo deste teste foi avaliar o nível de conhecimento dos estudantes e identificar quais competências matemáticas precisavam ser aprimoradas para que eles pudessem avançar com eficácia nas atividades programadas.

3. SOBRE O ENSINO DE FUNÇÃO MODULAR

Neste capítulo buscou-se reunir subsídios para a elaboração da pesquisa, bem como analisar as abordagens metodológicas e didáticas trabalhadas em diversos trabalhos, com o intuito de contribuir para responder minha questão de pesquisa. Para isso foram selecionadas algumas dissertações sobre o tema, como também alguns livros didáticos para serem analisados, além de verificar a relação do objeto de pesquisa com os currículos utilizados no país.

3.1. REVISÃO DE LITERATURA

No desenvolver dessa pesquisa foi percebível a necessidade e importância da realização de revisão de estudos do objeto matemático a ser abordado, pois norteará o pesquisador quais as melhores estratégias para responder a sua questão de pesquisa, além de verificar o que ainda poderá ser evidenciado. Segundo e Echer (2001):

> A revisão de literatura é importante, também, para casos em que temos o assunto, mas não o problema. A partir da revisão da literatura poderemos ter ideia do que já foi e do que ainda precisa ser investigado. O problema pode, da mesma forma, surgir a partir de outros trabalhos, como nas recomendações apontadas em pesquisas, artigos, livros, periódicos e outros, o que não deixa de ser uma revisão. Conversar com pesquisadores da área específica e examinar outros projetos pode, igualmente, ajudar o pesquisador na resolução de suas dúvidas. (Echer, 2001, p. 07)

Sendo assim, a revisão de estudos é uma etapa relevante da pesquisa, possibilitando com que o pesquisador se aprofunde e conheça mais um pouco do objeto estudado, além de verificar quais foram suas contribuições e aonde ainda é preciso avançar.

Para desenvolver essa etapa da pesquisa, foram realizadas buscas no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no site do Google acadêmico, no banco de dissertações dos programas de pós-graduação em ensino da matemática da Universidade do Estado do Pará – UEPA, além do repositório de outras universidades federais e estaduais, e também pesquisas publicadas em revista, para analisar trabalhos já realizados que envolvessem o tema Função Modular, totalizando 6 trabalhos analisados.

As investigações levaram em consideração as justificativas das pesquisas, objetivos, público-alvo, referencial teórico, metodologias e procedimentos metodológicos, principais resultados e conclusões.

Diante disso, buscou-se organizar os objetos analisados em três categorias, a fim de agrupar, comparar e verificar trabalhos características semelhantes e as particularidades de suas abordagens. São elas os estudos diagnósticos, estudos experimentais e livros didáticos.

Na categoria de estudos diagnósticos foram agrupados alguns trabalhos que sugeriram possíveis fatores que influenciam as dificuldades de aprendizagem e de ensino referente a função modular. Em seguida, nos estudos experimentais são organizadas as pesquisas que realizaram experimentos de novas metodologias para o ensino de função modular.

Por fim, a categoria das análises de livros demonstra estudos que se dispuseram a analisar livros didáticos quanto à apresentação do conteúdo função modular aos alunos. O quadro a seguir nos proporciona uma visão geral dos trabalhos analisados e separados por categorias:

Quadro 2 - Pesquisas identificadas por categoria

AUTOR	ANO	TÍTULO	IES	TIPOLOGIA	CATEGORIA
Edna Machado da Silva	2020	O conceito de função e suas linguagens	PPGEM UEPA	Dissertação	Diagnóstico
Maria Luisa Perdigao Diz Ramos Edda Curi	2014	ANÁLISE DE ERRO EM UMA QUESTÃO SOBRE FUNÇÃO: uma forma de desvendar as dificuldades dos alunos	Revista de Educação, Ciências e Matemática v. 4, n. 3	Artigo	Diagnóstico
José Américo Trindade Costa Junior	2019	Função Modular: Ensino por Sequências Didáticas	PPGEM UEPA	Dissertação	Experimental
Dárcio Costa Nogueira Júnior	2008	Elaboração de uma Sequência Didática para a Aprendizagem de Valor Absoluto e da Função Modular, utilizando a organização curricular em rede	PUC-MG	Dissertação	Experimental

Walesca Autonamo Da Silva	2002	FUNÇÃO MODULAR E TECNOLOGIA: Uma proposta de inclusão do tema na BNCC do Ensino Médio	PROFMAT/ Colégio Pedro II	Dissertação	Experimental
Edney Dantas de Oliveira	2013	ANÁLISE DE UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS PARA O ENSINO MÉDIO	PROFMAT/ IMPA	Dissertação	Livro didático

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Durante a análise dos estudos citados acima, foi possível notar a importância do ensino e aprendizagem do conceito de função modular. Compreende-se como ocorrem os processos de sua constituição e formalização, além de examinar propostas de ensino eficazes. Essas propostas incluíam a definição do conceito de módulo, a utilização de múltiplas sentenças para a definição e a representação gráfica, bem como os movimentos de translação e reflexão.

Após a análise, tornou-se evidente que a sequência didática a ser apresentada deve ajudar os professores e estudantes do Ensino Médio a aprender a representação e movimentação gráfica da função modular de forma mais efetiva, pois permitirá que os alunos compreendam e sejam capaz de praticar e argumentar problemas que utilizam função modular.

Estudos Diagnósticos

A dissertação da autora Edna Machado da Silva, traz no título da sua pesquisa: **O conceito de função e suas linguagens**, sua investigação foi acompanhada pela Universidade do Estado do Pará -UEPA apresentada a banca organizadora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática para obtenção de título de mestre, no ano de 2020.

Silva (2020), afirma que foi impulsionada pelas dificuldades apresentadas no ensino e aprendizagem de funções nas escolas da rede pública do estado do Pará, pois embora a área de funções possua um grande espaço nos currículos, existe uma grande lacuna no que diz respeito ao ensino e a aprendizagem, uma vez que os conceitos matemáticos ficam perdidos em meio as manipulações aritméticas e algébricas.

> Constatei que meus alunos, professores da rede pública de ensino do estado e municípios do Pará, apresentavam dificuldades primárias em conhecimentos matemáticos, tais como em manipulações algébricas e aritméticas e sobre comportamentos funcionais dos mais diversos tipos relacionando diferentes variáveis e contextos, conhecimentos necessários para que eu pudesse ensinar os assuntos propostos pelas disciplinas por mim ministradas. (Silva, 2020, p.10)

Por esse motivo, Silva (2020) buscaria que sua pesquisa se voltasse ao resgate de conceitos matemáticos básicos, para em seguida ensinar com melhor aproveitamento os conceitos que o conteúdo de funções exige.

A pesquisa de Silva (2020) teve como objetivo geral investigar as potencialidades didáticas de uma sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem do conceito de função no ensino médio, objetivando ainda desenvolver um estudo que antecederia o ensino e aprendizagem do conceito de função no ensino médio.

O trabalho de Silva (2020) contou com trabalhos de Brousseau (1996) que desenvolve o estudo de Teoria das Situações Didática, Cabral (2017) com a Sequência Didática Estruturada como Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual, Goés (2000) que auxiliou com Análise Microgenética e Mortimer e Scott (2002) que contribuiu Análise do Discurso.

Outro trabalho analisado foi um artigo de Ramos e Curi (2014) que o intitularam com: Análise de Erro em uma Questão Sobre Função: uma forma de desvendar as dificuldades dos alunos. Essa pesquisa foi realizada com a participação de 37 estudantes, de escola pública do estado de Minas Gerais, envolvendo os conteúdos de função modular e de Função par e ímpar.

As autoras apresentaram o objetivo da investigação que é descrever uma das formas que se utiliza para analisar os erros cometidos pelos alunos. E para o desenvolvimento do trabalho Ramos e Curi (2014) discorreram sobre as etapas criadas para identificar e classificar os erros encontrados.

No discorrer do trabalho, as autoras relatam que o erro pode contribuir para o conhecimento da concepção do que os alunos possam ter sobre alguns assuntos de Matemática e a partir de então analisar se são ou não válidos. Para enfatizar essa ideia, Nagy e Buriasco (2008) *apud* Ramos e Curi (2014), descrevem que,

> Numa perspectiva de ensino que considera as respostas dos alunos apenas como ‘certas’ ou ‘erradas’, o professor deixa de conhecer/entender, entre outras coisas, a razão das escolhas feitas pelos alunos, bem como possíveis

> equívocos relacionados à apropriação de alguns conceitos. (NAGY; BURIASCO, 2008, p. 36).

Para as autoras a partir dos resultados coletas por elas, os participantes da pesquisa não apresentaram muitas dificuldades em esboçar o gráfico de uma função modular, no entanto, a maioria deles, não conseguiu identificar e nem justificar se a função esboçada era uma função par ou função ímpar.

A partir das análises dos estudos diagnósticos relacionados acima. foi possível observar que trabalhos já realizados podem fornecer contribuições valiosas para a o contexto educacional, especialmente na construção de uma pesquisa.

Por meio dessa rápida análise foi possível identificar possíveis lacunas de Aprendizagem, em que pontos os estudos podem avançar, além de permitir mapear os principais pontos de dificuldade já pesquisados e quais ainda poderiam ser mais explorados, ou seja, mediante a revisão de estudos diagnósticos, foi possível nortear a pesquisa e focar em áreas que realmente necessitam de intervenção, como dificuldades de interpretação gráfica, (re)construção de conceitos compreensão de funções.

Estudos experimentais

Sobre a dissertação de José Américo Trindade Costa Junior, que intitulou sua pesquisa como **Função Modular: Ensino por Sequências Didáticas**, uma pesquisa acompanhada pela Universidade do estado do Pará - UEPA, atrelada ao programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática no ano de 2019.

Costa Junior (2019) afirma em seu trabalho que o conteúdo Função Modular é um dos assuntos menos explorados tanto em pesquisas e quanto nos livros didáticos.

> O assunto Função Modular é visto de maneira superficial, como por exemplo, o valor do módulo de um número, não sendo exploradas todas as suas propriedades. Além disso, mesmo quando abrangem o item Função Modular, os exemplos dos diferentes comportamentos e representações são colocados de uma forma bem simples e repetitiva, parecendo ser até uma “receita de bolo”, sem que explore do aluno a reflexão e os diversos significados desse conteúdo no dia-a-dia, como por exemplo, em contas de energia elétrica e variação de temperatura. Logo, não é valorizada a necessidade da formação dos alunos para se tornarem críticos e aptos a viverem em sociedade e agirem em seu meio. (Costa Junior, 2019, p.13)

Nesse sentido, o autor revela a necessidade de contribuir com os estudos e produções de uma metodologia para ser trabalhada na sala de aula visando o desenvolvimento aprendizagem da Função Modular, a partir da busca para o seguinte questionamento: Em que medida uma Sequência Didática elaborada segundo o modelo estruturante das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC'S) potencializa o processo de ensino e de aprendizagem de função modular?

O trabalho de Costa Júnior (2019) teve o objetivo geral de estudar as potencialidades didáticas de uma Sequência Didática elaborada especificamente para o ensino e a aprendizagem de Função Modular, restrito aos casos de função afim. Para isso, o autor elencou os alguns objetivos específicos para delimitar o desenvolvimento da pesquisa, tais como: Identificar as percepções dos alunos e professores quanto aos conceitos de Função Modular por meio de questionário; analisar as orientações dos documentos oficiais sobre o tema em questão; além de apresentar elementos que caracterizem o potencial da Sequência Didática aplicada no ensino aprendizagem de função modular.

O público alvo da pesquisa de Costa Junior (2019) foram alunos egressos no 2º Ano do Ensino Médio, e também com professores de Matemática da mesma instituição de ensino. Ambos responderam questionários referente ao conteúdo Função Modular, e ainda a partir da aplicação de um questionário sociocultural e um teste com o objeto matemático Função Modular com.

Para seu referencial teórico Costa Júnior (2019) contou com a contribuição de diversos autores, como Brousseau (2008) para as teorias das Situações Didáticas, Cabral (2017) para exemplificar a relevância do uso de Sequência Didática, para análise de resultados foram utilizadas a Análise Microgenética de Góes (2000) e Análise do Discurso de Mortimer e Scott (2002).

Outro estudo experimental analisado foi a pesquisa vinculada ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais do ano de 2008, seu autor é Dárcio Costa Nogueira Júnior, trouxe uma pesquisa sobre **Elaboração de uma Sequência Didática para a Aprendizagem de Valor Absoluto e da Função Modular**, utilizando a organização curricular em rede.

A pesquisa desenvolvida por Nogueira Junior (2008) foi norteada também pela falta de ênfase dada ao ensino de função modular, ele afirma que as instruções dadas sobre o assunto têm sido abordadas de maneira superficial ou até mesmo suprimida nos livros didáticos do Ensino Médio.

> A produção acadêmica em Educação Matemática no Brasil, no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de valor absoluto e função modular, apresenta poucos trabalhos específicos sobre este tema, razão pela qual despertou interesse neste pesquisador. (NOGUEIRA JUNIOR, 2018, p.14)

Nesse cenário o autor sentiu a necessidade de fazer uma análise sobre os impactos que o ensino de função modular e valor absoluto pode promover na concepção geral de funções, com o intuito de proporcionar uma construção de aprendizagem mais significativa para o estudante, podendo estabelecer uma nova maneira de relacionar com situações problemas e a investigação de novos conceitos.

A pesquisa de Nogueira Júnior (2008), objetivou a elaboração de uma sequência didática envolvendo atividades investigativas para o ensino de função modular e do valor absoluto numa abordagem curricular em rede. Para este fim, o autor sentiu a necessidade de elaborar e aplicar, atividades investigativas sobre o conceito e aplicações de função modular e valor absoluto para alunos do Ensino Médio.

Notou-se que no trabalho de Nogueira Júnior (2019) o sujeitos participantes da pesquisa foram alunos do ensino médio, e não foi especificado o ano e/ou série. Enquanto na dissertação de Silva (2020) foram observados uma turma de estudantes de ensino médio, em uma escola pública da rede estadual de Belém-PA, sendo uma estudante PCD (pessoa com deficiência).

A pesquisa de Nogueira Júnior (2008) conta com a contribuição de diversas obras vale destacar Usiskin (1995) que foi explorado o conceito de função, para o conceito de módulo, utilizou-se a obra de Friedlander (1995). Além dos parâmetros curriculares Nacionais (PCNs).

Outro estudo experimental considerado foi a pesquisa realizada por Walesca Autonamo Da Silva (2022) que é uma dissertação de mestrado realizada no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, no ano de 2022.

Essa pesquisa sugere trabalhar com a **Função Modular associada à tecnologias digitais**, objetivando a ampliação do conhecimento matemático de conteúdo dos alunos do ensino médio.

Silva (2022) relata que alguns conteúdos matemáticos deixaram de serem descritos na Base Nacional Comum Curricular, a exemplo temos o nosso objeto matemático, função modular, no qual não é abordada de forma clara na BNCC.

No entanto, a autora sugere utilização do software GeoGebra para o ensino de de uma série de atividades envolvendo o estudo das funções, das resoluções de equações e inequações modulares, além de procurar estabelecer as conexões entre os diversos tipos de funções apresentadas no Ensino Médio a partir da definição matemática de distância em espaços métricos euclidianos.

O estudo realizado por Silva (2022) dedica uma seção para apresentar “Uma Aplicação Ousada: Calculo Numérico no Ensino Médio? Nessa etapa a pesquisadora busca na análise real um recurso para auxiliar nas resoluções de equações aparentemente simples, contudo podem ser extremamente complicadas de serem resolvidas, assim uma solução numérica pode atender perfeitamente as necessidades do problema.

> Um bom método para ser apresentado no Ensino Médio, principalmente na modalidade técnica é o Método da Falsa Posição ou o Método da Bisseção por não envolverem conceitos diretos do Cálculo Diferencial, como as derivadas de funções. (Silva, 2022, p.83)

A autora descreve o método da bissecção com exemplos utilizando imagens produzidas no software GeoGebra e método iterativo da falsa posição Método da posição falsa ou *regula falsi* da com a exposição de planilhas eletrônicas.

A pesquisa de Silva (2022) traz atividades e uma sequência de exemplos comentados onde a autora realiza uma crítica a cerca de trabalhos analisados, a exemplo, as dissertações de mestrado profissional em Matemática, no qual a mesma se propôs de forma intencional a não apresentar atividades que pareçam receitas de bolo ou sequencias didáticas embasadas numa teoria pedagógica, prontas para serem aplicadas.

Por fim, a autora conclui expressando a finalidade do seu estudo, que é proporcionar trocas de experiências com os alunos sobre os objetos matemático Valor Absoluto e Função Modular por intermédio de uma abordagem que busca uma interação entre a álgebra, a análise real, a geometria e os aspectos computacionais, que tiveram início após o questionamento da ausência da Função Modular na educação básica, conforme a BNCC. E complementa que todas essas interações podem estimular a aprendizagem dos estudantes utilizando a função modular e as composições com funções elementares junto com em ambientes de aprendizagem virtual, que são enfatizados na BNCC.

Os estudos experimentais contribuíram de forma significativa para essa pesquisa, pois percebeu-se como é possível por meio de pesquisas avaliar a eficácia de metodologias, testar e comparar métodos e observar que um dos mais utilizados foi a sequencia didática que demonstrou resultados satisfatório.

E a partir dos dados obtidos na pesquisa podemos validar teorias e entender o impacto de variáveis específicas no aprendizado, por esse motivo tivemos o cuidado de analise trabalhos sobre função modular. Essas análises trouxeram contribuições para tornar minha pesquisa mais sólida, prática e aplicável na rede pública.

Estudos de Livros Didáticos

A pesquisa de Oliveira (2013) traz uma **Análise de Uma Coleção de Livros Didáticos Para O Ensino Médio,** teve como objetivo analisar a coleção Novo Olhar – Matemática, ensino médio, com autor Joamir Souza, da editora FTD do ano de 2010.

O trabalho de Oliveira (2013) analisou os seguintes temas matemático na coleção de livros já citados: conjuntos, funções, progressão aritmética e progressão geométrica.

Para auxiliar no desenvolvimento dessa investigação, Oliveira (2013) realizou uma pesquisa de campo via software SurveyMonkey e contou com a participação de 172 professores pesquisados no período de 24/10 a 31/12 de 2012. Em um dos questionamentos, os professores foram indagados sobre qual a principal característica que acredita ser primordial para a escolha de um livro didático, 56,8% dos respondentes analisam as listas de exercícios apresentadas; 40,4% dos pesquisados levam em consideração as demonstrações das partes teóricas.

A dissertação de Oliveira (2013) traz em seu contexto um pouco dos caminhos percorridos pelo livro didático, incluindo a criação e funcionamento e estatística do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Na análise dos livros no conteúdo função modular, Oliveira (2013) destacou:

> o conceito de módulo através de um problema motivador no qual se mostra a necessidade de números negativos, indicando que "na reta real, podemos associar o módulo de um número à distância da abscissa desse número à origem", mas não utiliza essa mesma motivação para tratar o conceito de função modular, por exemplo discutir como uma função pode ser estudada reduzindo-a ao estudo de duas outras funções. Essa carência é atendida no exercício 16 da página 207 e também, ao tratar as equações e inequações modulares, na apresentação dos tópicos e na maioria dos exercícios. (Oliveira, 2013, p. 51)

O autor apresenta como o tema é abordado e ainda realizou uma inferência de uma carência sentida na abordagem inicial de função modular, equações e inequações modulares.

Por fim, Oliveira elogia a coleção, afirmando que são livros com conteúdo organizados, principalmente no que diz respeito a sequência de seus conteúdos, afirmou ainda que a linguagem apresentada nas obras é uma linguagem adequada.

Como já era esperado, existem poucas produções destinadas ao ensino de função modular. Mediante a essa parte da revisão de estudos, só ratifica a importância de pesquisas voltados para esse objeto matemático. E esse trabalho objetiva ser uma fonte de pesquisa a mais para o ensino e aprendizagem de função modular.

3.2 ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Nessa etapa foi realizado análises de dez livros didáticos do Programa Nacional do Livro e Material didático (PNLD) sendo obras de 2010, 2016 e 2020. Foram selecionados em observância do objeto matemático função modular e serão analisados de acordo com alguns critérios como se possui o conteúdo mencionado, quantidade de páginas destinadas a exposição do conteúdo, qualidade do conteúdo apresentado, tipos de questões subjetivas, objetivas, provenientes de provas externas, entre outras observâncias expostas no decorrer do texto.

Segundo Brasil (2017) no portal do Ministério da Educação (MEC), o PNLD é designado a realizar avaliações e disponibilização de obras didáticas, pedagógicas e literárias, além de outros materiais de apoio à prática educativa, de forma organizada, regular e gratuita, para escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público.

Em julho de 2017, foi publicado um decreto no qual as ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários foram unificadas, anteriormente contempladas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e pelo Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE).

> Com nova nomenclatura, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD também teve seu escopo ampliado com a possibilidade de inclusão de outros materiais de apoio à prática educativa para além das obras didáticas e literárias: obras pedagógicas, softwares e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar, entre outros. (BRASIL, 2017)

Então o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) objetiva atender as escolas públicas de ensino fundamental e médio com livros didáticos, dicionários e obras complementares de qualidade.

> Art. 2º São objetivos do PNLD I - aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas de educação básica com a consequente melhoria da qualidade da educação; II - garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica; III - democratizar o acesso às fontes de informação e cultura; IV -fomentar a leitura e o estímulo à atitude investigativa dos estudantes; V - apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor; e VI - apoiar a implementação da Base Nacional Comum Curricular. (Brasil, 2017)

Sendo assim, a inclusão de outros materiais de apoio à prática educativa, como obras pedagógicas, softwares, jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo e materiais de formação, incluindo sequências didáticas, é permitida no PNLD desde a publicação do Decreto nº 9.099, em 18 de julho de 2017.

Abaixo você encontrará a descrição de cada um dos livros que foram analisados por mim.

Quadro 3 - Livros didáticos analisados

LIVRO	TÍTULO	AUTOR(ES)	EDITORA E ANO DE PUBLICAÇÃO
LD1	Matemática Paiva 1	Manoel Rodrigues Paiva	Editora: Moderna, 2010
LD2	Matemática Contextos e Aplicações	Luiz Roberto Dante	Editora Ática, 2016
LD3	Contato Matemática 1º ano	Joamir Roberto de Souza	FTD, 2016

LD4	Conexões com a Matemática	Fábio Martins de Leonardo	Moderna, 2016
LD5	Matemática: Interação e Tecnologia	Rodrigo Balestri	Leya, 2016
LD6	Matemática Completa 1	José Roberto Bonjorno et al.	FTD 2016
LD7	Matemática em Contextos: Função Afim e Função quadrática	Luiz Roberto Dante/ Fernando Viana	Editora Ática, 2020
LD8	Matemática Interligada: Funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica.	Editora responsável Thais M. de Andrade	Editora Scipione, 2020
LD9	Multiversos Matemática: Conjuntos e Função afim	Joamir Souza	Editora FTD, 2020
LD10	Prisma Matemática: Conjuntos e Funções	José Roberto Bonjorno et al	FTD, 2020

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

As análises aqui descritas não têm objetivo de elencar o melhor livro didático, e sim retirar informações sobre o ensino de Função Modular, a respeito dos conceitos que se aborda: Módulo, Composição, Função Modular, interpretação gráfica, reflexão e translação, bem como os tipos de exercícios de fixação e aprofundamento.

Deste modo, a investigação dos livros didáticos de Matemática é necessária para observar como é exposto o conceito de Função Modular, uma vez que é um dos recursos mais utilizados em sala de aula. Verificar-se-á ainda, se exemplos e exercícios propostos, fazem com que o estudante seja instigado a pensar, refletir e argumentar, conforme o que orienta Brasil (2017).

> Ao conseguirem utilizar as representações Matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliar a capacidade de pensar matematicamente. (Brasil, 2017, p. 530)

Nesse sentido, os estudantes precisam se sentir motivados a compreender e dominar os conhecimentos matemáticos, e ainda ser capaz de resolver problemas para ampliar o seu conhecimento. E o livro didático exerce uma função relevante para aguçar sentimentos e vontades de aprender.

Nesse sentido o quadro abaixo traz uma síntese dos livros analisados, de acordo com o objeto matemático: Função modular.

Quadro 4 - Síntese dos Livros Analisados

	ABORDAGEM INICIAL / CONCEITO DE FUNÇÃO MODULAR	EXERCÍCIOS
LD1	A obra começa com um problema prático que envolve distância entre pontos e apresenta uma expressão envolvendo módulos. Em seguida, a obra explora equações modulares e apresenta a definição de função modular, juntamente com a função com duas sentenças. A obra também aborda tabelas e representação gráfica de diversas funções, além de trabalhar ideias de reflexão e translação.	O livro tem muitos exercícios diversos, incluindo perguntas contextualizadas e de vestibulares e militares, para aplicação do conteúdo estudado.
LD2	Antes da definição de função modular o livro apresenta as funções poligonais ou afins por partes, e em seguida no seu subitem, mostra a definição de Função Módulo ou Função Modular. A obra apresenta formação gráfica por meio de tabelas, e comentários com exemplos sobre o movimento de translação e reflexão, fazendo com que o aluno realize a construção do gráfico da Função Modular (por meio da Função Afim) e suas variações são colocadas na forma de exemplos comentados, e para melhorar a compreensão do comportamento gráfico, o autor também usa o termo deslocamento.	Os exercícios apresentados pelo autor são de aplicação, apenas, e em número bem restrito. Na obra contém apenas uma atividade com um contexto diferenciado, que exige um pouco mais de análise, reflexão e raciocínio.
LD3	O livro começa explicando o conceito de módulo por meio de fuso horário e pelas distâncias entre pontos antes de definir a função modular. A função é apresentada através de tabelas e representações gráficas, sendo útil para translação e reflexão dos gráficos.	A maioria dos exercícios apresentados são voltados a aplicação e compreensão e possui questões de vestibulares.
LD4	Nesse livro a parte destinada a função modular é iniciada com a história e definição do módulo, logo em seguida já se inicia a definição. A definição de função modular nessa obra, é também representada por tabelas e gráficos. Para a representação gráfica o livro traz para exemplificar a função modular utilizando o geogebra.	A obra conta com questões de compreensão e análise e questões de vestibulares.
LD5	Nessa obra o autor reservou um capitulo para função modular, exponencial e logarítmica. Inicia-se com a ideia de módulo com distância entre ciclistas. A definição é dada por continuação das distancias percorridas por ciclistas e finaliza a explicação com o uso de tabelas e gráficos. A obra utiliza o recurso de representar por tabelas diversos exemplos. No entanto, resumidamente a obra traz a ideia de translação.	O livro conta com poucas questões, e em sua maioria de aplicação e também algumas de vestibulares.
LD6	Nesse livro, inicialmente é abordado sobre função definida por mais de uma sentença, e traz na ideia sobre o cálculo do imposto de renda pessoa física. Após essa demonstração o autor trabalha com o módulo de um número real, com as distancias entre dois pontos, para depois definir a função modular. O livro apresenta algumas representações gráficas, inclusive com exemplos de translação dos gráficos.	Os exercícios propostos no livro são bem diversificados e ainda possuem questões do tipo militares e de vestibulares.
LD7	Nessa obra, a definição de função modular é dada posteriormente a função por mais de uma sentença. Representação gráfica em plano cartesiano por meio de tabelas. E dão ênfase ao conceito de módulo ou valor absoluto, inclusive com referência na reta numérica com a distância entre o número e o zero. Para a representação gráfica a obra utiliza o recurso das tabelas para a construção do gráfico e da explicação da ideia de reflexão.	Este livro apresenta exercícios simples, porém vários são contextualizados e incluem exemplos de vestibulares e ENEM. .

LD8	Função modular é abordada posteriormente a função por mais de uma sentença, traz exemplos de módulos de números reais, definição, construção de gráficos e uma ideia rápida de translação. A representação gráfica foi utilizada o preenchimento de tabelas, e já foi exposto de maneira rápida a ideia de domínio e imagem.	O livro apresenta exercícios desafiadores para os estudantes, incluindo a relação entre função e representação gráfica, cálculo do valor numérico, construção de gráficos e definição de domínio e imagem.
LD9	A unidade traz antes da abordagem sobre função modular, o que é conceito de módulo em capítulos anteriores. E ao iniciar função modular, o autor faz uma breve retomada através de exemplos numéricos. A obra ainda conta com a ideia de reflexão, ilustração de translação, apresentada e sugerida com o auxílio do geogebra. No desenrolar do conteúdo a unidade ainda conta com uma aba "Para pensar" no qual o autor leva a reflexão de regularidades.	O livro conta com alguns exercícios resolvidos exemplificando os casos de transação horizontal, vertical e ambas.
LD10	A obra inicia o conteúdo com o módulo de um número real. E funções definidas por mais de uma sentença, inclusive é apresentado algumas propriedades dos módulos, e tabelas e gráficos para representar as situações de funções.	O livro possui poucos exercícios, mas alguns deles são universidades e tipo escola militar

Fonte: Elaborada pela autora (2023)

A partir da análise dos livros didáticos em questão, observou-se que as abordagens iniciais sobre função modular, aparecem de maneira semelhantes em todas as obras que contenham o assunto, e as definições partem do mesmo exemplo onde $f(x) = |x|$ gerando duas sentenças: $f(x) = \begin{cases} x, se\ x \geq 0 \\ -x, se\ x < 0 \end{cases}$. Seguido da representação gráfica que adotam ações análogas com a utilização de tabelas para a construção e exemplificação dos gráficos.

Sobre a relação função e translação e/ou reflexão da representação gráfica, é possível notar que quando os conteúdos foram abordados de forma bem suprimida, o que pouco contribui para o aprofundamento do conteúdo.

Vale destacar que as descrições aqui apresentadas não possem finalidade de elencar o melhor livro didático, e sim retirar informações sobre o ensino de Função Modular, a respeito da forma de abordagem dos temas: Módulo, Função Modular, representação gráfica, reflexão e translação, bem como os tipos de exercícios de fixação e aprofundamento. Deste modo, a investigação dos livros didáticos de Matemática é relevante para observar como é exposto o conteúdo de Função Modular, uma vez que é um dos recursos mais utilizados em sala de aula. Verificar-se-á ainda, se exemplos e exercícios propostos, fazem com que o estudante seja instigado a pensar, refletir e argumentar, conforme o que orienta Brasil (2017).

> Ao conseguirem utilizar as representações Matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliar a capacidade de pensar matematicamente. (Brasil, 2017, p. 530)

É importante ressaltar que o conteúdo sobre função modular em muitas obras analisadas, são apresentados de forma reduzida, e em outras o conteúdo nem aparece. Por esse motivo, vários livros didáticos foram descartados para a realização dessas análises, por não possuírem o conteúdo estudado.

A situação supracitada é possível estar relacionada com as orientações nacionais, visto que na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) o assunto não é elucidado e ainda é orientado pelos PCN que (..) toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizado e em parte deixado de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares. (BRASIL, 2006, p. 122).

As obras utilizadas nesse trabalho foram: Paiva (2010), Dante (2016), Souza (2016), Leonardo (2016), Balestri (2016), Bonjorno (2016), Andrade (2020), Dante (2020), Souza (2020), Bonjorno (2020), algumas obras didáticas apesar de haverem sido aprovadas pelo PNLD foram descartadas das analise por não possuir conteúdo relacionados ao tema.

A etapa da análise de obras didáticas, seguiu com a coleta de dados para reunir informações e características sobre as obras, incluindo número de páginas, quantidade de questões de possuíam contexto matemático, além de analisar as questões contidas através dos níveis dispostos na Taxonomia de Bloom.

Essa etapa foi finalizada com a sistematização dos resultados, organização dos dados coletados em quadros e concomitantemente fazendo os relacionamentos do conteúdo abordado com itens analisados e também o que os autores relataram sobre o assunto.

3.2.1 Resultados e Análises dos Livros Didáticos

Nessa etapa da pesquisa, serão apresentados as análises e resultados sistematizados com auxílio de quadros para melhorar as apresentações dos dados obtidos na coleta das informações, realizada via preenchimento de fichas individuais por livro didático.

A coleta de dados e as análises, embora possuem conceitos distintos, aparecem sempre estreitamente relacionados:

> A análise tem como objetivo organizar e sumariar os dados de tal forma que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para investigação. Já a interpretação tem como objetivo a procura do sentido mais amplo das respostas, o que é feito mediante sua ligação a outros conhecimentos anteriormente obtidos (Gil, 1999, p. 168).

Nesse sentido, as análises de dados é o processo de desenvolvimento de sentido além dos dados, e este desenvolvimento ocorre à medida que se limita e interpreta o que os livros apresentam, e o que o analisador observou, ou seja, é um processo de formação de significado.

As análises foram realizadas com livros didáticos dos anos de 2010, 2016 e 2020 todos aprovados pelo Programa Nacional do Livro e Material didático (PNLD). Segundo Brasil (2017) o PNLD é designado a realizar avaliações e disponibilização de obras didáticas, pedagógicas e literárias, além de outros materiais de apoio à prática educativa, de forma organizada, regular e gratuita, para escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público.

Nas análises das questões utilizadas pelos autores, foram identificadas de acordo com os níveis de aprendizagem dispostos na Taxonomia de Bloom.

Que se trata de classificação de metas e objetivos educacionais formuladas por Benjamin S. Bloom e outros educadores por volta das décadas de 50 com a finalidade de elaborar uma norma para classificar três domínios: o cognitivo, o afetivo e o psicomotor. Visando orientar o que os educadores esperam que os alunos adquiram (englobado na declaração de objetivos educacionais) em forma de níveis hierárquicos variando da menor complexidade para o de maior (Galhardi, 2013).

Segundo Krathwohl (2002) Os níveis são compreendidos para serem consecutivos, ou seja, um nível deve ser dominado antes que o próximo nível seja alcançado. O mesmo autor afirma ainda, que a taxonomia de Bloom na forma original, estabelecia significados cuidadosos para as seis principais categorias do domínio cognitivo: conhecimento, compreensão, aplicação, análise, síntese e avaliação.

Ordenadas da mais simples para a mais complexa caracterizadas por uma hierarquia cumulativa, isto é, uma categoria mais simples é pré-requisito para a próxima.

Galhardi e Azevedo (2013) afirma que com o passar dos anos a taxonomia de Bloom, tem sido revisitada por pesquisadores que a adotaram como um instrumento para a avaliação do processo ensino-aprendizagem, de forma útil e eficaz no planejamento e prática de aulas e no preparo e criação de estratégias de ensino.

Para Krathwohl (2002) e Anderson (1999), a revisão da taxonomia publicada em 1956, foi dada maior ênfase à discussão da análise e interpretação das subcategorias, objetivando com a intenção de suprir a necessidade de estimular um desenvolvimento cognitivo amplo, duradouro e profundo.

Apesar de manter o formato hierárquico da original, a nova taxonomia publicada em 2001 é flexível, pois permite considerar a possibilidade de intercalação das categorias do processo cognitivo quando preciso, situação precedida pela razão de que determinados conteúdos podem ser mais fáceis de serem compreendidos a partir do estímulo concernente a uma mais complexa. Ou seja, pode ser mais fácil entender um assunto após sua aplicação e só então ser capaz de explicá-lo (FERRAZ, 2010).

Quadro 5 - Taxonomia de Bloom revisada

CONHERCER	**COMPREENDER**	**APLICAR**	**ANALISAR**	**AVALIAR**	**CRIAR**
Reconhecer	Interpretar	Executar	Diferenciar	Verificar	Gerar
Relembrar	Exemplificar	Implementar	Organizar	Criticar	Planejar
Listar	Classificar	Computar	Atribuir	Julgar	Produzir
Nomear	Sumarizar	Resolver	Comparar	Recomendar	Criar
Definir	Inferir	Demonstrar	Contrastar	Justificar	Inventar
Escrever	Comparar	Utilizar	Separar	Apreciar	Desenvolver
Apontar	Explicar	Construir	Categorizar	Ponderar	Elaborar

Fonte: Galhardi e Azevedo, 2013, adaptado pela autora, 2022

Segundo Thompson et al (2008, *apud* Galhardi E Azevedo, 2013) afirma que: O desenvolvimento cognitivo da categoria “Lembrar” é definido como “recuperar conhecimento relevante da memória de longo termo”.

Para Forehand (2009, *apud* Galhardi E Azevedo, 2013), a categoria “Entender” distinguir-se pela “construção de significados através de linguagem oral, escrita ou gráfica, utilizando a interpretação, exemplificação, classificação, sumarização, inferência e explicação”.

Na taxonomia original os verbos: “modificar, computar, aplicar, demonstrar, manipular, produzir e resolver” estão associados à categoria “Aplicação”, que taxonomia revisada foi renomeada para “Aplicar”. Nessa categoria analisar presuma-se que os alunos não somente lembrem e reconheçam os conceitos, mas que saibam distinguir suas aplicações, ou seja, trata-se da “decomposição de um problema em suas partes constituintes e determinação das relações entre as partes e o todo”. (Scott 2003, apud Galhardi E Azevedo, 2013).

Para a análises das obras didáticas já dispostas anteriormente, foram elencadas as quantidades de questões de acordo com os níveis da taxonomia de Bloom. É observado que nas obras aparecem mais questões no nível aplicar; os demais níveis são contemplados com poucas ou nenhuma questão, o que demonstra o quadro abaixo.

Quadro 6 - Quantidade de questões por níveis da Taxonomia de Bloom

Livros	**Níveis de acordo com a Taxonomia de Bloom**					
	Conhecer	**Compreender**	**Aplicar**	**Analisar**	**Avaliar**	**Criar**
LD1	1	1	16	2	-	1
LD2	-	1	7	1	-	-
LD3	1	3	21	4	-	-
LD4	-	3	22	3	-	-
LD5	-	2	7	2	-	1
LD6	-	3	20	7	-	-
LD7	-	1	15	1	-	-
LD8	2	2	7	1	-	1
LD9	-	1	2	3	-	1
LD10	-	5	12	6	-	-

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Entende-se por contexto para matemática um corpo de conhecimento disposto de maneira organizada que em alguns casos se misturam com o próprio pensamento natural do sujeito. De acordo com Santo e Silva (2004) a lógica espontânea tem muito de estrutura de pensamento que serve à lógica Matemática.

Assim questões de contexto matemático referem-se a problemas que são apresentados dentro de uma situação ou cenário realista, cujos conceitos matemáticos são aplicados para resolver o problema. Essas questões visam conectar a matemática ao mundo real, permitindo que os estudantes vejam a aplicabilidade prática dos conhecimentos adquiridos.

