

Josemar Alves  
Ricardo Fajardo  
Rita de Cássia Pistóia Mariani  
Organizadores

# ENSINO DE FÍSICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Socialização de produções do  
PPGEMEF/UFSM

Volume 2



# **ENSINO DE FÍSICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Socialização de produções do PPGEMEF/UFSM

Volume 2





### AVALIAÇÃO, PARECER E REVISÃO POR PARES

Os textos que compõem esta obra foram avaliados por pares e indicados para publicação.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Bibliotecária responsável: Alice G. H. B. Benevides CRB-1/39824

370 Ensino de Física e Educação Matemática:  
1.ed. socialização de produções do PPGEMEF/UFSM –  
Volume 2. [recurso eletrônico] /(Orgs.) Josemar Alves.  
Ricardo Fajardo. Rita de Cássia Pistóia Mariani. – 1.ed. –  
Curitiba-PR, Editora Bagai, 2024. 280p.  
E-book.  
Acesso em [www.editorabagai.com.br](http://www.editorabagai.com.br)  
Bibliografia.  
ISBN: 978-65-5368-495-9  
1. Docência. 2. Ensino. 3. Aprendizagem.  
I. Alves, Josemar.  
II. Fajardo, Ricardo.  
III. Mariani, Rita de Cássia Pistóia.  
03-2024/84 CDD 510

Índice para catálogo sistemático:

1. Docência: ensino-aprendizagem. 510



<https://doi.org/10.37008/978-65-5368-495-9.25.10.24>

Proibida a reprodução total ou parcial desta obra sem autorização prévia da Editora BAGAI por qualquer processo, meio ou forma, especialmente por sistemas gráficos (impressão), fonográficos, microfilmicos, fotográficos, videográficos, reprográficos, entre outros. A violação dos direitos autorais é passível de punição como crime (art. 184 e parágrafos do Código Penal) com pena de multa e prisão, busca e apreensão e indenizações diversas (arts. 101 a 110 da Lei 9.610 de 19.02.1998, Lei dos Direitos Autorais).

Este livro foi composto pela Editora Bagai.



[www.editorabagai.com.br](http://www.editorabagai.com.br)



[/editorabagai](https://www.instagram.com/editorabagai)



[/editorabagai](https://www.facebook.com/editorabagai)



[contato@editorabagai.com.br](mailto:contato@editorabagai.com.br)

Josemar Alves  
Ricardo Fajardo  
Rita de Cássia Pistóia Mariani  
Organizadores

# ENSINO DE FÍSICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Socialização de produções do PPGEMEF/UFSM

Volume 2

*O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação  
de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil  
(CAPES) – Código de Financiamento 001*



1.ª Edição – Copyright© 2024 dos autores.

Direitos de Edição Reservados à Editora Bagai.

O conteúdo de cada capítulo é de inteira e exclusiva responsabilidade do(s) seu(s) respectivo(s) autor(es).

As normas ortográficas, questões gramaticais, sistema de citações e referencial bibliográfico são prerrogativas de cada autor(es).

---

|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Editor-Chefe</i>           | Prof. Dr. Cleber Bianchessi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <i>Revisão</i>                | Os autores                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <i>Capa &amp; Diagramação</i> | Luciano Popadiuk                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <i>Conselho Editorial</i>     | Dr. Adilson Tadeu Basquerote – UNIDAVI<br>Dr. Anderson Luiz Tedesco – UNOESC<br>Dra. Andréa Cristina Marques de Araújo - CESUPA<br>Dra. Andréia de Bem Machado – UFSC<br>Dra. Andressa Grazielle Brandt – IFC - UFSC<br>Dr. Antonio Xavier Tomo - UPM - MOÇAMBIQUE<br>Dra. Camila Cunico – UFPB<br>Dr. Carlos Alberto Ferreira – UTAD - PORTUGAL<br>Dr. Carlos Luis Pereira – UFES<br>Dr. Claudino Borges – UNIPLAGET – CABO VERDE<br>Dr. Cledione Jacinto de Freitas – UFMS<br>Dra. Clélia Peretti - PUCPR<br>Dra. Daniela Mendes V da Silva – SEEDUCRJ<br>Dr. Deivid Alex dos Santos - UEL<br>Dra. Denise Rocha – UFU<br>Dra. Elisa Maria Pinheiro de Souza – UEPA<br>Dra. Elisângela Rosemeri Martins – UESC<br>Dra. Elnora Maria Gondim Machado Lima - UFPI<br>Dr. Ernane Rosa Martins – IFG<br>Dra. Flavia Gaze Bonfim – UFF<br>Dr. Francisco Javier Cortazar Rodriguez - Universidad Guadalajara – MÉXICO<br>Dr. Francisco Odécio Sales - IFCE<br>Dra. Geuciane Felipe Guerin Fernandes – UENP<br>Dr. Helder Rodrigues Maiunga - ISCED-HUILA - ANGOLA<br>Dr. Helio Rosa Camilo – UFAC<br>Dra. Helisamara Mota Guedes – UFVJM<br>Dr. Humberto Costa – UFRP<br>Dra. Isabel Maria Esteves da Silva Ferreira – IPPortalegre - PORTUGAL<br>Dr. João Hilton Sayeg de Siqueira – PUC-SP<br>Dr. João Paulo Roberti Junior – UFRR<br>Dr. Jorge Carvalho Brandão – UFC<br>Dr. Jose Manuel Salum Tome, PhD – UCT - Chile<br>Dr. Juan Eligio López García – UCF-CUBA<br>Dr. Juan Martín Ceballos Almeraya - CUIM-MÉXICO<br>Dr. Juliano Milton Kruger - IFAM<br>Dra. Karina de Araújo Dias – SME/PMF<br>Dra. Larissa Warnavin – UNINTER<br>Dr. Lucas Lenin Resende de Assis - UFPA<br>Dr. Luciano Luz Gonzaga – SEEDUCRJ<br>Dra. Luísa Maria Serrano de Carvalho - Instituto Politécnico de Portalegre/CIEP-UE - POR<br>Dr. Luiz M B Rocha Menezes – IFTM<br>Dr. Magno Alexon Bezerra Seabra - UFPB<br>Dr. Marciel Lohmann – UEL<br>Dr. Márcio de Oliveira – UFAM<br>Dr. Marcos A. da Silveira – UFPR<br>Dra. Maria Caridad Bestard González - UCF-CUBA<br>Dra. Maria Lucia Costa de Moura – UNIP<br>Dra. Marta Alexandra Gonçalves Nogueira - IPLEIRIA - PORTUGAL<br>Dra. Nadja Regina Sousa Magalhães – FOPPE-UFSC/UFPEl<br>Dr. Nicola Andrian - Associação EnARS, ITÁLIA<br>Dra. Patricia de Oliveira - IF BAIANO<br>Dr. Paulo Roberto Barbosa – FATEC-SP<br>Dr. Porfírio Pinto – CIDH - PORTUGAL<br>Dr. Rogério Makino – UNEMAT<br>Dr. Reiner Hildebrandt-Stramann - Technische Universität Braunschweig - ALEMANHA<br>Dr. Reginaldo Peixoto – UEMS<br>Dr. Ricardo Cauica Ferreira - UNITEL - ANGOLA<br>Dr. Ronaldo Ferreira Maganhotto – UNICENTRO<br>Dra. Rozane Zaionz - SME/SEED<br>Dr. Stelio João Rodrigues - UNIVERSIDAD DE LA HABANA - CUBA<br>Dra. Sueli da Silva Aquino - FIPAR<br>Dr. Tiago Tendai Chingore - UNILICUNGO – MOÇAMBIQUE<br>Dr. Thiago Perez Bernardes de Moraes – UNIANDRADE/UK-ARGENTINA<br>Dr. Tomás Raúl Gómez Hernández – UCLV e CUM – CUBA<br>Dra. Vanessa Freitag de Araújo – UEM<br>Dr. Walmir Fernandes Pereira – FLSHIP - FRANÇA<br>Dr. Willian Douglas Guilherme – UFT<br>Dr. Yoisell López Bestard- SEDUCRS |

## PREFÁCIO

É com muita alegria que escrevo o Prefácio deste e-book, que está em sintonia com um olhar crítico para a pesquisa em Ensino, particularmente nos contextos do Ensino de Física e da Educação Matemática. O contentamento em prefaciá-la está também em perceber o quanto o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (PPGEMEF/UFSM) vem contribuindo, com ações teóricas e práticas no âmbito educativo. No percurso, essas ações estão em um movimento contínuo de busca do conhecimento e transformação da realidade educacional, ideais que buscávamos na criação do programa, há mais de dez anos. Perceber o quanto o PPGEMEF se consolidou, fortalecendo a área de Ensino, traz a “esperança crítica”, tão necessária para continuarmos a caminhada. Assim, ousou sintetizar a seguir o que aprendi com a leitura da obra, que em seu segundo volume, busca socializar conhecimentos que tem a autoria primeira de docentes orientadores e está organizada em duas seções, a saber: “Processos de Ensino e Aprendizagem de Física e Matemática na Educação Básica e na Formação Docente”, e “Caracterização da Sala de Aula e de Propostas de Ensino de Física e de Matemática”.

Sete capítulos compõem a primeira seção. Abre a coletânea de textos um estudo que objetiva discutir sobre o movimento lógico-histórico da álgebra e como este se insere em processos de ensino e aprendizagem. Um olhar sobre pesquisas no PPGEMEF/UFSM que tratam da temática foi realizado. As autoras sinalizam que o movimento lógico-histórico pode constituir-se como orientador da organização do ensino, na perspectiva de que a apropriação dos conceitos algébricos possibilite o desenvolvimento dos educandos, independentemente do nível em que se encontram.

Segue-se um estudo que busca refletir sobre as possibilidades e desafios ao se construir e aplicar uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa, voltada para o Ensino de Física, nos Anos Finais de uma Escola do Campo. Os estudantes, a partir da implementação da proposta, conseguiram associar, por exemplo, o descarte de lixo doméstico de

forma irregular com prejuízos ambientais, demonstrando contribuições da aplicação da Unidade de Ensino articulada à abordagem CTSA. Apesar dos desafios, como o excesso de faltas dos estudantes nas aulas, houve indícios de aprendizagem significativa dos estudantes.

Com o capítulo “Da Estratégia Nacional de Educação Financeira à Sala de Aula: Pontos e Contrapontos”, os autores identificaram, em uma turma de 3º ano de uma escola pública de Santa Maria/RS, comportamentos socioeconômico-financeiros diante de situações de consumo. Com a análise de questões da OBEF e a identificação da delimitação de seus enfoques, o estudo promoveu um debate com os estudantes, envolvendo temas da Olimpíada e questões do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), enaltecendo, de forma crítica, o papel da Educação Financeira Escolar.

A elaboração, implementação e avaliação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa sobre Determinantes, para o Ensino Médio, a fim de identificar e analisar indícios de Aprendizagem Significativa foi objeto de análise de um dos capítulos. Os autores apontam que os estudantes evoluíram nas discussões e conseguiram chegar às definições sobre os conceitos envolvidos, elencando, assim, evidências de Aprendizagem Significativa e contribuindo para a formação de sujeitos mais críticos, criativos e autônomos.

Segue-se o estudo que apresenta uma visão do surgimento e desenvolvimento da Álgebra, contemplando alguns episódios que mostram como os antigos pensavam e como chegou-se no atual simbolismo algébrico. O capítulo contribui para refletir criticamente sobre compreender a Matemática não como uma ciência pronta e acabada, trazendo a relevância do trabalho em sala de aula ser desenvolvido a partir da história, incorporando os estudantes como parte da história da humanidade.

Uma disciplina ofertada para um curso de Licenciatura em Física é o lócus de análise do capítulo que apresenta um conjunto de atividades prático-experimentais, buscando incluir em seu planejamento aspectos mais abertos. O capítulo mostra a relevância do incentivo aos futuros professores para o desenvolvimento de processos de ensino e aprendizagem de Física que superem a mera transmissão de informações, minimizando, assim as críticas realizadas pela literatura aos roteiros tradicionais fechados, do tipo “receita de bolo”.

Conclui-se a série de textos da 1ª seção com reflexões de estudos e práticas em andamento sobre a natureza da Geometria Analítica e possibilidades para seu ensino e aprendizagem. O autor destaca, ao propor estratégias para a estruturação mental, que o Pensamento Computacional pode constituir-se como uma ferramenta essencial para a articulação entre as variáveis cognitivas apontadas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para o funcionamento dos registros. As reflexões realizadas apontam para a necessidade de continuidade dos estudos e pesquisas, com vistas a ampliar as compreensões sobre os conceitos da Teoria.

A 2ª Seção do livro é composta por cinco capítulos, que tem seu enfoque na caracterização da sala de aula e de propostas de Ensino de Física e de Matemática. O primeiro capítulo envolve discussões de como uma IA representa uma sala de aula de matemática em diferentes níveis de ensino. Os autores analisam respostas apresentadas pelo ChatGPT a determinados temas propostos, entendendo a sala de aula como lugar de relações entre pessoas, objetos e símbolos e percebem que ele se mostra como uma ferramenta relevante na obtenção de dados. Não obstante, destacam que se torna imperativo um olhar crítico sobre estes dados, especialmente nos contextos escolares.

Com o objetivo central de analisar em que medida as Atividades Didáticas de Física implementadas se aproximam das características fundamentais da metodologia *Problem-Based Learning* (PBL), os autores descrevem a construção de uma matriz de análise da metodologia PBL e discutem a utilização dela em uma disciplina de Física ministrada para um curso de Engenharia. Como síntese dos resultados, entendem que a flexibilidade metodológica e a autonomia docente são elementos marcantes.

No capítulo intitulado: “Um Insight de Pesquisa: Em busca de relações entre Matemática e Arte”, os autores compartilham suas experiências, refletindo sobre a formação de professores de matemática, com o objetivo de descrever como a utilização de obras de arte pode potencializar o ensino de conceitos geométricos. A relevância do compartilhamento de diferentes abordagens da Geometria – manifestada a partir de distintas formas de expressar a Arte – é elemento central das reflexões propiciadas pelo texto.

O Ensino de Astronomia para o Ensino Médio é o lócus do capítulo que segue, que tem como objetivo apresentar um panorama da produção acadêmico-científica nacional sobre propostas didáticas para o Ensino de Astronomia no Ensino Médio. A partir de três bases de dados, os autores delimitam o corpus de análise, composto por 14 artigos. Como síntese dos resultados destacam que apesar da diversidade de possibilidades para o Ensino de Astronomia no Ensino Médio, os trabalhos apresentam limitações, carecendo de rigor metodológico, reflexão crítica e avaliações de aprendizagem coerentes.

O último capítulo da 2ª seção apresenta um panorama das dissertações produzidas nos programas, PPGEMEF e PROFMAT, da UFSM, que abordam o ensino e a aprendizagem de Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Conhecer as contribuições científicas desses dois programas foi um dos elementos motivadores do estudo, que teve 20 produções analisadas. As autoras trazem como resultados a utilização de metodologias de ensino diversificadas, o uso de materiais manipuláveis e a integração dos conceitos matemáticos e finalizam destacando a necessidade de investimentos na formação docente.

Convido pesquisadores e professores em formação inicial ou permanente a dialogarem com a obra, refletindo com e sobre os resultados encontrados nos capítulos aqui publicados, os quais estão em sintonia com a busca de melhorias nos processos de Ensino e Aprendizagem de Física e Matemática. O PPGEMEF/UFSM, desde sua criação, caminha para tornar-se referência nas pesquisas nas áreas envolvidas. As reflexões que compõe as duas sessões podem ser vistas não apenas a partir desse olhar, mas também, como propostas de enfrentamento dos problemas ainda vivenciados nos contextos escolares.

Cristiane Muenchen

# SUMÁRIO

## SEÇÃO 1

|                                                                                                                 |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FÍSICA E MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA E NA FORMAÇÃO DOCENTE .....</b> | <b>11</b> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|

|                                                                                                              |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO EM PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM: NEXOS CONCEITUAIS ALGÉBRICOS.....</b> | <b>13</b> |
| Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes   Caroline dos Santos   Iasmim Martins Noro                             |           |

|                                                                                                          |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>UEPS PARA O ENSINO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA: RELAÇÕES ENTRE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E CTSA.....</b> | <b>33</b> |
| Isabel Krey Garcia   Cassia Lutiane Moraes Goulart                                                       |           |

|                                                                                                |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>DA ESTRATÉGIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA À SALA DE AULA: PONTOS E CONTRAPONTO.....</b> | <b>57</b> |
| Rita de Cássia Pistóia Mariani   Kaynan Casali Vieira   Cristhian Lovis                        |           |

|                                                                                                    |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA SOBRE DETERMINANTES PARA O ENSINO MÉDIO.....</b> | <b>81</b> |
| Vaneza De Carli Tibulo   Valéria Oliveira Perceval                                                 |           |

|                                                                                    |            |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>UM VIÉS DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA: EXEMPLOS E A EVOLUÇÃO DA TERMINOLOGIA .....</b> | <b>105</b> |
| Ricardo Fajardo                                                                    |            |

|                                                                                                     |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>CONJUNTO DE ATIVIDADES PRÁTICO-EXPERIMENTAIS DE FÍSICA: UMA PROPOSTA PARA SALA DE AULA .....</b> | <b>121</b> |
| Josemar Alves                                                                                       |            |

|                                                                                                                                            |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ANALÍTICA A PARTIR DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL E DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.....</b> | <b>145</b> |
| Fabrício Fernando Halberstadt                                                                                                              |            |

## SEÇÃO 2

|                                                                                         |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| CARACTERIZAÇÃO DA SALA DE AULA E DE PROPOSTAS DE ENSINO DE FÍSICA E DE MATEMÁTICA ..... | 163 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                                                            |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| COMO O CHAT GPT DESCREVE A SALA DE AULA? O AMBIENTE DO SÉCULO XIX NA ÓTICA DA TECNOLOGIA DO SÉCULO XXI ... | 165 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

Daniel Morin Ocampo | Antônio Augusto Menzel

|                                                                                                   |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| PROBLEM-BASED LEARNING NO ENSINO DE FÍSICA: UMA ANÁLISE DE IMPLEMENTAÇÃO NO ENSINO SUPERIOR ..... | 179 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

Muryel Pyetro Vidmar | Bruno Prates da Silva

|                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------|-----|
| UM INSIGHT DE PESQUISA: EM BUSCA DE RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA E ARTE ..... | 195 |
|----------------------------------------------------------------------------|-----|

Carmen Vieira Mathias | Lucas Gabriel Machado Preuss

|                                                                                                         |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| PROPOSTAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE ASTRONOMIA NO ENSINO MÉDIO: UM OLHAR PARA A PRODUÇÃO NACIONAL..... | 215 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

Eduardo Adolfo Terrazzan | Giovana Stefani

|                                                                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE DAS DISSERTAÇÕES DO PPGEMEF E DO PROFMAT ..... | 239 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

Vânia Bolzan Denardi | Patrícia Loriane Falk

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| SOBRE OS AUTORES..... | 266 |
|-----------------------|-----|

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| SOBRE OS ORGANIZADORES ..... | 275 |
|------------------------------|-----|

|                        |     |
|------------------------|-----|
| ÍNDICE REMISSIVO ..... | 277 |
|------------------------|-----|

## SEÇÃO 1

### PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FÍSICA E MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA E NA FORMAÇÃO DOCENTE



# O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO EM PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM: NEXOS CONCEITUAIS ALGÉBRICOS

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes  
Caroline dos Santos  
Iasmim Martins Noro

## INTRODUÇÃO

Na busca por compreender os processos educativos escolares, temos nos colocado a pesquisar e refletir sobre diferentes modos de organizar o ensino para que o estudante se aproprie dos conhecimentos matemáticos historicamente produzidos pela humanidade, possibilitando seu desenvolvimento e sua constituição como humano. E, nesta direção, voltamo-nos ao movimento lógico histórico (MLH) como um elemento organizador do ensino, na perspectiva de que este possibilite tanto a aprendizagem do estudante quanto a do professor.

Entendemos que quando o responsável pela atividade de ensino, bem como aquele que é o sujeito da atividade de aprendizagem, estuda o conhecimento matemático a partir do MLH, passa a compreender a relação constante desta unidade permitindo-lhe se aproximar da gênese do objeto a ser estudado. E, como colocam Sousa e Tedeschi (2024, p. 5), este objeto pode ser “uma área de determinado conhecimento, um conteúdo ou um conceito a ser tratado na sala de aula, podendo se materializar em situações desencadeadoras de aprendizagem”.

As autoras ainda explicam que este movimento

pode nos auxiliar a repensar os processos de ensino-aprendizagem-desenvolvimento de currículos; nexos conceituais de conteúdos tratados nos diferentes níveis de ensino, na formação de professores, na elaboração de situações desencadeadoras de aprendizagem e na configuração de metodologias de pesquisa, além de contribuir com reformulações teóricas relacionadas tanto na Didática quanto na Metodologia de Ensino. (SOUSA; TEDESCHI, 2024, p. 11).

A relação entre o lógico e o histórico permite a revelação da essência do objeto, sendo o lógico o reflexo do histórico, interdependente a ele, enquanto o histórico necessita da forma lógica de desenvolvimento para interpretá-lo. O estudo da história, assim, se faz imprescindível para atingir um grau mais elevado de conhecimento do objeto em questão.

Kopnin (1978, p. 183-184) explica que

Por histórico subentende-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade. O lógico é o meio através do qual o pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações. O histórico é primário em relação ao lógico, a lógica reflete os principais períodos da história.

Na reprodução da essência de algum fenômeno no pensamento, constitui-se a descoberta da história desse fenômeno, pois a teoria de um objeto não deixa de ser também a sua história. O lógico atua como meio de conhecimento do histórico, fornecendo princípios para revelar o objeto e, por isto, para se alcançar um nível mais elevado no conhecimento do objeto, é preciso recorrer à sua história.

Compreendendo o movimento lógico e histórico como forma de pensamento, defendemos, assim como Sousa (2018), que ele pode se compor como uma perspectiva didática para o ensino de Matemática que promova nos estudantes o desenvolvimento do pensamento teórico (DAVIDOV, 2017). Coerente com esta premissa consideramos que este movimento pode ser tomado como orientador da organização do ensino e, assim sendo, permite atribuir novos sentidos ao que já era conhecido, indo para além da compreensão empírica dos conceitos matemáticos (KLEIN; LOPES; POZEBON, 2024). Partindo destas premissas compomos este capítulo com o objetivo de discutir sobre o movimento lógico-histórico da álgebra e como este se insere em processos de ensino e aprendizagem.

Para isto, na próxima seção apresentamos um breve escrito sobre o histórico da álgebra com o intuito de acompanharmos como a humanidade foi constituindo este conhecimento ao longo dos tempos. Posteriormente, nos detemos no ensino da álgebra e seus nexos conceituais decorrentes do movimento lógico-histórico e apontamos como algumas pesquisas compreendem esta relação. Por fim, traçamos breves considerações sobre o estudo.

## MOVIMENTO HISTÓRICO DA ÁLGEBRA

O ser humano começou a desenvolver conhecimentos matemáticos a partir do que estava diretamente ligado à sua sobrevivência e ao seu entendimento do mundo ao seu redor. Os números e operações aritméticas podem ter sido considerados relevantes a partir de suas necessidades básicas, como por exemplo, contar os dias entre uma lua cheia e outra, ou dividir uma colheita entre membros de uma comunidade. Do mesmo modo, ao medir o tamanho de um terreno ou comparar a altura das árvores, manifestaram-se as noções de grandezas e formas. As necessidades oriundas da agricultura, caça e pesca culminaram em novos modos de agir para saciar suas carências, desejos e vontades. Desta forma, conhecimentos relativos a aritmética, a geometria, a álgebra, a análise, a estatística, entre outras, surgiram à medida que as questões e problemas que a humanidade enfrentava se tornaram mais complexos.

É claro que a matemática originalmente surgiu como parte diária do homem, e se há validade no princípio biológico da “sobrevivência do mais apto” a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento no homem de conceitos matemáticos. (BOYER, 1974, p. 1).

Os problemas cotidianos enfrentados pelo ser humano foram aos poucos envolvendo procedimentos e soluções que fossem além da manipulação de números e cálculos aritméticos. Com o aumento da população, as demandas relacionadas às transações comerciais, à agricultura, à caça e à pesca cresceram significativamente, exigindo soluções mais sofisticadas. A necessidade de utilização de raciocínios diferentes até o momento utilizados foi sendo incorporada em novas abordagens e técnicas de sobrevivência. A exigência de uma maior complexidade

no tratamento das situações pode ter indicado o desencadeamento de novas habilidades, criatividade, análise crítica e lógica. É neste intuito que os conceitos matemáticos foram sendo mais explorados, resultando no que hoje conhecemos como matemática. Ao voltar nosso olhar para os aspectos que culminaram no desenvolvimento da álgebra, em que a busca pela abstração e um raciocínio lógico mais aprimorado emaranha-se por todo desenvolvimento da matemática até os dias atuais, também é possível identificar sua essência presente nos primórdios de desenvolvimento da humanidade. Por exemplo, ao conseguir distinguir sobre as diferenças e semelhanças entre os animais, ou identificar as regularidades presentes em espaços da natureza, o ser humano já estava desenvolvendo noções da álgebra.

Por ter suas origens atreladas ao desenvolvimento dos povos antigos por meio de atividades cotidianas diversas e auxiliando na resolução de problemas de forma lógica e eficiente, desenvolvendo tendências no sentido da abstração e evoluindo a aritmética (EVES, 1995), a construção história da álgebra perpassa por vários momentos: da álgebra retórica para a sincopada e desta para a simbólica. Como já dito, o início deste percurso de surgimento da álgebra como uma forma de organizar e resolver problemas de maneira mais generalizada se dá a partir da necessidade de lidar com quantidades maiores, proporções e relações entre diferentes elementos. O caráter algébrico, ou seja, o uso de operações e relações abstratas para resolver problemas, não se limitou às questões práticas do cotidiano, como comércio, agricultura ou administração de recursos. Ele também foi fundamental no desenvolvimento da geometria, especialmente na Babilônia, onde as mensurações práticas e o raciocínio geométrico estavam intimamente ligados.

Segundo Baumgart (1992), foi na Babilônia que a álgebra se originou. Esta afirmação talvez seja porque os babilônios são reconhecidos por suas contribuições significativas à matemática antiga. Embora utilizassem uma notação numérica não decimal, uma de suas inovações foi a notação sexagesimal (base 60) que lhes permitia realizar cálculos complexos com uma precisão considerável. As tábuas de argila (datadas entre 1800 a.C. a 1600 a.C.) desenvolvidas pelos babilônios são relevantes fontes de conhecimento sobre a matemática antiga. Estas tábuas são compostas de uma ampla gama de tópicos matemáticos e demonstram

o alto nível de sofisticação alcançado pela matemática babilônica. Por meio das tábuas relacionadas a álgebra é possível evidenciar que os métodos utilizados por este povo no que tange as operações aritméticas não é muito diferente do atual, revelando as formas habilidosas que os babilônios avançaram em direção ao processo algébrico.

Os babilônios dominavam a resolução de equações quadráticas utilizando um método semelhante ao de completar quadrados. No entanto, igualmente buscavam explorar equações com grau mais elevado, como as cúbicas e biquadradas. Na resolução de equações este povo valia-se de uma notação avançada para a época: em certos casos, preferiam fazer uso de um parâmetro, como  $x$  e  $y$ , em função de uma nova incógnita para também resolver equações pelo método paramétrico (BAUMGART, 1992). Dado que a álgebra retórica é uma forma que expressa os problemas e soluções por meio de uma linguagem escrita sem os símbolos utilizados hoje em dia, a aritmética utilizada pelos povos babilônios havia evoluído por volta de 2000 a. C para uma álgebra retórica bem evoluída (EVES, 1995).

Assim como os babilônios, que usavam a escrita cuneiforme, os egípcios desenvolveram a escrita hieroglífica, que desempenhou um importante papel na forma como eles manifestavam e registravam seus conhecimentos matemáticos. O surgimento da álgebra no Egito Antigo ocorreu em um período próximo ao desenvolvimento da Babilônia, mas de uma maneira menos avançada e sistematizada. O sistema de numeração egípcio, de caráter aditivo, é uma das características mais particulares da matemática egípcia. De modo contrário aos sistemas posicionais, como o dos babilônios, o sistema egípcio somava símbolos para representar números. A multiplicação, por exemplo, era realizada por duplicação, o que essencialmente significa a repetição de somas. Esse método reflete uma abordagem prática e direta para os cálculos, que estava intimamente ligada ao seu sistema de escrita hieroglífica.

As frações unitárias eram indicadas por um símbolo elíptico sobre o número do denominador (EVES, 1995). O emprego do número para representar as frações unitárias demonstra que os egípcios, mesmo em um estágio inicial, estavam essencialmente criando uma forma de abstração matemática, que é um dos fundamentos da álgebra. Em assim sendo, apesar de que seu nível de formalização egípcia não tenha alcançado o

nível semelhante ao dos babilônios, esses primeiros passos na criação de símbolos e regras para as frações unitárias revelam um movimento em direção ao pensamento algébrico, marcando o início de uma evolução matemática mais abstrata nesses povos. Os problemas algébricos explorados pelos egípcios desencadearam um raciocínio mais elevado do que apenas operações entre números, pois buscavam modos de encontrar o valor da incógnita, denominada por eles de “aha”.

Para a resolução de equações de primeiro grau, os egípcios faziam uso do método da falsa posição, ou seja, por meio de tentativas e erros ao substituir valores para a incógnita. Embora houvesse “[...] certo simbolismo na álgebra egípcia” (EVES, 1995, p. 74) a utilizada por este povo ainda era retórica, visto que naquele momento poucos símbolos faziam parte da matemática egípcia. Os povos babilônios e egípcios deram importantes contribuições para o desenvolvimento da álgebra, contudo, é o grego Diofanto de Alexandria quem recebeu o título de “pai da álgebra”. Apesar que seu livro *Aritmética* esteja mais relacionado com a aritmética do que com a álgebra elementar, Diofanto apresenta a resolução de mais de 130 problemas relacionados a vários tipos de equações: de primeiro e segundo grau, cúbicas, determinadas com uma incógnita, indeterminadas de segundo grau com uma ou duas incógnitas.

Boyer (1974) justifica essa “paternidade” com o argumento de que a álgebra moderna é exclusivamente baseada em formas simbólicas de enunciados, diferentemente da matemática grega anterior, que se expressava por meio da linguagem escrita comum. Apesar da álgebra de Diofanto não ter incluído uma notação simbólica avançada, sua abordagem representou um avanço significativo ao incorporar uma forma inicial de simbolismo. A comparação entre Diofanto e os algebristas babilônios revela uma diferença importante na abordagem dos números e da álgebra, visto que os babilônios e egípcios trabalhavam com grandezas concretas (como grãos e unidades monetárias) e Diofanto seguia em direção à abstração dos números por meio de um tratamento teórico dos problemas. Assim, embora não fosse uma notação completa, as contribuições de Diofanto foram fundamentais para o desenvolvimento da álgebra moderna, especialmente na introdução de uma forma de notação mais concisa, conhecida como álgebra sincopada. Mesmo assim a álgebra retórica continuou a ser predominantemente em grande

parte do mundo. Conforme observado por Eves (1995), essa forma retórica foi encontrada em uso até o século XV na Europa Ocidental, exceto na Índia.

Os povos hindus desempenharam um papel crucial oferecendo contribuições significativas que influenciaram a matemática em todo o mundo, especialmente na álgebra sincopada. Segundo Eves (1995), os hindus indicavam a adição por justaposição; a subtração por um ponto sobre o subtraendo; a multiplicação por *bha* (primeira sílaba da palavra *bhavita*, “produto”) depois dos fatores e na divisão escreviam o divisor debaixo do dividendo (EVES, 1995). No tratamento com as incógnitas, estas eram representadas pelas sílabas iniciais de palavras que denotavam cores diferentes. Além disso, demonstraram notável habilidade na resolução de problemas algébricos, contribuições significativas não apenas para a álgebra, mas para a matemática em geral. Uma das características marcantes de sua abordagem foi a busca por métodos gerais de resolução, que permitiram encontrar todas as soluções inteiras possíveis para um problema, ou seja, a prática algébrica era enriquecida pelos eficazes métodos de generalização desenvolvidos pelos povos hindus. Essa prática contrastava com a abordagem de Diofanto na álgebra grega, que muitas vezes se concentrava em encontrar soluções específicas ou particulares.

A verdadeira transição para a álgebra simbólica, como a que conhecemos hoje, ocorreu na Europa Ocidental por volta do século XVI, mas essa forma só se consolidou e se tornou amplamente aceita no século XVII. A álgebra simbólica representou um avanço crucial, pois permitiu uma maior generalização e abstração, facilitando o desenvolvimento posterior da matemática. Além de métodos de resolução de equações lineares e quadráticas, equações cúbicas e de grau quatro, foram os algebristas europeus que aprofundaram seus estudos algébricos utilizando abreviações e símbolos. Com contribuições envolvendo a articulação entre a geometria e álgebra, o filósofo e matemático francês René Descartes colaborou para o desenvolvimento da álgebra em 1637 ao introduzir um sistema de notação que se tornou amplamente utilizado. Ele adotou as últimas letras do alfabeto para expressar as incógnitas, como por exemplo,  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e as primeiras para indicar as constantes, como  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (EVES, 1995).

Thomas Harriot, um destacado algebrista inglês, é conhecido como o fundador da escola inglesa de álgebra. Ele desempenhou um papel crucial no desenvolvimento das notações e símbolos algébricos que foram amplamente adotados e ainda são usados hoje. Harriot fez avanços significativos na sistematização da álgebra, tornando-a mais acessível. Segundo Eves (1995), os símbolos atuais de multiplicação ( $\times$ ), os quatro pontos das proporções ( $::$ ) e o de diferença ( $\sim$ ) foram popularizados por este matemático. A evolução da álgebra é, portanto, uma história de persistência e inovação, onde cada contribuição foi crucial para moldá-la como as conhecemos atualmente. À medida que o campo se desenvolvia, os matemáticos continuaram a explorar e testar os limites do conhecimento existente, enfrentando desafios complexos.

Como apresentamos até aqui, é possível reconhecer que povos antigos, como os babilônios, egípcios, hindus e gregos, estabeleceram as bases da álgebra, cada um contribuindo com métodos e conceitos fundamentais e, com o passar dos tempos, com a participação de outros povos ela foi se desenvolvendo até chegar ao que temos atualmente. Em assim sendo, seu processo histórico perpassa pelos seus três estágios de desenvolvimento. A transição do uso da álgebra retórica para a sincopada reflete uma evolução natural impulsionada pela necessidade de simplificar e tornar mais eficiente a resolução de problemas matemáticos, visto que o processo se tornava longo e complexo ao ter que utilizar as palavras para a resolução dos problemas. Com o tempo, a álgebra sincopada foi evoluindo, culminando na simbólica que conhecemos hoje, onde o uso de símbolos e notações universais permitem uma comunicação clara. Olhar para este movimento nos permite entender que a partir da origem da álgebra em problemas cotidianos comuns que se tornaram aos poucos complexos indo além dos casos específicos, seus estágios de desenvolvimento postaram a produção de modos de organização simbólicos que pudessem lidar com abstrações e generalidades.

Compreender que este movimento histórico da álgebra foi moldado pelas mudanças e inovações na notação, conceitos e métodos ao longo do tempo e que os conhecimentos a ela relacionados estão presentes nos currículos escolares, nos leva a refletir sobre como esse processo se materializa no ensino e aprendizagem. Apresentaremos no próximo

tópico alguns apontamentos que discorrem sobre nossa compreensão no que tange a relação entre o movimento histórico da álgebra e o processo de ensino e aprendizagem expresso em pesquisas sobre o tema.

## **O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA E O SEU MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO**

### **OS NEXOS CONCEITUAIS DA ÁLGEBRA**

A álgebra está presente no currículo escolar da Educação Básica, nas diferentes etapas de escolaridade, mas com níveis de complexidade diferentes. E, embora os professores estejam cientes de que ela tem um papel relevante para o desenvolvimento psicológico dos estudantes, conforme Sousa, Panossian e Cedro (2014), precisam proporcionar que estes sujeitos reconheçam por si próprios sua importância, promovendo uma ressignificação dos conhecimentos algébricos. Os referidos autores esclarecem que,

Os conceitos algébricos na condição de conceitos científicos, no dizer de Vigotski (1934[2001]) têm uma linha de desenvolvimento diferente dos conceitos espontâneos. Dificilmente serão apropriados pelas vias de formação do pensamento empírico, pois não se sustentam em características visíveis e palpáveis. É necessário compreender os conceitos algébricos dentro de um sistema de conceitos inter-relacionados atribuindo significado aos seus símbolos, compreendendo os processos de generalização realizados. (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 18).

O ensino de conceitos algébricos pode ser desafiador para professores e alunos da Educação Básica. Em vista disso, os autores explicam que ele não deve se pautar somente no seu formalismo e em suas aplicações na realidade objetiva. Então,

Tendo como base o entendimento de que a álgebra descreve os movimentos da prática social, ou seja, da vida, propomos que o ponto de partida das aulas seja o estudo de conceitos de movimento, fluência, número e álgebra não simbólica; variável e campo de variação presentes na vida fluente. (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 43).

Este ponto de partida, que decorre do MLH apresentado no item anterior, é o que denominamos de nexos conceituais do conhecimento algébrico, que, segundo Davýdov (1982), correspondem aos nexos internos do conceito, os quais podem possibilitar a construção do pensamento teórico e compõem o lógico e o histórico do conceito. Enquanto os nexos externos são elementos perceptíveis do conceito. De acordo com Sousa (2004), os nexos internos mobilizam mais o movimento do aprendente, enquanto os nexos externos são uma linguagem de comunicação do conceito em seu estado formal.

Dessa forma, o nexo conceitual é definido por Sousa (2004, p. 62) como o “elo de ligação entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito”. São fundamentais para organizar o ensino de conceitos algébricos e ampliam as possibilidades de compreendê-los em sua essência.

Para Sousa, Panossian e Cedro (2014), os nexos conceituais são lógicos e históricos, podem fazer ligações entre conceitos e nunca estão prontos e acabados. Para os autores, “a conexão entre os nexos conceituais da álgebra: fluência, campo de variação e variável formam o conceito de álgebra” (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 121).

A fluência, de acordo com Caraça (1951), é uma característica da realidade em que vivemos e refere-se à compreensão de que tudo se transforma o tempo todo, tudo flui. “De tal modo que nem a própria frase ‘o que é agora’ tem significado real; - durante o tempo que ela levou a pronunciar, ou a escrever, o processo de evolução actuou e a Terra transformou-se” (CARAÇA, 1951, p. 110). Nada é estável, permanente, imutável. Tudo está em movimento, seja ele irregular ou regular. Os movimentos regulares podem ser descritos na forma de função, e as grandezas envolvidas na relação de dependência podem ser representadas por variáveis, pois

A variável é a substância da função. É a própria fluência. O próprio movimento do pensamento. É ela que permite ao pensamento alçar vôos desconhecidos, inimagináveis, a partir do estudo de movimentos qualitativos, quer esses movimentos sejam regulares ou irregulares, os quais se apresentam em nosso universo. (SOUSA, 2004, p. 156).

A existência da variável associa-se a um campo de variação, o qual define os possíveis valores que podem ser assumidos pela variável em determinado contexto. “O campo de variação depende diretamente do movimento da realidade tratada. Não há uma resposta pronta e absoluta, embora boa parte dos movimentos da realidade pareça ocorrer no campo dos números reais” (SOUSA, 2004, p. 158).

Para Sousa (2004, p. 61), “os nexos conceituais que fundamentam os conceitos, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento”. Dessa forma, sua compreensão pelos alunos é fundamental para a apropriação dos conceitos algébricos.

No próximo item trazemos indicativos de como algumas pesquisas tratam a relação dos nexos conceituais algébricos, compreendidos como elementos essenciais relacionados ao MLH, com processos de ensino e aprendizagem.

## **O OLHAR DE PESQUISAS PARA O ENSINO DA ÁLGEBRA E O SEU MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO**

Sousa e Tedeschi (2024), ao elaborarem o dossiê “Movimento lógico-histórico dos conceitos: fundamentos, ensino e pesquisas”<sup>1</sup> explicam que investigações sobre ele estão presentes em diferentes áreas do conhecimento tais como Filosofia, Ciências Humanas, Ensino de Ciências e Matemática, Educação e Educação Matemática, sob diferentes enfoques. As autoras destacam que

há pesquisadores que concordam com Kopnin (1978) que o movimento lógico-histórico pode ser considerado método de pesquisa, uma vez que: “a unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução dos problemas da inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história e seu desenvolvimento” (p. 186) e, por esse motivo, fundamentar ações de formação de professores, uma vez que assim como os pesquisadores, os professores

---

<sup>1</sup> O dossiê foi publicado na revista Obutchénie e está disponível em <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie>

necessitam se apropriar, constantemente, do seu objeto de estudo, que é o ensino. Estamos defendendo que o movimento lógico-histórico possa ser configurado ora como Didática da Matemática, ora como Metodologia de Ensino. (SOUSA; TEDESCHI, 2024).

É nesta perspectiva que buscamos por pesquisas da Educação Matemática que trouxessem o MLH da álgebra, mais especificamente, que fossem desenvolvidas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (PPGEMEF/UFSM). Identificamos três dissertações: Trindade (2017), Noro (2020) e Santos (2023). Apesar de terem sido desenvolvidas em diferentes contextos, seus resultados contribuem para o debate aqui proposto, conforme apresentamos a seguir.

A pesquisa de Trindade (2017) teve como principal objetivo investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau, a partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino. Elencou as seguintes ações investigativas: pesquisar, no movimento lógico histórico como se deu a construção do conceito de Equação do 1º Grau e identificar indícios de aprendizagens expressas pelos estudantes. Além disto, a autora explica que, dada a natureza<sup>2</sup> da investigação, esta também perpassou um objetivo formativo, que consistiu em organizar um espaço de aprendizagem voltado à apropriação de conhecimento sobre equação do 1º grau a partir de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.

A investigação foi desenvolvida com alunos de duas turmas de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Novo Cabrais (RS), sendo os dados produzidos a partir do planejamento, desenvolvimento e avaliação de sete situações de ensino, cuja formulação levou em consideração o movimento lógico-histórico da álgebra. As mesmas foram elaboradas na perspectiva de identificar o que poderia contribuir para a apropriação do conhecimento, por parte dos estudantes.

A análise dos dados efetuou-se transpassando quatro eixos de análise: fluência, variável, campo de variação e igualdade, que coincidem

---

<sup>2</sup> Disponíveis em <https://www.ufsm.br/cursos/pos-graduacao/santa-maria/ppgemef/dissertacoes>.

com nexos conceituais considerados como relevantes para a apropriação de conceitos algébricos. Trindade (2017) explica que

Ao estudarmos os aspectos conceituais da Álgebra e ao nos remetermos ao movimento lógico-histórico da construção de seu pensamento, compreendemos que a Álgebra objetiva entender o movimento da realidade. (KARLSON, 1954). Assim, de alguma forma, essa Álgebra considera em sua essência os conceitos de fluência, variável, campo de variação e igualdade. (TRINDADE, 2017, p. 65).

No que tange ao MLH a pesquisadora ressalta que

Através do movimento lógico-histórico do conceito é que a perspectiva do ensino da Álgebra procura superar a fragmentação. Pois, assim, envolve o sujeito no processo de humanização, primando pela atividade humana e a construção do conhecimento científico como suporte para o seu absoluto progresso. (TRINDADE, 2017, p. 41).

Em relação aos resultados, ela explica que identificou dois elementos importantes no processo de aprendizagem dos estudantes: o movimento lógico-histórico do conceito e o compartilhamento das ações.

Especificamente sobre o MLH, foco deste trabalho, seus resultados indicam que

Ao estudarmos o movimento lógico-histórico de um conceito, nos reportamos no tempo e isso nos leva a refletir sobre a importância em estudá-lo. Kopnin defende a indissociabilidade entre o histórico e o lógico, pois entende que não seria possível uma lógica sem o fazer objetivo do homem. (SOUZA, 2014, p. 10). Por entendermos isso, é que planejamos este trabalho de modo a oferecer aos estudantes condições para que reflitam e pesquisem a partir do movimento lógico-histórico da Álgebra. (TRINDADE, 2017, p. 91).

Assim sendo, conclui que o movimento lógico-histórico se configura como um dos pontos centrais do trabalho docente em sala de aula, que permite a transgressão do modo de pensar mecanicamente, ultrapassando a compreensão da matemática como um conhecimento fixo e imutável.

Santos (2023) igualmente desenvolveu sua pesquisa com estudantes da Educação Básica, mas do Ensino Médio. Seu objetivo foi investigar elementos que se mostram como essenciais para o processo de aprendizagem do conceito de função afim de estudantes de uma turma do Ensino Médio, apresentando como ações investigativas: identificar elementos que contribuem para a apropriação dos nexos conceituais da função afim e analisar situações de ensino que podem desencadear a aprendizagem do conceito de função. Os sujeitos desta investigação foram alunos do primeiro ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, de uma escola municipal de Ijuí-RS. Para a investigação foi organizado um experimento didático por meio de situações potencialmente desencadeadoras de aprendizagem acerca da função afim, tendo em conta os nexos conceituais do conhecimento algébrico: fluência, variável, campo de variação, dependência e proporcionalidade.

A produção e análise de dados pautou-se em três eixos: tudo se transforma; a relação de dependência entre grandezas variáveis; a proporcionalidade no ensino da função afim. Os eixos estavam organizados, baseados em três situações de ensino desenvolvidas com a turma de alunos. Na análise a autora destaca que

Os nexos conceituais da álgebra (fluência, campo de variação e variável) recebem destaque, pois consideram o movimento lógico-histórico da álgebra e podem possibilitar aos estudantes se apropriarem do pensamento algébrico e do conceito de função afim. (SANTOS, 2023, p. 104).

Ao comentar sobre o desafio relativos aos processos de ensino e aprendizagem de conceitos algébricos, que podem ser agravados quando o ensino se pauta somente na formalidade dos conceitos ou apresenta-os sem conexão com elementos que possam levar os estudantes a atribuírem-lhes sentidos, ela explica a relevância de que

na organização do ensino de conceitos algébricos seja levado em consideração o movimento lógico-histórico do conceito, a partir da necessidade que levou ao seu surgimento. Nesse sentido, os nexos conceituais da álgebra podem auxiliar na aprendizagem de conceitos algébricos, em sua essência. (SANTOS, 2023, p. 22).

Em relação aos resultados, a investigação destaca elementos essenciais para a apropriação do conceito função afim: o modo coletivo de organização; a proximidade com o contexto histórico-social dos alunos; a necessidade que leva a um maior envolvimento dos alunos e o motivo de encontrar soluções.

Em relação ao MLH identifica indicativos de

apropriação do conceito de função afim, especialmente de função linear, a partir da proporcionalidade, dos nexos conceituais e considerando o seu movimento lógico-histórico, revelados pelos elementos essenciais que citamos anteriormente. (SANTOS, 2023, p. 156).

A pesquisadora explicita que o MLH dos conceitos algébricos é essencial para sua compreensão, pois passaram por diferentes representações até chegar à síntese conhecida atualmente. Portanto

é importante levar em consideração o movimento lógico-histórico dos conceitos algébricos, ao elaborar as situações de ensino, pois isto possibilita aos alunos vivenciarem esse processo de construção da variável representada por uma letra do alfabeto. Assim, os alunos, ao se colocarem em situações próximas a esse movimento, vão se apropriando dos elementos essenciais da álgebra que lhe permitem chegar a uma linguagem simbólica. (SANTOS, 2023, p. 125-126).

Portanto, conclui explicitando a identificação de indicativos de apropriação do conceito de função afim, especialmente de função linear, a partir da proporcionalidade, dos nexos conceituais e considerando o seu movimento lógico e histórico.

A pesquisa de Noro (2020), diferente das citadas anteriormente que se voltaram à Educação Básica, é desenvolvida no contexto da formação inicial de professores, mais especificamente no curso de Pedagogia. Seu objetivo principal foi investigar possibilidades formativas para futuros professores que ensinam Matemática no que se refere ao ensino e aprendizagem de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Traçou como ações investigativas: compreender o movimento lógico-histórico da álgebra; identificar os sentidos que futuros professores atribuem a

nexos conceituais algébricos; e verificar como os futuros professores se organizam para resolver situações de ensino que envolvem conceitos algébricos. Também, considerando que a investigação se inseria em um espaço voltado à futuros professores, estabeleceu um objetivo formativo: organizar uma unidade didática constituída de situações de ensino para futuros professores dos anos iniciais referente à álgebra.

A autora partiu da ideia de que os conceitos algébricos básicos estão presentes na organização curricular dos anos iniciais e, quando trabalhados de forma eficiente, contribuem para a aprendizagem e para o desenvolvimento dos estudantes e, portanto, justifica a relevância de pensar na capacitação do professor que ensina matemática neste contexto, com vistas a organizar o ensino. Com base no MLH da álgebra, planejou e desenvolveu situações de ensino pautadas nos seguintes nexos: sequência, padrão, regularidade, fluência, interdependência, variável, campo de variação e relação de igualdade. Os participantes foram acadêmicos da disciplina Educação Matemática B do curso de Pedagogia Diurno da Universidade Federal de Santa Maria.

Em relação ao movimento lógico-histórico e a formação docente a pesquisadora explica que é por meio dele que

o professor organiza o ensino, procurando contemplar a essência desse conceito em situações-problema que mobilizem os estudantes a solucioná-las e, assim, chegar ao conceito, desencadeando, portanto, a aprendizagem. Ao encaminhar as ações tencionando a aprendizagem dos estudantes, o professor lhes possibilitará desenvolver suas funções psicológicas superiores. Por essa razão, a atividade de ensino e a atividade de estudo fazem parte da atividade pedagógica, visto que o professor pode levar aos estudantes a apropriação das criações construídas pela humanidade, bem como a apropriação dos conhecimentos científicos. (NORO, 2020, p. 99).

Os resultados apontaram que, a partir do desenvolvimento das situações de ensino, os acadêmicos demonstraram indícios de aprendizagem sobre a álgebra se colocando mais como estudantes do que como futuros professores. Em relação ao MLH, explica que

Constatamos que, ao planejar as ações baseadas no movimento lógico-histórico da álgebra e, mais especificamente, explorando os nexos conceituais algébricos em situações cotidianas e lúdicas, conseguimos abordar a essência da álgebra de modo que os sentidos atribuídos pelos acadêmicos se aproximaram dos significados. (NORO, 2020, p. 224).

Bem como, destaca que

Ao contemplar estudos relacionados ao movimento lógico-histórico da álgebra, e a importância dos nexos conceituais que embasam o conceito, foi possível identificar outros nexos conceituais algébricos que ainda não haviam sido referidos. Deste modo, entendemos que os nexos *sequência, padrão, regularidade e relação de igualdade* também compreendem a essência da álgebra e o seu percurso histórico de desenvolvimento. (NORO, 2020, p. 224).

Conclui afirmando a relevância da intencionalidade na organização dos espaços formativos na perspectiva de que se constituam como de aprendizagens e explicitando o potencial do planejamento e organização de ações que tenham como premissa a essência do movimento lógico-histórico, no seu caso, dos nexos conceituais algébricos.

Apresentadas as três pesquisas podemos identificar que, apesar de terem sido desenvolvidas em diferentes contextos, elas tomam o MLH da álgebra, tal qual descrito no item anterior, como um elemento importante para organizar as ações de ensino e, por meio desta organização, constatarem possibilidades de propiciar a aprendizagem dos estudantes em diferentes níveis de aprendizagem.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

À guisa de conclusões, retomamos nosso objetivo que foi discutir sobre o movimento lógico-histórico da álgebra e como este se insere em processos de ensino e aprendizagem. Para contemplá-lo apresentamos breves anotações sobre a organização histórica da álgebra e seus nexos conceituais, bem como buscamos pesquisas no PPGEMEF/UFMS que tratassem de processos de ensino e aprendizagem de conceitos algébricos nesta perspectiva.

Conforme pudemos acompanhar na sessão relativa ao movimento histórico, é possível conceber que os conhecimentos algébricos foram se constituindo a partir de necessidades humanas, por diferentes sujeitos decorrente de suas atividades, assumidas na perspectiva de Leontiev (2021). Ao longo dos tempos foi se efetivando a determinação de nexos conceituais, sendo que por meio do seu movimento lógico e histórico é possível compreender as suas relações essenciais, cujas sínteses se encontram materializadas nas organizações curriculares escolares, nos diferentes níveis de ensino. Contudo, a apropriação da essência destes conceitos só é possível a partir de seus nexos conceituais internos, como oposição à aprendizagem mecanizada da álgebra meramente como símbolos associados à números.

Esta compreensão nos coloca na reflexão de como este movimento pode perpassar o processo de ensino e aprendizagem.

A análise das três dissertações apresentadas nos permite identificar dois pontos em relação a esta questão. O primeiro deles se revela nas afirmações das pesquisadoras das possibilidades de proposições de situações de ensino potencialmente desencadeadoras de aprendizagem levando em consideração os nexos conceituais algébricos identificados em sua organização lógica e histórica. O segundo se refere às suas constatações de que este movimento é determinante para que estudantes se apropriem de diferentes conhecimentos algébricos em sua essência.