Nesse sentido, buscou-se elencar as questões de acordo com o citado acima as questões identificadas nas obras, conforme o quadro abaixo:

Quadro 7: Contexto Matemático e Contexto Não-Matemático

Livros	**Quantidade de questões de contexto matemático**	**Quantidade. de questões de contexto NÃO matemático**
LD1	3	-
LD2	2	-
LD3	2	-
LD4	1	-
LD5	2	-
LD6	-	-
LD7	-	-
LD8	-	-
LD9	-	-
LD10	-	-

Fonte: Elaborada pela autora (2023)

Notou-se que as questões apresentadas nos livros didáticos analisados conforme quadro 5, a grande maioria são sem contextos. E das obras que apresentam contexto, sua maioria é de contexto matemático, que possibilita ao aluno relacionar com experiencias do cotidiano.

Outro aspecto analisado nos livros didático foi relacionado aos enunciados, ao tipo de abordagem que adotam, seja uma a linguagem imperativa ou não imperativa.

> (...)nas sentenças imperativas temos comandos. Desse modo, se digo a alguém 'Você irá pegar o livro azul', temos uma descrição de um determinado estado de coisas referente a um objeto. Por outro lado, se digo 'Pegue meu livro azul', não estou descrevendo nada, apenas dando um comando. (...)sentença imperativa, por exemplo, eu efetuo a ação de ordenar algo a alguém. (Araújo e Henriques, 2013, p. 225).

Assim, enunciados imperativos, são aqueles que não apresentam uma descrição da questão, e sim uma ordem para executá-la. A segue abaixo os resultados das análises que continham o quantitativo de questões imperativas ou não imperativas.

Quadro 8 - Questões imperativas e não imperativas

Livros	**Questões com linguagem imperativa nos enunciados**	**Questões com linguagem NÃO imperativa nos enunciados**
LD1	18	9
LD2	6	1
LD3	13	13
LD4	20	8
LD5	9	3
LD6	14	5
LD7	3	2
LD8	9	2
LD9	2	2
LD10	10	2

Fonte: Elaborada pela autora (2023).

Então é possível notar que nessa investigação das 139 questões analisadas, e 68% possuem enunciados com linguagem imperativa e 32% trazem seus enunciados com uma linguagem não imperativa, questões com orientações, e de fácil compreensão.

A descrição das análises das obras didática prossegue em quantificar as questões de múltipla escolha, matemática recreativa, de tipo escola militar, e se os livros didáticos possuíam questões que podem ser resolvidas por método diversos além do algoritmo. Conforme indica o quadro abaixo.

Quadro 9 - Demais aspectos das obras didáticas

Livros	Questões de Múltipla escolha	Questões de tipo escola Militar	Questões Enem	Questões de Vestibular.
LD1	3	3	-	23
LD2	-	-	-	-
LD3	1	-	-	-
LD4	-	-	-	4
LD5	-	1	-	2
LD6	2	6	-	22
LD7	1	-	7	9
LD8	-	-	-	1
LD9	-	-	-	-
LD10	-	1	14	30

Fonte: Elaborada pela autora (2023)

O quadro acima, mostra que a maioria das obras didáticas analisadas dedicam poucas questões ao exame nacional de ensino médio, inclusive algumas obras não possuem questões de ENEM e de vestibulares, outras sequer contem questões de múltipla escolha.

Com isso, é nítido a pouca exploração do conteúdo, haja vista as poucas páginas destinadas ao assunto, poucos exemplos e consequentemente questões insuficientes apresentadas nos livros didáticos ofertados para as escolas públicas.

Logo, repercute de forma negativa no que se refere à preparação dos estudantes da escola pública para alcançarem acesso aos centros de excelência de formação de nível superior, como por exemplo as escolas militares: Escolas Navais, Marinhas, Aeronáutica e Engenharia.

Assim, os centros de excelência militar frequentemente requerem conhecimento de função modular em suas provas de seleção, refletindo a complexidade e especificidade de suas demandas acadêmicas. No entanto, o conteúdo das obras didáticas disponíveis nas escolas públicas muitas vezes não atende a essas exigências, resultando em lacunas significativas na formação dos alunos.

Essa discrepância pode criar um descompasso entre o que é ensinado nas escolas e o que é necessário para ingressar em carreiras militares de excelência. Como resultado, os estudantes enfrentam desafios adicionais ao se preparar para essas provas, o que pode limitar suas oportunidades de acesso às instituições de excelência.

Para apresentar melhor o que está sendo exposto, o quadro a seguir mostra que o conteúdo de função modular é cobrado nas provas de processos seletivos de escolas militares de ensino superior do Brasil.

Quadro 10 - Função modular em processos seletivos para carreiras militares

Instituição Militar	Edital / Data / Conteúdo	Questões das provas
Escola Naval: CPAEN- Concurso Público para Admissão na Escola Naval	EDITAL DE 04 DE FEVEREIRO DE 2021 [..] Módulo de um número real; Propriedades do módulo;	QUESTÃO 12 Sejam g e f funções reais, determine a área da região limitada pelo eixo y, por $g(x) = -\|x-3\|+4$ e pela assintota de $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$ e assinale a opção correta. (A) $\frac{13}{4}$ (B) $\frac{40}{9}$ (C) 7 (D) $\frac{81}{16}$ (E) 9
Marinha do Brasil: CIAGA- Centro De Instrução Almirante Graça Aranha CIABA- Centro De Instrução Almirante Braz de Aguiar CIAA- Centro De Instrução Almirante Alexandrino Processo seletivo de admissão as escolas de formação da marinha Marcante (PS EFOMM/2023)	Edital de 22 de maio de 2022 [...] funções compostas e inversas; funções afins, quadráticas, modulares, trigonométricas, racionais, exponenciais e logarítmicas.	13ª Questão: Considere uma função real f, cuja lei de formação é dada abaixo. $f(x)=\|x^2-5x-6\| + \|x\|$ Sobre essa função pode-se afirmar que: (A) f é decrescente no intervalo $I = (2,6)$. (B) f é crescente no intervalo $I = (-1,4)$. (C) Seu domínio é o conjunto $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \| x \geq 0\}$ (D) Sua imagem é o conjunto $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \| y \geq 1\}$ f possui duas raízes reais.
IME- Instituto Militar de Engenharia Concurso de admissão aos cursos de formação e graduação de oficiais da ativa do quadro	EDITAL Nº 2, DE 18 DE MAIO DE 2022 [...]Funções pares e ímpares. Funções do 1º grau, quadrática, modular	Questão 01 - A, B e C são conjuntos não vazios de inteiros positivos e |X| representa a cardinalidade de um conjunto X. Sabe-se que: • |A| = |B| = |C| • |A ∩ (B ∪ C)| = |A ∩ B ∩ C| • |A ∩ B| < |A ∩ C| < |B ∩ C| O menor valor

de engenheiros militares - CFG/ativa 2022/2023	e máximo inteiro. Equações e inequações. Mínimo e máximo de uma função quadrática.	possível para a soma dos elementos de A ∪ B ∪ C é: (A) 21 (B) 36 (C) 45 (D) 55 (E) 78
FAB- Força aérea Brasileira. IE/EA CFS 2/2023 instruções específicas para o exame de admissão ao curso de formação de sargentos da aeronáutica para o segundo semestre do ano de 2023	14 DE JULHO DE 2022 [...]funções injetora, sobrejetoras, bijetora, crescente, decrescente, composta, inversa, polinomial do 1º grau, quadrática, modular, exponencial e logarítmica. Resolução de equações, inequações e sistemas	Questão 71 – Se a função f: A → IR definida por f(x) = | x – 2 | é uma função injetora, então um possível conjunto A é {x ∈ IR | __________}. a) $-2 < x < 4$ b) $0 \leq x \leq 4$ c) $x \geq 0$ d) $x \geq 2$
FAB- Força aérea Brasileira. instruções específicas para o exame de admissão ao curso de formação de oficiais de infantaria da aeronáutica do ano de 2023	21 DE FEVEREIRO DE 2022 [...]Funções: afim, quadrática, modular, exponencial, logarítmica e recíproca (definição, gráfico, equações, inequações e resolução de problemas).	Questão 50- Considere o gráfico da função real f: IR → B definida por $f(x)=1-x^2-\|x^2-1\|$ Sobre a função f, marque a alternativa correta. a) $f(x) < 0 \ \forall \ x \in [-1 , 0[$ b) f é crescente $\forall \ x \in]-\infty,0]$ c) Se $B =]-\infty, 0]$, então a função f é bijetora. d) Existem infinitos valores de x para os quais $f(x) = 0$

Fonte: Elaborada pela autora (2023).

Mediante a apresentação do quadro acima, percebe-se que o conteúdo de função modular está presente nos editais recentes para seleções dos centros de formação de nível superior de carreiras militares que possuem um ensino de excelência no Brasil, e que nos leva a questionar a ausência ou a insuficiência deste conteúdo na grade curricular das escolas públicas bem como nas abordagens do tema nos livros didáticos adotados pelas mesmas em todo o país.

O que pode ser observado em Brasil (2006) em seu documento orientador PCN+ que orienta que o estudo de função modular deve ser relativizado e até mesmo deixado de lado:

> Assim, o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente. Toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizado e em parte deixado de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares. (Brasil, 2006, p.118)

Fazendo com que o conhecimento matemático se torne um meio para ser utilizado como um filtro social, ou seja, diante do que é ensinado nas escolas públicas do país, é deixado uma lacuna na preparação dos estudantes, pois o conteúdo de função modular é por vezes deixado de lado ou até mesmo reduzido à poucas páginas nos livros didáticos, dificultando que os alunos que frequentaram as escolas públicas tenham mais oportunidades de acessar estes centros de ensino superior.

Para confirmar essa ideia Scheide e Soares (2004) afirmam que:

> A matemática tem atuado como filtro social, ao ser utilizada como instrumento de seleção e de dominação. No entanto, ela precisa ser ensinada como um instrumento para a interpretação do mundo em seus diversos contextos, o que supõe a formação para a criticidade, para a indignação, para a cidadania e não para a memorização, para a alienação, para a exclusão. (Scheide e Soares, 2004, p.12)

Portanto, apesar de documentos orientadores curriculares nacionais, sugerir que os estudos sobre funções modulares seja deixado de lado, e que as obras aprovadas pelo PNLD possuam a abordagem do conteúdo de maneira superficial e insuficiente com pouca aplicabilidade do assunto; em contrapartida o conteúdo continua sendo cobrado nos processos de seleção dos centros de formação de nível superior mais importantes do Brasil, onde estudantes de escolas públicas acabam sendo prejudicados, por não ter tido acesso ao conhecimento pleno desse conteúdo matemático.

Desse modo, entendemos que o livro didático é um recurso pedagógico importante no processo de ensino e aprendizagem, e o mesmo não deve ser o único instrumento de utilização do planejamento e execução das aulas, pois não é suficiente para direcionar o trabalho docente, devido suas limitações, a exemplo a análise realizada. Assim, o professor deve estar munido de outros recursos diático para ampliar, aprofundar e dinamizar suas aulas a fim de torna-las mais eficazes e não se limitar apenas ao uso do livro didático.

3.3 PERCEPÇÃO DOS ALUNOS EGRESSOS

Nesta etapa, apresentamos uma pesquisa de campo que foi conduzida com um grupo de 45 estudantes que frequentam o segundo ano do ensino médio em uma escola pública estadual. Essa escola está localizada em um bairro periférico da cidade de Parauapebas, que fica no sudoeste do estado do Pará.

Para essa investigação, utilizamos um questionário impresso com o objetivo de identificar percepções de alunos egressos do 1º ano do Ensino Médio quanto as dificuldades inerentes ao ensino de função modular, tendo em vista a elaboração das atividades que irão compor a sequência didática.

O questionário contou com perguntas sobre a aprendizagem da matemática e também sobre os conteúdos acerca de Função Modular, seguido de um teste de conhecimento sobre o objeto matemático citado. Após essa etapa de coleta, os dados foram tabulados em planilhas do Excel, para posteriormente contribuir nas análises.

Assim, esta pesquisa se caracteriza com caráter descritivo, sem interferência ou manipulação da pesquisadora, visando, procurar, registrar, organizar, analisar e interpretar, as respostas provenientes do questionário aplicado.

> As pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis. São inúmeros os estudos que podem ser classificados sob este título e uma de suas características mais significativas está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como o questionário e a observação sistemática. (Gil, 2008, p.42).

Nesse sentido, o recurso utilizado para coletar os dados foram os questionários, por meio deles é possível analisar diversos aspectos que compreenda o processo de aprendizagem de função modular. O mesmo foi composto por questões objetivas a cerca das metodologias de aprendizagem, dificuldades encontradas pelos estudantes, além de um teste de conhecimentos sobre o objeto matemático dessa pesquisa, e posteriormente os dados foram organizados em forma de tabela.

Sobre o questionário, Gil (2008) apresenta o seguinte conceito:

> Pode-se definir questionário como a técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc (Gil, 2008, p.121)

Assim, o questionário se constitui numa ferramenta importante para a coleta de informações e ainda assegura o anonimato das respostas, que caracteriza umas das vantagens destacadas por Gil (2008, p.122).

É importante ressaltar que essa característica de vantagem descrita por Gil, foi evidenciada no momento da pesquisa, haja visto que os estudantes se sentiram mais à vontade para responder o questionário de forma mais fidedigna e participativa, pois um dos primeiros questionamentos realizados pelos alunos se referiam a sua identificação em algum momento da investigação, e a partir da negativa do questionamento, os mesmos se desprendiam do receio da identificação e respondiam as perguntas de forma realista.

Outro instrumento utilizado nessa investigação trata-se de um teste de conhecimentos sobre função modular, aplicado juntamente com os questionários. O mesmo foi elaborado com cinco questões, sendo três subjetivas referente ao conhecimento elementar de módulo e duas objetivas envolviam a representação gráfica da função modular. Essa etapa da pesquisa mostrou por meio das respostas dos estudantes quais os erros mais comuns que apresentaram, além de observar como expressão a linguagem matemática que relacionada a função modular.

3.3.1 Sistematização de Resultados e Análises da Pesquisa com Alunos Egressos

Nesta fase, foram organizados os resultados obtidos por meio da pesquisa de campo, utilizando um questionário aplicado aos alunos que concluíram o 1º ano do ensino médio. As respostas serão apresentadas em tabelas. A primeira pergunta feita aos alunos abordou o interesse pela matemática, conforme demonstrado na tabela abaixo:

Tabela 1: Egressos - Gosto dos estudantes pela matemática

ITEM	QUANTIDADE	%
Sim, gosto muito (90% – 100%)	8	18
Sim, geralmente (75% – 90%)	10	22
Sim, as vezes (50% – 75%)	16	36
Um pouco, ocasionalmente (25% – 50%)	4	9
Raramente gosto (0% – 25%)	7	16
TOTAL DE RESPOSTAS	**45**	**100**

Fonte: Protocolos de pesquisa (2023)

A Tabela 1, que explora o gosto dos estudantes pela matemática, revela uma distribuição variada de interesse. Aproximadamente 18% dos alunos afirmam gostar muito da disciplina, enquanto 22% demonstram gosto frequente. No entanto, a maior parte dos estudantes (36%) afirmam gostar de matemática só as vezes. Um grupo menor, 9%, revela interesse esporádico, e 16% raramente gostam da matéria. Isso sugere que, embora uma parte significativa dos alunos tenha uma relação positiva com a matemática, uma especificação específica ainda tem dificuldades em se engajar plenamente na disciplina, diminuindo espaço para melhorias no ensino ou na abordagem pedagógica utilizada

Observa-se que 16% dos pesquisados raramente gostam da disciplina, que de acordo com Thomaz (1999) pode ocorrer devido vários fatores provenientes de medos gerados por inseguranças, por pressões, por situações marcantes, por não conseguir aprender e também por reprovações e traumas de notas baixas.

Sobre os rastros de reprovação Fleuri (1990, p. 76) explica que, “a marca da reprovação implícita na avaliação feita autoritariamente, gera tensão que dificulta e até impede a aprendizagem. Em relação as maiores dificuldades exposta pelos estudantes é destacado de 32% sentem dificuldades em realizar cálculo, 29% assumiram que encontram dificuldades na compreensão das regras, os demais afirmaram que o problema está na compreensão dos conceitos/ ideias e nas resoluções de problemas.

Os estudantes foram indagados acerca dos estudos em suas respectivas residências, as respostas obtidas estão na tabela a seguir.

Tabela 2: Egressos – Hábito de estudar em casa

ITEM	QUANTIDADE	%
Sempre (100%)	1	2
frequentemente (75%)	10	22
As vezes (50%)	19	42
Poucas vezes (25%)	13	29
Nunca (0%)	2	4
TOTAL DE RESPOSTAS	**45**	**100**

Fonte: Protocolos de pesquisa (2023)

Foi observado que apenas um estudante tem o hábito de sempre estudar em casa, treze estudantes responderam que estudam poucas vezes e dois afirmaram que nunca estudam nas suas residências. Esse retrato pode traduzido em um mal desempenho na aprendizagem.

Fonsêca et al (2013) afirma que “o hábito de estudo ajuda no processo de autorregulação e, consequentemente, na aprendizagem”.

Os alunos foram indagados sobre qual a forma mais comum que seu professor de matemática utiliza para iniciar os conteúdos. A resposta de 58% dos estudantes, foi que os docentes iniciam pelo conceito seguido de exemplos e exercícios; 24% dos alunos marcaram que com uma situação problema para depois introduzir o assunto; 13% dos alunos responderam que com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo; e os demais, 4% marcaram a opção com jogos para depois sistematizar os conceitos. Outro questionamento, foi referente a quais recursos o professor utiliza para fixar os conteúdos matemático. A pesquisa apontou que a forma mais utilizada com 82% das respostas é a apresentação de lista de exercícios para serem resolvidos, como indica a tabela abaixo.

Tabela 3: Egressos - Para fixar conteúdos, seu professor:

ITEM	QUANTIDADE	%
Apresenta lista de exercícios para serem resolvidos	37	82
Apresenta Jogos que envolva o assunto	2	4
Manda resolver questões do livro didático	4	9
Propõe resoluções de questões utilizando software	1	2
Outros: Paródias	1	2
TOTAL DE RESPOSTAS	**45**	**100**

Fonte: Protocolos de pesquisa (2023)

Os dados da tabela acima mostram a pouca diversidade de estratégias didáticas apresentadas aos alunos, ou seja, as estratégias utilizadas pelos professores para fixação de conteúdos tiveram na sua maioria a apresentação de lista de exercícios (82%) que indica uma ênfase em práticas tradicionais e repetitivas. O que favorece a não aprendizagem e a reflexão somente em reprodução de atividades e não a construção de conhecimentos.

Segundo Possamai et al (2018),

> [...] percebe-se que muitos professores planejam e estruturam suas aulas predominantemente com vistas a aplicação de exercícios que não requerem do estudante a reflexão e a construção de conceitos significativos ao seu contexto, ao contrário, estes visam apenas a aplicação de algoritmos pré-estabelecidos, sem a necessidade de analisar o porquê e para quê tal atividade está sendo realizada. (Possamai et al 2018, p.74)

Sobre as formas de avaliação impostas aos alunos, 33% das respostas foi que parte da sua avaliação é por meio da prova escrita, 29% marcaram a opção de produções nos cadernos, 18% responderam que o professor utiliza trabalhos em grupos e individuais para compor suas avaliações, 13% indicaram que são avaliados por meio de prova oral, os demais 7% escolheram a auto avaliação.

Sobre a avaliação Cavalcante e Melo (2015) expressam que:

> a avaliação é concebida e praticada de diversas maneiras. Pode ser vista como instrumento de medida destinado à verificação da aprendizagem ou como meio de diagnóstico para subsidiar a análise e reflexão das atividades de ensino e acompanhamento do aluno. (Cavalcante e Melo, 2015, p. 427)

Assim, as autoras sugerem que a avaliação seja posta para além da verificação de conteúdos e lançamentos de notas, e necessário propor condições objetivas nas atividades docente para que a aprendizagem possa ocorrer.

Uma das perguntas do questionário aplicado aos alunos, foi como eles se sentiam no momento das avaliações de matemática, as respostas foram organizadas conforme a tabela abaixo.

Tabela 4: Egressos – Sentimento nos momentos das avaliações de Matemática

	QUANTIDADE	**%**
Entusiasmado	0	0
Tranquilo	8	18
Com medo	13	29
Com raiva	2	4
Preocupado	19	42
Outros	3	7
TOTAL DE RESPOSTAS	45	100

Fonte: Protocolos de pesquisa (2023).

Ao analisar as respostas da pergunta, é visível que os estudantes não se sentem, confortáveis e preparados para as provas de matemática, uma vez que apenas 8 deles responderam que ficam tranquilos. Os demais se dividiram nas características não confortáveis, referente as avaliações.

Goulart et al., (2018) *apud* Santos e Almeida, fazem relação dos resultados escolares e sentimentos interiorizados pelos alunos, que por vezes são expostos a repetitivos fracassos escolares, fazendo com que os estudantes, até que de forma inconsciente, internalize o sentimento de que não é capaz, ou até mesmo de se sentir insuficiente para aprender, e chegam no momento das avaliações, já carregando traumas.

Os estudantes foram levados a preencher um quadro sobre as intensidades das formas de estudar, as respostas podem ser analisadas conforme o quadro 11 abaixo:

Quadro 11 - Egressos – Intensidades das formas de estudar dos alunos

	Sempre	**Frequentemente**	**Às vezes**	**Ocasionalmente**	**Raramente**
Prestar atenção às aulas	42%	33%	20%	2%	2%
Revisar as anotações das aulas em casa	0%	31%	38%	18%	13%
Fazer as atividades indicadas pelo professor	49%	24%	18%	4%	4%
Utilizar os livros fornecidos pela escola.	24%	20%	31%	13%	11%

Estudar com os colegas e amigos	20%	27%	13%	16%	24%
Complementar os estudos com pesquisas na internet	29%	33%	18%	11%	9%
Utilizar programas no computador ou aplicativos no celular	13%	16%	18%	13%	40%

Fonte: Protocolos de pesquisa (2023).

Diante das respostas apresentadas pelos alunos, é possível notar que uma das maneiras preferidas de estudarem com 42% e 49% respectivamente é, prestar atenção nas aulas e fazer as atividades propostas pelo professor. Sobre o uso de tecnologias para a aprendizagem, conforme orienta a BNCC, apenas 9% dos alunos responderam que raramente utilizam a internet para complementar os estudos e 40% raramente utilizam computadores ou aplicativos para auxiliar nos estudos.

Os estudantes foram questionados como gostariam de estudar função modular.

Quadro 12 - Egressos – Gosto por formas de estudar Função Modular

	Sempre (90% – 100%)	Frequentemente (75% – 90%)	Às vezes (50% – 75%)	Ocasionalmente (25% – 50%)	Raramente (0% – 25%)
Através de aula expositiva e utilização do livro didático	29	18	27	9	18
Através de uma situação problema para introduzir o assunto	31	29	13	11	16
Através de jogos para depois sistematizar os conceitos	33	20	11	16	20
Através de recursos tecnológicos	33	22	22	4	18

Fonte: Protocolos de pesquisa (2023).

A partir das análises das respostas dos alunos, sobre as diferentes formas de estudar Função Modular, é possível notar que não possuem uma preferência com clareza, pois os percentuais estão bem próximos. A aula expositiva com uso de livro didático é apreciada por 29% dos alunos. A introdução por meio de situações-problema tem uma acessibilidade mais ampla, com 31% dos alunos gostando sempre e 29% frequentemente, o indica que essa metodologia ativa pode gerar mais engajamento.

O uso de jogos para sistematizar conceitos é apreciado por 33% dos alunos sempre, mas também há uma parcela que a utiliza raramente (20%), indicando que, embora os jogos sejam atraentes, podem não ser tão acessíveis ou eficazes para todos. No entanto, vale destacar o anseio para utilização de jogos para depois sistematizar os conceitos e também o uso de recursos tecnológicos.

Outro quadro que os alunos foram levados a preencher, trata-se das dificuldades sentidas sobre o assunto função modular. Para isso, foi elaborado um quadro com os principais assuntos que deveriam ser aprendidos sobre função modular. As respostas estão relacionadas abaixo:

Quadro 13: Egressos – Dificuldades na aprendizagem de Função Modular

Conteúdos relacionados a Função Modular	**Fácil e compreendo bem**	**Fácil, mas apresento poucas dificuldades**	**Médio e apresento as vezes dificuldades de compreensão**	**Médio, mas frequentemente apresento dificuldades de compreensão**	**Difícil e geralmente apresento dificuldades de compreensão**	**Conteúdo não abordado**
Número oposto de um número real	20%	22%	29%	13%	16%	0%
Módulo ou valor absoluto de um número real	11%	20%	24%	31%	13%	0%
Definição de módulo	7%	24%	31%	20%	18%	0%
Propriedades do módulo	13%	18%	22%	24%	22%	0%
Operações com módulo	13%	11%	33%	24%	18%	0%
Definição da função modular	11%	24%	11%	27%	27%	0%
Domínio e imagem da função modular	16%	16%	20%	29%	20%	0%
Gráfico da função modular	20%	18%	11%	27%	24%	0%
Propriedade da função modular	20%	16%	18%	24%	22%	0%
Representação de uma função modular por mais de uma sentença algébrica	0%	0%	4%	9%	24%	62%
Obtenção da expressão algébrica a partir do gráfico de função modular	0%	0%	4%	4%	16%	76%
Equação modular	0%	4%	4%	4%	13%	73%
Inequação modular	0%	4%	4%	2%	16%	73%
Estudos de sinais envolvendo módulo	0%	4%	0%	2%	16%	78%
Representação gráfica do módulo de uma função afim	11%	9%	24%	18%	40%	0%
Representação gráfica do módulo de uma função quadrática	11%	16%	22%	16%	36%	0%
Translação e reflexão do gráfico de uma função	11%	7%	22%	24%	36%	0%

Fonte: Protocolos de pesquisa (2023).

Os resultados obtidos mostraram, que para essa amostra de alunos, a maior parte dos assuntos elencados referente à função modular foi ensinado, com exceção de alguns tópicos em que os estudantes pesquisados relataram não haver estudado, tais como representação de uma função modular por mais de uma sentença, inequação modular, estudos dos sinais entre outros.

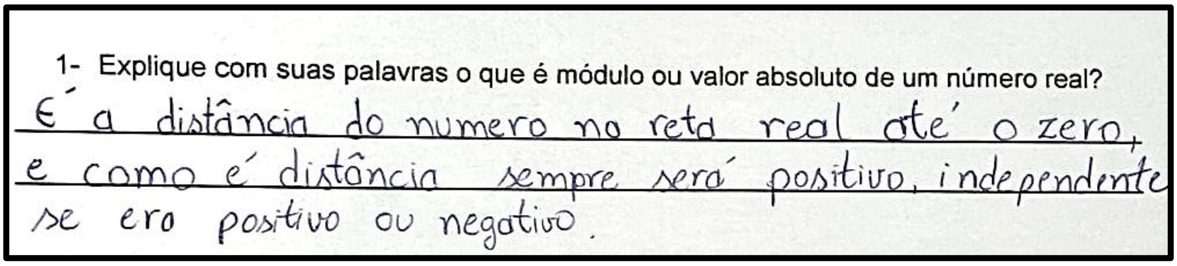
Em seguida das indagações realizadas com os estudantes, todos receberam um teste de verificação que continha somente questões que envolvem o tema matemático investigado.

3.3.2 Teste de Verificação

Nessa etapa, será realizado a análise das questões apresentadas aos 45 alunos sobre função modular, ressalto que foram 5 questões aplicadas, sendo três subjetivas e duas objetivas.

A primeira questão os alunos deveriam escrever, qual o significado, o que entendiam por módulo ou valor absoluto, 64% dos estudantes não responderam, 13% responderam corretamente, 11% tentaram escrever algo que recordavam do que havia sido estudado, ou seja, uma resposta parcialmente correta, e os demais 11% responderam incorretamente. Foram selecionados algumas das respostas:

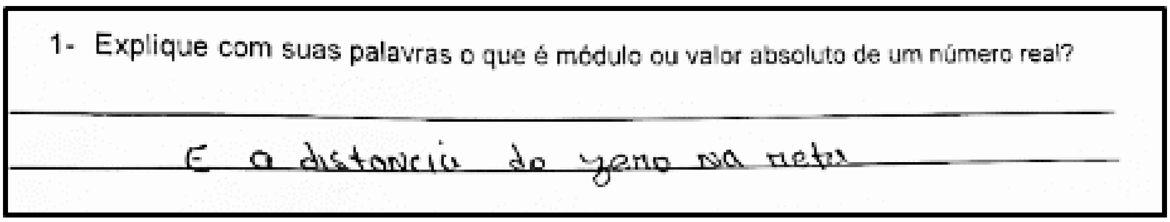
Figura 5: Egressos – Resposta correta


1- Explique com suas palavras o que é módulo ou valor absoluto de um número real?

É a distância do numero na reta real até o zero, e como é distância sempre será positivo, independente se ero positivo ou negativo.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023).

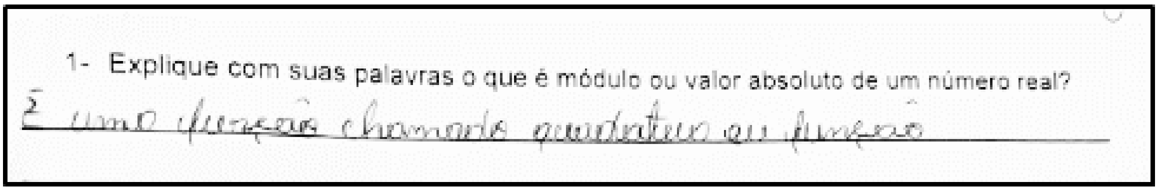
Figura 6: Egressos – Resposta Parcialmente correta


1- Explique com suas palavras o que é módulo ou valor absoluto de um número real?

E a distancia do zero na reta

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023).

Figura 7: Egressos - Resposta Incorreta

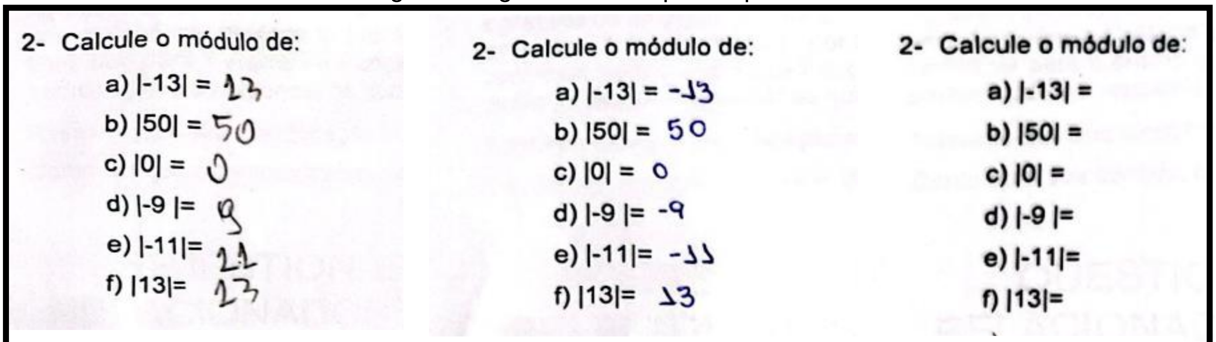

1- Explique com suas palavras o que é módulo ou valor absoluto de um número real?

É uma função chamada quadrática ou função

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023).

A segunda questão envolvia o cálculo do módulo de seis números inteiros, que os estudantes deveriam responder. Na figura abaixo é apresentado três respostas dos estudantes, separados em resposta correta, parcialmente correta e sem resposta do aluno.

Figura 8: Egressos - Resposta questão 2


2- Calcule o módulo de:

a) |-13| = 13
b) |50| = 50
c) |0| = 0
d) |-9 |= 9
e) |-11|= 11
f) |13|= 13

2- Calcule o módulo de:

a) |-13| = -13
b) |50| = 50
c) |0| = 0
d) |-9 |= -9
e) |-11|= -11
f) |13|= 13

2- Calcule o módulo de:

a) |-13| =
b) |50| =
c) |0| =
d) |-9 |=
e) |-11|=
f) |13|=

Repostas corretas | Repostas parcialmente corretas | Sem resposta

Fonte: Protocolos de pesquisa (2023).

Os resultados foram organizados em um quadro para facilitar a análise, expressos a seguir:

Quadro 14 - Egressos – Teste verificação – Questão 2

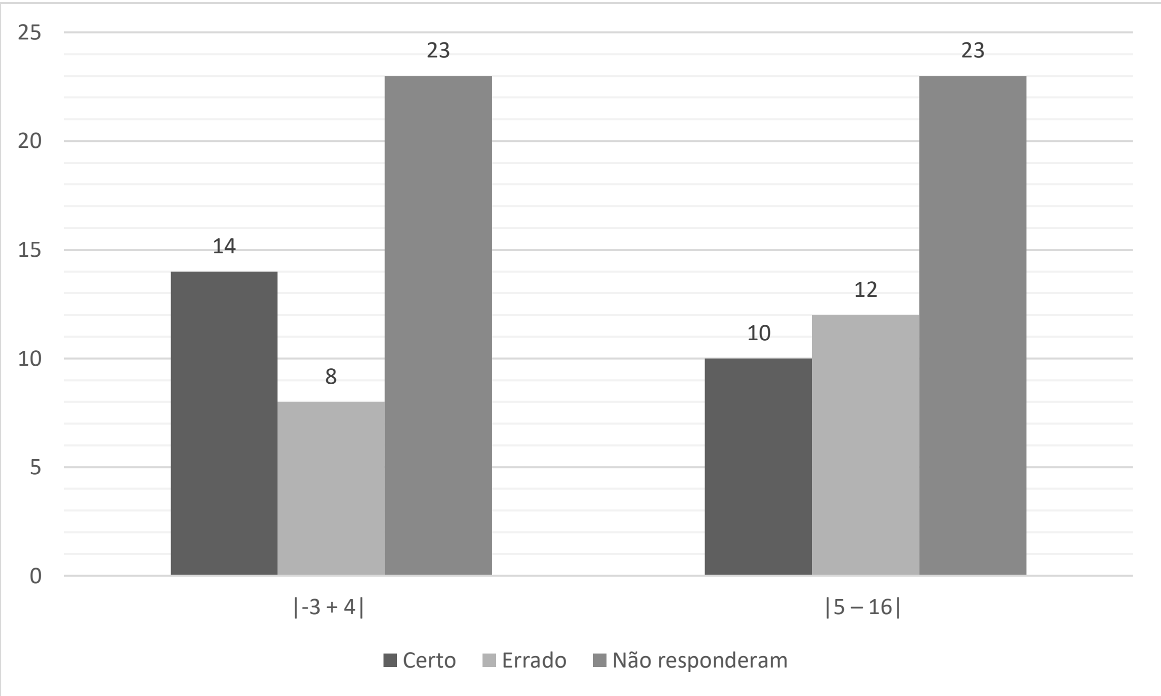
	Respostas Certas		Respostas Erradas		Não responderam	
	Quant.	%	Quant.	%	Quant.	%
a) |-13|	16	36	5	11	24	53
b) |50|	18	40	3	7	24	53
c) |0|	18	40	3	7	24	53
d) |-9 |	16	36	5	11	24	53
e) |-11|	16	36	5	11	24	53
f) |13|	18	40	3	7	24	53

Fonte: Protocolos de pesquisa (2023).

A análise desse questão notou-se que a maioria que corresponde a 53% dos alunos participantes da pesquisa, não se recorda do que já estudou, pois não responderam a questão, ou podemos ainda fazer referência com o quadro 13 onde apresentava as dificuldades de aprendizado dos alunos e 31% relatou que achava módulo ou valor absoluto, um tópico de aprendizagem de nível médio, que frequentemente apresentava dificuldades de compreensão e ainda 11% havia respondido que era difícil e geralmente apresentava dificuldades de compreensão.

A terceira pergunta o aluno iria calcular uma expressão modular simples (módulo da adição ou subtração de números inteiros).

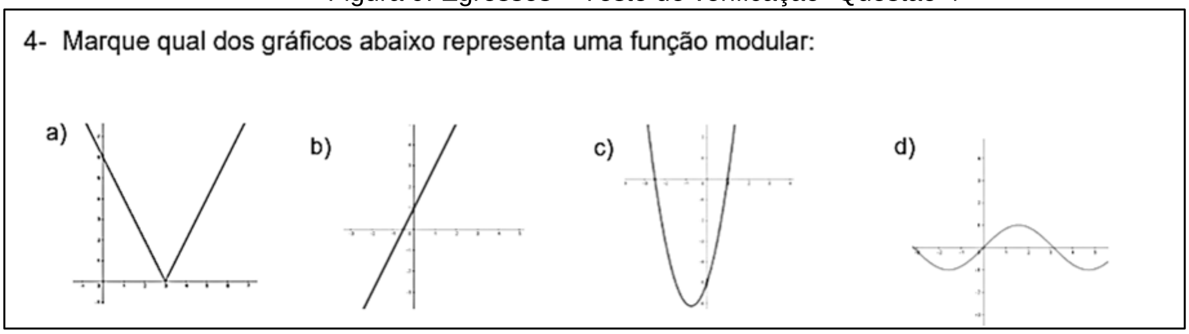
Gráfico 1: Egressos – Teste verificação – Questão 3



Fonte: Protocolos de pesquisa (2023).

A quarta questão, os estudantes tinham a opção de marcar qual gráfico representava uma função modular.

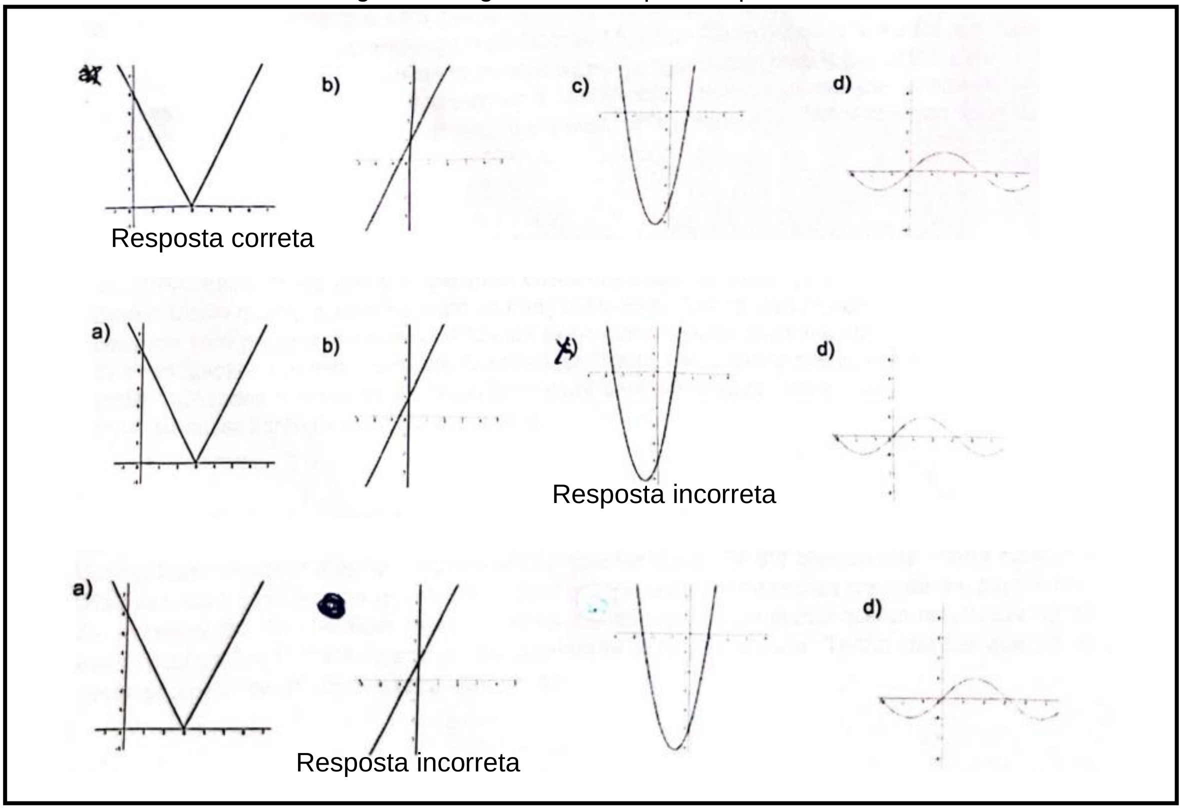
Figura 9: Egressos – Teste de verificação -Questão 4



Fonte: Protocolo de pesquisa (2023).

Nessa questão, 49% dos estudantes marcaram corretamente na alternativa A). 4% a alternativa B), 7% a alternativa D), 9% não responderam e 31% se equivocaram e marcaram a alternativa C), que se trata de uma representação gráfica da função quadrática, uma das funções também estudadas por eles, como mostra as figuras a seguir com algumas respostas dos estudantes.

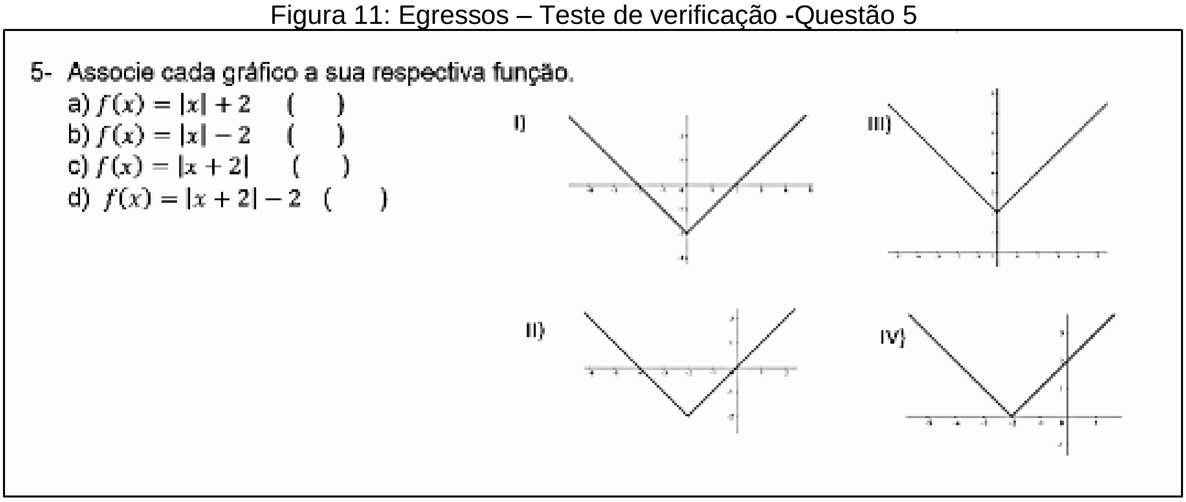
Figura 10: Egressos - Respostas questão 4



Fonte: Protocolos de pesquisa (2023).

Na quinta e última questão, os estudantes deveriam relacionar as expressões com seus respectivos gráficos, estudos relacionados ao movimento de translação e reflexão do gráfico.

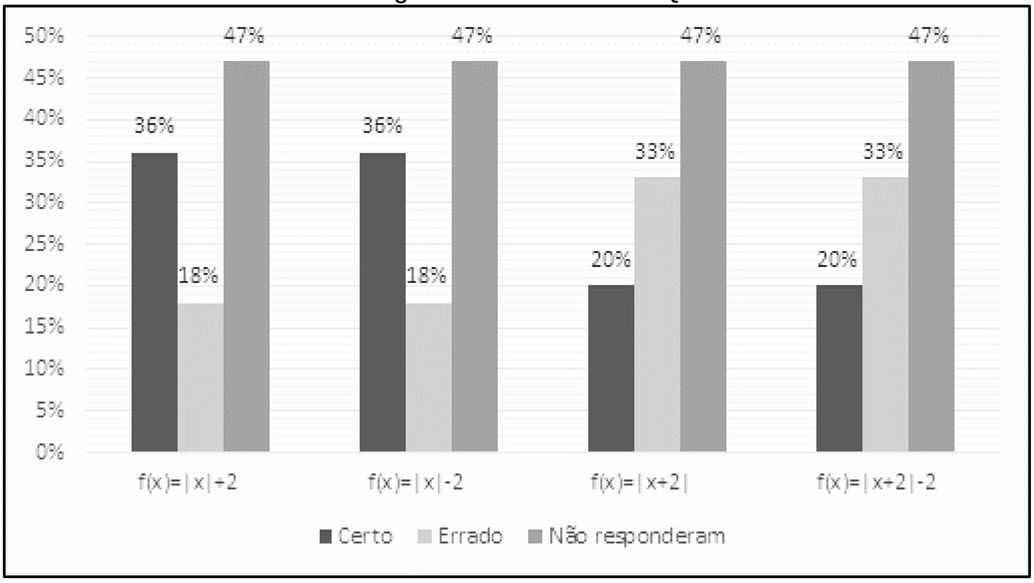
Figura 11: Egressos – Teste de verificação -Questão 5



Fonte: Protocolo de pesquisa (2023).

Para a melhor intepretação das respostas, as mesmas foram organizadas conforme o gráfico abaixo:

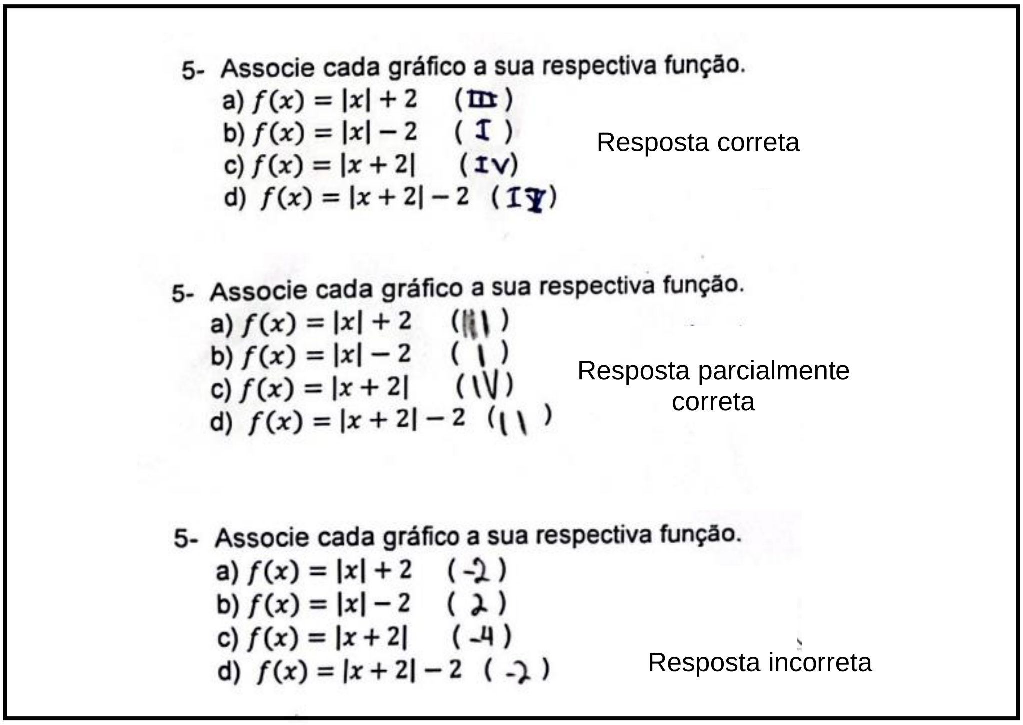
Gráfico 2: Egressos – Resultado - Questão 5



Fonte: Protocolos de pesquisa (2023).

Em todas, 47% dos estudantes não responderam, e acertaram mais nas duas primeiras questões, que seria uma translação na vertical. As respostas conversam com o que os estudantes marcaram no quadro de dificuldades, onde 36% afirmação que os tópicos de translação e reflexão eram conteúdos difíceis.

Figura 12: Egressos – Resposta questão 5



Fonte: Protocolo de pesquisa (2023).

Contudo, a partir desse teste de verificação, é possível concluir que o assunto função modular não foi aprendido de forma efetiva pelos estudantes participantes da pesquisa, no qual a maioria não lembra o que foi ensinado. A notar na questão 2 onde 53% dos alunos não responderam, na questão 3, 51% não responderam, na questão 4, 51% responderam incorretamente ou não responderam e na questão 5, 47% não tinham noção do que a questão solicitava.

3.4 PERCEPÇÃO DE PROFESSORES SOBRE O ENSINO DE FUNÇÃO MODULAR

O professor é um dos atores no processo de aprendizagem conforme mostra os aportes dessa pesquisa, logo é relevante investigar as perspectivas que os mesmos possuem sobre o ensino de Função Modular. Para isso, foi realizada uma pesquisa com o intuito de identificar dificuldades dos alunos a partir da ótica de professores sobre as aprendizagens de função modular no 1º do ensino médio, que buscou responder a seguinte questão: Que dificuldades de aprendizagem os alunos possuem sobre função modular segundo os professores?

Com base nas análises e discussões teóricas já dispostas, buscou-se por meio de pesquisa a participação de professores atuantes no ensino médio da rede pública do período de 11 de abril a 12 de maio do ano de 2022. Que segundo Gil (1996) a pesquisa é:

> [...] como o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa é requerida quando não se dispõe de informação suficiente para responder ao problema, ou então quando a informação disponível se encontra em tal estado de desordem que não possa ser adequadamente relacionada ao problema. (Gil, 1996, p.19)

Diante disso, é percebível que toda problemática sem resposta necessita de uma formulação de pesquisa que deve ser planejada e organizada.

E a pesquisa tratada, resultou com a participação de 42 professores atuantes de ensino médio na rede pública dos estados do Pará, os mesmos foram submetidos a um questionário aplicado via google formulários no qual abordava questões individuais como idade, ano de conclusão de ensino médio e ensino superior, tempo de serviço, tempo de atuação profissional, entre outras. E também buscou-se conhecer um pouco mais da prática docente do pesquisado, como abordagem inicial de conteúdo, metodologias de aulas e avaliações, além da opinião docente sobre aprendizagens e dificuldades encontradas por alunos.

É importante ressaltar que a pesquisa contou com um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE, no qual o participante foi convidado a participar da pesquisa, de forma independente, consciente, livre e esclarecido. Conforme o orientado pelas Normas e Diretrizes Brasileiras que dispõem sobre pesquisas envolvendo seres humanos, incluindo as Resoluções nº 466/12 e 510/16 do Conselho Nacional de Saúde – CNS que constitui na proteção do participante da pesquisa que é uma razão fundamental.

Apesar de alcançar um número relativamente considerável de participantes para essa pesquisa, o percurso não foi tão simples como se imaginava; ser um pesquisador não é uma tarefa simples. Por mais que não precisasse sair com diversas listas para ter o contato presencial de professor em professor, por se tratar de um questionário via Google Formulários, demandou estratégias, tempo e conversas por vezes via WhatsApp e outras vezes o contato presencial foi sim necessário. E na insistência, persistência conseguiu-se 42 professores da rede pública do estado do Pará, aceitantes e participantes da pesquisa.

Ao finalizar essa etapa, passamos para próxima sessão que é das sistematizações e análises da pesquisa realizada com professores.

3.4.1 Sistematização de Resultados e Análises da Pesquisa com Professores

Nessa etapa serão apresentados as análises e resultados sistematizados com auxílio de gráficos e tabelas para a melhora das apresentações dos dados obtidos na pesquisa. Após a coleta de dados, realizado por meio do google formulários será realizada a fase seguinte da pesquisa, que é a análise e interpretação dos dados coletados.

A coleta de dados e as análises, embora possuem conceitos distintos, aparecem sempre estreitamente relacionados:

> A análise tem como objetivo organizar e sumariar os dados de tal forma que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para investigação. Já a interpretação tem como objetivo a procura do sentido mais amplo das respostas, o que é feito mediante sua ligação a outros conhecimentos anteriormente obtidos (Gil, 1999, p. 168).

Nesse sentido, as análises de dados é o processo de desenvolvimento de sentido além dos dados, e este desenvolvimento ocorre à medida que se limita e interpreta o que os sujeitos pesquisados disseram, e o que o pesquisador leu e observou, ou seja, é um processo de formação de significado.

A pesquisa contou com 42 professores participantes, sendo 30 do sexo masculino e 12 do feminino, com faixas etárias mais frequentes entre 31-40 anos, os mesmos foram identificados com formação em nível médio e Magistério, os 42 sujeitos possuem graduação em Matemática e dois dentre esses ainda possuem outro curso superior (Pedagogia e Ciências Naturais). Dos pesquisados 5 possuem mestrado concluídos em 2012, 2019 e 2021.

No questionário aplicado, observou-se que em sua maioria, os professores possuem 6 a 10 anos de tempo de atuação e costumam iniciar suas aulas de matemática com uma situação problema para depois introduzir o assunto. Conforme gráfico abaixo:

Dos pesquisados, 21 participantes que equivale a 50% afirmaram que nas ministrações de aulas de matemática sentem falta de materiais didáticos e pedagógicos, e apenas um participante afirmou que sente falta do interesse dos alunos. Os conteúdos de matemática em sua maioria são selecionados com base nos livros didáticos, BNCC e também cadernos de orientações da rede.

Sobre o método de avaliação, a maioria dos professores envolvidos na pesquisa responderam que avaliam por meio de prova escrita, trabalhos em grupos e individuais e produções no caderno. Observou-se também que poucos responderam as opções prova oral e autoavaliação. Segundo Luckesi (1999):

> Podemos entender a avaliação da aprendizagem escolar como um ato amoroso, na medida em que a avaliação tem por objetivo diagnosticar e incluir o educando pelos mais variados meios, no curso da aprendizagem satisfatória, que integre todas as suas experiências de vida (Luckesi, 1999, p. 173).

Logo o processo avaliativo na perspectiva amorosa afirmada por Lukesi (1999), é um procedimento afetivo e acolhedor, com a finalidade de integração e inclusão nos mais variados meios, valorizando e aproveitando os conhecimentos adquiridos pelos alunos e a subjetividade do aluno no decorrer da construção do conhecimento.

Os sujeitos participantes da pesquisa, ao serem questionados sobre o que utilizam para auxiliar os alunos a fixarem os conteúdos de matemática, obteve-se 43% de respostas para a opção de apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos, 27% responderam que propõe a resoluções de exercícios do livro didático, 18% das respostas dos participantes foi a opção de apresentar jogos que envolvesse o assunto, 11% responderam que utilizam resolução que questões por meio de software e 1% disse que não propõe atividades.

Os professores envolvidos na pesquisa foram indagados se os seus alunos gostavam de matemática, para 83% dos professores envolvidos nessa pesquisa, responderam que seus alunos gostam de matemática, para 17% dos professores pesquisados responderam que a minoria dos seus alunos gosta da disciplina.

O gostar ou não de algo tem relação com o processo de motivação, e esta pode ser gerada pela família, escola e também por professores. Para D' Ambrosio (2011) motivar alunos não é uma tarefa fácil. Cabe ao professor criar situações práticas em que os alunos se motivem e despertem o gosto pela Matemática. Para que isso ocorra de forma satisfatória, o professor deve ser bastante inovador e cooperador, agregando habilidades que estimulem os alunos a pensar, gerando sua própria autonomia.

Em relação as dificuldades apresentadas nas aulas de matemática, 37% das respostas obtidas revelam que os alunos possuem dificuldades nas resoluções de problemas, 25% na compreensão dos conceitos/ideias e 23% mostram que os alunos possuem dificuldades em realizar os cálculos.

No questionário aplicado, a disciplina de matemática foi dividida em cinco blocos: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e medidas; e Probabilidades e estatística. E foi perguntado qual dentre os blocos os professores achavam mais importantes, conforme mostra a tabela abaixo:

Tabela 5: Professores: Bloco Matemático mais importante

	QUANTIDAADE	**%**
Números	19	45
Álgebra	10	24
Geometria	4	10
Grandezas e Medidas	6	14
Probabilidade e Estatística	3	7
TOTAL DE RESPOSTAS	**42**	**100**

Fonte: Protocolo de pesquisa, gerado via Google formulário (2022).

O bloco de Números foi considerado o mais relevante. As justificativas apresentadas para as escolhas dos blocos foram bem diversificadas. Conforme quadro abaixo:

Quadro 15 – Justificativa de professores por bloco de Matemática mais importante

	BLOCO ESCOLHIDO	JUSTIFICATIVA
Professor A	Números	Base para demais blocos
Professor B	Álgebra	Porque quando no momento que ele sabe operar valores desconhecidos, ele consegue modelar qualquer problema.
Professor C	Grandezas e Medidas	Bloco de conteúdo mais presente no cotidiano do aluno
Professor D	Geometria	Porque o aluno passa entender melhor o ambiente ao qual está inserido, nesse eixo da Matemática pode-se abordar outros conhecimentos como operações, aritméticas e algébricas, pode- se trabalhar a modelagem matemática, desenvolver atividades práticas, entre outros aspectos
Professor E	Probabilidade e Estatística	“São cobrados com frequência nas avaliações externas.

Fonte: Protocolo de pesquisa, gerado via Google formulário (2022).

Logo abaixo estão elencados os percentuais das respostas dadas pelos professores, em referência ao conteúdo de função modular.

Quadro 16 - Dificuldades dos alunos sobre função modular segundo professores

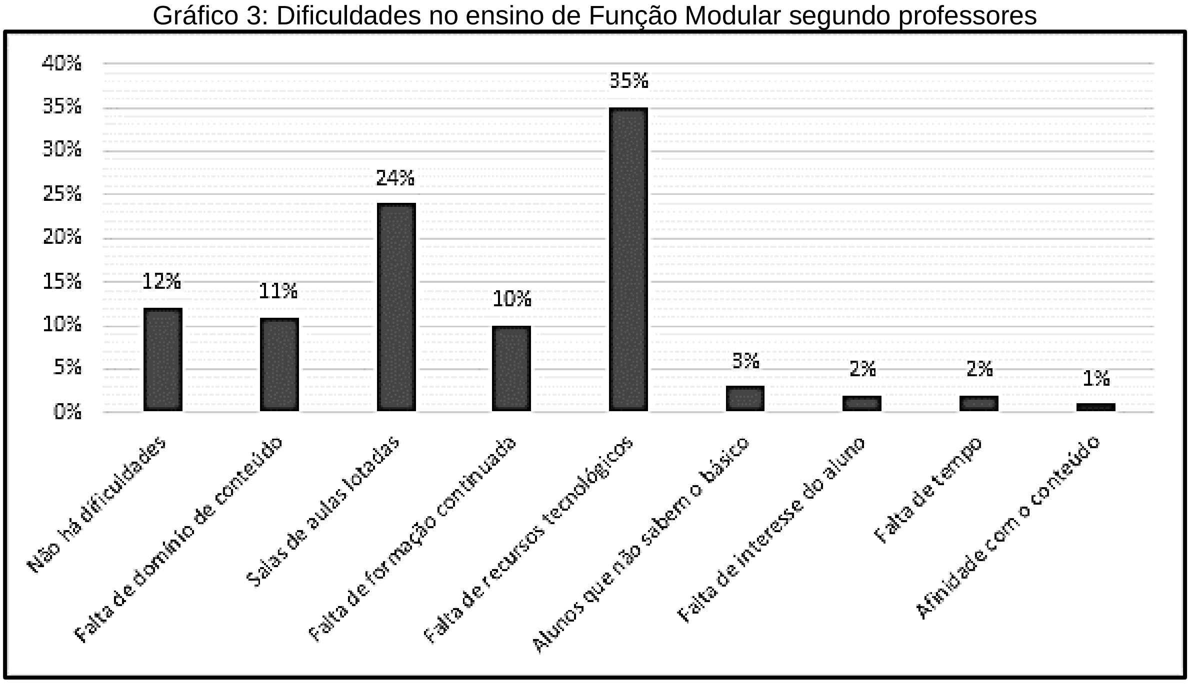
CONTEÚDOS RELACIONADOS A FUNÇÃO MODULAR	**GRAU DE DIFICULDADE EM RELAÇÃO AO ENSINO**				**CONTEÚDO NÃO ABORDADO**
	MUITO FÁCIL	**FÁCIL**	**DIFÍCIL**	**MUITO DIFÍCIL**	
1. Número oposto de um número real	17%	69%	5%	2%	7%
2. Módulo ou valor absoluto de um número real	14%	60%	14%	7%	5%
3. Definição de módulo	10%	62%	21%	5%	2%
4. Propriedades do módulo	5%	48%	33%	7%	7%
5. Operações com módulo	5%	38%	45%	5%	7%

6. Definição da função modular	2%	38%	43%	10%	7%
7. Domínio e imagem da função modular	2%	26%	52%	12%	7%
8. Gráfico da função modular	5%	31%	45%	10%	10%
9. Propriedade da função modular	2%	17%	57%	14%	10%
10. Representação de uma função modular por mais de uma sentença algébrica	2%	2%	62%	17%	17%
11. Obtenção da expressão algébrica a partir do gráfico de função modular	0%	7%	57%	19%	17%
12. Equação modular	5%	17%	45%	17%	17%
13. Inequação modular	0%	12%	52%	17%	19%
14. Estudos de sinais envolvendo módulo	2%	33%	38%	14%	12%
15. Representação gráfica do módulo de uma função afim	2%	29%	45%	10%	14%
16. Representação gráfica do módulo de uma função quadrática	0%	29%	48%	12%	12%
17. Translação e reflexão do gráfico de uma Função	0%	12%	57%	12%	19%

Fonte: Protocolo de pesquisa, gerado via Google formulário (2022).

Sobre as dificuldades encontradas enquanto professores em relação ao ensino de função modular observa-se através do gráfico abaixo que a maioria dos pesquisados sentem falta de recursos tecnológicos.

Gráfico 3: Dificuldades no ensino de Função Modular segundo professores

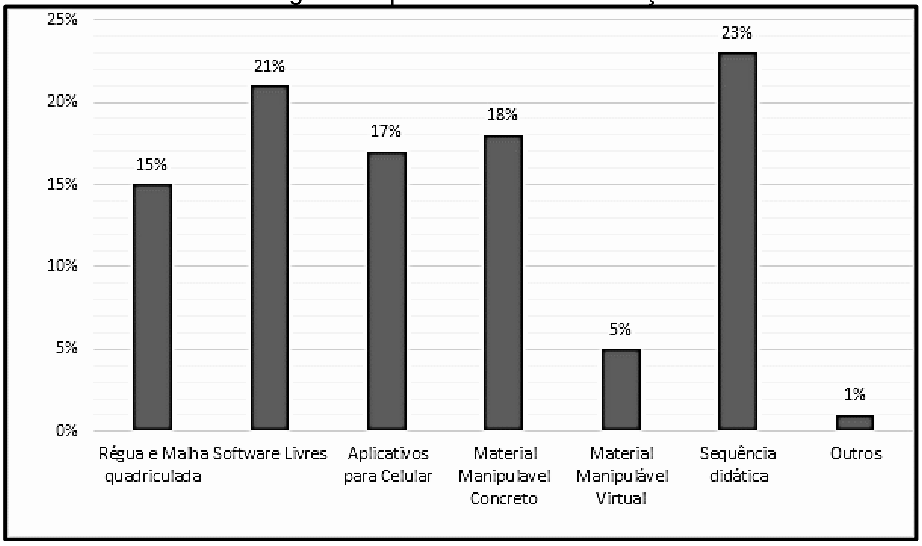


Fonte: Protocolo de pesquisa, gerado via Google formulário (2022).

O uso da tecnologia está cada vez mais necessária, a sala de aula composta pelas quatro paredes, quadro e pincel não é suficiente. Fazer com que ocorra aprendizagem significativa, requer outros métodos de ensino. “As tecnologias, se bem utilizadas, podem oferecer um ambiente de aprendizagem mais rico, indo ao encontro das necessidades dos alunos”. (Cetano, 2015, p.306)

O último questionamento realizado nessa pesquisa foi sobre as sugestões dados pelos participantes da pesquisa para melhoria no ensino de função modular. Conforme o gráfico a seguir:

Gráfico 4: Sugestões para o Ensino de Função Modular



Fonte: Protocolo de pesquisa, gerado via Google formulário, (2022).

Conforme indica o gráfico acima, a maioria dos professores participantes da pesquisa sugeriu o uso de sequencias didática para a melhoria do ensino de função modular, que se trata de “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. (ZABALA, 1998, p.18 *apud* CABRAL, 2017, p. 31).

Com isso, pode-se afirmar que sequência didática é um conjunto de atividades estratégicas, planejada com finalidade de intervir etapa por etapa do conhecimento apresentado aos alunos, de maneira que o entendimento do conteúdo proposto seja alcançado.

4. FUNÇÃO MODULAR

Nesse capítulo, serão apresentados um resumo histórico do objeto matemático função modular, bem como aspectos teóricos matemáticos relacionados ao estudo do conteúdo, tais como: definição, propriedades, equações e inequações modulares, e também a representação gráfica e os deslocamentos do gráfico (translação e reflexão).

Objetivando uma proposta didática destinada a professores, procurou-se utilizar uma linguagem clara, objetiva e adequada, para que o docente possa transmitir o conteúdo e alcançar uma aprendizagem efetiva por parte dos estudantes.

Para auxiliar nessa integração do conteúdo, os seguintes autores foram utilizados: Iezzi e Murakami (2013), Bonjorno et al (2016) e Dante (2020).

4.1 RECORTE HISTÓRIO SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO

O universo matemático das funções pode ser apresentado por meio de sua trajetória de evolução ao longo da história, no que diz respeito a conceitos e definições. Eves (2011) relata que conceito de função, passou por evoluções relevantes, tendo seus conceitos mais refinados ao passar do tempo. O autor descreve como alguns matemáticos conceituava a função, conforme abaixo:

> A palavra função, na sua forma latina equivalente, parece ter sido introduzida por Leibniz em 1694, inicialmente para expressar qualquer quantidade associada a uma curva, como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio da curvatura de uma curva. (eves, 2011, p. 660).

Segundo Eves (2011), passados pouco mais de 20 anos, Johann Bernoulli em 1718, considerou como função uma expressão qualquer, formada de uma variável e algumas constantes. Logo seguido por Euler, que considerou uma função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes.

O conceito de Euler foi mantido até que surgiu Joseph Fourier (1768-1830) que em meio as suas pesquisas sobre a propagação do calor, considerou as chamadas séries trigonométricas, que envolviam uma forma de relação mais ampla entre as variáveis que já haviam sido estudadas. Eves (2011) relata que Fourier considerou a temperatura como uma função de duas variáveis: tempo e espaço, sendo que a propagação do calor ocorria de forma fluida e sutil e que poderia ser escrito em forma de equação matemática.

> Em 1807 Fourier apresentou um artigo à Academia de Ciências da França que deu início a um novo e extremamente frutífero capítulo da história da matemática. O artigo trata do problema prático da propagação do calor em barras, chapas e sólidos metálicos. No desenvolvimento do artigo Fourier fez a surpreendente afirmação de que toda função definida num intervalo finito por um gráfico descrito arbitrariamente pode ser decomposta numa soma de funções seno e cosseno. (EVES, 2011. p. 526)

Objetivando englobar as definições de funções outrora apresentadas, Eves (2011) descreve que Lejeune Dirichlet (1805-1859) chegou à seguinte formulação:

> Uma variável é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x ey estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor ay, então se diz quey é umafunção (unívoca) de x. A variável x, à qual se atribuem valores à vontade, é chamada variável independente e a variávely, cujos valores dependem dos valores de x, é chamada variável dependente. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o campo de definição da função e os valores assumidos pory constituem o campo de valores da função. (EVES, 2011, p. 661).

No entanto, apesar de parecer uma definição bem global, ela se limitava a relação entre números. Foi então que no final do século XIX com o desencadeamento da teoria dos conjuntos o conceito de função foi ampliado, a fim de envolver as relações entre dois conjuntos de elementos quaisquer, sejam esses elementos números ou qualquer outra coisa.

Então é possível afirmar que o conceito de função percorre grande parte da história da matemática. Atualmente, apesar de parecer um conceito simples, seus estudos e evoluções passaram por diversos estudiosos, que contribuíram para que se utilizem a função não só na área da matemática, como também em outras ciências.

4.1.1 Conceito de Módulo

Há diversas maneiras de abordar o conceito de módulo, a depender do nível escolar. A maioria dos livros didáticos descrevem o valor absoluto de um número como a distância do ponto correspondente até o zero (origem), contudo essa definição é abandonada em virtude de prevalecer uma definição aritmética é o que afirma Friedlander e Hadas (1995):

> Traduzir em palavras e distância considerações sobre a reta numerada incentiva os alunos a ter em mente um quadro completo da questão, em vez de enveredar por manipulações mecânicas de sentenças algébricas. A tradução da forma matemática em palavras é uma aptidão das mais necessárias, frequentemente negligenciada em sala de aula. Em geral, nosso enfoque se limita a problemas que requerem uma tradução para álgebra e não vice-versa (Friedlander e Hadas, 1995 p. 248).

Para Friedlander e Hadas (1995) a abordagem do valor absoluto deve ser analisada em várias etapas no ensino de Álgebra e em forma de espiral. Os autores sugerem que em cada etapa, desenvolve-se uma sequência que auxilia na melhora na capacidade do aluno em compreender e visualizar situações problemas de complexidade crescente. Os mesmos afirmam que ao associar a interação da abordagem em espiral com a Geometria Analítica, favorece a compreensão da resolução de problemas que envolvem o módulo de um número real.

4.2 MÓDULO DE UM NÚMERO REAL

A fundamentação do conteúdo a seguir foi inspirada nas obras dos seguintes autores: Iezzi e Murakami (2013, p. 79 - 203), Bonjorno et al (2016, p. 115 -117) e Dante (2020, p.57-71)

A Função Modular segundo Iezzi e Murakami (2013) é uma função definida por sentenças abertas. E define módulo ou valor absoluto, dado por $|x|$ com $x \in \mathbb{R}$ por meio da seguinte relação:

$$\begin{cases} |x| = x & se\ x \geq 0 \\ & ou \\ |x| = -x & se\ x < 0 \end{cases}$$

Os autores ainda traduzem para uma linguagem mais clara, onde afirmam que:

- O módulo de um número real não negativo é igual ao próprio número;

-O módulo de um número real negativo é igual ao oposto desse número.

Por exemplo, temos:

$$|+2| = +2, \quad |-7| = 7, \quad |0| = 0, \quad \left|-\sqrt{2}\right| = +\sqrt{2}, \quad \left|+\sqrt{3}\right| = +\sqrt{3}$$

Propriedades

Sucedem da definição as seguintes propriedades:

P1) $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

P2) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

P3) $|x|.|y| = |x.y|\ \ , \forall x, y \in \mathbb{R}$

P4) $|x|^2 = \ x^2 \ , \forall x \in \mathbb{R}$

P5) $x \leq |x|, \forall x \in \mathbb{R}$

P6) $|x + y| \leq |x| + |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

P7) $|x - y| \geq |x| - |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

P8) $|x| \leq a\ e\ a > 0 \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$

P9) $|x| \geq a\ e\ a > 0 \Leftrightarrow x \leq -a\ ou\ x \geq a$

4.3 FUNÇÃO MODULAR E SEU GRÁFICO

De acordo com Dante (2020, p. 68), denomina-se função modular a função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que f(x)=|x|, ou seja, uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de função módulo ou modular quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $|x| \in \mathbb{R}$. Assim: $f(x) = |x|$. Temos então que:

$f(x) = x, para\ x \geq 0$

Quando x for um número igual a zero ou maior que zero (ou seja, zero ou positivo), o módulo será o próprio número.

$f(x) = -x\ , para\ x < 0$

Quando x for um número menor que zero (ou seja, negativo) o módulo será o oposto desse número, ou seja, o positivo desse número.

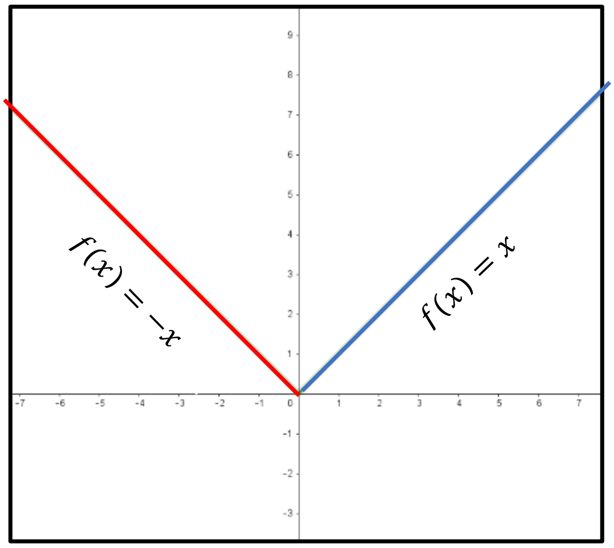
Exemplo:

para $x \geq 0$

x	$f(x) = y$
0	0
1	1
2	2
3	3

para $x < 0$

x	$f(x) = y$
-1	1
-2	2
-3	3



O gráfico da função modular é a reunião de duas semirretas de origem 0, que são as bissetrizes do 1º e 2º quadrantes. A imagem desta função é $Im = \mathbb{R}_+$ isto é, a função modular somente assume valores reais não negativos.

4.4 TRANSLAÇÃO E REFLEXÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO MODULAR

Essa etapa do conteúdo foi escrita seguindo Bonjorno et al (2016), que ao construir um gráfico de função, a translação horizontal e vertical indica a direção em que o gráfico se move no eixo das abscissas em relação à origem do plano cartesiano. O movimento pode ser para a esquerda ou direita. De forma semelhante, no eixo das ordenadas, a translação pode ocorrer para cima ou para baixo.

Para compreender o movimento de translação, é preciso examinar o gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$. Sua criação ocorre no ponto de origem dos eixos do plano cartesiano, o que significa que o módulo dessa função é nulo no valor zero.

4.4.1 Translação dentro do módulo

Dada a função $f(x) = |x + 1|$, teremos uma translação horizontal para a esquerda. Desse modo, o deslocamento ocorre à esquerda em relação à origem dos eixos do plano cartesiano, devido ao valor zero do seu módulo ser igual a -1.

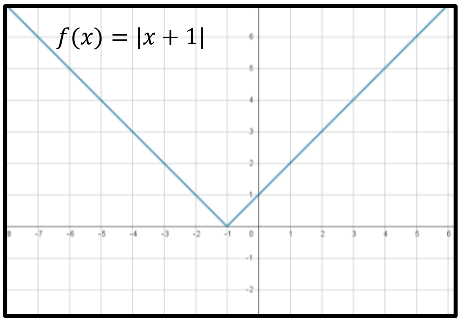
Para obter o zero no módulo podemos fazer a seguinte maneira:

Para $f(x) = 0$, temos que $f(x) = |\underbrace{x + 1}_{0}|$, logo $x = -1$. Para realizarmos a verificação se -1 é realmente um zero da função, basta substituirmos o x na função por -1. Assim: $f(x) = |x+1| \Longrightarrow f(x) = |-1+1| \Longrightarrow f(x) = |0| = 0$ então -1 é zero função.

Portanto, para a função $f(x) = |\,x+1|$, temos:

$$f(x) = |\,x+1| = \begin{cases} x+1, & se\ x+1 \geq 0 \text{ ou } x \geq -1 \\ -x-1, & se\ x+1 < 0 \text{ ou } x < -1 \end{cases}$$

E o gráfico da função $f(x) = |\,x+1|$será:

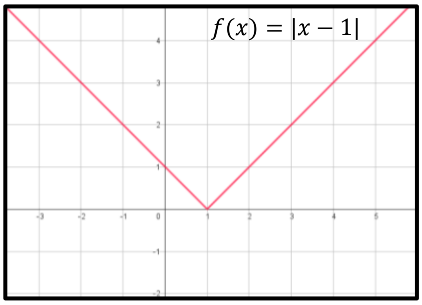


Um outro exemplo seria a função $f(x) = |x-1|$, e para $f(x) = 0$, temos que $f(x) = |\underbrace{x-1}_{0}|$, logo $x = 1$

Portanto, para a função $f(x) = |\,x-1|$, temos:

$$f(x) = |\,x-1| = \begin{cases} x-1, & se\ x-1 \geq 0 \ \rightarrow x \geq 1 \\ -x+1, & se\ x-1 < 0 \ \rightarrow x < 1 \end{cases}$$

E o gráfico da função $f(x) = |\,x-1|$será:



Em outras palavras, a movimentação do gráfico quando o número se encontra dentro do módulo ocorre na horizontal, para a direita ou para a esquerda.

Para compreender melhor, vejamos os exemplos a seguir:

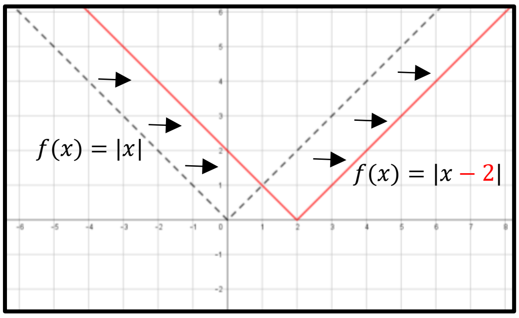
- $f(x) = |x-2|$

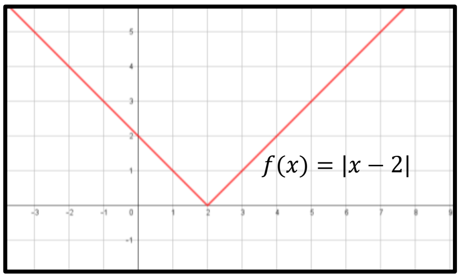
Observamos que o número está dentro do módulo e é negativo, assim a movimentação do gráfico será horizontalmente e para a direita:

$f(x) = |x - 2|$

De tal modo, podemos transladar (mover/deslocar) o gráfico da função $f(x) = |x|$, duas unidades para a direita.