Isto nos sugere indicativos de que o movimento lógico-histórico pode constituir-se como orientador da organização do ensino, na perspectiva de que a apropriação dos conceitos algébricos em sua essência possibilite o desenvolvimento dos aprendizes, em suas máximas capacidades, independentemente do nível em que se encontram.

## REFERÊNCIAS

BAUMGART, J. K. **História da álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, 1974.

CARAÇA, B.de J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1951.

DAVÝDOV, V. V. **Tipo de generalización en la enseñanza**. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 2. Reim., 1982.

DAVIDOV, V. V. Análise dos princípios didáticos da escola tradicional e dos possíveis princípios do ensino em um futuro próximo. Tradução: Josélia Euzébio Rosa e Ademir Damazio. In: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés (Org.). **Ensino desenvolvimental**: antologia. Uberlândia, MG: EDUFU, 2017. p.211-223.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Trad: Hygino H. Domingues. 1ª ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1995.

KLEIN, M. L.; LOPES, A. R. L. V.; POZEBON, S. Movimento lógico-histórico do conceito e organização do ensino: contribuições para a formação de professores que ensinarão matemática. **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, [S. l.], v. 8, n. Contínua, p. 1–22, 2024. DOI: 10.14393/OBv8.e2024-25. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/74718>. Acesso em: 20 ago. 2024.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Tradução Paulo Bezerra. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LEONTIEV, A. N. **Atividade. Consciência. Personalidade**. Tradução de Priscila Marques. Bauru, São Paulo: Míreveja, 2021.

NORO, I. M. **Do aprender ao ensinar álgebra**: formação de futuros professores que ensinam matemática. 2020. 243 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2020.

SANTOS, C. dos. **Aprendizagem do conceito função afim por estudantes do ensino médio**: possibilidades da organização do ensino. 2023. 174 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2023.

SOUSA, M. do C. de. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental. 2004. 285 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2004.

SOUSA, Maria do Carmo de. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Obutchénie. Revista De Didática E Psicologia Pedagógica**, 1(4), 40–68, 2018.

SOUSA, M. do C. de; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2014.

SOUSA, M. do C. de; TEDESCHI, W. Movimento lógico-histórico: da forma de pensamento às pesquisas na área da Educação Matemática: Apresentação. **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, [S. l.], v. 8, n. Contínua, p. 1–12,

2024. DOI: 10.14393/OBv8.e2024-15. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/74707>. Acesso em: 20 ago. 2024.

TRINDADE, C. R. **O movimento de ensinar e aprender álgebra no ensino fundamental**. 2017. 103 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

# UEPS PARA O ENSINO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA: RELAÇÕES ENTRE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E CTSA

Isabel Krey Garcia  
Cassia Lutiane Moraes Goulart

## INTRODUÇÃO

A Educação é um território que, ao longo dos anos, assume diversos e múltiplos diálogos e, também se constitui como cenário de pesquisas de grande significância que buscam evidenciar a importância desse processo como uma prática social que tem por objetivo o desenvolvimento do ser humano. Nesse mesmo direcionamento, há muitas análises acerca da importância do processo de aprendizagem para crianças e adolescentes, como destaca Gomes e Garcia (2014); Flôres *et al.* (2019); Carril *et al.* (2017) em especial, uma perspectiva voltada para um aprender que gere significado para a criança e/ou adolescente. Como cita Carril *et al.* (2017, p. 70), “o processo de aprendizagem está apoiado em aspectos que demandam significância para o aluno, ou seja, estão associados a um saber já existente e sua utilização no seu espaço cotidiano”. Em alguns casos, o que ocorre é uma transferência de conhecimento entre professor e aluno, que muitas vezes, não possuem sentido com o que aquele indivíduo esperava encontrar, além disso, esse distanciamento de sentidos faz com que o estudante se desmotive ao querer aprender.

Para tornar a aprendizagem significativa o aluno deve estar motivado. O interesse destes pode ser despertado a partir do estudo e análise de sua realidade, como destaca Fernandes *et. al* (2021, p. 4),

por meio da Educação CTS espera-se contribuir para a formação de alunos mais críticos diante da ciência e da tecnologia; capazes de reconhecer sua presença no dia a dia, compreendendo fenômenos e processos cotidianos do ponto de vista da ciência e, além disso, com condições de atuar diante de questões sociais relacionadas à cidadania.

Dessa forma, a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) aliada à abordagem Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente (CTSA) pode transformar a concepção de mundo dos indivíduos, tornando-os capazes de estabelecer conexões entre as vivências de seu cotidiano e o novo conhecimento.

Portanto, quais são as possibilidades e desafios ao se construir e aplicar Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) voltado para o Ensino de Física nos anos finais da Escola do Campo?

Nessa direção, apresentamos alguns elementos que destacam as possibilidades e os desafios ao se construir e aplicar uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa voltado para o Ensino de Física nos anos finais da Escola do Campo, com sua ancoragem na TAS, na educação CTSA voltada para a Educação do Campo.

Assim, o objetivo deste trabalho é relatar a pesquisa de mestrado intitulada “Escola do campo e abordagem CTSA: UEPS como promotoras da aprendizagem significativa no ensino de ciências da natureza com ênfase em conceitos de física”<sup>3</sup> que foi desenvolvida com alunos do 8º ano em uma escola do campo. Essa pesquisa foi baseada na elaboração, construção e aplicação de Unidades de Ensino Potencialmente Significativa com abordagem CTSA. Para tal, foi utilizado como aporte teórico a TAS e a Educação CTSA para introduzir os temas Lixo Doméstico e Efeito Estufa. O tema Lixo Doméstico surgiu do interesse dos estudantes, já que é uma preocupação da comunidade em relação a não existência de coleta seletiva pelo serviço público municipal. A partir desse tema foram adotados os conceitos relacionados com o Ensino de Física (Efeito Estufa) e, assim, construído o passo a passo de três sequências didáticas e, posteriormente, desenvolvidas com os estudantes.

---

<sup>3</sup> Pesquisa de mestrado intitulada “Escola do campo e abordagem CTSA: UEPS como promotoras da aprendizagem significativa no ensino de ciências da natureza com ênfase em conceitos de física” disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/31179>. A pesquisa foi orientada pela Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Isabel Krey Garcia (Departamento de Ensino de Física/UFSM) e desenvolvida pela acadêmica Prof.<sup>a</sup> M.<sup>a</sup> Cassia Lutiane Moraes Goulart (UFSM).

## **BASES TEÓRICAS DA PESQUISA**

### **TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

Aprendizagem Significativa é aquela em que ideias expressas de forma abstrata, interagem com o que o aprendiz já sabe, ou seja, há uma interação com algum conhecimento relevante já existente na estrutura cognitiva do indivíduo.

Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-literal, não ao pé-da-letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende. A este conhecimento, especificamente relevante à nova aprendizagem, o qual pode ser, por exemplo, um símbolo já significativo, um conceito, uma proposição, um modelo mental, uma imagem, David Ausubel (1918-2008) chamava de subsunçor ou ideia-âncora. (MOREIRA, 2012, p. 2)

A esse conhecimento já existente na estrutura cognitiva do indivíduo atribui-se a denominação de subsunçor (Ausubel, 1968). Esse subsunçor é o que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto. Essa sistematização entre subsunçor e conhecimento novo se dá de forma interativa, ou seja, a cada nova diferenciação, esses subsunçores se modificam e adquirem novos significados e os novos conhecimentos adquirem significado, ou maior estabilidade cognitiva.

Contudo, sabemos que o ensino atual preconiza uma aprendizagem conhecida como mecânica (AUSUBEL, 1968; MOREIRA, 2011). A aprendizagem mecânica caracteriza-se como sendo vertical, partindo do professor e tendo o estudante como receptor. Por essa visão, o professor é “detentor do conhecimento” e a interação com o estudante praticamente inexistente. Ao analisarmos as duas aprendizagens aqui colocadas, percebemos que a principal diferença entre uma aprendizagem mecânica e uma aprendizagem significativa está relacionada com a compreensão de determinado significado, em situação de aprendizagem.

Assim, se o aprendiz compreendeu determinado significado, estabeleceu a interação entre esse significado e o subsunçor (conhecimento prévio) em determinada situação de aprendizagem, muito provavelmente estabeleceu-se aqui uma aprendizagem significativa.

Por exemplo, para um aluno que já conhece a Lei da Conservação da Energia aplicada à energia mecânica, resolver problemas onde há transformação de energia potencial em cinética e vice-versa apenas corrobora o conhecimento prévio dando-lhe mais estabilidade cognitiva e talvez maior clareza. Mas se a Primeira Lei da Termodinâmica lhe for apresentada (não importa se em uma aula, em um livro ou em um moderno aplicativo) como a Lei da Conservação da Energia aplicada a fenômenos térmicos ele ou ela dará significado a essa nova lei na medida em que “acionar” o subsunçor Conservação da Energia, mas este ficará mais rico, mais elaborado, terá novos significados pois a Conservação da Energia aplicar-se-á não só ao campo conceitual da Mecânica, mas também ao da Termodinâmica. (MOREIRA, 2011, p. 15)

Logo se percebe que o ensino de Ciências da Natureza, ou qualquer outra área do conhecimento, pode tornar-se significativo, seja ele de forma receptiva ou por descoberta, pois “[...] não existe livro significativo, nem aula significativa, nem problema significativo, [...], pois o significado está nas pessoas não nos materiais”. (MOREIRA, 2011, p. 15).

Construir aulas que sejam significativas e que favoreçam a aprendizagem consiste, principalmente, em estabelecer uma mediação entre conhecimento prévio (subsunçor) e o novo conhecimento, em que o papel principal do professor é ser mediador. O Educador precisa analisar e interpretar se o estudante possui ou não o subsunçor sobre determinado conceito que será desenvolvido em aula. Se não existir esse subsunçor, caberá ao professor estabelecer organizadores prévios<sup>4</sup> (leituras, jogos, materiais exemplificativos) que possam auxiliar esses estudantes a construir novos significados ou novos subsunçores.

---

<sup>4</sup> Organizador prévio: material instrucional introdutório apresentado antes do material a ser aprendido, em si, em nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade; segundo Ausubel (1968, 2000), sua principal função é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que deveria saber a fim de que o novo conhecimento pudesse ser aprendido significativamente (MOREIRA, 2011, p. 10-11).

Mas, vale ressaltar que, “para a ocorrência da aprendizagem significativa deve haver uma intencionalidade, uma predisposição, para aprender” (MASINI; MOREIRA, 2017, p. 23). Assim, independente do material ser potencialmente significativo, se o processo de aprendizagem não fizer sentido e não motivar o aprendiz em busca de significados, o processo de aprendizagem, possivelmente, não será significativo.

A aprendizagem significativa ocorre quando há uma interação cognitiva, ou seja, quando um ou mais elementos da estrutura cognitiva e os novos conhecimentos interagem (MASINI; MOREIRA, 2017). Nesse processo, a interação entre o novo conhecimento e os conhecimentos prévios, adquire significados “mas, ao mesmo tempo, o conhecimento que serviu de ancoradouro pode ficar mais estável, mais diferenciado e, inclusive, adquirir novos significados” (MASINI; MOREIRA, 2017, p. 24). São condições para ocorrência de aprendizagem significativa:

1. A estrutura cognitiva existente é a variável independente que mais influencia, podendo facilitar, limitar ou inibir a aprendizagem significativa de um certo conhecimento;
2. A predisposição para aprender, o querer aprender, a intencionalidade do aprendiz, é outro fator fundamental; o ser humano poderá aprender de maneira significativa se quiser aprender; por alguma razão, deve ter a intenção de aprender;
3. Os materiais de aprendizagem devem ser potencialmente significativos, devem fazer sentido para o aprendiz. (MASINI; MOREIRA, 2017, p. 26)

A estrutura cognitiva é o conjunto de conhecimentos (subsúncos) que são organizados de forma hierárquica e que influenciam no processo de aprendizagem, podendo facilitar ou não a aprendizagem. Se houver a facilitação o aprendiz vai diferenciando progressivamente o novo conhecimento e, ao mesmo tempo, reconciliando integrativamente. Essa interação vai modificando a estrutura cognitiva e o conhecimento vai ganhando robustez e significado. Logo, o aprendiz necessita estar predisposto a aprender, ou seja, querer aprender. Nesse caso, a facilitação para ocorrer a interação entre conhecimento prévio e o novo conhecimento é facilitada, caso contrário, haverá uma limitação no processo de interação cognitiva.

Das condições e ações para a ocorrência de aprendizagem significativa, pode ser consideradas algumas implicações no processo de ensino como: o conhecimento prévio deve ser sempre considerado; é o aluno que decide se quer aprender de maneira significativa; materiais instrucionais potencialmente significativos e, por fim, a importância da diferenciação progressiva, ou seja, apresentar ao estudante os conceitos mais importantes e gerais de um corpo de conhecimentos no começo do ensino e, depois, ao longo do processo de ensino, ir revelando detalhes e captando partes de um todo já conhecido (MASINI; MOREIRA, 2017).

Portanto, considerando tudo o que foi exposto sobre Aprendizagem Significativa, precisamos pensar o ensino e a aprendizagem levando em conta o que o aluno já sabe e, a partir disso, estabelecer novas relações com o conhecimento científico, a partir de materiais potencialmente significativos, levando o aprendiz a uma aprendizagem que faça sentido a ele e, que motive a querer aprender e, dessa forma, que sua estrutura cognitiva ganhe robustez ao ancorar novas informações ao subsunções já existentes.

## EDUCAÇÃO CTSA

A Educação e o movimento CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade) têm sua relação estabelecida, no hemisfério norte, há algumas décadas e busca contemplar a participação do estudante em discussões de temas que envolvem Ciência e Tecnologia. Quando voltamos o olhar para a América Latina e, mais especificamente, no Brasil essa mobilização está apenas iniciando, havendo poucas ações institucionalizadas (AULER; DELIZOICOV, 2006).

O movimento CTS no campo educacional, surgiu em meados das décadas de 70 e 80, e propõe uma nova orientação para a educação, principalmente em Ciências da Natureza, em que as questões ambientais são tratadas como parte do processo de aprendizagem. Esta orientação traz uma abertura para a aprendizagem voltada para identificação e solução de “situação - problema”, prezando por questões que tratam de contextos reais e sociais, assim o surgimento desta orientação aponta para uma

educação em Ciências que valoriza a relação do tipo Ciência/Tecnologia/Sociedade/Ambiente (C/T/S/A) (AULER; DELIZOICOV, 2006).

As interações CTSA na educação proporcionam maior direcionamento para a educação, onde se possibilita a integração dos conhecimentos em seus aspectos científicos, sociais, ambientais e culturais (SOUZA *et al.*, 2022). Dessa forma, a abordagem CTSA visa o desenvolvimento do processo reflexivo individual, em cada estudante, sobre assuntos importantes que permeiam a sociedade e, que podem, junto ao conhecimento científico, promover uma aprendizagem significativa e reflexiva aos estudantes, tornando-os atuantes criticamente em sociedade.

As abordagens envolvendo a metodologia CTSA visam o desenvolvimento do interesse e do conhecimento sobre a ciência, bem como as capacidades de estruturar um pensamento crítico e criativo nos alunos por meio de estratégias interativas de aprendizagem, tais como atividades investigativas, tomada de decisões e discussões em grupo. (AIKENHEAD, 2009, apud SOUZA *et al.*, 2022, p. 123)

O objetivo do movimento CTSA no campo educacional é desenvolver nos estudantes uma sensibilidade crítica acerca dos impactos sociais e ambientais derivados das novas tecnologias, promovendo uma imagem mais realista da natureza social das Ciências e da Tecnologia. Dessa maneira oferecer aos estudantes, e futuros profissionais, a possibilidade de desenvolver seu posicionamento crítico e informado sobre as políticas sociais, ambientais e tecnológicas que nos afetam e, assim, torná-los capazes de participar “frutiferamente” em qualquer diálogo ou discussões sobre políticas públicas para o desenvolvimento humano e social (CEREZO, 2017, p. 29).

Nesse sentido, o movimento CTSA, no âmbito educacional, destaca a necessidade de enfatizar a participação dos estudantes em discussões, diálogos e reflexões que envolvem Ciência e Tecnologia, bem como, suas implicações na sociedade e no ambiente em que esse indivíduo está inserido.

O desenvolvimento de atividades CTSA também é uma forma de ensinar os alunos a enxergarem o “mundo” a sua volta, problematizando questões pertinentes e possi-

bilitando que se tenha uma visão crítica e complexa dos fenômenos naturais e sociais no qual este está inserido. É se contrapor a visão do progresso desmedido e tido como “bom” que busca alimentar um sistema consumista que visa o lucro em primeiro lugar relegando outras questões como as sociais e as ambientais a segundo plano. É possibilitar que esse aluno desenvolva uma visão crítica sobre suas escolhas tendo subsídios de tomar decisões com base em critérios por ele mesmo estabelecidos racionalmente, com ética e valores por ele elencado como relevantes. (SOUZA *et al.*, 2022, p. 125-126)

Por fim, o movimento CTSA ainda ressalta que uma educação para a cidadania, deve ir além dos objetivos centrados nos conteúdos, mas, permitir a reflexão e a ação sobre os processos sociais e científicos que envolvem a sociedade e, principalmente, que o educando assuma uma postura cidadã que permita a ele compreender a natureza da Ciência e do seu papel social (AULER, 2007).

## CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO DAS UEPS

As UEPS são uma forma de organização, planejamento e aplicação de aulas muito semelhante a uma sequência didática, tendo como base a TAS e outras teorias de aprendizagem (MOREIRA, 2011).

Nesse sentido, as UEPS, têm como objetivo modificar o modelo de aula baseado na aprendizagem mecânica, e propõe aos professores um “planejamento pensado e organizado, afinal para todas as etapas, os materiais e as estratégias de ensino devem ser diversificados, o questionamento deve ser privilegiado em relação às respostas prontas e o diálogo e a crítica devem ser estimulados” (MOREIRA, 2011, p.5), ou seja, ela é organizada de forma a levar em consideração diversos aspectos como: currículo, contexto social, aprendizagem, tecnologias de informação e comunicação, alunos e professores, situações essenciais para uma aprendizagem significativa. Além disso, as UEPS permitem dialogar com outras áreas do conhecimento, possibilitando uma ampliação no desenvolvimento de habilidades cognitivas dos estudantes.

No processo de assimilação de novos significados, a UEPS construída a partir de uma abordagem CTSA no Ensino de Física na Escola

do Campo, implica lidar com situações verdadeiras e que envolvem soluções aplicáveis no cotidiano do estudante, tem como propósito desenvolver o instinto curioso das crianças, que no caso, é o que está nos faltando na Escola atual.

Na Etapa inicial, por não identificar, logo no princípio, algum tema que fosse possível fazer a relação entre Ensino de Física, TAS e CTSA, foi proposto aos estudantes um “questionário de interesses”.

O questionário era composto por questões simples, de respostas individuais, em uma perspectiva que eles pudessem revelar como veem a sua comunidade, tanto nas fragilidades, quanto nas potencialidades. Desse questionário surgiram três temas que eles destacaram como problemas enfrentados pela comunidade, sendo eles: a precariedade da estrada, o abandono de animais em via pública e a não realização de coleta seletiva do lixo, pelas entidades públicas municipais.

A Segunda etapa consiste na construção das UEPS com base nas respostas descritas no “questionário de interesses”. Foi escolhido como tema a ser abordado na UEPS a problemática da coleta seletiva do lixo. A terceira etapa foi de aplicação da UEPS em sala de aula com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. A análise da UEPS, bem como, dos resultados obtidos com a aplicação da UEPS a partir da identificação de relações com os referenciais pesquisados, com base em leituras bibliográficas e, principalmente, tendo como maior referência a TAS e a Educação CTSA.

Dessa maneira, a (as) UEPS seguiram as seguintes etapas sequenciais, descritas por Moreira (2011) como:

- 1) definir o tópico a ser abordado; 2) criar/propor situação(ões)sobre conhecimento inicial; 3) propor situações-problema, em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno, que preparem o terreno para a introdução do conhecimento (declarativo ou procedimental) que se pretende ensinar; 4) apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido; 5) em continuidade, retomar os aspectos mais gerais do conteúdo da unidade de ensino; 6) dar seguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, buscando a reconciliação

integrativa; 7) a avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação, registrando tudo que possa ser considerado evidência de aprendizagem significativa do conteúdo trabalhado; 8) a UEPS somente será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa (captação de significados, compreensão, capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento para resolver situações problema). (MOREIRA, 2011, p. 3-5)

As UEPS foram construídas com base nos 8 passos descritos por Moreira (2011) e, além disso, utilizando os seguintes objetivos descritos na BNCC (2018):

(EF07CI13) Descrever o mecanismo natural do efeito estufa, seu papel fundamental para o desenvolvimento da vida na Terra, discutir as ações humanas responsáveis pelo seu aumento artificial (queima dos combustíveis fósseis, desmatamento, queimadas etc.) e selecionar e implementar propostas para a reversão ou controle desse quadro; (EF08CI16) Discutir iniciativas que contribuam para restabelecer o equilíbrio ambiental a partir da identificação de alterações climáticas regionais e globais provocadas pela intervenção humana.

Com base na Educação CTSA pretende-se promover a alfabetização científica dos cidadãos para que estes tenham condições de intervir de forma crítica no contexto social no qual estão inseridos, através do desenvolvimento de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores que possibilitem a tomada de decisão responsável e consciente sobre questões relativas à Ciência e Tecnologia na Sociedade (SANTOS; MORTIMER, 2000); Promover uma visão mais ampla da ciência, com vistas a natureza da ciência e do trabalho científico e promover o interesse dos alunos em relacionar ciência e tecnologia aos fenômenos cotidianos (AULER, 2007).

E com relação a TAS busca-se a aprendizagem significativa, na qual um novo conhecimento adquire significado na ancoragem interativa com algum conhecimento prévio especificamente relevante.

O objetivo geral da UEPS é possibilitar a aquisição significativa de conceitos relacionados a efeito estufa, calor, temperatura, sensação térmica, transformação de energia, e demais conceitos físicos, tendo como tema de interesse o descarte de lixo doméstico.

Para responder à questão de pesquisa já mencionada, foram construídas 3 UEPS, que seus objetivos e conceitos abordados no quadro abaixo. A primeira UEPS trata sobre questões relacionadas aos conceitos que envolvem o estudo do Efeito Estufa e da associação com a queima do lixo doméstico. A segunda UEPS tinha como proposta levantar conceitos relacionados a questões sobre a diferenciação entre temperatura, calor e sensação térmica e, por fim, a última UEPS aborda a conservação de energia e suas transformações, a partir da relação estabelecida com a compostagem de resíduos orgânicos.

Quadro 1 – Objetivos das UEPS

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>PRIMEIRA UEPS</p> <p><b>UEPS: Lixo doméstico e Efeito Estufa</b></p> <p><b>Objetivos:</b></p> <p>Reconhecer e discutir as ações humanas (lixo doméstico) responsáveis pelo aumento do <b>efeito estufa</b>, bem como, propor soluções para reverter ou diminuir essa situação. Além disso, descrever o mecanismo natural do <b>efeito estufa</b>, seu papel fundamental para o desenvolvimento da vida na Terra.</p> <p><b>Conceitos:</b> Efeito Estufa.</p> | <p>SEGUNDA UEPS</p> <p><b>UEPS: Lixo doméstico e Aquecimento Global-temperatura, Calor e Sensação Térmica</b></p> <p><b>Objetivos:</b></p> <p>Possibilitar a aquisição significativa de conceitos relacionados a Calor, Temperatura e Sensação Térmica, buscando fazer uma possível associação ao Aquecimento Global e a emissão de gases liberados pelo lixo. Além disso, diferenciar temperatura, calor e sensação térmica. Reconhecer como esses conceitos são utilizados no cotidiano.</p> <p><b>Conceitos:</b> Aquecimento Global, Temperatura, Calor e Sensação Térmica.</p> | <p>TERCEIRA UEPS</p> <p><b>UEPS: A COMPOSTEIRA E A CONSERVAÇÃO DE ENERGIA</b></p> <p><b>Objetivos:</b> Possibilitar a aquisição significativa de conceitos relacionados ao Princípio Geral da Conservação de Energia e a importância da composteira para a transformação da matéria orgânica (lixo em adubo). Reconhecer como esses conceitos são utilizados no cotidiano, buscando fazer uma associação entre a compostagem e a Conservação de energia, pois a lei da conservação da energia é fundamental. Ela diz que a energia não se perde, nem pode ser destruída, ela se transforma.</p> <p><b>Conceitos:</b> Compostagem e Princípio Geral da Conservação de Energia.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: autores.

Com base nos temas definidos (Quadro 1), as UEPS foram construídas de acordo com os 8 passos sequenciais (MOREIRA, 2011) e seguem os seguintes detalhamentos de acordo com os Quadros 2, 3 e 4. A primeira UEPS trata sobre a queima do lixo doméstico e a relação com o efeito estufa, para essa UEPS definimos momentos que envolvem prática experimental, leitura de textos científicos, vídeos para complementar o processo de aprendizagem.

Quadro 2 – Detalhamento 1ª UEPS

| <b>Passos</b> | <b>Detalhamento da UEPS</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1             | Conceitos: Efeito Estufa.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 2             | Foram propostas atividades para investigar o conhecimento prévio dos estudantes, sendo eles: questionário inicial, atividades de análise e diálogo com relação às respostas do questionário.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 3             | Situação inicial: Elaboração de Podcast, com base na análise textual e nos vídeos assistidos, onde responderam ao seguinte questionamento: “Você sabia que a queima de lixo, mesmo dentro da propriedade particular, é crime?”                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 4             | Aprofundando o conhecimento:<br>Foram trabalhados os conceitos de Efeito Estufa; Aquecimento Global; Gases que potencializam o Efeito Estufa; A importância do Efeito Estufa para a existência de vida na Terra; Mudanças Climáticas; A ação humana e a produção de lixo.                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 5             | Situações-problema: O aquecimento global, causado pela acentuação do efeito estufa, tem como principal fator a emissão de material particulado – que são poluentes. Quais materiais particulados são liberados na queima do lixo? Como você representaria essa liberação de partículas na atmosfera?<br>O documentário “O amanhã é hoje – o drama de brasileiros impactados pelas mudanças climáticas”. (LAZZERI, 2018), servirá de material de apoio para a situação – problema.<br><a href="https://www.oamanhaehoje.com.br/">https://www.oamanhaehoje.com.br/</a> |

| <b>Passos</b> | <b>Detalhamento da UEPS</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6             | <p>Nesse passo, na primeira parte dele, foi proposto aos estudantes o experimento prático que simula o efeito estufa, com isso pretende-se retomar alguns conceitos já estudados e propor novos debates enquanto se realiza a experiência.</p> <p>Na segunda parte, foi realizada a leitura colaborativa do artigo “Ensinando a Química do Efeito Estufa no Ensino Médio: possibilidades e limites” (TOLENTINO, 1998), onde será destacado e dialogado sobre algumas abordagens do artigo em relação ao Efeito Estufa e ao Aquecimento Global.</p> <p><a href="http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc31_4/09-PE-1208.pdf">http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc31_4/09-PE-1208.pdf</a></p> |
| 7             | Avaliação Somativa buscando a compreensão dos conceitos estudados.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 8             | Avaliação da UEPS.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

Fonte: autores.

Na segunda UEPS buscamos pelo desenvolvimento de atividades que desenvolvessem o pensamento crítico e permita uma aprendizagem que seja significativa, para isso, utilizamos de momentos de aprendizagem colaborativa e prática através de experiências em sala de aula. Outro ponto importante, é a apresentação e leitura de artigos científicos (algumas partes), oportunizando o contato com o conhecimento científico.

Quadro 3 – Detalhamento 2ª UEPS

| <b>Passos</b> | <b>Detalhamentos da UEPS</b>                                                                |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1             | Conceitos: Efeito Estufa, Temperatura, Calor e Sensação Térmica.                            |
| 2             | Questionário para investigar os conhecimentos prévios e diálogo sobre as respostas obtidas. |

| Passos | Detalhamentos da UEPS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3      | <p>Os alunos realizarão a leitura do texto “Agravamento do efeito estufa demanda mudança rápida em nosso estilo de vida” e farão uma análise reflexiva sobre a imagem (Imagem de queima de lixo). Assistir à vídeos indicados e, de forma colaborativa, responder aos questionamentos indicados, deixando-os registrados em seus cadernos através de um resumo.</p> <p>VÍDEOS:</p> <p>O LIXO E AS MUDANÇAS CLIMÁTICAS:</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=AuzgGJZGNvg">https://www.youtube.com/watch?v=AuzgGJZGNvg</a></p> <p>A DIFERENÇA ENTRE CALOR E TEMPERATURA:</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=vN1SRqgERvo">https://www.youtube.com/watch?v=vN1SRqgERvo</a></p> <p>QUAL A SUA SENSACÃO TÉRMICA?</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=0uVrppI2Cgk">https://www.youtube.com/watch?v=0uVrppI2Cgk</a></p> <p>AQUECIMENTO GLOBAL:</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=qefB2pI9RYY">https://www.youtube.com/watch?v=qefB2pI9RYY</a></p> |
| 4      | <p>Aprofundando o conhecimento: será trabalhado os conceitos de Efeito estufa; Aquecimento Global; Gases que potencializam o Efeito Estufa; Temperatura; Calor; Sensação Térmica; Mudanças Climáticas; A ação humana e a produção de lixo como fatores que intensificam a emissão de gases poluentes e, por consequência, interferem no aumento da Temperatura Terrestre, Efeito estufa e no aquecimento da Terra. Esses conceitos serão apresentados e dialogados em grande grupo durante a apresentação de slides (em anexo) e textos.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 5      | <p>Como diferenciar temperatura, calor e sensação térmica? Qual a influência da queima de lixo doméstico para esses fenômenos?</p> <p>Experimento: “As Três Bacias”</p> <p><a href="http://aprendendotermologia.blogspot.com/2013/08/experimento-da-bacia-de-agua.html">http://aprendendotermologia.blogspot.com/2013/08/experimento-da-bacia-de-agua.html</a> Fonte das imagens: SAMPAIO, José Luiz; CALÇADA, Caio Sérgio. Física. 2.ed. São Paulo: Atual, 2005, p. 165. vol. único.</p> <p><a href="http://www.ciencias.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=288">http://www.ciencias.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=288</a></p> <p>Após o término do experimento os alunos, em seus cadernos, realizaram alguns apontamentos sobre o experimento.</p>                                                                                                                                                                                            |

| <b>Passos</b> | <b>Detalhamentos da UEPS</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6             | <p>O quadro será dividido em três partes, escrevendo em cada uma delas, respectivamente, os conceitos de Temperatura, Calor e Sensação térmica. Em uma segunda situação, o mesmo quadro ganhará mais uma linha, onde os alunos acrescentarão exemplos desses fenômenos.</p> <p>Em seguida, serão apresentadas aos estudantes algumas situações cotidianas, por exemplo: uma panela sendo aquecida no fogão, as mãos geladas durante o inverno, os vidros do ônibus ou do carro embaçados durante uma chuva e a utilização de cubinhos de gelo para resfriar um suco. Será realizado um diálogo a respeito desses exemplos, explicando o que acham ser temperatura, calor e sensação térmica e, a partir disso, ir preenchendo a tabela acima com os exemplos.</p> <p>Promover uma discussão com os estudantes a respeito das três noções analisadas – temperatura, calor e sensação térmica – e as possíveis relações entre “estar quente”, “estar frio” e “estar morno”. Anotar no quadro as suposições deles, objetivando construir a compreensão correta desses conceitos.</p> |
| 7             | Avaliação somativa.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 8             | Avaliação da UEPS.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

Fonte: autores.

A terceira UEPS parte inicialmente da prática experimental para, posteriormente, associar ao conceito de conservação de energia. Assim, primeiramente construímos a composteira na escola, utilizando materiais recicláveis. Após esse processo, passamos a relacionar com os conceitos que pretendíamos trabalhar em sala de aula, como mostra o quadro 4.

Quadro 4 – Detalhamento 3ª UEPS

| <b>Passos</b> | <b>Detalhamento da UEPS</b>                                                                 |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1             | Conceitos: Compostagem e Princípio Geral da Conservação de Energia.                         |
| 2             | Questionário para investigar os conhecimentos prévios e diálogo sobre as respostas obtidas. |

| Passos | Detalhamento da UEPS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3      | <p>Os alunos serão convidados a pensar e dialogar sobre algumas questões. Depois realizarão a leitura de dois textos, um sobre Transformação de Energia e o outro sobre a compostagem. Por fim, assistirão aos documentários indicados e farão o relato desses momentos em seus diários de campo.</p> <p>Parte 1 – Questões norteadoras:</p> <p>Já vimos que o lixo pode ser prejudicial. Será que existe alguma forma de tornar o lixo útil?</p> <p>Ir anotando as respostas no quadro.</p> <p>Leitura de texto e assistir aos vídeos:</p> <p>Texto adaptado de:</p> <p><a href="https://www.santos.sp.gov.br/?q=file/50214/download&amp;token=SAslFBE">https://www.santos.sp.gov.br/?q=file/50214/download&amp;token=SAslFBE</a></p> <p>Texto adaptado de: <a href="https://brasilecola.uol.com.br/fisica/usinas-eletricidade.htm">https://brasilecola.uol.com.br/fisica/usinas-eletricidade.htm</a></p> <p>Texto adaptado de:</p> <p><a href="https://joinville.esf.org.br/blog/compostagem-importancia-beneficios-tipos/">https://joinville.esf.org.br/blog/compostagem-importancia-beneficios-tipos/</a></p> <p>Vídeos Indicados:</p> <p>O que é compostagem e seus benefícios</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=niMUh8PaDDg">https://www.youtube.com/watch?v=niMUh8PaDDg</a></p> <p>A CONSERVAÇÃO DE ENERGIA <a href="https://www.youtube.com/watch?v=sweZ0I9ZLCI">https://www.youtube.com/watch?v=sweZ0I9ZLCI</a></p> |
| 4      | <p><b>Aprofundando o conhecimento:</b></p> <p>Serão trabalhados os conceitos de Energia; Temperatura; Calor e Compostagem Orgânica. Esses conceitos serão apresentados e dialogados em grande grupo durante a apresentação de slides e textos. E para os alunos será solicitado que realizem resumo em seus cadernos.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 5      | <p>Situação: Como acontece a transformação de energia em uma compostagem? Qual a influência da temperatura e do calor?</p> <p>ETAPA 2- Construção da Composteira</p> <p>Material de apoio em: <a href="https://semeandoagua.ipe.org.br/composteira-faca-a-sua-agora-mesmo/?gclid=EAIaIQobChMI_NeXi7SX9wIVUE-FIAB0w6QaIEAAYyAAEgLWI_D_BwE">https://semeandoagua.ipe.org.br/composteira-faca-a-sua-agora-mesmo/?gclid=EAIaIQobChMI_NeXi7SX9wIVUE-FIAB0w6QaIEAAYyAAEgLWI_D_BwE</a></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

| <b>Passos</b> | <b>Detalhamento da UEPS</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6             | <p>Parte 1- O quadro será dividido em duas partes, escrevendo em cada uma delas, respectivamente, Transformação de Energia e exemplos cotidianos. Cada aluno irá destacar um exemplo de cada tipo de transformação.</p> <p>Parte 2- Os alunos assistirão aos vídeos indicados e, a partir de um mapa mental, farão associações entre a produção de adubo orgânico e a produção de energia e/ou sua utilização no processo de compostagem.</p> <p>Documentário Brasil Orgânico <a href="https://www.youtube.com/watch?v=N-XFMWjzTVvU">https://www.youtube.com/watch?v=N-XFMWjzTVvU</a></p> <p>Biodigestor portátil que transforma restos de comida em gás de cozinha <a href="https://www.youtube.com/watch?v=FxkZ6Pozgn0">https://www.youtube.com/watch?v=FxkZ6Pozgn0</a></p> |
| 7             | Avaliação Somativa: elaboração de anotações sobre o processo de compostagem desde o princípio até o surgimento do chorume.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 8             | Avaliação da UEPS.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

Fonte: autores.

Analisando as três UEPS construídas, podemos perceber atividades com potencial para fomentar o processo de aprendizagem dos estudantes como: evoluções conceituais, involuções e/ou estagnações.

A pesquisa de mestrado incluiu também a análise da aprendizagem significativa dos estudantes, que por motivo de espaço não será aqui abordada com detalhes<sup>5</sup>. Durante o desenvolvimento das atividades, em sala de aula, da primeira e da segunda UEPS, foi possível observar evidências de evolução no processo de diferenciação do conhecimento, por exemplo, na associação da queima de lixo com os efeitos no meio ambiente, no solo e na saúde da população. Porém, na terceira UEPS, ocorreu estagnação do conhecimento, a partir da construção do processo de compostagem e a associação às transformações de energia, necessitando que essa UEPS seja revista e reorganizada para futura aplicação.

<sup>5</sup> Para maiores detalhes sobre a análise da evolução conceitual dos estudantes e indícios de aprendizagem significativa ver – “Escola do campo e abordagem CTSA: UEPS como promotoras da aprendizagem significativa no ensino de ciências da natureza com ênfase em conceitos de física” <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/31179>.

Por fim, obtivemos indícios de que as três UEPS podem contribuir para a aprendizagem significativa no ensino de física nas séries finais do ensino fundamental e que elas têm potencial para serem importantes instrumentos para aquisição de novos subçunsosres, bem como para estabelecer novos significados ao conhecimento prévio dos estudantes.

## CONCLUSÃO

Na pesquisa buscamos elaborar e aplicar UEPS a partir da abordagem CTSA, bem como refletir sobre aspectos que evidenciem aprendizagem significativa em Ciências da Natureza, com ênfase em conceitos de Física por alunos de uma escola do campo. Para que, desse modo, pudéssemos traçar análises e reflexões que nos auxiliasse a responder nosso problema de pesquisa.

Ao analisar e refletir sobre todo o processo de pesquisa, seja de estudo bibliográfico, de elaboração das UEPS e, também, de sua aplicação, conseguimos identificar que há contribuições significativas na aplicação de UEPS com abordagem CTSA, na escola do campo, um exemplo disso ocorre quando os estudantes associam o descarte de lixo doméstico, de forma irregular, com prejuízos ambientais.

O desenvolvimento das UEPS permitiu aos alunos apresentarem suas concepções sobre a localidade em que vivem; perceberem a importância da coleta de lixo não apenas para limpar o ambiente, mas o que isso representa ao meio ambiente e ao nosso Planeta; compreenderem as relações entre Ciência e Sociedade, em uma dimensão ampla do conhecimento científico e social e das implicações das ações humanas no ambiente; entenderem a importância de uma postura crítica em busca de conhecimento e, por fim, acompanharem, de maneira contínua, o entendimento conceitual da Física.

As UEPS proporcionam um ambiente mais adequado para a aprendizagem significativa ao envolverem o conhecimento prévio do estudante sobre determinado conceito, bem como, da disposição do estudante em querer aprender.

O “Querer aprender” ou estar disposto a aprender, neste trabalho desenvolvido, foi bem complexo. A volta às salas de aula pós-pandemia foi um processo bem difícil e exigiu uma readaptação no processo

de aprender e ensinar. Na turma em que foi desenvolvido o trabalho consegui perceber o desafio que o distanciamento da pandemia nos deixou, e propor um trabalho diferente daquele que eles estavam acostumados (mecânico e sem uma orientação do professor), causou certa estranheza a eles.

Apesar dos desafios iniciais de se trabalhar com UEPS, podemos afirmar que são materiais que possibilitam uma aprendizagem significativa e, alinhadas a CTSA, fazem com que os estudantes partam daquilo que conhecem, com questões de sua realidade, e retornem a elas com um olhar mais crítico apontando soluções ou cobrando por soluções dos agentes públicos.

Sabemos que toda mudança de paradigmas não é um processo rápido e crescente. Mexe com a estrutura, com a cultura, com os hábitos de escolas, professores, alunos e comunidade escolar.

Enquanto a educação olhar para o estudante como um número na estatística dos exames externos, cada vez mais teremos o abandono escolar e o desinteresse pelo conhecimento, logo, o compromisso com as pesquisas sobre TAS retrata a importância de se pensar novas situações de aprendizagem que trazem resultados mais significativos para os estudantes e não resultados numéricos.

Nesse caminho, buscar compreender e refletir sobre a TAS, bem como, elaborar e aplicar UEPS em uma abordagem CTSA no Ensino de Ciências da Natureza, com ênfase em conceitos de Física, no contexto de uma Escola do Campo traduz a urgência em produzir ambientes que promovam um ensino e uma aprendizagem significativa, que mostrem novos caminhos e possibilidades para os professores que se interessam por essa temática.

Nesse sentido, ao retornarmos a nossa questão inicial “quais são as possibilidades e desafios ao se construir e aplicar Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) voltado para o Ensino de Física nos anos finais da Escola do Campo?” entendemos que existem muitas possibilidades ao se construir e aplicar UEPS como: desenvolver um conhecimento que faça sentido ao estudante; proporcionar relações entre conhecimento científico relacionado com seu cotidiano; estimular o estudante a querer aprender; partir de situações cotidianas e aprofundar

o conhecimento com informações científicas, sem achismos, e, também, proporcionar que o aluno seja o protagonista desses momentos de aprendizagem. Quanto aos desafios do percurso de construir e aplicar as UEPS podemos destacar o tempo despendido para determinar o tema para construir as UEPS; o envolvimento dos estudantes com as propostas de estudo; o excesso de faltas dos estudantes nas aulas prejudicando o andamento do trabalho e o tempo de desenvolvimento das UEPS foi maior que o planejado.

Apesar de toda a complexidade do percurso do desenvolvimento do trabalho, ao final de todo o processo de pesquisa podemos destacar que houve indícios de aprendizagem significativa dos estudantes, que eles foram participativos, principalmente, em atividades experimentais ou cooperativas. Mas, também, percebemos que as UEPS necessitam de uma nova reorganização e repensar certas atividades, pois nem todas obtiveram o êxito esperado.

Portanto, acreditamos na Educação e, principalmente, na capacidade que uma Aprendizagem Significativa tem em transformar a concepção de mundo dos indivíduos, e torná-los capazes de estabelecer conexões entre as vivências de seu cotidiano e o novo conhecimento.

## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D.P. (1963). **The psychology of meaningful verbal learning**. New York, Grune and Stratton.

AULER, D. Enfoque Ciência-Tecnologia-Sociedade: pressupostos para o contexto brasileiro. **Ciência e Ensino**. v. 1, número especial, 2007.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

CARMO, José Manuel do. As ciências no ciclo preparatório: formação de professores para um ensino integrador das perspectivas da ciência, do indivíduo e da sociedade. In: **Ler Educação**, nº 5, maio/ago. 1991.

CARRIL, M. da G. P; NATÁRIO, E. G; ZOCCAL, S. I. Considerações sobre Aprendizagem Significativa, a partir da visão de Freire E Ausubel – uma reflexão teórica. **E-Mosaicos-Revista Multidisciplinar de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura** (CAp- UERJ), v.6, n.13, p. 68-78, dezembro de 2017. DOI: 10.12957/e-mosaicos.2017.30818

CEREZO, José A. López. **Ciencia, tecnología y sociedad**. Asunción, 2017. [https://www.conacyt.gov.py/sites/default/files/upload\\_editores/u38/CTS-JA.Lopez-Cerezo-modulo-6.pdf](https://www.conacyt.gov.py/sites/default/files/upload_editores/u38/CTS-JA.Lopez-Cerezo-modulo-6.pdf)

COSTA, S. Ensino de Bacteriologia sob uma abordagem Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente (CTSA) na Educação Básica. **Ensino, Saúde e Ambiente**, 9(3), 2016. Qualis B1 <https://doi.org/10.22409/resa2016.v9i3.a21244>

CREMASCO, P.R.P.; PEREIRA, R.S.G.; LUCAS, L.B. **Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente: um olhar a partir de algumas pesquisas**. Arquivos do MUDI, v 21, n 03, p. 166-177, 2017. <file:///C:/Users/Acer/Downloads/40952-Texto%20do%20artigo-180268-1-10-20171212.pdf>

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A. P. **Metodologia do Ensino de Ciência**. São Paulo: Cortez, 1990.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FERNANDES, R. F.; CARDOSO, Z. Z.; DE ABREU, R. C.; DE VASCONCELLOS, E. S.; COIMBRA, S. G.; JÚNIOR, W. A. B.; BUFFON DA SILVA, S. M.; STRIEDER, R. B. Educação CTS em escolas públicas: Reflexões sobre práticas educativas. **Ciências em Foco**, Campinas, SP, v. 14, n. 00, p. e021009, 2021. Disponível em: <https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/cef/article/view/15122>.

FLÔRES, G. G. C.; MATHIAS, C. V.; SANTAROSA, M. C. P. As transformações geométricas sob o olhar de um aluno com o Transtorno do Espectro Autista. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 12, n. 29, p. 448-466, 27 dez. 2019.

GOMES, André Taschetto; GARCIA, Isabel Krey. Aprendizagem Significativa na EJA: Uma análise da evolução conceitual a partir de uma intervenção didática com a temática energia. **Investigações em Ensino de Ciências – V19(2)**, pp. 289-321, 2014. Qualis A2 <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/81>

GOULART, C.L.M.; GARCIA, I. K. **Escola do campo e abordagem CTSA: UEPS como promotoras da aprendizagem significativa no ensino de ciências da natureza com ênfase em conceitos de física**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade de Santa Maria. Santa Maria, 2024. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/31179>.

HAGE, S. M.; REIS, M.I.A. Tempo, espaço e conhecimento nas escolas rurais (multi)seriadas e transgressão ao modelo seriado de ensino. **Em Aberto**: Brasília, v.31, n.101, p.77-91, jan./abr. 2018. Disponível: <http://rbep.inep.gov.br/ojs3/index.php/emaberto/article/view/3230/2965>

LEONTIEV, A. **O Desenvolvimento do Psiquismo**. São Paulo, Centauro, 2004.

LIMA, S.S.A. **Unidade de Ensino Potencialmente Significativa: uma proposta de aprendizagem de meio ambiente aplicada na educação do campo**. Rio de Janeiro: IFF, 2019.

MASINI, E. F. S.; MOREIRA, M.A. **Aprendizagem Significativa na Escola**. Curitiba, PR: CRV, 2017.

MOLINA, M. C.; JESUS, S. M. S. A. de (org.). Contribuições para a construção de um projeto de educação do campo. Brasília, DF: **Articulação Nacional por uma Educação do**

**Campo**, 2004. n. 5. Disponível: <https://www.gepec.ufscar.br/publicacoes/livros-e-colecoes/livros-diversos/contribuicoes-para-a-construcao-de-um-projeto-de.pdf>

MOREIRA, M. A. Uma análise crítica do ensino de Física. **Estudos Avançados**, [S. l.], v. 32, n. 94, p. 73-80, 2018. DOI: 10.1590/s0103-40142018.3294.0006. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/eav/article/view/152679>.

MOREIRA, M.A. Unidades de Ensino Potencialmente Significativas – UEPS. Disponível em: <https://ueps.ufsc.br/ueps/> ou <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/UEPSport.pdf>

MOREIRA, M.A. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA. III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Lisboa (Peniche), 11 a 15 de setembro de 2000. Publicada nas Atas desse Encontro, pp. 33- 45, com o título original de Aprendizagem significativa subversiva.

MOREIRA, M. A. **Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS**. Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review – V1(2), pp. 43-63, 2011. (tradução de Moreira) Disponível: [http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo\\_ID10/v1\\_n2\\_a2011.pdf](http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID10/v1_n2_a2011.pdf)

MOREIRA, M.A. e MASINI, E.F.S. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. Editora Centauro, 2011.

MOREIRA, M.A. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, M.A. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA. **Boletín de Estudios e Investigación**, nº 6, pp. 83-101, 2005, com o título Aprendizaje Significativo Crítico. 1ª edição, em formato de livro, 2005; 2ª edição 2010; ISBN 85-904420-7-1. <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritport.pdf>

MOROSINI, M. C. Estado de conhecimento e questões do campo científico. **Educação**: Santa Maria, v. 40, n. 1, p. 101-116, jan./abr. 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/15822/pdf>

NASCIMENTO, F. C. B., BICALHO, R. BREVE CONTEXTUALIZAÇÃO DA EDUCAÇÃO RURAL NO BRASIL E OS CONTRASTES COM A EDUCAÇÃO DO CAMPO. **Educação em Debate**, Fortaleza, ano 41, nº 78 - jan./abr. 2019. [https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/44221/1/2019\\_art\\_fcbnascimentorbicalho.pdf](https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/44221/1/2019_art_fcbnascimentorbicalho.pdf)

PINHEIRO, N. A. M. et al. CIÊNCIA, TECNOLOGIA E SOCIEDADE: A RELEVÂNCIA DO ENFOQUE CTS PARA O CONTEXTO DO ENSINO MÉDIO. **Ciência & Educação**, v. 13, n. 1, p. 71-84, 2007. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/S97k6qQ6QxbyfyGZ5KysNqs/?format=pdf&lang=pt>

PINHEIRO, N. A. M. et al. O contexto científico-tecnológico e social acerca de uma abordagem crítico-reflexiva: perspectiva e enfoque. Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653), nº 49/1 – 25 de marzo de 2009. Disponível em: <https://rieoei.org/RIE/article/view/2116/3130>

RICARDO, Elio Carlos. **EDUCAÇÃO CTSA**: obstáculos e possibilidades para sua implementação no contexto escolar. *Ciência & Ensino*, vol. 1, número especial, 2007.

ROSA, I. S. C.; SILVA, T. S. ABORDAGEM CTSA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS: INTERFERÊNCIAS NO CURRÍCULO DE BIOLOGIA. **VI Colóquio Internacional “Educação e Contemporaneidade”**. São Cristóvão- SE. 20 a 22 de setembro de 2012.

SANTOS, A. T; MIRANDA, E. F. EDUCAÇÃO DO RURAL VERSUS EDUCAÇÃO DO CAMPO: PARADIGMAS E CONTROVÉRSIAS. **Seminário Gepráxis**, Vitória da Conquista – Bahia – Brasil, v. 6, n. 6, p 134-146, 2017. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/229303899.pdf>

SANTOS, W. L. P.; MORTIMER, E. F. Uma Análise de Pressupostos Teóricos da Abordagem C-T-S (Ciência-Tecnologia-Sociedade) no Contexto da Educação Brasileira. **Ensaio - Pesquisa em Educação em Ciências**, Belo Horizonte, v. 2, n. 2, p. 133-162, dezembro de 2002.

SANTOS, Fernanda Marsaro dos. Análise de conteúdo: a visão de Laurence Bardin. Resenha de: [BARDIN, L. Análise de conteúdo. São Paulo: Edições 70, 2011, 229p.] **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v.6, no. 1, p.383-387, mai. 2012.

SANTOS, B.B; SILVA, L.V. da. O ENSINO DE FÍSICA NOS ANOS FINAIS DO FUNDAMENTAL E A BNCC: RECONSTRUÇÃO DE SABERES PARA UMA NOVA BASE. **VII CONEDU – Conedu**, 2020. ISSN 2358-8829. Disponível: [https://editorarealize.com.br/editora/anaais/conedu/2021/TRABALHO\\_EV150\\_MD1\\_SA116\\_ID3873\\_30092021210034.pdf](https://editorarealize.com.br/editora/anaais/conedu/2021/TRABALHO_EV150_MD1_SA116_ID3873_30092021210034.pdf)

SILVA, L.; MORAIS, T. C.; BOF, A. M. A educação no meio rural do Brasil: revisão da literatura. In: BOF, A. M. **A educação no Brasil rural**. Brasília: Inep, 2006.

SILVA, C. J. A. da, VIOLA, G. G., BERTINI, L. M. Desvendando a relevância do Ecossistema Manguezal através de uma unidade didática. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, 2020. Qualis A3 <http://periodicos.apps.uern.br/index.php/RECEI/article/view/1684/2262>

SIQUEIRA, G.C. de, et al. CTS e CTSA: em busca de uma diferenciação. **Rev. Tecnol. Soc.**, Curitiba, v. 17, n. 48, p. 16-34, jul./set., 2021. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rts/article/view/14128>

SOUSA, José Raul de; SANTOS, Simone Cabral Marinho dos. Análise de conteúdo em pesquisa qualitativa: modo de pensar e de fazer. **Pesquisa e Debate em Educação**, Juiz de Fora: UFJF, v. 10, n. 2, p. 1396 - 1416, jul. - dez. 2020. ISSN 2237-9444. DOI: <https://doi.org/10.34019/2237-9444.2020.v10.31559>

SOUZA, V. W. S.; RODRIGUES, V. B., V; FERREIRA, L. H. Estudo do Favorecimento da Aprendizagem Significativa a partir da Metodologia CTSA. **Revista Debates em Ensino de Química, [S. l.]**, v. 8, n. 2, p. 118–132, 2022. Disponível em: <https://journals.ufrpe.br/index.php/REDEQUIM/article/view/4824>.