Translação Horizontal para a direita





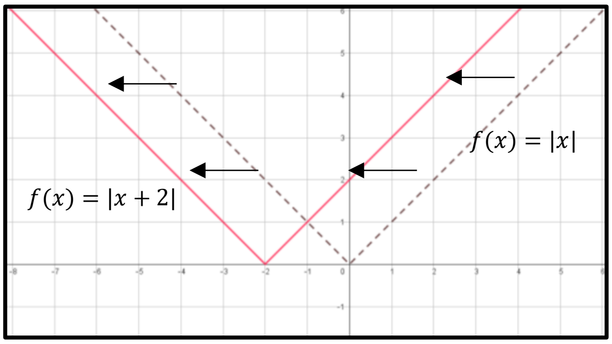
- $f(x) = \ |x\ +\ 2|$

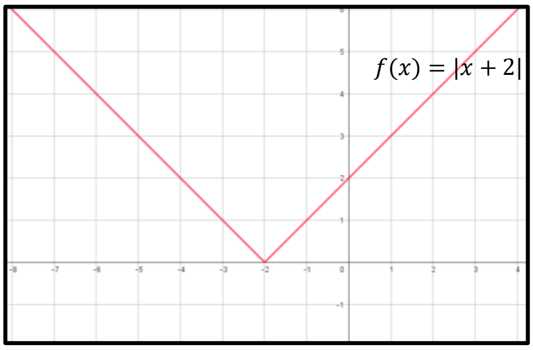
Observamos que o número está dentro do módulo e é positivo, logo teremos uma translação horizontal para a esquerda.

$f(x) = |x\ \ +\ 2|$

Quando ocorre esse processo basta transladar (mover/deslocar) o gráfico duas unidades para a esquerda.

Translação Horizontal para a esquerda





4.4.2 Translação *fora* do módulo

Dada a função $f(x)\ =\ |x| + 1$ sua representação gráfica é concebida por uma translação acima da origem dos eixos cartesianos. O módulo da função é nulo, mas é adicionado uma unidade ao valor da função. Essa adição reflete diretamente na translação vertical em relação ao eixo das ordenadas. Conforme sua definição, não há número real negativo. Isso é evidente, já que o gráfico nunca cruza o eixo das abscissas.

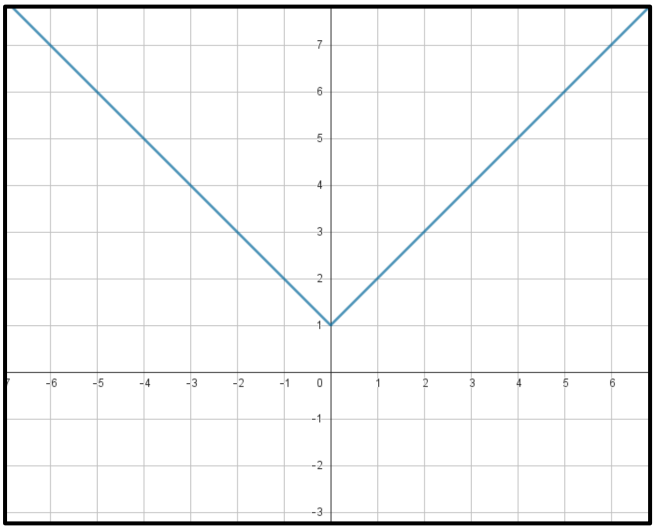
Para obter o zero no módulo podemos fazer a seguinte maneira:

$f(x) = |\underbrace{x}_{0}| + 1$, logo $f(x) = 1$.

Portanto, para a função $f(x) = |x| + 1$, temos:

$$f(x) = |x| + 1 = \begin{cases} x + 1, & se\ x \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \\ -x + 1, & se\ x < 0 \rightarrow x < 0 \end{cases}$$

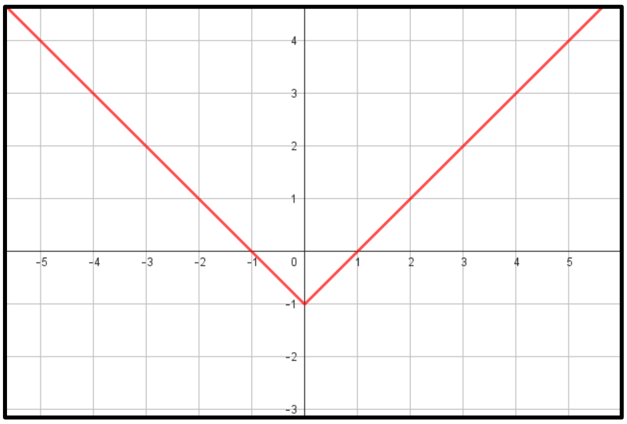
E o gráfico da função $f(x) = |x| + 1$ será:



Na função $f(x) = |x| - 1$ sua representação gráfica é concebida por uma translação abaixo da origem dos eixos cartesianos. O módulo da função é nulo, mas é subtraído uma unidade ao valor da função. Portanto temos:

$$f(x) = |x| - 1 = \begin{cases} x - 1, & se\ x \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \\ -x - 1, & se\ x < 0 \rightarrow x < 0 \end{cases}$$

E o gráfico da função $f(x) = |x| - 1$ será:



Em outras palavras, podemos dizer que em uma função modular, quando o número está fora do módulo, em sua representação gráfica ocorrerá um deslocamento vertical para cima ou para baixo. Vejamos o exemplo a seguir:

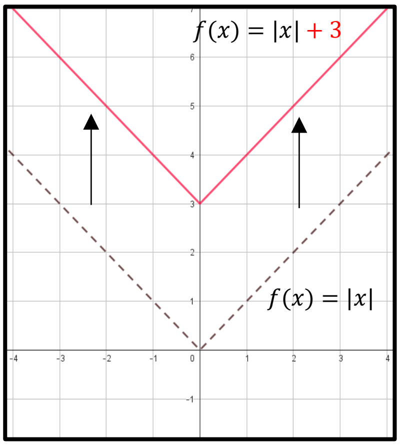
- $f(x) = |x| + 3$

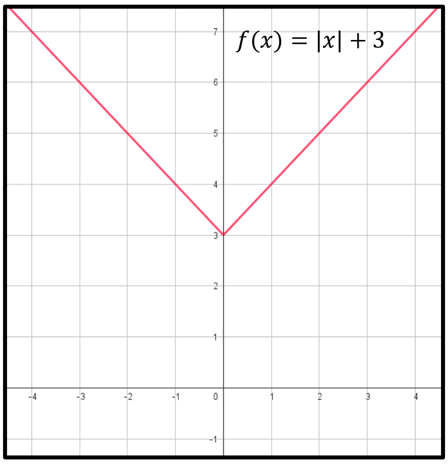
Nesse exemplo, observa-se que o número está fora do módulo e é positivo, nesse caso o deslocamento será verticalmente e para cima.

$$f(x) = |x| + 3$$

Quando ocorre esse processo, devemos transladar (mover/deslocar) o gráfico 3 unidades para cima.

-Translação vertical para cima





A seguir, teremos outro exemplo de translação vertical, no entanto com um número negativo fora do módulo.

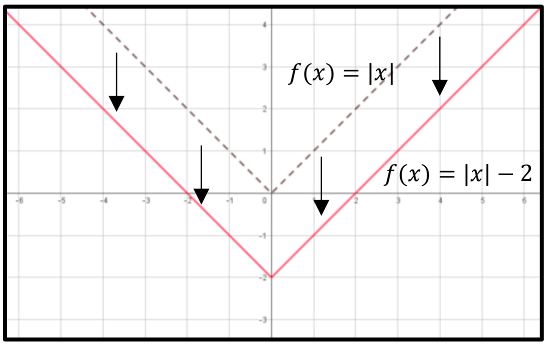
- $f(x) = |x| - 2$

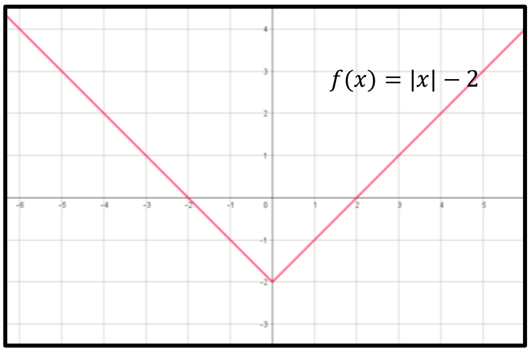
Observamos que o número está fora do módulo e é negativo, então o deslocamento será verticalmente e para baixo.

$f(x) = |x| - 2$

Nesse exemplo, basta transladar (mover/deslocar) o gráfico 2 unidades para baixo.

-Translação Vertical para baixo





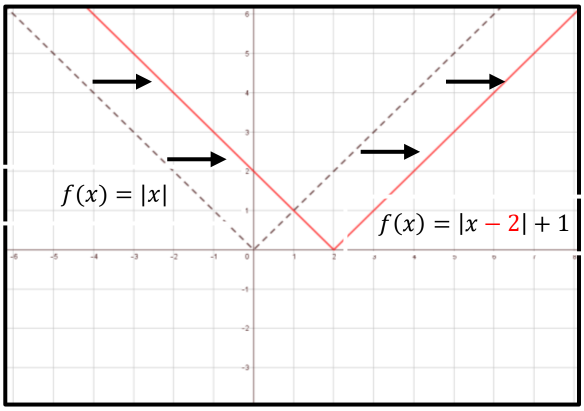
4.4.3 Translação horizontal e vertical dentro e fora do módulo

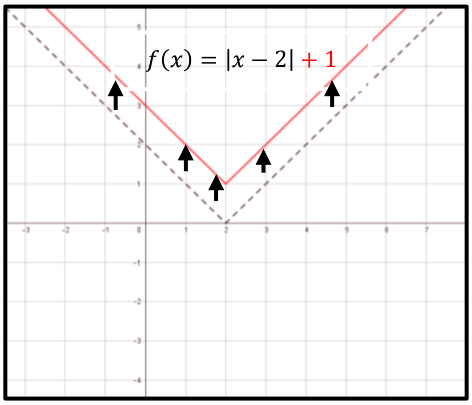
Nessa situação, iniciaremos o deslocamento do gráfico horizontalmente, observando o número dentro do módulo, em seguida observaremos o número fora do módulo.

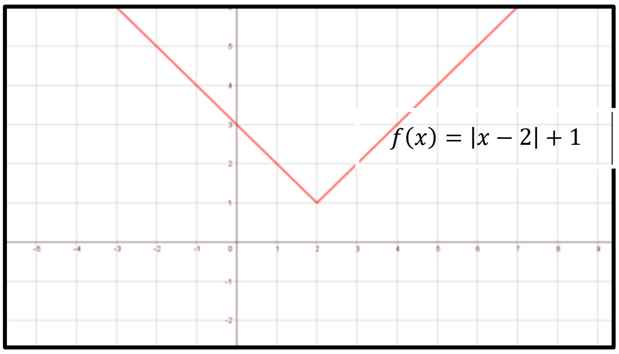
- $f(x) = |x - 2| + 1$

Ao observarmos o número dentro do módulo. No caso, é um número negativo (translação horizontal para a direita, 2 unidades). Em seguida, faremos um deslocamento verticalmente para cima (translação na vertical para cima, 1 unidade), uma vez que o número fora do módulo é positivo. Assim:

-Translação Horizontal e vertical exemplo 1





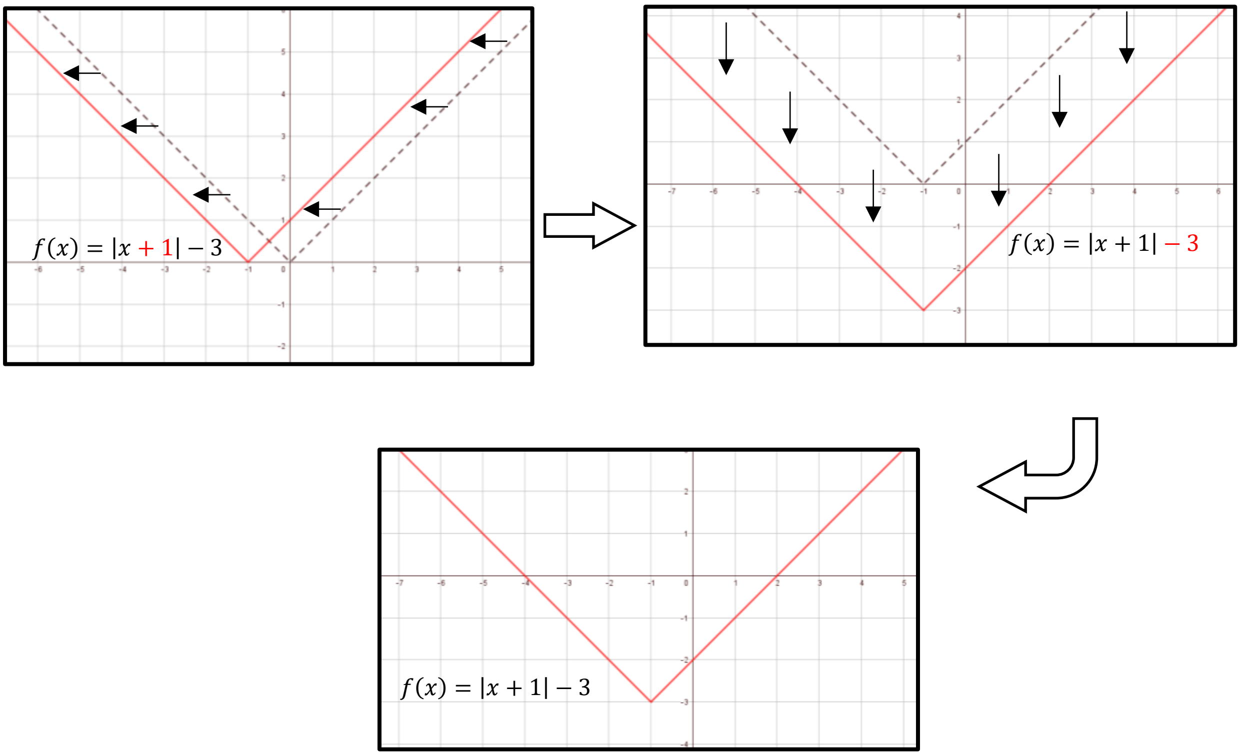


A seguir teremos mais um exemplo de translação horizontal e vertical na mesma função.

- $f(x) = |x + 1| - 3$

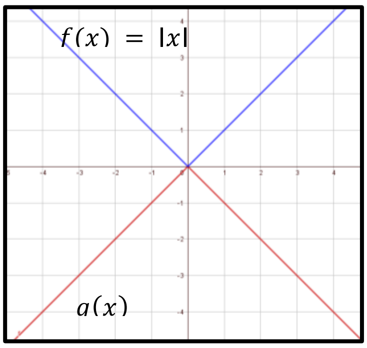
Primeiramente observamos o número dentro do módulo. No caso, é um número positivo (translação horizontal para a esquerda, 1 unidades). Em seguida, trabalharemos com o número fora do módulo, no caso um número negativo (translação vertical para a baixo, 3 unidades).

-Translação Horizontal e vertical exemplo 2



4.4.4 Construção do gráfico da função "dentro" do módulo (Reflexão)

Durante a construção do gráfico de uma função, é possível realizar uma reflexão. Para isso, basta multiplicar a imagem da função por -1. Um exemplo disso é a Função Modular $f(x) = |x|$, que pode ser refletida através da multiplicação por -1, assim: $g(x) = -1 \,.\, f(x) = -|x|$.



Para representar o gráfico de uma função qualquer, é possível utilizar a seguinte notação para as funções f e g: $f(x) = |\, g(x) \,|$.

Onde $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = |\, g(x) \,|$ ou na forma algébrica $f(x) = \begin{cases} \mathrm{g}(x)\,, & \mathrm{se}\ \mathrm{g}(x) \geq 0 \\ -\mathrm{g}(x)\,, & \mathrm{se}\ \mathrm{g}(x) < 0 \end{cases}$

Observa-se que, a partir da representação em forma algébrica, é possível inferir que:

- Quando $g(x) \geq 0$, o gráfico de $g(x)$ é o próprio gráfico de $g(x)$.
- Quando $g(x) < 0$, o gráfico de $|\, g(x) \,|$ é o gráfico de $-g(x)$, que é o gráfico de $g(x)$ refletido em relação ao eixo $\overleftrightarrow{0X}$.

Dessa maneira, é possível plotar o gráfico da função, preservando os pontos de ordenadas não negativas de g e refletindo os pontos de ordenadas negativas em relação ao eixo $\overleftrightarrow{0X}$.

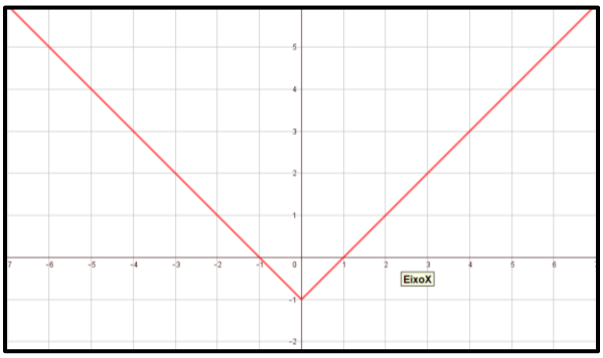
Em outras palavras, vamos assemelhar a palavra reflexão a um espelho, onde o eixo x será a base do espelho, refletindo toda a função para cima, ou seja, uma imagem y sempre positiva. Assim:

- $f(x) = |\,|x| - 1|$

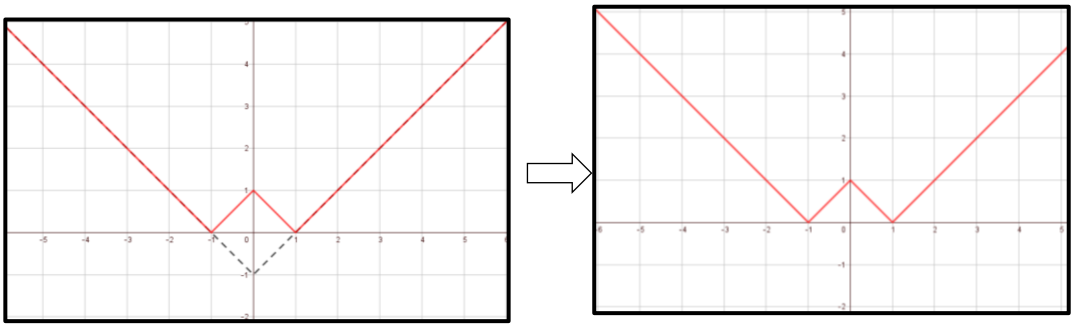
Nesse caso, consideraremos que temos uma função “dentro de outra função”, ou seja, chamaremos de g(x) a função $|x| - 1$. Dessa forma:

$$f(x) = \left| \underbrace{|x| - 1}_{g(x)} \right|$$

Ao observarmos a função $g(x) = |x| - 1$, notamos que temos um número negativo fora do módulo, logo temos uma translação vertical para baixo, 1 unidade.



No entanto, a função que buscamos é a $f(x) = ||x| - 1|$, ou seja $f(x) = |g(x)|$, que significa o módulo da função $g(x)$. Já sabemos que os módulos não permitem números negativos, logo o gráfico será refletido de modo que permita apenas valores positivos. Assim:



No exemplo a seguir teremos um outro caso de reflexão, pois temos uma função “dentro de outra função”, e no caso uma função quadrática.

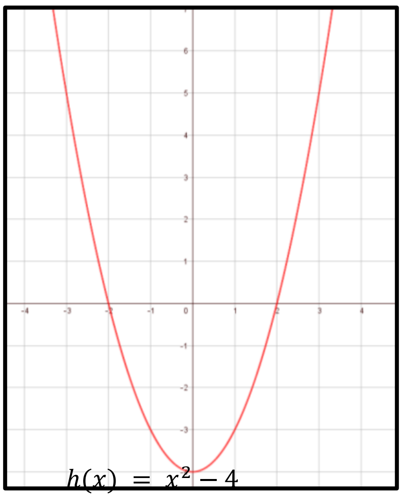
• $(x) = |x^2 - 4|$

Consideraremos que a função que está dentro do módula seja uma nova função e a chamaremos de $h(x)$. Dessa forma:

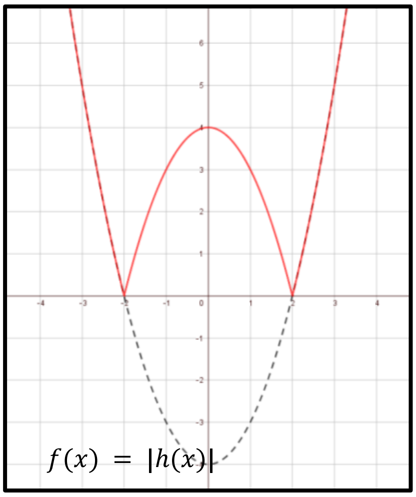
$$f(x) = |\underbrace{x^2 - 4}_{h(x)}|$$

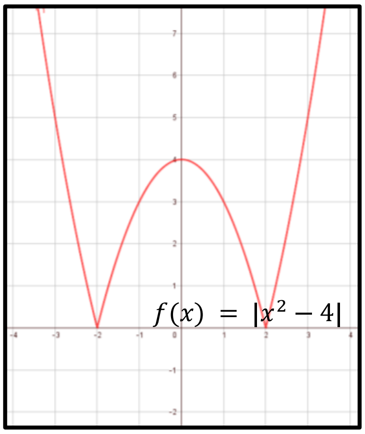
Sabemos que a função $h(x) = x^2 - 4$, é uma função quadrática, que gera uma parábola com a concavidade voltada para cima, projetando o seguinte gráfico

:



Então, a função que buscamos é a $f(x) = |x^2 - 4|$, ou seja, $f(x) = |h(x)|$, que significa o módulo da função $h(x)$. Já sabemos que os módulos não permitem números negativos, logo o gráfico será **refletido** de modo que permita apenas valores positivos. Assim:





4.5 EQUAÇÃO MODULAR

Para esse tópico baseamos em Iezzi e Murakami (2013, p. 195 - 196), observamos que a propriedade do módulo dos números reais, para $a > 0$:

$$|x| = a \Leftrightarrow x = a \; ou \; x = -a$$

E utilizando essa propriedade, apresentaremos algumas equações modulares.

a) $|2x - 1| = 3$

Então:

$$|2x - 1| = 3 \Longrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 3 \Longrightarrow x = 2 \\ ou \\ 2x - 1 = -3 \Longrightarrow x = -1 \end{cases}$$

Portanto, a solução será $S = \{2, -1\}$

b) $|3x - 1| = |2x + 3|$

Então:

$$|3x - 1| = |2x + 3| \Longrightarrow \begin{cases} 3x - 1 = 2x + 3 \Longrightarrow x = 4 \\ ou \\ 3x - 1 = -2x - 3 \Longrightarrow x = -\dfrac{2}{5} \end{cases}$$

Portanto, a solução será $S = \{4, -\frac{2}{5}\}$

4.6 INEQUAÇÃO MODULAR

Para esse tópico consideraremos as propriedades de módulo dos números reais, para $a > 0$:

P8) $|x| < a \; e \; a > 0 \Leftrightarrow -a < x < a$

P9) $|x| > a \; e \; a > 0 \Leftrightarrow x < -a \; ou \; x > a$

e, utilizaremos essas propriedades, para exemplificar algumas inequações modulares.

a) $|2x + 1| < 3$

$$|2x + 1| < 3 \Rightarrow -3 < 2x + 1 < 3 \Rightarrow -2 < x < 1$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 1\}.$$

b) $|4x - 3| > 5$

$$|4x - 3| > 5 \Rightarrow (4x - 3 < -5 \; ou \; 4x - 3 > 5 \Rightarrow \left(x < -\frac{1}{2} \; ou \; x > 2\right)$$

Logo a solução para essa inequação será: $S = \left\{x \in \mathbb{R} | x < -\frac{1}{2} \; ou \; x > 2\right\}$.

Neste sentido, reforçamos a importância de compreender a parte histórica do conteúdo a ser estudo, pois além de enriquecer nossos conhecimentos, favorece a curiosidade e a compreensão do tema, e ainda auxilia o professor nas exposições durante as aulas.

> A história da matemática pode servir de base para que os professores tenham mais opções de detalhamento de saberes em sala de aula, observando e tendo a noção de que isto é um ato de fazer com que esta estratégia auxilie seus alunos na obtenção de conhecimentos do conteúdo trabalhado em sala. (Costa, 2021, p. 10)

Além disso, destacamos temas importantes do objeto matemático investigado, apresentando, definições, propriedades e exemplos de funções, equações e inequações modulares. Assim sendo, é finalizada essa sessão matemática destacando esses assuntos que serão temas norteadores para a construção da Sequência Didática.

5. SEQUENCIA DIDÁTICA

Este capítulo, é composta da consolidação do texto de uma sequência didática que tem por objetivo a proposição de um material didático das funções modulares para alunos do Ensino Médio, por meio das interações verbais dialógicas existentes no contexto de sala de aula.

Sua elaboração foi orientada de acordo com as fundamentações contidas na TSD evidenciando as relações estabelecidas no triângulo didático, e seguindo a estrutura proposta por Cabral (2017) as UARCs, que possibilitou a criação de 3 atividades para compor este trabalho.

Além disso, os obstáculos didáticos identificados na pesquisa realizada com os estudantes egressos e a percepção dos professores em relação ao ensino e aprendizagem do objeto matemático em estudo, contribuíram para o direcionamento e elaboração das atividades a serem desenvolvidas visando a (re)construção dos conceitos e propriedades matemáticas que estão presente no objetivo de cada atividade.

As abordagens realizadas em pesquisas anteriores, o tratamento matemático feito com o conteúdo, também colaborou para essa etapa da pesquisa, uma vez que transcendeu as abordagens expressas nos livros didáticos utilizados na educação básica, possibilitando a construção de uma proposta mais consolidada.

5.1 DIAGNÓSTICO INICIAL E OFICINA DE CONHECIMENTOS BÁSICOS

Antes da aplicação da sequência didática é necessário que se faça um diagnóstico a fim de identificar os conhecimentos que os estudantes já possuem. A partir dos resultados, será avaliado se os conhecimentos apresentados pelos alunos são suficientes, caso não sejam, deverá ser realizado uma oficina para nivelar o aprendizado, pois o estudante deverá possuir noções de módulo (conceitos e cálculo) noções de plano cartesiano (quadrantes, abscissas e ordenadas, par ordenado, localização de pontos), simetria, domínio, contradomínio, imagem, função afim e função quadrática (valor numérico, raízes e gráfico).

Diante disso, o quadro a seguir apresenta a proposição para a organização da atividade destinada ao diagnóstico inicial seguido das oficinas, caso ocorra a necessidade.

Quadro 17 - Organização das atividades do Diagnósticos e Oficinas

Seção	Título da Atividade	Objetivo	Tempo estimado
1ª	Diagnóstico inicial	Identificar o nível de conhecimento dos alunos.	1 aula de 45min
2ª	Oficina 1: Conceituação do Módulo de um Número.	Introduzir o conceito de módulo a partir da repetição	1 aula de 45min
	Oficina 2: Conceituação do Módulo de um Número.	Definir o conceito de módulo a partir da relação da distância de um ponto até a origem.	
	Oficina 3: Compreender o que é o plano cartesiano	Localizar coordenadas Cartesianas em R^2	
3ª	Oficina 4: Domínio, contradomínio e imagem	Entender o que significa o domínio, contradomínio e imagem em uma função, utilizando o diagrama.	1 aula de 45min
	Oficina 5: Plano cartesiano e construção de gráficos	Compreender o que são os pares ordenados. E como construir gráficos utilizando coordenadas, incluindo o gráfico da função modular do tipo f(x)=|x|.	

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

A seguir será apresentado o material para a realização do Teste de verificação de conhecimentos básico que antecedem a aplicação da Sequência Didática seguido do material para ser utilizado nas oficinas.

5.1.1 Teste de verificação de conhecimentos básicos

- Conteúdos abordados: Módulo de um número real; Plano cartesiano; Construção de gráfico de funções; Domínio, contradomínio e imagem.

1) Calcule o Módulo dos números abaixo:

   a) $|20|$ b) $|-8|$ c) $|0|$ d) $|-13|$

2) Localize os pares ordenados no plano cartesiano e identifique aqueles que são simétricos em relação ao eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$).

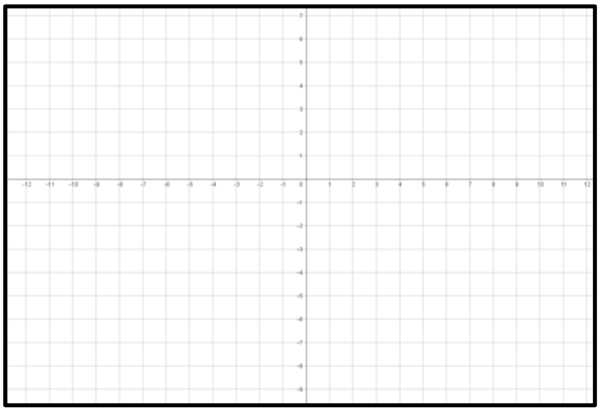
A (-7, 4) F (-4, 9)

B (1, 3) G (7,-4)

C (0, -3) H (-1, 3)

D (-4, -9) I (-3 , 0)

E (5, 0) J(0 , 0)



3) Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, considere a função $f: A \rightarrow B$, definida por $f(x) = 2x$ conjuntos Determine:

a) o domínio da função.

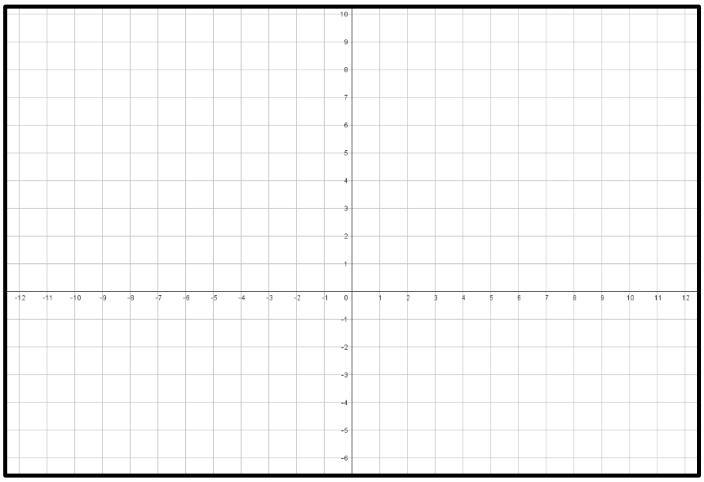
b) o contradomínio da função

c) a imagem da função.

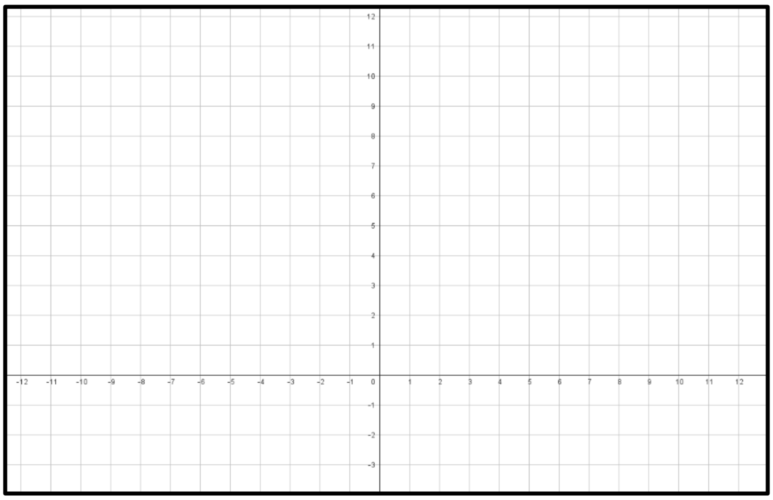
4) Para cada função quadrática, definidas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$. Trace um esboço do gráfico das funções abaixo:

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

x	**y = f(x) = 2x + 3**	(x,y)
-3		
-2		
0		
1		
2		
3		



b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **$y = f(x) = x^2$**



5.1.2 Materiais para as Oficinas:

5.1.2.1 Título Oficina 01: Conceituação do Módulo de um Número

Objetivo: Introduzir o conceito de módulo a partir da repetição.

Orientações ao professor: Para o desenvolvimento desta atividade, os estudantes devem ter o domínio dos seguintes conteúdo: Números positivos e negativos, números opostos.

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Atividade 01: Preencha a tabela conforme os exemplos.

Módulo de um número |x|	Resultado do modulo de um número
|-15|	-(-15)
|-12|	
|-11|	
|-6|	
|-3|	
|-2|	
|-1|	
|0|	
|1|	
|3|	
|6|	
|12|	
|14|	14
|15|	

Teste de conhecimento oficina 01: Utilize a definição acima para responder os itens abaixo.

a) |-8| b) |18| c) |-0,25| d) |2,8| e) $|-\sqrt{24}|$ f) $\left|-\frac{1}{3}\right|$

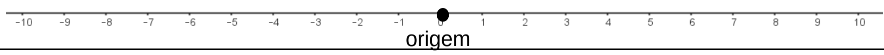
5.1.2.2 Título Oficina 02: Conceituação do Módulo de um Número

Objetivo: Definir o conceito de módulo a partir da relação da distância de um ponto até a origem.

Orientações ao professor: Para o desenvolvimento desta atividade, os estudantes devem ter o domínio dos seguintes conteúdos: Números positivos e negativos, números opostos.

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Teste de conhecimento oficina 02: Preencha o quadro abaixo, e indique a distância do número x até a sua origem

Número (x)	Módulo de |x|	Indique na reta numérica a distância do número (x) até a sua origem
-10		
-5		
-3		
-1		
0		
1		
3		
5		
10		

5.1.2.3 Título Oficina 03: Compreender o que é o plano cartesiano

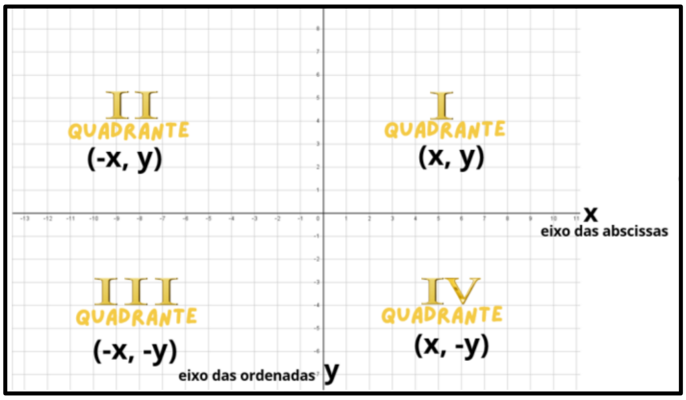
Objetivo: Localizar coordenadas Cartesianas em R^2

Orientações ao professor: O professor deverá seguir o roteiro da atividade, e acompanhar os alunos no desenvolvimento da mesma.

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

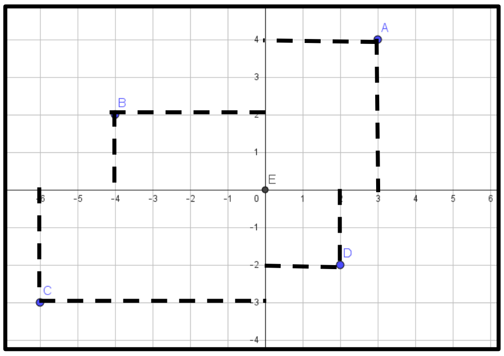
Procedimentos:

- O plano cartesiano é utilizado como sistema de referência para localizar pontos em um plano e é composto duas retas numéricas reais que se interceptam formando um ângulo de 90º
- A reta numérica da horizontal é denominada como eixo das abscissas ($\overline{Ox}$)
- A reta numérica da vertical é denominada como eixo das ordenadas ($\overline{Oy}$)
- Par ordenado é um par de números na forma (x,y). Um par ordenado, nada mais é do que um ponto.
- O sistema cartesiano possui quatro quadrantes I, II, III, IV e são organizados em sentido anti-horário;
- As informações acima estão ilustradas na imagem a seguir



- Para localizar pontos traçando retas paralelas em relação ao eixo x ou eixo y para formar um par ordenado, no cruzamento das retas, conforme imagem abaixo.

A (3,4)
B (-4,2)
C (-6, -3)
D (2, -2)
E (0,0)



Teste de conhecimento oficina 03**:** Localize os pontos abaixo no plano cartesiano.

a) H (-7,4)
b) I (1,3)
c) J (0, -3)
d) K (-4, -8)
e) L (5, 0)
f) M (-4, 8)
g) N (7, -4)
h) O (-1,3)
i) P (-3, 0)
j) Q (0, 0)
k) R (1, -9)

5.1.2.4 Título Oficina 04: Domínio, Contradomínio e Imagem

Objetivo: Entender o que significa o domínio, contradomínio e imagem em uma função, utilizando o diagrama.

Orientações ao professor: Para o desenvolvimento desta atividade, os estudantes devem ter o domínio dos seguintes conteúdo: Números positivos e negativos, noções de conjuntos.

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

- Dada a função f(x)=2x f: A → B, A = {1, 2, 3, 4, 5} e B = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Determinar o domínio, contradomínio e imagem

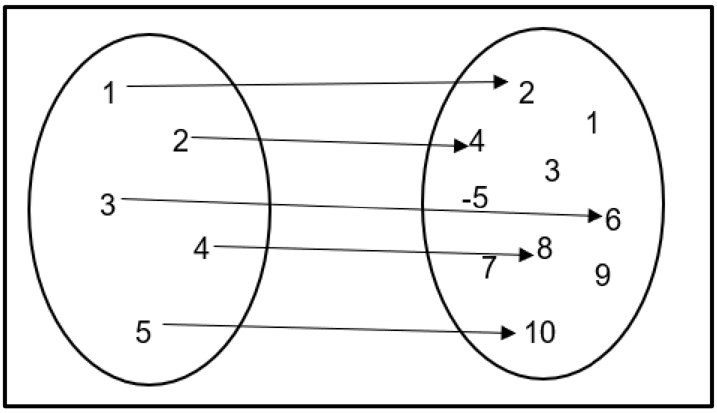
Nesse caso o domínio da função D(f)=A= {1, 2, 3, 4, 5}.

O contradomínio da função f: A → B é o conjunto B, ou seja, CD= { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 }.