STRIEDER, R. B; KAWAMURA, M. R. D. Educação CTS: Parâmetros e Propósitos Brasileiros. **ALEXANDRIA: R. Educ. Ci. Tec.**, Florianópolis, v. 10,

n. 1, p. 27-56, maio. 2017. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2017v10n1p27/34216>

VENDRAMINI, C.R. QUAL O FUTURO DAS ESCOLAS NO CAMPO? **Educação em Revista**: Belo Horizonte, v.31, n.03, p. 49-69, julho-setembro 2015. Disponível: <https://www.scielo.br/j/educ/a/j5CVprmwZCCP4TmKw8xC7yz/?format=pdf&lang=pt>

VENDRAMINI, C.R. A escola diante do multifacetado espaço rural. **PERSPECTIVA**, Florianópolis, v. 22, n. 01, p. 145-165, jan./jun. 2004. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/10090/9314>

ZANETIC, João; MENEZES, Luís Carlos de. **Física também é cultura**. 1990. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1990.

ZOCOLER, J. C.; SFORNI, M. S. F. A Relação entre o Ensino de Ciências da Natureza e a Formação da Concepção de Mundo à luz da Psicologia Histórico-Cultural. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 26, e20038, 2020. Disponível: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/Xk5cqVtgkmdTwWC3VTtD5wn/?format=pdf&lang=pt>

# DA ESTRATÉGIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA À SALA DE AULA: PONTOS E CONTRAPONTO

Rita de Cássia Pistóia Mariani  
Kaynan Casali Vieira  
Cristhian Lovis

## INTRODUÇÃO

Há mais de três décadas países como Estados Unidos, Inglaterra, França, Espanha e Austrália têm firmado parcerias para “educar financeiramente” suas populações para “[...] gerir suas finanças pessoais de forma eficaz, habilitando-as a serem consumidores financeiros independentes [...], e de modo que os governos possam reduzir suas responsabilidades para o “bem-estar” financeiro dos indivíduos” (MUNIZ, 2016, p. 31-32).

Esse movimento para propagar a denominada Literacia Financeira<sup>6</sup> começou a ganhar contornos globais no início do século XXI, por meio da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Devido ao interesse de seus membros, em 2003, a Educação Financeira (EF) foi incluída como pauta de discussão na OCDE, mas também passou a ser tratada por países que não compõem essa Organização. Consequentemente, em 2010, o Brasil homologou a Estratégia Nacional de Educação Financeira (Enef), promovendo ações destinadas à sociedade e as escolas.

A OCDE também elaborou um projeto que teve como principal resultado o primeiro estudo sobre EF, em nível internacional, publicado no documento “Recomendações sobre os princípios e boas práticas para a Educação Financeira e consciência” (SILVA; POWELL, 2013). Nele está contido um entendimento de EF que é replicado em distintos programas e normativas, ressaltando que ela envolve:

<sup>6</sup>Literacia está vinculada a ideia de letramento ou alfabetização, logo Literacia Financeira relaciona-se com um conjunto de *capacidades, competências e habilidades* que auxiliam gerir uma gama variada de situações financeiras (MUNIZ, 2016).

[...] o processo pelo qual consumidores/investidores financeiros aprimoram sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, por meio de informação, instrução e/ou aconselhamento objetivo, desenvolvem as habilidades e a confiança para se tornarem mais conscientes de riscos e oportunidades financeiras, a fazer escolhas informadas, a saber onde buscar ajuda, e a tomar outras medidas efetivas para melhorar seu bem-estar financeiro. (OCDE, 2005, p. 4, tradução nossa).

Com base nessa ideia, identificam-se possibilidades de melhoria do bem-estar financeiro a partir da acumulação e gestão individual de recursos, sem evidenciar o papel do Estado. Ademais, destacam-se elementos econômicos e não são observados aspectos sociais, comportamentais, culturais e ambientais.

Diante do exposto, o Grupo de Pesquisa EMgep<sup>7</sup> desenvolve suas investigações a partir de uma perspectiva mais ampla, abrangendo relações identitárias e sociais, pautando-se na Educação Financeira Escolar (EFE) que se constitui por:

[...] um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (SILVA; POWELL, 2013, p. 12).

Desse modo, este estudo<sup>8</sup> objetiva identificar comportamentos socioeconômico-financeiros diante de situações de consumo, revelados por uma turma de 3º ano de uma escola pública de Santa Maria/RS. Para tanto, segue uma abordagem qualitativa e desenvolveu-se no mês de julho de 2024, com alunos que participariam Olimpíada Nacional de Educação Financeira (OBEF), em agosto do mesmo ano.

<sup>7</sup> EMgep é a sigla de Educação Matemática: grupo de estudos e pesquisa. Disponível em: [dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/2528319758626475](http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/2528319758626475). Acesso em: 31 ago. 2024.

<sup>8</sup> Este trabalho segue os preceitos éticos e está vinculado ao Projeto Educação Financeira e Matemática Financeira: um estudo no Estado do Rio Grande do Sul, aprovado na Plataforma Brasil sob o registro CAAE (Certificado de Apresentação de Apreciação Ética) nº 71788223.7.0000.5346, em 20/08/2023.

# REGULAMENTAÇÕES DA ENEF

O Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010, publicado no Diário Oficial da União, institui a Enef que tem “[...] a finalidade de promover a educação financeira e previdenciária e contribuir para o fortalecimento da cidadania, a eficiência e solidez do sistema financeiro nacional e a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores” (BRASIL, 2010, art. 1º). Para isso a Enef agrega ações públicas e privadas, com gestão centralizada e execuções descentralizadas.

A gestão centralizada tem como objetivo garantir consistência metodológica entre programas e ações, evitando o uso da educação financeira como ferramenta de marketing ou venda disfarçada de produtos e serviços. Atividades e projetos descentralizados buscam fornecer efetividade à Enef, considerando as dimensões continentais do território e os diferentes níveis de governo (federal, estadual e municipal). (OCDE, 2013, p. 10).

Esse Decreto ainda instituiu o Comitê Nacional de Educação Financeira (Conef) e o designou como responsável pela promoção da Enef, por meio da elaboração de planos, programas e ações, bem como o estabelecimento de metas para o planejamento, financiamento, execução, avaliação e revisão (BRASIL, 2010). A gestão do Conef foi presidida por um regime de rodízio, a cada período de doze meses, e o número de representantes foi aumentando com o passar dos anos (Quadro 1).

Quadro 1 – Composição do Conef

| Legislação                    | Membros do Conef                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Decreto nº 7.397 (22/12/2010) | O Art. 3º institui a composição do Conef:<br>-Um Diretor do Banco Central do Brasil<br>-O Presidente da Comissão de Valores Mobiliários<br>-O Diretor-Superintendente da Superintendência Nacional de Previdência Complementar<br>-O Superintendente da Superintendência de Seguros Privados<br>-O Secretário-Executivo do Ministério da Fazenda<br>-O Secretário-Executivo do Ministério da Educação<br>-O Secretário-Executivo do Ministério da Previdência Social |

| Legislação                          | Membros do Conef                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                     | -O Secretário-Executivo do Ministério da Justiça<br>-Quatro representantes da sociedade civil: Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais (ANBIMA); a principal bolsa de valores brasileira (BM&FBOVESPA); Federação Brasileira de Bancos (FEBRABAN); Confederação Nacional das Empresas de Seguros Gerais, Previdência Privada e Vida, Saúde Suplementar e Capitalização (CNSEG)                                                                                                                   |
| Decreto nº<br>8.584<br>(07/12/2015) | O Art. 3º altera os três últimos incisos da composição do Conef do Decreto anterior:<br>-O Secretário-Executivo do Ministério do Trabalho e Previdência Social<br>-O Secretário Nacional do Consumidor do Ministério da Justiça<br>-Até seis representantes da sociedade civil: os quatro primeiros membros se mantiveram e os dois novos começaram a fazer parte apenas ao final de 2017, sendo eles o Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed) e o Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (Sebrae) |

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Ainda em 2011, o Conef aprovou o Plano Diretor de consolidação da Enef, apontando a relevância do estudo da EF em decorrência da inclusão bancária e do desenvolvimento dos mercados de finanças, além das mudanças demográficas, econômicas e políticas (BRASIL, 2011). Esse Plano “[...] integra um conjunto de políticas sociais macroeconômicas que contribuem com o estágio de amadurecimento institucional do Brasil para a época” (BRASIL, 2011, p. 3) e explicita que:

Educação Financeira é o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e dos produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação claras, adquiram os valores e as competências necessários para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos neles envolvidos e, então, façam escolhas bem informadas, saibam onde procurar ajuda, adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar, contribuindo, assim, de modo consistente para formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (BRASIL, 2011, p. 20).

Quando se compara esse entendimento de EF com o apresentado pela OCDE identificam-se duas particularidades. A primeira se refere ao fato de a Enef apontar certa preocupação com a sociedade como um todo, citando-a após “os indivíduos”. E a segunda “[...] apresenta a importância da formação de uma sociedade responsável, comprometida com o futuro” (HARTMANN, 2021, p. 20-21). Por outro lado, deve-se ressaltar que ele ainda contém indícios que buscam aproximar o comportamento econômico da população de interesses do mercado financeiro.

Com a dissolução do Conef<sup>9</sup>, em 2019, a Enef permaneceu como política pública. Porém, no ano seguinte, o Decreto nº 7.397/2010 foi revogado e substituído pelo Decreto nº 10.393, de 09 de junho de 2020, que instituiu o Fórum Brasileiro de Educação Financeira (FBEF) e a Nova<sup>10</sup> Enef com “[...] a finalidade de promover a educação financeira, securitária, previdenciária e fiscal no País” (BRASIL, 2020, art. 1º).

Dentre os compromissos do FBEF está implementar e estabelecer os princípios da Enef; divulgar e compartilhar ações de EF, securitária, previdenciária e fiscal propostas por seus membros, por outros órgãos e entidades públicas ou por instituições privadas; e promover a interlocução entre os órgãos ou as entidades públicas e as instituições privadas (BRASIL, 2020). Conforme o art. 3º do Decreto nº 10.393/2020, o FBEF é composto por representantes de oito órgãos/entidades (Quadro 2) e sua presidência é exercida por um dos membros, em regime de rodízio, a cada 24 meses.

Quadro 2 – Composição do FBEF

| Legislação                           | Membros do FBEF                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Decreto nº<br>10.393<br>(09/06/2020) | -Banco Central do Brasil<br>-Comissão de Valores Mobiliários<br>-Superintendência de Seguros Privados<br>-Superintendência Nacional de Previdência Complementar<br>-Secretaria do Tesouro Nacional da Secretaria Especial de Fazenda do Ministério da Economia |

<sup>9</sup>O Conef foi extinto a partir do Decreto nº 9.759, de 11 de abril de 2019, que estabeleceu diretrizes, regras e limitações para colegiados da administração pública federal direta, autárquica e fundacional.

<sup>10</sup>Esse termo está presente apenas em algumas legislações da Enef, publicadas a partir do Decreto nº 10.393/2020, por esse motivo nem sempre ele é mencionado neste capítulo.

| Legislação | Membros do FBEF                                                                                                                                                                                                           |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|            | -Secretaria de Previdência da Secretaria Especial de Previdência e Trabalho do Ministério da Economia<br>-Secretaria Nacional do Consumidor do Ministério da Justiça e Segurança Pública<br>-Ministério da Educação (MEC) |

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Embora seja mencionado que o FBEF é composto, também, por representantes do MEC, no Decreto nº 10.393/2020 não há menção sobre a EF em âmbito educacional. Apenas o Comunicado FBEF nº 2, de 25 de agosto de 2021, divulgou o Plano de Ação para a implementação da “Nova” Enef. Nele consta uma reformulação da ideia de EF que se aproxima da apresentada pela OCDE, ainda em 2005, pois considera a EF como “[...] o processo pelo qual indivíduos desenvolvem a consciência, conhecimentos, habilidades, atitudes e comportamentos necessários para a tomada de decisões financeiras conscientes, em prol do seu bem-estar financeiro” (BRASIL, 2021, art. 2º).

Esse aparente retrocesso também pode ser observado quando se compara a composição do Conef com o FBEF, pois a alteração desfavoreceu a representação da sociedade civil – que tinha cadeira cativa no colegiado anterior – deixando apenas órgãos e instituições ligadas direta ou indiretamente à Administração Pública Federal.

No que concerne à finalidade dessa política pública, salienta-se que a retirada de algumas delas, notadamente relacionadas à sociedade, se caracteriza como um perfil de atuação mais vertical. Enquanto o Conef centrava-se na promoção, execução e avaliação da Enef, as competências definidas para o FBEF salientam questões securitárias e previdenciárias associadas à EF e Educação Fiscal.

## O PROGRAMA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS

A Enef implementa o Programa Educação Financeira nas Escolas<sup>11</sup>, desde 2011, tendo como público-alvo professores e alunos do

<sup>11</sup> Em agosto de 2024 as informações e publicações desse Programa estão disponíveis no endereço: <https://www.edufinanceiraescola.gov.br>. No entanto, esses e outros documentos já estiveram no site <https://www.edufinanceiraescola.gov.br>.

Ensino Fundamental e Médio de escolas públicas e privadas. Dentre as temáticas, destaca-se a cultura de planejamento, prevenção, poupança, investimento, consumo consciente, entre outros aspectos (EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA ESCOLA, 2024).

A plataforma do Programa contém materiais para docentes, normativas do MEC, regulamentações para formação de professores e publicações sobre educação financeira e assuntos correlatos. Os materiais são baseados na exploração de situações didáticas<sup>12</sup> na forma de cadernos didáticos, *podcasts*, guias, vídeos, cursos de Educação a Distância e livros para a Educação Básica e o Ensino Universitário (EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA ESCOLA, 2024). Desde a publicação dos primeiros materiais é possível observar pontos positivos em relação à composição de ambientes de discussão envolvendo, principalmente, a EF e a Educação Matemática (EM):

Ainda que a ENEF seja recente, o que impede avaliações da eficácia, da eficiência, da adequação e da pertinência de seu material didático, bem como dos próprios conteúdos nele contemplados, ela garante um vasto espaço de discussão, particularmente no que tange potencial interação entre EF e EM. Isso significa que cabem reflexões sobre a natureza semiótica do esforço de contextualização de problemas matemático-financeiros em sala de aula, acerca dos obstáculos epistemológicos inerentes aos conceitos evocados, das competências e da formação dos professores de EF, do currículo e dos métodos de ensino, entre inúmeros outros. (HOFMANN; MORO, 2012, p. 51).

Outro escopo do Programa é a Olimpíada Brasileira de Educação Financeira-OBEF<sup>13</sup>, implementada por meio de parcerias entre universidades e institutos federais. A primeira edição ocorreu em 2019, em 14 estados e no Distrito Federal. Em 2022, o número de estados

---

[www.vidaedinheiro.gov.br](http://www.vidaedinheiro.gov.br). Durante a troca de endereço muitos arquivos foram excluídos, o que eliminou vestígios históricos tanto do Programa quanto da Enef.

<sup>12</sup> “Situação Didática é um conjunto de ações e atividades que auxiliam os estudantes no desenvolvimento de competências para lidar com várias situações do cotidiano” (OCDE, 2013, p. 13).

<sup>13</sup> Organizada pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB) em especial, pelo Centro de Ciências Sociais Aplicadas (CCSA), Departamento de Finanças e Contabilidade (DFC) e o Projeto de Extensão Educação Financeira para Toda a Vida. Em 2017 e 2018 ela ocorreu como uma avaliação regional, denominada de Olimpíada Paraibana de Educação Financeira. No entanto, a partir de 2019, ela evoluiu para nível nacional. Disponível em: <https://www.ufpb.br/educacaofinanceira>.

aumentou para 21 e, no ano seguinte para 23, permanecendo assim até a sua sexta edição, em 2024.

A OBEF é organizada em cinco níveis, os quatro primeiros atendem ao Ensino Fundamental – Nível 1 (2º e 3º ano), Nível 2 (4º e 5º ano), Nível 3 (6º e 7º ano) e Nível 4 (8º e 9º ano) – e o Nível 5 é destinado para os três anos do Ensino Médio e o 4º ano técnico- incluído em 2023. As provas de todos os níveis são compostas por questões objetivas de múltipla escolha. As escolas podem selecionar quais níveis desejam participar (UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA, 2024).

A OBEF ocorre em três fases: a primeira é composta por dez questões respondidas por meio de plataformas digitais; a segunda e a terceira fases têm 15 questões cada, e acontecem de forma presencial. As edições são regulamentadas por um edital, sendo que no de 2024 constam as seguintes temáticas:

1. Produção e Consumo
2. Orçamento pessoal e familiar
3. Planejamento Financeiro
4. Custos, despesas, receitas, preço e lucro
5. Conceitos de Educação Financeira e Alfabetização Financeira
6. Investimento
7. Gastos domésticos e pessoais
8. Cartão de crédito, uso do crédito
9. Fluxo de caixa, valor do dinheiro no tempo
10. Moedas
11. Juros, Capital, Montante, Desconto e Amortização
12. Cooperativismo de crédito e Educação Fiscal. (UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA, 2024, p. 5).

Ao longo das seis edições observa-se a permanência das temáticas, apesar de algumas terem sido agrupadas a partir da segunda edição. Além disso, Educação Fiscal foi inserida na II OBEF e de Alfabetização Financeira foi acrescentada na IV OBEF. Apesar dessa variação percebe-se que as questões possuem basicamente três enfoques (E): conceitos econômicos (envolvem definições e interpretações do uso de elementos econômicos e financeiros); conceitos matemáticos (abrangem conteúdos da matemática escolar como porcentagem, juros simples e compostos); e, comportamentos ideais (versam sobre atitudes “corretas” para manutenção do bem-estar financeiro). O Quadro 3 contém um exemplo de cada um desses enfoques.

Quadro 3 – Exemplos de questões de cada enfoque identificado nas provas da OBEF

| E                     | Questão                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Conceitos Econômicos  | <p>(8º e 9º ano do Ensino Fundamental/2021) Analise as afirmativas abaixo e marque V (verdadeiro) ou F (falso): Características de um cartão de débito:</p> <p>( ) Cartão que permite você escolher quando é que o valor da compra é deduzido.</p> <p>( ) Quando compra algo, o valor é imediatamente deduzido do seu saldo bancário</p> <p>( ) O banco deduz o valor da compra quando desejar Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta de cima para baixo:</p> <p><b>(A)</b> F, V, V. <b>(B)</b> V, F, V. <b>(C)</b> F, V, F <b>(D)</b> V, V, V. <b>(E)</b> F, F, V.</p> |
| Conceitos Matemáticos | <p>(Ensino Médio/2023) Sophia vai pagar uma conta no valor de R\$ 78,00. Sabendo que essa dívida começou a 3 meses e que ela está pagando R\$ 18,00 de juros, qual a taxa mensal de juros simples?</p> <p><b>(A)</b> 1% a.m. <b>(B)</b> 0,01% a.m. <b>(C)</b> 10% a.m. <b>(D)</b> 1,1% a.m. <b>(E)</b> 0,1% a.m.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Comportamentos Ideais | <p>(8º e 9º ano do Ensino Fundamental/2023) Alguém utiliza o cartão de crédito de forma correta se:</p> <p>(A) Observar a fatura com atenção e pagar sempre o valor total sem atraso.</p> <p>(B) Comprar tudo parcelado e na hora da fatura conferir se foi a melhor forma de comprar.</p> <p>(C) Pagar sempre o valor mínimo, entrando no rotativo para ter uma folga no orçamento.</p> <p>(D) Emprestar o cartão para amigos, sem certeza que pagarão as compras.</p> <p>(E) Adquirir mais de cartões, com datas diferentes de vencimento, e estourar o limite.</p>                     |

Fonte: Elaborado pelos Autores a partir das provas da OBEF.

Por meio da análise do Quadro 3 é possível concluir que embora os temas sejam relevantes, é igualmente importante considerar situações mais próximas às vivências dos alunos. Isso implica identificar necessidades, considerando desejos singulares, a voz e as experiências dos sujeitos.

## PARA ALÉM DO PROGRAMA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS

Frente à análise das questões da OBEF e a identificação da delimitação de seus enfoques o presente estudo busca promover um debate com os alunos, envolvendo temas dessa Olimpíada. No entanto, considera situações

socioeconômico-financeiras que podem potencializar o aprendizado de conceitos aliadas à socialização de entendimentos e atitudes. A ideia não é preparar os alunos para a OBEF, mas utilizar o momento da iminente realização da Olimpíada e de provas para o ingresso no Ensino Superior. Por esse motivo, tomam-se questões do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) como ponto de partida para discutir temas relacionados à EF.

Para a escolha das questões seguiu-se o estudo de Vieira (2024). Dentre as 123 questões identificadas foram selecionadas três, a saber: Q140/2022<sup>14</sup>, Q156/2022 e Q172/2016.2<sup>15</sup>. Todas elas abrangem a ideia de consumo, o que permitiu incluir pontos de discussão envolvendo aspectos sociais – elementos culturais, políticos, institucionais que podem influenciar um indivíduo; aspectos econômicos – que versam sobre hábitos, processos de produção, alocação, acumulação e consumo de bens e serviços; e, aspectos financeiros – que abordam estudos de operações feitas com dinheiro com a finalidade de fazê-lo evoluir ao longo do tempo (VIEIRA, 2024).

A pesquisa foi implementada em sala de aula, na disciplina de Matemática, em dois encontros, com intervalo de quatro dias. No Encontro 1 (E1) foram trabalhadas as duas primeiras questões e no E2, a terceira. Inicialmente, foi distribuída uma folha com a questão do Enem, após a análise e resolução cada ponto de discussão foi projetado e debatido com os alunos<sup>16</sup>, que estavam organizados em grupos (G) (Quadro 4).

Quadro 4 – Grupos e alunos participantes do trabalho

| E1 | G1 |    |    | G2 |    | G3 |    |    | G4 |     | G5  |     |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
|    | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 | A10 | A11 | A12 | A13 |

| E2 | G1 |     | G2 |    | G3 |    |     | G4 |    | G5 |     | G6  |     |     | G7  |
|----|----|-----|----|----|----|----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
|    | A1 | A14 | A2 | A3 | A4 | A5 | A15 | A6 | A8 | A9 | A10 | A11 | A12 | A13 | A16 |

Fonte: Elaborado pelos Autores.

A produção de dados considera os protocolos - com informações referentes à resolução da questão do Enem - e as gravações em áudio dos grupos de alunos e do debate dos pontos de discussão. A análise

<sup>14</sup> A notação Qxxx/ANO se refere ao número xxx da questão da prova amarela e o respectivo ANO da edição do Enem.

<sup>15</sup> 2016.2 está relacionada à 2ª aplicação do Enem 2016.

<sup>16</sup> Para preservar a identidade realizou-se uma codificação composta pela letra A seguida por um número.

das fontes permitiu evidenciar aspectos sobre: a gestão financeira das famílias; os comportamentos frente às escolhas de pagamento; as ações desencadeadas a partir de anúncios publicitários em redes sociais, os procedimentos de segurança adotados na compra e análise de bens e serviços, divulgados no meio digital.

## QUESTÃO 140 – ENEM 2022

A Q140/2022 (Quadro 5) envolve um problema de desconto na compra de uma geladeira por meio de duas formas de pagamento – dinheiro ou cartão de crédito. Sua resolução requer identificar possíveis equívocos cometidos ao analisar as distintas propostas de venda, envolvendo cálculo de porcentagem. Ao optar pela compra no cartão de crédito, é dado um desconto de 2% sobre o preço fora da promoção. Portanto, é necessário determinar o valor do acréscimo, estabelecendo o valor normal, para depois calcular o desconto. Contudo a cliente, equivocadamente, realizou apenas um cálculo considerando a diferença entre os dois percentuais, o que resultou em um valor distinto ao anunciado pela loja. Por fim, é preciso determinar qual foi a diferença e se ela foi maior ou menor do que o valor calculado pela cliente.

Quadro 5 – Enem 2022 – Questão 140 – Caderno Amarelo

Em uma loja, o preço promocional de uma geladeira é de R\$ 1.000,00 para pagamento somente em dinheiro. Seu preço normal, fora da promoção, é 10% maior. Para pagamento feito com o cartão de crédito da loja, é dado um desconto de 2% sobre o preço normal.

Uma cliente decidiu comprar essa geladeira, optando pelo pagamento com o cartão de crédito da loja. Ela calculou que o valor a ser pago seria o preço promocional acrescido de 8%. Ao ser informada pela loja do valor a pagar, segundo sua opção, percebeu uma diferença entre seu cálculo e o valor que lhe foi apresentado. O valor apresentado pela loja, comparado ao valor calculado pela cliente, foi

- (A) R\$ 2,00 menor.
- (B) R\$ 100,00 menor.
- (C) R\$ 200,00 menor.
- (D) R\$ 42,00 maior.
- (E) R\$ 80,00 maior.

Fonte: Elaborado pelos Autores com base no site do Inep.

A resolução da Q140/2022, apresentada por quatro grupos, contém cálculos corretos embasados na ideia de proporcionalidade. Por outro lado, G5 não a compreendeu integralmente, limitando-se a determinar os valores correspondentes, sem estabelecer a diferença final. Após essa correção, ocorreu a socialização dos pontos de discussão, que versam sobre a tomada de decisão frente às formas de pagamento e a verificação de preços em operações comerciais (Quadro 6).

#### Quadro 6 – Pontos de discussão da Q140/2022

- D1: Ao comprar um produto, você verifica as formas de pagamento: dinheiro, crédito, boleto e PIX?
- D2: Ao comprar um produto, entre as possibilidades de pagamento, qual usualmente você realiza?
- D3: Você verifica se os descontos ofertados pela loja estão corretos?
- D4: Você possui algum tipo de cartão de crédito? Qual(is)?
- D5: Você sabe a diferença do cartão de loja ou banco?
- D6: Você sabe como funciona o pagamento do cartão de crédito?
- D7: Você conhece o modo de cálculo dos juros do cartão crédito?
- D8: Você sabe qual a taxa de juros do cartão de crédito ao atrasar uma fatura?
- D9: Você como funciona o limite do rotativo do cartão?
- D10: O que vocês conseguiram entender da seguinte charge:



Fonte: Gilmar Fraga / Agencia RBS (2023)

<https://gauchazh.clicrbs.com.br/opiniao/noticia/2023/08/gilmar-fraga-o-fim-do-rotativo-cll5ujsat00b2015tu263k6cq.html>

- D11: Se esse casal estivesse devendo R\$ 1.000,00 no rotativo em janeiro de 2023. Não comprasse mais nada durante todo o ano e não pague a dívida. De quanto seria a fatura em janeiro de 2024?

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Apenas dois alunos revelaram, explicitamente, que não possuem o hábito de verificar os valores monetários dos produtos que consomem, sendo que um deles mencionou: “*Eu saio comprando, é realidade, não vou mentir*” (A6\_Q140\_D1, jul. 2024<sup>17</sup>). Por outro lado, a maioria da turma indicou que confere os valores anunciados, como expôs A9: “*É que eu sou pão dura, então eu sempre vejo os preços naquelas maquininhas que têm [leitor de código de barras para consultas de preços]. Não confio muito no que eles colocam ali, porque às vezes, nem é aquele preço que eles colocam ali. Aí eu vejo na máquina e faço as contas, se ficar maior do que eu quero pagar, eu não levo*” (A9\_Q140\_D1, jul. 2024). Além disso, a tomada de decisão parece ocorrer a partir de uma tendência que busca produtos de menor preço: “*Eu não faço [cálculos de verificação do desconto], compro tudo que é mais barato*” (A10\_Q140\_D1, jul. 2024).

Em relação à opção de pagamento, identifica-se que o uso de boletos não é comum entre os alunos e está associado ao deslocamento a agências bancárias: “[...] *quem paga a conta de hoje em dia em boleto? [...] Tu vai no banco e a vezes tem que ficar em uma fila*” (A5\_Q140\_D2, jul. 2024). Em especial, A6 e A7, indicaram que suas mães efetuam esse procedimento: “*Minha mãe tem costume de pagar em boleto*” (A6\_Q140\_D2, jul. 2024); “*Só minha mãe, minha mãe adora pagar em boleto*” (A7\_Q140\_D2, jul. 2024). Em contrapartida, as compras quitadas por meio do débito, foram associadas à ausência de compromissos financeiros futuros: “*Eu adoro um débito, aí não fica para pagar*” (A8\_Q140\_D2, jul. 2024). E, novamente, emergiu a figura da mãe que costuma utilizar essa modalidade de pagamento: “*Minha mãe adora um débito*” (A7\_Q140\_D2, jul. 2024).

Ao contrário do crédito, o débito é utilizado para aquisição de produtos de menor custo, como evidenciaram A4, A6 e A7: “*Sempre o que é mais em conta, depende do valor também. Se o valor for baixinho paga a vista, mas se for muito alto, paga no crédito*” (A4\_Q140\_D2, jul. 2024); “*Quando é uma coisa muito cara não têm como comprar no débito. Se não a gente fica pobre*” (A6\_Q140\_D2, jul. 2024); “*Se é celular, fazemos no boleto; se é compra em mercado, é débito; farmácia é crédito*” (A7\_Q140\_D2, jul. 2024).

O uso do cartão de crédito também está associado à necessidade de ter um planejamento financeiro mais elaborado: “[...] *têm que calcular o*

---

<sup>17</sup> Relatos identificados por (Aluno\_Questão Enem\_Ponto de Discussão, mês. ano).

*valor que tu não poderia gastar né, no crédito” (A7\_Q140\_D2, jul. 2024). Esse fato demanda certa resistência ao seu uso, pela facilidade de endividamento: “Se eu uso crédito, tá louco! Vou à falência” (A6\_Q140\_D4, jul. 2024).*

Por outro lado, evidencia-se novamente o papel da mãe na gestão financeira da família, tanto por ceder meios de pagamento: *“Eu uso da minha mãe, ela tem cartão de crédito, entendeu? Eu ia me perder se não fosse assim” (A5\_Q140\_D4, jul. 2024), quanto para controlar as finanças: “Meu irmão não consegue [controlar os gastos do cartão de crédito]. Meu irmão estava em uma bola de neve, agora que ele se livrou. Minha mãe consegue já manter mais o crédito, tipo segurar, sabe não gastar” (A5\_Q140\_D2, jul. 2024).*

Ainda vale destacar que A1 estabeleceu uma associação equivocada do uso do termo juros ao se referir à parcela do cartão de crédito: *“[...] se tem pouca diferença em pagar à vista, e a juros, compro a juros, tipo parcelado” (A1\_Q140\_D1, jul. 2024). E, por fim, constata-se que todos os alunos afirmaram não terem conhecimento sobre as formas de cálculo de juros, quando ocorre atraso no pagamento da fatura do cartão de crédito. Como argumento, eles relataram que buscam quitar as dívidas em dia, portanto não se preocupam em pesquisar sobre essas taxas. Nesse momento, os pesquisadores expuseram uma síntese das principais regras do cartão de crédito e as modificações ocorridas a partir da Resolução nº 4.655, de 26 de abril de 2018, emitida pelo Banco Central do Brasil e da Lei do Programa Desenrola Brasil - Lei nº 14.690, de 3 de outubro de 2023 - que passou a vigorar a partir de 1º de julho de 2024.*

Ao serem questionados sobre a escolha da instituição bancária, os alunos indicaram que suas decisões não são influenciadas por terceiros, inclusive por familiares. A maioria ainda revelou utilizar bancos digitais, em virtude da facilidade de acesso e da transparência nos métodos de investimento: *“Acho que é o mais fácil de usar. Eu acho que rende mais também, têm as caixinhas lá, eu largo meu salário” (A1\_Q140\_D4, jul. 2024). Os bancos físicos foram mencionados em situações que exigem alguma necessidade específica como, por exemplo, a remuneração do serviço militar obrigatório “Por causa do quartel, tinha que abrir em um banco, não podia ser a Caixa, tinha que ser Bradesco ou Banco do Brasil” (A6\_Q140\_D4, jul. 2024).*

## QUESTÃO 156 – ENEM 2022

A Q156/2022 (Quadro 7) apresenta um anúncio que é publicado em duas redes sociais. Em cada rede, são detalhados o número de visualizações, cliques e compras. Para tanto, explora conceitos elementares, envolvendo o sistema monetário com o uso de porcentagem, e requer analisar o aumento de compradores gerado pelo anúncio classificando-o em: não satisfatório; regular; bom; muito bom; ou excelente.

Na solução deve-se, inicialmente, calcular a quantidade de pessoas que clicaram e compraram o produto na primeira divulgação, em ambas as redes sociais. Como o responsável investiu mais R\$ 300,00 para uma segunda propaganda, é necessário obter o aumento proporcional de compradores, com base nesse valor. Assim, ao final, obtém-se um aumento de 140% na quantidade de compradores, o que é classificado como “bom”, perante os critérios disponibilizados.

Quadro 7 – Enem 2022 – Questão 156 – Caderno Amarelo

Uma equipe de marketing digital foi contratada para aumentar as vendas de um produto ofertado em um site de comércio eletrônico. Para isso, elaborou um anúncio que, quando o cliente clica sobre ele, é direcionado para a página de vendas do produto. Esse anúncio foi divulgado em duas redes sociais, A e B, e foram obtidos os seguintes resultados:

- rede social A: o anúncio foi visualizado por 3.000 pessoas; 10% delas clicaram sobre o anúncio e foram redirecionadas para o site; 3% das que clicaram sobre o anúncio compraram o produto. O investimento feito para a publicação do anúncio nessa rede foi de R\$ 100,00;
- rede social B: o anúncio foi visualizado por 1.000 pessoas; 30% delas clicaram sobre o anúncio e foram redirecionadas para o site; 2% das que clicaram sobre o anúncio compraram o produto. O investimento feito para a publicação do anúncio nessa rede foi de R\$ 200,00.

Por experiência, o pessoal da equipe de marketing considera que a quantidade de novas pessoas que verão o anúncio é diretamente proporcional ao investimento realizado, e que a quantidade de pessoas que comprarão o produto também se manterá proporcional à quantidade de pessoas que clicarão sobre o anúncio.

O responsável pelo produto decidiu, então, investir mais R\$ 300,00 em cada uma das duas redes sociais para a divulgação desse anúncio e obteve, de fato, o aumento proporcional esperado na quantidade de clientes que compraram esse produto. Para classificar o aumento obtido na quantidade (Q) de compradores desse produto, em consequência dessa segunda divulgação, em relação aos resultados observados na primeira divulgação, o responsável pelo produto adotou o seguinte critério:

- $Q \leq 60\%$ : não satisfatório;
- $60\% < Q \leq 100\%$ : regular;
- $100\% < Q \leq 150\%$ : bom;
- $150\% < Q \leq 190\%$ : muito bom;
- $190\% < Q \leq 200\%$ : excelente.

O aumento na quantidade de compradores, em consequência dessa segunda divulgação, em relação ao que foi registrado com a primeira divulgação, foi classificado como

(A) não satisfatório. (B) regular. (C) bom. (D) muito bom. (E) excelente.

Fonte: Elaborado pelos Autores com base no site do Inep.

Ao examinar as resoluções constata-se que todos os grupos foram bem-sucedidos. No entanto, ao longo do tempo destinado para determinar a resposta, os alunos esclareceram dúvidas sobre: a quantidade de compradores na primeira e na segunda divulgação; a necessidade de calcular o aumento de compradores, por meio da diferença entre as quantidades da segunda e da primeira divulgação; e a importância de comparar essa diferença, a fim de determinar a porcentagem de aumento.

Após a resolução no quadro, ocorreu o debate sobre os pontos de discussão da Q156/2022 que enfatizam indícios do comportamento em relação aos anúncios nas redes sociais (Quadro 8). Inicialmente, considerando a forma e os temas que aparecem em suas redes e, posteriormente, as ações diante de tais propagandas.

## Quadro 8 –Pontos de discussão da Q156/2022

- D1: Nas suas redes sociais aparece esse tipo de anúncio?
- D2: Você tem o hábito de abrir esses anúncios e analisar os preços dos produtos?
- D3: Já realizou compras a partir dessas publicações nas redes sociais?
- D4: Conhece alguém que foi levado por esse tipo de propaganda, pois caiu em um golpe?
- D5: Em que medida você considera que a publicidade de produtos nas redes sociais influencia os seus hábitos de consumo?
- D6: O que vocês conseguiram entender da seguinte charge:



Fonte: <https://cafecomsociologia.com/charge-sobre-capitalismo/>

- D7: Quando você acessa um produto pelo smartphone, ele passa a aparecer com frequência em suas redes sociais?
- D8: Você já percebeu que os algoritmos que coordenam esse tipo de divulgação mostram anúncios distintos para variados públicos e ao mesmo tempo replicam produtos e serviços entre aqueles que compartilham a mesma rede wi-fi?

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Todos os alunos reconheceram que em suas redes sociais são veiculados anúncios publicitários, com destaque para a frequência, tanto nos Stories e quanto no Feed. Além disso, indicaram que a recorrência das propagandas está relacionada com produtos e serviços mencionados em conversas ou buscas anteriores, como relataram A3 e A5: “[...] quando pesquisa um negócio [em sites de busca online], ele aparece na outra [rede social]” (A3\_Q156\_D6, jul. 2024); “[...] a partir do que tu pesquisa aparece [produtos e eventos nas redes sociais]” (A5\_Q156\_D2, jul. 2024).

No que se refere ao conteúdo das redes sociais, os alunos explicitaram que há ofertas de trabalho duvidosas: “[...] *alguns sites pedem dinheiro. Tu deposita tal dinheiro, tu começa a trabalhar e depois tu ganha mais*” (A6\_Q156\_D2, jul. 2024). Bem como, de anúncios relacionados a jogos de aposta e cassinos online, com frequência elevada: “*Toda hora [aparece anúncios de jogos de aposta e cassino online], até porque têm influenciadores que divulgam, então, tipo, se tu segues o influenciador e ele divulga, toda hora aparece*” (A7\_Q156\_D2, jul. 2024).

Frente a tais anúncios, os alunos salientaram que evitam comprar diretamente através de plataformas sociais, justificando essa decisão por preocupações relacionadas à segurança, como mencionaram A6 e A3: “[...] *dependendo da propaganda, manda para um site, daquele site manda para outro site. Aí não, dá uma raiva, daí desliguei o telefone, sai fora*” (A6\_Q156\_D2, jul. 2024); “*Vai que é um golpe*” (A3\_Q156\_D2, jul. 2024). Em vez disso, utilizam aplicativos ou sites considerados confiáveis.

A partir das declarações também ficou evidente que existe um aumento na frequência dos anúncios, quando ocorre maior número de acessos em propagandas similares. Por outro lado, embora tenham afirmado não serem persuadidos por anúncios nas redes sociais ou por personalidades digitais, os alunos expressaram que a repetição da propaganda de um produto desperta curiosidade e intensifica a busca, seja diretamente no site ou em outro considerado confiável.

Dessa forma, conclui-se que a estratégia de divulgação está produzindo efeito, mesmo que eles não percebam, como indicaram A6 e A1: “[...] *quando aparece demais, aí dá curiosidade*” (A6\_Q156\_D3, jul. 2024); “*Em mim não, mas têm gente que dá [vontade de comprar]*” (A1\_Q156\_D5, jul. 2024). Por fim, os alunos ainda reconheceram que o algoritmo é eficaz ao indicar produtos e conteúdos alinhados aos seus interesses: “*O Google [site de busca] sabe o que tu gosta e não gosta, daí vai sugerindo coisas*” (A1\_Q156\_D6, jul. 2024); “[...] *ele [redes sociais] mostra o que tu quer ver*” (A10\_Q156\_D6, jul. 2024); “[...] *vídeo sim, minha mãe me mandou um vídeo que já passou [apareceu no aplicativo] para mim*” (A10\_Q156\_D8, jul. 2024).

## QUESTÃO 172 – ENEM 2016.2

A Q172/2016.2 (Quadro 9) apresenta uma promoção de venda em que cada embalagem gera um ponto, ao acumular 12 pontos é pos-

sível trocá-los por um “bichinho de pelúcia”. Ela explora operações usuais como adição e multiplicação, envolvendo o sistema monetário. Para determinar a solução é preciso interpretar os dados indicados na tabela, analisar as possíveis combinações de pontos e calcular o menor valor correspondente ao gasto, em reais, para obter o prêmio. A solução corresponde a três pacotes de 100 g, que totalizam 12 pontos e custam, R\$ 10,80 mais os R\$ 10,00 do prêmio.

Quadro 9 – Enem 2016 – 2ª Aplicação – Questão 172 – Caderno Amarelo

O pacote de salgadinho preferido de uma menina é vendido em embalagens com diferentes quantidades. A cada embalagem é atribuído um número de pontos na promoção: “Ao totalizar exatamente 12 pontos em embalagens e acrescentar mais R\$ 10,00 ao valor da compra, você ganhará um bichinho de pelúcia”.

Esse salgadinho é vendido em três embalagens com as seguintes massas, pontos e preços:

| Massa da embalagem (g) | Pontos da embalagem | Preço (R\$) |
|------------------------|---------------------|-------------|
| 50                     | 2                   | 2,00        |
| 100                    | 4                   | 3,60        |
| 200                    | 6                   | 6,40        |

A menor quantia a ser gasta por essa menina que a possibilite levar o bichinho de pelúcia nessa promoção é

- (A) R\$ 10,80.
- (B) R\$ 12,80.
- (C) R\$ 20,80.
- (D) R\$ 22,00.
- (E) R\$ 22,80.

Fonte: Elaborado pelos Autores com base no site do Inep.

Ao analisar as resoluções observa-se que G5 apresentou apenas uma possibilidade equivocada de pontuação. G4 e G7 não compreenderam adequadamente o problema, deixando de acrescentar R\$ 10,00 ao valor da compra. Ademais, G1, G2, G3 e G6 resolveram o problema com êxito.

Por meio dos pontos de discussão (Quadro 10) conclui-se que os alunos perceberam, de imediato, que a solução da Q172/2016.2 que gera o menor custo não coincide com a que proporciona a maior quantidade

de massa na embalagem. Essa estratégia publicitária também é observada pelos alunos em farmácias e redes de *fast-food*, como salientaram A6 e A3: “[...] nas farmácias, por exemplo, compramos uma quantidade de produtos que acumulam pontos, depois é possível trocar por prêmios.” (A9\_Q172\_D2, jul. 2024); “Um XXX [hamburger de uma rede de fast-food]! Tu pega um combo e coloca mais 20 [reais] e vem um brinquedinho” (A14\_Q172\_D2, jul. 2024).

#### Quadro 10 – Pontos de discussão da Questão 172

- D1: Você observou que a resposta que tem o menor custo para obter os 12 pontos não é a mesma quando estamos interessados na maior quantidade de massa da embalagem?
- D2: Você já observou algo assim no supermercado, em lojas de conveniência ou redes de *fast-food*?
- D3: Em que medida você já foi influenciado por esse tipo de “promoção”?
- D4: Outra estratégia de vendas é leve x e pague y, delimitando uma quantidade mínima de produtos para receber um desconto. Que tipo de produto você tem o hábito de comprar desse modo?
- D5: Já pensou realizar esse tipo de compra com amigos para diminuir os custos?
- D6: Observe o infográfico produzido pelo Sebrae que apresenta uma possível estratégia que as lojas podem utilizar para aumentar suas vendas a partir da compra por impulso. Em que lojas você identifica as dicas do infográfico?



Fonte: <https://sebrae.com.br/sites/PortalSebrae/artigos/aplique-a-estrategia-da-compra-por-impulso-para-aumentar-suas-vendas,2394434be3b81810VgnVCM-100000d701210aRCRD>

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Outros alunos destacaram ações realizadas por redes de supermercado, com ofertas de tipo “leve x e pague y”: [...] *Sempre têm a do papel higiênico, paga não sei quantos [metros] e ganha não sei quanto [metros] também. Pasta de dente. A Coca-Cola e a Fanta, paga um e ganha outro*” (A15\_Q172\_D4, jul. 2024). Também reportaram o estímulo à compra por impulso, com produtos expostos próximo aos caixas de pagamento: *“Em supermercado, perto do caixa, costumam colocar produtos menores em promoção”* (A8\_Q172\_D6, jul. 2024).

Ao evidenciar os comportamentos identificados em relação às propagandas encontradas em seu cotidiano, os alunos citaram que as compras por impulso são induzidas por promoções: *“Quando você olha e está muito barato, e pensa, vou comprar”* (A1\_Q172\_D3, jul. 2024), e por influenciadores: *“Roupa também, às vezes está bonita no corpo de um artista, tu compra e fica totalmente diferente. Na maquiagem, a embalagem é diferente do real. [...] por isso pegam alguém famoso para fazer propaganda, se eu gosto do artista vou lá e compro porque o artista usa”* (A15\_Q172\_D6, jul. 2024).

A partir das declarações, constatam-se relatos que expõem um comportamento de responsabilidade financeira em relação às ações publicitárias, como foi mencionado por A4, ao ser questionado sobre a compra de um produto: *“Quando o valor está em conta e cabe no bolso”* (A4\_Q172\_D3, jul. 2024). Por outro lado, A17 relatou que: *“Toda vez que eu compro uma coisa me arrependo depois”* (A17\_Q172\_D6, jul. 2024).

Por fim, observam-se argumentos que revelam aceitação e concordância com tais práticas comerciais, reconhecendo tanto a posição dos consumidores quanto das empresas que necessitam vender, demonstrando uma maturidade na compreensão das relações comerciais: *“[Em relação às estratégias adotadas por empresas para incentivar compras por impulso] Eu acho que eles estão fazendo certo, está funcionando”* (A14\_Q172\_D6, jul. 2024). Ademais, evidencia-se o entendimento do conceito de inflação por demanda, referindo-se ao aumento dos preços decorrente da elevada comercialização. Os alunos destacaram interações entre oferta e procura, em situações de escassez de produtos, como foi exposto por A14: *“[Em relação aos postos de combustíveis ao longo de rodovias federais e estaduais] É sinistro. Porque assim, vai ter um posto daqui 3 horas de viagem para frente. Eles sabe que só têm eles ali, ou tu compra ali ou passa fome até o outro”* (A14\_Q172\_D6, jul. 2024).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Enef gerou processos de avaliações, revisões periódicas e políticas permanentes, sendo que suas atividades foram necessárias e contribuíram para a difusão da EF no Brasil, porém elas não foram suficientes (VIEIRA; PESSOA, 2020). Outrossim,

Ao entrar nas escolas por meio dos diferentes níveis da estrutura de gestão da execução da política, a ENEF aloja-se também nas estruturas que implicam em diferenças hierárquicas de poder e tomada de decisão, tornando chave a questão da delimitação dos espaços de disputa. (CUNHA, 2020, p. 9).

Desse modo, é imprescindível que a comunidade escolar analise criticamente as ações e os materiais didáticos disponíveis no repositório da Enef. Ao tomar como exemplo a OBEF, observam-se questões pertinentes com ênfase no aprender a ganhar, economizar e investir dinheiro, abrangendo conceitos econômicos, matemáticos e comportamentais. No entanto, constata-se um distanciamento em relação às experiências dos alunos. Por esse motivo, este estudo, optou por tomar três questões do Enem e incluir pontos de discussão, que demandam argumentações mais elaboradas e permitem identificar relações epistêmicas, identitárias e sociais com objetivo identificar comportamentos socioeconômico-financeiros diante de situações de consumo, revelados por uma turma de 3º ano de uma escola pública de Santa Maria/RS.

A análise das fontes permitiu evidenciar aspectos sobre a gestão financeira das famílias, os comportamentos frente às escolhas de pagamento, as ações desencadeadas a partir de anúncios publicitários em redes sociais e os procedimentos de segurança adotados na compra e análise de bens e serviços, divulgados no meio digital.

Entre os resultados, observa-se o relevante papel da mãe na orientação e na gestão financeira das famílias. Consta-se que os alunos reconhecem a necessidade de planejamento para gerir o uso do cartão de crédito, principalmente, porque a aquisição de bens e serviços de maior valor ocorre por meio dessa forma de pagamento. No que tange aos anúncios publicitários, conclui-se que nem todos os alunos são suscetíveis às estratégias desenvolvidas pelas empresas. No entanto, eles

reconhecem que a frequência de reprodução no meio digital se revela eficaz do ponto de vista comercial, gerando curiosidade e, posteriormente, acesso ao produto ou serviço.

Por fim, identificam-se atributos que permitem afirmar que a maioria dos alunos atua com precaução ao receber anúncios online, utilizando diferentes procedimentos de segurança. Além disso, observam-se relatos que salientam permissões concedidas pelos usuários, bem como a interconexão entre aplicativos e redes sociais. Esses fatos podem confirmar o amplo poder de acesso às informações e a forma como são sugeridos produtos e eventos, com base em dados coletados anteriormente.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Decreto nº 7.397**, de 22 de dezembro de 2010. Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF, dispõe sobre a sua gestão e dá outras providências. Brasília, DF, 2010. Disponível em: [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2007-2010/2010/decreto/d7397.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/decreto/d7397.htm). Acesso em: 15 jun. 2024.

BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira – Plano diretor da ENEF**. Brasília, DF, 2011. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/wp-content/uploads/2017/08/Plano-Diretor-ENEF-Estrategia-Nacional-de-Educacao-Financeira.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2024.

BRASIL. **Comunicado FBEF nº 2**, de 25 de agosto de 2021. Divulga Plano de Ação do Fórum Brasileiro de Educação Financeira (FBEF) para a implementação da Nova Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF). Brasília, DF, 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/previdencia/pt-br/assuntos/previdencia-complementar/mais-informacoes/arquivos/fbefcom21-2.pdf>. Acesso em: 02 set. 2024.

BRASIL. **Decreto nº 10.393**, de 09 de junho de 2020. Institui a nova Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira – FBEF. Brasília, DF, 2020. Disponível em: [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2019-2022/2020/Decreto/D10393.htm#art10](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2019-2022/2020/Decreto/D10393.htm#art10). Acesso em: 11 jun. 2024.

CUNHA, M. P. O mercado financeiro chega à sala de aula: educação financeira como política pública no Brasil. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 41, n. 1, p. 1-12, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/L9qwW5jc6b5qrffGxDbgyxt/?lang=pt>. Acesso em: 10 jul. 2024.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA ESCOLA. **Programa Educação Financeira na Escola**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2024. Disponível em: <https://www.edufinanceiranaescola.gov.br/o-que-e-o-programa-educacao-financeira-nas-escolas-2/>. Acesso em: 21 ago. 2024.

HARTMANN, A. L. B. **A educação financeira nos cursos de licenciatura em matemática da Universidade Estadual Paulista – Unesp**. 2021. 183 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2021.

HOFMANN, R. M.; MORO, M. L. F. Educação matemática e educação financeira: perspectivas para a ENEF. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 20, n. 2, p. 37–54, 2013. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646609/13511>. Acesso em: 11 jun. 2024.

MUNIZ, I. Jr. **Econs Ou Humanos? Um Estudo Sobre a Tomada de decisão em Ambientes de Educação Financeira Escolar**. 2016. 431 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2016.

OCDE. **Recommendation on principles and good practices for financial education and awareness**. Directorate for Financial and Enterprise Affairs. 2005. Disponível em: <http://www.oecd.org/finance/financialeducation/35108560.pdf>. Acesso em: 11 jun. 2024.

OCDE. **Brazil: Implementing the National Strategy. Advancing National Strategies for Financial Education**. 2013. Versão em português. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/legado?url=https:%2F%2Fwww.bcb.gov.br%2Fpre%2Fpef%2FPORT%2Fenef.asp>. Acesso em: 16 jul. 2024.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais do XI ENEM...** Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013, p. 1-17. Disponível em: [https://www.sbemrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/2675\\_2166\\_ID.pdf](https://www.sbemrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/2675_2166_ID.pdf). Acesso em: 11 jun. 2024.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA. Centro de Ciências Sociais Aplicadas. **Edital VI OBEF**, de 25 de junho de 2024. Dispõe sobre a sistemática da VI Olimpíada Brasileira de Educação Financeira. João Pessoa, PB, 2024. Disponível em: <https://www.ufpb.br/educacaofinanceira/contents/menu/opecf-1/editais>. Acesso em: 21 jul. 2024.

VIEIRA, G.; PESSOA, C. Educação Financeira pelo mundo: Como se organizam as Estratégias Nacionais? **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, 22(2), 658-688. 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/47580/pdf/147292>. Acesso em: 11 jun. 2024.

VIEIRA, K. C. **Exame Nacional do Ensino Médio: um estudo sobre a matemática financeira nas provas de matemática (1998-2023)**. 2024. 108 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2024.

# UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA SOBRE DETERMINANTES PARA O ENSINO MÉDIO

Vaneza De Carli Tibulo  
Valéria Oliveira Perceval

## INTRODUÇÃO

Este artigo tem por objetivo apresentar a elaboração, implementação e avaliação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa sobre Determinantes para o Ensino Médio a fim de identificar e analisar indícios de Aprendizagem Significativa ao longo do processo de ensino e aprendizagem. A presente pesquisa é um recorte que faz parte da Dissertação de Mestrado defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) da Universidade Federal de Santa Maria no ano de 2023.

A Unidade de Ensino Potencialmente Significativa elaborada foi implementada em 3 turmas do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Caçapava do Sul – RS, no ano de 2022, em que uma das autoras atuou como docente.

Pesquisadores da área da Educação Matemática (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; WALLE, 2009) defendem que a abordagem de conteúdos, como por exemplo: Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares, deve estar articulada com o objetivo do ensino da Álgebra, ou seja, o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para Messias, Sá e Fonseca (apud SOUZA; LOPES; AZEVEDO, 2013), quando os conteúdos são relacionados a situações reais, permitem que o estudante estabeleça conexões com o seu cotidiano, assim atribuindo sentido. Uma dificuldade apontada pelos próprios professores ao abordarem esses conteúdos de Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares, é não conseguirem mostrar a sua aplicação a situações reais ou até relacionar com outros conteúdos, como por exemplo, o conteúdo

de Determinantes, ao verificar se três pontos do plano cartesiano estão alinhados, no cálculo da área de um triângulo determinado por três pontos do plano cartesiano entre outros conceitos.

Marco Antonio Moreira (2011b) propõe as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) como uma proposta para o desenvolvimento de práticas de ensino que objetivam a Aprendizagem Significativa. Os estudos partem da teoria de Ausubel (2002) sobre aquisição do conhecimento e Aprendizagem Significativa.

Assim o foco desta pesquisa visa contribuir no processo de ensino e aprendizagem de Determinantes, e incentivar outros estudos sobre este tema, pois considera-se que o grande objetivo do estudo da Álgebra tanto na Educação Básica e no Ensino Superior é desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes.

## REFERENCIAL TEÓRICO

O teórico David Ausubel que tem como foco a Teoria da Aprendizagem Significativa, propõe uma explicação teórica do processo de aprendizagem. De acordo com Ausubel (2002) a aprendizagem por recepção significativa envolve, principalmente, a aquisição de novos significados a partir de material de aprendizagem apresentado. Exige quer um mecanismo de Aprendizagem Significativa, quer a apresentação de material potencialmente significativo para o aprendiz. (AUSUBEL, 2002, p. 1)

Segundo Ausubel (2002) para ocorrer a Aprendizagem Significativa tem que ter a interação com algum conhecimento especificamente já existente na estrutura cognitiva do estudante, além da apresentação de um material potencialmente significativo.

Ausubel (2002) apresenta os tipos de aprendizagem por recepção significativa: a aprendizagem representacional, é considerada significativa “[...] porque tais proposições de equivalência representacional podem relacionar-se de forma não arbitrária, como exemplares, a uma generalização existente na estrutura cognitiva de quase todas as pessoas, quase desde o primeiro ano de vida.” (AUSUBEL, 2002, p. 1)

Para Ausubel (2002), a Aprendizagem Significativa é sobretudo aprendizagem por recepção, é evidente que pode existir desencanto

relativamente ao ensino expositivo e à aprendizagem por recepção, pois conforme o autor a “[...] mais óbvia destas é que, muitas vezes, se apresenta aos alunos matéria potencialmente significativa de tal forma que apenas conseguem apreendê-la por memorização”. (AUSUBEL, 2002, p. 7)

Vale salientar que a Aprendizagem Significativa depende do resultado da interação entre as novas informações que devem ser aprendidas e a estrutura cognitiva já existente.

Para Moreira (2011a) a Aprendizagem Significativa é “aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe.” (MOREIRA, 2011a, p. 13). Moreira (2011a) destaca que, a teoria da Aprendizagem Significativa Crítica caracteriza-se pela interação entre os conhecimentos prévios e novos, nesse processo os novos conhecimentos adquirem significados ao sujeito.

O conhecimento prévio é a variável mais importante, este seria a variável que mais influência as novas aprendizagens, destaca que “[...] o conhecimento prévio é a variável que mais influência Aprendizagem Significativa de novos conhecimentos não significa dizer que é sempre uma variável facilitadora. Normalmente, sim, mas pode, em alguns casos, ser bloqueadora.” (MOREIRA, 2011a, p. 24).

De acordo com Moreira (2011a), as condições para que a Aprendizagem Significativa ocorra são duas, sendo elas, o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e o aprendiz deve estar disposto a aprender. Moreira (2011a, p. 24) destaca que, “[...] o material de aprendizagem (livros, aulas, aplicativos...) tenha significado lógico (isto é, seja relacionável de maneira não-arbitrária e não-literal a uma estrutura cognitiva apropriada e relevante).” Destaca ainda que “[...] o aprendiz deve querer relacionar os novos conhecimentos, de forma não-arbitrária e não-literal, a seus conhecimentos prévios. É isso que significa predisposição para aprender.” (MOREIRA, 2011a, p. 25).

Assim, a partir do estudo da teoria da Aprendizagem Significativa percebe-se a necessidade de sempre buscar metodologias que permitam aos estudantes uma Aprendizagem Significativa, não somente aquela aprendizagem memorística ou mecânica como Ausubel (2002) pontua. Uma possibilidade de propiciar esse tipo de conhecimento está na utilização de sequências didáticas abordadas por Moreira (2011) e denominadas Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS).

As Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) são uma proposta para o desenvolvimento de práticas de ensino que objetivam a Aprendizagem Significativa. Os estudos partem da teoria de Ausubel sobre aquisição do conhecimento e Aprendizagem Significativa.

A proposta das UEPS surge como um recurso a fim de facilitar a Aprendizagem Significativa por meio de uma sequência didática com etapas definidas para serem desenvolvidas com os estudantes, possui encaminhamentos metodológicos e lógicos para tornar-se um ensino que possibilite atribuir significado ao que está sendo trabalhado.

A construção das UEPS envolve: objetivo, filosofia, marco teórico e princípios. De acordo com Moreira (2011b) a proposta das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) se organiza em oito aspectos sequenciais conforme Quadro 1.

Quadro 1 – Etapas de uma Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS)

| <b>ASPECTOS SEQUENCIAIS DAS UEPS</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                                    | Definição do tópico específico a ser abordado, identificando seus aspectos declarativos e procedimentais tais como aceitos no contexto da matéria de ensino na qual se insere esse tópico;                                                                                                                                                           |
| 2                                    | Situação inicial: criar/propor situação (ções) – discussão, questionário, mapa conceitual, mapa mental, etc. – que leve(m) o aluno a externalizar seu conhecimento prévio;                                                                                                                                                                           |
| 3                                    | Situações-problema em nível geral: propor situações-problema, em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno;                                                                                                                                                                                                            |
| 4                                    | Revisão/Apresentação do conteúdo: uma vez trabalhadas as situações iniciais, apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, levando em conta a diferenciação progressiva, i.e., começando com aspectos mais gerais, exemplificando, abordando aspectos específicos; deve ser seguida de atividade de apresentação ou discussão em grande grupo; |
| 5                                    | Nova situação-problema, em nível mais alto de complexidade: em continuidade, retomar os aspectos mais gerais, estruturantes, do conteúdo da unidade de ensino, em nova apresentação;                                                                                                                                                                 |

| ASPECTOS SEQUENCIAIS DAS UEPS |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6                             | Concluindo a unidade, dar seguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, buscando a reconciliação integrativa; isso deve ser feito através de nova apresentação dos significados que pode ser, outra vez, uma breve exposição oral, a leitura de um texto, o uso de um recurso computacional, um áudio visual, etc;                       |
| 7                             | Avaliação da aprendizagem na UEPS: Avaliação somativa individual: a avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação; além disso, deve haver uma avaliação somativa individual após o sexto passo, na qual deverão ser propostas questões/situações que impliquem compreensão; a avaliação do desempenho do aluno na UEPS deverá estar baseada, em pé de igualdade, tanto na avaliação formativa como na avaliação somativa; |
| 8                             | Avaliação da própria UEPS: somente será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de Aprendizagem Significativa. A Aprendizagem Significativa é progressiva, o domínio de um campo conceitual é progressivo; por isso, a ênfase em evidências, não em comportamentos finais.                                                                                                                                                 |

Fonte: Adaptado de Moreira 2011b.

O estudo sobre as UEPS proporciona entender a importância de se trabalhar por meio de uma sequência didática, tendo em vista favorecer uma Aprendizagem Significativa dos estudantes, e sempre privilegiar as atividades colaborativas e individuais em cada momento de aplicação dessas sequências.

## PROCEDIMENTOS DIDÁTICOS E METODOLÓGICOS

Esta pesquisa segue os pressupostos da pesquisa qualitativa. Na Educação Matemática, a maioria das pesquisas seguem procedimentos qualitativos, pois “sempre buscam contextualizar o fenômeno investigado, a problemática levantada ou, ainda, a ocorrência de acontecimentos [...] a descrição pormenorizada do percebido/observado”. (BICUDO, 2014, p. 7)

Assim além de qualitativa essa pesquisa pode ser também caracterizada como uma pesquisa de campo.

De acordo com Tozoni-Reis, a pesquisa de campo pode ser caracterizada:

A pesquisa de campo em educação, portanto, caracteriza-se pela ida do pesquisador ao campo, aos espaços educativos para coleta de dados, com o objetivo de compreender os fenômenos que nele ocorrem. Pela análise e interpretação desses dados, a pesquisa poderá contribuir para a construção do saber educacional e o avanço dos processos educativos. (TOZONI-REIS, 2009, p. 28)

Ainda se destacam alguns momentos nessa modalidade de pesquisa como: delineamento da pesquisa, revisão bibliográfica, coleta de dados, organização dos dados, análise e interpretação dos dados e redação final. Segundo Tozoni-Reis, uma pesquisa é de campo “[...] quando um professor, na investigação do fenômeno educativo, coleta dados sobre o processo de ensino de que ele participa como professor.” (TOZONI-REIS, 2009, p. 29)

A UEPS elaborada foi implementada no ano de 2022 em 3 turmas do 2º ano do Ensino Médio em uma escola pública no município de Caçapava do Sul -RS, em que uma das pesquisadoras atuava como docente, o que influenciou no interesse por compreender melhor o processo de ensino e aprendizagem de Determinantes a partir da aplicação de UEPS.

## IMPLEMETAÇÃO E AVALIAÇÃO DA UEPS

Nesta seção são apresentados os resultados da implementação e avaliação da UEPS. Optou-se por analisar uma das três das turmas em que foram aplicadas, a escolha por essa turma se deu pela maior participação dos estudantes. Salienta-se que nem sempre todos os 22 estudantes da turma analisada se faziam presentes às aulas.

Para análise dos dados optou-se pela organização em etapas: Etapa 1 – Compreende a identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes, assim sendo, contempla o Passo 2 de cada UEPS; Etapa 2 – Compreende o conjunto de atividades, contemplando os Passos 3, 4, 5, 6, e 7 das UEPS e Etapa 3 – Compreende a avaliação das UEPS pelos estudantes e professora, contemplando o Passo 8 de cada UEPS.

No Quadro 2 são apresentadas algumas informações relevantes, em relação a UEPS com o enfoque no estudo inicial de Determinantes, que contemplam aspectos mais gerais dela.

Quadro 2 – Síntese de informações da unidade de ensino de Determinantes

| Nível escolar         | 2º Ano Ensino Médio                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Área de conhecimento  | Matemática                                                                                                                                                                                                                             |
| Objetivo Geral        | Introduzir o conceito de Determinantes de ordem 1,2 e 3 e a Regra de Sarrus.                                                                                                                                                           |
| Objetivo Específico   | Permitir que os estudantes se apropriem do conceito de Determinantes.                                                                                                                                                                  |
| Habilidades           | (EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais. |
| Conhecimentos prévios | Matrizes.                                                                                                                                                                                                                              |
| Conteúdos abordados   | Determinantes de Matrizes de ordem 1, 2 e 3 e Regra de Sarrus.                                                                                                                                                                         |
| Recursos utilizados   | Questionário, Texto, Material impresso, Situações problema.                                                                                                                                                                            |

Fonte: Elaborado pelas autoras.

No Passo 1 foi a definição dos tópicos específicos a serem abordados e os objetivos a serem alcançados. Assim sendo, a unidade de ensino discutiu a temática de Determinantes, em especial, a definição, de Ordem 1, 2 e 3, Regra de Sarrus, possibilitando que os estudantes se apropriem dessa definição e operações, suas principais aplicações em diferentes áreas de conhecimento e em situações reais. A unidade de ensino é destinada à modalidade de Educação Básica ao nível de Ensino Médio 2º ano. É esperado que a proposta didática seja desenvolvida em 10 h/ aulas, pois exige pesquisas e elaboração de investigações.

No Passo 2, foi entregue aos estudantes uma folha com um texto sobre a origem dos Determinantes conforme Quadro 3.

### Um pouco da história dos Determinantes

Os primeiros estudos sobre Determinantes datam, provavelmente, do século 111 A.C. Mas foi só em 1683 que o japonês Takakazu Seki Kowa (1642-1708) usou a ideia de Determinante em seus trabalhos sobre Sistemas Lineares.



Seki Kowa

O uso do Determinante no ocidente começou 10 anos depois, com um trabalho de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), ligado também a Sistemas Lineares. O francês Étienne Bézout (1730-1783) sistematizou, em 1764, o processo de estabelecimento dos sinais dos termos de um Determinante. E coube a outro francês, Alexandre Théophile Vandermonde (1735-1796), a primeira abordagem da teoria dos Determinantes.



Leibniz

O termo Determinante, com o sentido atual, surgiu em 1812, em um trabalho de Augustin Louis Cauchy (1789-1857) sobre o assunto. Além de Cauchy, quem mais contribuiu para consolidar a teoria dos Determinantes foi o alemão Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851). Deve-se a ele a forma simples como essa teoria se apresenta até hoje.



Cauchy

Responda:

1. Existe relação entre o conteúdo estudado anteriormente com o conteúdo de Determinante? Qual relação?

Fonte: Domingues (1998).

Após os estudantes responderem à questão proposta. Sobre essa questão, dos 20 estudantes presentes, 15 respondeu que “Não” não existia relação com o conteúdo estudado anteriormente. Nessa atividade os estudantes não demonstraram tanto interesse, talvez porque tinham que realizar a leitura do texto.

Para análise desta atividade (Etapa 1 – Conhecimentos Prévios), optou-se pela categorização das respostas dos estudantes e foram definidas três categorias: Conhecimento inadequado, Conhecimento parcialmente adequado e Conhecimento adequado. Tais categorias foram criadas a fim de observar elementos importantes nos grupamentos, buscando a identificação da evolução dos estudantes ao longo do processo de ensino

e aprendizagem. Dentre os 20 estudantes que participaram desta atividade, 15 (75%) deles apresentou Conhecimento inadequado e 5 (25%) Conhecimento adequado, pois identificaram relações com o conteúdo anteriormente estudado.

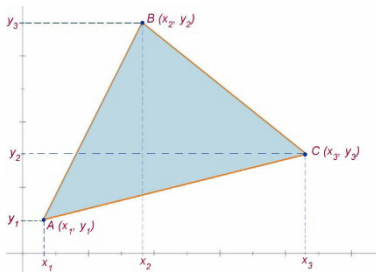
Na Etapa 2, conjunto de atividades, analisou-se o percurso da execução do Passo 3 ao Passo 7 de cada UEPS, observando os organizadores prévios, situações (mais gerais, intermediárias e mais específicas), diferenciação progressiva, reconciliação integradora, e avaliação somativa. Os organizadores prévios de acordo com Moreira (2011b) é a variável mais importante que influencia a Aprendizagem Significativa. A diferenciação progressiva segundo Moreira (2011b) é um processo de atribuição de novos significados a um dado subsunção e a reconciliação integradora é simultânea a diferenciação.

No Passo 3, foi apresentado um texto informativo que explora relações entre Determinantes e conceitos Geométricos, como no cálculo de área de Triângulos por meio de Determinantes, conforme Quadro 4.

Quadro 4 – Aplicação de Determinantes para área do Triângulo

### Aplicação de Determinantes para Área de Triângulos

Sabemos que os elementos que fundamentam a Geometria Analítica são os pontos e suas coordenadas, já que através destes podemos calcular distâncias, coeficientes angulares de retas e áreas de figuras planas. Dentre os cálculos das áreas de figuras planas, existe uma expressão que determina a área de uma região triangular utilizando apenas as coordenadas dos vértices do Triângulo. Portanto, considere-mos um Triângulo com vértices de coordenadas quaisquer.



$$A = \frac{1}{2} |D|$$

A área desse Triângulo pode ser calculada apenas com as coordenadas dos seus vértices usando a fórmula  $A = \frac{1}{2}|D|$  em que  $D$  é o Determinante da Matriz das coordenadas dos vértices do Triângulo  $ABC$ , porém, com a última coluna da Matriz formada por elementos 1, ou seja, assim formando uma Matriz quadrada.

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$$

Assim sendo, caso você verifique a área de um suposto Triângulo e o Determinante dê zero, saiba que na verdade esses três pontos não constituem um Triângulo, pois estão alinhados (por isso a área é zero). Uma observação importante em relação à expressão para o cálculo da área é quanto ao parâmetro  $D$  estar em módulo, ou seja, usaremos o seu valor absoluto. Por se tratar de área, não devemos adotar um Determinante negativo, pois isso resultará em uma área negativa e isso não existe.

Fonte: Oliveira (2020).

Nesse passo, os estudantes já participaram mais e perceberam a relação do conteúdo de Determinantes com as Matrizes. Eles demonstraram uma certa surpresa, pois envolvia Geometria e, geralmente, relação entre os conteúdos não é percebida. Um exemplo foi desenvolvido com a turma, ficando evidente uma relação entre esses conteúdos.

No Passo 4, o aprofundamento do conhecimento, foi entregue material impresso do conteúdo de Determinantes conforme Quadro 5.

Quadro 5 – Material de apoio do estudante – Determinantes

### Determinante de uma Matriz

Para toda Matriz quadrada de números reais é possível associar um número real denominado **Determinante**. Indicamos o Determinante de uma Matriz  $A$ , por  $\det A$ .

#### Determinante de uma Matriz de ordem 1

Em uma Matriz quadrada de ordem 1, ou seja, que possui um único elemento, o Determinante é o próprio elemento.

Se  $A = [a_{11}]$ , então  $\det A = a_{11}$

Exemplo: Dadas as Matrizes  $A = [7]$  e  $B = [-13]$ , temos:  $\det A = 7$   $\det B = -13$ .

## Determinante de uma Matriz de ordem 2

Em uma Matriz quadrada de ordem 2, o Determinante é dado pela diferença do produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \rightarrow A = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Exemplo: Sendo  $A = \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$ , temos:

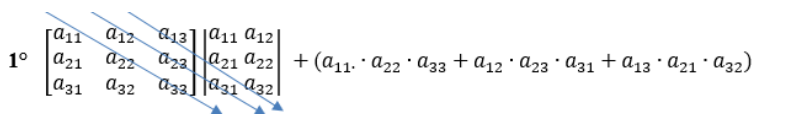
$$\text{Det } A = \begin{vmatrix} -4 & 7 \\ -6 & 8 \end{vmatrix} = -4 \cdot 8 - 7 \cdot (-6) = -32 + 42 = 10$$

## Determinante de uma Matriz de ordem 3

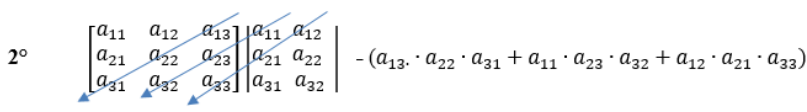
Em uma Matriz quadrada de ordem 3 dada por  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ ,

o Determinante é obtido por meio de um dispositivo prático, denominado **Regra de Sarrus**.

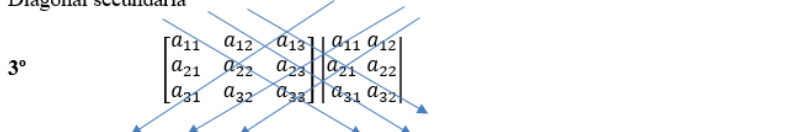
Nessa regra, à direita da Matriz, repetimos suas duas primeiras colunas. Em seguida, realizamos as multiplicações conforme indicado, conservando os sinais dos produtos obtidos no sentido da diagonal principal e mudando os sinais dos produtos obtidos no sentido da diagonal secundária.

1º   $+ (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32})$

Diagonal principal

2º   $- (a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} + a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} + a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33})$

Diagonal secundária

3º 

Ao adicionarmos esses resultados, obtemos o Determinante da Matriz:

$$\text{Det } A = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$$

Fonte: Dante (2017).

Os exemplos, apresentados no material, foram resolvidos com a participação dos estudantes.

O Passo 5 foi apresentar por meio da resolução de atividades as propriedades dos Determinantes. Foi entregue material impresso com atividades envolvendo as propriedades dos Determinantes, conforme Quadro 6.

Quadro 6 – Atividades envolvendo Determinantes (continua)

**Atividades sobre Determinantes**

1) Calcule os Determinantes e observe as regularidades entre as Matrizes:

a)  $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

b)  $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

2) Calcule os Determinantes e observe as regularidades entre as Matrizes:

a)  $X = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 5 & 7 & -4 \end{bmatrix}$

b)  $Z = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

3) Calcule os Determinantes e observe as regularidades entre as Matrizes:

a)  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

b) Multiplique uma linha da Matriz  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$  por 3 e calcule seu Determinante após isso:

Qual a semelhança entre os dois Determinantes.

4) Calcule os Determinantes e observe as regularidades entre as Matrizes:

a)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

b) Multiplique todas as linhas da Matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  por 3 e calcule seu Determinante:

c) Multiplique o valor encontrado na letra a por  $3^2$ . 5) Calcule os Determinantes e observe as regularidades entre as Matrizes:

a)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & -2 \end{bmatrix}$

b) Calcule o Determinante de  $A'$ :

**6)** Calcule os Determinantes e observe as regularidades entre as Matrizes:

**a)** Sendo  $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  calcule o determinante de cada uma delas,

e em seguida faça  $\det A \times \det B$ :

**b)** Faça  $A.B$  e calcule  $\det A.B$ :

Fonte: Dante (2017).

A partir da resolução dessas atividades os estudantes foram instigados a observar as regularidades presentes em cada situação. Após, a professora apresentou as propriedades dos Determinantes. Realizamos a correção das atividades no quadro com a participação dos estudantes e nesse momento foram realizados questionamentos. Pode-se considerar que essa atividade foi interessante, pois os estudantes ajudaram na resolução e perceberam a relação entre as situações, pois envolvia as propriedades.

Segundo Moreira (2011), a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora são processos fundamentais da dinâmica da estrutura cognitiva durante a Aprendizagem Significativa, “[...] a facilitação desta aprendizagem em situações de ensino deveria usá-los como princípios programáticos da matéria de ensino.” (MOREIRA, 2011, p. 43)

No Passo 6 os estudantes foram levados a sala de informática da escola. Os estudantes receberam material impresso com os passos para realizar os cálculos, conforme Quadro 7. As atividades serão feitas em duplas e ao final deverão entregar um relatório.

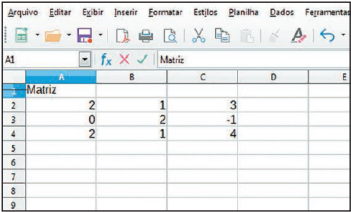
Quadro 7 – Cálculo do Determinante e a Matriz inversa em uma planilha eletrônica (continua)

Atividade utilizando Excel

Vamos calcular o Determinante e obter a inversa de uma Matriz 3x3, utilizando o *software Calc.* (Excel). Em uma planilha Excel, cada parte dada pelo cruzamento de uma linha com uma coluna é chamada **célula**, cuja localização é indicada por um código, composto por uma letra e um número. Siga o passo a passo a seguir para realizar os cálculos:

Veja como podemos calcular o Determinante

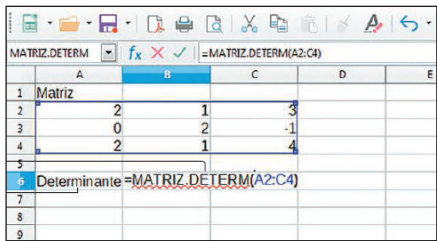
da Matriz  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$  e em seguida a sua inversa utilizando o Excel.



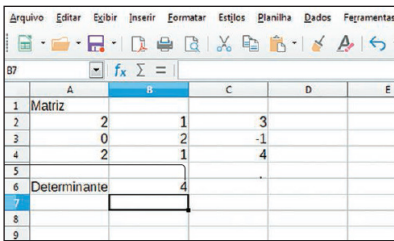
|   | A      | B | C | D  | E |
|---|--------|---|---|----|---|
| 1 | Matriz |   |   |    |   |
| 2 |        | 2 | 1 | 3  |   |
| 3 |        | 0 | 2 | -1 |   |
| 4 |        | 2 | 1 | 4  |   |
| 5 |        |   |   |    |   |
| 6 |        |   |   |    |   |
| 7 |        |   |   |    |   |
| 8 |        |   |   |    |   |
| 9 |        |   |   |    |   |

1º Digite o texto “Matriz” na célula **A1** e insira, logo abaixo os valores dos elementos da Matriz na planilha, dispondo-os em três linhas e três colunas, como na Matriz.

2º Na célula **A6**, digite o texto “Determinante”; na célula **B6**, insira a fórmula **=MATRIZ.DETERM(A2:C4)** e tecla **enter**. Com isso obtemos o **Determinante** da Matriz inicial.

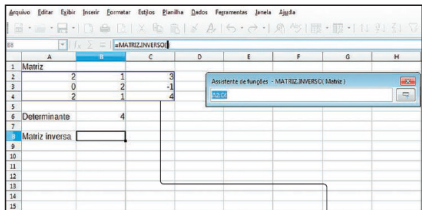


|   | A            | B                     | C | D  | E |
|---|--------------|-----------------------|---|----|---|
| 1 | Matriz       |                       |   |    |   |
| 2 |              | 2                     | 1 | 3  |   |
| 3 |              | 0                     | 2 | -1 |   |
| 4 |              | 2                     | 1 | 4  |   |
| 5 |              |                       |   |    |   |
| 6 | Determinante | =MATRIZ.DETERM(A2:C4) |   |    |   |
| 7 |              |                       |   |    |   |
| 8 |              |                       |   |    |   |
| 9 |              |                       |   |    |   |

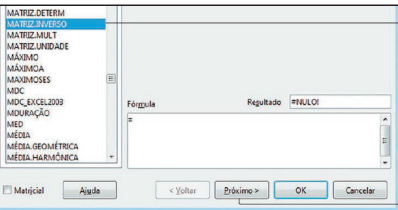


|   | A            | B | C | D  | E |
|---|--------------|---|---|----|---|
| 1 | Matriz       |   |   |    |   |
| 2 |              | 2 | 1 | 3  |   |
| 3 |              | 0 | 2 | -1 |   |
| 4 |              | 2 | 1 | 4  |   |
| 5 |              |   |   |    |   |
| 6 | Determinante | 4 |   |    |   |
| 7 |              |   |   |    |   |
| 8 |              |   |   |    |   |
| 9 |              |   |   |    |   |

3º Digite o texto “Matriz inversa” na célula **A8**, com o intervalo **B8:D10** selecionado, clique no menu **Inserir** e, em seguida, na opção **Função**. Na janela que se abrir, selecione a função **MATRIZ.INVERSO**. Depois, clique no botão **PRÓXIMO**.



|    | A              | B | C | D  | E | F | G | H |
|----|----------------|---|---|----|---|---|---|---|
| 1  | Matriz         |   |   |    |   |   |   |   |
| 2  |                | 2 | 1 | 3  |   |   |   |   |
| 3  |                | 0 | 2 | -1 |   |   |   |   |
| 4  |                | 2 | 1 | 4  |   |   |   |   |
| 5  |                |   |   |    |   |   |   |   |
| 6  | Determinante   | 4 |   |    |   |   |   |   |
| 7  |                |   |   |    |   |   |   |   |
| 8  | Matriz inversa |   |   |    |   |   |   |   |
| 9  |                |   |   |    |   |   |   |   |
| 10 |                |   |   |    |   |   |   |   |
| 11 |                |   |   |    |   |   |   |   |
| 12 |                |   |   |    |   |   |   |   |
| 13 |                |   |   |    |   |   |   |   |
| 14 |                |   |   |    |   |   |   |   |
| 15 |                |   |   |    |   |   |   |   |



MATRIZ.INVERSO

Fórmula: =MATRIZ.INVERSO(B8:D10)

Referência: B8:D10

Próximo > OK Cancelar

4º Clique no botão **Selecionar**, selecione a Matriz inserida no intervalo **A2:C4** e pressione Enter. Por fim, clique no botão **OK** da janela **Assistente de funções**. Com isso, obtemos a Matriz inversa da Matriz inicial.

Sendo  $A = \begin{bmatrix} 16 & 1,65 & 55 \\ 15 & 1,70 & 59 \\ 17 & 1,71 & 65 \end{bmatrix}$  calcule, utilizando

a planilha eletrônica *Calc*:

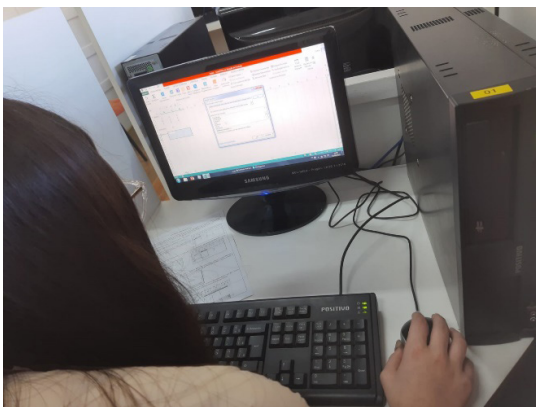
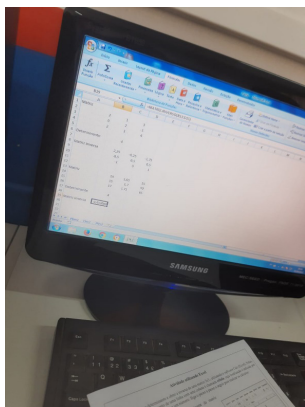
1)  $\det A$  2)  $A^{-1}$

|    | A              | B    | C     | D     |
|----|----------------|------|-------|-------|
| 1  | Matriz         |      |       |       |
| 2  |                | 2    | 1     | 3     |
| 3  |                | 0    | 2     | -1    |
| 4  |                | 2    | 1     | 4     |
| 5  |                |      |       |       |
| 6  | Determinante   |      | 4     |       |
| 7  |                |      |       |       |
| 8  | Matriz inversa | 2,25 | -0,25 | -1,75 |
| 9  |                | -0,5 | 0,5   | 0,5   |
| 10 |                | -1   | 0     | 1     |

Fonte: Andrade (2020).

Alguns estudantes tiveram que fazer a atividade em duplas, pois alguns computadores não funcionavam. Nessa atividade eles deveriam calcular o Determinante e a Matriz inversa em uma planilha do Excel. Os estudantes receberam material impresso com os passos para realizar os cálculos, e ao final teriam que resolver a atividade extra proposta e entregar a professora. Dos 16 estudantes presentes no dia, todos conseguiram resolver tranquilamente os passos dessa atividade, e sempre nas outras aulas solicitavam mais atividade na sala de informática conforme Figura 1.

Figura 1- Estudantes resolvendo a atividade



Fonte: Autoras.

No Passo 7, a avaliação, todos os estudantes da turma conseguiram resolver as questões conforme o Quadro 8. Na avaliação da Aprendizagem Significativa, segundo Moreira (2011) deve ser formativa e recursiva, sendo necessário buscar indícios de aprendizagem “[...] o que se deve avaliar é compreensão, captação de significados, capacidade de transferência do conhecimento a situações não conhecidas, não rotineiras” (MOREIRA, 2011, p. 51).

Quadro 8 – Avaliação sobre Determinantes (continua)

### Avaliação sobre Determinantes

1- Quais os tipos de Matrizes podemos calcular Determinantes?

2- Calcule a área do Triângulo utilizando Determinantes:

3- Dada a Matriz  $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 10 \\ -2 & x & 0 \end{bmatrix}$ , calcule o

valor de x sabendo que  $\det A = -30$

4- Sendo  $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -4 \\ -2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$ , calcule:

a)  $\det A$  b)  $2\det A$  c)  $\det 2A$  d)  $\det 2A'$

5- (PM PR – Cops) Considere uma colisão de dois veículos. Num sistema de coordenadas cartesianas, as posições finais destes veículos após a colisão são dadas nos pontos  $A = (2,2)$  e  $B = (4, 1)$ . Para compreender como ocorreu a colisão é importante determinar a trajetória retilínea que passa pelos pontos A e B.

Essa trajetória é dada pela equação:

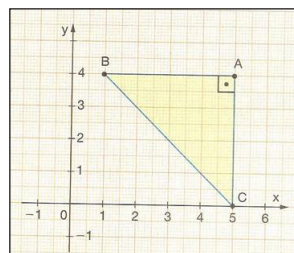
a)  $x - y = 0$

b)  $x + y - 5 = 0$

c)  $x - 2y + 2 = 0$

d)  $2x + 2y - 8 = 0$

e)  $x + 2y - 6 = 0$



6- (PM ES – AOCF) Para saber o custo total (em reais) na produção de  $x$  uniformes para um grupo de soldados, primeiramente substitui-se cada elemento  $x$ , da Matriz a seguir, pela quantidade de uniformes que se quer produzir e calcula-se o Determinante dessa Matriz, obtendo-se, assim, o custo total na produção destes  $x$  uniformes é igual ao valor do Determinante.

$$\begin{bmatrix} x & 1 & 0 \\ 0 & -x & 100 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dessa forma, para se produzir 70 uniformes para um grupo de soldados, o custo total nessa produção será de: (A) R\$ 4.100,00. (B) R\$ 3.500,00. (C) R\$ 3.100,00. (D) R\$ 2.500,00. (E) R\$ 2.100,00.

7- Foi realizada uma pesquisa com 400 crianças de 4 a 12 anos de idade em três escolas de um município. Em relação a esse grupo de crianças conclui-se que, em média, a massa  $p$ , em quilogramas, poderia ser calculada de acordo com a idade  $x$ , em anos, pela seguinte fórmula:

$$p(x) = \det(P), \text{ em que } P = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 1 & x \end{bmatrix}$$

De acordo com as informações, determine:

- a) a massa média de uma criança de 6 anos.
- b) a idade provável de duas crianças com massa de 28 kg e 20 kg.

Fonte: Adaptado de Andrade (2020); Dante (2017).

Nessa atividade também se optou por criar três categorias, para analisar a avaliação somativa: Conhecimento inadequado, Conhecimento parcialmente adequado e Conhecimento adequado.

Quadro 9 - Análise da Avaliação somativa

|                                 | Questão | Conhecimento inadequado | Conhecimento parcialmente adequado | Conhecimento adequado |
|---------------------------------|---------|-------------------------|------------------------------------|-----------------------|
| Avaliação somativa<br>(Passo 7) | 1       | 0                       | 0                                  | 22                    |
|                                 | 2       | 0                       | 0                                  | 22                    |
|                                 | 3       | 0                       | 0                                  | 22                    |
|                                 | 4(a)    | 2                       | 2                                  | 18                    |
|                                 | 4(b)    | 0                       | 4                                  | 18                    |
|                                 | 4(c)    | 0                       | 0                                  | 22                    |
|                                 | 4(d)    | 0                       | 0                                  | 22                    |
|                                 | 5       | 0                       | 4                                  | 18                    |
|                                 | 6       | 3                       | 0                                  | 19                    |
|                                 | 7       | 2                       | 5                                  | 15                    |

Fonte: Autoras.

Nas questões 1, 2, 3 e 4 observa-se que a maioria conseguiu resolver as atividades propostas, foram poucos os estudantes que tiveram um conhecimento parcial ou inadequado. Na questão 4, na letra d, em que solicitava o cálculo do Determinante da transposta da Matriz  $2A$ , somente um estudante aplicou a propriedade e não realizou o cálculo. Apesar da avaliação não ser tão extensa, os estudantes utilizaram dois períodos de aulas para resolver todas as questões. Nas questões 5, 6 e 7 também é possível perceber que os estudantes conseguiram resolver, foram poucos que tiveram um conhecimento inadequado ou parcialmente adequado.

Na Etapa 3, a última categoria de análise é a avaliação da UEPS. Assim, ao final da aplicação da UEPS os estudantes deveriam avaliar, através de um questionário final, conforme Quadro 10.

## Quadro 10 - Questionário final

| <b>Questionário Final</b>                                                                                 |                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Turma: _____                                                                                              | Data: ____/____/202____ |
| Avalie a UEPS de Determinantes atribuindo-lhe uma nota de 1 a 5 (Conforme escala Likert). Em sua opinião: |                         |
| Em relação a metodologia de ensino e aprendizagem:                                                        |                         |
| 1( ) Não é nada importante    2( ) Às vezes é importante    3( ) Mediana                                  |                         |
| 4( ) Importante    5( ) Muito importante                                                                  |                         |
| Em relação a relevância:                                                                                  |                         |
| 1( ) Muito pouco    2( ) Pouco    3( ) Indiferente    4( ) Relevante                                      |                         |
| 5( ) Muito relevante                                                                                      |                         |
| Em relação ao trabalho:                                                                                   |                         |
| 1( ) Nada trabalhosa    2( ) Pouco trabalhosa    3( ) Mediana    4( ) Trabalhosa                          |                         |
| 5( ) Muito trabalhosa                                                                                     |                         |
| Em relação à dificuldade:                                                                                 |                         |
| 1( ) Muito fácil    2( ) Fácil    3( ) Mediana    4( ) Difícil    5( ) Muito difícil                      |                         |
| Em relação ao interesse:                                                                                  |                         |
| 1( ) Muito tediosa    2( ) Tediosa    3( ) Mediana    4( ) Interessante                                   |                         |
| 5( ) Muito interessante                                                                                   |                         |
| Em relação à motivação:                                                                                   |                         |
| 1( ) Nunca    2( ) Raramente    3( ) Eventualmente    4( ) Frequentemente                                 |                         |
| 5( ) Muito frequentemente                                                                                 |                         |
| Em relação a aprendizagem:                                                                                |                         |
| 1( ) Não é nada importante    2( ) Às vezes é importante    3( ) Mediana                                  |                         |
| 4( ) Importante    5( ) Muito importante                                                                  |                         |
| Em relação à conectividade a situações reais:                                                             |                         |
| 1( ) Nunca    2( ) Raramente    3( ) Eventualmente    4( ) Frequentemente                                 |                         |
| 5( ) Muito frequentemente                                                                                 |                         |
| De forma geral:                                                                                           |                         |
| 1( ) Não é nada importante    2( ) Às vezes é importante    3( ) Mediana                                  |                         |
| 4( ) Importante    5( ) Muito importante                                                                  |                         |

Fonte: Autoras.

O Quadro 11, apresenta os resultados da avaliação feita pelos estudantes. Destaca-se que, neste dia, estavam presentes 14 estudantes.

# Quadro11 - Resultado do questionário final

| Em relação a metodologia de ensino e aprendizagem: |                          |                          |            |                |                     |
|----------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|------------|----------------|---------------------|
|                                                    | 1. Não é nada importante | 2. Às vezes é importante | 3. Mediana | 4. Importante. | 5. Muito importante |
| Número de estudantes                               |                          | 1                        | 2          | 6              | 5                   |

| Em relação a relevância: |                |          |                |              |                    |
|--------------------------|----------------|----------|----------------|--------------|--------------------|
|                          | 1. Muito pouco | 2. Pouco | 3. Indiferente | 4. Relevante | 5. Muito relevante |
| Número de estudantes     |                |          | 2              | 11           | 1                  |

| Em relação ao trabalho: |                    |                     |            |               |                     |
|-------------------------|--------------------|---------------------|------------|---------------|---------------------|
|                         | 1. Nada trabalhosa | 2. Pouco trabalhosa | 3. Mediana | 4. Trabalhosa | 5. Muito trabalhosa |
| Número de estudantes    |                    |                     | 9          | 5             |                     |

| Em relação à dificuldade: |                |          |            |            |                  |
|---------------------------|----------------|----------|------------|------------|------------------|
|                           | 1. Muito fácil | 2. Fácil | 3. Mediana | 4. Difícil | 5. Muito difícil |
| Número de estudantes      |                |          | 13         | 1          |                  |

| Em relação ao interesse: |                  |            |            |                 |                       |
|--------------------------|------------------|------------|------------|-----------------|-----------------------|
|                          | 1. Muito tediosa | 2. Tediosa | 3. Mediana | 4. Interessante | 5. Muito interessante |
| Número de estudantes     |                  | 1          | 7          | 6               |                       |

| Em relação à motivação: |          |              |                  |                   |                         |
|-------------------------|----------|--------------|------------------|-------------------|-------------------------|
|                         | 1. Nunca | 2. Raramente | 3. Eventualmente | 4. Frequentemente | 5. Muito frequentemente |
| Número de estudantes    |          | 1            | 7                | 6                 |                         |

| Em relação a aprendizagem: |                          |                          |            |               |                     |
|----------------------------|--------------------------|--------------------------|------------|---------------|---------------------|
|                            | 1. Não é nada importante | 2. Às vezes é importante | 3. Mediana | 4. Importante | 5. Muito importante |
| Número de estudantes       |                          | 1                        | 2          | 7             | 4                   |

| Em relação à conectividade a situações reais: |          |              |                  |                   |                         |
|-----------------------------------------------|----------|--------------|------------------|-------------------|-------------------------|
|                                               | 1. Nunca | 2. Raramente | 3. Eventualmente | 4. Frequentemente | 5. Muito frequentemente |
| Número de estudantes                          | 1        | 6            | 2                | 5                 |                         |

| De forma geral:      |                          |                          |            |               |                     |
|----------------------|--------------------------|--------------------------|------------|---------------|---------------------|
|                      | 1. Não é nada importante | 2. Às vezes é importante | 3. Mediana | 4. Importante | 5. Muito importante |
| Número de estudantes |                          | 3                        | 2          | 8             | 1                   |

Fonte: Autoras.

Com base na análise dos questionários, em relação à metodologia de ensino e aprendizagem seis estudantes da turma consideraram como importante, sobre a relevância onze consideraram relevantes. Em relação ao trabalho, nove estudantes consideraram mediana, os demais consideraram trabalhosa. E sobre as dificuldades, treze marcaram a opção de mediana.

Sobre o interesse, sete consideraram como mediana, e sobre à motivação nove estudantes consideraram como eventualmente. Sobre a aprendizagem sete selecionaram como importante e sobre a relação com situações reais, seis consideraram raramente e de forma geral, oito consideraram como importante.

Na UEPS sobre Determinantes um dos pontos a ser melhorado, refere-se ao segundo passo, pois como a atividade introdutória previa

a leitura de um texto, ela não despertou tanto interesse nos estudantes. Assim, é importante buscar outro tipo de atividade para apresentar o conteúdo de Determinantes.

Nas demais atividades da UEPS notou-se que os estudantes se envolveram, participavam e demonstraram interesse em aprender e resolver as atividades propostas, tinha interação com os colegas na resolução e foram caprichosos com o material entregue. Moreira (2009) destaca que na Aprendizagem Significativa, progressiva, deve-se “[...] buscar evidências de Aprendizagem Significativa, ao invés de querer determinar se ocorreu ou não.” (MOREIRA, 2009, p. 52).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das análises dos resultados obtidos da implementação da UEPS, observou-se que os estudantes realmente conseguiram evoluir nas suas discussões e conseguiram chegar às definições sobre os conceitos envolvidos. Segundo a teoria de Ausubel, para ocorrer a aprendizagem significativa são necessárias duas condições. Em primeiro lugar, o estudante precisa ter uma disposição para aprender e em segundo, o material a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, ele tem que ser lógica e psicologicamente significativo. Cada aprendiz faz uma filtragem dos conteúdos que têm significado ou não para si próprio.

As evidências de Aprendizagem Significativa ficaram explícitas ao longo das atividades propostas, pois os estudantes tiveram a compreensão e capacidade de explicar, aplicar e ampliar o conhecimento, assim como incorporar os novos conhecimentos. Pelas observações realizadas no momento da aplicação das UEPS observou-se que os estudantes consideraram eficiente a metodologia utilizada durante as aulas e que a mesma alterou a sua forma de participação e envolvimento nas aulas de Matemática.

Assim pode-se afirmar que ao se trabalhar utilizando as Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa utilizando um material potencialmente

significativo pode facilitar o processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo de matrizes, pois proporciona que o estudante participe do processo, socialize suas ideias com os colegas. E todo esse processo também contribui para a formação de um estudante mais crítico, criativo e autônomo, enriquecendo o seu crescimento pessoal e daqueles que convivem com ele.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Thais Marcelle. **Matemática Interligada**. 1 ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- AUSUBEL, David. Paul. Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva, 1.<sup>a</sup> Edição PT-467-Janeiro de 2002 ISBN 972 - 707 - 364 – 6.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. In: REVEMAT, Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), p. 07-20, 2014.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.
- DOMINGUES, Hygino. **Origem dos sistemas lineares e determinantes**, 1998. Disponível em <<https://www.somatematica.com.br/historia/sistemas.php>> Acesso em 10 maio 2022.
- MOREIRA, Marco Antônio. Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011a.
- \_\_\_\_\_. Unidades de Ensino Potencialmente Significativas- UEPS. 2011. Disponível em: <<https://www.if.ufrgs.br/~moreira/UEPSport.pdf>>. Acesso em: 25 de julho de 2021b.
- OLIVEIRA, Gabriel Alessandro de. **Área de uma região triangular através do determinante**. 2020. Disponível em: <<https://brasilescola.uol.com.br/matematica/Area-uma-regiao-triangular-atraves-determinante.htm>> > Acesso em: 10 maio 2022.
- PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**. Ministério da Educação, 2009. Disponível em <[http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura\\_Algebra%29%20Set%202009.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf)> Acesso em 21 Mar. 2017.
- SOUZA, Pâmella Alvarenga; LOPES, Arilise Moraes Almeida; AZEVEDO, Carmen Lucia Vieira Rodrigues. **O estudo de produto de matrizes por meio de um objeto de aprendizagem**. In: Encontro Nacional de Educação de Matemática (ENEM), IX, 2013, Belo Horizonte. *Anais*. Curitiba.
- TOZONI-REIS, Marília Freitas de Campos. / Metodologia da Pesquisa. / Marília Freitas de Campos Tozoni-Reis. 2. ed. Curitiba: IESDE Brasil S.A. , 2009.

WALLE, John Van de. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

# UM VIÉS DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA: EXEMPLOS E A EVOLUÇÃO DA TERMINOLOGIA

Ricardo Fajardo

## INTRODUÇÃO

Vários séculos desenvolveram-se na história até que se chegou ao momento atual, onde a Álgebra é tratada com grande importância. Talvez, devido ao seu contexto simbólico. De acordo com o Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa, um símbolo é “Qualquer coisa usada para representar ou substituir outra, estabelecendo uma correspondência ou relação entre elas” (MICHAELIS, 2024, s. p.). Dessa forma, neste capítulo, tenciona-se apresentar uma visão do surgimento da Álgebra, perfazendo as etapas retórica, sincopada e simbólica. Sendo assim, a temática desta pesquisa consiste em apresentar um viés de desenvolvimento da Álgebra, vislumbrando alguns episódios que mostram como os antigos pensavam e como chegou-se no atual simbolismo algébrico. Para tanto, os caminhos metodológicos são: pesquisar na literatura disponível exemplos de pensamentos algébricos da antiguidade; selecionar exemplos que ressaltam a formação das estruturas algébricas dos números reais que se encontram implícitos no raciocínio algébrico da antiguidade; mostrar um caminho de evolução do raciocínio algébrico envolvendo a incógnita e a sua potenciação.

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa e de cunho bibliográfico. Apresenta uma orientação qualitativa, pois “fundamenta-se em dados coligidos nas interações interpessoais, na coparticipação das situações dos informantes, analisadas a partir da significação que estes dão aos seus atos” (CHIZZOTTI, 2017, p. 64). Isso, porque há anos o pesquisador leciona a disciplina de História da Matemática para o Curso de Licenciatura em Matemática e, por meio da preparação das aulas e discussões com os acadêmicos, refletiu e formulou opiniões sobre o conteúdo em questão. Por sua vez, a pesquisa de cunho bibliográfico “é elaborada com base em material já publicado. Tradicionalmente, esta modalidade de pesquisa inclui material impresso, como livros, revistas,

jornais, teses, dissertações e anais de eventos científicos.” (GIL, 2010, p. 29). Entretanto, devido a evolução tecnológica da sociedade, este autor enfatiza que as pesquisas passaram a incluir outros tipos de fontes, tais como a fita magnética, o CD, e a Internet. (Ibid, 2010). Isso é importante, visto que atualmente há vários repositórios virtuais.

Como justificativa para este capítulo, inicia-se mencionando que Eells (1925) cita um curso de História da Matemática que foi ministrado a acadêmicos de licenciatura. No final do curso, foi ministrado um questionário aos futuros professores da Escola Básica. Uma das perguntas foi “Que conclusão você tirou, como um futuro professor de matemática do ensino médio, a partir do estudo da história da matemática até o estágio atual, ou seja, até o final do período grego?” (Ibid, p. 296, tradução nossa). Na sequência, apresenta-se uma das respostas.

Em primeiro lugar, eu acho que agora poderia ensinar matemática com muito mais vigor e entusiasmo porque agora me parece mais humana. Agora posso vê-la como um desenvolvimento lógico e, portanto, olhar para ela como uma coisa natural. Conhecer incidentes interessantes nas vidas dos criadores originais de certos teoremas ajudará a tornar esse teorema mais interessante, e saber como certos métodos [técnicas] foram tentados e depois fracassaram e, então, como o resultado finalmente surgiu, faria um teorema mais interessante e facilmente compreendido por uma classe. Eu tenho, agora, um conhecimento do início da matemática que ajuda na compreensão e apreciação de qualquer assunto. Havia muitas perguntas que antes estavam sem resposta na minha mente, que agora parecem estar respondidas. Tal perspectiva como esta, parece ser necessária no ensino de qualquer assunto. (Ibid, p. 296-97, tradução nossa).

Como segunda e última justificativa, apresenta-se Jones (1957) que defende a importância de se compreender a construção da estrutura da Matemática:

Há, pelo menos, três categorias amplas de funções [na sala de aula] que podem ser realizadas por materiais históricos usados corretamente. Estes são: (1) podem esclarecer significados, dar insights e aprimorar a compreensão da matemática em si; (2) podem apresentar

aos alunos “apreciações” desejáveis; (3) além de contribuir diretamente para a obtenção de tais resultados desejados como compreensão e apreciação matemática, eles também podem servir principalmente como um dispositivo pedagógico para melhorar a instrução, isto é, como uma ferramenta metodológica. [...] Uma das mais importantes compreensões a serem procuradas no ensino de matemática é uma compreensão da sua estrutura, que envolve por sua vez uma compreensão da natureza e papel dos termos indefinidos, definições, axiomas, e a dedução lógica de teoremas. (JONES, 1957, p. 59, tradução nossa, grifo do autor).

Essas duas justificativas procuram apresentar um alicerce histórico para os exemplos que se seguem, na perspectiva de se procurar refletir e discutir mais sobre a matemática, em vez de simplesmente apresentar o conteúdo aos alunos, que estão na sua formação inicial.

Passa-se, então, aos exemplos históricos, apresentando algumas reflexões do pesquisador.

## ALGUNS EXEMPLOS HISTÓRICOS E REFLEXÕES

Neste tópico apresenta-se alguns exemplos com o intuito de mostrar como os antigos raciocinavam, bem como avistar como as estruturas algébricas dos números reais, que ficaram determinadas a partir da segunda metade do século XIX, encontravam-se implícitas no desenvolvimento matemático da antiguidade. Isso, de certa forma, mostra que a Matemática é um processo de desenvolvimento cultural da humanidade e que reflete o seu modo de pensar. Além do mais, estes exemplos servem de propostas de atividades a serem usadas em sala de aula.

Bunt, Jones e Bedient (1976) comentam que os babilônios resolviam equações lineares, com duas incógnitas, exatamente como fazemos hoje em dia. A diferença é que eles se encontravam na etapa dita retórica, ou seja, tudo era escrito por extenso. Devido a isso, há uma distinção significativa na maneira de resolver problemas. Inicia-se com o exemplo 1: “Considerando as duas incógnitas de um retângulo, comprimento ( $l$ ) e largura ( $w$ ), tal que:  $l + \frac{1}{4}w = 7$  e  $l + w = 10$  <sup>18</sup>. Encontrar o comprimento e a largura.” (Ibid, p. 51).

<sup>18</sup> A notação algébrica é a atual.

Os babilônios resolviam esse tipo de problema por meio de uma receita, um algoritmo. Na figura 1, apresenta-se uma solução comparada, considerando a receita babilônica – primeira coluna – e o modo de solucionar esse tipo de problema atualmente, segunda coluna.

Figura 1 – Solução comparada do exemplo 1

| <i>Babylonian</i>                        | <i>Modern</i>                                         |
|------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| $7 \times 4 = 28$                        | $\begin{cases} 4l + w = 28 \\ l + w = 10 \end{cases}$ |
| $28 - 10 = 18$                           | $3l = 18$                                             |
| $18 \times \frac{1}{3} = 6$ (the length) | $l = 6$                                               |
| $10 - 6 = 4$ (the width).                | $w = 10 - 6 = 4.$                                     |

Fonte: (Ibid, p. 52)

No estilo babilônico, a incógnita  $w$  é isolada na primeira equação ( $7 \times 4 = 28$ ):  $w = 28 - 4l$ . Após, ela é substituída na segunda equação:  $l + (28 - 4l) = 10$ . Ou seja  $(28 - 10 = 18)$ ,  $28 - 10 = 3l$ . Após encontrar o comprimento,  $l$ :  $18 \times \frac{1}{3} = 6$ , usa-se a segunda equação para encontrar a largura ( $w$ ). Considerando-se que não trabalhavam com números negativos, o algoritmo funcionava perfeitamente.