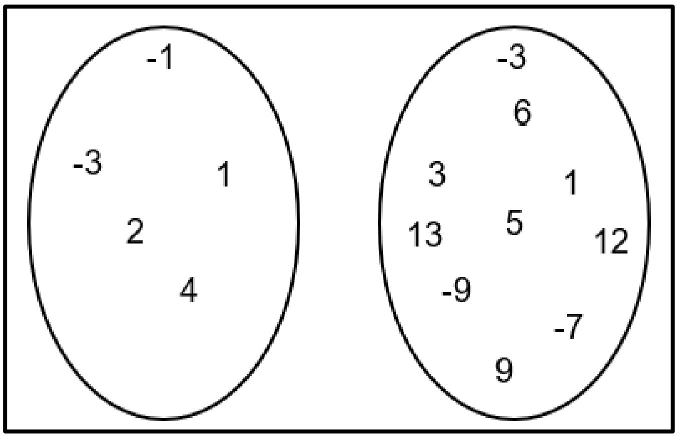
O conjunto imagem de uma função constitui um subconjunto do contradomínio, composto por todos os elementos que correspondem a algum elemento no domínio. Assim:

Elemento do domínio	Função f(x) = 2x	Imagem (com elemento do contradomínio)
1	f(x) = 2.1 = 2	2
2	f(x) = 2.2 = 4	4
3	f(x) = 2.3 = 6	6
4	f(x) = 2.4 = 8	8
5	f(x) = 2.5 = 10	10

Dessa forma temos imagem Im (f) = {2, 4, 6, 8, 10}.



Teste de conhecimento oficina 04: Dada a função f(x) = 3x f: A → B, A = {-3, -1, 1, 2, 4} e B = { -9, -7, -3, 1, 3, 5, 6, 9, 12, 13}. Determinar o domínio, contradomínio e imagem.



5.1.2.5 Título Oficina 05: Plano cartesiano e construção de gráficos

Objetivo: Compreender o que são os pares ordenados. E como construir gráficos utilizando coordenadas, incluindo o gráfico da função modular do tipo f(x)=|x|.

Orientações ao professor: Para o desenvolvimento desta atividade, os estudantes devem ter o domínio dos seguintes conteúdo: Números positivos e negativos, equações.

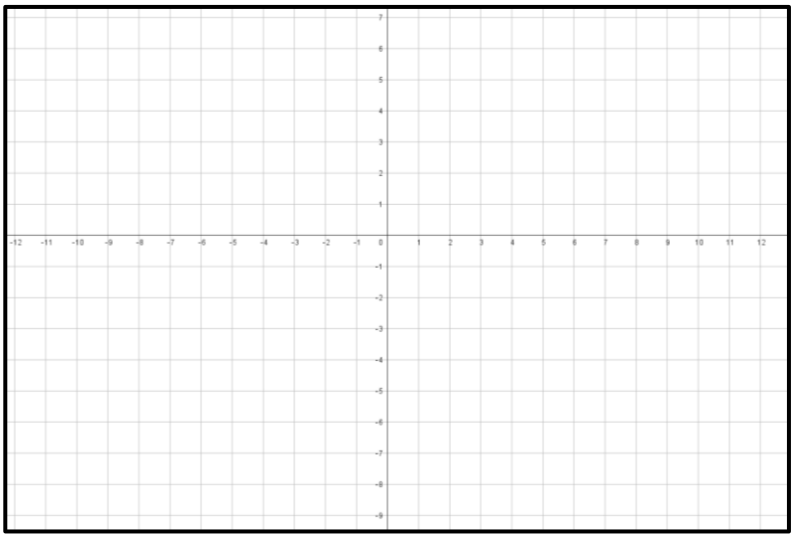
Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

Calcular o f(x) para as funções abaixo, e construir os respectivos gráficos.

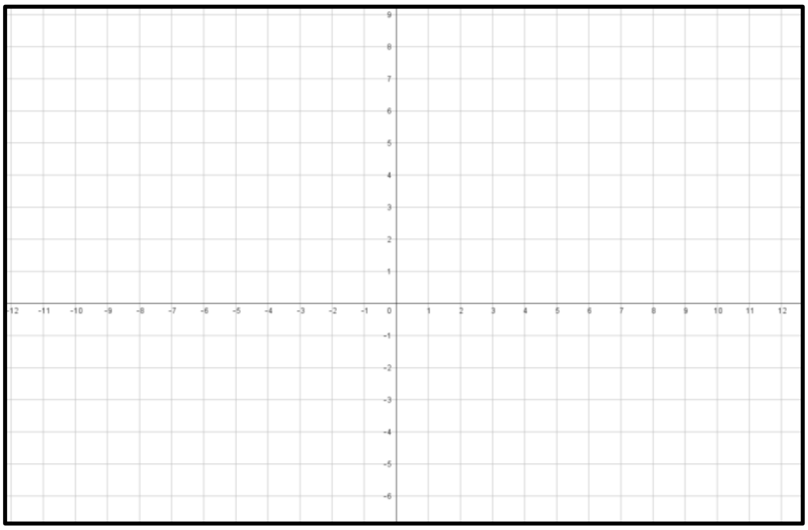
a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

x	f(x) = $x^2 + 4x - 5$	(x,y)
-6		
-5		
-2		
0		
1		
2		



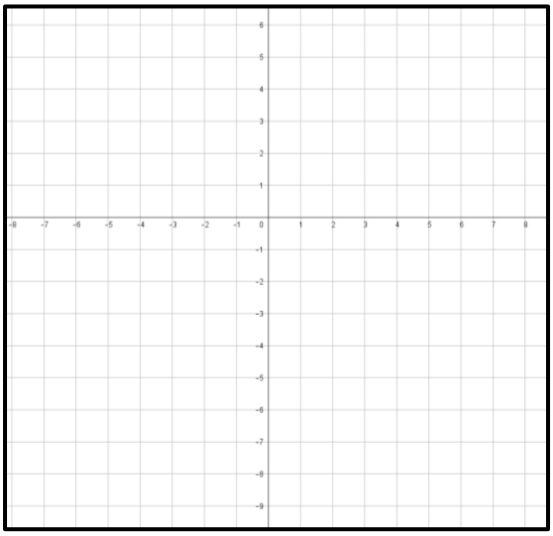
b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$

x	f(x) = y = |x|	(x,y)
-4		
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		



c) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

x	f(x) = y = 2x - 4	(x,y)
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		



Teste de conhecimento oficina 05: Construa o gráfico das seguintes funções:

a) f(x) = -3x + 9

b) f(x) = 2x + 4

c) f(x) = -8x + 24

d) f(x) = x^2+4x+12

e) f(x) = x^2 + 2x -15

Após a conclusão dos materiais anteriores, avançaremos para a implementação da sequência didática. Para o 1º ano do ensino médio, propomos três UARC's com o objetivo de ensinar sobre função modular. A seguir, estão os títulos e objetivos de cada uma.

Quadro 18 - Proposta para a organização das UARC's

UARC's	Título da Atividade	Objetivo	Tempo estimado
01	Introdução a ideia de reflexão	Efetuar reflexão de pontos situados nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas a partir de suas coordenadas e representações no plano cartesiano.	2 aulas de 45min
02 e 03	Reflexão de gráfico de funções	Obter a reflexão de gráficos de funções representadas nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas.	1 aula de 45min
	Representação do módulo de funções	Aplicar o módulo ao gráfico de funções para obter funções com conjunto imagem composto por elementos positivos ou nulos.	
	Avaliação Aplicativa	Avaliar como os conceitos foram internalizados pelos alunos por meio da resolução de problemas.	1 aula de 45min

Fonte: Elaborada pela autora, 2024

5.2 ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A seguir serão apresentadas as atividades que coporão a sequencia didática, que está dividada em três atividades nomeadas como UARC 01, UARC 02 e UARC03.

5.2.1 Unidade Articulável de Reconstrução conceitual - UARC 01

Título: Introdução da ideia de reflexão

Objetivo: Efetuar reflexão de pontos situados nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas a partir de suas coordenadas e representações no plano cartesiano.

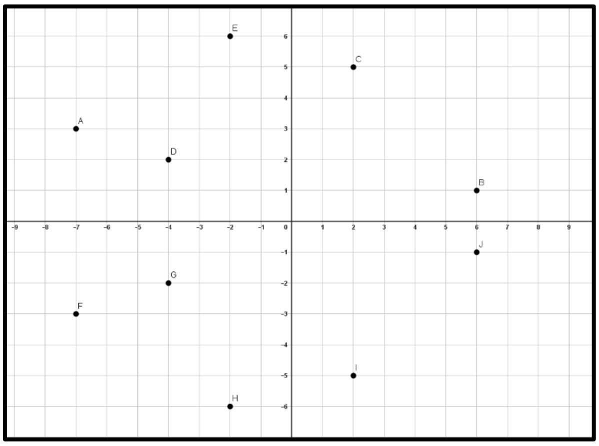
Orientações ao professor: Deve-se orientar os estudantes quanto as coordenadas dos pontos, os eixos do sistema cartesiano e a reflexão em relação a eixo de simetria.

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

[I_i – CP] Escreva as coordenadas dos pontos descritos no plano cartesiano abaixo.

Ponto	x	y	(x, y)
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			
I			



[I_e – 01] Quais os pontos indicados no gráfico são simétricos em relação ao eixo das abscissas?

[I_e – 02] O que se observa nas coordenadas (x , y) dos pontos que são simétricos em relações ao eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$)?

[I_e – 03] O que ocorre se fizermos a reflexão dos pontos pertencentes ao III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas?

[I_r – 01] Estabeleça uma relação entre as coordenados dos pontos simétricos.

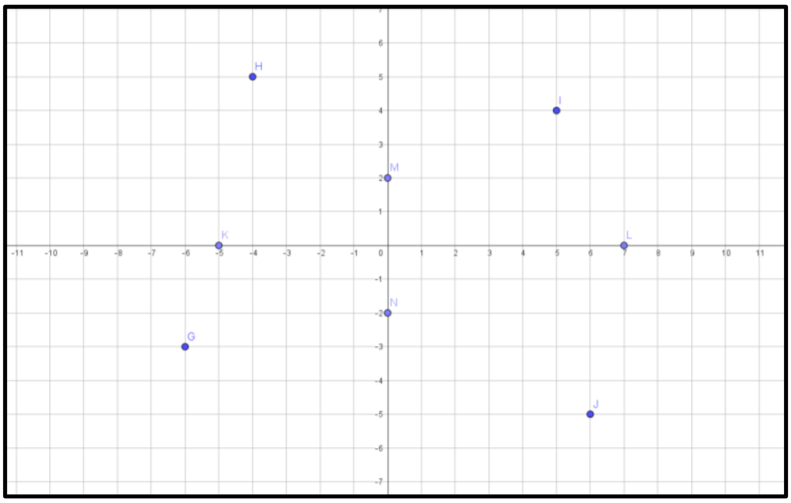
[I_r – 02] Estabeleça uma relação entre os pontos simétricos e os quadrantes onde estão situados.

[I_r – 03] Estabeleça uma relação entre a segunda componente (ordenada) dos pontos simétricos e o módulo de um número.

[I_f] – Para refletir pontos situados nos III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas, deve-se substituir as ordenadas desses pontos pelo módulo dos mesmos, isso significa efetuar uma reflexão desses pontos em torno do eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$), eu outras palavras, fazer um rebatimento desses pontos para os quadrantes II e I, respectivamente.

[IA$_r$] Escreva as coordenadas de todos os pontos identificados no sistema cartesiano e represente nesse sistema a reflexão dos pontos em relação ao eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$).

Ponto	(x,y)
H	
I	
J	
K	
L	
M	
N	



5.2.2 Unidade Articulável de Reconstrução conceitual - UARC 02

Título: Reflexão de gráfico de funções

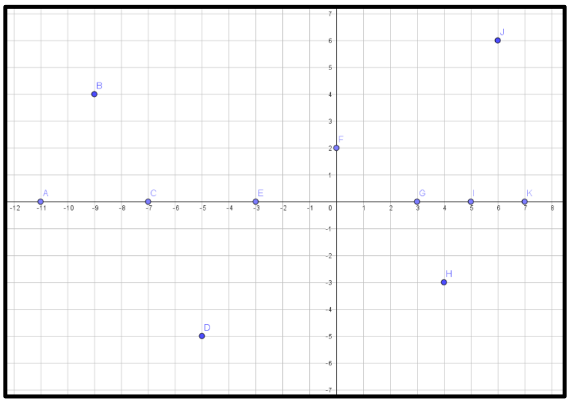
Objetivo: Obter a reflexão de gráficos de funções representadas nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas.

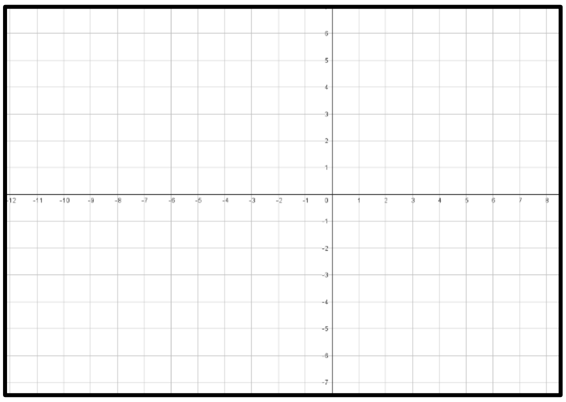
Orientações ao professor:

Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

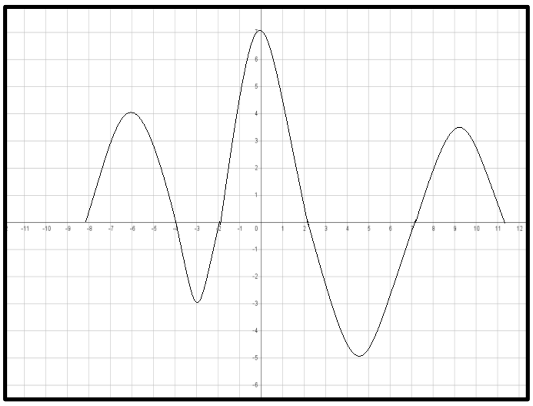
Procedimentos:

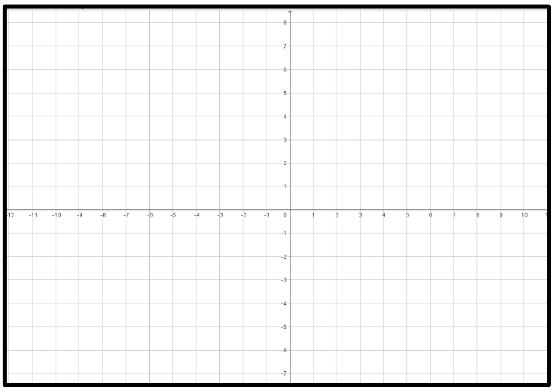
[I$_i$ – CP] Primeiro ligue os pontos representados no plano cartesiano, seguindo a ordem alfabética, por meio de segmentos de retas. Em seguida, faça uma representação do gráfico construído de modo que haja reflexão do gráfico constantes nos III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas.



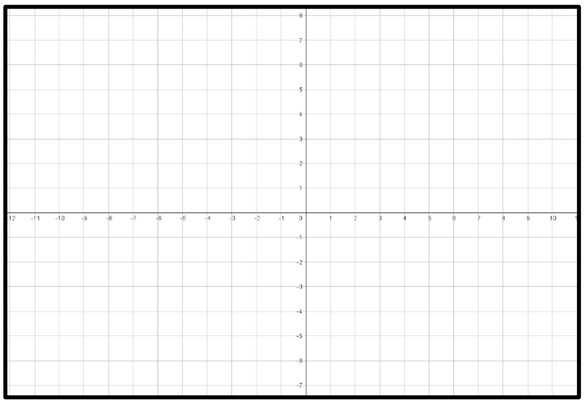


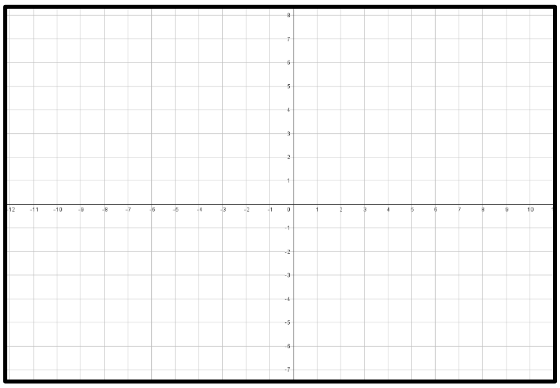
[I$_{e}$ – 01] O que ocorre com o gráfico abaixo, caso seja efetuado reflexão das partes constantes nos III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas e mantido o constante nos I e II quadrantes?



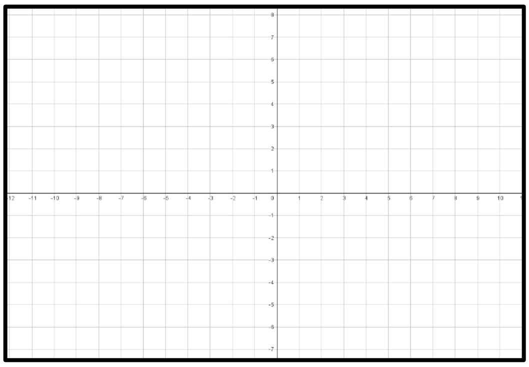


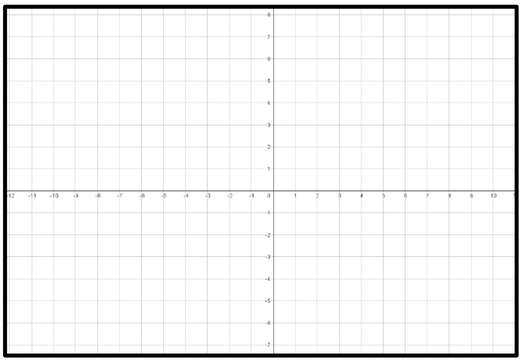
[I$_{e}$ – 02] Após o esboço do gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por **y = f(x) = x – 2**, e sua representação no plano cartesiano, o que ocorre com o gráfico se for construído um novo gráfico de modo que haja uma reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV?





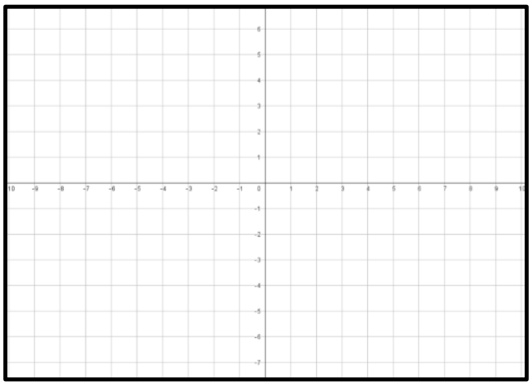
[I_r – 01] Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por **y = f(x) = x^2 – 4** no plano cartesiano ao lado e outro gráfico com a reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV, de modo que a imagem da função seja positiva ou nula.

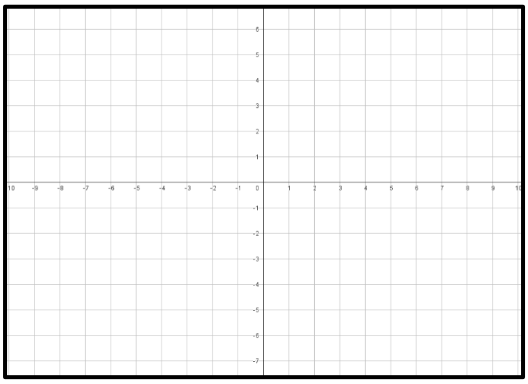




[I_f] Para tornar o conjunto imagem de uma função composto por elementos positivos ou nulos deve-se efetuar uma reflexão do gráfico situados nos quadrantes III e IV em torno do eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$).

[IA_r] Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por **y = f(x) = 3x – 6** no plano cartesiano ao lado e outro gráfico com a reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV, de modo que a imagem da função seja positiva ou nula.





5.2.3 Unidade Articulável de Reconstrução conceitual - UARC 03

Título: Representação do módulo de funções

Objetivo: Aplicar o módulo ao gráfico de funções para obter funções com conjunto imagem composto por elementos positivos ou nulos.

Orientações ao professor: Associar o cálculo do módulo de números com o módulo dos elementos do conjunto imagem de uma função e a reflexão do gráfico em torno do eixo das abscissas.

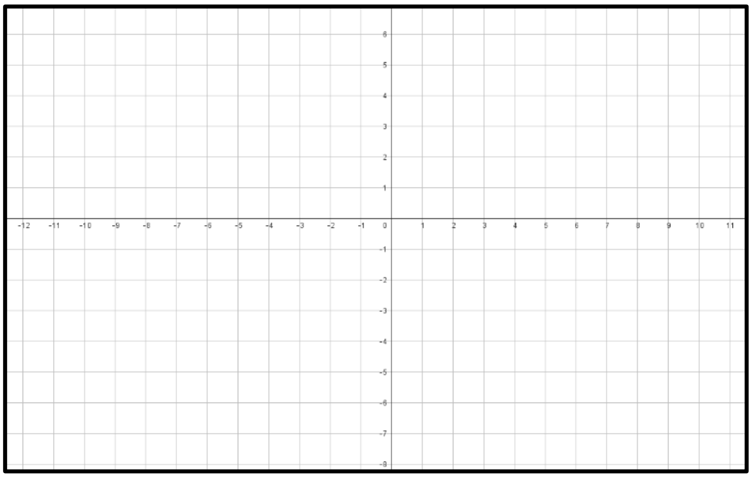
Material: Roteiro da atividade, caderno, caneta, lápis, borracha, régua.

Procedimentos:

[I_i – CP] Situação 01:

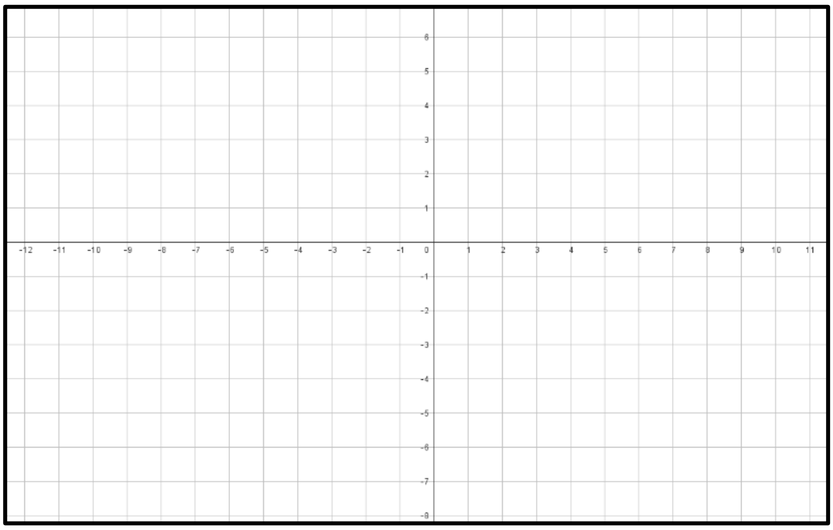
Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por **y = f(x) = x – 5**

x	y	(x , y)
-8		
-6		
-4		
-2		
0		
1		
3		
5		
9		



Situação 02:

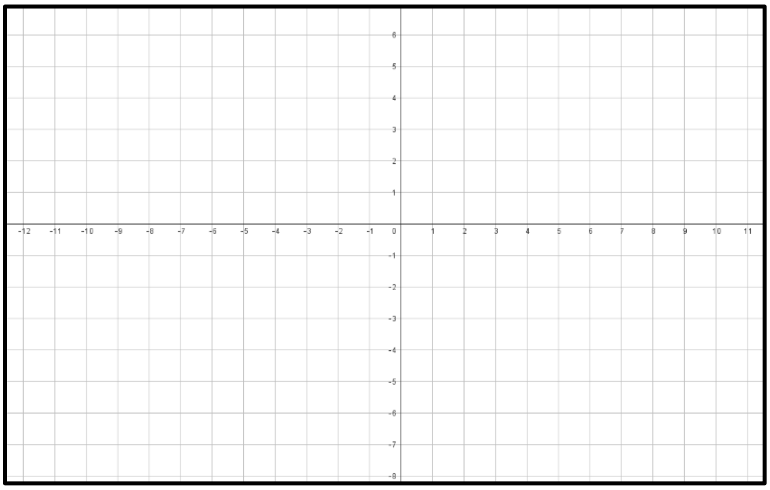
Represente o gráfico construído acima de modo que haja reflexão do gráfico constantes nos III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$).



Situação 03:

Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por **|y| = |f(x)| = |x – 5|**.

x	| y |	(x , |y|)
-8		
-6		
-4		
-2		
0		
1		
3		
5		
9		



[I_e – 01] Que comparações podem estabelecidas entre as situações indicadas abaixo:

a) Situações 1 e 2?

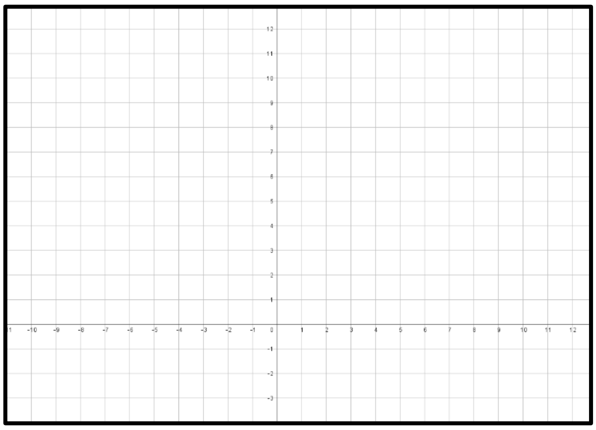
b) Situações 1 e 3?

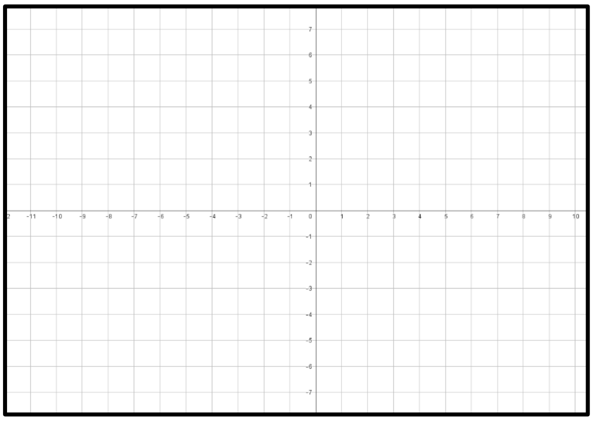
c) Situações 2 e 3?

d) Que semelhanças podemos observar entre o conjunto imagem das funções representadas?

[I_r – 01] Esboce o gráfico das funções definidas de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, e representadas abaixo e determine o conjunto imagem das funções:

a) y = f(x) = |x + 3|. **b) y = g(x) = |x^2 – 9|.**

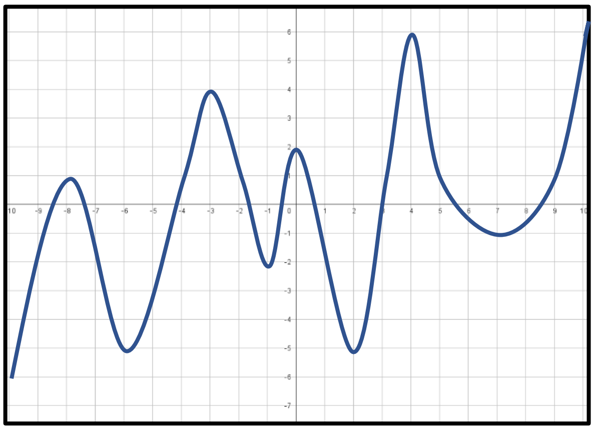


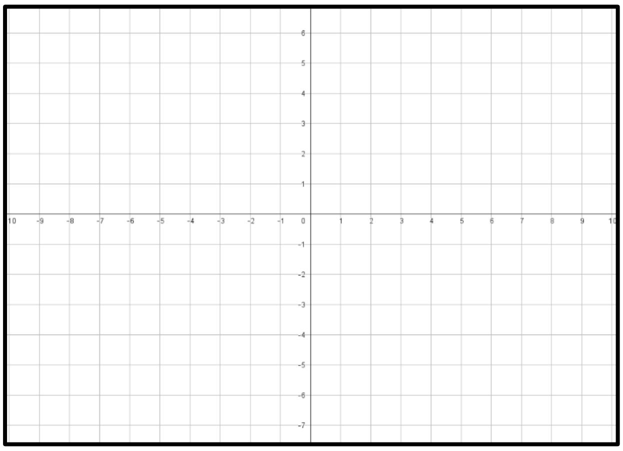


[I_f] Aplicar o módulo nos elementos do conjunto imagem de uma função ou na sua representação gráfica é equivalente a obter o conjunto imagem com elementos positivos ou nulos, ou fazer uma reflexão do gráfico de uma função constantes nos quadrantes III e IV em torno dos eixos das abscissas, respectivamente.

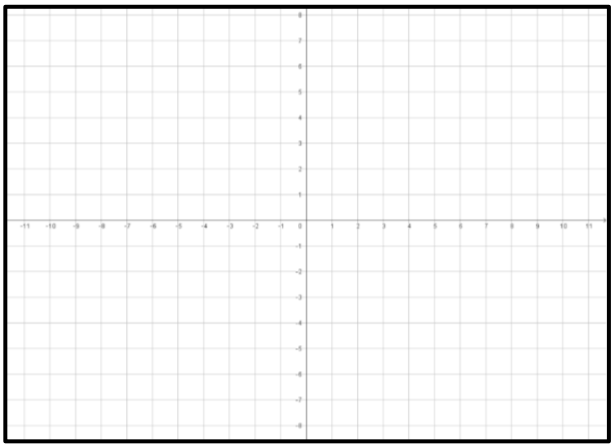
[IA$_r$]

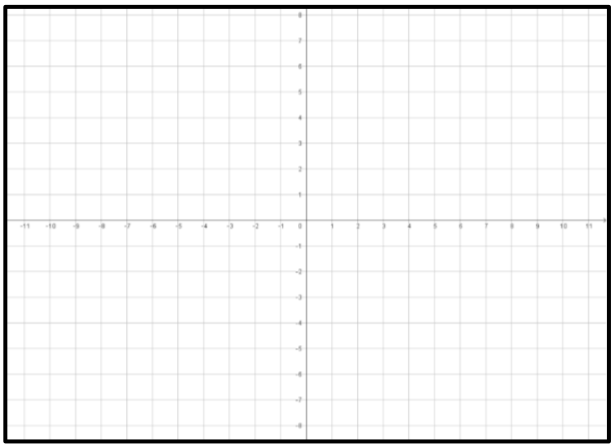
a) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, representada no plano cartesiano abaixo: Faça um esboço do gráfico da função **y = |f(x)|** e determine o conjunto imagem dessa função.





b) Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por y **= f(x) = |2x – 5|** e determine o conjunto imagem dessa função.

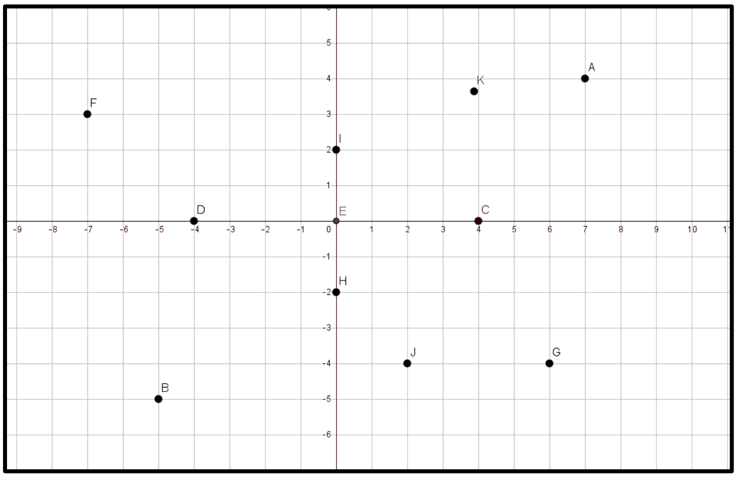




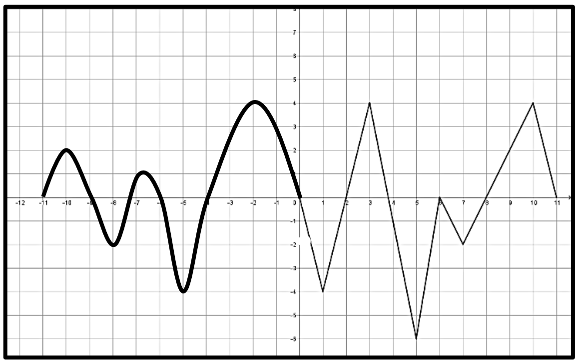
5.2.4 Avaliação Aplicativa

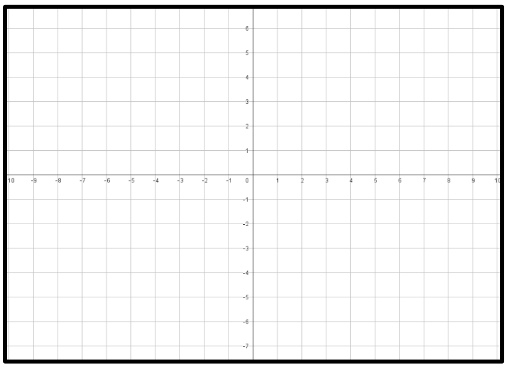
[IA$_a$ - 01] - Escreva as coordenadas de todos os pontos identificados no sistema cartesiano e represente nesse sistema a reflexão dos pontos em relação ao eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$).

Ponto	(x,y)
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	
H	
I	
J	
K	



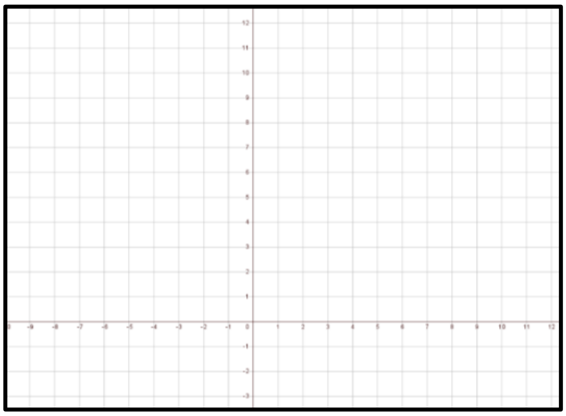
[IA$_a$ - 02] – Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, representada no plano cartesiano abaixo: Faça um esboço do gráfico da função **y = |f(x)|** e determine o conjunto imagem dessa função.

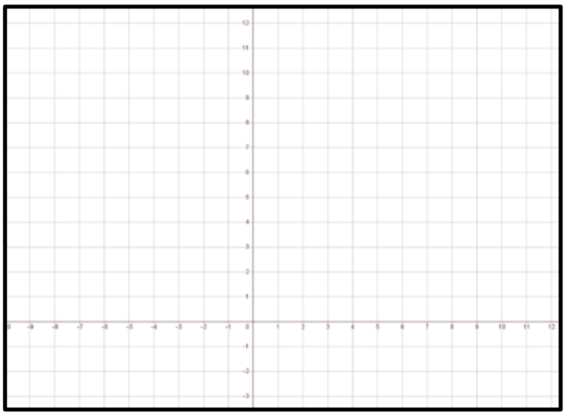




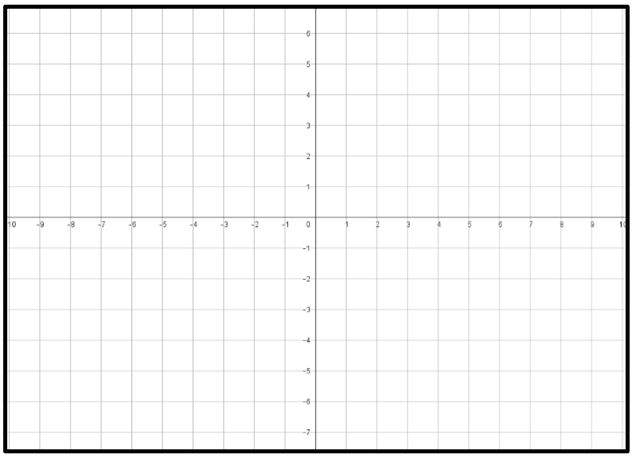
[IA$_a$ - 03] – Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por

y = f(x) = – 2x + 6 no plano cartesiano abaixo. Em seguida, ao lado desse gráfico represente a reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV, de modo que a imagem da função seja positiva ou nula.

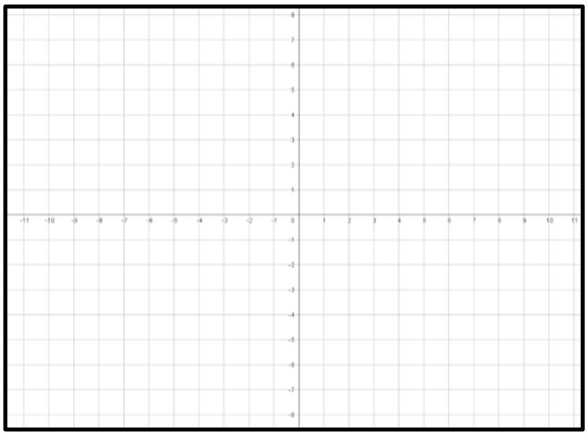


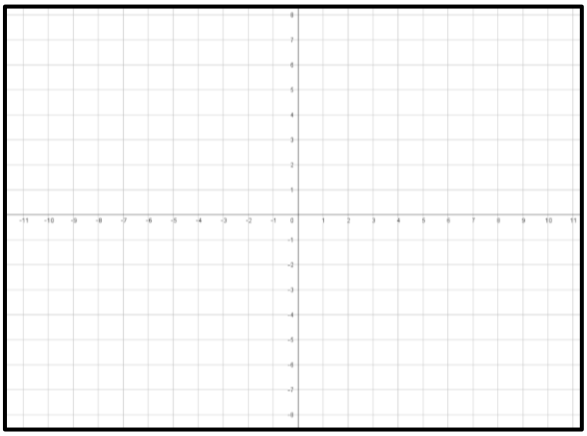


[IA$_a$ - 03] - Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, representada no plano cartesiano acima. Faça um esboço do gráfico da função **y = |f(x)|** e determine o conjunto imagem dessa função.



[IA$_a$ - 04] - Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por y **= f(x) = | – x + 2|** e determine o conjunto imagem dessa função.





6. APLICAÇÃO E ANÁLISE DA SEQUENCIA DIDÁTICA

Para validar a sequência didática apresentada neste trabalho, foram realizadas atividades com uma turma de alunos do 1º ano do ensino médio, com 32 alunos participantes em uma escola estadual na periferia de Parauapebas. A escola foi escolhida porque a pesquisadora faz parte do corpo docente. A permissão foi solicitada à direção da escola, aos coordenadores pedagógicos e aos responsáveis legais dos estudantes para que eles participassem da aplicação das atividades para compor essa pesquisa.

Após a autorização dos membros da comunidade escolar e dos responsáveis legais dos alunos, foi possível dar continuidade à execução das atividades programadas, realizadas nos dias 24, 25 e 26 de abril de 2024. No primeiro dia, foi ministrada a UARC 1, intitulada "Introdução à Ideia de Reflexão"; no dia seguinte, ocorreu a abordagem das UARC’s 2 e 3, nomeadas "Reflexão de Gráficos de Funções" e "Representação do Módulo de Funções", respectivamente. Por fim, no terceiro dia, foi administrada uma avaliação aplicativa, concluindo com a validação da sequência didática proposta.