Como os babilônios chegaram nesses algoritmos? Tal questionamento somente pode ser respondido com suposições. Parece que os antigos não estavam tão interessados no desenvolvimento das ideias como ocorre na época atual. A esse respeito, Bynum (2018, p. 182) atesta que “Nos tempos antigos, ‘história’ queria mesmo dizer ‘descrição’. História natural era meramente uma descrição da Terra e das coisas contidas nela. Pouco a pouco, ‘história’ adquiriu o significado moderno de alteração ao longo do tempo”. Sendo assim, o que os babilônios fizeram foi descrever um procedimento para resolver tal problema. Naquela época, a sociedade era diferente, os escribas eram as pessoas especializadas em resolver problemas.

Bunt, Jones e Bedient (1976, p. 52, tradução nossa) continuam comentando que: “Este exemplo mostra que os babilônios seguiam os mesmos passos que nós, mas eles não usavam letras como símbolos

para representar números. Não temos conhecimento dos processos de raciocínio deles, somente dos cálculos que eles efetuaram”.

Os babilônios também resolveram problemas do tipo (Ibid, p. 52): “Encontrar dois números cuja soma é 14 e o produto é 45” (Exemplo 2). Na notação atual, a solução deles é a seguinte. Os dois números cuja soma é 14 pode ser escrita como  $7 + a$  e  $7 - a$ . Neste tipo de raciocínio, vê-se que eles tinham a noção de oposto, pois  $(7 + a) + (7 - a) = 14$ .

Então, usando a informação sobre o produto, eles resolveram o problema, conforme ilustra a figura 2.

Figura 2 – Solução da segunda parte do exemplo 2

$$\begin{aligned}(7 + a)(7 - a) &= 45 \\ 49 - a^2 &= 45 \\ a^2 &= 4 \\ a &= 2.\end{aligned}$$

Fonte: (Ibid, p. 52)

Portanto, os números solicitados são 9 ( $7 + 2$ ) e 5 ( $7 - 2$ ). No entanto, observa-se que na solução da figura 2 os babilônios não consideraram a solução de  $a$  como sendo  $-2$ , visto que eles não trabalhavam com números negativos. É claro que, neste caso, as respostas seriam as mesmas, em ordem invertida, 5 e 9. Para eles, a resposta tinha que ser um número racional positivo.

Usando o procedimento que foi discutido, os babilônios também eram capazes de resolver equações quadráticas do tipo  $x^2 + 6x = 16$  (Exemplo 3), da seguinte maneira. De forma implícita, eles usaram o que hoje denomina-se de Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição escrevendo  $x^2 + 6x = 16$  como  $x(x + 6) = 16$ . Então, atribuiu-se  $x + 6 = y$  e, portanto, tem-se:  $y - x = 6$ ,  $xy = 16$ . Logo, procuram-se por dois números cuja diferença é seis e o produto é dezesseis. Para os babilônios, essa diferença somente tinha sentido quando  $x < y$ . Logo, tem-se duas equações análogo aquela apresentada no exemplo 2. Para resolvê-la, eles denotaram  $y = a + 3$  e  $x = a - 3$ . A figura 3 ilustra a solução do problema para obter  $x = 2$  e  $y = 8$ .

Figura 3 – Solução final do exemplo 3

$$\begin{aligned}y &= a + 3 \quad \text{and} \quad x = a - 3. \\(a + 3)(a - 3) &= 16 \\a^2 - 9 &= 16 \\a &= 5. \\x &= 2.\end{aligned}$$

Fonte: (Ibid, p. 52-53)

Novamente, observa-se que os babilônios não consideravam como uma possível resposta  $a = -5$ . Isso porque eles não trabalhavam com números negativos.

No exemplo 3, o coeficiente de  $x^2$  é igual a 1. Os babilônios também sabiam resolver equações quadráticas onde o coeficiente de  $x^2$  não é igual a 1. No entanto, ao resolver a equação quadrática  $7x^2 + 6x = 1$  (Exemplo 4), eles não resolviam como se faz atualmente, ou seja, tornar o coeficiente de  $x^2$  igual a 1, dividindo ambos os lados da igualdade por 7 e, após, efetuando o completamento dos quadrados. Bunt, Jones e Bedient (1976, p. 53) asseveram que “eles preferiam evitar frações tais como  $\frac{6}{7}$  e  $\frac{1}{7}$ , que não podiam ser representadas como uma fração sexagesimal terminal”.

Assim, eles multiplicavam em ambos os lados da equação do exemplo 4 por 7 para obter  $(7x)^2 + 6(7x) = 7$ . Nesse procedimento, observa-se o uso implícito das Propriedades Associativa e Comutativa da Multiplicação. Dessa forma, eles tratavam  $7x$  como uma nova incógnita,  $z = 7x$ , para obter a equação  $z^2 + 6z = 7$ . Desse ponto em diante, eles usavam a ideia apresentada no exemplo 3, para obter  $z = 1$ , e chegar na raiz original  $x = \frac{1}{7}$ .

No âmbito do desenvolvimento da Álgebra, desde os seus primórdios, considera-se outro exemplo, o da multiplicação egípcia. Os egípcios multiplicavam através da duplicação (multiplicação por 2) e adição dos resultados. Na figura 4, há um exemplo retirado do Papiro de Rhind, número 32, que apresenta a multiplicação de  $12 \times 12$ .

Figura 4 – Multiplicação egípcia de  $12 \times 12$

|      |    |    |     |
|------|----|----|-----|
| IIII | 1  | 1  | 12  |
| IIII | 2  | 2  | 24  |
| IIII | 4  | 4  | 48  |
| IIII | 8  | 8  | 96  |
| IIII | 12 | 12 | 144 |

Fonte: (VAN DER WAERDEN, 1971, p. 18)

Na coluna da esquerda, visualiza-se os caracteres egípcios escritos da direita à esquerda, que é o modo de escrita oriental. Por sua vez, na coluna da direita, tem-se a versão ocidental. O símbolo “/”, que se encontra nas últimas duas linhas, significa que essas foram as linhas escolhidas visto que  $4 + 8 = 12$ . Ou seja, inicia-se com  $1 \times 12$  e duplica-se cada linha até obter o resultado de  $4 \times 12 = 48$  e  $8 \times 12 = 96$ .

A importância desse exemplo encontra-se no fato de ter-se, implicitamente, apresentado duas propriedades: a Propriedade do Elemento Identidade e a Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição. A primeira está no fato de  $1 \times 12 = 12$ , conforme a figura 4. A segunda alicerça-se no caso de ter-se,  $4 \times 12 + 8 \times 12 = 48 + 96$  que, por sua vez, implica em  $(4 + 8)12 = 144 \Rightarrow 12 \times 12 = 144$ .

Tendo visto alguns exemplos de como os babilônios e egípcios pensavam matemática tanto na resolução de problemas como na formulação implícita das estruturas algébricas dos números reais, passa-se a apresentar uma ideia de como chegou-se a usar as letras  $x$ ,  $y$  e  $z$  para incógnitas, bem como as suas respectivas potenciações.

## **SOBRE A EVOLUÇÃO DA SIMBOLOGIA DA INCÓGNITA E DA SUA POTENCIAÇÃO**

Eventualmente, uma das mais significantes conquistas de Diofanto de Alexandria, que viveu no quarto século da era atual, foi a sua contribuição ao simbolismo algébrico. Ele introduziu a notação sincopada,

aquela caracterizada pelo uso de abreviações. Conforme já mencionado, os estilos para a notação algébrica são o retórico, o sincopado e o simbólico.

Ball (1960) assevera que a Diofanto foi creditada a invenção da álgebra sincopada. No entanto, algumas opiniões divergem. Alguns autores acreditam que Diofanto simplesmente sistematizou o conhecimento da época, assim como o fez Euclides de Alexandria. Freidlein menciona o papiro Grego em que os sinais para o uso da adição e subtração são conforme o quadro 1.

Quadro 1 – Sinais gregos da adição e subtração

|           | <b>Grego</b> | <b>Atual</b> |
|-----------|--------------|--------------|
| Adição    | /            | +            |
| Subtração | ?            | -            |

Fonte: Adaptado de Ball (1960, p. 104)

Símbolos algébricos eram usados e os problemas tratados analiticamente. Diofanto assumia que os passos da solução eram reversíveis, assim como é feito em quase toda a álgebra moderna. Ele aplicava essa álgebra para encontrar soluções – embora, com frequência, apresentando somente soluções particulares – de vários problemas envolvendo números. Ele sempre usava um símbolo para representar uma incógnita nas equações, mas como ele tinha somente um símbolo, ele não podia usar mais de uma incógnita por vez. (BALL, 1960). Para problemas com duas variáveis, ele seguia o procedimento dos babilônios apresentados acima.

Diofanto abreviou a palavra número em grego, representando-a como sendo a primeira letra da palavra. Isso passou a ser a incógnita. No quadro 2 apresenta-se os símbolos que ele usou para abreviar a potência de uma incógnita ( $x$ ).

Quadro 2 – Símbolos de potências de uma incógnita de Diofanto

|                   |                             |
|-------------------|-----------------------------|
| $\overset{0}{M}$  | Unidade ( $x^0$ )           |
| $\varsigma$       | Número ( $x$ )              |
| $\Delta^Y$        | Quadrado ( $x^2$ )          |
| $K^Y$             | Cubo ( $x^3$ )              |
| $\Delta^Y \Delta$ | Quadrado-quadrado ( $x^4$ ) |
| $\Delta K^Y$      | Quadrado-cubo ( $x^5$ )     |
| $K^Y K$           | Cubo-cubo ( $x^6$ )         |

Fonte: Adaptado de Bunt, Jones e Bedient (1976, p. 199)

Diofanto usou as seguintes regras para escrever polinômios:

1. Os coeficientes eram escritos em numeração Grega **após a incógnita**;
2. Todos os termos que eram subtraídos eram escritos **após o símbolo  $\Lambda$** ;
3. Os termos somados eram escritos lado a lado sem o sinal de adição entre eles; e igualmente para os termos que eram subtraídos. (Ibid, p. 200, grifo nosso).

Como os coeficientes eram escritos após a incógnita e por justaposição, sem um sinal de adição, o símbolo  $\overset{0}{M}$  serviu para diferenciar os coeficientes de uma potência da outra, inclusive o termo constante. Por exemplo,  $\Delta^Y \bar{\gamma} \overset{0}{M} \bar{\iota} \bar{\epsilon}$  significava  $3x^2 + 15$ . Se não houvesse esse símbolo ( $\overset{0}{M}$ ), teríamos  $18x^2$ . O traço em cima da letra grega era para determinar que se estava tratando de números.

Por sua vez, com relação a subtração de números pode-se observar, novamente, a Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação a Adição imbutida neste procedimento. A título de exemplo, para a expressão  $K^Y \bar{\alpha} \varsigma \bar{\eta} \Lambda \Delta^Y \bar{\epsilon} \overset{0}{M} \bar{\beta}$ , tem-se literalmente:  $1x^3 + 8x - (5x^2 + 2)$ . Se a Subtração for considerada como a Adição do seu oposto, a propriedade distributiva está implícita nessa expressão. Na terminologia atual

escrevemos:  $x^3 - 5x^2 + 8x - 2$ . Comparando com os babilônios, vê-se uma melhoria ao se tratar com números negativos, pois há um símbolo.

No quadro 2, também pode-se vislumbrar que a adição de expoentes na multiplicação de potências de mesma base está implícita. No entanto, faltava uma notação conveniente para isso transparecer e ficar claro.

O desenvolvimento do simbolismo estava ocorrendo, quando o matemático francês François Viète (1540-1603) entrou em cena. Viète foi um dos primeiros matemáticos a reconhecer a necessidade de haver um conjunto diferente de letras para representar as incógnitas e as constantes (escalares) em uma expressão literal. (PLEDGE, 1947).

“[...] lendo as contribuições de Viète para o desenvolvimento da matemática, é uma boa ideia lembrar que, considerando as datas dele (1540-1603), elas indicam que ele viveu uma geração após Girolano Cardano (1501-1576) e um pouco mais do que uma geração antes de René Descartes [1596-1650]”. (VIÈTE, 1983, p. 4, tradução nossa). Para Cardano, a expressão  $x^3 + 6x = 20$  era escrita como “Cubus  $\bar{p}$  6 rebus aequalis 20”<sup>19</sup>. (CAJORI, 2004, p. 228). No entanto, Viète usou as vogais A, E, ou O para representar incógnitas, e consoantes para representar as quantidades conhecidas que atualmente denominamos de escalares ou termos constantes. Por exemplo, a expressão  $AB + C$  é representada, atualmente, como  $ax + b$ , onde o  $x$  representa a incógnita  $A$  na nomenclatura de Viète.

A seguir, apresenta-se alguns dos estágios mais definidos no desenvolvimento do simbolismo algébrico, apresentando uma série cronológica de como escrever  $1 + 3x + 3x^2 + x^3$ .

Inicialmente,  $I+3N+3Q+C$ , onde nenhuma tentativa foi feita para representar uma relação entre  $N$ ,  $Q$  e  $C$ . Então,  $I+3x+3x$  quadratus +  $x$  cubus, um aprefeiçoamento feito por Viète. O caráter numérico [expoente] da relação ainda está obscuro. Na sequência,  $I \textcircled{+} 3 \textcircled{+} 3 \textcircled{+} 3$ , apresentado por Stevius em 1585. Este, completamente expressa o fato numérico [expoente], mas apresenta um problema se houver mais de duas incógnitas. Stevinus apresentou uma pergunta muito importante para o desenvolvimento do simbolismo: Por que somente índices [exponentes]

<sup>19</sup> O símbolo  $\bar{p}$  era a representação sincopada da palavra “mais”, em latim “plus”.

inteiros? Ele sugeriu usarmos fracionais. Um outro foi apresentado por Harriot (1560-1621),  $I + 3x + 3xx + xxx$ , que não era tão sugestivo como o apresentado por Stevinus. Finalmente,  $I + 3x + 3x^2[xx] + x^3$ , apresentado por Descartes, em 1637. Este é como o nosso, mas usado somente para valores inteiros de índices. (PLEDGE, 1947, p. 46, tradução nossa).

Nessa citação direta, mais precisamente, na contribuição de Viète ainda não se usava a letra  $x$ . Assim, a expressão  $I + 3x + 3x$  quadratus +  $x$  cubus deveria ser  $I + 3A + 3A$  quadratus +  $A$  cubus. Parece que Descartes estava familiarizado com todas essas possíveis notações e teve a ideia de juntar o melhor de cada uma delas, considerando a base (incógnita) com o expoente.

Na realidade, René Descartes (1889) apresentou a expressão  $I + 3x + 3xx + x^3$ , e não  $I + 3x + 3x^2 + x^3$ , como foi apresentado por Pledge (1947). Isso foi apresentado no seu livro denominado *La Geometrie*, em 1637. Uma possível interpretação para ele ter usado  $xx$  e não  $x^2$  seria baseado no fato de que o segundo não apresenta nenhuma economia em relação ao primeiro. Para escrever tanto  $xx$  e  $x^2$  são necessários dois símbolos. Entranto, a partir de  $xxx$ ,  $xxxx$ , e assim por diante, há uma notável economia simbólica:  $xxx = x^3$ ,  $xxxx = x^4$ , etc. Todavia, Karl Friedrich Gauss (1777-1855) foi um dos primeiros matemáticos a usar  $x^2$ , ao invés de  $xx$ . Provavelmente, Gauss iniciou tal mudança para poder trabalhar com a análise de padrão em Matemática.

Na mesma publicação de *La Géométrie*, Descartes (1886) usou um asterico para representar a ausência de termos. Além do mais, arranjou os termos de uma expressão pela ordem decrescente da incógnita. Assim, a expressão  $x^6 - a^4bx$  era escrita como sendo  $x^6**** - a^4bx*$  (CAJORI, 1993). Os quatro asteriscos eram para indicar a ausência dos termos  $x^5$ ,  $x^4$ ,  $x^3$  e  $x^2$ ; enquanto que o último asterico era para indicar a ausência do termo constante. Parece que Descartes não percebeu a propriedade de absorção que o número zero apresenta:  $a \times 0 = 0$ ,  $\forall a \in \mathbb{R}$ . Isso, também se justifica devido ao fato de que as propriedades dos elementos oposto e neutro da Adição de um número somente começou a ser aceita após a metade do século XIX. (KLINE, 1972). Com essa propriedade, vê-se que a ausência de uma potência implica que o seu coeficiente numérico é o zero. Nas palavras de Kline (1972):

Pela metade do século XIX os axiomas da álgebra geralmente aceitos eram:

- 1) Quantidades iguais adicionadas a uma terceira continuam sendo quantidades iguais.
- 2)  $(a + b) + c = a + (b + c)$  [Propriedade Associativa da Adição].
- 3)  $a + b = b + a$  [Propriedade Comutativa da Adição].
- 4) Iguais adicionados a iguais são iguais.
- 5) Iguais adicionados a desiguais são desiguais.
- 6)  $a(bc) = (ab)c$  [Propriedade Associativa da Multiplicação].
- 7)  $ab = bc$  [Propriedade Comutativa da Multiplicação].
- 8)  $a(b + c) = ab + ac$  [Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição]. (KLINE, 1972, p. 775, tradução nossa).

A contribuição de François Viète com relação ao uso de letras para representar incógnitas e escalares foi avançada por Descartes (1886). Nele, ele também introduziu o costume atual de usar as letras do início do alfabeto,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , etc. para representar um escalar (um coeficiente da incógnita), enquanto que as letras que estão no final do alfabeto tais como  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , etc., são usadas para representar as incógnitas (BALL, 1960; CAJORI, 1993).

Após Diofanto, foram necessários mais alguns séculos para ocorrer a transição da forma sincopada à simbólica, que é a que se usa hoje em dia. Isso foi delineado acima.

Como último exemplo matemático deste viés do desenvolvimento da Álgebra, julga-se importante mencionar a sua relação com a ferramenta matemática denominada de logaritmo. Na época atual, aprende-se sobre logaritmos no Ensino Médio, com a seguinte definição:  $a > 0$ ,  $\log_a^x = y \Leftrightarrow a^y = x$ . Da forma com que o logaritmo é introduzido, parece um conceito pronto, bem delineado. No entanto, a história apresenta outro caminho.

Na realidade, do ponto de vista histórico, o matemático Leonhard Euler (1707-1783) foi um dos matemáticos da sua época que vislumbrou a relação entre o logaritmo e a potenciação (EULER, 1882). De fato, o trabalho de John Napier (1550-1617) intitulado *Mirifici logarithmorum*

*canonis descriptio*, onde é apresentado como se pode usar essa ferramenta matemática, aparece no ano de 1614, em Edingurgh, Inglaterra; e o seu *Mirifici logarithmorum canonis constructio*, que trata da sua construção, apareceu lá no ano de 1619, como uma obra póstuma. A necessidade de uma ferramenta que fosse facilitar os cálculos na época era tão importante que Napier publicou primeiro a sua descrição de como usá-la.

Por outro lado, o simbolismo moderno de potências de números foi introduzido por René Descartes na sua obra intitulada *La Géométrie*, em 1637. Portanto, 23 anos após a apresentação de logaritmo por John Napier (CAJORI, 1913). Historicamente, o logaritmo foi criado para facilitar na execução das operações de multiplicação e divisão. É por essa razão que se tem as propriedades que transformam uma multiplicação em uma adição,  $\log_a^{xy} = \log_a^x + \log_a^y$ , e uma divisão em uma subtração  $\log_a^{\frac{x}{y}} = \log_a^x - \log_a^y$ . Dessa forma, naquela época, multiplicar ou dividir números do tipo 0,2798075 e 0,11908765, tornava-se menos laborioso através do processo de adição e subtração.

Esse conhecimento teórico dos logaritmos foi sendo incorporado às novas tecnologias tais como calculadoras, computadores e a inteligência artificial. Portanto, atualmente, a função logarítmica tem a sua importância em duas perspectivas raízes: do ponto de vista da Matemática Aplicada tem várias aplicações como o decaimento radioativo, na sismologia, etc.; do ponto de vista da Matemática Pura tornou-se uma ferramenta para retirar uma variável de uma potência, com a finalidade de estudar uma função cuja variável encontra-se no expoente:  $\log_a^{b^x} = x \log_a^b$ .

## FENDAS CONCLUSIVAS

Neste capítulo foram apresentados alguns exemplos que mostraram como a Álgebra era trabalhada na antiguidade, como as propriedades das estruturas algébricas dos números reais estavam implícitas nesses cálculos, bem como mostrou-se um caminho de desenvolvimento da notação simbólica da incógnita e da sua potência; ou seja, os processos retórico, sincopado e simbólico.

Apresentar um viés histórico na sala de aula incorpora os alunos como parte da história da humanidade e mostra que a Matemática não

é uma ciência pronta e acabada, conforme preconizam Baroni, Teixeira e Nobre (2012, p. 181):

[...] o desenvolvimento histórico da Matemática mostra que as ideias, dúvidas e críticas que foram surgindo não devem ser ignoradas diante de uma organização linear da Matemática. Ele revela que esse tipo de organização axiomática surge apenas após as disciplinas adquirirem maturidade, de forma que a Matemática está em constante reorganização [...]

O conteúdo matemático é apresentado de forma linear por questões didático pedagógicas, introduzir um assunto de uma maneira salteada resultaria em um problema de compreensão para o aluno. No entanto, a sua evolução não é linear. Por exemplo, a escola Pitagórica (por volta de 497 a. C.) descobriu os números irracionais séculos antes de se aceitar e trabalhar com os números zero e os inteiros negativos, por volta do século XVI.

Espera-se que a História da Matemática incluída na sala de aula proporcione um maior interesse ao aluno. Nesse sentido, Gowin (1981, p. 127, tradução nossa) apresenta uma reflexão sobre esse fato, ao afirmar que “grande parte da prática escolar consiste em dar respostas definidas e quase concretas. Talvez o tédio [do aluno] se estabeleça quando as respostas são dadas a perguntas que nunca foram feitas”. Quem sabe, a presença de um processo histórico possa diminuir o hiato existente entre as várias respostas que são dadas a perguntas não feitas na sala de aula, o que traduz o sistema tradicional de ensinar, simplesmente apresentando o conteúdo à classe. Além do mais, conforme já exposto na introdução, os futuros professores irão adquirir maior confiança para ensinar o conteúdo.

Na mesma trajetória deste capítulo, outras pesquisas que poderiam ser feitas seriam: o desenvolvimento e aceitação dos números negativos; a importância de construir os números irracionais; a criação e evolução do sistema decimal; uma apresentação mais aprofundada sobre a evolução de logaritmos; e assim sucessivamente.

## REFERÊNCIAS

BALL, W. W. Rouse. **A Short Account of the History of Mathematics**. New York: Dover, 1960.

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sergio Roberto. **A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática**. In: Educação matemática: pesquisa em movimento. Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Marcelo de Carvalho Borba (Org.). 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

BUNT, Lucas N. H.; JONES, Phillip S.; BEDIENT, Jack D. **The Historical Roots of Elementary Mathematics**. New York: Dover Publications, Inc., 1976.

BYNUM, William. **Uma Breve História da Ciência**. Porto Alegre: L&PMPOCKET, 2018.

CAJORI, Florian. History of the Exponential and Logarithmic Concepts. **The American Mathematical Monthly**, Vol. 20, N. 1, 1913, pp. 5 – 14.

\_\_\_\_\_. **A History of Mathematical Notations**. New York: Dover Publications, Inc., 1993.

\_\_\_\_\_. **A History of Elementary Mathematics**. New York: Dover Publications, Inc., 2004.

CHIZZOTTI, Antonio. **Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais**. 12. Ed. São Paulo: Cortez, 2017.

DESCARTES, René. **La Géométrie**. Paris: A. Hermann, 1886. Disponível em: <https://archive.org/details/lagomtriederend00descgoog>. Acesso em: 29 ago. 2024.

EELLS, Walter Crosby. *The value of the history of Greek mathematics to secondary school teachers*. **The Mathematics Teacher**, Vol. 18, No. 5 (May 1925), pp. 296-297. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/27950732>. Acesso em: 10 set. 2024.

EULER, Leonhard. **Elements of Algebra**. London: London Longmans, Hurst, Rees, Orme, 1882. Disponível em: <https://archive.org/details/elementsofalgebr00euleuoft>. Acesso em: 21 ago. 2024.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. Ed. São Paulo: Atlas S. A. 2010.

GOWIN, D. B. **Educating**. Ithaca, NY: Cornell University Press, 1981. Disponível em: <https://openlibrary.org/works/OL5719319W/Educating?edition=key%3A/books/OL21328468M>. Acesso em: 15 jan. 2023.

JONES, Phillip. S. *The history of mathematics as a teaching tool*. **The Mathematics Teacher**, Vol. 50, No. 1 (JANUARY 1957), pp. 59-64. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/27955320>. Acesso em: 10 set. 2024.

KLINE, Morris. **Mathematical Thought from ancient to modern times**. V. 2. New York: Oxford University Press, 1972.

MICHAELIS. **Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa**. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=símbolo>. Acesso em: 21 ago. 2024.

PLEDGE, Humphrey Thomas. **Science since 1500**: a short history of mathematics, physics, chemistry and biology. New York: Philosophical Library, 1947. Disponível em: <https://archive.org/details/sciencesince15000000unse/mode/2up>. Acesso em: 28 ago. 2024.

VAN DER WAERDEN, B. L. **Science Awakening**. V. 1. 3. Ed. New York: Oxford University Press, 1971.

VIÈTE, François. **The Analytic Art**: Nine studies in Algebra, Geometry and Trigonometry from the *Opus Restitutae Mathematicae Analyseos, seu Algebra Nova*. New York: Dover Publications, Inc., 1983.

# CONJUNTO DE ATIVIDADES PRÁTICO-EXPERIMENTAIS DE FÍSICA: UMA PROPOSTA PARA SALA DE AULA

Josemar Alves

## INTRODUÇÃO

No interior da comunidade de pesquisa em Ensino de Física, bem como dentre os professores dessa disciplina, há um crescente consenso de que o Ensino de Física no formato tradicional — fortemente centrado na transmissão de informações e na atividade do professor — tem levado, em geral, ao fracasso ou à pouca eficácia na aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina (BORGES, 2002; FIOLHAIS; TRINDADE, 2003; DA SILVA et al., 2018).

Similarmente, há fortes evidências de que o uso quase que exclusivo do ensino tradicional tende a fomentar nos alunos uma atitude passiva perante seu processo de ensino e aprendizagem (HEINECK; VALIATI; DA ROSA, 2007). Além disso, os atuais estudantes, tanto do Nível Médio quanto do Nível Superior, tendem a rejeitar um ensino pautado exclusivamente pelo repasse de conteúdo por não verem mais sentido em memorizar e reproduzir informações de maneira mecanizada, uma vez que tais informações podem, por exemplo, ser facilmente acessadas por meio da *Internet* (COSTA et al., 2012).

Além disso, o atual cenário de contínua mudança exige uma formação escolar ou acadêmica mais ampla, isto é, que contemple mais do que a mera memorização de informações ou fatos. Paralelamente, com a massificação da *Internet* e das diversas ferramentas digitais, o acesso a fontes diversificadas de informação ficou facilitado, levando as instituições de ensino a perderem sua hegemonia como fonte de informações.

Todos esses aspectos levaram a comunidade de pesquisadores e professores a repensar as práticas de ensino e aprendizagem tradicionalmente utilizadas em sala de aula, bem como à necessidade de discutir e ressignificar os papéis dos alunos e dos professores no processo de

ensino e aprendizagem. Apesar disso, boa parte das instituições de ensino ainda adotam, quase que exclusivamente, o modelo tradicional de ensino (HEINECK; VALIATI; DA ROSA, 2007; MORO; NEIDE; REHFELDT, 2016; MENDES; REHFELDT; NEIDE, 2017; DA SILVA et al., 2018).

Nesse contexto, de acordo com os autores citados anteriormente, a ênfase excessiva na transmissão de informações e no formalismo matemático — ambos desvinculados dos fenômenos físicos, das aplicações e dos conhecimentos prévios dos alunos, relegando aos estudantes o papel de mero consumidores de informação — acarreta um ensino e aprendizagem de Física de baixa qualidade, fortemente centrado na mecanização de algoritmos e na memorização de definições.

Diante dessa situação problemática, diferentes propostas vêm sendo articuladas na literatura especializada. Dentre essas propostas, uma que tem destaque e um longo histórico é o desenvolvimento de atividades prático-experimentais (APE)<sup>20</sup> (BASSOLI, 2014).

Apesar desse destaque, segundo Borges (2002), há muitas críticas quanto à real efetividade dessas práticas didáticas quando elas são conduzidas em uma perspectiva tradicional, empregando-se roteiros fechados (tipo “receita de bolo”) alinhados com uma visão de ciência já ultrapassada, isto é, em uma perspectiva empirista-indutivista. Isso porque, nessa perspectiva, os problemas, os objetivos e os procedimentos são delineados pelo docente, cabendo ao estudante seguir rigidamente as etapas pré-definidas (MORINI, 2009). Nesse contexto, os alunos podem não ver relevância e significado nas atividades prático-experimentais propostas, gerando desinteresse e baixa qualidade de aprendizagem (BORGES, 2002).

Por outro lado, segundo esse mesmo autor, é possível ressignificar o papel das atividades prático-experimentais, tornando-as mais abertas ou investigativas — propiciando maior protagonismo dos estudantes — assim como alinhando-as com visões de ciência mais coerentes com as teorias epistemológicas atuais.

---

<sup>20</sup> Neste trabalho, entendemos que nem toda atividade prática é um experimento, mas que todo experimento é uma atividade prática. Em outras palavras, atividades experimentais são atividades práticas que contêm certas peculiaridades. Dessa maneira, para sermos mais abrangentes, iremos usar o termo atividades prático-experimentais. Para mais informações sobre a definição de atividades práticas e experimentais, vide Borges (2002) e Bassoli (2014).

Além disso, ainda que sejam amplamente reconhecidas como didaticamente valiosas, segundo Borges (2002), Gaspar e Monteiro (2005) e Bassoli (2014), mesmo a realização de atividades prático-experimentais tradicionais enfrenta uma série de dificuldades para sua implementação em sala de aula, dentre as quais, destacamos: falta de infraestrutura mínima nas escolas; escassez de materiais didáticos prontos; pouca vivência dos professores no uso e na elaboração de atividades desse tipo em sua formação inicial; e falta de orientação pedagógica adequada.

Partindo dessas reflexões, no presente trabalho, apresentamos um conjunto de atividades prático-experimentais, buscando incluir em seu planejamento aspectos mais abertos, os quais visam incentivar os estudantes a elaborar e testar hipóteses sobre os fenômenos físicos em estudo. Tal conjunto de atividades foi desenvolvido, implementado e avaliado em uma disciplina introdutória (de cunho prático) ofertada para alunos de primeiro semestre de um curso de Licenciatura em Física de uma Universidade Federal.

Ou seja, além de propiciar vivências dos licenciandos com atividades APE mais abertas, o já referido conjunto de atividades se constitui como um produto didático que pode ser usado por outros docentes. Os aspectos da proposta que apresentamos neste trabalho buscam auxiliar na superação de algumas das dificuldades apontadas anteriormente, o que justifica em parte a elaboração do presente trabalho.

## **ESTRUTURAÇÃO E DESCRIÇÃO DA PROPOSTA**

Na presente seção, inicialmente, caracterizamos a estrutura geral das APE que desenvolvemos, assim como a base teórica que fundamentou tal estrutura. Na sequência, detalharemos, de maneira geral, os principais aspectos das APE. Por fim, descreveremos o contexto e o processo de implementação do conjunto de atividades aqui apresentados.

### **ESTRUTURA GERAL DE AULAS COM ATIVIDADES PRÁTICO-EXPERIMENTAIS**

A estrutura dos roteiros das atividades prático-experimentais que elaboramos é uma adaptação da proposta de aulas experimentais de

Morini (2009), articulando explicitamente tal estrutura com as reflexões de Borges (2002) acerca da necessidade de se fazer atividades pré-laboratório e pós-laboratório (que aqui denominaremos de atividade pré-atividade prática e pós-atividade prática). Tais atividades visam auxiliar os estudantes a explicitarem suas hipóteses, ideias ou expectativas, bem como seu entendimento acerca das observações dos fenômenos físicos em análise (BORGES, 2002). Ao lado disso, vale destacar que a proposta de Morini (2009) tem como pressuposto pedagógico a articulação entre: a correspondência da epistemologia do progresso científico de Laudan com a aprendizagem e a teoria de aprendizagem de Vygotsky.

Segundo Morini (2009), os guias experimentais e a dinâmica de sala de aulas em que esses guias serão implementados precisam conter a seguinte estrutura básica: (a) situação-problema e questão central; (b) perguntas preparatórias; (c) respostas coletivas às perguntas preparatórias; (d) atividade experimental (real ou virtual); (e) resposta à questão central; e (f) aprofundamento. No Quadro 1, abaixo, esquematizamos o que, segundo essa autora, deve ser realizado em cada uma dessas etapas.

Quadro 1 — Estrutura de uma aula de atividade experimental proposta por Morini (2009)

| ETAPAS                                         | DETALHAMENTO                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>(a) Situação-problema e questão central</b> | Os guias devem começar com uma questão central sobre uma situação-problema, cujo significado espera-se que o estudante seja capaz de compreender sem qualquer introdução ao assunto, mas que não seja capaz de respondê-la somente com seus conhecimentos prévios.                                                        |
| <b>(b) Perguntas preparatórias</b>             | Objetivando enriquecer gradualmente os modelos conceituais dos alunos, propor de quatro a cinco perguntas preparatórias mais simples do que a questão central. Essas questões mais simples devem ser respondidas por escrito e individualmente apenas com os conhecimentos que o aluno já possui (conhecimentos prévios). |

| ETAPAS                                                    | DETALHAMENTO                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>(c) Respostas coletivas às perguntas preparatórias</b> | Os alunos devem trabalhar em pequenos grupos, confrontando suas respostas individuais para chegar a uma ideia mais apropriada e, assim, formular respostas coletivas, que, sob a orientação do professor, serão discutidas no grande grupo. Aqui, os grupos podem chegar a respostas corretas para as perguntas preparatórias. Contudo, isso não é imprescindível, já que as atividades experimentais a serem realizadas os ajudarão a aprimorar ainda mais seus modelos conceituais. |
| <b>(d) Atividade experimental (real ou virtual)</b>       | Execução de algumas atividades experimentais em pequenos grupos. À medida que a realização das tarefas prosseguirem, os alunos devem responder algumas perguntas.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>(e) Resposta à questão central</b>                     | Ao final, deverá ser realizada uma discussão com todos os participantes da aula acerca dos resultados obtidos, das respostas dadas às questões e dos conceitos mais relevantes que foram abordados ao longo da atividade, retomando a questão central, a qual poderá ser respondida de forma consensual pelo grande grupo.                                                                                                                                                            |
| <b>(f) Aprofundamento</b>                                 | Propor novas situações-problema atraentes (ou questões mais aprofundadas), visando maior elaboração conceitual por parte dos alunos.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

Fonte: adaptado de Morini (2009, p. 41-42).

Como é possível ver pelo Quadro 1, a proposta de Morini (2009) vai além da mera estrutura de um guia ou roteiro de atividades práticas ou experimentais. Isto é, essa proposta fornece diretrizes estruturantes para aulas de cunho prático-experimentais. Vale ressaltar que a referida proposta conta com atividades que podem ser classificadas como pré-laboratório — itens (a) e (b) e (c) — e pós-laboratório — itens (e) e (f) —, as quais, segundo Borges (2002), são fundamentais para que as

atividades práticas ou experimentais sejam mais compreensíveis, ricas e significativas para o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes.

Embora a proposta de Morini (2009) tenha sido concebida para estudantes de Nível Médio, em nosso trabalho, adaptamos as referidas diretrizes para uma disciplina prática de Nível Superior. Isso porque: (a) com as devidas adaptações, essas diretrizes têm potencial para enriquecer as aulas práticas do Ensino Superior; (b) implementamos nossas atividades em uma disciplina prática introdutória voltada a alunos de primeiro semestre; e (c) os estudantes que realizaram nossas atividades eram licenciandos em Física que, em sua maioria, irão atuar no Ensino Médio em sua futura prática profissional, portanto é parte importante de sua formação inicial promover vivências com atividades que possam ser incorporadas em sua futura prática de sala de aula.

Articulando as diretrizes descritas por Morini (2009) com nossa experiência prévia e com as reflexões de Borges (2002), Gaspar e Monteiro (2005) e Bassoli (2014), construímos nossas atividades prático-experimentais contemplando as seguintes etapas: **(a)** atividade prática inicial e questões prévias; **(b)** situação-problema; **(c)** síntese teórica; **(d)** atividade prático-experimental principal; **(e)** retomada das questões prévias e síntese; **(f)** retomada da situação-problema; e **(g)** elaboração de registro da atividade.

Essas etapas balizaram a construção dos roteiros das APE que planejamos, assim como o processo de implementação desses roteiros em sala de aula. Em outras palavras, elas compõem uma estrutura para aulas prático-experimentais de Física. Abaixo, detalharemos cada uma dessas etapas.

- a. **Atividade prática inicial e questões prévias:** apresentar aos estudantes — por meio de uma atividade prática demonstrativa, notícia, dentre outros recursos — um fenômeno físico de interesse para aula em questão. A partir das questões prévias, direcionar a atenção dos alunos para os aspectos relevantes do fenômeno em análise, bem como estimulá-los a criar hipóteses explicativas do que estão observando (essas hipóteses e explicações prévias serão retomadas ao final da aula). O objetivo dessa etapa é levantar as ideias prévias dos estudantes sobre o tema

em estudo, assim como focalizar a atenção deles em aspectos relevantes a serem observados e discutidos posteriormente. Essa discussão pode ser feita coletivamente, após cada aluno elaborar individualmente suas respostas para as questões prévias.

- b. **Situação-problema:** questão principal que servirá de fio condutor para o desenvolvimento de todo o restante da aula. Essa questão deve estar diretamente relacionada com o fenômeno observado anteriormente e com a atividade prático-experimental principal. Na presente etapa, não esperamos que os estudantes consigam responder corretamente a situação-problema proposta com base em seus conhecimentos prévios ou com o que foi discutido na etapa anterior. De qualquer forma, os estudantes devem ser estimulados a formular coletivamente uma resposta para essa questão, tentando elencar argumentos para justificar a resposta elaborada.
- c. **Síntese teórica:** discutir brevemente os conteúdos conceituais e procedimentais mínimos para que os estudantes possam entender e executar a atividade prático-experimental principal a ser realizada na próxima etapa. Embora essa discussão deva contribuir para a resolução da situação-problema, ela não deve, explicitamente, fornecer tal resposta ou solução. Ou seja, o estudante deve ir além do que foi discutido na presente etapa para solucionar a situação-problema.
- d. **Atividade prático-experimental principal:** os alunos devem realizar a atividade prática ou experimental, construindo eles mesmos as montagens experimentais com materiais de baixo custo. Esta parte deve ser realizada em pequenos grupos, seguindo um roteiro estruturado ou semiestruturado, preferencialmente, a partir de perguntas. Aqui, os alunos devem observar fenômenos físicos ou coletar dados que os ajudarão a responder a situação-problema.
- e. **Retomada das questões prévias e síntese:** na presente etapa, discutir novamente as respostas dadas para as questões prévias, buscando reformular essas respostas considerando o que foi abordado nas etapas (c) e (d). Além disso, fazer uma reflexão e síntese sobre os fenômenos, leis e conceitos físicos abordados

nas etapas anteriores, objetivando também esclarecer eventuais dúvidas que os alunos possam ter.

- f. **Retomada da situação-problema:** solicitar que os alunos respondam novamente a situação-problema proposta. Neste momento, promover uma discussão com os alunos de modo que fiquem explícitas as relações entre a situação-problema e as demais etapas da aula, objetivando fornecer subsídios para que os estudantes consigam solucionar a já referida situação-problema empregando os conhecimentos físicos adequados.
- g. **Elaboração de registro da atividade:** cada grupo deve produzir um registro sistematizado de todo o trabalho realizado durante a aula. Nesta etapa, os estudantes precisam sistematizar os argumentos que justifiquem suas respostas, bem como descrever de maneira organizada as etapas da atividade prática realizada. Essa etapa pode ser realizada ao final da aula ou em tempo extraclasse. Ela tem por finalidade desenvolver nos estudantes a competência e o hábito de registrar e sintetizar o trabalho realizado de maneira sistemática e clara.

Um aspecto importante a ser destacado é que essa estrutura de aula foi desenhada para contemplar atividades a serem desenvolvidas em um tempo de três horas (180 minutos) com alunos iniciantes do Ensino Superior. Ou seja, a disponibilidade de tempo é um fator preponderante. Apesar disso, simplificando algumas de suas etapas, temos por hipótese que ela pode ser transposta para o contexto do Ensino Médio.

Uma vez discutida a estrutura geral das aulas (e dos roteiros) de atividades prático-experimentais, na próxima subseção, descreveremos em linhas gerais cada uma das atividades integrantes de um conjunto de onze APE.

## DESCRIÇÃO DO CONJUNTO DE ATIVIDADES PRÁTICO-EXPERIMENTAIS

Na presente subseção, descrevemos um conjunto de onze atividades prático-experimentais de diversos tópicos de Física, o qual planejamos e implementamos em uma disciplina prática introdutória do curso de Física-Licenciatura Plena da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM).

Segundo o programa da referida disciplina<sup>21</sup>, ela tem como objetivos: (1) formular problemas abertos envolvendo conceitos, leis e princípios da Física do Ensino Médio; (2) resolver esses problemas com abordagem experimental; e (3) discutir o modelo subjacente, as hipóteses, as simplificações e as aproximações envolvidas.

Considerando que essa disciplina é regularmente ofertada para professores de Física em formação inicial, para além dos objetivos previstos no programa, desenhamos nossa proposta para alcançar os seguintes objetivos extras: (1) observar e analisar fenômenos físicos a partir de materiais de baixo custo, visando facilitar o processo de ensino e aprendizagem da Física; (2) construir diferentes aparatos experimentais com materiais de baixo custo; e (3) propiciar vivências aos graduandos com atividades práticas que pudessem ser realizadas em sala de aula do Ensino Médio.

Em outras palavras, buscamos oportunizar vivências que, potencialmente, pudessem auxiliar os estudantes a estabelecerem relações entre leis, conceitos e fenômenos físicos. Além disso, tínhamos por intuito desenvolver com os estudantes a capacidade de construir seus próprios equipamentos voltados para o uso em atividades práticas. Ou seja, partimos da premissa de que se esperamos que os futuros professores de Física desenvolvam aulas práticas em uma perspectiva mais aberta em sua futura prática docente, é necessário que eles tenham vivências com atividades desse tipo em sua formação inicial.

Nesse contexto, as atividades prático-experimentais que desenvolvemos e implementamos em sala de aula tiveram como característica unificadora a estrutura geral apresentada na subseção anterior. Além disso, tal conjunto de atividades abrangeu tópicos de: Mecânica; Estática dos Fluidos; Física Térmica; Óptica; e Eletricidade.

Abaixo, descrevemos sinteticamente cada uma das APE. Para tanto, no Quadro 2: explicitamos a área da Física e os assuntos enfocados em cada APE; descrevemos em linhas gerais as situações-problema propostas; e delineamos os seus principais objetivos didáticos.

---

<sup>21</sup> Programa da disciplina: <https://portal.ufsm.br/documentos/publico/documento.html?pid=14534901>.

Quadro 2 — Síntese do conjunto de atividades prático-experimentais desenvolvido

| APE             | Título                                                                         | Fenômenos, conceitos, leis ou princípios Físicos                       | Situação-problema                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Principais objetivos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Mecânica</b> |                                                                                |                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 1               | Movimento de um carrinho de rolimã descendo uma ladeira                        | Movimento Retilíneo Uniformemente Variado                              | Motivado por uma notícia veiculada no <i>site</i> da UFSM ( <a href="https://www.ufsm.br/2022/08/25/ufsm-cs-promove-corrida-de-carrinhos-de-rolima">https://www.ufsm.br/2022/08/25/ufsm-cs-promove-corrida-de-carrinhos-de-rolima</a> ), investigar de maneira prática que fatores influenciam na performance de um carrinho de rolimã. | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Analisar se o tempo de descida do corpo em uma rampa depende de sua massa.</li> <li>— Analisar se o tempo de descida do corpo varia com a inclinação da rampa.</li> <li>— Analisar se o movimento de rolamento e a geometria do corpo podem afetar o tempo de descida.</li> <li>— Discutir referencial, movimento e MRUV como modelo de movimento para o carrinho de rolimã descendo uma ladeira.</li> <li>— Aplicar a segunda lei de Newton.</li> </ul> |
| 2               | Corrida maluca: carrinhos movidos a ar construído com materiais de baixo custo | Conservação da quantidade de movimento linear e terceira lei de Newton | Construir modelos de veículos (carrinhos) movidos a ar, usando materiais de baixo custo. Testar os modelos construídos, investigando possíveis critérios para avaliar seus respectivos desempenhos.                                                                                                                                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Discutir a conservação do momento linear no contexto do funcionamento do carrinho construído.</li> <li>— Discutir a terceira lei de Newton no contexto do funcionamento do carrinho construído.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                               |

| APE | Título                                                                           | Fenômenos, conceitos, leis ou princípios Físicos                       | Situação-problema                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Principais objetivos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3   | Atrito estático                                                                  | Atrito estático                                                        | Estimar o coeficiente de atrito estático de duas superfícies planas com materiais de baixo custo.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Discutir as características da força de atrito estático.</li> <li>— Aplicar as leis de Newton para determinar o coeficiente de atrito estático.</li> </ul>                                                                                                                                                                          |
| 4   | Colisões                                                                         | Colisões, coeficiente de restituição e conservação da energia mecânica | Partindo da notícia: “Por que os carros atuais amassam mais facilmente e isso é uma boa notícia” veiculado no portal Uol ( <a href="https://www.uol.com.br/carros/noticias/redacao/2023/05/18/por-que-carros-atuais-amassam-mais-facilmente-e-isso-e-uma-bom-noticia.htm">https://www.uol.com.br/carros/noticias/redacao/2023/05/18/por-que-carros-atuais-amassam-mais-facilmente-e-isso-e-uma-bom-noticia.htm</a> ), propor uma explicação do motivo pelo qual os veículos fabricados atualmente têm sua carenagem mais “macia” do que os de antigamente. | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Estudar colisões de esferas de diferentes materiais com o solo.</li> <li>— Determinar o coeficiente de restituição dos materiais que constituem as esferas.</li> <li>— Relacionar o fenômeno estudado com situações concretas do dia a dia.</li> </ul>                                                                              |
| 5   | Conservação da energia mecânica no contexto do lançamento horizontal de uma mola | Conservação da energia mecânica e lançamento horizontal.               | Estimar experimentalmente a constante elástica de uma mola, lançando-a horizontalmente a partir de certa altura em relação ao chão.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Investigar a aplicação da conservação da energia mecânica em conjunto com a Cinemática no lançamento horizontal de uma mola.</li> <li>— Estimar experimentalmente o valor da constante elástica de uma mola a partir de um lançamento horizontal.</li> <li>— Entender como se realiza gráficos em software de planilhas.</li> </ul> |

| APE                         | Título                                                                   | Fenômenos, conceitos, leis ou princípios Físicos                         | Situação-problema                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Principais objetivos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Estática dos Fluidos</b> |                                                                          |                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 6                           | Lei de Stevin no contexto de um tubo em formato de U                     | Lei de Stevin, pressão em um fluido em repouso e densidade de um líquido | Partindo do pressuposto de que os estudantes sejam técnicos de laboratório de uma fábrica de óleo de soja, comparar dois métodos experimentais usados para estimar a densidade de uma amostra de óleo de soja.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Investigar a aplicação da lei de Stevin em um tubo em formato de U contendo óleo de soja e água da torneira.</li> <li>— Estimar experimentalmente a densidade de uma amostra de óleo de soja usando um tubo em formato de U e água da torneira.</li> <li>— Estimar experimentalmente a densidade de uma amostra de óleo de soja usando um béquer e uma balança de precisão.</li> </ul> |
| 7                           | Lei de Arquimedes aplicada no resgate de um cavalo que caiu em uma fossa | Lei de Arquimedes e força de empuxo                                      | Partindo da notícia: “Cavalo cai em fossa e é resgatado pelo Corpo de Bombeiros em Rolim de Moura” veiculado pelo portal G1 ( <a href="https://g1.globo.com/ro/cacoal-e-zona-da-mata/noticia/cavalo-cai-em-fossa-e-e-resgatado-pelo-corpo-de-bombeiros-em-rolim-de-moura.ghtml">https://g1.globo.com/ro/cacoal-e-zona-da-mata/noticia/cavalo-cai-em-fossa-e-e-resgatado-pelo-corpo-de-bombeiros-em-rolim-de-moura.ghtml</a> ), investigar por qual motivo os bombeiros alagaram a fossa em que o animal caiu a fim de resgatá-lo. | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Investigar experimentalmente a lei de Arquimedes.</li> <li>— Estudar as características da força de empuxo.</li> <li>— Relacionar a lei de Arquimedes com a técnica chamada de alagação empregada para resgatar um cavalo que caiu em uma fossa.</li> </ul>                                                                                                                            |

| APE                   | Título                     | Fenômenos, conceitos, leis ou princípios Físicos                                | Situação-problema                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Principais objetivos                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Física térmica</b> |                            |                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 8                     | Forno solar de baixo custo | Processos de transferência de energia térmica: condução, convecção e irradiação | No contexto da pandemia de Covid-19, devido ao alto custo do gás de cozinha, uma parcela significativa da população brasileira foi obrigada a cozinhar seus alimentos em fogueiras ou fogareiros improvisados, acarretando diversos riscos à integridade física ou à saúde dessas pessoas. Uma alternativa proposta foi o uso de fornos solares. Diante disso, o desafio é construir e testar um forno solar de baixo custo. | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Discutir diferentes processos de transferência de energia térmica: condução, convecção e irradiação.</li> <li>— Relacionar esses diferentes processos de transferência de energia térmica com o funcionamento do forno solar construído.</li> </ul>         |
| <b>Óptica</b>         |                            |                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 9                     | Luz, câmera... visão       | Formação de imagens e percepção das cores no olho humano                        | Partindo da questão “se as cores dos objetos que vemos realmente existem”, construir e testar uma câmera de baixo custo para investigar a formação de imagens e a percepção das cores no olho humano.                                                                                                                                                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Investigar a Física da formação de imagens no olho humano.</li> <li>— Investigar a Física da percepção das cores no olho humano.</li> <li>— Discutir o funcionamento do olho humano a partir da construção e teste de uma câmera de baixo custo.</li> </ul> |

| APE                 | Título                                          | Fenômenos, conceitos, leis ou princípios Físicos                                | Situação-problema                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Principais objetivos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Eletricidade</b> |                                                 |                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 10                  | Processos de eletrização                        | Processos de eletrização: por atrito, por contato e por indução                 | Partindo de uma notícia veiculada pelo portal CNN Brasil ( <a href="https://www.cnnbrasil.com.br/tecnologia/cientistas-desenvolvem-forma-de-extrair-eletricidade-dos-ar-nos-estados-unidos/">https://www.cnnbrasil.com.br/tecnologia/cientistas-desenvolvem-forma-de-extrair-eletricidade-dos-ar-nos-estados-unidos/</a> ) e utilizando os materiais disponibilizados, construir um eletroscópio. | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Investigar qualitativamente os processos de eletrização.</li> <li>— Observar e descrever os fenômenos presentes nos processos de eletrização.</li> <li>— Construir e testar diferentes eletroscópios.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 11                  | Circuito simples: a física do chuveiro elétrico | Lei de Ohm, potência elétrica e associação em série e em paralelo de resistores | Em um chuveiro elétrico simples, qual dos resistores ou associação de resistores (de maior ou de menor resistência elétrica) está associado à regulação do chuveiro: água morna e água quente.                                                                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>— Investigar a potência dissipada em circuitos compostos por apenas uma bateria e um resistor (lâmpada incandescente).</li> <li>— Investigar a potência dissipada em um circuito composto por uma bateria e uma associação em série de dois resistores com diferentes valores de resistência.</li> <li>— Investigar a potência dissipada em um circuito composto por uma bateria e uma associação em paralelo de dois resistores com diferentes valores de resistência.</li> <li>— Investigar a potência dissipada em um chuveiro elétrico simples.</li> </ul> |

Fonte: elaborado pelo próprio autor (2024).

O conjunto de atividades prático-experimentais sintetizado no Quadro 2 contempla uma diversidade de tópicos de Física, abrangendo praticamente quase todas as áreas da Física Clássica. Embora elas estejam reunidas em um conjunto e apresentem uma unidade quanto sua estrutura geral, essas APE também foram planejadas para poderem ser implementadas de maneira independente. Ou seja, a depender da disponibilidade de tempo e do planejamento do professor, esse profissional pode implementar todo o conjunto ou apenas a(s) APE que considerar mais relevante para sua disciplina.

Além disso, apesar desse conjunto de APE ter sido pensado para o contexto de uma disciplina introdutória do Ensino Superior, elas — com poucas adaptações no quesito tempo de aplicação — podem ser implementadas em turmas de Física do Ensino Médio. Isso porque o nível de aprofundamento conceitual e de formalização matemática são compatíveis com o contexto de ensino. Ademais, os materiais usados para compor os aparatos prático-experimentais são de baixo custo, sendo que boa parte deles pode ser material reciclado ou sucata.

Na presente subseção, apresentamos a estrutura geral do conjunto de APE que desenvolvemos e detalhamos cada uma delas. Na próxima seção, iremos descrever o contexto e o processo de implementação do referido conjunto de APE.

## **IMPLEMENTAÇÃO DO CONJUNTO DE APE E ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Na perspectiva que este trabalho foi desenvolvido, a implementação e a análise desse processo são etapas essenciais para investigar em que medida o conjunto de APE elaborado atingiu os objetivos pretendidos. Além disso, por meio dessa análise, é possível levantar indícios das modificações que podem ou devem ser desenvolvidas para aprimorá-lo. Para tanto, ao final do processo de implementação, aplicamos, de maneira anônima, um questionário que tinha por objetivo levantar a percepção e receptividade dos estudantes quanto às APE realizadas ao longo do semestre.

## CONTEXTO, SUJEITOS E PROCESSO DE IMPLEMENTAÇÃO

O conjunto de APE que desenvolvemos foi aplicado em uma disciplina prática introdutória (Laboratório de Introdução à Física), a qual é obrigatória e regularmente ofertada a turmas iniciantes do curso de Física – Licenciatura Plena da UFSM já no primeiro semestre do referido curso de graduação. Tal disciplina passou a ser ofertada a partir do primeiro semestre de 2023, no qual se iniciou a implementação do novo currículo dos cursos de licenciatura em Física dessa instituição de ensino (curso diurno e curso noturno). Aqui, é importante destacar que o conjunto de APE que descrevemos neste trabalho foi desenvolvido especificamente para a primeira turma a cursar essa disciplina do novo currículo. Além disso, vale frisar que todo o processo de elaboração e implementação desse conjunto de APE foi realizado pelo autor do presente trabalho.

A turma na qual implementamos o conjunto de APE tinha, inicialmente, um total de 24 alunos matriculados. Desses, apenas 20 frequentaram a disciplina até seu encerramento. É importante destacar que essa é uma disciplina obrigatória apenas para os estudantes do curso de licenciatura em Física da UFSM. Portanto, todos os que participaram eram professores de Física em formação inicial.

Por outro lado, embora essa disciplina seja regularmente oferecida para estudantes do primeiro semestre, devido a implementação da reforma do currículo do curso, parte significativa da turma era composta por estudantes de semestres mais avançados. Isso foi um aspecto importante para a implementação das APE, uma vez que elas foram desenvolvidas em pequenos grupos, permitindo uma interação mais rica entre estudantes com diferentes níveis de desenvolvimento acadêmico. Tal fato também está em consonância com o pressuposto pedagógico advindo da teoria de aprendizagem de Vygotsky, segundo o qual a aprendizagem é facilitada quando o estudante é auxiliado por um parceiro mais capaz, no caso o colega mais experiente.

Além disso, é importante ressaltar que cada uma das onze atividades prático-experimentais foi implementada em um intervalo de tempo de aproximadamente três horas, totalizando trinta e três horas totalmente dedicada ao desenvolvimento do conjunto de APE em sala de aula.

Durante as aulas, fornecemos os roteiros impressos para cada um dos graduandos, de maneira que cada aluno tivesse em mãos os subsídios mínimos para realizar a APE. Durante todas as aulas em que as APE foram implementadas, usamos a estrutura organizacional (estrutura geral de aulas prático-experimentais) que descrevemos anteriormente.

Um aspecto importante a ser sublinhado é que, em todas as aulas, usamos a dinâmica de organizarmos os estudantes em pequenos grupos, tomando o cuidado de compor os grupos juntando alunos mais experientes com alunos menos experientes. Apesar de os estudantes não estarem muito familiarizados com o trabalho em grupo, tal fato pode ter favorecido o processo de aprendizagem tanto dos estudantes iniciantes quanto dos mais avançados. Isso porque os estudantes mais iniciantes recebiam auxílio dos mais avançados e, estes, ao auxiliar seu colega, precisavam organizar melhor seu raciocínio e seu discurso, potenciando ainda mais sua aprendizagem ou explicitando suas próprias dúvidas.

Por outro lado, esse formato de atividade também propiciou vivências de trabalho em equipe, possibilitando o desenvolvimento dessa competência nos estudantes. Por exemplo, quando os estudantes precisavam planejar como iam montar os aparatos experimentais com o material fornecido, eles precisavam discutir, negociar, refletir e tomar decisões em conjunto, a partir das diferentes ideias geradas pelos membros do grupo. Similarmente, precisavam agir dessa maneira para decidir que dados iriam coletar e como fariam isso, assim como de que modo iriam documentar todo esse processo.

O trabalho em equipe também se estendia para fora do tempo de sala de aula, uma vez que, partindo dos registros e discussões realizados em sala de aula, cada pequeno grupo precisava criar, coletivamente, um relatório digital em um documento multimídia, contendo textos, desenhos, fotos, áudios e vídeos. Cada um desses relatórios devia ser elaborado no prazo de uma semana, isto é, até o início da aula seguinte.

Tais relatórios digitais eram construídos usando a ferramenta *on-line* PADLET<sup>22</sup> que permite criar colaborativamente quadros ou murais digitais multimídias, assim como compartilhá-los. Essa prática colaborativa, usando a ferramenta PADLET, permitiu aos estudantes

---

<sup>22</sup> Vide site da ferramenta: <https://padlet.com/>. Uma alternativa ao PADLET pode ser a plataforma de colaboração digital Miro: <https://miro.com/pt/>.

exercitarem sua criatividade, trabalho em equipe, capacidade organizativa e argumentativa. Por fim, vale destacar que parte significativa da nota da disciplina vinha desse produto gerado pelos grupos, incentivando-os a assumirem responsabilidade por parte da síntese de suas aprendizagens ao realizarem as APE.

Na próxima subseção, iremos discutir as respostas dos estudantes para um questionário de opinião aplicado ao final da disciplina.

## **RESULTADOS OBTIDOS COM QUESTIONÁRIO DE OPINIÃO**

Objetivando aprimorar o conjunto de APE e seu processo de implementação, após o término das atividades da disciplina, já com as notas finalizadas, foi implementado com a turma um questionário de opinião — de resposta anônima e de livre adesão — em que cada aluno pôde avaliar suas impressões e sua receptividade das APE realizadas e da disciplina como um todo. Dessa forma, dos vinte alunos regulares, dezoito responderam ao questionário. Dois optaram por não responder, pois o questionário era de adesão voluntária.

O referido questionário foi composto por nove questões de respostas fechadas, empregando uma escala do tipo Likert de cinco pontos. Isto é, uma escala contendo cinco alternativas distintas, em que a posição três correspondia a uma alternativa média ou neutra, ao passo que os extremos da escala correspondiam aos limites máximos “negativo” (um) e “positivo” (cinco). As questões, suas respectivas opções de resposta e percentagem de respostas dos alunos para cada item da escala Likert de todas as questões estão sistematizadas no Quadro 3 abaixo.

Quadro 3 — Respostas dos alunos ao questionário final de opinião

|                                                                                                                 |                                |          |          |          |                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|----------|----------|----------|--------------------------------|
| (1) No geral, as atividades ou os experimentos realizados foram:                                                | <b>1 (pouco interessantes)</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5 (muito interessantes)</b> |
| Percentagem de respostas                                                                                        | 0,0%                           | 0,0%     | 5,6%     | 38,9%    | 55,6%                          |
| (2) No geral, as contextualizações e as situações-problema das atividades ou dos experimentos realizados foram: | <b>1 (pouco interessantes)</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5 (muito interessantes)</b> |
| Percentagem de respostas                                                                                        | 0,0%                           | 0,0%     | 0,0%     | 33,3%    | 66,7%                          |
| (3) No geral, em relação à sua motivação ou engajamento nas atividades, as situações-problemas foram:           | <b>1 (pouco importantes)</b>   | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5 (muito importantes)</b>   |
| Percentagem de respostas                                                                                        | 5,6%                           | 5,6%     | 22,2%    | 16,7%    | 50,0%                          |
| (4) No geral, as questões prévias foram:                                                                        | <b>1 (pouco interessantes)</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5 (muito interessantes)</b> |
| Percentagem das respostas                                                                                       | 0,0%                           | 5,6%     | 22,2%    | 22,2%    | 50,0%                          |
| (5) No geral, em relação à sua motivação ou ao seu engajamento nas atividades, as questões prévias foram:       | <b>1 (pouco importantes)</b>   | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5 (muito importantes)</b>   |
| Percentagem das respostas                                                                                       | 0,0%                           | 11,1%    | 16,7%    | 22,2%    | 50,0%                          |
| (6) No geral, os fenômenos físicos observados ou estudados, foram:                                              | <b>1 (pouco interessantes)</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5 (muito interessantes)</b> |
| Percentagem das respostas                                                                                       | 0,0%                           | 0,0%     | 5,6%     | 22,2%    | 72,2%                          |

|                                                                                            |                               |          |          |          |                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|----------|----------|----------|-------------------------------|
| (7) No geral, em relação a sua aprendizagem, os fenômenos físicos observados ou estudados: | <b>1 (contribuíram pouco)</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5 (contribuíram muito)</b> |
| Percentagem das respostas                                                                  | 0,0%                          | 5,6%     | 0,0%     | 27,8%    | 66,7%                         |
| (8) A qualidade didática dos roteiros fornecidos era:                                      | <b>1 (péssima)</b>            | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5 (ótima)</b>              |
| Percentagem das respostas                                                                  | 0,0%                          | 0,0%     | 5,6%     | 16,7%    | 77,8%                         |
| (9) No geral, as atividades ou experimentos realizados foram:                              | <b>1 (pouco desafiantes)</b>  | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5 (muito desafiantes)</b>  |
| Percentagem de respostas                                                                   | 0,0%                          | 0,0%     | 61,1%    | 11,1%    | 27,8%                         |

Fonte: próprio autor (2024).

**Questão (1):** essa questão tinha por objetivo levantar a percepção geral dos estudantes quanto ao interesse neles despertado pelas APE realizadas na disciplina. De acordo com o Quadro 3, temos que a grande maioria dos estudantes avaliou o conjunto de APE como interessantes (38,9 %) ou como muito interessantes (55,6 %), ao passo que apenas 5,6 % o avaliaram como neutro. Tais resultados indicam que, de maneira geral, as APE realizadas despertaram o interesse da grande maioria dos estudantes, fato esse importante para promover o engajamento e a participação ativa dos alunos no processo de ensino e aprendizagem.

**Questões (2) e (3):** a questão (2) tinha por objetivo levantar a percepção geral dos estudantes quanto ao interesse neles despertado pelas contextualizações e situações-problema propostas nas APE. Segundo o Quadro 3, temos que 33,3 % avaliou as contextualizações e as situações-problema como interessantes e 66,7 % como muito interessantes. Paralelamente, a questão (3) objetivava investigar a percepção dos alunos acerca da motivação e do engajamento promovido por essas contextualizações e situações-problema. Segundo os dados sistematizados no

Quadro 3, a maioria dos estudantes considerou esses fatores como muito importantes (50,0 %), importantes (16,7 %) ou neutro (22,2 %). Os demais estudantes avaliaram esses aspectos como relativamente desinteressantes (5,6 %) ou pouco interessantes (5,6 %). Portanto, cruzando as respostas das questões (2) e (3), podemos perceber que, para a maioria dos participantes, as contextualizações e as situações-problema propostas foram elementos essenciais para promover o interesse e engajamento nas atividades realizadas.

**Questões (4) e (5):** a questão (4) buscou avaliar o interesse promovido nos estudantes pelas questões prévias. Segundo os dados coletados, temos que a maioria avaliou esses aspectos como positivos, isto é, muito interessante (50 %), interessante (22,2 %) e neutro (22,2 %) <sup>23</sup>. Já a questão (5) buscou avaliar o engajamento estimulado nos alunos pelas questões prévias propostas. Conforme pode ser visto no Quadro 3, temos que a maioria também avaliou esse aspecto como positivo: muito importante (50 %), importante (22,2 %) e neutro (16,7 %). Os demais avaliaram-no como negativo: relativamente pouco importante (11,1 %). Em outras palavras, há evidências de que as questões prévias, segundo parte significativa dos alunos, também foram um fator importante para promover o interesse e engajamento nas atividades realizadas.

**Questões (6) e (7):** a questão (6) objetivava avaliar, de maneira geral, o interesse despertado nos estudantes pelos fenômenos físicos estudados ou observados no conjunto de APE. Os dados coletados apontam que esse aspecto obteve somente avaliações positivas: muito interessantes (72 %), interessantes (22,2 %) e neutro (5,6 %). A questão (7), por sua vez, visava investigar o quanto os fenômenos explorados no conjunto de APE, segundo os alunos, contribuíram para a aprendizagem deles. De acordo com os dados levantados, temos que a grande maioria dos participantes avaliou positivamente esse aspecto: contribuíram muito (66,7 %) e contribuíram (27,8 %). Por outro lado, 5,5 % pontuaram que os fenômenos estudados contribuíram relativamente pouco. Novamente, os dados elencados anteriormente evidenciam que os fenômenos físicos estudados nas APE, segundo parte significativa dos estudantes, foram parte importante do processo de ensino e aprendizagem deles. Este

---

<sup>23</sup> Consideramos as respostas neutras como positivas, pois não representam um fator que promoveria ativamente o desinteresse dos estudantes.

fato aponta no sentido de alcançar um dos objetivos didáticos extras previstos para o conjunto de APE: observar e analisar fenômenos físicos a partir de materiais de baixo custo, facilitando o processo de ensino e aprendizagem da Física.

**Questão (8):** esta questão tinha por intuito investigar a percepção dos discentes quanto a qualidade didática dos roteiros usados nas aulas. Conforme mostrado no Quadro 3, todos os alunos avaliaram esse aspecto do conjunto de APE como positivo: neutro (5,6 %), boa (16,7 %) e ótima (77,8 %). Isto é, os participantes reconheceram os roteiros fornecidos como de qualidade e, portanto, um elemento que contribuiu para a qualificação do processo de ensino e aprendizagem desenvolvido na disciplina.

**Questão (9):** este item tinha por finalidade levantar a percepção dos estudantes acerca do grau de desafio que a realização das APE representou para eles, ou seja, se elas estariam mais alinhadas com problemas (muito desafiantes) ou com exercícios (pouco desafiantes). A maioria dos participantes as considerou como neutras (61,1 %). Já uma parcela menor as avaliou como: desafiantes (11, %) ou muito desafiantes (27,8 %). Para explicar os resultados obtidos com a questão (9), temos por hipótese que, pelo fato de a disciplina ser introdutória e destinada para alunos do primeiro semestre, boa parte das situações abordadas nas APE foram vistas como mais acessíveis pelos estudantes de semestres mais avançados, os quais realizaram a referida disciplina devido à reforma de currículo implementada no curso naquele semestre.

De maneira geral, os dados apresentados acima evidenciam que a maioria dos estudantes avaliaram o conjunto de APE como interessante e valioso para seu processo de ensino e aprendizagem de diferentes tópicos de Física. Além disso, a partir desses dados, argumentamos que o referido conjunto de atividades apresentou potencial didático para auxiliar os discentes a relacionarem leis e conceitos com os fenômenos físicos. Em outras palavras, as APE implementadas têm potencial para auxiliar na superação do problema enfrentado no Ensino de Física atual: o emprego quase que exclusivo do ensino tradicional, o qual tende a levar a uma aprendizagem mecanizada da Física.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, caracterizamos uma proposta didática: conjunto de APE contemplando diferentes tópicos de Física, o qual desenvolvemos, implementamos e avaliamos no contexto de uma disciplina prática introdutória de um dos cursos de Física – Licenciatura Plena da UFSM.

Segundo os dados discutidos na subseção 3.2, de maneira geral, os estudantes avaliaram que o conjunto de APE como interessante e importante para suas aprendizagens, contemplando atividades contextualizadas e fenômenos físicos interessantes e importantes para o desenvolvimento de um processo de ensino e aprendizagem de Física que busca superar a mera transmissão de informações. Além disso, tais dados também fornecem indícios de que tanto os objetivos previstos no programa da disciplina quanto os objetivos extras (por nós formulados) tenham sido alcançados com a implementação do conjunto de APE discutido no presente trabalho.

Dessa forma, de acordo com a análise realizada, tal conjunto de APE é um produto educacional valioso, que tem como uma de suas características o desenvolvimento de roteiros mais abertos, visando estimular nos estudantes uma atitude mais ativa e investigativa durante a realização das referidas APE. Em outras palavras, esse conjunto de atividades tem potencial para ressignificar o papel dos alunos no âmbito de aulas práticas, possibilitando-lhes maior protagonismo perante o processo de ensino e aprendizagem, buscando superar as críticas feitas aos roteiros tradicionais fechados (do tipo “receita de bolo”).

Em paralelo a isso, a partir dos resultados apresentados anteriormente, argumentamos que o conjunto de APE tem potencial para favorecer que os estudantes consigam estabelecer uma conexão mais efetiva entre conceitos, leis e teorias da Física com os fenômenos físicos, tornando o processo de ensino e aprendizagem mais ricos, contextualizado e com mais sentido para os discentes.

Por fim, embora este conjunto de APE tenha sido implementado e avaliado no contexto de uma disciplina introdutória do Ensino Superior, argumentamos que, com algumas adaptações, ele tem potencial para ser generalizado para outras realidades educacionais, tais como turmas de

Ensino Médio, podendo auxiliar na superação do uso quase que exclusivo de aulas nos moldes tradicionais ainda muito presente nas instituições educacionais brasileiras.

## REFERÊNCIAS

- BASSOLI, F. Atividades práticas e o ensino-aprendizagem de ciência(s): mitos, tendências e distorções. **Ciência & Educação**, v. 20, n. 3, 2014.
- BORGES, A. T. Novos rumos para o laboratório escolar de Ciências. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 19, n. 3, 2002.
- COSTA, F. A.; RODRIGUEZ, C.; CRUZ, E.; FRADÃO, S. **Repensar as TIC na educação: O professor como agente transformador**. Carnaxide: Santillana, 2012.
- DA SILVA, P. O.; KRAJEWSKI, L. L.; LOPES, H. S.; DO NASCIMENTO, D. O. Os desafios no ensino e aprendizagem de Física no ensino médio. **FAEMA**, v. 9, n. 2, 2018.
- FIOLHAIS, C.; TRINDADE, J. Física no Computador: o Computador como uma Ferramenta no Ensino e na Aprendizagem das Ciências Físicas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 3, 2003.
- GASPAR, A.; MONTEIRO, I. C. DE C. atividades experimentais de demonstrações em sala de aula: uma análise segundo o referencial da teoria de vygotsky. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 10, n. 2, 2005.
- HEINECK, R.; VALIATI, E. R. A.; ROSA, C. T. W. *Software* educativo no ensino de Física: análise quantitativa e qualitativa. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 42, n. 6, 2007.
- MORO, F. T.; NEIDE, I. G.; REHFELDT, M. J. H. Atividades experimentais e simulações computacionais: uma integração para a construção de conceitos de transferência de energia térmica no ensino médio. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 38, n. 1, 2017.
- MORINI, L. B. M. **Atividades experimentais de física à luz da epistemologia de Laudan: ondas mecânicas no ensino médio**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Física. IF-UFRGS, 2009.

# O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ANALÍTICA A PARTIR DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL E DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Fabício Fernando Halberstadt

## INTRODUÇÃO

Neste escrito apresentam-se reflexões de estudos e práticas em andamento sobre a natureza da Geometria Analítica e possibilidades para seu ensino e aprendizagem que dela decorrem. Inicialmente, é discutida a própria Geometria Analítica enquanto área da Matemática que se funda a partir de outras duas, a saber: Geometria e Álgebra. A discussão realizada se ancora na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, afinal trata da devida coordenação das diversas representações semióticas de um mesmo objeto matemático.

A partir disso, busca-se evidenciar que o Pensamento Computacional (PC) pode colaborar no ensino e aprendizagem dos objetos da Geometria Analítica. Esse processo se dá à medida que são incorporados ao trabalho didático-pedagógico os quatro pilares do PC, a saber: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo. Evidencia-se que o PC pode contribuir para a aprendizagem da Geometria Analítica por meio da construção de estratégias mentais para a coordenação dos devidos registros de representação semiótica dos objetos que trata, e vice-versa.

## GEOMETRIA ANALÍTICA E SEUS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Segundo Boyer (2012), dois matemáticos contemporâneos foram os destaques em construir as bases do que viria a ser a Geometria Analítica tal qual a conhecemos hoje: René Descartes (1596 a 1650) e Pierre de Fermat (1607 a 1665). Segundo Malta (2015), tanto Descartes quanto Fermat tiveram êxito em estabelecer relações mútuas entre equações inde-

terminadas e linhas geométricas favorecendo o surgimento dos métodos das coordenadas. Ainda conforme o autor, historicamente o mérito dessa construção foi muito mais atribuído a Descartes por ter publicado suas descobertas em vida, opondo-se drasticamente ao pensamento dominante da época, além de utilizar linguagem algébrica simbólica mais simplificada e, também, por ter incentivado a discussão de suas propostas.

Do século XVII aos dias atuais, a Geometria Analítica foi sendo remodelada, mas mantendo seu objeto de estudo inicial: os registros algébricos de figuras geométricas no plano cartesiano. Quando se considera a Geometria Analítica como a que conhecemos atualmente, seus problemas típicos parecem fascinantes. Pensar um problema dessa área requer coordenar conhecimentos advindos da Geometria e da Álgebra. Na verdade, essa é a própria constituição da Geometria Analítica, conforme destacado anteriormente. Porém, isso provavelmente acrescenta dificuldades na sua aprendizagem, cujo entendimento e, talvez, superação, inevitavelmente requerem amparo na TRRS de Duval.

A presença do registro gráfico na Geometria Analítica acarreta, quase que inevitavelmente, em conversões envolvendo esse e algum outro registro quando da resolução de um problema típico dessa área. Desconfia-se que esse seja um dos obstáculos cognitivos responsáveis pela dificuldade de aprendizagem dos objetos da Geometria Analítica.

Segundo Duval (2009), é um equívoco creditar às representações semióticas o simples efeito de exteriorizar as representações mentais. Elas “são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática” (DUVAL, 2009, p. 15). A exemplo disso pode-se verificar no desenvolvimento histórico da Geometria Analítica que, dependendo do tipo de representação escolhido, a compreensão dos seus objetos pode ter diferentes graus de complexidade.

A Matemática é caracterizada pelos seus simbolismos que permitem representar determinado objeto de diferentes formas. Segundo Duval (2013), até a década de setenta do século passado a visão preponderante (ou quase única) era de que a linguagem era reduzida a códigos e codificações. Porém, para o autor, a função da linguagem na Matemática não se limita a formalizar os conceitos matemáticos. Na verdade, é a própria linguagem, por meio da articulação entre seus registros de representação que permite a compreensão do conhecimento matemático.

Outro ponto importante na TRRS é central para a nossa discussão se refere à diferenciação entre registro e objeto matemático. Não é possível distinguir um objeto matemático e sua representação (DUVAL, 2009, 2013). Isso possui consequências importantes quando pensamos no ensino e aprendizagem, afinal, partindo desse pressuposto, o ensino da matemática necessita se debruçar sobre o estudo das representações semióticas. Consequentemente, o professor necessita ser formado de forma que esteja atento às características semióticas dos objetos que leciona.

Duval (2013) lembra que não se deve confundir o objeto com a sua representação. Isso leva a um paradoxo, que é expresso pelo teórico a partir de dois questionamentos: Como não confundir um objeto matemático e a sua representação semiótica se este objeto não é acessível fora de sua representação? Dadas as diversas representações semióticas de um mesmo objeto matemático, que parecem não ter nada em comum, o que permite saber que não se trata do mesmo objeto, mas de objetos diferentes? O autor responde estes questionamentos a partir do conceito de “conteúdo da representação”, a partir do qual lembra que uma representação explicita ou apresenta algumas características do objeto e oculta outras e sempre se depende, totalmente, do sistema semiótico utilizado para produzir a representação.

- O acesso aos objetos matemáticos faz-se de maneira exclusiva pelo estabelecimento de produções semióticas e isso traduz-se pelo fato de que a matemática é um domínio de conhecimento que utiliza quase todo o espectro dos tipos possíveis de representações semióticas;
- A maneira de trabalhar em matemática é indissociável da transformação de representações matemáticas em outras representações semióticas de um mesmo sistema semiótico. Isso traduz-se pelo fato de que as provas de matemática são exclusivamente alicerçadas na necessidade de transformações semióticas. (DUVAL; MORETTI, 2018, p. 7).

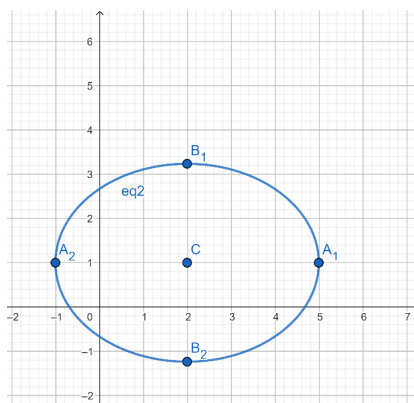
Outra conclusão importante da TRRS se refere aos dois tipos de transformações envolvendo registros de representação semiótica. O tratamento refere-se à transformação que permanece num mesmo sistema de representação. Por exemplo, no caso de uma elipse, de equação geral

$5x^2 + 9y^2 - 20x - 18y - 16 = 0$ , encontrar a sua equação reduzida adotando apenas procedimentos algébricos, conforme ilustrado a seguir.

$$\begin{aligned} 5x^2 + 9y^2 - 20x - 18y - 16 &= 0 \\ 5(x^2 - 4x) + 9(y^2 - 2y) &= 16 \\ 5(x-2)^2 + 9(y-1)^2 &= 16 + 20 + 9 \\ 5(x-2)^2 + 9(y-1)^2 &= 45 \\ \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} &= 1 \end{aligned}$$

Na conversão há a passagem de um registro de representação para outro, mas conservando o mesmo objeto matemático. Pode ser observada, por exemplo, no trânsito entre a representação algébrica reduzida da elipse anterior para a sua representação gráfica.

Figura 1 – Representação gráfica da elipse



Fonte: Produzida pelo autor no GeoGebra.

Ao se comparar o registro de saída e o de chegada (terminal) da conversão há duas possibilidades que podem ocorrer. Se a representação terminal transparecer na de saída, segundo Duval (2013), a conversão está próxima de uma codificação e, diz-se, então, que é um caso de congruência. Se a representação de chegada não transparece totalmente na de partida, diz-se que há uma não congruência. No caso da elipse analisada, a equação reduzida transparece o seu centro e a medida dos seus semieixos, o que não acontece com sua equação geral.

Em suma, a partir da TRSS, pode-se elencar algumas observações que serão importantes para a continuidade das discussões, a saber: só é possível acessar os objetos matemáticos por suas representações; é necessário identificar e discutir os tratamentos e conversões envolvendo os registros de representação dos objetos matemáticos; a maior dificuldade dos alunos costuma acontecer em conversões não congruentes.

## O PENSAMENTO COMPUTACIONAL E O SABER MATEMÁTICO

Atualmente, dispõe-se de inúmeros recursos tecnológicos: um relógio digital que não informa apenas o horário, mas também a frequência cardíaca, os e-mails recebidos, etc.; uma cafeteira programável que preparará a bebida no horário que nela previamente se definir; um aplicativo no *smartphone* que gerencia uma viagem de carro (seleciona o motorista, informa a localização de passageiro e motorista, gerencia o pagamento); entre outros.

Esses recursos representam soluções digitais criadas para resolver problemas ou situações para as quais se pensou soluções facilitadoras. Mesmo para este segundo caso, ao se pensar numa estratégia facilitadora, possivelmente, definiu-se previamente construir essa “facilitação” como algo a ser resolvido, isto é, a sua ausência representava um problema.

Quando falamos nas soluções digitais, que se expandiram enormemente nos últimos tempos, estamos recorrendo à expansão da utilização de tecnologias digitais. Não à toa, que no campo da geopolítica e da diplomacia, atualmente, haja tantos embates em busca do domínio de semicondutores responsáveis pela corrente elétrica de chips, computadores, consoles e demais sistemas eletrônicos (dos simples aos mais sofisticados).

Paralelamente, há a necessidade de formar profissionais capacitados para desenvolver essas tecnologias. Em estudo realizado pelo Google<sup>24</sup>, publicado em 2023, há a estimativa de **falta de 530 mil profissionais de tecnologia até 2025 no Brasil**. Não é à toa, que esse cenário provocou debates no Brasil e outros países nas últimas décadas, em especial no que tange a inserir a Computação na Educação Básica.

<sup>24</sup> Para saber mais: <https://blog.google/intl/pt-br/produtos/a-escassez-dos-profissionais-de-tecnologia-no-brasil-e-seu-consequente-impacto-no-ecossistema-de-startups/>

No caso brasileiro, durante a elaboração da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Sociedade Brasileira de Computação (SBC) se encarregou de fomentar esse debate, inclusive tecendo críticas a uma primeira versão do documento. Inclusive, em 2022, a BNCC foi complementada com um documento que estabelece competências e habilidades computacionais a serem desenvolvidas ao longo de toda a Educação Básica. Esse anexo foi organizado em três eixos fundamentais: mundo digital, cultura digital e pensamento computacional. Esses fatos evidenciam a efervescência na discussão sobre a inserção da Computação na Educação Básica e a importância que se tem atribuído a ela no contexto da formação das novas gerações.

Conforme já anunciado, no presente trabalho procura-se investigar o eixo do PC e sua inserção na Educação Básica. O PC se popularizou nos trabalhos de Wing (2006, 2014) e sua definição foi constantemente sendo aprimorada. Em um de seus trabalhos, a autora o definiu como “uma forma que humanos, não computadores, pensam. PC é uma forma para seres humanos resolverem problemas; não é tentar fazer com que seres humanos pensem como computadores” (WING, 2016, p. 4). Ou seja, apesar da denominação induzir que o PC poderia auxiliar a entender como o computador pensa, na verdade se trata do indivíduo humano formular estratégias mentais para resolver problemas e, portanto, a criatividade e a inteligência são inerentes ao PC.

Outro ponto importante é que, apesar da indicação do nome, não é necessária a presença do computador. Quando da presença de recursos eletrônicos, diz-se que se tratam de atividades plugadas e, quando isso não ocorre, são denominadas desplugadas. Independentemente da utilização ou não de máquina, o PC requer a superação do ensino mecanizado por um ambiente que visa a construção de habilidades e competências de resolver problemas de forma criativa e colaborativa.

De acordo com Brackmann (2017), o PC engloba quatro pilares: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo. A decomposição significa identificar um problema complexo e desmembrá-lo em problemas menores e mais fáceis de gerenciar; o reconhecimento de padrões possibilita analisar os problemas individualmente, identificando semelhanças com situações que já foram solucionados; a abstração permite focar apenas nos elementos importantes da situação

problema, enquanto informações irrelevantes são ignoradas; e os algoritmos são passos ou regras simples que podem ser criados para resolver cada um dos subproblemas. Com esses processos, é possível, também, criar sistemas que podem ser executados por máquinas na resolução de problemas com eficiência.

A partir dos processos inerentes em cada pilar, de certa forma, o PC constitui uma “forma estruturada de organizar a maneira de pensar sobre as situações-problema” (SOUZA, 2022, p. 13) e que auxilia no processo de aprender a aprender em qualquer área do conhecimento (BRACKMANN, 2017). Nessa linha, Dantas (2022) lembra que é necessário estar atento ao pensamento matemático em interface com o PC. Para o autor, pensar matematicamente é uma ação mental “dentro” da matemática e requer números, símbolos, formas, grandezas, demonstrações, postulados, generalizações, etc.

O pensamento computacional ocupa-se do tratamento de entes abstratos em interface com o pensamento matemático, na busca da resolução de problemas através de uma série de etapas que possam ser executadas por um agente humano ou por um dispositivo digital. (DANTAS, 2022, p. 24).

Disso, é natural questionar se é possível e, em caso afirmativo, de que forma(s) o pensar matemático relaciona-se com o pensar computacionalmente. Noutras palavras, trata-se de articular os entes e processos matemáticos com uma perspectiva de estruturação cognitiva voltada a resolver problemas. Entende-se que um fator a ser considerado são justamente os registros de representação presentes na matemática, mais especificamente, conforme a TRRS de Duval, o foco deve ser nos processos de transformação desses registros, em especial as conversões.

Atualmente, encontram-se alguns trabalhos científicos que se amparam na TRRS e relacionam o PC e a Matemática. Dentre estes, o trabalho de Rodrigues et al (2021) destaca uma proposta didática envolvendo conversões dos registros algébrico e geométrico das representações decimal e binária. Em suas conclusões, os autores afirmam que a proposta fomenta o desenvolvimento do PC à medida que visa o desenvolvimento de conceitos matemáticos e competências computa-

cionais. Dessa forma, entende-se que os autores apontam uma relação dialógica entre o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e computacionais.

Outro trabalho que se destaca é o de Schlickmann e Moretti (2020), no qual analisam os registros de representação semiótica presentes e transformados no *software* Scratch. Ao longo da descrição das atividades que apresentam, os autores evidenciam a presença dos fundamentos do PC para resolver os problemas propostos, bem como a construção da percepção da figura geométrica e diferentes conhecimentos geométricos envolvidos.

Por fim, registra-se o trabalho de Fassarella (2020) que considera os algoritmos ou programas de computador um registro de representação semiótica. Além disso, o autor defende que, por promover a conversão, a programação pode subsidiar a compreensão de conceitos matemáticos e, consequentemente, reduz a necessidade de os alunos treinarem algoritmos para resolver problemas.

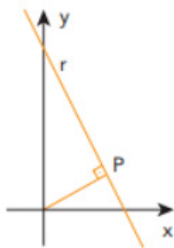
A breve descrição destes três trabalhos aponta para a necessidade de investigar de modo aprofundado a interface entre o PC e pensamento matemático, especialmente no que tange à TRRS. Os três trabalhos apresentados evidenciam possibilidades de construção de conhecimento matemático e computacional, porém não exploram como os pilares do PC estão presentes nesse processo. Nesse sentido, discutem-se a seguir dois problemas (atividades) de Geometria Analítica que podem ser realizadas em sala de aula no Ensino Médio. A descrição buscará evidenciar a existência dos pilares ao longo da resolução, nos tratamentos e conversões realizados.

## **TRANSFORMANDO REGISTROS PARA PENSAR MATEMATICAMENTE E COMPUTACIONALMENTE**

A seguir, apresentar-se-ão dois problemas (um desplugado e outro plugado) envolvendo objetos da Geometria Analítica, cujas resoluções serão descritas explicitando os processos de transformação dos registros de representação semiótica, bem como possíveis estratégias de estruturação de conhecimentos ancorados em pilares do PC.

O primeiro problema é uma questão do processo seletivo da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) de 2023.

Observe no plano cartesiano a seguir a reta  $r$ , de equação  $y = 5 - 3x$ , sendo  $x \in \mathbb{R}$ , e seu ponto  $P$ , que é o mais próximo da origem.



O ponto  $P$  tem a seguinte abscissa:

- a) 1,3
- b) 1,5
- c) 1,7
- d) 1,9

Fonte: UERJ (2023) – Disponível em: [https://www.vestibular.uerj.br/?page\\_id=12911](https://www.vestibular.uerj.br/?page_id=12911)

Este problema pode ser resolvido de diferentes formas. Para a análise, escolhemos aquela que foi adotada pela grande maioria dos alunos de uma turma de terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Politécnico da UFSM<sup>25</sup> em uma avaliação escrita. Seguem os passos da resolução:

1.  $P$  mais próximo da origem implica que se tome o segmento  $\overline{OP}$  de modo que seja perpendicular à reta  $r$ .
2. Logo, a reta  $\overline{OP}$  é perpendicular à reta  $r$ .
3. Como  $\overline{OP}$  e  $r$  são perpendiculares, o produto de seus coeficientes angulares é  $-1$ .
4. A equação reduzida de  $r$  é  $y = 5 - 3x$ , logo seu coeficiente angular é  $-3$ .
5. O coeficiente da reta  $\overline{OP}$  será  $m_{\overline{OP}} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$ .

<sup>25</sup> O autor do presente trabalho leciona nas três turmas de Ensino Médio da instituição, a qual é uma escola técnica vinculada à UFSM. A aplicação da avaliação não teve caráter investigativo. Apenas selecionou-se o formato da resolução adotado pela grande maioria dos alunos.

6. Como  $m_{\overline{OP}} = \frac{1}{3}$  e  $O(0,0)$ , então a equação da reta  $OP$  será  $y - 0 = \frac{1}{3}(x - 0)$ , donde resulta que  $y = \frac{1}{3}x$ .
7. Para encontrar o ponto em comum entre as retas  $OP$  e  $r$ , deve-se resolver o sistema

$$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ y = \frac{1}{3}x \end{cases}$$

Donde resulta que  $x = 1,5$ .

A resolução apresentada se deu em dois momentos principais: o primeiro foi determinar a equação da reta  $\overline{OP}$  para, num segundo momento, verificar a intersecção entre essas retas. Observe que para o primeiro momento realizaram-se duas tarefas: encontrar o seu coeficiente angular e a equação da reta em si. Desta forma, é possível verificar a divisão do problema apresentado em problemas menores, o que possibilita inferir a presença do pilar da DECOMPOSIÇÃO.

Quanto ao pilar do RECONHECIMENTO DE PADRÕES, conforme Brackman (2017) é esperado que, durante a resolução, tenha-se utilizado (provavelmente de forma inconsciente) de questionamentos do tipo “Esse problema é semelhante a outro que já resolvi?” ou “No que difere em relação aos outros?”. É esperado que se tenha resolvido outros problemas envolvendo o teorema sobre o produto dos coeficientes angulares de duas retas perpendiculares, ou sobre a intersecção de retas e, conseqüentemente, a resolução de sistemas lineares com duas equações. Todas essas tarefas constituem a resolução do problema e, provavelmente, já devem ter sido realizadas anteriormente. Portanto, são situações que despertam sentimento de similaridade ao resolvidor.

Quanto à ABSTRAÇÃO, a partir de Wing (2006), é possível inferir que esteja presente à medida que foi necessário selecionar as informações importantes para a resolução. Os registros natural e gráfico apresentam outras informações ignoradas ao longo do processo, tais como os triângulos formados (pela reta  $r$  e os eixos, pelas retas  $r$  e  $\overline{OP}$  e os eixos), o cálculo da distância entre a reta  $r$  e a origem do plano, etc.

Cabe registrar a possível presença do pilar ALGORITMO. Para Wing (2014), este é o pilar que agrega os demais. A resolução em si, da forma como foi apresentada, consiste num conjunto de passos que

permitem a resolução deste problema específico. Uma forma de explorar de forma mais efetiva o algoritmo seria solicitar ao aluno que descrevesse de forma clara os passos de sua resolução, bem como os resultados encontrados em cada. Isso pode possibilitar uma visão mais clara do processo que ele mesmo construiu e executou.

É importante notar que entre os passos 1, 2 e 3 ocorre a conversão de informações dos registros da língua natural (enunciado da questão) e do gráfico (plano cartesiano com os objetos representados) para o registro algébrico. Entende-se que essa transformação ocorreu a partir da decomposição do problema, o que permitiu visualizar as suas partes, e posterior reconhecimento de padrões a partir da identificação das partes devidamente importantes para a resolução em construção, o que provavelmente necessitou de uma filtragem, isto é, processos de abstração. Possivelmente, isso pode ter ocorrido, pois o resolvidor já possuía uma estrutura mental com conhecimentos prévios que o fez reconhecer algum padrão de modo a possibilitar a seleção dessas informações.

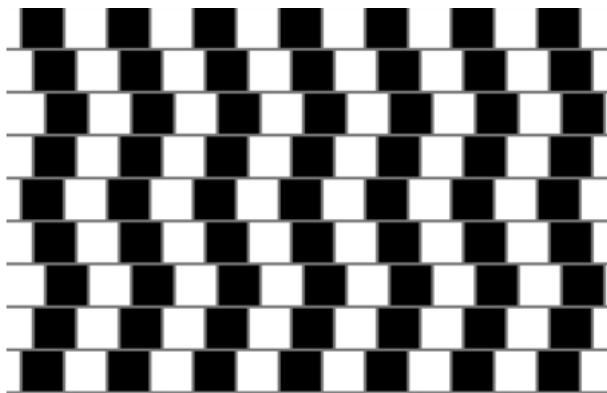
Esse movimento permite-nos pensar na presença dos pilares decomposição, reconhecimento de padrões e abstração em um único momento de conversão entre esses registros de representação semiótica, o que reforça a sua importância para a aprendizagem na TRRS. O que se quer dizer é que, ao mesmo tempo em que pode representar um desafio para a sua resolução, possibilita de fato, construir conhecimentos, em especial aqueles com algum grau elevado de sofisticação matemática. Além disso, é importante pontuar que essa conversão é central para a resolução apresentada.

Noutras palavras, decompor o problema, reconhecer os padrões e abstrair as informações relevantes, levam o indivíduo a realizar a conversão entre os registros de representação semiótica. Só assim, tomam sentido os tratamentos algébricos que dela decorrem, formando-se uma resolução coerente, a qual pode ser percebida como um algoritmo.

Os tratamentos algébricos realizados ao longo dos passos 5, 6 e 7 não seriam possíveis, nem fariam sentido, se o indivíduo não realizar a conversão. Além disso, pode-se inferir que, nesses tratamentos, o único pilar observado é o reconhecimento de padrões que o indivíduo já tenha efetivado anteriormente, isto é, as estratégias mentais para a sua resolução possuem um caráter mais automatizado, de menor complexidade que as envolvidas na conversão, o que está de acordo com os pressupostos da TRRS.

A segunda atividade proposta é a reprodução de ilusão de ótica de arte no *software* GrafEq<sup>26</sup>. Para tanto, escolheu-se a ilusão denominada “Parede do Café”, a qual recebe esse nome porque está presente nas paredes de um prédio com um café em Bristol (UK).

Figura 2– Ilusão de ótica



Fonte: Hype Science. Disponível em: <http://hypescience.com/incriveis-ilusoes-de-otica>. Acesso em: 25 jul. 2024.

A ilusão presente nessa figura está na percepção de que as linhas horizontais não são paralelas.

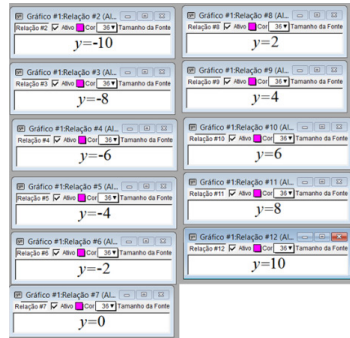
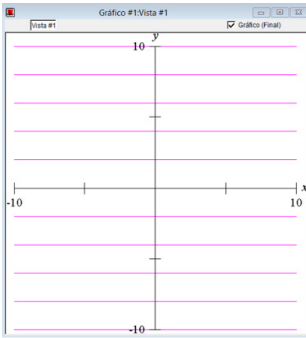
Em trabalhos anteriores como Notare, Fioreze e Halberstadt (2015) e Halberstadt e Fioreze (2015), evidenciou-se que a utilização das ilusões de ótica no GrafEq proporciona a mobilização dos registros de representação semiótica envolvidos. Inclusive, podendo ser buscado uma forma mais ampla de pensamento, a generalização matemática a partir do reconhecimento de características em comum. Neste momento, analisar-se-á, também, a presença dos pilares do PC nesse processo.

Novamente, vamos organizar, em alguns passos, uma possível resolução deste problema, ou seja, a reprodução desta obra no GrafEq.

1. Traçar as retas paralelas ao eixo das abcissas, mantendo uma distância fixa entre elas.

<sup>26</sup> Disponível em: <http://www.peda.com/grafeq/>.

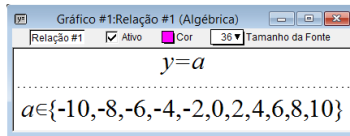
Figura 3 – Retas paralelas no GrafEq



Fonte: Produzida pelo autor no GrafEq.

## 2. Generalizar as equações de modo a escrevê-las de forma recursiva.

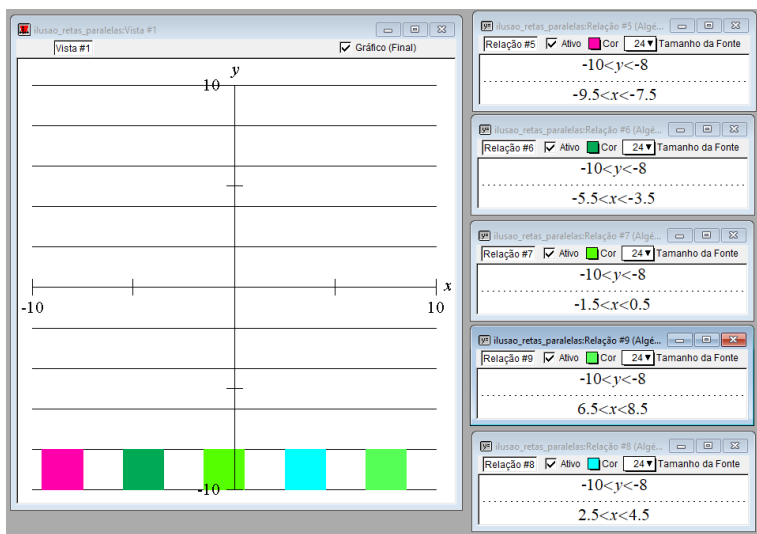
Figura 4 – Escrita generalizadora das retas paralelas



Fonte: Produzida pelo autor no GrafEq.

## 3. Delimitar os quadrados pretos e brancos contidos entre as linhas horizontais traçadas.

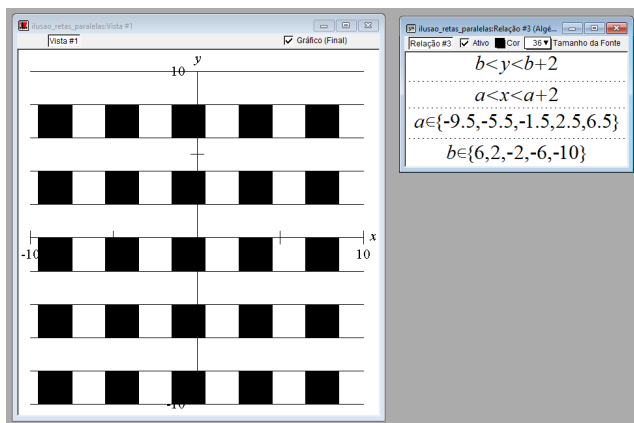
Figura 5 – Quadrados de uma faixa



Fonte: Produzida pelo autor no GrafEq.

- Replicar este padrão para as linhas que possuem a mesma disposição dos quadrados, generalizando-o.

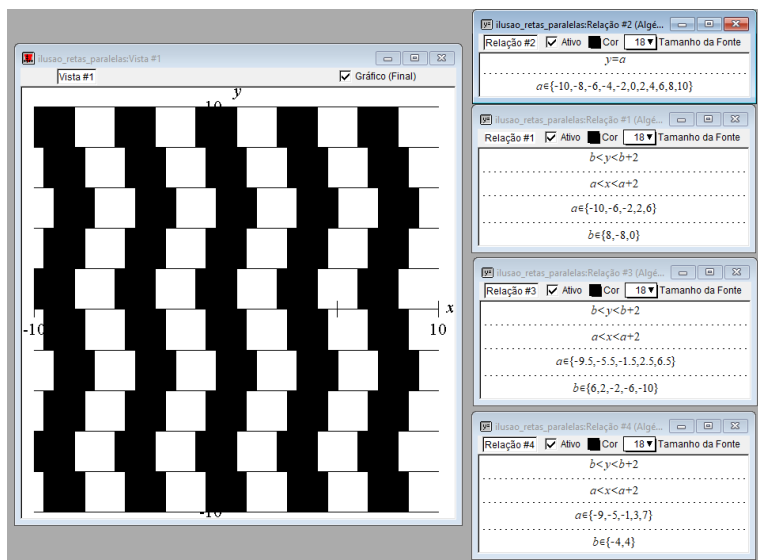
Figura 6 – Generalização para um tipo de faixa de quadrados



Fonte: Produzida pelo autor no GrafEq.

- Repetir este processo para as demais faixas horizontais, se possível buscando diretamente o formato generalizado.

Figura 7 – Reprodução da ilusão de ótica no GrafEq com comandos generalizados



Fonte: Produzida pelo autor no GrafEq.

A utilização do PC nessa atividade pode novamente ser verificada à medida que se buscou construir estratégias cognitivas que permitissem encontrar as formas generalizadas dos objetos representados. Novamente, a organização por passos evidencia um ALGORITMO, isto é, o caminho percorrido para se chegar ao resultado pretendido. Inicialmente, ocorreu uma DECOMPOSIÇÃO à medida que se estabeleceu necessário construir diferentes partes da ilusão em determinada ordem. Além disso, o agrupamento realizado (linhas traçadas e as faixas de quadrados em posições semelhantes), permitem pensar que ocorreu o RECONHECIMENTO DE PADRÕES geométricos presentes na figura. Essa disposição gráfica foi convertida para a representação algébrica, inicialmente de modo individual, possibilitando maior transparência de um registro noutro (DUVAL, 2009, 2013).

A partir da visualização das representações algébricas individuais de cada quadrado, foi possível RECONHECER PADRÕES nesse registro de representação semiótica e ABSTRAIR as informações importantes de modo que fosse possível realizar o devido tratamento, permitindo generalizá-lo.

Salienta-se que o pilar ALGORITMO também esteve presente quando, a partir da construção da primeira relação (sistema de inequações generalizadas) contendo as primeiras faixas, a construção das duas seguintes foi provavelmente simplificada. Isso ocorreu devido ao uso de uma solução para resolver uma nova tarefa, apenas realizando pequenas adaptações.

Com isso, novamente entende-se que o PC possivelmente possibilitou organizar estratégias mentais de modo a resolver o problema proposto. Além disso, observa-se que as abstrações são fundamentais para os processos de generalização apresentadas. Isso somente ocorre, pois este pilar está fortemente relacionado com o processo de conversão do registro gráfico para o registro algébrico, à medida que se estabelece o que representa cada sistema de inequações no plano cartesiano, e vice-versa.

## PROVOCAÇÕES FINAIS

Ao longo do texto, buscou-se provocar o leitor a pensar sobre a natureza da Geometria Analítica, suas representações e transformações e a utilização do PC nesse processo. São considerações iniciais de pesquisas realizadas ou em andamento.

Arrisca-se a dizer que parece haver uma convergência entre a TRSS e o PC, em especial os seus pilares. A partir das duas situações apresentadas, buscou-se evidenciar uma maior presença dos pilares nos processos de conversão entre os registros de representação semiótica dos objetos abordados. Isto quer dizer que há a necessidade de uma maior mobilização de estratégias cognitivas para nas conversões.

Conforme lembra Eves (1995), a essência da Geometria Analítica “consiste em estabelecer uma correspondência entre pontos do plano e pares ordenados de números reais, viabilizando assim uma correspondência entre curvas do plano e equações em duas variáveis”. Entende-se que estabelecer essa correspondência demanda estruturar estratégias mentais, o que pode ser realizado com maior efetividade se o indivíduo pensar computacionalmente, estabelecendo interfaces com o pensamento matemático (DANTAS, 2022). Este resultado está em consonância com a TRRS à medida que, para Duval (2003, p. 17), há por trás da aplicação de uma regra de codificação entre dois registros de representação

[...] a necessária articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos dois registros. Pois são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração, em cada um dos registros de representação.

Em suma, entende-se que, ao propor estratégias para a estruturação mental, o PC pode constituir-se como uma poderosa ferramenta para a articulação entre as variáveis cognitivas apontadas na TRRS para o funcionamento dos registros. Nessa perspectiva, considera-se que os pilares do PC devem ser considerados quando se busca compreender os processos de transformação ocorridos com os registros de representação da Geometria Analítica e, muito possivelmente, também, de demais campos da Matemática.

Por fim, as considerações tecidas ao longo do texto apontam para a necessidade de intensificar o estudo da temática, avançando nos conceitos da TRRS, considerando os diferentes campos da matemática. Há muita pesquisa por fazer!

## REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B. **História da matemática**. São Paulo: Ed. Blucher, 2012.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do Pensamento Computacional através de Atividades Desplugadas na Educação Básica**. 2017. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2017.

DANTAS, S. C. A Geometria Escolar e os pensamentos matemático e computacional. *In*: Loreni Aparecida Ferreira Baldini e Mariana Moran. **Geometria: práticas e aprendizagens**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2022, v. 1, p. 19-51.

DUVAL, R. Raymond Duval: depoimento [2013]. Entrevistadores: J.L.M. de Freitas e V. Rezende. Campo Mourão: RPEM, 2013. Revista impressa. Entrevista concedida a Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 2, n. 3, jul-dez 2013.

DUVAL, R. Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In*: **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Organização de Sílvia Dias Alcântara Machado. Campinas: Papirus, 2003, p.11- 33.

DUVAL, R. **Semiósio e Pensamento Humano**. Tradução: Lênio Fernandes Levy, Marisa Rônsani Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R.; MORETTI, M. T. Como Analisar A Questão Crucial Da Compreensão Em Matemática? Florianópolis: REVEMAT, v.13, n. 2, p.1-27, 2018.