Para o desenvolvimento das UARC's com os alunos participantes da pesquisa, foi previamente administrado um teste de verificação para avaliar o nível de conhecimento dos estudantes e identificar quais competências matemáticas ainda seriam necessárias para avançar nas atividades. A seguir será descrito as ocorrências do teste de verificação.

6.1 DIAGNÓSTICO INICIAL E OFICINA DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS.

Antes da aplicação da sequência didática destinada ao ensino dos conceitos relacionados à função modular, foi conduzido um diagnóstico inicial para a verificação de conhecimentos dos alunos da turma. O propósito era avaliar a proficiência dos alunos em conceitos matemáticos considerados como pré-requisitos essenciais para a compreensão e execução das atividades propostas na sequência didática. Esses conceitos incluíam o módulo de um número real, o plano cartesiano, a elaboração de gráficos de funções, bem como os conceitos de domínio, contradomínio e imagem. O teste, composto por quatro questões discursivas, foi administrado aos 32 alunos da turma em questão em 12 de abril de 2024, com duração de 45 minutos. O desempenho dos alunos em cada questão é apresentado no quadro a seguir.

Quadro 19 – Resultado das questões do teste de verificação

Questão	Objeto de conhecimento	Correta	Parcialmente correta	Incorreta	Em branco	% de acertos
1	Módulo de um número real	0	0	12	20	0%
2	Plano cartesiano: localização de um ponto no plano (x,y)	5	12	14	1	4%
3	Domínio, contradomínio e imagem de funções	0	0	10	22	0%
4	Construção de gráficos de funções afim e quadrática	0	0	12	20	0%

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Ao analisar o quadro acima, observou-se que a maioria dos alunos não possuía os conhecimentos mínimos exigidos para a implementação da sequência didática, conforme destacado por Cabral (2017, p. 92), é fundamental identificar esses conhecimentos essenciais para articular a aplicação da sequência didática, visando promover uma compreensão mais aprofundada do conteúdo.

Sendo assim, foi necessário a aplicação da oficina para trabalhar com as lacunas identificadas no diagnostico aplicado. Essa oficina foi desenvolvida com aulas expositivas, com os alunos organizados em 5 grupos de 6 ou 7 componentes, munidos de material da oficina devidamente impressos, além disso ocorreu a utilização de projetor e ocorreu em 02 aulas de 45min distribuídas nos dias 16 e 17 de abril de 2024.

Foram 5 (cinco) oficinas realizadas, no dia 16 de abril foi trabalhada a oficina 1 intitulada como conceituação do módulo de um número, com o objetivo de introduzir o conceito de módulo a partir da repetição; a oficina 2 também buscou trabalhar a conceituação de módulo, a fim de definir o conceito de módulo a partir da relação da distância de um ponto até a origem; ainda no dia 16 foi trabalhado a oficina 3 para compreender o que é o plano cartesiano, nessa oficina os alunos foram instigados a localizar coordenadas cartesianas em R^2.

No dia 17 de abril foi iniciado a aula com a oficina 4: Domínio, contradomínio e imagem no qual objetivava entender o que significa o domínio, contradomínio e imagem em uma função, utilizando o diagrama. No mesmo dia conseguiu-se trabalhar com o plano cartesiano e construção de gráficos, onde o objetivo era fazer com que os alunos pudessem compreender o que são os pares ordenados e como construir gráficos utilizando coordenadas, incluindo o gráfico da função modular do tipo f(x)=|x|.

6.2 APLICAÇÃO, TRANSCRIÇÃO E ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.

Essa etapa tem por objetivo descrever a aplicação, transcrição e análise da sequência didática. Esta fase teve lugar após o desenvolvimento das oficinas direcionadas para os conhecimentos indispensáveis à execução da sequência didática. Os alunos foram então convidados a participar das atividades das Unidades Articuláveis de Reconstrução Conceituais (UARC's). O evento conta com a presença de 32 alunos nos dias 23, 24 e 25 de abril.

Os alunos foram informados antecipadamente de que a sequência seria aplicada em três sessões, cada uma com duração de 45 minutos. Foi proposto a organização dos alunos em equipes, formadas com base nos princípios de afinidade entre os estudantes. A única orientação fornecida pela professora responsável foi a necessidade de formar cinco equipes, compostas por sete ou seis alunos em cada grupo.

Foram gravados os áudios da aplicação das atividades a fim de registrar as interações aluno-aluno e aluno-professor. Posteriormente, através da transcrição dessas gravações, foi possível identificar os momentos em que a aprendizagem ocorreu durante os diálogos registrados.

Para preservar a identidade de cada participante da pesquisa e facilitar a organização das interações verbais dos alunos para análise subsequente, optei por utilizar abreviações como A1, A2, ..., B1, B2, ..., C1, C2, ..., D1, D2, ... E1, E2, ..., para representar os alunos em seus respectivos grupos que ficaram definidos da seguinte forma:

- Grupo A: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7;
- Grupo B: B1, B2, B3, B4, B5, B6 e B7;
- Grupo C: C1, C2, C3, C4, C5, C6;
- Grupo D: D1, D2, D3, D4, D5, D6;
- Grupo E: E1, E2, E3, E4, E5, E6.

Todas as atividades foram aplicadas com o uso de projetor, quadro branco, pincel e também com as atividades impressas para serem entregues aos grupos.

Na análise das transcrições a seguir, buscou-se identificar os sinais de aprendizagem demonstrados pelos alunos após a aplicação da sequência didática, tanto verbalmente quanto por escrito, considerando o objetivo a ser alcançado em cada uma das atividades sugeridas. Para realizar tais análises, foi utilizado a abordagem metodológica proposta por Góes (2000), conhecida como Análise Microgenética, e estabelecida um diálogo com as contribuições de Mortimer e Scott (2002) no campo da Análise do Discurso.

Considerando a organização e análise dos dados coletados, destaca-se turno (T) para fala contínua do professor/pesquisador ou do estudante; segmento (S) para agrupamento de turnos transcritos em sequência cronológica, com base na realização das tarefas propostas em cada atividade, com o objetivo de alcançar as metas estabelecidas para cada uma delas; Episódios (Ep) para destacar os agrupamentos de segmentos conforme as atividades realizadas na sequência didática. Além de organizar as falas da professora aplicadora (PA).

6.2.1 Transcrição e Análise da Aplicação da UARC 1

A primeira UARC tem o título de introdução a ideia de reflexão, e objetivava efetuar reflexão de pontos situados nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas a partir de suas coordenadas e representações no plano cartesiano. Parecia uma tarefa simples, porém demonstrou alguns desafios, os estudantes demonstraram certa apreensão e insegurança em relação à gravação e à participação. A professora teve que fazer várias perguntas para estimular a interação dos alunos.

É importante ressaltar que a transcrição disposta no quadro 20 procurou-se destacar apenas as interações verbais entre professor-alunos e aluno-aluno que estavam relacionadas com o objetivo de cada atividade proposta, com o intuito de identificar os indícios de aprendizagem manifestados pelos estudantes de acordo com o objetivo inicial de cada atividade.

Assim, a transcrição de cada episódio foi pensada na análise Microgenética de Goés (2000) foca em compreender como os conceitos são construídos e desenvolvidos em interações sociais, considerando a dinâmica e a evolução das conversas no ambiente de aprendizagem.

O quadro a seguir mostra a transcrição do Ep01:

Quadro 20 - Episódio 01 / UARC 01

<table>
<tr><td></td><td colspan="5">Episódio 1 - Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual - UARC 01</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Segmento 1(S1)</td><td colspan="5">T01 PA - Olá alunos, nesse primeiro momento iremos construir alguns conceitos novos, tendo como base as nossas aulas de oficinas realizadas anteriormente, não se preocupem que não é nada de outro mundo, fiquem tranquilos tenho certeza que vocês irão arrasar. Vamos lá? aprender juntos.
T02 PA- Agora vamos trabalhar com a UARC 1, essa será nossa primeira atividade, e tem o título: Introdução a ideia de Reflexão. O objetivo dessa atividade é efetuar reflexão de pontos situados nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas a partir de suas coordenadas e representações no plano cartesiano. Vocês lembram né o que são os quadrantes? Quem lembra?
T04 PA- Vocês estão com medo de falar? A ideia é que todos participem.
No comando diz para escrever as coordenadas dos pontos descritos no plano cartesiano.
T06 PA- Isso mesmo, no sentido anti horário temos o primeiro quadrante, segundo quadrante, terceiro quadrante e quarto quadrantes. (Professora indicando no plano cartesiano projetado por um data show os quadrantes).
T07 PA- Então vamos lá? Preencham essa tabela com o par ordenado de cada ponto indicado no plano cartesiano.
T08 PA- Isso mesmo, vão escrever a localização de cada ponto. Vamos fazer o Ponto A juntos. Localizem o ponto A no plano cartesiano. O ponto A está retinho com qual número do eixo das abscissas?
T09 PA- Isso mesmo, e em qual número do eixo das ordenadas?
T12 PA- Isso mesmo. Agora façam dos demais pontos.</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T03 A1- Professora, a gente tá com medo de falar (risos).

T10 A2- Está no menos sete professora.</td><td>T11 B2- Essa eu sei, no três positivo.</td><td>T05 C2- Quadrantes professora são as quatro partes do plano cartesiano.</td><td>T06 D1- Professora, é o x e y né?</td><td>T13 E3 - Professora “ajuda nós” aqui.
T14 PA- Certo.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Segmento 2 (S2)</td><td colspan="5">T15 PA- Finalizando a tabela, iremos a primeira intervenção, que diz assim: Quais os pontos indicados no gráfico são simétricos em relação ao eixo das abscissas?
T17 PA - Sim, Isso mesmo, pensem como se o eixo x fosse o eixo de simetria, imaginem que se dobrassem esse plano cartesiano bem em cima do eixo x, quais pontos ficariam um em cima do outro?. Escrevam na primeira intervenção a resposta de vocês</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T18 PA- Estão com alguma dúvida?
T19 A1 - Não professora, tá tudo certo.</td><td>T20 PA - Vocês estão com alguma dúvida?
T21 B2– Só diz se abscissas é o x ou o y, porque eu confundo as vezes.
T22 PA- abscissas é x.</td><td>T23 PA – e aí pessoal tá tudo certo?
T24 – é tipo A simétrico do F?
T25 prof. – Isso mesmo, o eixo de simetria é o das abscissas.</td><td>T16 D2- Professora, essa é a ideia de dobrar a folha de papel?
T26 PA – Compreenderam o que é para fazer?
T27 D3– Professora não tem simétrico em relação ao eixo das abscissas. Que é essa aqui</td><td>T29 PA – Conseguiram fazer a Ie 01?

T30 E2 – Olha aí professora pra ver se está ficando certo?

T31 PA – Está ok.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>(apontou para o eixo y).
T28 PA - Não, abscissas é o eixo x. o da horizontal.</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Segmento 3 (S3)</td><td colspan="5">T32 PA- Na Ie 02 tá perguntando: O que se observa nas coordenadas (x , y) dos pontos que são simétricos em relações ao eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$)? . Entenderam a pergunta?
T34 PA – Certo, Olhem para o ponto A, qual é o ponto simétrico ao ponto A, tendo como eixo de simetria o eixo x?
T35 PA Turma: O F. (ponto F).
T36 PA – Isso mesmo, agora olhem a tabela que vocês preencheram anteriormente e digam qual a coordenada do ponto A? e qual do Ponto F?
T38 PA– Isso mesmo A1. Ponto A(-7,3) e F(-7,-3) . Analisem esse e os demais pares simétricos e escrevam o que vocês veem de semelhante neles.
T40 PA – Tá quase, está no caminho. De fato, os simétricos em relação ao eixo das abscissas $\overleftrightarrow{OX}$, irão possuir coordenadas x iguais, no entanto a palavra que gostaria que atribuíssem a relação as coordenadas y era outra.
T42 PA – Isso mesmo pessoal, observem esses simétricos aí, os pares simétricos possuem coordenada x iguais e coordenadas y com números opostos. Compreenderam?</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T37 A1-
Ponto A menos sete e três; Ponto F menos sete me nos três.
T39 A1 – Professora por acaso os pontos simétricos tem o número do x igual e do y diferente?
T41 A1 – Já sei, os x são iguais e os y é um positivo e outro negativo.</td><td>T42 B3 – Ah é verdade, um é três positivo e o outro três negativos, são números opostos né professora que a senhora falou naquela outra aula.</td><td>T42 C3– Sim prof.</td><td>T43 D2- Entendemos</td><td>T33 E4- Mais ou menos professora.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Segmento 4(S4)</td><td colspan="5">T44 PA - O que ocorre se fizermos a reflexão dos pontos pertencentes ao III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas? Escrevam as observações de vocês.
T46 PA – Perfeito, os pontos que estão nos quadrantes III irão se sobrepor sobre os seus simétricos do quadrante II; e o pontos dos quadrantes IV irão se sobrepor nos pontos do quadrante I.</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T47 A1 - Escrevemos aqui professora. Só não sei se está certo.</td><td>T48 B1 - Pronto. Fizemos aqui.</td><td></td><td></td><td>T45 E2 – Os pontos vão ficar em cima do seu simétrico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Segmen</td><td colspan="5">T49 PA – Nessa Ir 01 vocês irão brilhar (risos), aqui vocês irão estabelecer uma relação entre as coordenados dos pontos simétricos. Escrevam o que entenderam.</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
</table>

	T50 A3 – Todas as vezes que as coordenadas dos pontos simétricos são encontrados possuem x iguais e y opostos.	T51 B2 – Quando os pontos são simétricos. As ordenadas são opostas.	T52 C1– Nos pontos simétricos as abscissas são iguais mas possuem ordenada y oposta.	T53 D2– Quando os pontos são simétricos a coordenada y são opostas.	T54 E4 – O número do x é igual e do y um é positivo e o outro negativo.
Segmento 6 (S6)	T55 PA – Escrevam agora Na Ir 02 uma relação entre os pontos simétricos e os quadrantes onde estão situados.				
	Grupa A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
	T56 A2- Os pontos que estão nos quadrantes III e IV são refletidos em cima dos seus simétricos situados nos quadrantes II e I.	T57 B2 - Os pontos que estão nos quadrantes III serão refletidos para o quadrante II e os que estão no IV serão refletidos para o quadrante de I.	T58 C3- Os pontos que estão nos quadrantes III e IV deixarão de ter y negativo e subirá para cima dos simétricos II e I.	T59 D2- A linha do x é um espelho que reflete os simétricos. Quadrante III reflete no II e quadrante IV reflete no I.	T60 E4- os simétricos do III é o II e do IV é o I.
Segmento 7(S7)	T61 PA – Gostei muito das respostas de vocês, vamos a a Ir 03, aqui vocês irão escrever uma relação entre a segunda componente (ordenada) dos pontos simétricos e o módulo de um número.				
	Grupa A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
	T62 A1– Vou escrever aqui: as ordenadas dos pontos simétricos são opostas, que pode ser entendido que os pontos que estão nos quadrantes III e IV quando suas ordenadas são submetidas ao módulo, elas são refletidas em seus simétricos.	T63 B2 – Os pontos simétricos possuem ordenadas opostas, assim como o conceito de módulo que o oposto de um negativo é positivo. Assim o reflexo das ordenadas negativas serão ordenadas positivas.	T64 C2 – os simétricos possuem o “mesmo número” só que com sinais trocados, um positivo e outro negativo. O módulo de um número é sempre positivo.	T65 D1 – o módulo de um número negativo é igual ao oposto desse número, que será ele positivo.	T66 E3 – As ordenadas são opostas, por isso são simétricas em relação ao eixo x.

<table>
<tr><td rowspan="3">Segmento 8 (S8)</td><td colspan="5">T67 PA – Agora, partindo de todos esses conceitos aprendidos, escrevam nesse quadro a compreensão de todos esses conceitos reunidos.
T73 PA – Muito bem, gostei da empolgação de vocês e do desenrolar das formalizações de cada grupo. Mas para ficar um conceito mais organizado, vamos aproveitar cada observação dos grupo e escrever para não esquecermos, nessa espaço para Formalização, escrevam assim: Em um plano cartesiano, os pontos localizados nos quadrantes III e IV, quando suas ordenadas são submetidas ao módulo, eles serão refletidos para os quadrantes II e I, respectivamente, que por sua vez os pontos refletidos são simétricos dos pontos anteriores a submissão do módulo (em relação ao eixo das abscissas), ou seja, as ordenadas desses pontos são opostas as ordenadas após a reflexão.</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T68 Formalização do grupo – Observamos e entendemos que os pontos do plano cartesiano que possuem ordenadas negativas possuem simétricos em relação ao eixo das abscissas nos quadrantes que estão acima, assim como se colocássemos um módulo nas ordenadas dos pontos dos quadrantes III e IV. Eles seriam jogados para os quadrantes II e I.</td><td>T69 Formalização do grupo – entendemos que o y do ponto, quando é negativo e aplicarmos um módulo ele ficará positivo e será refletivo em cima do seu simétrico dos quadrantes I e II.</td><td>T70 Formalização do grupo – Quando colocamos o módulo nos y eles ficam positivos e o ponto é refletido para os quadrantes de cima.</td><td>T71 Formalização do grupo – Quando a ordenada é negativa, basta “jogar” o módulo que ela vai ficar positiva, assim encontramos os simétricos em relação ao eixo x.</td><td>T72 Formalização do grupo - os simétricos são reflexos dos seus pontos com módulo na ordenada.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Segmento 9(S9)</td><td colspan="5">Intervenção Avaliativa
T74 PA – Agora pessoal, respondam de acordo com os conceitos aprendidos a IAr que diz para escrever as coordenadas de todos os pontos identificados no sistema cartesiano e representar nesse sistema a reflexão dos pontos em relação ao eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$).

T76 PA – Pessoal a pergunta do grupo A foi muito interessante, sobre a questão, escrevam nessa tabela as coordenadas de todos esses pontos que estão aí nesse sistema cartesiano e em seguida marque no sistema a reflexão de cada ponto, que é o mesmo que os simétricos em relação ao eixo x.
T90 PA – Por hoje é só pessoal, finalizamos nossa primeiro UARC.</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
</table>

	T75 A3 – Professora, nós vamos preencher essa tabela e fazer outros pontos simétricos nesse plano aqui?	T77 PA – Alguma dúvida pessoal? T78 B1– acho que não professora.	T79 PA - Compreenderam o que é para ser feito? T80 C3– Mais ou menos. T81 PA - Vocês irão observar os pontos H, I, J, K, L, M e N que estão nesse plano cartesiano, e anotar suas coordenadas nessa tabela. Em seguida, no plano cartesiano vcs irão marcar os pontos simétricos de cada um desses pontos e podem nomeá-los como H', I', J', K', L', M' e N'.	T82 PA - Conseguiram fazer? T83 D3– Professora é assim? T84 PA – Não, a reflexão é em relação ao eixo das abscissas, vocês estão fazendo em relação ao eixo das ordenadas.	T85 PA –Alguma dúvida? T86 E3–Professora, veja se estamos "no rumo" a reflexão um x é positivo e outro negativo? T87 PA – Não, a reflexão é em relação ao eixo x. o x de cada ponto simétrico continua o mesmo, os y que ficam um positivo e outro negativo. T88 – Professora, mas aqui tá falando Ox? T89 PA – Esse Ox é o eixo das abscissas.

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Para realizar uma análise detalhada do Episódio 1 da Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual (UARC 01) com base na análise Microgenética de Góes (2000), bem como na análise do discurso de Mortimer e Scott (2002), é essencial compreender os elementos centrais de ambas as abordagens.

Como já citado nos aportes teóricos dessa pesquisa, a análise Microgenética foca nos processos de construção de significados e desenvolvimento conceitual ao longo das interações em sala de aula, inclusive nos detalhes, nas minúcias dos diálogos.

Assim como, Mortimer e Scott (2002) destaca que analisar discursos nos levar a examinar como a linguagem e a interação verbal influenciam os processos de ensino e aprendizagem. Os autores utilizam a análise do discurso para examinar como as interações em sala de aula contribuem para a construção do conhecimento, fatores como a posição dos participantes, as práticas discursivas e os significados construídos são fundamentais.

Considerou-se também a ótica da análise do discurso, expressa por Orlandi (2015) que diz que:

> A análise do discurso trabalha com a língua em seu funcionamento, ou seja, com a língua em uso, levando em conta as condições de produção dos

> discursos, ou seja, o contexto social, histórico e ideológico em que eles são produzidos e circulam." (Orlandi, 2005.)

Nesse sentido vamos analisar o Ep 01 observando indícios de aprendizagem em cada segmento. Nos turnos T01 a T09 que compõe o S1, a professora introduz o conceito de reflexão de pontos em um plano cartesiano. Ela usa estratégias de questionamento para ativar o conhecimento prévio dos alunos sobre quadrantes e coordenadas e estimula a participação ativa e a colaboração, o que é importante para o desenvolvimento conceitual conforme indicado pela análise Microgenética.

A interação continua com a professora guiando os alunos para preencherem uma tabela com pares ordenados. A professora fornece feedback imediato, ajudando os alunos a corrigirem erros e consolidarem o entendimento (T10-T14).

No segmento 2 (S2) a professora apresenta a primeira intervenção, pedindo aos alunos que identifiquem pontos simétricos em relação ao eixo das abscissas. A instrução de imaginar a dobra do plano cartesiano é uma estratégia de visualização que facilita a compreensão dos alunos. As respostas dos alunos mostram um progresso gradual na compreensão do conceito de simetria (T15-T29).

Nos turnos T30 a T43 do S3, a professora continua a guiar os alunos através de exemplos específicos, ajudando-os a observar padrões nas coordenadas dos pontos simétricos. Esse processo detalhado de observação e análise é um aspecto central da análise Microgenética, mostrando como os alunos internalizam conceitos através de interação contínua e feedback.

No S4, a professora introduz uma atividade que exige dos alunos a aplicação de conceitos previamente discutidos. Eles devem refletir sobre as posições dos pontos em diferentes quadrantes do plano cartesiano e suas reflexões em relação ao eixo das abscissas.

O processo de escrita das observações permite uma análise minuciosa do desenvolvimento conceitual dos alunos enquanto eles articulam suas compreensões. O feedback imediato da professora ("Perfeito") valida as observações dos alunos, consolidando sua compreensão. A expressão de incerteza por parte do Grupo A ("Só não sei se está certo") e a resposta afirmativa do Grupo B ("Pronto. Fizemos aqui.") mostram diferentes níveis de confiança e compreensão, que são características importantes observadas na análise microgenética.

A professora propõe uma tarefa no S5, que requer a síntese dos conceitos discutidos anteriormente. Os alunos são incentivados a identificar e articular as relações entre as coordenadas dos pontos simétricos. A variedade de respostas indica que os alunos estão processando e internalizando o conceito de simetria de maneiras ligeiramente diferentes.

A evolução de respostas mostra um movimento progressivo de compreensões individuais para uma compreensão mais padronizada e compartilhada do conceito. A expressão de entendimento ("Todas as vezes que as coordenadas dos pontos simétricos são encontradas possuem x iguais e y opostos") indica uma internalização bem-sucedida do conceito.

No segmento 6, os alunos são desafiados a relacionar suas compreensões de simetria com a localização dos pontos nos quadrantes. As respostas mostram uma aplicação prática do conceito de simetria em relação aos quadrantes do plano cartesiano.

Os diferentes grupos fornecem respostas que refletem uma compreensão crescente das implicações do conceito de simetria. O uso de termos matemáticos próprios ("quadrante", "refletido") indica que os alunos estão internalizando e utilizando o vocabulário específico da disciplina.

No segmento 7, a professora pede aos alunos que unifiquem todos os conceitos aprendidos em uma única declaração. Essa tarefa de formalização é crucial na análise microgenética, pois permite observar como os alunos consolidam e integram diferentes fragmentos de conhecimento em um entendimento coeso.

Os diferentes grupos apresentam suas compreensões, refletindo variações na articulação do conceito. A professora então ajuda a organizar essas ideias em uma forma mais estruturada e padronizada, facilitando a internalização de um conceito mais completo e preciso.

A professora propõe no S8, uma tarefa prática de aplicação dos conceitos de simetria e reflexão. A atividade exige que os alunos identifiquem e anotem as coordenadas dos pontos e seus respectivos simétricos. As perguntas e respostas indicam um processo contínuo de verificação e correção, característico da análise microgenética.

Os diferentes níveis de compreensão entre os grupos ("Mais ou menos", "Professora é assim?") refletem a diversidade de estágios de desenvolvimento conceitual entre os alunos. A interação detalhada e o feedback da professora ajudam a guiar os alunos para uma compreensão correta.

No último segmento do episódio (S9), a professora conclui a atividade, resumindo a tarefa realizada e reforçando os conceitos aprendidos. O encerramento da atividade oferece uma oportunidade para avaliar o desenvolvimento conceitual dos alunos ao longo da UARC. A repetição de perguntas e a necessidade de confirmação indicam que os alunos estão ainda em diferentes estágios de internalização dos conceitos.

Na análise do Discurso de Mortimer e Scott (2002) que propõem uma análise do discurso educacional que se concentra nas interações verbais em sala de aula e nos modos de discurso que facilitam o desenvolvimento conceitual. Eles identificam diferentes tipos de discurso, incluindo o autoritativo e o dialógico, e como esses discursos contribuem para a construção de conhecimento.

O discurso da professora nos turnos (T01-T09) é principalmente autoritativo, pois ela apresenta novos conceitos e orienta os alunos sobre como abordar as atividades. No entanto, ela também cria oportunidades para um discurso mais dialógico ao incentivar os alunos a participarem e expressarem suas dúvidas.

Segmento 2 (S2)

A professora alterna entre discurso no S2 autoritativo e dialógico. Ela fornece instruções claras (autoritativo) e faz perguntas abertas para engajar os alunos em reflexão e discussão (dialógico). A troca de ideias entre alunos e professora é essencial para o desenvolvimento de um entendimento compartilhado.

No S3 descritos nos turnos T30-T43 a professora mantém um equilíbrio entre discurso autoritativo e dialógico. Ela guia os alunos através de exemplos específicos (autoritativo) enquanto solicita suas observações e conclusões (dialógico). Esse equilíbrio é fundamental para promover a construção ativa do conhecimento pelos alunos.

A professora utiliza um discurso autoritativo para fornecer a tarefa, seguido de um discurso dialógico para validar as respostas dos alunos. Ao pedir que os alunos escrevam suas observações, ela promove um ambiente de reflexão e autoavaliação, que é essencial para a construção de conhecimento (S4).

No segmento 5 a professora usa um discurso motivacional e autoritativo ("Nessa Ir 01 vocês irão brilhar") para engajar os alunos e criar um ambiente positivo. As respostas dos alunos mostram um discurso dialógico, onde diferentes formas de expressão do mesmo conceito são compartilhadas e comparadas. Essa troca de ideias ajuda a consolidar o entendimento coletivo da turma.

É possível identificar que no S6 a professora continua a usar um discurso autoritativo ao introduzir a tarefa e, em seguida, promove um discurso dialógico ao validar e discutir as respostas dos alunos. O discurso dialógico é evidente nas respostas dos alunos, que refletem uma variedade de expressões do mesmo conceito. Essa variedade permite a construção de um entendimento mais robusto e compartilhado entre os alunos.

O discurso autoritativo é utilizado pela professora no S7, ao introduzir a tarefa e definir a formalização, mas também promove um discurso dialógico ao integrar as observações dos alunos na formalização final. Este processo de co-construção do conhecimento exemplifica um ambiente de aprendizado colaborativo e dialógico, onde as contribuições dos alunos são valorizadas e refinadas em conjunto.

No S8, a professora alterna entre discurso autoritativo e dialógico, fornecendo instruções claras e verificando continuamente a compreensão dos alunos. As perguntas dos alunos e o feedback da professora ilustram um processo de construção conjunta do conhecimento. O discurso dialógico é evidente nas interações onde a professora esclarece confusões e reafirma conceitos importantes.

A professora utiliza um discurso autoritativo no segmento S9 para concluir a atividade, resumindo o que foi feito e verificando a compreensão dos alunos. O discurso dialógico é menos presente neste segmento, mas as interações anteriores garantem que os alunos tenham tido oportunidades suficientes para discutir e entender os conceitos.

Com isso, a análise microgenética de Góes e a análise do discurso de Mortimer e Scott se complementam ao oferecer uma visão detalhada de como o conhecimento é construído em sala de aula. A análise microgenética foca no desenvolvimento conceitual ao longo do tempo, observando as mudanças nas compreensões dos alunos em resposta a intervenções específicas. Já a análise do discurso examina como diferentes modos de interação verbal contribuem para esse desenvolvimento.

No episódio analisado, podemos observar como a professora usa estratégias discursivas para apoiar o desenvolvimento conceitual dos alunos, pois ela cria um ambiente de aprendizado colaborativo, onde os alunos são incentivados a participar ativamente; utiliza visualizações e exemplos concretos para ajudar os alunos a entender conceitos abstratos e ainda oferece feedback contínuo, ajudando os alunos a corrigirem erros e refinarem suas compreensões.

Essas práticas refletem a importância de uma abordagem integrada que combina a análise detalhada das interações e do discurso para entender como os alunos constroem conhecimento em contextos educacionais.

Portanto, o Episódio 1 da UARC 01 demonstra um exemplo eficaz de prática pedagógica que combina teoria e prática, apoio individual e coletivo, além de estratégias de ensino que promovem a construção ativa do conhecimento. A análise microgenética e do discurso revela como a interação contínua entre professora e alunos, mediada por um equilíbrio entre instrução autoritativa e diálogo colaborativo, facilita o desenvolvimento conceitual e a compreensão profunda dos alunos.

Este episódio não apenas ilustra a importância das estratégias pedagógicas adequadas, mas também ressalta a necessidade de um ambiente de aprendizagem inclusivo e interativo, onde os alunos se sintam encorajados a explorar, questionar e construir seu próprio entendimento dos conceitos matemáticos.

6.2.2 Transcrição e Análise da Aplicação da UARC 02

Nessa etapa os estudantes já estavam um pouco mais a vontade, seguros e mais participativos. Para analisar o episódio 2 da UARC 02 em relação à análise microgenética de Mortimer e Scott (2000) e a análise do discurso de Góes (2002), devemos considerar como cada interação contribui para o desenvolvimento conceitual e a construção coletiva do conhecimento, assim como os processos de mediação e o uso da linguagem. O quadro a seguir mostra a transcrição da aplicação da UARC 02.

Quadro 21 - Episódio 02 / UARC 02

	Episódio 2 - Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual - UARC 02
Segmento 1(S1)	T01 PA – Olá pessoal, continuaremos construindo juntos, conceitos sobre função modular, já parabenizo a participação de vocês na atividade passada, para essa atividade gostaria que não fosse diferente, vamos então para a atividade 02. T02 PA – O título dessa atividade é: Reflexão de gráfico de funções. O objetivo dessa atividade é obter a reflexão de gráfico de funções representados nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abcissas. T03 P – Nesse primeiro momento vocês irão ligar os pontos representados no plano cartesiano seguindo a ordem alfabética, fazendo segmentos de reta. Assim vocês vão ligar ponto A com ponto B com um segmento de reta, aí continuarão ligando o ponto B para o ponto C, do ponto C para o ponto D, do ponto D para o ponto E depois para o F, G, H, I, J e por último o ponto K, e terão esboçado um gráfico.

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T05 A2– Professora podemos utilizar uma régua para deixar mais retinho?
T06 PA – Sim, podem com certeza.</td><td>T06 B2- Professora já fizemos aqui.</td><td>T08 C2- Professora o C3 não ta fazendo reto não.
T09 C3 – professora posso usar o lápis como régua?
T10 PA – Pode sim.</td><td>T04 PA – Vocês estão fazendo errado. São segmentos de reta, a linha tem que ser reta, vocês estão fazendo com curva.</td><td>T07 E3- Ei E4 essa atividade aqui tá muito fácil.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Segmento 2(S2)</td><td colspan="5">T11 PA – Agora vocês irão fazer uma representação desse gráfico que vocês acabaram de construir nesse plano cartesiano ao lado, de modo que haja reflexão do gráfico que está nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas.
T13 PA – Certo, pessoal o grupo B não entendeu, vamos prestar atenção aqui que vou explicar novamente: Quando vocês ligaram os pontos esboçaram um gráfico, que possui algumas partes abaixo do eixo das abscissas do plano cartesiano, que sabemos que são os quadrantes III e IV. Pois bem, essas partes vocês irão rebatê-las para os quadrantes II e I, respectivamente. Vão fazendo que passarei nos grupos.</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T14 A1 – Professora, estamos fazendo igual fizemos com os pontos da atividade passada.
T15 PA – Isso, tá certinho, só não precisa deixar essa parte de baixo, dos quadrantes III e IV, podem apagar e deixar o gráfico todo para essa parte de cima. E isso é uma reflexão do gráfico.
T16 A1 – Gente olha só o que observei: que os pontos onde os gráficos fazem a voltinha, é simétrico dos pontos que fazem a voltinha embaixo.</td><td>T23 PA –A Estão com alguma dúvida?
T24 B4– Olha se tá no rumo professora?
T25 PA – Tá sim, mas como vocês já fizeram a reflexão, essa parte aqui podem apagar.</td><td>T19 C3– Professora como que é esse negócio de espelho que a senhora falou no grupo E?
T20 PA– Certo, para fazer a reflexão desse gráfico aqui, imagine que o eixo das abscissas seja um espelho, que refletirá a parte constantes nos quadrantes III e IV para os respectivos quadrantes II e I. Compreenderam?
T21 C3– Sim professora, acho que agora dá pra fazer.</td><td>T21- D4 é só desenhar esses que estão abaixo da linha do x, desenhar tudo pra cima.
T22 D4 - Sim</td><td>T17 E1 – Continuamos sem entender.
T18 PA – Observem esse gráfico que vocês construíram... Nesse plano cartesiano aqui ao lado vocês farão a REFLEXÃO do gráfico. Pensem como se o eixo $\overline{OX}$ fosse um espelho, no qual essa parte do gráfico que está aqui no III e IV quadrantes será refletida igualzinho, nas mesmas proporções para os quadrantes II e I.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="3">Segmento 3(S3)</td><td colspan="5">T22 PA – Finalizando essa parte, partiremos para a Ie 01 que diz assim: O que ocorre com o gráfico abaixo caso seja efetuado reflexão das partes constantes nos III e IV quadrantes em relação a estas abscissas e mantendo o constante nos I e II quadrantes.
T25- Vocês irão observar esse gráfico ao lado, e fazer um outro nesse plano cartesiano, No entanto vão fazer a reflexão desse gráfico mantendo o mesmo desenho da parte do gráfico que está nos quadrantes I e II, e fazer a reflexão dos gráficos da parte dos quadrantes IV e III
T30 PA – O que mais? O que vocês conseguem observar com os pontos que estavam nessa parte aqui do plano cartesiano (menção ao gráfico que está nos quadrantes III e IV) e foram refletidos para essa parte aqui (menção ao gráfico que está nos quadrantes I e II). Olhem para as coordenadas e me diga o que observaram.
T35 PA – Muito bem grupo B, mais um conhecimento adquirido para toda a turma, esses pontos que estavam aqui embaixo nesses quadrantes III e IV, foram refletidos para os quadrantes II e I. Notem que esses pontos que estavam aqui embaixo, são simétricos aos refletidos aqui em cima.</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T29 A2- Entendi que o gráfico fica todo refletido para cima. E não mais coordenada negativa no eixo das ordenadas.</td><td>T31 B3- Será que a professora tá falando dos simétricos?
T32 B1- Professora, a senhora ta falando dos simétricos.
T33 PA – Como assim simétricos, me explica melhor.
T34 B3- Os pontos que estavam embaixo, são simétricos aos que foram refletidos para cima.</td><td>T29 C2- Ah é mesmo, da pra ver direitinho aqui pelos vértices, esse (-3, -3) virou (-3,3).</td><td>T27 D3 - Não tem mais gráfico na parte negativa.
T28 PA – Não tem parte negativa no eixo y apenas.</td><td>T23 E3 – Professora é para inventar outro gráfico?
T24 PA - Não.
T26 E4- O gráfico fica todo para essa parte de cima.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Segmento 4(S4)</td><td colspan="5">T36 PA - Agora vamos para a Ie – 02 onde vão esboçar o gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por y = f(x) = x – 2, e sua representação no plano cartesiano, e depois analisar o que ocorre com o gráfico se for construído um novo gráfico de modo que haja uma reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV?</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T39 A3– Vamos tentar também.</td><td>T37 B2– Vamos tentar aqui professora.
T38 PA – e vão conseguir!</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Segmento 5(S5)</td><td colspan="5">T40 PA- Agora vamos para a Ir 01 que está escrito: Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por y = f(x) = x^2 – 4 no plano cartesiano ao lado e outro gráfico com a reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV, de modo que a imagem da função seja positiva ou nula.
T41 PA – Assim pessoal, vocês nesse primeiro plano, irão fazer a representação gráfica dessa função, e no outro plano cartesiano, irão fazer o mesmo gráfico, só que as partes do gráfico que estão nos...
T43 PA – Isso mesmo A1, a partes do gráfico que estiverem por aqui, vocês irão refletir tudo aqui para cima.
T45 PA – Que bom! e pra ficar ainda melhor, vocês escreverão o que entenderam dessa atividade nesse campo da formalização intuitiva.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T42 A1– nos quadrantes III e IV...
T47 A3 – Deixa eu fazer esse gráfico aí, é uma daquelas função quadrática incompleta, é facinho.
T48 A4 – Pois tu faz o gráfico e eu a reflexão.
T49 A2 – vamos fazer a formalização: Quando tem um gráfico nos quadrantes III e IV. Para fazer a reflexão desse gráfico para os quadrantes I e II devemos fazer a reflexão de todas as coordenadas.
T50 A1- Que é colocar todas a coordenada de y para ficar positiva. Aí depois ligar todos os pontos.</td><td>T44 B3 – Professora já estamos é profissionais em fazer reflexão de gráficos.
T51 B1- B4 você pode fazer o gráfico e B5 a reflexão, só pra todo mundo participar.
T52 B4 – traz aí.
T53 B2 – Ô B1 e B3 vamos rascunhar aqui essa formalização: Para fazer a reflexão de um gráfico, é “pegar a linha do x como base...
T54 B1 – melhor colocar limite.
T55 B3 - também acho.
T56 B2 – beleza, tudo do gráfico que está para baixo vai ser refletido para cima.</td><td>T46 C1– Eita, essa é a parte mais difícil.
T54 C1 – Vamos lá gente, essa formalização aí. É só colocar que a reflexão é deixar o gráfico que estava nos quadrantes III e IV subir tudo para os quadrantes I e II.
T55 C2 – mas tem que fazer o gráfico e a reflexão, me da aqui pra eu fazer.</td><td>T58 D1 – Eu vou fazer o gráfico, as raízes da pra fazer de cabeça, mais ou menos 2 e o c é menos 4. Então vai ficar assim. E a reflexão assim.
T59 D2 – Bora para a formalização.
T60 D3 – Vamos.
T61 D2 – Reflexão do gráfico é pegar todas as partes do gráfico que estão embaixo e refletir para cima, sendo o eixo x como um espelho .</td><td>T62 E1 – Já fiz o gráfico aqui, agora a formalização vocês “faz”.
T63 E5 - Formalização, refletir a parte do gráfico que está embaixo, para cima, não havendo valor negativo para y.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Segmento 6(S6)</td><td colspan="5">T64 PA - Agora façam a IAr dessa atividade a leitura e interpretação é com vocês (Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por y = f(x) = 3x – 6 no plano cartesiano ao lado e outro gráfico com a reflexão das partes constantes nos quadrantes III e IV, de modo que a imagem da função seja positiva ou nula.)</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T65 A1– pensei que ia ser mais difícil.
T65 A2- já sabemos que o b é -6 então o gráfico vai cortar o y no -6.
T66 A1 – e no x vai passar pelo 2.
T67 A3 – fiz aqui substituindo x por 3 e o y deu 3. É fiz também por -1 e o y deu 9.
T68 A1- então o gráfico fica assim e a reflexão assim.</td><td>T69 B1– o gráfico passara pelo -6 no y, e no 2 no x. Assim.
T70 B2 – Então a reflexão ficará mais ou menos assim.</td><td>T71 C1 – Eu gosto de fazer pela tabelinha. Bora fazer x igual a -3,-2,-1,0,1,2,3. Eu vou fazer o -3 e -2, C2 -1 e 0; C3 faz 1,2 e 3; C4 faz o gráfico e C5 faz a reflexão.
T72 C1 – (-3,-15) e (-2,-12)
T73 C2 – (-1,-9) e (0,-6)
T74 C3 – (1,-3); (2,0) e (3 ,3)
T75 C4– gráfico pronto.</td><td>T77 D1 – dá pra fazer os pontos do gráfico de cabeça. Fica assim. E a reflexão é só rebater pra cima.</td><td>T78 E4 – já fizemos professora.</td></tr>
</table>

			T76 C5 – reflexão pronta		

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

No Episódio 2 da UARC 02, a professora dá continuidade ao desenvolvimento dos conceitos de função modular e reflexão de gráficos no plano cartesiano, focando na reflexão de gráficos nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abcissas. A análise deste episódio também será feita sob a ótica da análise microgenética de Góes (2000) e da análise do discurso de Mortimer e Scott (2002).