EVES, H. Introdução à História da Matemática. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 1995. 840 p.

FASSARELLA, L. S. Desconexão Procedimental e Programação no Ensino-Aprendizagem da Matemática: Considerações a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revemat**, v. 15(2), p.1-24. Florianópolis, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/76610>. Acesso em: 15 jul. 2024.

HALBERSTADT, F. F.; FIOREZE, L. A. O ensino e aprendizagem do conceito de reta: uma abordagem da questão do pensamento generalizador com o software GrafEq por meio da representação de ilusões de ótica. *In: XII Encontro Gaúcho de Educação Matemática - XII EGEM. Anais [...]*. Porto Alegre: 2015.

MALTA, A. D. **O surgimento da Geometria Analítica no século XVII**: debate histórico sobre questões referentes a sua descoberta. 2015. Dissertação (Mestrado em História) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2015.

NOTARE, M.; FIOREZE, L. A.; HALBERSTADT, F. F. O software GrafEq e os registros de representação semiótica: uma análise de trabalhos com ilusão de ótica. *In: XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, 2015. **Anais [...]**. Tuxtla Gutiérrez: 2015.

RODRIGUES, F. C.; et al. Pensamento computacional: proposta metodológica para o ensino de números binários. **Revista do Programa de Pós-Graduação em Ensino -Universidade Estadual do Norte do Paraná**, v. 5, n. 1, 2021. Disponível em: <https://seer.uenp.edu.br/index.php/reppe/article/view/978/944>. Acesso em: 04 de Ago. 2024.

SCHLICKMANN, J. R.; MORETTI, M. T. O pensamento computacional na perspectiva da teoria dos registros de representação semiótica no ensino de geometria. *In: Mérciles Thadeu Moretti, Celia Finck Brandt. (Orgs.). Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020, p. 355-376.

SOUZA, P. M. **Pensamento Computacional e Compreensão Leitora**: como estes conceitos se relacionam e como associá-los a obras de literatura infantil que abordam a Matemática nos anos iniciais? 2022. TCC (Graduação) - Curso de Pedagogia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022.

WING, J. **Computational Thinking Benefits Society**. Social Issues in Computing. New York: Academic Press, 2014.

WING, J. Pensamento Computacional – Um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 9, n. 2, 2016.

WING, J. Pensamento Computacional: Um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 9, n. 2, 2006. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711>. Acesso em: 04 jun. 2024.

## SEÇÃO 2

### CARACTERIZAÇÃO DA SALA DE AULA E DE PROPOSTAS DE ENSINO DE FÍSICA E DE MATEMÁTICA



# COMO O CHAT GPT DESCREVE A SALA DE AULA? O AMBIENTE DO SÉCULO XIX NA ÓTICA DA TECNOLOGIA DO SÉCULO XXI

Daniel Morin Ocampo  
Antônio Augusto Menzel

## INTRODUÇÃO

Atualmente se está vivendo num mundo onde tecnologia e sociedade estão se tornando cada vez mais indissociáveis, não é de se espantar andar pelas ruas e vislumbrar pessoas andando de cabeça baixa olhando para seus aparelhos celulares. Esse mercado tecnológico, em constante expansão, tem se tornado cada vez mais atrativo economicamente, sendo alvo de inúmeras revoluções que visam apresentar novas ideias, aparelhos e *softwares* que buscam facilitar ou aumentar a dependência deles.

Nessa constante evolutiva surge a Inteligência artificial (IA) como sendo o conceito revolucionário desta nova era dos computadores, tal conceito não possui uma definição precisa e única, desse modo entende-se que “não existe um consenso entre os pesquisadores com relação a essa definição e, por essa razão, não é difícil encontrar várias outras definições possíveis para ela” (GOMES, 2023, p. 17). Para além, foram sendo desenvolvidas ao longo dos anos diversos tipos de IA que foram sendo integradas às ações cotidianas com o intuito de promover mais comodidades, como é o caso dos assistentes virtuais. Mesmo que estas apresentem grandes inovações, não detêm características complexas como as IA Conexionistas que, por sua vez, se baseiam em padrões de pensamento humano para traçar respostas. Desse modo, estas IA possuem “como base a simulação dos componentes do cérebro humano (como neurônios, por exemplo) e, dessa forma, o próprio algoritmo conseguiria inferir, de forma automática, por meio dos dados examinados, os padrões do problema (GOMES, 2023, p. 18).

Tais avanços representam um salto na capacidade de processamento de dados. Através das redes neurais oferecem, mediante uma série de cálculos estatísticos e associações, respostas que se assemelham às

desenvolvidas por humanos, baseadas em bancos de dados que alimentam essas IA. É importante destacar que para alcançar tais resultados, essas IA precisam de um período de testes onde lhes são fornecidas quantidades grandes de dados para que possam identificar padrões e aprimorar suas respostas.

Um dos casos mais populares de IA que surgiu nos últimos anos é o do Chat GPT, que se baseia em redes neurais para elaborar conexões e apresentar respostas às questões ou temáticas apresentadas pelo usuário, estas redes podem ser entendidas como:

Modelo computacional inspirado em redes de neurônios biológicos (redes neurais do cérebro humano), em que um conjunto de algoritmos analisa continuamente dados e atualiza suas previsões, assim como os cérebros humanos recebem informações, as processam e tomam decisões. Assim, cada algoritmo representa um neurônio e calculam os valores dos outputs a partir dos inputs recebidos. (GOMES, 2023, p. 19)

Nesse sentido o Chat GPT pode ser também entendido como um “Modelo Amplo de Linguagem - *Large Language Model* (LLM) treinado para seguir uma instrução em um *prompt* e fornecer uma resposta detalhada, parecida com a humana” (GOMES, 2023, p. 78). Sua base de coleta de dados foi a própria internet, coletando assim diversas informações sobre inúmeros temas, o que inclui diversas opiniões de escritores *online*. Nessa perspectiva é preciso compreender que, embora seja um algoritmo, dado a sua base de pesquisa, este pode apresentar vieses e “alucinações” sobre alguns fatos, como a própria OpenIA, proprietária do Chat GPT, afirma em seus termos de uso que dado a “natureza probabilística do aprendizado de máquina, o uso de nossos Serviços pode, em algumas situações, resultar em Saída que não reflete com precisão pessoas, lugares ou fatos reais”. (OpenIA, 2023, np. tradução nossa).

Compreendendo tais ideias referentes a utilização desta ferramenta, a questão que motiva a presente pesquisa é de como uma IA representa uma sala de aula de matemática em diferentes níveis de ensino? Desse modo este artigo busca como objetivo responder a esta indagação através da análise das respostas apresentadas pelo Chat GPT a determinados temas propostos, para tanto entendemos como “sala de aula, lugar de relações entre pessoas, objetos e símbolos” (MORAIS, 2014, p. 52).

## METODOLOGIA

A produção dos dados para este trabalho ocorreu na plataforma *online* do Chat GPT, onde foram solicitados que esta IA dissertasse sobre alguns temas propostos, na forma de *prompts*. A intensão é que esses *prompts* permitissem analisar de que forma o Chat GPT utiliza sua base de dados para representar uma sala de aula de matemática. Para guiar este, foram propostos três temas aos quais foi pedido que ele arguiu sobre a temática, os *prompts* foram: “Descreva uma imagem a partir das seguintes palavras-chave: matemática, sala de aula, Ensino Fundamental”; “Descreva uma imagem a partir das seguintes palavras chave: matemática, sala de aula, Ensino Médio”; “Descreva uma imagem a partir das seguintes palavras chave: matemática, sala de aula, Ensino Superior”.

Para a composição do *corpus* de pesquisa foram realizadas 30 conversas separadas com o Chat GPT, sendo 10 para cada um dos *prompt* supracitado, que foram codificadas com duas letras para identificar o nível de ensino e dois algarismos para identificar qual das conversas se referia, por exemplo, EM03 é a 3ª conversa com sobre o Ensino Médio. Para cada repetição foi feita uma nova conversa, em aba anônima, com o intuito de que as respostas geradas não influenciassem as seguintes, uma vez que se observou que se realizadas todas na mesma interação a tendência do modelo era de propor mudanças e identificar quais pontos foram o motivo pelos quais a pergunta foi realizada novamente.

Todas as respostas obtidas foram copiadas e armazenadas em uma planilha eletrônica e analisadas segundo a Análise de Conteúdo descrita por Bardin (2016). Tendo visto a natureza das respostas encontradas se mostrou relevante realizar uma leitura flutuante, visando assim “estabelecer contato com os documentos a analisar e em conhecer o texto deixando-se invadir por impressões e orientações” (Bardin, 2016, p. 126). Diante desta leitura pode-se observar diversos pontos relevantes aos quais foram mais profundamente analisados nas próximas etapas deste trabalho.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Frente aos resultados obtidos emergiram três categorias, fruto da realização da leitura flutuante (BARDIN, 2016), sendo estas denominadas:

“Gênero descrito”, “Materiais Manipulativos, Estáticos ou Digitais” e “Características do Ambiente da sala de aula” apresentadas no Quadro 1.

A partir destas categorias emergentes optou-se por utilizar como unidades de significados recortes textuais das respostas de modo que abarcasse o sentido referente a cada uma destas categorias, podendo variar entre uma palavra ou trechos, onde cada um desses foi separado por vírgulas, como é possível observar no Quadro 1. Para realizar a Análise de conteúdo, se faz “[...] necessário fazer a distinção entre a unidade de registro - o que se conta - é a regra de enumeração - o modo de contagem” (Bardin, 2016, p. 138). Desse modo, para a categoria “Gênero descrito” foi utilizada a enumeração por frequência dos termos “professor”, “professora” e “professores”. Já as categorias “Material manipulativo, estático ou digital” e “Característica do ambiente da sala de aula” foram enumeradas pela presença (ou ausência) dos termos que remetem a essas categorias, como pode ser observado no Quadro 1.

Quadro 1 – Categorias (continua)

| <b>Categoria</b>                           | <b>Nível de Ensino</b> | <b>Unidade</b>                                                      |
|--------------------------------------------|------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Gênero descrito                            | EF                     | professora                                                          |
|                                            |                        | professor                                                           |
|                                            | EM                     | professora                                                          |
|                                            |                        | professor                                                           |
|                                            | ES                     | professores                                                         |
|                                            |                        | professor                                                           |
| Material manipulativo, estático ou digital | EF                     | cartazes coloridos, lousa branca, lápis e cadernos                  |
|                                            |                        | quadro negro, cadernos, objetos como blocos ou fichas               |
|                                            | EM                     | quadro negro, cartazes, livros didáticos e calculadoras científicas |
|                                            |                        | cartazes, lousa branca, cadernos, projetor                          |
|                                            | ES                     | lousa branca, computador portátil, cadernos de anotações, cartazes  |
|                                            |                        | quadro branco, laptops, cadernos, cartazes e pôsteres               |

| <b>Categoria</b>                           | <b>Nível de Ensino</b> | <b>Unidade</b>                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Característica do ambiente da sala de aula | EF                     | paredes decoradas, mesas e cadeiras alinhadas, ambiente é iluminado por uma janela ampla que deixa entrar a luz do sol                                      |
|                                            |                        | mesas estão dispostas em grupos, está iluminada pela luz natural que entra pelas janelas, criando um ambiente acolhedor                                     |
|                                            | EM                     | dispostas em fileiras ordenada, A luz do dia entra pelas janelas iluminando parcialmente o ambiente, ambiente é calmo e focado                              |
|                                            |                        | está organizada de maneira simétrica e funcional, entrada de luz natural, criando um ambiente iluminado, atmosfera de aprendizado dinâmico e engajado       |
|                                            | ES                     | atmosfera de aprendizado, mesas dispostas em semicírculo, iluminação é suave e focada, atmosfera acadêmica                                                  |
|                                            |                        | carteiras organizadas em fileiras, o ambiente é luminoso, com janelas altas que deixam entrar a luz do sol, atmosfera é de intenso aprendizado e descoberta |

Fonte: Elaborado pelos autores.

A partir dessa análise, é possível compreender a forma como o Chat GPT utiliza seu banco de dados para representar uma sala de aula e matemática, levando em consideração diversos pontos que compõem a sala de aula, tais como a própria presença de um professor ou professora ministrando a aula ou a presença de materiais didáticos variados que podem ser utilizados. Para além também é possível observar uma atenção por parte desta IA em descrever o ambiente com riqueza de detalhes que buscam refletir a percepção dele ao representar esta sala de aula, tais como o sentimento que emerge tendo em vista estes temas bastantes abrangentes. Tais pontos requerem uma análise mais detalhada, assim sendo, adiante se aprofunda em cada uma destas categorias, explorando as nuances presentes.

## GÊNERO DESCRITO

Na busca por compreender como são representados os professores dentro das salas de aula de matemática foram selecionadas as unidades de significado cujas palavras fizessem referência ao gênero do docente em atuação. Um ponto importante revelado neste âmbito é que dado a temática de arguição supracitada não houve a menção a professor ou professora, desse modo a presença destes não fora enviesada a nenhum gênero específico. A partir da leitura flutuante pode observar que na maioria das respostas era criado algum educador atuando em sala, estando presente em 29 das 30 respostas coletadas.

Dado as nuances da língua portuguesa no que tange ao gênero do substantivo, pode-se observar o gênero ao qual cada resposta se referia. Nesse sentido, quando o retorno do Chat GPT apresentou a palavra “professora”, foi computado como uma docente do gênero feminino, quando se apresentava o termo “professor” se assumiu que não se tratava de uma pessoa identificada com o gênero feminino. A exceção esteve em uma das respostas voltadas ao Ensino Superior que apresentava a unidade “professores”, o que não deixa claro a presença do gênero dos professores envolvidos nesta resposta. Adiante 28 das 30 respostas apresentaram em sua redação a menção a um gênero específico do profissional docente.

Quando observamos as respostas como um todo, apenas seis das 30 unidades apresentavam o termo “professora”, o que nos diz que apenas 20% das respostas se referiam ao gênero feminino como profissionais docentes. Seguindo uma análise mais aprofundada sobre cada nível de ensino, observamos uma discrepância com base nesse total, em se tratando do Ensino Fundamental, metade das unidades se referiam a “professora”, o compreender que 50% dos cargos eram ocupados por mulheres.

No que tange ao Ensino Médio, devemos fazer distinção entre o total de respostas pois uma destas não apresentou menção a um docente em atuação, nesse sentido considera-se o total de nove unidades, dentre essas apenas uma se referia a “professora”, o que corresponde a aproximadamente 11,10% do total dos cargos ocupados por mulheres. Considerando o Ensino Superior esse total se mostra ainda mais pro-

blemático pois nenhuma das respostas apresentou um cargo ocupado por mulheres, embora dentre as redações vale ressaltar a presença da unidade “professores” o que não nos permite avaliar a presença feminina.

Tais dados, no que tange ao Ensino Fundamental, corrobora com o cenário educacional brasileiro, como é apresentado no estudo de Hirata (2018) que aponto que “os professores são, majoritariamente, mulheres, com maior taxa de participação na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental” (HIRATA, 2018, p. 184). Porém à medida que avançam os níveis de ensino os dados apresentam uma baixa representatividade feminina no âmbito educacional, o que é o oposto apresentado nesta pesquisa que argumenta que “a participação de mulheres diminui nas etapas seguintes, mas elas continuam sendo maioria”(HIRATA, 2018, p. 184), tais discrepâncias podem ser apontadas por diversas razões, tais como a predominância masculina nos textos utilizados pelo Chat GPT para estruturar seu modelo de linguagem o que refletiria um machismo estrutural mais complexo que não se restringe ao âmbito escolar.

## **CARACTERÍSTICAS DO AMBIENTE DA SALA DE AULA**

Uma das relações que mais aparecem nas respostas foram as que abordavam a organização das carteiras dos alunos, nesse sentido vemos uma grande quantidade de relatos envolvendo esta organização em um sentido mais tradicional. O autor Chism (2006), traz algumas características de uma aula tradicional algumas a se destacar no presente artigo são: que o aprendizado é uma atividade individual; a sala de aula sempre tem uma frente, onde está a figura do professor ao lado da lousa; as classes estão dispostas em fileiras. Como pode ser observado na unidade de significado apresentada a seguir, fica claro o esforço individual do aluno em aprender “[...] concentrados e outros pensativos, estão imersos em seus cadernos e livro” (EM02). Na mesma resposta, é possível encontrar a representação de uma sala onde a sala está voltada para frente, em direção ao quadro “[...]a cena é definida pela organização meticulosa das carteiras voltadas para o quadro negro repleto de equações e gráficos” (EM02). Muitas das enunciações trazem à tona a ideia de uma sala com os alunos enfileirados, como é o caso da EF01 “mesas e cadeiras alinhadas”

Apenas algumas respostas focaram em outros tipos de organização, como sendo em grupos, essas diferenças já mais perceptíveis ao Ensino Superior que apresentou uma gama maior que transcende este modelo de organização. Tais pontos corroboram com uma visão de mais dinamismo e diversidade na organização das universidades.

Estas novas propostas podem apontar para uma mudança na mentalidade na organização escolar, e em se tratando mais especificamente do Ensino Superior como o berço das novas inovações nestes campos, estes pontos podem ser também observados nos campos que estudam a neuro educação, que deste atem também a pensar nos aspectos mais naturais da cognição humana, nesse sentido permeando também questões arquitetônicas e de organização uma vez que “[...] reconhecem a interconexão entre o ambiente físico e o funcionamento do cérebro, considerando a importância de elementos como iluminação, cores, layout e design na experiência educativa.”(MOLINERO, 2023, p. 12051).

Adiante um aspecto bastante relevante na leitura foi quanto a aspectos mais subjetivos que descrevem uma sala de aula, tais como “um ambiente calmo e focado” ou um “ambiente acolhedor”, tais palavras descrevem sensações e percepções bastante humanas para um ambiente escolar. Estes comentários parecem emular uma percepção mais vívida da sala de aula, apontando para a questão do ambiente ser ponto importante na hora de representar uma sala de aula.

Referente ao modo como a sala é iluminada, vemos muitas referências a luz do sol como sendo esta fonte, o que nos revela a importância deste ser um ambiente bastante iluminado, porém nos revela que a visão do Chat GPT sobre estas modalidades de ensino se atém ao período diurno, o que aponta uma ausência de representatividade de escolas que funcionam no turno noturno, o que abarca modalidades de ensino como a EJA. É importante ressaltar que algumas respostas não apresentaram menções específicas à luz do sol, o que podia apontar a ausência deste, entretanto nestes casos do mesmo modo não houve menção ao turno específico o que não nos permite fazer tais implicações.

## **MATERIAIS MANIPULATIVOS, ESTÁTICOS OU DIGITAIS**

No decorrer das falas apresentadas pela IA destacam-se diversas menções a materiais didáticos presentes, sendo estes em sua maioria

estáticos, como por exemplo cartazes. O primeiro ponto ressaltado em todos os níveis de ensino em pelo menos uma resposta é a questão da presença de cartazes ou pôsteres nas paredes das salas de aula, como por exemplo “[...] com cartazes coloridos nas paredes destacando conceitos matemáticos básicos” (EF02). Tais objetos podem representar uma maneira intuitiva e simples de revisar os conteúdos presentes nestes além de indicarem esta sala como sendo algo mais voltado a disciplina de matemática, levando em conta que fora solicitado como temática esta disciplina, entende-se o foco específico destas respostas.

Considerando apenas o Ensino Fundamental vemos citado a presença de materiais manipuláveis como é citado em uma das unidades como sendo “objetos como blocos ou fichas”, porém esta é uma exceção dada a maioria das respostas sendo apresentada em apenas uma delas, o que pode indicar que no banco de dados utilizados para treinar o modelo de IA a presença de materiais didáticos manipulativos sejam pouco presentes. Os materiais manipulativos, ou material concreto, são importantes para facilitar o processo de ensino e aprendizagem, já que esse tipo de material colabora para que o aluno amplie e aprofunde a construção de seu conhecimento (SMOLE; DINIZ, 2016).

Para além também fora citada a presença de calculadoras neste nível, o que transcende para os demais níveis de ensino, o que indica a importância da utilização destes meios para reforçar o ensino, mesmo que estes sejam poucas vezes citados, uma vez que estas podem possibilitar mais possibilidades para o trabalho em sala de aula (LUNA, 2021).

Ainda no que tange às tecnologias digitais, no Ensino Médio são citadas a presença de projetores, podendo facilitar o ensino uma vez que este pode projetar imagens de modo simples e com qualidade. E para além são citados no Ensino Superior o uso de computadores portáteis ou *laptops* pelos alunos servindo como potencializadores do ensino uma vez que podem projetar gráficos ou tabelas que auxiliam na visualização das funções uma vez que um “Laptop Educacional traz recursos que podem potencializar a criatividade do aluno, dando prazer ao fazer, ao ensinar, ao criar.” (MENDES, 2008, p. 150).

Partindo para os materiais manipuláveis, vemos uma citação bastante relevante, que diz “ao lado do quadro-negro, há uma mesa com diversos materiais educativos, como régua, compasso e calculadora, todos prontos para serem utilizados durante as atividades”(EF05), fazendo

menção a alguns elementos simples porém que exercem grande papel no ensino, que aliado a diversas menções ao uso de lápis, constroem uma visão da importância destes no ensino, que embora não seja explicitado, nos remete fortemente a Geometria. Área esta que frequentemente é “relegada a segundo plano, ou abordada de forma aligeirada e incompleta, a geometria, durante muito tempo, foi tratada como o “patinho feio” da matemática” (ROSA, 2022, p. 15), contribuindo para uma defasagem em seu ensino.

Porém, a utilização destes recursos pode oferecer uma solução para a revalorização desse campo de estudo que assume papel de importância no cotidiano, como apontado por Rosa (2022, p. 15) ao afirmar que através de seu estudo com base no uso de lápis e papel que através desta “abordagem mostrou que mesmo o trabalho com materiais mais simples pode contribuir para o ensino-aprendizagem de geometria, ainda que com algumas limitações.”

Outro material didático bastante citado nas respostas é o livro didático, sendo representados em diversas respostas, nesse sentido destacamos umas das respostas que diz “No centro, a professora, com entusiasmo, explica um problema matemático usando um grande livro didático, enquanto os alunos prestam atenção, alguns com expressões de concentração e outros com olhares de descoberta” (EF07). Este recorte nos mostra não apenas a presença do livro didático, mas também a sua utilização pelo professor ou professora, este uso se destaca no contexto educacional brasileiro uma vez que “o livro, além de conter o conteúdo de forma organizada e praticamente completa, possui também algumas sugestões pedagógicas, que auxiliam os docentes, tornando-se um aliado fiel” (MILITZ, 2016, p. 16).

Adiante no estudo sobre o livro didático, vemos destaque ao recorte que nos que “ao lado da lousa, uma mesa repleta de livros didáticos de matemática abertos em páginas com gráficos e problemas” (EF08), este traz consigo uma relevância maior ao conteúdo apresentado no livro, embora de modo bastante abrangente. Este ponto faz emergir uma importância para as imagens presentes nos materiais didáticos de modo que estas sejam coerentes e eficazes na construção do conhecimento a ser estudado. Tal ponto é apresentado por Boston (2014, p. 43) ao afirmar que “as **ilustrações e imagens** também merecem destaque, para

os professores elas são de grande importância para o entendimento dos conteúdos mais abstratos e também permitem ao aluno uma melhor visualização e comparação de sua realidade”.

Frente a importância que o livro didático assume no papel educacional é notório que “com o passar dos anos, o livro didático ganhou mais importância na cultura escolar brasileira passando a desempenhar, também, um papel de mediação na construção do conhecimento” (MILITZ, 2016, p. 16). Desse modo, a escolha do livro didático passa a ser igualmente importante, pois este deve ser claro e livre de conceitos errôneos, assim passe a ter um olhar especial ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que no contexto brasileiro é o responsável pelo fornecimento e escolha destes livros. Doravante este apresenta algumas falhas, embora esteja sempre em evolução, ainda existem pontos que precisam ser repensados, como apresentados na pesquisa de Boston (, p. 72) “quanto à evolução dos critérios analisados, percebemos, muitas vezes, não haver consonância entre o analisado pelo Programa com o que os professores buscam numa obra”.

Mesmo com algumas notações, como as supracitadas, que fogem do conceito de uma sala de aula tradicional, elementos que remetem a essa estrutura estão presentes abundantemente, como é o caso do quadro-branco ou quadro-negro, que são citados em todas as descrições.

A hipótese é de que o banco de dados do Chat GPT é, em grande parte, alimentado por esse conceito de sala de aula tradicional. Um indício que remete a tal hipótese é a grande quantidade de citações sobre lápis e caderno, um material didático comum no contexto escolar da aula tradicional. Um exemplo é o trecho “O professor, com um semblante de incentivo, está de pé ao lado do quadro-negro, explicando passo a passo a solução do problema. Livros didáticos e cadernos abertos estão espalhados pelas mesas, com fórmulas e gráficos rabiscados como evidências do trabalho árduo dos alunos.” (EM09). Por outro lado, materiais didáticos que vão na contramão da aula tradicional, como é o caso do jogo didático, não aparecem nas enunciações. Esse exemplo surge, pois o jogo didático não é algo novo no contexto escolar e sua utilização colabora para o desenvolvimento de habilidades importantes para o ensino de matemática (SMOLE *et al.* 2007).

## CONCLUSÕES

Diante do presente estudo o Chat GPT se mostra como uma ferramenta interessante na obtenção de dados de uma forma ampla uma vez que se pode compreender o que sua base de dados lhe permite generalizar e aprender. Porém é preciso também possuir um olhar crítico sobre como estes dados podem influenciar em sua tomada de decisão ao ponto de imbuir suas respostas com os vieses presentes nestes dados.

Levando tais pontos em consideração, podemos compreender que os dados apresentados por ele tiveram uma tendência de representar o papel dos professores, em sua maioria, como sendo ocupados por homens, com exceção do Ensino Fundamental. Este ponto em específico revela a importância de buscar maior representatividade na visão popular, embora esta seja predominante no ambiente escolar não apresenta a mesma realidade na observação das respostas apresentadas.

Já em se tratando das questões relacionadas à sala de aula, vemos recorrentemente a presença de elementos didáticos, o que é uma visão positiva do ambiente escolar no rumo da utilização de diferentes metodologias e estratégias para propiciar um ambiente adequado ao ensino e aprendizagem dos conteúdos. Para além é possível observar uma nítida importância de aspectos subjetivos sobre a visão escolar, sendo muitas vezes relatados como acolhedor ou focado, revelando uma visão mais humana do contexto, o que pode ser um reflexo dessa ideia presentes nos documentos utilizados por ele para compreender a escrita humana.

Frente tais resultados observados o Chat GPT se mostra uma importante ferramenta na elaboração de uma pesquisa que considera como alvo uma grande quantidade de informações por ele avaliadas para a elaboração de seu modelo de escrita, porém compreende-se que apresenta algumas limitações frente a falta de transparência nesses dados. Adiante o uso de IA em um sentido mais amplo pode ser uma forte aliada a estudos que possam verificar ideias presentes no imaginário coletivos de trabalhos e pesquisas, assim se mostrando uma ideia prospera criar

modelos de inteligência que possuam por base de aprendizagem textos acadêmicos para que se possa avaliar a presença de certos vieses.

## REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BOSTON, J. de M. **O PROCESSO DE ESCOLHA DO LIVRO DIDÁTICO POR PROFESSORES: A EVOLUÇÃO DO PNLD E SEUS EFEITOS NO ENSINO DE CIÊNCIAS**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) - Universidade Federal de Santa Maria, RS, 2014.

CHISM, N. V. N. Challenging traditional assumptions and rethinking learning spaces. In: OBLINGER, D. G. (Org.). **Learning spaces**. Educause, 2006.

GOMES, V. P. **REVISITANDO O TESTE DE TURING: análises e consequências**. 2023. Tese (Doutorado em Filosofia) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, RN, 2023.

HIRATA, G., ARAUJO, J. B., MEREB, T. de M. Professores: quem são, onde trabalham, quanto ganham. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, v. 27, n. 102, p. 179-203, 2019.

SMOLE, K. S., DINIZ, M. I., CÂNDIDO, P. **Jogos de matemática de 1º a 5º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SMOLE, K. S., DINIZ, M. I. **Materiais Manipulativos para o Ensino de Sólidos Geométricos-Vol. 5: Coleção Mathemoteca**. Porto Alegre: Penso Editora, 2016.

LUNA, L. C. de, CARVALHO, L. M. T. L. de. “Resolva de cabeça e confira na calculadora”: análise de atividades em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 16, p. 1-21, 2021.

MILITZ, M. I. **ANÁLISE DO CONTEÚDO DE GEOMETRIA ESPACIAL EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO: UMA ATIVIDADE NO ÂMBITO DA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, RS, 2016.

MOLINERO, A. de Q. P., JORGE, E. M. de F. SALES, K. M. B., BARRETO, E. B. de S., CARDOSO, H. S. P., SANTOS, L. B. Diretrizes para o planejamento de um ambiente de aprendizagem neuroarqeducativo. **Contribuciones a las Ciencias Sociales**, v. 16, n. 8, p. 12040-12052, 2023.

MENDES, M. **Introdução do Laptop em Sala de Aula: Índícios de Mudança na Organização e Gestão de Aula**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, 2008.

MORAIS, R. de. **Sala de aula. Que espaço é esse?** Campinas: Papirus, 2014.

OPEN AI. **Terms of use**. São Francisco, California: OPEN AI, 2024. Disponível em: <https://openai.com/policies/terms-of-use/>. Acesso em: 28 de julho 2024.

ROSA, T. C. de P., FREITAS, R. C. de O. As contribuições do uso de lápis e papel para o ensino-aprendizagem de geometria no ensino médio. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 12, p. 1-15, 2022.

# PROBLEM-BASED LEARNING NO ENSINO DE FÍSICA: UMA ANÁLISE DE IMPLEMENTAÇÃO NO ENSINO SUPERIOR

Muryel Pyetro Vidmar  
Bruno Prates da Silva

## INTRODUÇÃO

As mudanças sociais e culturais, bem como a vasta quantidade de informações e sua veloz disseminação, demandam de um novo perfil de estudantes (RIBEIRO, 2008; COELHO, 2018). Por consequência, há necessidade na alteração dos métodos de ensino utilizados, uma vez que há um consenso (RIBEIRO, 2008) de que a aula tradicional – hegemonicamente presente no Ensino Superior (RIBEIRO; PIGOSSO; PASTORIO, 2019) –, baseada num modelo de transmissão de conteúdos do professor para o estudante (FREIRE, 1987), não supre essas necessidades.

Naturalmente, não há uma resposta fácil ou única para essa questão. Dentre as possibilidades que vão ao encontro desse problema estão as metodologias ativas de ensino, que conferem ao estudante a responsabilidade pela construção de seus conhecimentos, enquanto o professor, como um tutor, deve auxiliá-los nesse processo (COELHO, 2018). Dentre as metodologias ativas, em especial, encontra-se a *Problem-Based Learning* (PBL), que, com bases construtivistas e cognitivistas, objetiva o desenvolvimento de habilidades conceituais, procedimentais e atitudinais nos estudantes (SILVA; VIDMAR; PASTORIO, 2024).

Uma metodologia não precisa ser desenvolvida estritamente de acordo com sua formulação original (RIBEIRO et al., 2022); dessa forma, é compreensível que possam ocorrer modificações em uma metodologia como a PBL, principalmente com base no contexto em que é implementada. Nessa perspectiva, realizamos uma autoanálise da implementação de um conjunto de Atividades Didáticas (AD) de Física, através das perspectivas atuais da metodologia PBL nas subáreas de Ensino de Física e Educação em Ciências.

Assim, o objetivo central desta pesquisa consiste em analisar em que medida as AD de Física implementadas se aproximam das características fundamentais da metodologia PBL propostas por Barrows (1996). Em relação aos objetivos específicos, elencamos: I) Descrever a construção de uma matriz de análise da metodologia PBL (MA-PBL) e II) Discutir a utilização da MA-PBL na análise de implementações da PBL.

## **PROBLEM-BASED LEARNING**

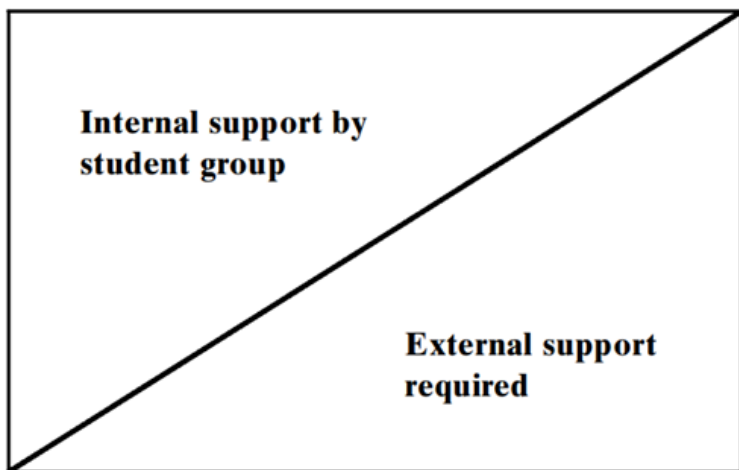
A PBL é uma metodologia estruturadora de currículos desenvolvida e implementada pela *McMaster University Faculty of Health Science*. Contudo, sua origem é confusa, surgindo através de uma diversidade de ideias cujos princípios eram difíceis de serem definidos, como apontado pela pesquisadora Virgínia Servant (2016) que, em sua tese de doutorado, busca descrever o desenvolvimento histórico-intelectual da PBL.

Embora a origem da metodologia seja difusa, existem semelhanças entre os trabalhos desenvolvidos. Em geral, a PBL é caracterizada essencialmente pela utilização de problemas, de modo a iniciar, direcionar, motivar e focar a aprendizagem, em que os estudantes devem trabalhar em pequenos grupos para solucioná-los (RIBEIRO, 2008). Desse modo, o aspecto central da metodologia, conforme proposto por Barrows e Tamblyn (1980), é de que a aprendizagem ocorre através da resolução de problemas.

A PBL, em síntese, é iniciada com a apresentação aos estudantes de um problema – em alguns casos situação-problema ou ainda cenário problema –, onde eles, em pequenos grupos, formulam questões de investigação a fim de resolver o problema apresentado (VASCONCELOS; AMADO, 2022). Desse modo, distingue-se do supracitado ensino tradicional, no qual o processo de ensino-aprendizagem inicia-se com a exposição dos conteúdos de Física pelo docente. Portanto, é necessária a adequação dos hábitos de ensino-aprendizagem tanto do professor quanto dos estudantes, pois os últimos passam a ser os iniciadores de sua aprendizagem, os questionadores e os solucionadores dos problemas (HUNG; JONASSEN; LIU, 2008).

Na PBL, as funções do professor e dos estudantes são ressignificadas; isto é, o professor desempenha a função de tutor dos estudantes, que participam ativamente da construção de seus conhecimentos (BARROS, 2020). Por conta dessa mudança, existe a necessidade de suportes para os estudantes; assim, Davis e Harden (1999), elencam dois tipos de suporte possíveis para a PBL: o suporte interno, relacionado ao apoio fornecido internamente pelo próprio grupo dos estudantes; e o suporte externo, que inclui desde a atuação do tutor até a utilização de materiais de apoio que orientem os estudantes na resolução do problema. Nesse sentido, quanto maior o suporte interno, menor a necessidade do suporte externo, como demonstra a Figura 1.

Figura 1 – Curva de apoio na PBL.



Fonte: (DAVIS; HARDEN, 1999, p. 137).

A PBL possui diferentes formatos de implementação. Dentre eles, estão a PBL como estruturadora do currículo (Original ou Pura), como disciplinas de suporte isoladas (Híbrido), apenas em disciplinas isoladas subordinadas ao núcleo curricular (Parcial) e o formato Pontual (ou *post-holing*), em que a PBL é utilizada apenas em intervenções específicas de uma ou mais disciplinas.

A primeira formalização abrangente sobre a PBL e o currículo de McMaster remete ao livro *“Problem-Based Learning, An Approach to Medical*

*Education*”, de autoria de Howard S. Barrows e sua assistente Robyn Tamblyn, em 1980. É através deste que ocorre a atribuição da autoria da metodologia PBL a Barrows, embora o mesmo não estivesse envolvido na criação do currículo de *McMaster* (SERVANT, 2016). Contudo, sua herança teórica na estruturação e seu papel na disseminação e auxílio na construção de outros currículos PBL justificam a escolha de sua perspectiva para nosso trabalho.

Frente à popularização da PBL e suas conseqüentes modificações, Barrows (1996) propõe um modelo de referência para que a metodologia não seja descaracterizada. Para isso, o autor elenca seis características fundamentais da PBL: (i) a aprendizagem é centrada no estudante; (ii) a aprendizagem ocorre em pequenos grupos; (iii) os professores são facilitadores ou guias; (iv) os problemas formam o foco da organização e o estímulo da aprendizagem; (v) os problemas são um veículo para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas clínicos<sup>27</sup>; e (vi) as novas informações são adquiridas através da aprendizagem autodirigida (BARROWS, 1996). São essas características que balizam nossa análise e consubstanciam nossa matriz, a qual será discutida a seguir.

## A MATRIZ DESENVOLVIDA

Objetivamos a construção de uma matriz que possibilite tanto a avaliação quanto a orientação de implementações PBL. Além disso, deve possuir a flexibilidade necessária para a análise das transposições e modificações sobre as quais o trabalho analisado está submetido. Para isso, utilizamos como base, além dos pressupostos de Barrows, os trabalhos desenvolvidos no período de 2012 até 2022 nas subáreas de Ensino de Física e Educação em Ciências, identificados através da realização de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL).

Iniciamos pela seleção dos periódicos, delimitando aos classificados com Qualis Capes A1 e A2 (quadriênio 2013-2016) de acordo com a Plataforma Sucupira, pois englobam os periódicos mais bem avaliados.

<sup>27</sup> As características propostas por Barrows são relacionadas ao âmbito de escolas médicas. Como nossa análise está no âmbito das ciências naturais, adequamos o quinto critério para “[...] habilidades de resolução de problemas”, não limitando a problemas clínicos e englobando seu significado anterior.

Em relação à área de avaliação, centramos a pesquisa na grande área Ensino, especificamente em periódicos cuja título fizesse menção explícita aos termos “Ensino de Física” e “Educação em Ciências”. Assim, chegamos a 37 periódicos.

Para a pesquisa dos artigos, além da delimitação temporal supracitada, elencamos os seguintes descritores: (i) “*Problem-Based Learning*”, termo original em inglês; (ii) “*Problem Based Learning*”, variação encontrada em inglês; (iii) “PBL”, sigla em inglês; (iv) “*Aprendizaje Basado en Problemas*”, sua tradução em espanhol; (v) “Aprendizagem Baseada em Problemas”, sua tradução em português; e (vi) “ABP”, sigla tanto em português quanto em espanhol. Utilizamos desses descritores nos campos de busca dos *sites* dos periódicos; contudo, o site da “*Revista de la Educacion de las Ciencias*” não foi encontrado, reduzindo o número de periódicos analisados para 36.

As buscas resultaram em um total de 463 artigos. Todavia, muitos deles exigiam algum tipo de pagamento para acessá-los, inviabilizando nossa pesquisa. Além disso, diversos artigos encontrados não tratavam da PBL como foco do artigo; portanto, implementamos três filtros que discutiremos a seguir.

O primeiro filtro consiste em restringir nossa análise para artigos de acesso aberto. Isso se deve ao fato de, além de não dispormos de recursos para o acesso legal dos demais artigos, entendermos que os artigos abertos facilitam a reprodução dos resultados de pesquisa, a transparência metodológica, o acesso global aos resultados de investigação e a economia de recursos, garantindo e acelerando o progresso científico (CABALLERO-RIVERO; SÁNCHEZ-TARRAGÓ; SANTOS, 2019). A aplicação deste filtro resultou em 154 artigos.

O segundo filtro consiste em limitar aos artigos que, de fato, tratam da metodologia PBL. Isso porque, por exemplo, alguns artigos encontrados poderiam incluir a *Project-Based Learning*, ou outra metodologia ativa, que não é o foco desta pesquisa. Para isso, foi realizada a leitura do título, resumo e palavras-chave. Após a aplicação deste filtro, reduzimos o número de nossa análise para 49 artigos.

O último filtro refere-se ao artigo tratar de uma implementação da PBL. Destacamos que esse filtro se relaciona com o objetivo geral; como supracitado, devemos considerar como a PBL têm sido implementada no Ensino de Física e/ou Educação em Ciências. Para isso, realizamos a leitura completa dos artigos. Após a aplicação deste último filtro, temos um total de 26 textos para análise.

Com os artigos selecionados, partimos para sua análise. Para isso, utilizamos das seis características propostas por Barrows (1996) discutidas na seção anterior. Nessa análise, consideramos apenas os trechos dos artigos que discutiam sua implementação, não englobando seu referencial teórico, uma vez que as ações relatadas podem ser opostas às apresentadas em seu referencial teórico. Assim, identificamos quais características da PBL (BARROWS, 1996) os artigos contemplavam. Para isso, a análise ocorreu com base nos critérios explicitados no Quadro 1.

Quadro 1 – Critérios de análise dos artigos.

| <b>Característica</b>                                                                            | <b>Critérios analisados</b>                                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (i) A aprendizagem é centrada no estudante.                                                      | É identificada a autonomia, a participação ativa, a personalização das atividades, a construção do conhecimento, a reflexão, a metacognição, e/ou o foco no desenvolvimento de habilidades. |
| (ii) A aprendizagem ocorre em pequenos grupos.                                                   | Os problemas são resolvidos em grupos de até nove estudantes.                                                                                                                               |
| (iii) Os professores são facilitadores ou guias.                                                 | O papel do professor é o de tutor, orientador, mediador, motivador e/ou flexível.                                                                                                           |
| (iv) Os problemas formam o foco da organização e o estímulo da aprendizagem.                     | Os problemas são o aspecto central das atividades desenvolvidas e servem como motivadores para a aprendizagem. Utiliza-se de problemas reais.                                               |
| (v) Os problemas são um veículo para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas. | O principal objetivo identificado com a utilização da PBL é o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas.                                                                     |

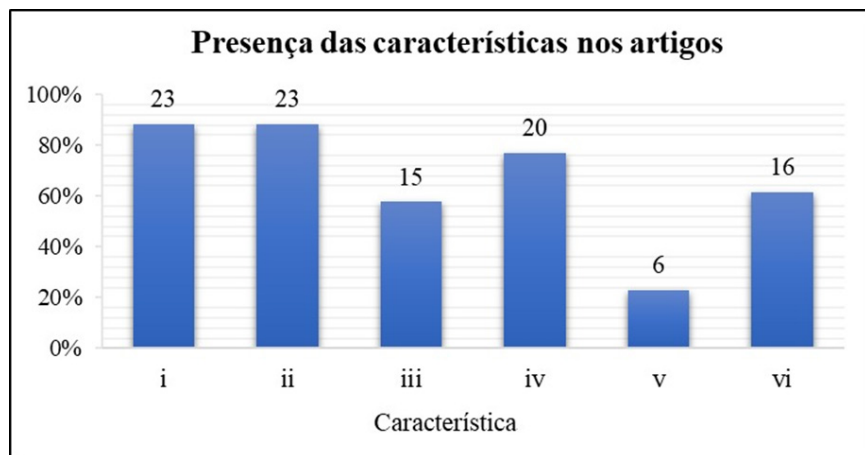
| <b>Característica</b>                                                          | <b>Critérios analisados</b>                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (vi) As novas informações são adquiridas através da aprendizagem autodirigida. | Os recursos e fontes utilizadas provêm da iniciativa dos estudantes. Há indicadores de aprendizagem autônoma ou autoaprendizagem. |

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores.

Realizamos a leitura dos 26 artigos, destacando com cores os trechos referentes às características propostas por Barrows (1996). Identificamos que as características (ii) e (v) são explícitas; portanto, a simples leitura é suficiente para verificar se os critérios são acatados. Por outro lado, as características (i) e (iv) requerem uma análise mais detalhada, crítica e subjetiva, necessitando realizar interpretações e inferências a partir dos critérios estabelecidos.

Ainda, com relação as características (iii) e (vi), destacamos que podem ser identificadas de forma explícita nos artigos, principalmente se considerarmos a análise de seus referenciais teóricos. Contudo, realizando uma análise mais detalhada, pode-se identificar e/ou interpretar relatos de situações em que as ações desenvolvidas antagonizam as características da PBL. Com essas considerações, sintetizamos a presença das características da PBL propostas por Barrows (1996) nos 26 artigos analisados através da Figura 2.

Figura 2 – Resultados identificados nos artigos analisados por característica da PBL



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores.

O gráfico da Figura 2 demonstra que as características (i) e (ii) são as mais presentes, ausentando-se em apenas dois dos artigos analisados. Esse é um resultado esperado, uma vez que a centralidade do estudante (i) é essencial para qualquer metodologia ativa (DIESEL; BALDEZ; MARTINS, 2017), colocando-os em uma posição central do processo, em contraponto à posição de expectador do ensino tradicional (RIBEIRO *et al.*, 2022). Além disso, a implementação da PBL em pequenos grupos de estudantes (ii) é uma característica típica da metodologia (HUNG; JONASSEN; LIU, 2008), que proporciona a investigação reflexiva, produtiva e participativa (SOUZA; DOURADO, 2015). Portanto, atribuímos a essas características, com presença superior a 80% nos artigos analisados, o valor de 3 pontos.

A próxima característica, em termos de maior presença nos artigos analisados, está relacionada à centralidade dos problemas na implementação PBL (iv). Esse resultado é interessante, pois demonstra que a PBL vem sendo utilizada como uma metodologia de apoio, na qual ela, em si, não é o foco ou a motivação da implementação. Por outro lado, em relação à aprendizagem autodirigida (vi), esperávamos uma presença maior nos artigos analisados, uma vez que está atrelada à centralidade dos estudantes e seu desenvolvimento constitui-se como um dos objetivos da PBL (RIBEIRO, 2008). Dentre as justificativas para

essa ausência (ou oposição) da característica nos artigos, destacamos trabalhos nos quais os professores forneciam fontes de pesquisas aos estudantes ou restringiam os recursos para a resolução dos problemas. Portanto, atribuímos a essas características, com presença entre 60% e 80% nos artigos analisados, o valor de 2 pontos.

Em seguida, temos a característica referente ao papel do professor (iii), em que, na PBL, consiste em fazer aos estudantes as questões que eles deveriam fazer a si mesmos (BARROWS, 1996). A oposição a essa característica ocorre quando o professor assume uma posição mais diretiva, fornecendo informações, indicando ações ou até realizando conclusões que deveriam ser feitas pelos estudantes. Por fim, a característica que diz respeito aos objetivos educacionais (v), foi a com menor presença nos artigos analisados. Esse é um resultado esperado, uma vez que a implementação da PBL com outros objetivos demonstra a exploração de novas possibilidades da metodologia, sob diferentes perspectivas epistemológicas. Assim, para as características com presença inferior a 60% nos artigos analisados, atribuímos o valor de 1 ponto. Dessa forma, sintetizamos os valores atribuídos para cada característica analisada através do Quadro 2.

Quadro 2 – Valores atribuídos para cada característica da PBL de Barrows (1996).

| <b>Caraterística</b>   | (i) | (ii) | (iii) | (iv) | (v) | (vi) |
|------------------------|-----|------|-------|------|-----|------|
| <b>Valor atribuído</b> | 3   | 3    | 1     | 2    | 1   | 2    |

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores.

A MA-PBL construída baseia-se na utilização dos critérios de análise do Quadro 1 em conjunto com os valores atribuídos a cada característica do Quadro 2. Com ela, analisamos a implementação desenvolvida na dissertação de mestrado (SILVA, 2024), bem como a discutimos a seguir.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

A implementação das AD de Física ocorreu em uma turma de graduação de Engenharia, totalizando 18 horas-aula, divididas em duas sessões semanais de duas horas cada. A execução das quatro AD ocor-

reu na parte teórica da disciplina de Física Geral e Experimental I, com carga horária total de 75 horas. Essa é uma disciplina de primeiro semestre, com o programa sendo comum às Engenharias. Participaram das atividades um total de 20 estudantes. Destacamos que os sujeitos envolvidos concordaram e autorizaram, voluntariamente, a utilização dos dados coletados na pesquisa desenvolvida, assinando previamente um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE<sup>28</sup>).

A AD desenvolvida utilizou de uma estrutura própria de cinco passos: 1) Estabelecimento do problema; 2) Elaboração de planos e estratégias de solução; 3) Implementação das estratégias; 4) Discussão dos grupos; 5) Apresentação da solução. Na primeira etapa, os tutores apresentaram os problemas aos estudantes. Na segunda etapa, os estudantes se reuniam em grupos e desenvolveram estratégias para resolver o problema, identificando quais conhecimentos já foram adquiridos e quais precisam ser mais aprofundados. Na terceira etapa, realizada no período extraclasse, os estudantes buscavam fontes, informações e recursos que possibilitem a resolução do problema. Já na quarta etapa, em sala de aula, os estudantes, reunidos em seus respectivos grupos, deveriam propor uma solução para o problema. Por fim, na última etapa, cada grupo compartilhava com os demais a solução do problema através de uma apresentação.

Na análise aqui desenvolvida, objetivamos tecer uma autocrítica da implementação das AD de Física desenvolvidas durante a docência orientada e a pesquisa de mestrado. Para isso, analisamos os relatos apresentados por Silva (2024), utilizando a ferramenta MA-PBL. Essa ferramenta possibilita a comparação de implementações da PBL em seu formato Pontual – como é o caso – com as características propostas por Barrows (1996), avaliando e categorizando a implementação de acordo com seu nível de aproximação metodológica. A seguir, apresentamos as discussões acerca de cada característica da PBL e de que forma elas estiveram ou não presentes nas AD de Física desenvolvidas.

A característica (i) se refere à centralidade dos estudantes nas atividades. Entendemos que ela foi contemplada nas AD, uma vez que as atividades demandaram a participação ativa dos estudantes na resolução

---

<sup>28</sup> O TCLE pode ser acessado em: <https://drive.google.com/file/d/1TAN3EC07FIFXOnMsWNUdNO61xoluZCAo/view?usp=sharing>.

dos problemas. Além disso, os diferentes grupos adotaram diversos caminhos de resolução que, em conjunto aos momentos de pesquisas extraclasse, ressaltam a autonomia e o protagonismo proporcionado aos grupos. Destacamos ainda os momentos referentes à quinta etapa das atividades, que consiste na apresentação e discussão coletiva das distintas resoluções dos grupos, possibilitando que todos os grupos compartilhem suas perspectivas e caminhos de resolução adotados.

Sobre a característica (ii), essa também foi contemplada pois, como relatado por Silva (2024), as atividades contaram com a participação de 20 estudantes divididos em 3 ou 4 grupos. Portanto, os grupos formados contaram com cerca de cinco estudantes cada, conforme proposto por Barrows (1996). Além disso, como discutido por Silva (2024), em cada AD, os grupos tiveram uma diferente combinação de integrantes, proporcionando aos estudantes aprenderem a trabalhar com uma variedade de pessoas (BARROWS, 1996; BORGES *et al.*, 2014). Em especial, em relação ao trabalho em grupo, a maior parte dos estudantes concorda que foi de grande valia, conforme destacam em suas respostas ao questionário aplicado (SILVA, 2024).

A característica (iii) corresponde à atuação do professor como um tutor, onde o mesmo deve orientar e motivar os estudantes. Embora na AD1 e na AD3 tenha ocorrido uma breve apresentação dos conceitos e leis da Física pertinentes para a resolução dos problemas, não acreditamos que isso tenha descredibilizado a função dos professores como tutores. Isso porque nenhum tipo de informação, fonte ou recurso foi disponibilizado ou limitado para a utilização durante a resolução do problema, tampouco foram julgadas as ações ou respostas dos estudantes (BARROWS, 1988). Portanto, mesmo utilizando de uma breve apresentação de conteúdos de Física que antecederam os problemas, durante a resolução dos mesmos não ocorreram situações diretivas, fornecendo informações ou indicando ações aos estudantes. Essa afirmação é reforçada através das respostas ao questionário (SILVA, 2024), no qual, na questão 2, os estudantes concordam que, durante as etapas das atividades, os tutores prestavam auxílio aos estudantes orientando-os para a resolução dos problemas (SILVA, 2024). Assim, entendemos que essa característica pode ser considerada como contemplada, como descrita em nossa implementação.

A característica (iv) se refere aos problemas formarem o foco das atividades desenvolvidas e serem o estímulo para a aprendizagem. Entendemos que a mesma foi contemplada em nossa implementação, já que todas as AD são estruturadas através de problemas. Mais que isso, os problemas são os casos<sup>29</sup>, que contém implicitamente os mini casos e os temas em si. Portanto, essa característica não apenas se faz presente, mas é a base que estrutura o *design* estrutural integrador PBL-TFC em que as AD são baseadas.

Já a característica (v) diz respeito ao objetivo educacional com o qual a PBL é utilizada. Conforme Barrows (1996), na PBL os problemas são um veículo para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas. Contudo, nesta implementação, os problemas são utilizados para o desenvolvimento da flexibilidade cognitiva, no âmbito da Teoria da Flexibilidade Cognitiva (TFC). Embora entendamos que a flexibilidade cognitiva é uma habilidade essencial para a resolução de problemas, não é limitada a tal; portanto, não consideramos que essa característica foi contemplada em nossa implementação.

Por fim, a característica (vi) determina que o aprendizado deve ser adquirido através da pesquisa ou estudo do próprio estudante, que define o que é importante (BARROWS; TAMBLYN, 1980); ou seja, se refere aos momentos de aprendizagem autodirigida. Essa característica é contemplada em nossa implementação, já que momentos de aprendizagem autodirigida estão presentes na própria estrutura geral das AD que desenvolvemos; especificamente na etapa de implementação das estratégias, na qual os estudantes realizam suas buscas em diferentes mídias para auxiliar no processo de compreensão dos temas de análise conceitual requeridos, durante o período extraclasse. Além disso, as respostas ao questionário demonstram que os estudantes reconhecem que ocorreram momentos de autoaprendizagem durante a realização das AD de Física (SILVA, 2024).

Para a autoanálise, propomos uma escala com quatro níveis de modificações metodológicas possíveis. Assim, classificamos quantitativamente em que medida cada artigo se aproxima da PBL descrita por Barrows (1996).

---

<sup>29</sup> Referentes à estrutura da Teoria da Flexibilidade Cognitiva (TFC), utilizada como referencial teórico na dissertação (SILVA, 2024).

Ao mais alto nível, fornecemos o nome de Transposição, o qual implica que o trabalho analisado contemplou todas as características da PBL propostas por Barrows (1996), caracterizando a alteração metodológica como sendo uma transposição entre áreas do conhecimento. Os trabalhos nesse nível obtêm uma soma de pontuações nos resultados da MA-PBL de 12 pontos.

O segundo nível de modificação metodológica compreende os trabalhos em que identificamos serem contempladas todas as características de valor hierárquico três. Portanto, fornecemos a esse nível a designação de Expansão, pois autores de trabalhos com essas modificações indicam novas potencialidades, recursos ou objetivos a serem alcançados com a metodologia. Em relação à MA-PBL, isso significa que o artigo obteve 10 a 11 pontos, sendo possível que o artigo não contemplasse qualquer característica de valor hierárquico dois (iv e vi) ou até todas as características de valor hierárquico um (iii e v).

Por fim, trabalhos que atinjam apenas sete pontos na MA-PBL2, ou abaixo disso, podem ser classificados como Descaracterização metodológica. Isso indica que a implementação possui uma aproximação igual ou inferior a 60% da PBL proposta por Barrows (1996); portanto, torna-se difícil afirmar que se trata da mesma perspectiva metodológica.

Dessa forma, percebe-se que a implementação de Silva (2024) atingiu 11 pontos, caracterizando-a como uma Expansão. Portanto, a partir dessa análise, o trabalho descrito na dissertação (SILVA, 2024) apresenta uma expansão da metodologia, indicando novas potencialidades e objetivos a serem alcançados utilizando-se da PBL. Em especial, destacamos seu objetivo principal, a potencialidade para o desenvolvimento da flexibilidade cognitiva dos estudantes através da implementação de AD de Física estruturadas com base da PBL e pautadas na TFC, considerando o *design* proposto.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa apresenta o desenvolvimento de uma matriz de análise PBL a partir das características propostas por Barrows (1996), amparada pelas implementações da PBL publicadas em periódicos do mais alto Qualis nas subáreas de Ensino de Física e Educação em

Ciências. Através dela, desenvolvemos uma análise das implementações das AD de Física de Silva (2024), em sua dissertação de mestrado. Com isso, concluímos que essas implementações, embora com modificações, não descaracterizam a metodologia PBL. Pelo contrário, utiliza-se da PBL, em conjunto com uma teoria de aprendizagem, para o desenvolvimento da flexibilidade cognitiva; portanto, sendo categorizada como uma adaptação do tipo Expansão.

Entendemos também que a MA-PBL pode ainda auxiliar na transição de um modelo de ensino tradicional para a PBL, proporcionando um espectro adaptativo. Assim, o professor pode, inicialmente, realizar uma atividade buscando contemplar apenas os pontos centrais da PBL (características de valor 3), fornecendo maior apoio externo (DAVIS; HARDEN, 1999) e, gradualmente, com o decorrer das atividades, contemplar outras características, de acordo com seu valor atribuído. Portanto, essa matriz também possibilita auxiliar na transição de implementações Pontuais para implementações mais próximas da PBL curricular.

Por fim, destacamos que, além da análise, a matriz desenvolvida possibilita um caminho para a orientação na construção de futuras implementações. Isso porque fornece indícios das modificações metodológicas possíveis, sem que ocorra a descaracterização da PBL. Nesse sentido, nossa pesquisa destaca a flexibilidade metodológica e a autonomia de professores e pesquisadores, respaldados nas implementações recentes da área.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES)- Código de 001.

## REFERÊNCIAS

BARROS, B. A. **Aprendizagem Baseada em Problemas:** um roteiro para o ensino de Termodinâmica na educação básica. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba, 2020.

BARROWS, H. S. Problem-Based Learning in Medicine and Beyond: A Brief Overview. **New directions for teaching and learning**, v. 1996, n. 68, p. 3–12, 1996. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/tl.37219966804>>. Acesso em: 23 jul. 2024.

BARROWS, H. S. **The tutorial process**. Springfield: Southern Illinois School of Medicine, 1988.

BARROWS, H. S.; TAMBLYN, R. M. **Problem-Based Learning: An Approach to Medical Education**. New York: Springer Publishing Company, ed.1, 1980.

BORGES, M. C.; CHACHÁ, S. G. F.; QUINTANA, S. M.; FREITAS, L. C. C.; RODRIGUES, M. L. V. Aprendizado baseado em problemas. **Medicina (Ribeirão Preto)**, [S. l.], v. 47, n. 3, p. 301-307, 2014.

CABALLERO-RIVERO, A.; SÁNCHEZ-TARRAGÓ, N.; SANTOS, R. N. M. dos. Práticas de Ciência Aberta da comunidade acadêmica brasileira: estudo a partir da produção científica. **Transinformação [Internet]**. v. 31, e190029, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/2318-0889201931e190029>>. Acesso em: 26 jul. 2024.

COELHO, M. N. Uma comparação entre team-based learning e peer-instruction em turmas de física do ensino médio. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, v. 4, n. 10, 2018.

DAVIS, M. H.; HARDEN, R. M. AMEE Medical Education Guide No. 15: Problem-based learning: a practical guide. **Medical Teacher**, v. 21, n. 2, p. 130-140, 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/01421599979743>>. Acesso em: 23 jul. 2024.

DIESEL, A.; BALDEZ, A. L. S.; MARTINS, S. N. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. **Revista Thema**, Lajeado, v. 14, n. 1, 2017. Disponível em: <<https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/404>>. Acesso em: 27 jul. 2024.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

HUNG W.; JONASSEN, D. H.; LIU, R. Problem-Based Learning. In: SPECTOR et al. **Handbook of Research on Educational Communications and Technology**. Abingdon: Routledge, 2008. p. 485-506.

RIBEIRO, B. S.; PIGOSSO, L. T.; PASTORIO, D. P. Implementação de metodologias ativas de ensino em uma turma de física básica: um estudo de caso. **Revista De Enseñanza De La Física**, v. 31, n. 2, p. 31-45, 2019.

RIBEIRO, B. S.; SOUZA, L. A. V. D.; LAPA, I. H.; PIRES, F. S. T. L.; PASTORIO, D. P. Just-in-Time Teaching para o Ensino de Física e Ciências: uma Revisão Sistemática da Literatura. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 44, e20220075, 2022. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/rbef/a/PMqPRJV3KsqSBBHQRX74GPr/>>. Acesso em: 23 jul. 2024.

RIBEIRO, L. R. C. **Aprendizagem baseada em problemas (PBL): uma experiência no ensino superior**. São Carlos: EdUFSCar, 2008.

SERVANT, V. F. C. **Revolutions and Re-iterations: An Intellectual History of Problem-based Learning**. 2016. Tese (Doutorado) - Erasmus Universiteit Rotterdam, Netherlands, 2016.

SILVA, B. P. **Problem-Based Learning para o desenvolvimento da flexibilidade cognitiva no Ensino de Física**. 2024. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, campus Santa Maria, Santa Maria, 2024.

SILVA, B. P.; VIDMAR, M. P.; PASTORIO, D. P. *Problem-Based Learning* como estratégia metodológica para o desenvolvimento da Flexibilidade Cognitiva no Ensino de Física.

**Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 46, e20230317, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2023-0317>>. Acesso em: 23 jul. 2024.

SOUZA, S. C. DE; DOURADO, L. Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP): um método de aprendizagem inovador para o ensino educativo. **HOLOS**, v. 5, p. 182–200, 2015. Disponível em: <<https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/2880>>. Acesso em: 27 jul. 2024.

VASCONCELOS, V. I. R.; AMADO, M. V. Aprendizagem baseada na resolução de problemas no ensino fundamental: validação de um cenário socioambiental. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, v. 11, n. 1, p. 52-65, 2022. Disponível em: <<https://ojs.ifes.edu.br/index.php/saladeaula/article/view/1426>>. Acesso em: 28 jul. 2024.

# UM INSIGHT DE PESQUISA: EM BUSCA DE RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA E ARTE

Carmen Vieira Mathias  
Lucas Gabriel Machado Preuss

## INTRODUÇÃO

O modo como interagimos com algum objeto ou conceito geométrico, seja ele novo ou conhecido, requer não só a utilização de sentidos humanos, mas também habilidades que, por sua vez, podem ser intrínsecas do indivíduo ou adquiridas e aperfeiçoadas ao longo do tempo. A forma como enxergamos o que nos cerca pode ser vislumbrada de diferentes perspectivas, muitas vezes, essa necessidade existe porque é uma forma de nos tornarmos pessoas únicas, capazes de expressar e dialogar com as situações que envolvem não somente conceitos atrelados à Geometria, mas também a tomada de decisões da vida social. Conforme Paula (2020, p. 8):

O desenvolvimento da habilidade de visualização é muito importante para que o processo de ensino e aprendizagem de geometria seja significativo, mas também é preciso criar possibilidades de interação entre os sujeitos envolvidos, aluno-aluno e professor-aluno, dar lugar ao diálogo, à descoberta, pensar no aluno como um ser social marcado por contextos culturais, e proporcionar situações que os levem a pensar e refletir sobre a realidade.

A partir do excerto acima, compreende-se a importância de o professor de Matemática incluir em suas metodologias de ensino situações que permitam aos estudantes exercitarem e descobrir diferentes formas de visualizar um determinado objeto geométrico. Ao realizar esse estímulo, o professor poderá enriquecer o discurso matemático e promover interações em sala de aula, o que poderá aproximar e aprofundar o estudo de conceitos geométricos a partir do objeto. Tais interações podem auxiliar na conexão entre a realidade dentro e fora da escola, permitindo evidenciar suas aplicabilidades, assim como no reconhe-

cimento de propriedades comuns ou divergentes de outros objetos geométricos em diferentes contextos, incluindo os que fazem parte do cotidiano do estudante.

Cada vez mais, temos presenciado atualizações nos documentos norteadores da Educação. A partir deles é possível perceber que a Geometria pode ser articulada com Tecnologias Digitais (TD) e elementos artísticos. Como exemplo, citamos Brasil (2018) que salienta o uso de Softwares de Geometria Dinâmica (SGD) com obras de arte para o estudo de transformações geométricas. Dessa forma, utilizar as TD na Educação Básica pode contribuir no trabalho docente, especialmente os que podem ser vinculados aos softwares de Geometria Dinâmica (GD), pois, conforme Basso e Notare (2015, p. 5):

Em ambientes de GD é possível alcançar um nível elevado de realismo para representar diferentes objetos matemáticos, pois oferecem a possibilidade de manipulação direta de construções geométricas, que permitem visualizar conceitos de geometria a partir do estudo de propriedades invariantes dessas construções enquanto seus componentes são movimentados na tela.

Portanto, a utilização de SGD e o estudo de conceitos geométricos em obras de arte podem contribuir com possibilidades de representação distintas dos elementos geométricos, que por vezes são abordados de forma tradicional no ensino da Geometria. Isso porque podemos criar, reproduzir e construir materiais concretos a partir de tecnologias, estimulando o pensamento geométrico dos estudantes.

A forma como nos apropriamos dos conceitos, especialmente os geométricos, e a maneira de comunicarmos e organizarmos as ideias, por meio de registros escritos, esquemas, imagens mentais, verbais, gestuais, virtuais ou tecnológicos permite que tenhamos representações distintas que podem ser indicadores da compreensão de um determinado conteúdo, para o professor quanto para o estudante. Em decorrência desse processo de refletir sobre as inter-relações que conseguimos estabelecer com algum assunto matemático, é comum rememorarmos nossa trajetória acadêmica, bem como a necessidade de formação continuada. A existência de lacunas durante o processo formativo de alguns professo-

res leva à busca de aperfeiçoamento de suas práticas docentes, é o que sinaliza Santos (2015, p. 22-23):

Em síntese, poder-se-ia destacar dois paradigmas que norteiam a formação continuada de professores: um com a ideia de suprir as lacunas na formação com a oferta de um conjunto de instruções técnicas aos professores, e outro com o entendimento de que é necessário desencadear um processo formativo, a partir, da reflexão sobre a prática, colocando os professores como protagonistas no processo.

A partir dos paradigmas citados no fragmento acima, os autores deste trabalho buscam compartilhar suas experiências enquanto educadores matemáticos, visando à formação de professores de matemática, tanto inicial quanto continuada. Nesse contexto, o presente artigo, recorte de uma dissertação, possui como objetivo descrever, por meio de uma pesquisa bibliográfica, como a utilização de obras de arte pode potencializar o ensino de conceitos geométricos, estabelecendo conexões entre Geometria e Arte.

Entre as razões que levaram ao desenvolvimento desta pesquisa, destaca-se a importância de divulgar informações que permitam compreender, de maneira sistemática, o que já foi feito até o momento. Isso poderá auxiliar os profissionais da Educação Matemática, interessados em pesquisar os temas abordados, a entender os resultados obtidos e a se sentir incentivados a explorar a Geometria sob diferentes perspectivas. A seguir apresentamos a metodologia, que incluiu as etapas e procedimentos adotados, seguidos dos resultados obtidos e algumas considerações finais.

## **METODOLOGIA**

A pesquisa aqui relatada possui abordagem qualitativa e busca interpretar os principais resultados provenientes de um mapeamento realizado no Catálogo de Dissertações e Teses, da Capes. Ela é um fragmento, fruto da dissertação de mestrado do segundo autor e foi realizada no período entre julho e agosto de 2024. Conforme Flick (2009, p. 23):

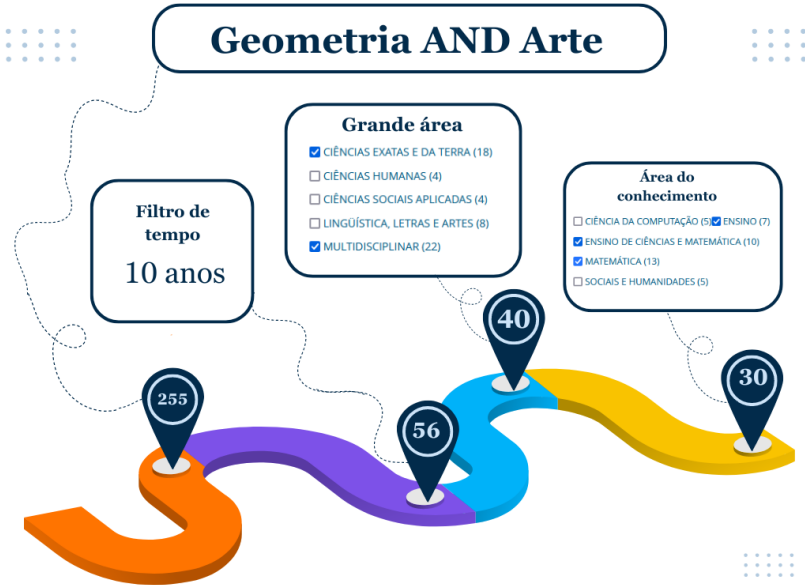
As ideias centrais que orientam a pesquisa qualitativa diferem daquelas da pesquisa quantitativa. Os aspectos essenciais da pesquisa qualitativa, consistem na escolha adequada de métodos e teorias convenientes; no reconhecimento e análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção do conhecimento; e na variedade de abordagens e métodos.

Além do que foi supracitado, o processo de coleta das produções exigiu leitura, seleção, organização e reflexão das informações. Dessa forma utilizou-se como procedimento, a pesquisa bibliográfica pois, conforme Boccato (2006, p. 266):

[...] trará subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica. Para tanto, é de suma importância que o pesquisador realize um planejamento sistemático do processo de pesquisa, compreendendo desde a definição temática, passando pela construção lógica do trabalho até a decisão de sua comunicação e divulgação.

Nesse âmbito compreende-se a importância em conhecer diferentes perspectivas, metodologias e pressupostos teóricos que auxiliem o processo da escrita deste trabalho, em virtude de produzir conhecimentos que possam contribuir no processo formativo e continuado de professores de Matemática. Para atingir este ideal, recorreremos à seguinte combinação de termos: “Geometria” AND “Arte”. Vale ressaltar que optamos por escolher somente o operador booleano “AND” pois simboliza a interseção entre os termos que podem ser encontrados nas produções científicas. A Figura 1, evidencia o processo de busca, bem como, a utilização dos filtros e suas correspondências quantitativas.

Figura 1- Processo de filtragem das produções científicas



Fonte: Sistematizado pelos autores, construído no aplicativo Canva.

Podemos observar que para cada filtro utilizado houve redução do número de produções. Após o apuramento restaram-se 30 resultados a serem analisados, sendo 28 dissertações e duas teses. Para a realização das análises, elaborou-se três categorias, conforme a Figura 2.

Figura 2 – Categorias



Fonte: Sistematizado pelos autores, construído no aplicativo Canva.

A primeira categoria denominada “prévias impressões” consiste em averiguar os tipos de Geometrias e as expressões artísticas. A segunda é intitulada “abordagem dos objetos” e busca evidenciar as Tecnologias Digitais, os objetos geométricos e suas relações com a arte. E a última categoria nomeada “conhecendo o espaço” que ressalta os aspectos metodológicos e teóricos empregados. Cabe ressaltar que as categorias pré-definidas, auxiliaram os pesquisadores a analisar as produções científicas que satisfazem objetivo delineado na introdução do artigo. Os dados coletados foram extraídos a partir do resumo, introdução e metodologia sendo assim, em uma pré-análise, foram descartadas as produções que não apresentaram metodologia definida e pesquisas que quanto aos procedimentos técnicos, foram classificadas como bibliográficas. Dessa forma, foram descartadas 16 dissertações e as duas teses.

Para sistematizar as 12 produções restantes, identificamos cada uma delas com a letra P, seguida de um numeral e fornecemos informativos gerais, como: título, autor, instituição (IES), programa, ano de defesa e unidades federativas (UF), conforme o Quadro 1.

Quadro 1- Pesquisas selecionadas

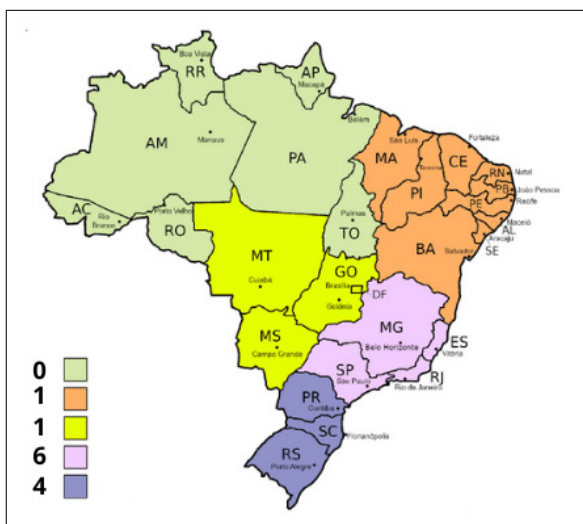
| P  | Título                                                                                                               | Autor                            | IES   | Programa                                                               | Ano  | UF |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-------|------------------------------------------------------------------------|------|----|
| P1 | A caminho da catedral Santa Maria Del Fiore: Brunelleschi, Arquitetura, Arte e Matemática.                           | Orozimbo Marinho de Almeida      | PUC   | PPG em Ensino de Ciências e Matemática                                 | 2018 | MG |
| P2 | Geometria e Arte: Desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade, uma convergência possível              | Patrícia Lúcio dos Santos Borges | UFV   | Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática | 2023 | MG |
| P3 | Geometria Espacial: a aprendizagem através de diferentes recursos didáticos                                          | Ednara Alves da Silva Paula      | UFRRJ | PPG em Educação em Ciências e Matemática                               | 2020 | RJ |
| P4 | A arte na matemática: contribuições para o ensino de geometria                                                       | Priscila Bezerra Zioto Barros    | UNESP | PPG em docência para a Educação Básica                                 | 2017 | SP |
| P5 | Arte matematizada: possibilidades didáticas Interdisciplinares para o ensino da geometria                            | Selma Rodrigues Druzini          | UTFPR | PPG EM Ensino de Ciências Humana, Sociais e da Natureza                | 2023 | PR |
| P6 | Elementos de geometria analítica: uso do Aplicativo Grafeq na reprodução de obras de arte                            | Josane Fiegenbaum                | UFSM  | PPG em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT                           | 2015 | RS |
| P7 | Ciência e arte na sala de aula: mediações possíveis entre Arte urbana, Joseph Wright e o ensino de óptica geométrica | Milene Dutra Da Silva            | UTFPR | PPG Formação Científica Educacional e Tecnológica                      | 2015 | PR |
| P8 | A representação em perspectiva e o ensino de geometria: conexões entre artes visuais e matemática                    | Jéssica Rodrigues de Oliveira    | UEPG  | PPG em Ensino de Ciências e Educação Matemática                        | 2022 | PR |

| <b>P</b> | <b>Título</b>                                                                                                                                       | <b>Autor</b>              | <b>IES</b> | <b>Programa</b>                                                                  | <b>Ano</b> | <b>UF</b> |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|------------|----------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------|
| P9       | Possibilidade de interação entre a Matemática e a Arte no Ensino Fundamental: Uma Proposta de Atividade em Sala de Aula                             | Mírian de Sousa Rodrigues | UFRRJ      | PPG em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT                                     | 2016       | RJ        |
| P10      | Os conhecimentos geométricos mobilizados no uso do astrolábio náutico do português simão d'oliveira (1606) na formação do licenciando em matemática | Rebeca Oliveira Amarante  | IFCE       | PPG em Ensino De Ciências e Matemática                                           | 2023       | CE        |
| P11      | O fanzine como estratégia pedagógica para o ensino da geometria na educação básica                                                                  | Joana Darc de Sousa       | UFG        | PPG em Ensino na Educação Básica                                                 | 2020       | GO        |
| P12      | Estudo de figuras geométricas planas com arte: uma experiência com alunos de sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental de uma escola pública        | Marcos Antonio da Costa   | UFRRJ      | Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PRO-FMAT | 2023       | RJ        |

Fonte: Sistematizado pelos pesquisadores.

A Figura 3 ilustra de uma outra forma, a distribuição das produções do Quadro 1, conforme a região brasileira.

Figura 3- Visão geral das produções em regiões brasileiras



Fonte: Adaptação sistematizada pelos autores no aplicativo Canva

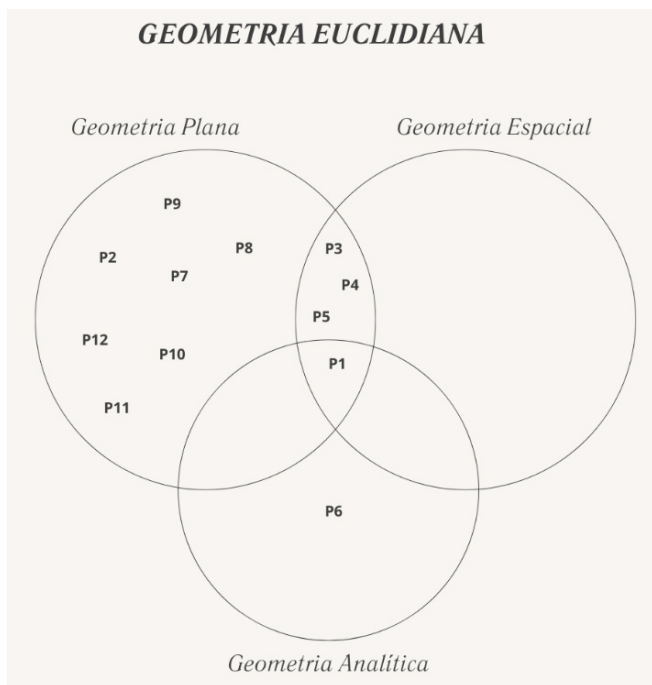
Podemos observar que as produções se concentram na região sudeste do Brasil, isto é esperado, visto que nessa região concentram-se a maioria dos programas de pós-graduação. Além disso, levando em consideração o critério adotado durante a análise prévia, há uma maior produção de pesquisas sobre relações entre os temas “Geometria” e “Arte” nas regiões sul e sudeste. Em contraponto, regiões, Nordeste, Centro-Oeste e Norte, apresentaram uma ou nenhuma produção. Na seção seguinte será feita discussões sobre os trabalhos do Quadro 1, mediante as categorias citadas anteriormente.

## DISCUSSÕES

### Categoria 1: Prévias impressões

De acordo com a categoria 1, descrita na metodologia, trazemos na Figura 4, que ilustra um esquema que ressalta as Geometrias presente nas produções.

Figura 4- Esquema sobre as Geometrias presentes nas produções

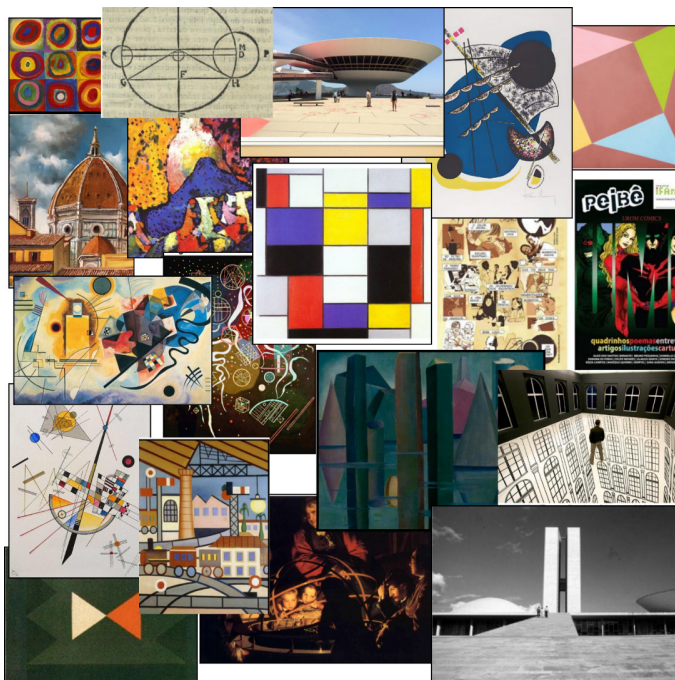


Fonte: Sistematizado pelos autores no aplicativo Canva.

Durante o processo de análise, observamos uma predominância da Geometria Plana nas produções encontradas, tanto nas atividades quanto no corpus dos textos. Nenhuma dissertação foi identificada como utilizando exclusivamente a Geometria Espacial; as produções que a empregam também estabeleceram conexões com conceitos de Geometria Plana, frequentemente abordando conteúdos de revisão. Portanto, essas produções foram consideradas na interseção de ambas. Em relação à Geometria Analítica, apenas a produção P6 a utiliza. Por fim, a produção P1 emprega diferentes conceitos geométricos, sendo categorizada em três áreas distintas.

Com relação às manifestações artísticas identificadas, sistematizamos um compilado das principais obras de arte utilizadas nas atividades que são propostas nas produções analisadas, conforme ilustrada na Figura 5.

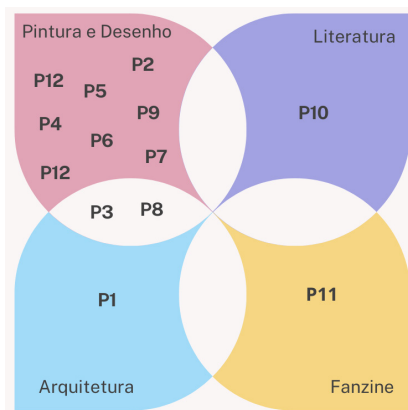
Figura 5- Algumas obras de arte encontradas nas produções



Fonte: Sistematizado pelos autores no aplicativo Canva.

Com relação às manifestações artísticas destacadas na Figura 5, identificamos pinturas inspiradas em artistas como Piet Mondrian, Wassily Kandinsky, Tarsila do Amaral, Joseph Wright, Regina Silveira, Rubem Valentim, Auguste Herbin, Alexander, entre outros. Na arquitetura foram mencionados Oscar Niemeyer e Filippo Brunelleschi. A literatura foi representada pela obra “Tratado Arte de Navegar” escrita por Simão d’Oliveira. Além disso, outras formas de arte, como o Fanzine, também foram exploradas. A figura 6 ilustra com mais detalhes e estabelece correlações com as manifestações artísticas em cada produção analisada.

Figura 6- Correlações entre as Artes



Fonte: Sistematizado pelos autores no aplicativo Canva.

Como ilustrado na Figura 6, a forma de arte que mais se destaca é a pintura, seguida pela arquitetura, literatura e o Fanzine. Além disso, há produções que vinculam a Geometria com mais de uma forma de Arte, como identificamos em P3 e P8. Na seção posterior, discutiremos algumas particularidades da Categoria 2 que complementam e expandem os insights da Categoria 1.

## **Categoria 2: Abordagem dos Objetos**

Conforme detalhado na metodologia, esta categoria visa identificar as produções que utilizaram TD no desenvolvimento de suas propostas, com ou sem o uso de SGD. Além disso, serão destacados os objetos geométricos estudados e suas conexões com as manifestações artísticas. A dissertação P1 (Almeida, 2018) não especifica o uso de TD e SGD e aborda a relação entre Geometria e Arte por meio do estudo arquitetônico da construção da cúpula da catedral de Santa Maria Del Fiore. A partir disto, explora alguns objetos geométricos como: o retângulo Áureo, a sequência de Fibonacci, o cilindro elíptico, a curva catenária, perspectivas, as superfícies Cônicas, arcos de circunferência, entre outros.

A pesquisa P2 (BORGES,2023) integrou obras de arte de Wassily Kandinsky para o estudo de conteúdos de Geometria Plana, abordando conceitos como pontos, retas, curvas, ângulos, planos, polígonos, área e perímetro. Devido ao contexto da pandemia da Covid-19, a pesquisa foi

realizada de forma remota, com a proposta sendo implementada através de oficinas organizadas pelo *Google Meet* e Google Sala de Aula. Além disso, foi utilizado o aplicativo WhatsApp para facilitar a comunicação entre a pesquisadora e os participantes e foram empregadas técnicas como o pontilhismo e o Geoplano Online para fomentar a criatividade dos estudantes e permitir a reprodução das obras de Kandinsky. Ao final, foi criado um Padlet, uma espécie de mural virtual, para expor e compartilhar os conteúdos produzidos pelos participantes.

A terceira pesquisa, denominada P3 (PAULA, 2020) envolveu a elaboração de sequências didáticas que promoveram a interdisciplinaridade entre as disciplinas de Arte, História e Matemática. As atividades incluíam movimentos artísticos, biografias de artistas e eram apresentadas por meio de slides e vídeos. Paula (2020) explicita alguns recursos para estabelecer conexões da Matemática com a Arte. O primeiro recurso foi o Tangram que auxiliou vincular o estudo de formas geométricas, assim como, área e perímetro de figuras planas presentes em obras de Piet Mondrian e outros artistas. Em um segundo momento, a autora utilizou a arquitetura de Oscar Niemeyer para associar formas geométricas espaciais presentes em suas obras. Além disso, foram revisitados conceitos de Geometria Plana ao elaborar projetos de plantas que posteriormente auxiliaram na construção de maquetes pelos estudantes, inspiradas em obras de Niemeyer. Para a construção das maquetes, foram fornecidas planificações dos sólidos geométricos, que ajudaram a classificar os corpos redondos, prismas e pirâmides e identificar suas características. No uso de TD a autora, utilizou o aplicativo Geogebra para smartphone, trabalhando com área e volume de prismas e sólidos de revolução.

A dissertação P4, utiliza vídeos e obras de arte de Tarsila do Amaral, Ivan Cruz, Kobra e Maurits Cornelis Escher para identificar formas geométricas planas e espaciais, incluindo polígonos, poliedros, ângulos, curvas, pontos e simetria. Além disso, usou simetrizadores como SGD para estudar transformações geométricas (reflexão, translação e rotação) em obras de Escher. Além da pintura, Barros (2017) utilizou da ilusão de ótica “Mão em 3D”, para trabalhar com simetria, retas, luzes e cores com o objetivo de reproduzir a obra e criar ilusões em 3D.

Em Druzini (2023), que foi denominada P5, foram utilizadas oito obras de Tarsila do Amaral para desenvolver um caderno de atividades de forma interdisciplinar, voltado para a formação de professores dos anos iniciais nas áreas de Artes e Matemática. As relações entre Geometria e Arte foram exploradas no caderno de atividades, que abordava conteúdos como a associação de formas geométricas planas e espaciais e o estudo de propriedades básicas como pontos, retas, vértices, lados e ângulos, além da classificação de polígonos (regulares e irregulares) e o estudo de figuras espaciais (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e suas planificações. Durante a pesquisa, foram utilizadas TD, como o *Google Forms* para coletar sugestões e a apresentação de vídeos para explicitar as propostas.

Fiegenbaum (2015), identificada como P6, apresenta a interação entre a Geometria Analítica e obras de arte, a partir do uso do SGD GrafEq e obras dos artistas Rubem Valentim, Auguste Herbin, Alexander Calder e Kandinsky. A pesquisa buscou exercitar o estudo dos seguintes conceitos geométricos: retas no plano, identificação de sistema de coordenadas, equações (reduzida e geral) de retas, posições relativas entre retas, identificação do coeficiente angular, ângulos entre retas, circunferências e elipses, bem como suas respectivas equações. A dissertação P7 (SILVA, 2015) não fez uso de nenhum tipo de TD e utilizou principalmente de fenômenos físicos que envolvem o comportamento da luz a partir de uma pintura do artista Joseph Wright, para tratar de conceitos de ótica geométrica. Apesar de não ser uma dissertação que envolva diretamente conceitos matemáticos, as atividades envolveram orientação espacial, dimensão e volumes.

Na pesquisa P8 de Oliveira (2022), a autora explora as relações entre a representação em perspectiva nas obras de arte e os conceitos geométricos que podem ser abordados no ensino de Geometria. Ela examina tanto as perspectivas lineares quanto as anamórficas sob uma ótica matemática, conectando essas técnicas com manifestações artísticas que as empregam, como a obra *The Ambassadors* de Hans Holbein. Para apoiar o estudo, foram utilizadas TD, como vídeos introdutórios sobre perspectiva linear, o Google Sala de Aula para encontros assíncronos, e WhatsApp para facilitar a comunicação entre a pesquisadora e os participantes.

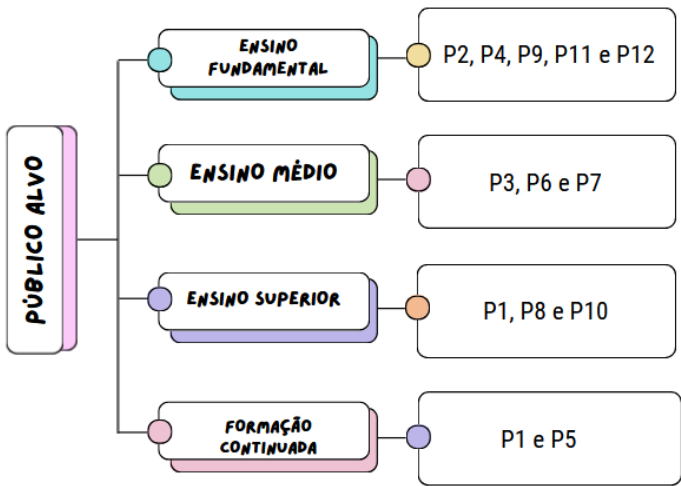


Quanto à nuvem de palavras, observamos que, quanto maior o tamanho da fonte das palavras, maior é o número de vezes que essas palavras foram citadas. Como era de se esperar, os conteúdos relacionados à Geometria Plana têm maior destaque. Em relação às TD empregadas, cinco trabalhos (P1, P7, P9, P11 e P12) não as utilizaram. Por outro lado, os SGD como GeoGebra, Geoplano Online e GrafEq foram utilizados em três trabalhos: P2, P3 e P6, respectivamente.

### Categoria 3: Conhecendo o espaço

Neste critério serão analisadas características sobre a metodologia, participantes das pesquisas e os principais referenciais teóricos utilizados para a condução dos pensamentos geométricos dos participantes na condução das propostas. Em relação à metodologia, observamos um fator comum: todas as pesquisas classificaram suas abordagens como qualitativas. E quanto aos participantes, a figura 8 ilustra um esquema em que são considerados o público alvo das pesquisas analisadas.

Figura 8- Público alvo das pesquisas



Fonte: Sistematizado pelos autores, no Canva.

Observamos um certo equilíbrio na distribuição do público-alvo. Especificamente, as pesquisas P4, P9 e P12 apresentam propostas para o 6º ano, sendo que P12 também inclui uma implementação para o 7º ano.

Por outro lado, a pesquisa P2 foca em conceitos geométricos associados a obras de arte para o 8º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa P3 é direcionada a alunos do 2º ano do Ensino Médio, enquanto a P6 propõe atividades para o 3º ano do Ensino Médio e a P7 atende alunos dos 2º e 3º anos. Além disso, P8 e P10 tiveram como participantes acadêmicos da Licenciatura em Matemática e P1, contemplou estudantes de graduação, profissionais da área de arquitetura e profissionais das Ciências Sociais, pois sua pesquisa deu-se por meio de um minicurso e gerou um produto educacional. Por fim, P5 possui um enfoque interdisciplinar entre Matemática e Arte com professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Por fim, faremos algumas considerações sobre os referenciais teóricos utilizados para conduzir o pensamento geométrico. A pesquisa P7 não utilizou teoria ou pressuposto teórico específico que delinearam o pensamento geométrico na proposta de atividade desenvolvida. Por outro lado, P2 utilizou a Teoria de Van Hiele para o estudo do pensamento geométrico e desenvolvimento da criatividade. A pesquisa P3 enfatiza o estudo das habilidades de visualização e faz algumas menções de alguns autores importantes no decorrer do texto. A autora não toma nenhum pressuposto teórico que ligue diretamente o pensamento geométrico ou habilidades de visualização, mas adapta as quatro categorias de Masetto (2012): conhecimento, afetivo-emocional, habilidades e a de atitudes e valores, trazendo para suas realidades da pesquisa.

Já P4, P8, P9 e P12, citam interdisciplinaridade, porém não fazem vínculo com um pressuposto teórico específico. A pesquisa P11, utiliza de estudos de pesquisadores da Educação, das Artes e da Educação Matemática e P10, P8, P5, e P1 não especificam e nem tomam um pressuposto teórico específico, porém explicitam em seus trabalhos um envolvimento da Geometria a partir de elementos históricos. E por fim, P6 evidencia a Geometria com pressupostos teóricos que estão relacionados com o uso de TD.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo descrever, por meio de uma pesquisa bibliográfica, como a utilização de obras de arte pode

potencializar o ensino de conceitos geométricos, estabelecendo conexões entre Geometria e Arte. Para isso, realizou-se a busca de produções científicas por meio de um mapeamento no Catálogo de Teses e Dissertações, da Capes. Como consideramos relevantes os caminhos que foram percorridos pelos pesquisadores ao vincular a Arte e a Matemática em um contexto de sala de aula e com algum aporte teórico e ou metodológico. Nesse sentido, produções que não possuíam uma metodologia definida e de caráter somente bibliográfico, não foram consideradas. Por meio deste olhar descartamos dezoito produções, dentre elas dezesseis dissertações e duas teses. Após refinar o corpus da pesquisa, elaboramos três categorias que possibilitaram evidenciar alguns aspectos pertinentes.

O primeiro ponto aborda as ações realizadas pelos professores de Matemática, destacando sua preocupação com o ensino da Geometria em diferentes etapas educacionais. Além disso, ao integrar a Geometria com a Arte nas práticas pedagógicas, os professores tendem a incentivar os alunos a explorarem os conceitos geométricos sob novas perspectivas. Pelo que podemos perceber na análise das produções, esse método promove maior interesse, diálogo e discussão entre os estudantes, em comparação com as abordagens tradicionais.

O segundo aspecto, abarca o pouco vínculo estabelecido com SGD nos trabalhos analisados, sobressaindo o uso de materiais concretos para a realização da interação entre Geometria e Arte. Além disso, não foi identificado nenhuma produção que utilizasse mais de um SGD para criar, ou construir materiais para trabalhar com conceitos geométricos, principalmente aos que abrangem a formação de professores de matemática. O terceiro aspecto reflete sobre a falta de utilização de pressupostos teóricos que norteiam as pesquisas sobre pensamento geométrico, habilidades de visualização ou visualização, refletindo sobre a importância de pesquisarmos e envolvermos em propostas de atividades ou produção de materiais futuras.

Por fim cabe ressaltar, que este artigo tem importância ao compartilhar diferentes abordagens da Geometria manifestada a partir de diferentes formas de expressar a Arte. Além disso, permite revisitar nossos processos de aprendizagem como professores de Matemática, no decorrer de processos formativos e continuados, além do mais, agrega no conjunto de experiências permitindo enriquecer nosso voca-

bulário geométrico e práticas metodológicas que podem potencializar o ensino e aprendizagem de conceitos geométricos em dentro e fora do contexto escolar.

**Agradecimentos:** O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES)- Código de 001.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Orozimbo Marinho de. **A caminho da catedral Santa Maria Del Fiore:** Brunelleschi, arquitetura, arte e matemática. 2018. 180 f. Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte (MG), 2018.

AMARANTE, Rebeca Oliveira. **Os conhecimentos geométricos mobilizados no uso do astrolábio náutico do português Simão d'Oliveira (1606) na formação do licenciando em matemática.** 2023. 214 f. Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza (CE), 2023.

BARROS, Priscila Bezerra Zioto. **A arte na matemática:** contribuições para o ensino de geometria. 2017. 206 f. Dissertação de mestrado Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru (SP), 2017.

BASSO, Marcus; NOTARE, Márcia Rodrigues. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. **Novas Tecnologias na Educação;** Porto Alegre, v. 13, n. 2, p.1-10. Dezembro, 2015. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432>, Acesso em: 30 ago. 2024.

BOCCATO, V. R. C. Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação. Rev. Odontol. Univ. Cidade São Paulo, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 265-274, 2006. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/rdbci/article/view/1896>. Acesso em: 30 ago. 2024.

BORGES, Patrícia Lúcio dos Santos. **Geometria e arte:** desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade, uma convergência possível. 2023. 114 f. Dissertação de mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Viçosa, Viçosa (MG), 2023. Disponível em:

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 30 ago. 2024.

COSTA, Marcos Antonio Da. **Estudo de figuras geométricas planas com arte: uma experiência com alunos de sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental de uma escola pública.** 2023. 144 f. Dissertação de mestrado do Mestrado Profissional em

Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal Rural do Rio De Janeiro, Seropédica (RJ), 2023.

DRUZINI, Selma Rodrigues. **Arte matematizada**: possibilidades didáticas interdisciplinares para o ensino da geometria. 2023. 208 f. Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Humana, Sociais e da Natureza da Universidade Federal Tecnológica Federal Tecnológica do Paraná, Cornélio Procópio (PR), 2023.

FIEGENBAUM, Joseane. **Elementos de geometria analítica**: uso do aplicativo grafeq na reprodução de obras de arte. 2015. 141 f. Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria (RS), 2015.

FLICK, Uwe. **Introdução a pesquisa qualitativa**. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

OLIVEIRA, Jéssica Rodrigues. **A representação em perspectiva e o ensino de geometria**: conexões entre artes visuais e matemática. 2022. 157 f. Dissertação de mestrado do Programa De Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa (PR), 2022.

PAULA, Ednara Alves da Silva. **Geometria espacial**: A aprendizagem através de diferentes recursos didáticos. 2020. 135 f. Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica (RJ), 2020.

RODRIGUES, Mírian de Sousa. **Possibilidade de interação entre a matemática e a arte no ensino fundamental**: uma proposta de atividade em sala de aula. 2016. 46 f. Dissertação de mestrado do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal Rural do Rio De Janeiro, Seropédica, (RJ), 2016.

SANTOS, Aparecido dos. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas**: reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Appris, 2015.

SILVA, Milene Dutra Da. **Ciência e arte na sala de aula**: mediações possíveis entre arte urbana, Joseph Wright e o ensino de óptica geométrica. 2015. 154 f. Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica Educacional e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba (PR), 2015.

SOUZA, Joana Darc De. **O fanzine como estratégia pedagógica para o ensino da geometria na educação básica**. 2020. 198 f. Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica da Universidade Federal de Goiás, Goiânia (GO), 2020.

# PROPOSTAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE ASTRONOMIA NO ENSINO MÉDIO: UM OLHAR PARA A PRODUÇÃO NACIONAL

Eduardo Adolfo Terrazzan  
Giovana Stefani

## INTRODUÇÃO

Compreender o Universo a nossa volta, prever movimentações celestes e entender os mecanismos por trás das mudanças observadas no céu tem sido objeto de curiosidade e de investigação desde que, consciente ou inconscientemente, a humanidade ergueu os olhos para o céu. Registros históricos dão conta de que assírios, egípcios, babilônios e chineses já dedicavam esforços para o entendimento do céu desde 3000 a.C. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2017). Derivada do grego *Astron* (astro) e *Nomos* (lei), a “Astronomia” despontou a fim de preencher lacunas sociais, econômicas, culturais e religiosas (BOCZKO, 1984). A Astronomia, ramo da Ciência que se dedica ao estudo dos astros (planetas, estrelas, satélites naturais, etc.), caracteriza-se por suscitar a articulação com outros ramos da Ciência (caráter interdisciplinar) e, por isso, o Ensino de Astronomia apresenta enorme potencial motivador para as aulas de Física (CANIATO, 2011). Além dessa característica intrínseca da Astronomia, vale salientar que o Ensino da Astronomia pode e deve ser utilizado como uma ferramenta para ensinar conceitos importantes de Física, tais como aqueles relacionados às Leis do Movimento e à Termodinâmica.

No Brasil, o Ensino de Astronomia tem suas primeiras menções ainda no período colonial, por volta do ano de 1534 (MATSUURA et al, 2014). Uma análise realizada por Langhi e Nardi (2014), mediante discurso do sujeito coletivo, aponta sete justificativas para a implementação do Ensino da Astronomia nas Escolas de Educação Básica: (1) A Educação em Astronomia contribui para HFC (História e Filosofia da Ciência) e CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade) no ensino; (2) A Educação em Astronomia favorece a elaboração de atividades experimen-

tais e a prática observacional do céu; (3) A Astronomia é um elemento motivador; (4) O ensino de Astronomia pode ser realizado mediante uma prática altamente interdisciplinar; (5) O ensino da Astronomia pode auxiliar na superação da presença de erros conceituais e falhas em livros didáticos, da manifestação de concepções alternativas de alunos e de professores, bem como da baixa popularização em Astronomia; (6) O Ensino da Astronomia é fortemente sugerido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), emergindo a necessidade de reverter o atual quadro formativo deficiente de professores, referente a este tópico; (7) O Ensino da Astronomia permite explorar o potencial da interação com a comunidade profissional de astrônomos e com espaços não formais de ensino.

Após a apresentação dessas sete justificativas para o Ensino de Astronomia nas escolas de Educação Básica, é importante destacar como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), atual documento normativo de referência para a Educação Básica no Brasil, refere-se à inclusão desse tema no currículo do Ensino Médio (BRASIL, 2018). Ao propor “[...] um aprofundamento conceitual nas temáticas ‘Matéria e Energia’, ‘Vida e Evolução’ e ‘Terra e Universo’” no Ensino Médio, essas duas últimas temáticas podem ser unificadas de tal maneira que

[...] os estudantes compreendam de forma mais ampla os processos a elas relacionados. Isso significa considerar a complexidade relativa à origem, evolução e manutenção da Vida, como também às dinâmicas das interações gravitacionais. Implica, ainda, considerar modelos mais abrangentes ao explorar algumas aplicações das reações nucleares, a fim de explicar, por exemplo, processos estelares, datações geológicas e formação da matéria e da vida. (BRASIL, 2018, p. 538).

Além disso, a BNCC estabelece competências específicas para a área curricular “Ciências da Natureza” para o Ensino Médio e habilidades que abordam o estudo do Cosmos e da Evolução do Universo, integrando conhecimentos astronômicos ao conjunto de conhecimentos fundamentais para a formação dos estudantes. No Quadro 1, a seguir, são apresentadas uma competência específica e algumas habilidades a ela associadas, que evidenciam a necessidade do Ensino de Astronomia no Ensino Médio.

Entretanto, é importante reconhecer que a BNCC não é o único documento a guiar as práticas pedagógicas no Brasil. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+), embora não possuam a mesma força de lei, são orientações amplamente aceitas pela comunidade científica das grandes áreas de Ensino e de Educação no país. Sua qualidade sempre foi reconhecida e os textos continuam válidos para orientação de práticas curriculares e didático-pedagógicas. Conforme afirmam Langhi e Nardi (2014) na sexta justificativa de para a inserção do Ensino de Astronomia nas escolas, os PCN+ também apresentam sugestões de competências e habilidades, bem como temas estruturadores e unidades temáticas nos quais o Ensino de Astronomia se reconhece. O Quadro 2, a seguir, apresenta o tema e as unidades temáticas que também assinalam a necessária presença do Ensino de Astronomia no Ensino Médio.

Quadro 1 – Competência específica relativa à área “Ciências da Natureza” presente na BNCC, e habilidades a ela associadas, as quais explicitam a necessidade de incorporação do Ensino de Astronomia no Ensino Médio

| COMPETÊNCIA                                                                                                                                                                                                                                                                                  | HABILIDADES                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2</b><br>Analisar e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar e defender decisões éticas e responsáveis. | (EM13CNT201) Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.                                                                |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                              | (EM13CNT204) Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros). |

| COMPETÊNCIA | HABILIDADES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|             | (EM13CNT209) Analisar a evolução estelar associando-a aos modelos de origem e distribuição dos elementos químicos no Universo, compreendendo suas relações com as condições necessárias ao surgimento de sistemas solares e planetários, suas estruturas e composições e as possibilidades de existência de vida, utilizando representações e simulações, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros). |

Fonte: Os autores, 2024.

Quadro 2 – Tema e unidades temáticas presentes nos PCN+, que explicitam a necessidade de incorporação do Ensino de Astronomia no Ensino Médio

| TEMA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | UNIDADES TEMÁTICAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>TEMA 6. UNIVERSO, TERRA E VIDA</b></p> <p>Confrontar-se e especular sobre os enigmas da vida e do universo é parte das preocupações frequentemente presentes entre jovens nessa faixa etária. Respondendo a esse interesse, é importante propiciar-lhes uma visão cosmológica das ciências que lhes permita situarem-se na escala de tempo do Universo, apresentando-lhes os instrumentos para acompanhar e admirar, por exemplo, as conquistas espaciais, as notícias sobre as novas descobertas do telescópio espacial Hubble, indagar sobre a origem do Universo ou o mundo fascinante das estrelas e as condições para a existência da vida como a entendemos no planeta Terra.</p> | <p><b>1. TERRA E SISTEMA SOLAR</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer as relações entre os movimentos da Terra, da Lua e do Sol para a descrição de fenômenos astronômicos (duração do dia e da noite, estações do ano, fases da lua, eclipses etc.).</li> <li>• Compreender as interações gravitacionais, identificando forças e relações de conservação, para explicar aspectos do movimento do sistema planetário, cometas, naves e satélites.</li> </ul> |

| TEMA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | UNIDADES TEMÁTICAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Nessa abordagem, ganha destaque a interação gravitacional, uma vez que são analisados sistemas que envolvem massas muito maiores que aquelas que observamos na superfície da Terra. Ao mesmo tempo, evidenciam-se as relações entre o mundo das partículas elementares, assim como os métodos para investigá-lo, com o mundo das estrelas e galáxias. Lidar com modelos de universo permite também construir sínteses da compreensão física, sistematizando forças de interação e modelos microscópicos.</p> <p>Esses assuntos podem permitir reconhecer a presença da vida humana no Universo como uma indagação filosófica e também das condições físicas, químicas e biológicas para sua existência, evidenciando as relações entre ciência e filosofia ao longo da história humana, assim como a evolução dos limites para o conhecimento dessas questões.</p> | <p>2. O UNIVERSO E SUA ORIGEM</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer as teorias e modelos propostos para a origem, evolução e constituição do Universo, além das formas atuais para sua investigação e os limites de seus resultados no sentido de ampliar sua visão de mundo.</li> <li>• Reconhecer ordens de grandeza de medidas astronômicas para situar a vida (e vida humana), temporal e espacialmente no Universo e discutir as hipóteses de vida fora da Terra.</li