Inicialmente nos turnos T01 – T10 que estão contidos no S1, notamos que a atividade possuía introdução e instruções claras, a professora (PA) inicia com um incentivo positivo, recapitulando os conhecimentos adquiridos com a atividade anterior, fazendo com que os alunos se sintam mais confiantes e encorajados, que torna um ambiente mais propício para a aprendizagem.

Ressaltamos que a professora fornece um retorno quando percebe que os alunos não estão seguindo corretamente a instrução (T04). A repetição e correção de erros são fundamentais na análise Microgenética, pois mostram como o aprendizado ocorre em pequenos passos.

Ainda analisando os discursos do S1, observa-se que a PA promove uma participação ativa dos alunos, incentivando a comunicação e a expressão de ideias. Logo no início, no T01, na tentativa de desmistificar o conteúdo a professora tenta reduzir a ansiedade dos alunos e tornar o conteúdo mais acessível, quando afirma que a atividade “não é nada de outro mundo”.

No S2, nos turnos T11 a T18 a professora intervém para esclarecer as instruções, usando uma analogia (espelho) para facilitar a compreensão. E encoraja e oferece suporte contínuo aos alunos, como evidenciado pelos constantes momentos de verificação (T13, T18) refletem uma abordagem interativa, promovendo um ambiente de aprendizagem colaborativo.

A observação dos alunos (como a simetria dos pontos) mostra um progresso na internalização dos conceitos, onde a professora usa perguntas direcionadas para levar os alunos a refletirem sobre o que observaram e reforçarem o entendimento de simetria e reflexão no plano cartesiano (T30, T35). Foi possível notar uma evolução das respostas dos alunos**,** pois inicialmente, os alunos faziam observações básicas sobre a reflexão (T29 A2, T31 B3, T29 C2). Com a orientação da professora, suas respostas se tornam mais detalhadas e precisas (T49 A2, T50 A1, T61 D2, T63 E5).

Analisando o Ep02, notamos que nos segmentos 3 ao 6, nos grupos A e E**,** os alunos colaboram entre si, discutem suas observações e constroem conhecimento conjunto sobre a reflexão dos gráficos. Observando sob a ótica de Mortimer e Scott (2002), o discurso continua dialógico, com a professora incentivando os alunos a explicarem suas observações e formalizarem suas conclusões. A interação de questionamento e explicação promove uma reflexão mais profunda e compreensão dos conceitos discutidos que levou a uma construção coletiva do entendimento sobre a simetria de gráficos.

Analisando as interações sob a ótica da análise microgenética de Goés (2000), nos turnos T19 a T28, ocorre a construção de sentidos, onde a professora orienta os alunos a observarem e refletirem sobre as mudanças nos gráficos, promovendo a construção de sentidos através da observação e análise crítica.

Os alunos começam a usar termos como "simétricos" para descrever suas observações, mostrando uma internalização do vocabulário matemático (T32, T34), assim conseguiram fazer uma relação da simetria com a reflexão.

Assim, podemos identificar interações discursivas e colaboração, diante da troca de falas entre alunos e professor (T34 B3, T50 A1, T56 B2) mostra como o conhecimento é (re)construído através do diálogo, com os alunos construindo sobre as contribuições uns dos outros.

Ressaltamos ainda a importância do retorno as falas dos alunos ou até mesmo de um reforço, ou seja, a professora reforçou as observações corretas dos alunos (T35 PA) e fornece feedback positivo (T38 PA) para incentivar o engajamento e a participação, tivemos variações de padrões de interação, mas predominou a I-R-F-R-F, de acordo com Mortimer e Scott (2002).

Com isso, a análise microgenética de Goés (2000) foca nas pequenas interações que contribuem para o desenvolvimento conceitual dos alunos. A professora (PA) desempenha um papel crucial ao fornecer instruções claras, corrigir erros e incentivar a participação ativa dos alunos. As intervenções constantes e a solicitação de feedback demonstram um processo contínuo de aprimoramento e construção de conhecimento.

Por outro lado, a análise do discurso de Mortimer e Sott (2002) enfatiza a importância da linguagem e das interações sociais na construção do conhecimento. A professora usa estratégias discursivas como a analogia do espelho para tornar conceitos abstratos mais concretos e compreensíveis. Além disso, a distribuição da palavra e o encorajamento à participação ativa promovem um ambiente de aprendizagem colaborativo, onde os alunos se sentem seguros para expressar suas ideias e dúvidas.

Ambas as abordagens mostram como o ensino efetivo envolve não apenas a transmissão de informações, mas também a mediação ativa e a construção coletiva do conhecimento. A professora não apenas entrega o conteúdo, mas também orienta os alunos através de perguntas direcionadas, feedbacks e analogias que facilitam a compreensão e a internalização dos conceitos.

6.2.3 Transcrição e Análise da Aplicação da UARC 3

Nessa etapa os estudantes já estavam bem avançados e participativos, as intervenções da professora foram bem menos que nas anteriores, os alunos estavam ansiosos para mostrar que estavam aprendendo.

Quadro 22 - Episódio 03 / UARC 03

<table>
<tr><td></td><td colspan="5">Episódio 3 - Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual - UARC 03</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Segmento 1(S1)</td><td colspan="5">T01PA- Estou super animada com o desempenho de vocês, parabéns a cada um dos que estão participando, e quem ainda não conseguir participar, agora é a hora, vamos para a nossa terceira atividade.
T04PA- Pois vamos lá, vocês estão lembrados que nas nossas aulas de oficinas vimos como construir gráficos utilizando coordenadas, incluindo o gráfico da função modular do tipo f(x)=|x|.
T09PA- Isso mesmo, o gráfico da função modular se assemelha a uma letra V. Nessa atividade que o título é: representação do módulo de funções e tem objetivo de aplicar o módulo ao gráfico de funções para obter funções com conjunto imagem composto por elementos positivos ou nulos.
T11PA- Na situação 01 vocês farão um esboço do gráfico da função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por
y = f(x) = x – 5. Olhem a tabela que coloquei para vocês, preencha-a observando a função dada.</td></tr>
<tr><td>Grupa A</td><td>Grupo B</td><td>Grupo C</td><td>Grupo D</td><td>Grupo E</td></tr>
<tr><td>T05 A1- Sim.
T08 A1- Sim, fica um V no gráfico.</td><td>T2 B2- Sim
T12 B1– Muito fácil, é só substituir o x na função, cada um desses valores.</td><td>T03 C3- bora
T07 C3- sim
T13- Bora C3 faz as contas aí pra nós.
T14 C3- Essa aí é muito fácil porque não tem ao quadrado.</td><td>T16 – Professora o D5 disse que agora vai falar,
T17 PA – Que ótimo D5, tô sentindo mesmo sua falta.</td><td>T06 E3- Sim
T10 E3- Vishi, entendi foi nada.
T15 PA- Não desprezem os sinais aqui não! Deem uma ajeitada aqui.</td></tr>
</table>

Segmento 2(S2)	T18 PA- Na situação 02, vocês irão representar esse mesmo gráfico aqui de cima que vocês construíram de modo que haja reflexão do gráfico constantes nos III e IV quadrantes em relação ao eixo das abscissas ($\overleftrightarrow{OX}$). T19 PA – Pessoal, lembram dessa Ie 01 da atividade passada, vocês irão fazer a mesma coisa, só que o gráfico que farão a reflexão será esse aqui da situação 01.				
	Grupa A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
	T20 – Já fizemos professora. Veja se tá certo? T21PA – Tá certinho.	T22– Aqui professora! T23 – Tá ótimo é assim mesmo.	T26- Conseguiram pessoal? T28 – estamos fazendo professora, tá certo? T29 PA – está.	T17- Professora explica aqui novamente por favor. T18 - Vocês irão pegar esse gráfico aqui e fazer a reflexão dele, de modo que ele fique nos quadrantes I e II, vocês irão fazer semelhante a Ie 01 da atividade anterior.	T24 – Professora, olha aqui o nosso. T25 – Assim mesmo.
Segmento 3(S3)	T30 PA – Agora faremos a situação 03, aqui preciso que vocês entendam muito bem o que estão fazendo, façam a leitura comigo da situação 03: Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por |y| = |f(x)| = |x – 5|. Ou seja, vocês irão trabalhar com a mesma função anterior, mas me digam qual é a diferença desse função (y = f(x) = x – 5) para essa função aqui |y| = |f(x)| = |x – 5|. T32 PA – Isso mesmo A1, a primeira é uma função afim e a segunda é uma função modular. Façam os cálculos e construam o gráfico aí ao lado.				
	Grupa A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
	T31 A1 – A segunda tá toda dentro de módulo professora. T33 PA - Estão encaminhados aqui? T34 A1– Sim. Depois vamos mostrar pra senhora pra ver se está certo.	T35 PA – Conseguiram? T36 B2– Professora só diz aqui se essa primeira é 13. T37 PA– é sim. T38 B2– Ah, então a gente desenrola aqui.	T39 PA – Conseguiram pessoal? Estão com alguma dúvida? T40 C3– Olha essa aqui professora. T41 PA– Bom, percebi que vocês aplicaram módulo somente no -5, mas o módulo é em toda a função. Então -8 com -5 é igual a -13. E qual é o módulo de -13? T42 C3– 13 T43 PA – Isso mesmo. Façam as demais. Lembrem-se. O módulo está em toda a função.	T44 PA – E aí galera, conseguiram? T45 – Professora acho que “tamu” fazendo certo. T46 – isso mesmo, depois joga todos esses resultados nesse plano cartesiano. Me dizem uma coisa. Uma função modular de uma função afim gera um gráfico que se assemelha ao formato de quê? T47 – de um V professora, essa foi muito fácil.	T48 PA – e aí pessoal? Conseguiram? T49 E4 – Professora já fizemos quase todas. T50 – Certo, depois organizem os pares ordenados no plano cartesiano.

Segmento 4(S4)	T51 - Agora vamos para a Ie 01, aqui vocês irão conversar entre si e escrever que comparações podem ser estabelecidas entre as situações 1 e 2? situações 1 e 3? E situações 2 e 3?. E depois escreva que semelhanças podemos observar entre o conjunto imagem das funções representadas? vamos socializar aqui juntos. T53 – Certo, conforme trabalhamos nas oficinas o conjunto imagem se refere ao conjunto de todos os valores de saída (ou resultados) de uma função, lembraram? Podemos dizer também que é o conjunto de todos os valores que a função pode assumir “se serem” aplicados todos os elementos do seu domínio.				
	Grupa A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
	T52 – Professora relembra bem aí pra nós o que é imagem, é que as vezes eu troco com domínio. T54 – vamos gente, na letra a a gente vai escrever o quê? T55 – na letra a a situação 1 tem uma reta da função afim. Com valores negativos para os números do eixo y. a situação 2 mostra a reflexão que não permite que essa função tenha y negativos, ou seja, o eixo x é um limitador que refletiu tudo para cima. T56 – Na letra b é a mesma função só que na 3 em o módulo. Faz com que a reta da função afim se torne um V na função modular. T57 – na letra c mostra que a reflexão de uma função afim é o mesmo que colocar a função dentro de um módulo. Pois os gráficos ficaram idênticos.	T59 – Não é difícil é só a gente colocar o que aprendeu. (risos) T60 – situação 1 e 2, situação 1 uma reta, situação 2 o eixo x como se fosse um espelho e refletiu a reta transformando em um V. T61 - nas situações 1 e 3, é a mesma função só que a 3 tem o módulo que faz com que essa função seja refletida para cima. T62 – na situação 2 e 3 significa que os gráficos são iguais, ou seja, o modulo da função afim é igual a reflexão da mesma função afim sem o módulo. T63 - Na letra d pode escrever que na situação 2 e 3 não tem imagens negativas.	T64 – e aí o que nós vamos colocar? T65 – eu sei a da 2 e 3 que “derão” gráficos iguais. T66 – Nas situações 1 e 2 coloca que é a mesma função, só que o gráfico ficou refletido, sem números negativos. T67 – negativos do eixo y. porque se colocar só assim fica errado, porque esses do x permanecem negativos após a reflexão. T68 – Na 1 e 3 são funções diferentes, somente porque a 3 está dentro do módulo. T69 – a letra d diz que módulo é igual a reflexão e nas duas situações não tem imagens y negativas.	T70- situação 1 e 2. A dois é a Reflexão da 1 em relação ao eixo x. T71 – situação 2 e 3 significa que a reflexão é igual ao módulo, pois os gráficos ficaram iguais. T72– situação 1 e 3, função afim sem módulo gera uma reta, função afim com módulo gera um V. T73 – professora essa d é para detalhar cada situação? T74 PA– pode ser. T75– na situação 1 as imagens y vai de mais infinito a menos infinito. Na situação 2, as imagens vão de zero até o mais infinito. Na situação três é igual a dois.	T76 – vamos lá, a gente aprendeu (risos). T77 – situação 1 e 2 são iguais, mas na 2 é a reflexão da 1. T78 – na situação 1 e 3 são as funções iguais separadas por módulo, uma tem outra não tem. T79– Na situação 2 e 3 deram gráficos iguais, ou seja, a reflexão é igual ao módulo. T80 – As imagens da função são diferentes se estiver dentro do módulo. Igual na situação 1 que tinha imagem positivo negativos e o zero. Na situação 3 a imagem é só do zero para o positivo.

	T58 - Que a gente já coloca nessa letra d, que as imagens são iguais nas situações 2 e 3.				
Segmento 5(S5)	T81 PA- Vamos aproveitar que vocês finalizaram essa tarefa e vamos socializar um pouco. Um representante do grupo dirá a todos o que escreverem. O grupo A compartilha o que escreveram na letra a grupo B letra b, grupo C letra c, grupo D e E, letra d. T83 PA - Muito bem, grupo A, isso mesmo, são a mesma função e na segunda fizemos a reflexão em relação ao eixo das abscissas, isso fez com que na situação 2 não houvesse nenhuma parte do gráfico nos quadrantes III e IV. T184 - Vamos ao grupo B. T86 PA – Certo, resumiram bem, e é isso pessoal, na situação 3 temos uma função modular de uma função afim, que inclusive é a mesma da situação 1. T88 PA – Boa grupo C, nessas situações os gráficos são iguais, sendo que na situação 2 é uma função afim refletida em relação ao eixo das abscissas, e a situação 3 é a mesma função só que dentro do módulo. T89 PA – Vamos lá grupo D T91 PA – Muito bem, escreveram direitinho. T93 PA – Certo, vocês disseram que em uma função afim o conjunto imagem da $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, vai de]+∞, -∞[, já na função modular de uma função afim vai de [0, +∞[, igual a imagem da reflexão dessa função afim, tendo como referência o eixo x.				
	Grupa A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
	T82 - a situação 1 tem uma reta da função afim. Com valores negativos para os números do eixo y. situação 2 mostra a reflexão que não permite que essa função tenha y negativos, ou seja, o eixo x é um limitador que refletiu tudo para cima.	T85 - Nas situações 1 e 3, é a mesma função só que a 3 tem o módulo que faz com que essa função seja refletida para cima.	T87 – A comparação é que nas situações 2 e 3 "deram" gráficos iguais.	T90 - Na situação 1 as imagens y vai de mais infinito a menos infinito. Na situação 2, as imagens vão de zero até o mais infinito. Na situação três é igual a dois.	T92- As imagens da função são diferentes se estiver dentro do módulo. Igual na situação 1 que tinha imagem positivo negativos e o zero. Na situação 3 a imagem são só do zero para o positivo.
Segmento 6(S6)	T94 PA – Vamos agora para a Ir 01 que diz assim: esboce o gráfico das funções definidas de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, representadas abaixo e determine o conjunto imagem das funções: Na letra a temos a função **$y = f(x) = \|x + 3\|$**. E na letra b temos função: **$y = g(x) = \|x^2 - 9\|$**.				
	Grupa A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
	T95– Professora eu vou apagar aqui essa parte que era do gráfico sem o módulo. T119 PA – sim. Podem apagar.	T96- Já fizemos professora.	T97- terminamos.	T98 PA – Terminaram grupo D? T99 - Sim	T100 PA – Terminaram grupo D? T101 - Sim
Segmento 7(S7)	T102 PA – logo abaixo onde está escrito formalização intuitiva, escrevam os conhecimentos construídos nessa atividade, como que vocês chegaram nesses gráficos finais. T109 PA – Gostei muito das formalizações, vamos só finalizar organizando essas ideias de vocês.				

	T110 PA – Nas funções modulares do f(x)=|ax+b| e f(x)=|ax^2+bx+c| o gráfico não possui segmentos nos quadrantes III e IV do plano cartesiano. Isso ocorre porque a operação de módulo transforma qualquer valor negativo do resultado da função em seu valor positivo correspondente. Assim, qualquer parte da função original que estaria abaixo do eixo x (eixo das abscissas) é refletida para cima, fazendo com que o gráfico se mantenha completamente nos quadrantes I e II.				
	Grupa A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
	T103 – Numa função modular a parte do gráfico que fica nos quadrantes III e IV são refletidas para os “quadrantes I e II”.	T104 – seja qual seja a função, afim ou quadrática, quando colocadas dentro do módulo não deixam partes do gráfico para baixo.	T105– Os gráficos de funções modulares refletem os gráficos das funções afim e quadrática como se fossem um espelho, bem no eixo do x. T106 PA – refletem para cima, para os quadrantes I e II.	T107– Nas funções modulares afim o gráfico fica em V todo na parte de cima, pois o que estava em baixo se refletiu para cima. Nas funções quadráticas acontece a mesma coisa tudo é refletido para cima como referência o x.	T108 – O módulo faz com que a função fique só nos quadrantes I e II.
Segmento 8(S8)	T111 PA – Vamos para a IAr que tá escrita assim na letra a) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, representada no plano cartesiano abaixo: Faça um esboço do gráfico da função y = |f(x)| e determine o conjunto imagem dessa função. E na letra b) Faça um esboço do gráfico da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por y = f(x) = |2x – 5| e determine o conjunto imagem dessa função. T118 PA – Então, na função modular, devido ao módulo, qualquer parte do gráfico da função original que estaria abaixo do eixo x (onde os valores de f(x) seriam negativos) é refletida para cima. Isso significa que todas as ordenadas (y) do gráfico de f(x) são não-negativas, posicionando o gráfico inteiramente nos quadrantes I e II, onde y≥0.				
	Grupa A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E
	T112 – O conjunto imagem será sempre positivo ou zero.	T112- A imagem vai de zero até o mais infinito.	T114 – a imagem y será sempre positiva. T115– A imagem pode ser nula também.	T116 – A imagem será de zero até o infinito positivo.	T117 – O conjunto imagem está representado na segundo gráfico.

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

A seguir analisaremos a transcrição do episódio 3, sob a ótica da Análise do discurso de Mortimer e Scott (2002) que foca no desenvolvimento do entendimento conceitual dos alunos, considerando as interações e intervenções do professor. No segmento 1 a professora (PA) introduz a terceira atividade, revendo conceitos previamente discutidos, como a construção de gráficos de funções modulares.

Podemos destacar a interação e colaboração entre os alunos dos diferentes grupos (A, B, C, D, E) que demonstram entendimento prévio ("Sim", "Muito fácil") e iniciam a atividade, mostrando colaboração (T13 - "Bora C3 faz as contas aí pra nós").

As interações continuam presentes no decorrer da aplicação da atividade, destacamos que a professora oferece orientações sempre que realiza correções necessárias (T15 PA - "Não desprezem os sinais aqui não!").

Mortimer e Scott (2002) analisam como o discurso em sala de aula contribui para a construção do conhecimento. No S1, a professora está usando um discurso autoritativo, guiando os alunos (T09PA a T11PA). Ela introduz a atividade e reforça o conceito do gráfico em forma de "V" (T09PA).

No S2, a professora introduz a segunda situação, reforçando a reflexão do gráfico, revisa conceitos da atividade anterior e guia os alunos na aplicação do conhecimento (T19 PA). E finaliza o segmento com os alunos solicitando a validação dos seus gráficos e recebem feedback positivo da professora (T21PA - "Tá certinho"), o que de acordo com a análise do discurso, oferece o padrão I-R-A (iniciação da professora, resposta do aluno, avaliação da professora).

Neste segmento, a professora continua usando um discurso autoritativo, mas há momentos de discurso interativo quando os alunos pedem confirmação (T20, T22, T24). Isso ajuda a solidificar o entendimento coletivo.

A professora explica a diferença entre uma função afim e uma função modular no S3. Nesse segmento há também um momento de correção conceitual (T41 PA - "Vocês aplicaram módulo somente no -5, mas o módulo é em toda a função"), uma intervenção importantíssima. E ainda se verificou o progresso dos alunos e reforçando conceitos fundamentais (T44 PA - "E aí galera, conseguiram?").

Há uma mistura de discursos autoritativo e interativo, onde a professora explica conceitos e os alunos fazem perguntas (T39 PA a T44 PA). Este diálogo é crucial para a construção do conhecimento.

No segmento 4, a professora pede que os alunos comparem as diferentes situações, que facilitou uma análise mais profunda dos conceitos. Nesse segmento, é possível notar um discurso interativo, permitindo que os alunos discutam entre si e consolidem seu entendimento (T51 PA a T73 PA). Os grupos discutem e refletem sobre as semelhanças e diferenças entre as situações, consolidando o entendimento (T63 - "Na situação 2 e 3 significa que os gráficos são iguais").

Os grupos compartilham suas respostas, promovendo uma aprendizagem colaborativa e coletiva, descritas no S5, demonstrando um discurso predominantemente interativo, com a professora facilitando a troca de ideias entre os grupos e confirmando respostas corretas (T83 PA a T93 PA), a professora oferece feedback e valida o entendimento dos alunos (T83 PA - "Muito bem, grupo A").

No segmento 6 a professora pede que os alunos escrevam as formalizações intuitivas, incentivando a reflexão sobre o processo de aprendizagem, para finalizar a professora resume as conclusões principais, reforçando o entendimento dos conceitos de funções modulares.

Os alunos formalizam seus conhecimentos no S7, e mostram uma compreensão mais madura dos conceitos discutidos (T103). Nesse segmento é possível notar um equilíbrio entre discursos autoritativo e interativo. A professora guia a formalização (T102 PA a T110 PA), mas permite que os alunos expliquem suas compreensões (T103 a T108).

No último segmento (S8) do Ep03, os alunos aplicam o conhecimento em novos problemas (T111 PA a T117 PA), mostrando uma capacidade de transferência de conceitos aprendidos anteriormente, (T112) que demonstra compreensão clara do efeito do módulo na função.

Por fim, a análise dos segmentos contidos no Ep03 revela um processo de ensino-aprendizagem dinâmico e interativo, onde a professora utiliza estratégias de mediação e feedback contínuo para promover a construção do conhecimento.

A abordagem de Mortimer e Scott, focada no desenvolvimento conceitual ao longo do tempo, é complementada pela análise do discurso de Góes, que destaca a importância da linguagem e da interação no processo educativo. Essas metodologias juntas promovem um ambiente de aprendizagem colaborativo e reflexivo, essencial para a compreensão profunda dos conceitos matemáticos.

6.2.4 Análise da Avaliação Aplicativa

Após a aplicação das UARC’s, os alunos foram desafiados a responder a Avaliação Aplicativa, com o intuito de avaliar os conhecimentos adquiridos durante a sequência didática. Para essa etapa de avaliação da sequência didática em questão, todos os alunos receberam a atividade impressa contendo cinco questões relacionadas ao tema abordado na sequência didática. O quadro a seguir estão os resultados alcançados.

Quadro 23 - Rendimento dos Alunos

		Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Aproveitamento	Aproveitamento do grupo
Grupo A	A1	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	100%	84%
	A2	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	100%	
	A3	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	100%	
	A4	PARCIAL	PARCIAL	CERTA	PARCIAL	PARCIAL	60%	
	A5	PARCIAL	CERTA	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	60%	
	A6	CERTA	PARCIAL	ERRADA	ERRADA	ERRADA	30%	
	A7	FALTOU						
Grupo B	B1	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	100%	78%
	B2	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	100%	
	B3	PARCIAL	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	90%	
	B4	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	50%	
	B5	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	50%	
	B6	FALTOU						
	B7	FALTOU						
Grupo C	C1	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	100%	74%
	C2	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	PARCIAL	100%	
	C3	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	PARCIAL	90%	
	C4	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	ERRADA	ERRADA	30%	
	C5	CERTA	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	ERRADA	50%	
	C6	ERRADA	PARCIAL	BRANCO	ERRADA	ERRADA	10%	
Grupo D	D1	CERTA	CERTA	CERTA	PARCIAL	PARCIAL	80%	60%
	D2	CERTA	CERTA	CERTA	PARCIAL	PARCIAL	80%	
	D3	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	PARCIAL	90%	
	D4	PARCIAL	CERTA	BRANCO	BRANCO	BRANCO	30%	
	D5	PARCIAL	PARCIAL	BRANCO	BRANCO	BRANCO	20%	
	D6	ERRADA	PARCIAL	BRANCO	BRANCO	BRANCO	10%	
Grupo E	E1	CERTA	PARCIAL	CERTA	PARCIAL	PARCIAL	70%	52%
	E2	CERTA	CERTA	CERTA	CERTA	PARCIAL	90%	
	E3	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	50%	
	E4	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	PARCIAL	50%	
	E5	FALTOU					0%	
	E6	FALTOU					0%	

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

A análise dos dados da avaliação aplicada disposta no quadro acima, demonstra diversos aspectos positivos e negativos, além de áreas que necessitam de melhorias. No **Grupo A**, os alunos A1, A2 e A3 obtiveram um aproveitamento de 100%, demonstrando uma compreensão sólida dos conteúdos. Entretanto, A4 e A5 apresentaram um aproveitamento de 60%, o que indica dificuldades em algumas questões, e A6 teve um desempenho fraco, com apenas 30% de aproveitamento. A ausência de A7 na avaliação impactou negativamente o aproveitamento do grupo. Houve participação da maioria, mas é necessário reforçar os conteúdos para aqueles com aproveitamento parcial e fraco, além de incentivar a presença nas avaliações. O aproveitamento do grupo foi de 84%.

No **Grupo B**, os alunos B1 e B2 atingiram 100% de aproveitamento, enquanto B3 teve um bom desempenho com 90%. No entanto, B4 e B5 apresentaram um aproveitamento de 50%, demonstrando que os conhecimentos foram absorvidos de forma parcial, e B6 e B7 faltaram à avaliação. Possivelmente os resultados seriam melhores se os participantes com baixo rendimento, houvesse participado mais das atividades, pois ficaram boa parte das aulas somente como ouvintes. O aproveitamento do grupo foi de 78%.

Para o **Grupo C**, os alunos C1 e C2 alcançaram 100% de aproveitamento, e C3 obteve 90%. C4 e C5 tiveram um desempenho moderado, necessitando de suporte adicional, enquanto C6 teve um desempenho muito fraco, com apenas 10%. Todos os alunos participaram da avaliação, mas há necessidade compreender os motivos do desempenho ruim. O aproveitamento do grupo foi de 74%.

No **Grupo D**, D1 e D2 apresentaram um bom aproveitamento de 80%, e D3 teve 90%. No entanto, D4, D5 e D6 mostraram um desempenho muito fraco, com várias questões em branco e erros. A participação foi completa, mas é crucial oferecer intervenções específicas para alunos com desempenho fraco e reforçar a importância de responder todas as questões. O aproveitamento do grupo foi de 60%.

Finalmente, no **Grupo E**, E2 teve um bom desempenho com 90%, enquanto E1 apresentou um desempenho moderado de 70%. E3 e E4 tiveram um aproveitamento de 50%, ou seja, absorveram parcialmente os conhecimentos da sequência didática, e E5 faltou à avaliação, resultando em uma baixa participação. É essencial incentivar a participação nas avaliações e oferecer reforço e acompanhamento para alunos com desempenho moderado e baixo. O aproveitamento do grupo foi de 52%.

Em conclusão, muitos alunos atingiram 100% de aproveitamento, indicando uma boa compreensão do conteúdo ministrado na sequência didática apresentada.

No entanto, há grupos com desempenho geral abaixo do esperado, além de alunos que faltaram no dia das avaliações. Com isso percebemos que diversos alunos apresentaram dificuldades na compreensão das atividades trabalhadas, com aproveitamento parcial ou fraco.

6.2.5 Relações das UARCs com a Teoria das Situações Didáticas, Análise Microgenética e análise do discurso

Nesse tópico serão apresentadas as relações de cada atividade aplicada com a Teoria das Situações didáticas e a importância desse sistema didático que incentiva a criação de ideias, que permite que os alunos pensem e construam conhecimentos, além de relacionar com a Análise do discurso e da Microgenética.

6.2.5.1 TSD e Integrações com Demais Teorias na UARC 1

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) e seu “triângulo do saber” (composto pelo aluno, o professor e o saber), podemos analisar como cada conceito se conecta nas interações entre a professora e os alunos , e como as análises de Góes e Mortimer e Scott destacam os papéis de cada elemento no processo de construção do conhecimento.

Em relação ao aluno, foi observado que na TSD, o aluno é ativo e participa da situação didática. Na análise microgenética, os alunos constroem significados ao interagir com o conteúdo, respondendo aos questionamentos e feedbacks da professora. Por exemplo, ao identificar pontos simétricos e reflexões sobre regiões, eles internalizam o conceito de simetria de forma progressiva. A análise de discurso mostra como o aluno vai de respostas hesitantes a respostas mais articuladas, representando um processo de apropriação do saber.

Em relação ao professor, notou-se que a professora desempenha o papel de mediadora do conhecimento, direcionando o aprendizado com um equilíbrio entre discurso autoritativo (apresentação de conceitos) e dialógico (incentivo à expressão dos alunos). Esse equilíbrio é parte essencial do "contrato didático" da TSD, onde a professora guia a experiência sem fornecer respostas diretas, mas usando estratégias como a de visualização e a reformulação de respostas dos alunos para consolidar o entendimento.

Em relação ao saber apresentado na TSD, pode ser representado no conteúdo de simetria e reflexão no plano cartesiano, que é desvendado em camadas através dos segmentos (S1 a S9). A professora utilizou uma abordagem progressiva, onde as situações didáticas foram organizadas para que o aluno avance de conceitos básicos até a formalização. Os momentos de formulação e validação que também é um item da TSD aparecem quando os alunos apresentam suas observações e a professora as organiza em uma forma padronizada, unindo as construções individuais dos alunos em um entendimento coletivo.

Podemos destacar as integrações entre as teorias, onde a análise microgenética e de discurso aprofundam a visão da TSD, permitindo observar as interações em detalhes: a microgenética destaca as mudanças conceituais a partir de pequenos progressos, enquanto a análise do discurso mostra como o uso da linguagem e a alternância entre o discurso autoritativo e dialógico criar um ambiente de aprendizagem colaborativo. Dessa forma, o episódio exemplifica a teoria das situações didáticas ao proporcionar um espaço para aluno, professor e saber interagir continuamente para o desenvolvimento do conhecimento.

6.2.5.2 TSD e Integrações com Demais Teorias na UARC 2

No Episódio 2 da UARC 02, o "triângulo do saber" da Teoria das Situações Didáticas (TSD) nos ajuda a entender o papel da professora, dos alunos e do saber/conhecimento (função modular e reflexão no plano cartesiano) como elementos interativos e interdependentes na construção do aprendizado.

A professora assume o papel de mediadora do conhecimento, ajustando instruções e usando analogias como o "espelho" para tornar o conteúdo mais acessível. A interação direta para corrigir erros e a forma como usa feedback e incentivos mostra que ela adapta seu discurso entre autoritativo (introduzindo conceitos e corrigindo) e dialógico (convidando os alunos a explorarem e refletirem), conforme identificado na análise de Mortimer e Scott. Esse movimento reforça o contrato didático da TSD, no qual o professor orienta o aluno sem fornecer respostas diretas, mas com suporte ativo.

Os alunos participam, inicialmente com respostas mais básicas, que se tornam conforme a aula orientada e encorajadas a participação. Os segmentos de diálogo e colaboração entre os alunos, particularmente entre os grupos A e E, evidenciam o papel do aluno no TSD como um agente ativo na construção do próprio conhecimento. A análise microgenética ressalta como, em pequenos avanços, os alunos começam a utilizar vocabulário matemático (como "simétricos") e fazem observações sobre a reflexão, demonstrando uma apropriação gradual e significativa do conteúdo.

O saber/conteúdo sobre simetria e reflexão, condição no triângulo do saber, é explorado em várias camadas, desde a introdução e observação inicial até a formalização nas respostas dos alunos. A estrutura do Episódio 2 segue o ciclo da TSD, onde o saber é apresentado e explorado em um contexto de ensino ativo e dialogado. Esse conteúdo é formalizado conforme os alunos e a professora (re)constroem o conceito, com os alunos internalizando o vocabulário e as operações matemáticas.

Ambas as análises, microgenética e do discurso, revelam a TSD em ação, onde o processo de ensino vai além da transmissão de informações, valorizando o desenvolvimento de compreensão e a construção colaborativa do conhecimento.

6.2.5.3 TSD e Integrações com Demais Teorias na UARC 3

Analisando o episódio 3 com foco na teoria das situações didáticas foi possível notar a importância do papel da professora, que realizou uma introdução eficiente e mediações incisivas, a professora iniciou a terceira atividade revisando conceitos prévios, como a construção de gráficos de funções modulares (S1). Seu discurso autoritativo é evidente ao guiar os alunos e reforçar o conceito/saber do gráfico em forma de "V" (T09PA). Além disso a professora contribui com intervenções e correções sempre orientando os alunos e fornecendo feedback sempre que necessário.

Em relação aos alunos, demonstraram entendimento prévio e colaboraram entre si ao longo da atividade, os alunos fizeram perguntas e solicitaram confirmações, o que gerou um diálogo importante para a construção do conhecimento. Além disso podemos destacar que os alunos formalizaram suas compreensões, mostrando uma evolução em seu entendimento e capacidade de aplicar conceitos em novos contextos.

Para o saber/conteúdo destacamos que a atividade se baseou em conhecimentos prévios sobre gráficos de funções, preparando os alunos para a nova aprendizagem. os alunos comparam diferentes situações, promovendo uma análise mais profunda dos conceitos e consolidando seu entendimento.

Assim a análise do episódio 3 sob a perspectiva do triângulo didático revela um processo de ensino-aprendizagem dinâmico e interativo. A mediação eficaz da professora, a colaboração entre os alunos e a construção conjunta do saber promovem um ambiente de aprendizagem reflexivo e significativo. A abordagem integrada da TSD e da Análise do Discurso de Mortimer e Scott contribui para uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, essencial para a formação dos alunos.

6.2.6 Síntese das análises da aplicação da Sequência Didática

A sequência didática foi aplicada para 32 alunos distribuídos em 5 grupos, que foram levados a construir conceitos e conhecimentos sobre Função Modular, com o auxílio de três UARC’s sendo que a primeira objetivava efetuar reflexão de pontos situados nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas a partir de suas coordenadas e representações no plano cartesiano

A segunda UARC buscava obter a reflexão de gráficos de funções representadas nos quadrantes III e IV em relação ao eixo das abscissas. E a terceira UARC tinha o intuito de aplicar o módulo ao gráfico de funções para obter funções com conjunto imagem composto por elementos positivos ou nulos.

Ao final das aplicações os alunos realizaram uma avaliação para analisar o desempenho individual dos estudantes, nessa etapa da pesquisa, somente 27 alunos participaram, os demais não compareceram no dia da avaliação aplicativa.

O quadro a seguir apresenta o rendimento dos alunos por questão na avaliação aplicativa.

Quadro 24 - Rendimento dos alunos por questão

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
CERTA	15	15	15	11	7
ERRADA	2	0	1	3	4
PARCIAL	10	12	7	10	13
BRANCO	0	0	4	3	3
FALTOSOS	5 ALUNOS				
TOTAL	32 ALUNOS				

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Observamos que as questões 1, 2 e 3 tiveram um mesmo percentual de acertos de 55,6%, sendo as questões com melhores desempenho, o que demonstra que a maioria dos alunos conseguiram absorver a ideia de reflexão.

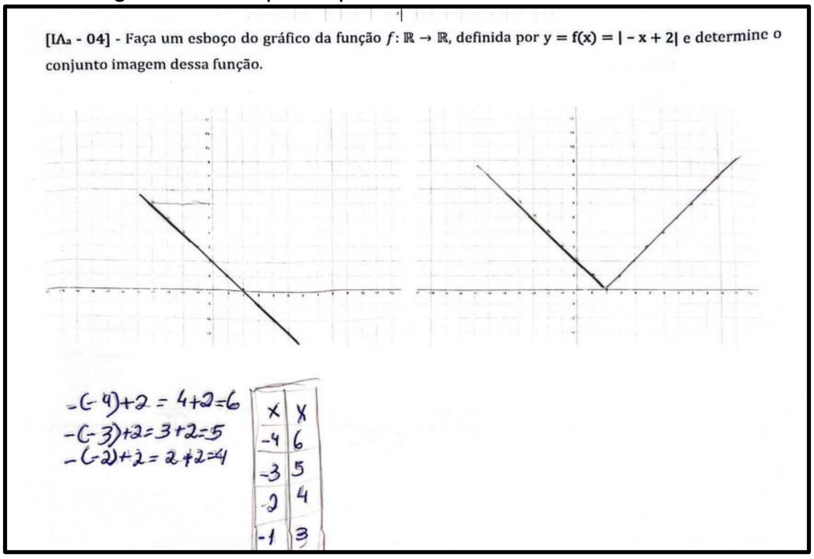
A questão 4 apresentou desempenho moderado, com 40,7%, já na questão 5 obteve um percentual de acertos de apenas 25,9%. É possível notar que as questões 4 e 5 exigiam um pouco mais de atenção, e a maioria dos estudantes não tiveram atenção na leitura, e responderam a questão de forma incompleta.

Sendo assim, observamos que a partir dos resultados apresentados as questões 1, 2 e 3 foram as que tiveram o melhor desempenho entre os alunos, com 55,6% de acertos, sabem o que é a reflexão, sabem fazer a aplicação do que é refletir. A Questão 4 teve um desempenho moderado com 40,7% de acertos, enquanto a Questão 5 apresentou o pior desempenho, com apenas 25,9% de acertos e uma alta incidência de respostas parciais (48,1%). Isso indica que a Questão 5 foi a mais difícil para os alunos, pois exigia compreensão total das UARC’s apresentadas, somados aos conhecimentos trabalhados nas oficinas.

Essa análise detalhada ajuda a identificar com uma visão geral e individual dos estudantes, e contribui para traçar possíveis fragilidades que contribuíram para o baixo rendimento dos estudantes, além de valorizar os resultados positivos e o esforço dos alunos que se destacaram.

Uma fragilidade encontrada se refere à disposição das questões das atividades, que por falta de atenção dos estudantes, alguns estudantes responderam as questões pela metade conforme indica a figura abaixo:

Figura 13: Resposta parcialmente correta do Aluno C3



Fonte: Elaborado pela autora (2024)

É percebido que o aluno não se atentou ao comando e respondeu parcialmente à questão, se esquecendo de determinar o conjunto imagem dessa função.

No entanto, podemos destacar que uma sequência didática bem planejada oferece várias potencialidades que podem enriquecer o processo de ensino-aprendizagem. Primeiramente, a estruturação e organização do conteúdo permitem que os tópicos sejam apresentados por etapas. Esse tipo de abordagem facilita a compreensão e assimilação por parte dos estudantes, pois eles conseguem perceber as conexões entre os conceitos e seguir um caminho de aprendizado mais significativo.

A sequência didática apresentada, buscou trabalhar o conteúdo de função modular de forma estruturada e organizada, a fim de garantir maior aproveitamento no desempenho dos alunos. Além disso, as atividades propostas foram trabalhadas de forma interativas aumentando o engajamento e a motivação dos alunos. Elementos como discussões em grupo, feedback da professora imediato após as dúvidas, intervenções quando necessárias para manter o interesse e o foco dos estudantes ao longo do processo são de extrema importância para se obter resultados satisfatório e tornar as aulas mais dinâmicas e estimulantes.

Outra grande potencialidade é o desenvolvimento de habilidades cognitivas, uma sequência didática bem elaboradas promove não apenas a memorização de conteúdo, mas também a (re)construção de conhecimento e análise crítica. Ao serem desafiados com questões graduais os alunos são incentivados a aplicar o conhecimento adquirido em etapas de forma mais eficiente, com isso desenvolve um raciocínio mais autônomo e reflexivo.

Por fim, a sequência didática apresentada permitiu um feedback importante para o ensino e aprendizagem sobre Função modular, pois foi possível notar potencialidades na sequencia didática trabalhada, uma vez que 7 estudantes tiveram aproveitamento de 100% e mais 6 alunos com aproveitamento de 80% ou mais, e num resultado geral a turma obteve 66% de aproveitamento.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O propósito desta pesquisa foi responder à pergunta central destacada, por meio da identificação das potencialidades de uma sequência didática voltada para o ensino da Função Modular, estruturada conforme as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARCs), através da análise dos registros de sua aplicação e da avaliação dos resultados fundamentados na abordagem microgenética e na análise do discurso.

Destacamos a importância da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1998) que tem como base para compreender as relações estabelecidas no triângulo didático (professor–aluno–saber), no qual possui como foco principal do estudo a situação didática, que potencializa as interações dessa tríade.

Assim, essa teoria reconhece que tanto professores quanto alunos são partes essenciais do processo de ensino-aprendizagem, assim como o ambiente que está presente nas situações didáticas, sempre que houver uma intenção clara do professor em proporcionar ao aluno a aquisição de conhecimentos através da sequência didática.

Por essa razão, a TSD nos forneceu uma base teórica para a apresentação do conteúdo de Função Modular por meio da sequência didática planejada e enriqueceu nossa proposta pedagógica e plano didático com uma estratégia que ajuda o aluno a se tornar protagonista na construção do seu próprio conhecimento matemático.

Adicionalmente, discorremos sobre os aspectos relacionados à sequência didática, os quais nos permitiram compreender sua definição, baseada nos ensinamentos de Zabala (1999) que nos proporcionou suporte ao processo de planejamento para a ação docente e estruturação do conteúdo matemático de maneira mais fluida e natural focada na aprendizagem do aluno.

Destacamos também a utilização das concepções em torno da UARC’s que serviram como parâmetro de orientação na elaboração da sequência didática e possibilitou interações combinadas com as intervenções estruturantes sugeridas por Cabral (2017) com a análise do discurso e da microgenética.

Assim as abordagens da Análise Microgenética e da Análise do Discurso, conforme Goés (2000) e Mortimer e Scott (2002), foram meios para fundamentar a validação dos esquemas de aprendizagem formados durante a implementação da sequência didática. A integração dessas perspectivas nos possibilitou destacar os indícios de aprendizagem de Função Modular após a aplicação da sequência didática abordado no capítulo seis.

A investigação procurou reunir informações para examinar as abordagens metodológicas e didáticas empregadas em várias pesquisas, com o objetivo de contribuir para a resposta à questão de pesquisa mencionada anteriormente. Foram analisadas diversas dissertações sobre o tema, categorizadas em estudos diagnósticos, experimentais e análises de livros didáticos. Adicionalmente, o estudo incluiu a avaliação de alguns livros didáticos, assim como a verificação da relação do objeto de pesquisa com os currículos adotados no país.

Percebemos que o livro didático desempenha um papel significativo no processo de ensino e aprendizagem, mas não deve ser o único recurso utilizado no planejamento e execução das aulas, uma vez que suas limitações não são suficientes para orientar completamente o trabalho docente. Portanto, é essencial que o professor conte com outros recursos didáticos para enriquecer, aprofundar e tornar mais dinâmicas suas aulas, buscando eficácia e evitando a restrição exclusiva ao uso do livro didático.

Esta pesquisa também explorou a visão dos professores sobre o ensino e aprendizagem de matemática entre os alunos da rede pública no estado do Pará. Adicionalmente, foram realizadas perguntas aos docentes sobre a compreensão dos estudantes em relação ao objeto matemático abordado. Para fortalecer ainda mais esse estudo, foram coletadas opiniões de ex-alunos do 1º ano do ensino médio, os quais responderam a questionamentos relacionados ao aprendizado de matemática e aos conhecimentos adquiridos sobre função modular. A coleta e análise dessas respostas desempenharam um papel crucial no desenvolvimento desta pesquisa

No decorrer da pesquisa, é possível notar que antes da aplicação da sequência didática, foi realizada um teste de conhecimento com a turma envolvida na pesquisa, para verificar as noções necessários para a aplicação das atividades, posteriormente foi trabalhado uma oficina matemática com objetivo de nivelar os alunos para estarem munidos de conhecimentos necessários para a aplicação da sequência didática.

Finalizando essa etapa, as UARC’s foram aplicadas em dois dias para 32 alunos, estudantes do 1º ano do ensino médio, o terceiro dia foi destinado a aplicação da avaliação aplicativa para avaliar o desempenho dos estudantes diante da sequência aplicada.

Uma observação importante após a aplicação da sequência didática é que a composição do grupo de alunos não deve ser aleatória. Recomendamos que, se o aplicador da sequência for o professor da turma, ele considere as variáveis de habilidade e competência matemática dos alunos. Isso ajudará a potencializar o ensino e a aprendizagem por meio da sequência didática. Portanto, é ideal (re)distribuir pelo menos um aluno com boa habilidade matemática em cada grupo.

Esse trabalho permitiu visualizar a importância da prática da teoria das situações didáticas na sala de aula, a compreensão do sistema didático da tríade professor, aluno e saber; que contribuem desde o planejamento das aulas para promover uma compreensão mais profunda dos conceitos, em vez de uma mera memorização, com foco no processo de aprendizagem.

A TSD ofereceu para minha pesquisa uma estrutura clara para analisar as relações entre os três elementos do triângulo didático, que permite que professores ajustem suas abordagens, garantindo que as interações sejam produtivas e que os alunos realmente se apropriem do conhecimento. Que proporcionem ambientes colaborativos, trabalhos em grupos para compartilharem conhecimentos, discutir ideias e construir entendimentos coletivos.

A pesquisa possibilita fortalecer a conexão entre o objeto matemático e minhas práticas pedagógicas. Suas contribuições vão além de estimular a reflexão sobre nossa atuação profissional; transcendem os conhecimentos teóricos. Ela proporciona uma ampliação nas ferramentas didáticas, permitindo uma visão mais abrangente e focada na aprendizagem da Função Modular. Em outras palavras, essa pesquisa gerou uma proposta pedagógica que aborda o conteúdo de maneira diferente das abordagens tradicionais, além de auxiliar e aprimorar as interações dialógicas com nossos alunos.

Em relação à minha formação continuada, é possível destacar avanços significativos. A consolidação e o aprofundamento do objeto matemático estudado permitem expandir a prática docente realizada na pesquisa para outros conteúdos matemáticos abordados em sala de aula.

A compreensão dos aportes metodológicos discutidos transcendeu o plano teórico e se concretizou na prática, estabelecendo uma estruturação de Unidades Articuladas de ReConstrução Conceitual (UARCs) voltadas para um resultado final de aprendizagem efetiva. Assim, é possível afirmar que essa investigação ampliou minha formação docente no ensino de Função Modular e também em outros conteúdos matemáticos.

Portanto, este estudo busca fornece uma contribuição aos professores do ensino médio, reconhecendo as potencialidades que uma sequência didática pode oferecer para o ensino de função modular.

Por fim, ressaltamos que dos resultados decorrentes da pesquisa resultaram um Produto Educacional intitulado - Ensino de Função Modular via Sequência Didática - sob a autoria de Fernanda Vieira de Sousa e Miguel Chaquiam. Nesse produto, professores e alunos irão se deparar com uma perspectiva didática diferenciada que explora conceitos importantes, para o ensino de Função Modular, numa abordagem teórica e prática. por meio de sequência didática.

8. REFERENCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ARAÚJO, Leandro Shigueo; HENRIQUES, Stefania Montes. A linguagem da moral: performatividade e prescritividade. **Acta Scientiarum. Human and Social Sciences**, v. 35, n. 2, p. 221-227, 2013.

BARBOSA, Gerson Silva. Teoria das situações didáticas e suas influências na sala de aula. **VI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 6, 2016.

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Matemática Completa 1º ano.** 4º edição. São Paulo: FTD, 2016.

BRITO MENEZES, Anna Paula de Avelar. **Contrato Didático e Transposição Didática:** Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6º Série do Ensino Fundamental. Tese. (Doutorado em Educação). Recife - UFPE, 2006

BROUSSEAU, Guy. Didática e Teoria das Situações Didáticas em Matemática. **Tradução de Maria José Ferreira da Silva e Saddo Ag Almouloud. São Paulo: PUC**, 2006.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas: estruturação e elaboração**. Belém: SBEM-PA, 2017.

CAVALCANTE, Leila Pacheco Ferreira; MELLO, Maria Aparecida. Avaliação da aprendizagem no ensino de graduação em saúde: concepções, intencionalidades, reflexões (). **Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior (Campinas)**, v. 20, n. 2, p. 423-442, 2015.

COSTA, Amara Silva et al. **A Importância Do Ensino Da História Da Matemática Para A Aprendizagem De Saberes Matemáticos**. 2021.

COSTA JÚNIOR, José Américo Trindade. **Função Modular: Ensino por Sequências Didáticas.** Belém: UEPA, 2019.

Dante, Luiz Roberto. **Matemática, contexto e aplicações: 1º ano Ensino Médio**. 3ª edição. São Paulo. Editora Ática, 2013.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contexto: função afim e função quadrática**. 1ª edição. São Paulo. Editora Ática, 2020.

Eves, Howard. **Introdução à História da Matemática.** Traduzido por Hygino. H. Domingues. 5ª edição, São Paulo: Editora da UNICAMP, 2011.

FLEURI, Reinaldo M. **Educar para quê?: contra o autoritarismo da relação pedagógica na escola**. São Paulo: Cortez; Uberlândia, MG: Editora da Universidade Federal de Uberlândia, 1990.

FLYNN, J. R. (2006a). **O Efeito Flynn: repensando a inteligência e aquilo que a afeta**. Em C. FloresMendoza, & R. Colom (Orgs.). Introdução à psicologia das diferenças individuais (p. 387-411). Porto Alegre: Artmed.

FONSÊCA, Patrícia Nunes da et al. Escala de Hábitos de Estudo: evidências de validade de construto. **Avaliação Psicológica: Interamerican Journal of Psychological Assessment**, v. 12, n. 1, p. 71-79, 2013.

FRIENDLANDER, Alex; HADAS, Nurit**. Ensinado valor absoluto numa abordagem em espiral**. In: DOMINGUES, Hygino H. (tradutor). As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. Cap. 29, p. 244-254.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetas de pesquisa**. 4. ed. - São Paulo: Atlas, 2002 .

GRANOTT, N. (1998). **Pesquisa em microdesenvolvimento: Desafios metodológicos e aplicações para estudar aprendizagem e desenvolvimento.** Mente, Cultura e Atividade, 5(3), 646-671.

GODOY, Elenilton**. As representações dos internautas em relação à matemática, quando eles não gostam dela**. Zetetike, v. 18, n. 2, 2010. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646687 acesso dia 03/10/2023 as 10:13

GOÉS, Maria Cecília Rafael de**. A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade**. v. 20, Campinas: Cadernos Cedes, 2000. Disponível em: Acesso em: 02 de nov. 2022.

IEZZI, Gelson; Murakami, Carlos. **Fundamentos de matemática elementar, 1: conjuntos**, funções — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

JORDAN, B.; HENDERSON, A. **Análise de Interação: Fundamentos e Prática.** Jornal das Ciências e Aprendizagens. , 1995, 4(1), 39-103. doi:10.1207/s15327809jls0401_2

IMENES, Luiz Márcio. Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da Matemática. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 3, n. 6, p. 21-27, 1990.

LIMA, Juliana Miguel Paterno. A importância da sequência didática para a aprendizagem significativa da matemática. **Revista Artigos. Com**, v. 2, p. e829-e829, 2019.

MEIRA, Luciano. **Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva. Temas psicol.**, Ribeirão Preto , v. 2, n. 3, p. 59-71, dez. 1994 .Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-389X1994000300007&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 11 maio 2023.

MORTIMER, Eduardo Fleury. **Evolução do atomismo em sala de aula**: mudança de perfis conceituais. 1994. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994. Acesso em: 06 ago. 2023.

MORTIMER, Eduardo; SCOTT, Felipe. **Criação de significado em salas de aula de ciências secundáriasaa** . McGraw-Hill Education (Reino Unido), 2003. livro

MORTIMER. E. F.; SCOTT, P. H. **Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino**. Investigações em Ensino de Ciências. v. 7, n. 3, p. 283-306, 2002

NOGUEIRA JÚNIOR, Dárcio Costa. **Elaboração de uma sequência didática para a aprendizagem de valor absoluto e da função modular utilizando a organização curricular em rede**. 2008. Tese de Doutorado. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Belo Horizonte: PUCMG.

ORLANDI, Eni Pulcinelli . **Análise de Discurso. Princípios e Procedimentos**. 12ª edição. Campinas,SP: Pontes, 2015.

OLIVEIRA, M.M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: Uma análise da influência francesa. 3ª ed. Belo Horizonte - MG: Autêntica, 2011.

PEREIRA, F. D. **Tarefas Matemáticas com a Função Modular auxiliadas pelo aplicativo GeoGebra**. 2013. 108f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)- Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

POSSAMAI, Janaína Poffo; CARDOZO, Dionei; MENEGHELLI, Juliana. Concepções dos professores de matemática quanto a utilização de exercícios, situações contextualizadas e problemas. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 14, n. 31, p. 73-87, 2018.

RAMOS, Maria Luisa Perdigão Diz; CURI, Edda. ANÁLISE DE ERRO EM UMA QUESTÃO SOBRE FUNÇÃO: uma forma de desvendar as dificuldades dos alunos. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 4, n. 3, 2014.

RICARDO, José; MAFRA, Souza; DE SÁ, Pedro Franco. Abordagens na pesquisa em educação Matemática: algumas reflexões e perspectivas epistemológicas. **Revista Tempos e Espaços em Educação**, v. 13, n. 32, p. 55, 2020. Disponível em: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7641403 03/10/2023 as 10:12

IDEM, Rita de Cássia; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. Experimentação-com-Scratch no processo de resolução de problemas matemáticos e computacionais. INTERFACES DA EDUCAÇÃO, [S. l.], v. 13, n. 38, 2022. DOI: 10.26514/inter.v13i38.5586. Disponível em: https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/5586. Acesso em: 14 abril. 2024.

ROGOFF, B. (1998). **Cognição como processo colaborativo.** Em D. Kuhn & R. S. Siegler (Eds.), Handbook of Child Psychology (5ª ed., Vol. 2, pp. 679-744). Nova York: John Wiley & Sons.

SANTOS, F. O. P. D., de Fátima Batista Correia, M. ., & Bezerra, H. J. S. (2020). **Fala-Ação na Sala de Aula: Regulação Semiótica de Processos Cognitivos.** Psicologia: Teoria E Pesquisa, 36. https://doi.org/10.1590/0102.3772e3633 Acesso em 22/06/2024 as 19:15

SANTOS, Silvano Messias dos; ALMEIDA, Inês Maria Marques Zanforlin Pires de. Medo de Matemática e Trauma na Relação com o Aprender: uma leitura psicanalítica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 36, p. 1273-1292, 2022. https://www.scielo.br/j/bolema/a/7vQhs3s9MYBFVpJ7xLWTPyR/?lang=pt 07/10/2023 as 23:07

SANTOS, Andrea Priscila Luiz dos; DA SILVA VICENTE, Silmara Alexandra. **Função Modular: análise de livros didáticos segundo a teoria dos registros de representação semiótica**. Unicamp

SILVA, Walesca Autonamo da. **Função modular e tecnologia: uma proposta de inclusão do tema na BNCC do Ensino Médio**. Colégio Pedro II: Rio de Janeiro, 2022.

SOUZA, Helena Tavares de et al. **Um estudo com professores do Ensino Médio sobre Função Modular por meio de Resolução de Problemas utilizando o software GeoGebra como estratégia pedagógica**. 2013.

TAVARES, Helena; LUTAIF, Barbara. **Um estudo com função modular por meio de resolução de problemas**. 2013.

TATTO, Franciele; SCAPIN, Ivone José. Matemática: por que o nível elevado de rejeição?. **Revista de Ciências Humanas**, v. 5, n. 5, p. 57-70, 2004. Disponível em https://core.ac.uk/download/pdf/233900659.pdf acesso 03/10/2023 as 09:52

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 21, n. 1, p. 155–168, 2014. DOI: 10.20396/zet.v21i39.8646602. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646602. Acesso em: 7 jan. 2023.

THOMAZ, Tereza Cristina. NÃO GOSTAR DE MATEMÁTICA. **Cadernos de Educação**, n. 12, 1999. Disponível em: https://revistas.ufpel.edu.br/index.php/educacao/article/view/6277/5488 acesso: 03/10/2023 – 09:51

TOMIO, Daniela; SCHROEDER, Edson; ADRIANO, Graciele Alice Carvalho. A análise microgenética como método nas pesquisas em educação na abordagem histórico-cultural. **Rev. Reflex**, Santa Cruz do Sul , v. 25, n. 3, p. 28-48, dez. 2017. Disponível em <http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1982-99492017000300028&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 06 maio 2023. https://doi.org/10.17058/rea.v25i3.9525.

UGALDE, Maria Cecília Pereira; ROWEDER, Charlys. Sequência didática: uma proposta metodológica de ensino-aprendizagem. **Educitec-Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, v. 6, p. e99220-e99220, 2020.

VYGOTSKY, **Lev Semenovich. Mind in society**: the development of higher psychological processes. Cambridge: Harvard University Press, 1978.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa como ensinar.** Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Reimpressão 2010. Porto Alegre: Artmed, 1998.

9. ANEXOS

9.1 TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PROFESSORES

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

Eu, aceito participar da pesquisa citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido sobre o trabalho intitulado "Diagnóstico do processo de Ensino e Aprendizagem de FUNÇÃO MODULAR", sob a responsabilidade das professoras orientadoras Dra. Maria de Lourdes Silva Santos, Dra. Ana Kely Martins da Silva e Mestranda Fernanda Vieira de Sousa, vinculados ao programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UEPA. Estou ciente que esta pesquisa busca realizar um diagnóstico do ensino e aprendizagem de Função Modular a partir da opinião de professores de Matemática do Ensino Médio. Tenho clareza que minha colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização da investigação. Em nenhum momento serei identificado. Estou ciente que os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim minha identidade será preservada. Tenho clareza que os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica.

( ) Aceito participar

( ) Não aceito participar

9.2 TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO EGRESSOS

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

Eu,____, responsável por ____, autorizo-o (a) participar do questionário de pesquisa conteúdos relacionados ao ensino de Função Modular, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido sobre o trabalho intitulado "Uma proposta para o Ensino de FUNÇÃO MODULAR", sob a responsabilidade da mestranda Fernanda Vieira de Sousa e orientação do professor Dr. Miguel Chaquiam vinculados ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UEPA. Estou ciente que esta pesquisa busca identificar as percepções dos alunos do 2º ano do Ensino Médio quanto a aprendizagem de Função Modular. Tenho clareza que a colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização da investigação. Em nenhum momento serei identificado. Estou ciente que os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do meu responsabilizado será preservada. Tenho clareza que os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica.

10. APÊNDICES

10.1 PESQUISA PROFESSORES

Universidade do Estado do Pará
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Discente: Fernanda Vieira de Sousa
Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Questionário de pesquisa conteúdos relacionados ao ensino de função modular

Prezados (as) professores (as), Sou Fernanda Vieira de Sousa estudante do curso de Mestrado Profissional do ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, afim de gerar dados acerca dos docentes de matemática, com a finalidade de futuramente elaborar produtos educacionais que possam ajudar no ensino mais dinâmico de matemática na educação básica. Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir.

Ressalto que sua identificação será preservada. Espero contar com sua contribuição e, desde já, lhes agradeço.

QUESTÕES GERAIS

01. SEXO
( ) Masculino
( ) Feminino

02. FAIXA ETÁRIA

( ) 15-20 anos
( ) 21-25 anos
( ) 26-30 anos
( ) 31- 35 anos
( ) 36-40 anos
( ) 41-45 anos
( ) 46-50 anos
( ) 51-55 anos
( ) 56-60 anos
( ) 61-65 anos
( ) 66-70 anos

03 . ESCOLARIDADE: (INFORME A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA)
3.1.1 - ENSINO MÉDIO (CURSO)
Indique qual tipo de curso de ensino médio você cursou: magistério, técnico, ensino médio, ensino normal.

____

03.1.2 - Ano de conclusão do Ensino Médio

____

03.2.1 - Ensino Superior completo (curso)

____

03.2.2 - Instituição do ensino superior

____

03.2.3 - Ano de conclusão ensino superior

____

03.3.1 - ESPECIALIZAÇÃO (CURSO)
03.3.2 - Instituição da especialização

____

03.3.3 - Ano de conclusão da especialização

____

03.4.1 - MESTRADO (CURSO)
03.4.2 - Instituição do mestrado
____
03.4.3 - Ano de conclusão do mestrado
____
03.5.1 - DOUTORADO (CURSO)
03.5.2 - Instituição do doutorado
____
03.5.2 - Ano de conclusão do doutorado
____

04. Tempo de serviço como professor?

( ) Menos de um ano
( ) 1-5 anos
( ) 6-10 anos
( ) 11-15 anos
( ) 16-20 anos
( ) 21-25 anos
( ) 26-30 anos
( ) 31-35 anos
( ) mais de 35 anos

05. COMO VOCÊ COSTUMA INICIAR SUAS AULAS DE MATEMÁTICA?

( ) Pelo conceito seguido de exemplos e exercícios;
( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
( ) Com a criação de um modelo para situação e em seguida
( ) Analisando o modelo;
( ) Com jogos para depois sistematizar os conceitos;
( ) Outro: ________________________

06. DO QUE VOCÊ MAIS SENTE FALTA QUANDO MINISTRA SUAS AULAS DE MATEMÁTICA?

( ) Formação inicial sólida;
( ) Domínio de classe;
( ) Compreensão dos conceitos matemáticos;
( ) Formação continuada;
( ) Metodologias diferenciadas de ensino;
( ) Recursos didáticos e pedagógicos;
( ) Outro: ________________________________

07. VOCÊ SELECIONA OS CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA A PARTIR DE QUE? *Marque todas que se aplicam.*

( ) Livro didático;
( ) caderno de orientações da rede;
( ) Base nacional comum curricular – BNCC;
( ) Outro: _____________________________

08. QUAIS AS PRINCIPAIS FORMAS DE AVALIAÇÃO QUE VOCÊ COSTUMA APLICAR/UTILIZAR? (MARQUE MAIS DE UMA OPÇÃO, SE NECESSÁRIO)

( ) Prova oral;
( ) Prova escrita;
( ) Autoavaliação;
( ) Trabalhos em grupo ou individuais;
( ) Produções no caderno;
( ) Outro: ______________________________

09. PARA FIXAR O CONTEÚDO MINISTRADO, VOCÊ COSTUMA:

( ) Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;
( ) Apresentar jogos envolvendo o assunto;
( ) Mandar resolver os exercícios do livro didático;
( ) Não propor questões de fixação;
( ) Propõe a resolução de questões por meio de softwares
( ) Outro: ______________________________

10. A REDE DE ENSINO ONDE VOCÊ ATUA OFERECE FORMAÇÃO CONTINUADA?

( ) Não oferece
( ) Oferece raramente
( ) Oferece frequentemente
( ) Sempre

11. QUANDO A REDE DE ENSINO ONDE VOCÊ TRABALHA, OU AINDA OUTRAS * INSTITUIÇÕES, OFERTAM CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA VOCÊ:

( ) Não participa
( ) Participa raramente
( ) Participa frequentemente
( ) Sempre

12. VOCÊ CONSIDERA A MATEMÁTICA UMA DISCIPLINA DIFÍCIL DE SER ENSINADA ?

( ) Sim
( ) Não

13. SEUS ALUNOS GOSTAM DE MATEMÁTICA?

( ) Todos
( ) A maioria
( ) A minoria
( ) Nenhum

14. QUAIS AS MAIORES DIFICULDADES DOS SEUS ALUNOS NAS AULAS DE * MATEMÁTICA?

( ) Compreensão dos conceitos/ideias
( ) Compreensão das regras

( ) Resolução dos problemas
( ) Realizar cálculo
( ) Outro:___________________________

15. QUAL O BLOCO DE CONTEÚDOS DA MATEMÁTICA VOCÊ CONSIDERA MAIS IMPORTANTE NAS SUAS AULAS?

( ) Números
( ) Álgebra
( ) Geometria
( ) Grandezas e medidas
( ) Probabilidade e estatística

15.1 JUSTIFIQUE SUA ESCOLHA ANTERIOR
____
____

16. Quais dificuldade que você enquanto professor de matemática encontra para ensinar função modular? *Marque todas que se aplicam.*

( ) Não há dificuldades
( ) Falta de domínio de conteúdo
( ) Salas de aulas lotadas
( ) Falta de formação continuada
( )Falta de recursos tecnológicos
( ) Outro:

17. Das indicações abaixo, qual (is) você sugere para a melhoria no ensino de * função modular? *Marque todas que se aplicam.*

( ) Régua e Malha quadriculada
( ) Software livres
( ) Aplicativos para celular
( ) Material manipulado concreto
( ) Material manipulado virtual
( ) Sequências Didática
( ) Outro: ____________________________

PREENCHA O QUADRO A SEGUIR COM BASE NA SUA EXPERIÊNCIA DE PROFESSOR(A) NO ENSINO MÉDIO.

TABELA DE CONTEÚDOS: FUNÇÃO MODULAR. Preencha o quadro a seguir, assinalando o grau de dificuldade apresentado pelos alunos quanto a aprendizagem dos conteúdos listados abaixo.

Obs.: Caso não costume ensinar o conteúdo, marque a opção "não costumo ensinar".

CONTEÚDOS RELACIONADOS A FUNÇÃO MODULAR	GRAU DE DIFICULDADE EM RELAÇÃO AO ENSINO				CONTEÚDO NÃO ABORDADO
	MUITO FÁCIL	FÁCIL	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL	
18. NÚMERO OPOSTO DE UM NÚMERO REAL					
19. MÓDULO OU VALOR ABSOLUTO DE UM NÚMERO REAL					
20. DEFINIÇÃO DEMÓDULO					
21. PROPRIEDADES DO MÓDULO					
22. OPERAÇÕES COM MÓDULO					
23. DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO MODULAR					
24. DOMÍNIO E IMAGEM DA FUNÇÃO MODULAR					
25. GRÁFICO DA FUNÇÃO MODULAR					
26. PROPRIEDADE DA FUNÇÃO MODULAR					
27. REPRESENTAÇÃO DE UMA FUNÇÃO MODULAR POR MAIS DE UMA SENTENÇA ALGÉBRICA					
28. OBTENÇÃO DA EXPRESSÃO ALGÉBRICA A PARTIR DO GRÁFICO DE FUNÇÃO MODULAR					
29. EQUAÇÃO MODULAR					
30. INEQUAÇÃO MODULAR					
31. ESTUDOS DE SINAIS ENVOLVENDO MÓDULO					
32. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MÓDULO DE UMA FUNÇÃO AFIM					
33. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MÓDULO DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA					
34. TRANSLAÇÃO E REFLEXÃO DO GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO					

10.2 PESQUISA EGRESSOS

Universidade do Estado do Pará
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Discente: Fernanda Vieira de Sousa
Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Questionário de pesquisa conteúdos relacionados a aprendizagem de função modular

Caro (as) aluno (as), sou a professora Fernanda Vieira de Sousa, discente do curso de Mestrado Profissional do Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, afim de gerar dados acerca da percepção da aprendizagem dos alunos egressos do primeiro ano do Ensino Médio, tendo em vista a elaboração de atividades que irão compor uma Sequência Didática e, por fim, um Produto Educacional, destinado aos professores, de modo à contribuir para o ensino de Função Modular. Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir.

Ressalto que sua identificação será preservada.

Conto com sua contribuição e, desde já, lhe agradeço.

1. Você gosta da matemática?
   ( ) Sim, gosto muito (90% – 100%)
   ( ) Sim, geralmente (75% - 90%)
   ( ) Sim, as vezes (50% - 75%)
   ( ) Um pouco, ocasionalmente (25% - 50%)
   ( ) Raramente gosto (0% - 25%)
2. Quais as maiores dificuldades que você encontra nas aulas de matemática?
   ( ) Compreensão dos conceitos/ ideias
   ( ) Compreensão das regras
   ( ) Resolução de problemas
   ( ) Realizar cálculos
   ( ) Não tenho dificuldades
   ( ) Outro: ______________________
3. Como seu professor costuma iniciar as aulas de matemática?
   ( ) Pelo conceito seguido de exemplos e exercícios;
   ( ) Com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
   ( ) Com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;
   ( ) Com jogos para depois sistematizar os conceitos;
   ( ) Outros: ____________________________
4. Quais as principais formas de avaliação que seu professor costuma aplicar/utilizar? (marque mais de uma opção, se necessário)
   ( ) Prova oral

( ) Prova escrita
( ) Trabalhos em grupos ou individuais
( ) Produções no caderno
( ) Auto avaliação
( ) Outro:_________________

5. Você tem hábito de estudar em casa?
( ) Sempre (100%)
( ) frequentemente (75%)
( ) As vezes (50%)
( ) Poucas vezes (25%)
( ) Nunca (0%)

6. Para fixar conteúdos, seu professor:
( ) Apresenta lista de exercícios para serem resolvidos
( ) Apresenta Jogos que envolva o assunto
( ) Manda resolver questões do livro didático
( ) Propõe resoluções de questões utilizando software
( ) Outros ______________________

7. Qual o sentimento que você sente nos momentos das avaliações de Matemática?
( ) Entusiasmado
( ) Tranquilo
( ) Com medo
( ) Com raiva
( ) Preocupado
( ) Outros: _________________

8. Qual sua forma preferida de estudar?

	Sempre (90% – 100%)	Frequentemente (75% - 90%)	Às vezes (50% - 75%)	Ocasionalmente (25% - 50%)	Raramente (0% - 25%)
Prestar atenção às aulas					
Revisar as anotações das aulas em casa					
Fazer as atividades indicadas pelo professor					

Utilizar os livros fornecidos pela escola.					
Estudar com os colegas e amigos					
Complementar os estudos com pesquisas na internet					
Utilizar programas no computador ou aplicativos no celular					

9. Como você gostaria de aprender Função Modular?

	Sempre (90% – 100%)	Frequentemente (75% - 90%)	Às vezes (50% - 75%)	Ocasionalmente (25% - 50%)	Raramente (0% - 25%)
Através de aula expositiva e utilização do livro didático					
Através de uma situação problema para introduzir o assunto					
Através de jogos para depois sistematizar os conceitos					
Através de recursos tecnológicos					

10. Preencha o quadro a seguir, assinalando o grau de dificuldade que você enquanto aluno possui referente a aprendizagem dos conteúdos relacionados a função modular, abaixo listados.

Obs.: Caso o conteúdo NÃO seja abordado ou não conste no plano de ensino, assinale "CONTEÚDO NÃO ABORDADO".

Legenda:
A - Fácil e compreendo bem
B - Fácil, mas apresento poucas dificuldades
C - Médio e apresento as vezes dificuldades de compreensão
D - Médio, mas frequentemente apresento dificuldades de compreensão
E - Difícil e geralmente apresento dificuldades de compreensão

CONTEÚDOS RELACIONADOS A FUNÇÃO MODULAR	*GRAU DE DIFICULDADE EM RELAÇÃO A APRENDIZAGEM*					*CONTEÚDO NÃO ABORDADO*
	A	*B*	*C*	*D*	*E*	
35. NÚMERO OPOSTO DE UM NÚMERO REAL						
36. MÓDULO OU VALOR ABSOLUTO DE UM NÚMERO REAL						
37. DEFINIÇÃO DE MÓDULO						
38. PROPRIEDADES DO MÓDULO						
39. OPERAÇÕES COM MÓDULO						
40. DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO MODULAR						
41. DOMÍNIO E IMAGEM DA FUNÇÃO MODULAR						
42. GRÁFICO DA FUNÇÃO MODULAR						
43. PROPRIEDADE DA FUNÇÃO MODULAR						
44. REPRESENTAÇÃO DE UMA FUNÇÃO MODULAR POR MAIS DE UMA SENTENÇA ALGÉBRICA						
45. OBTENÇÃO DA EXPRESSÃO ALGÉBRICA A PARTIR DO GRÁFICO DE FUNÇÃO MODULAR						
46. EQUAÇÃO MODULAR						
47. INEQUAÇÃO MODULAR						
48. ESTUDOS DE SINAIS ENVOLVENDO MÓDULO						
49. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MÓDULO DE UMA FUNÇÃO AFIM						
50. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MÓDULO DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA						
51. TRANSLAÇÃO E REFLEXÃO DO GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO						

Caro estudante, nessa etapa da pesquisa você estará realizando um pequeno teste para conhecer um pouco mais sobre sua aprendizagem a certa do conteúdo Função Modular.

Teste de verificação de conhecimento

1- Explique com suas palavras o que seria módulo / ou valor absoluto?

____

____

2- Calcule o módulo de:

a) |-13| = b) |50| = c) |0| = d) |-9 |=

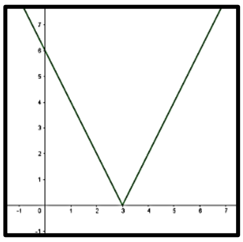
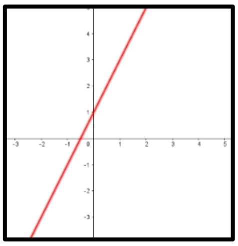
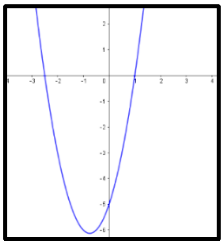
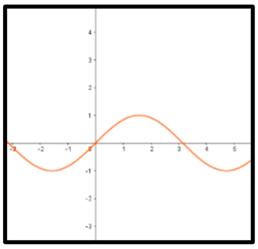
e) |-11|= f) |13|=

3- Calcule o valor de:

a) |-3 + 4| =

b) |5 – 16| =

4- Marque qual dos gráficos abaixo representa uma função modular:

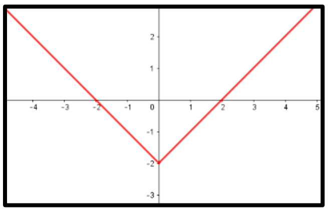
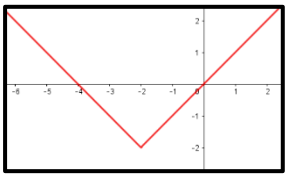
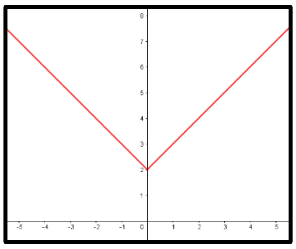
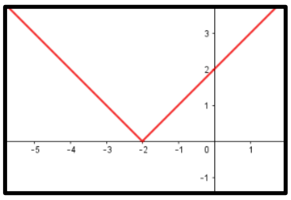
5- Associe cada gráfico a sua respectiva função.

a) $f(x) = |x| + 2$ ( )

b) $f(x) = |x| - 2$ ( )

c) $f(x) = |x + 2|$ ( )

d) $f(x) = |x + 2| - 2$ ( )

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem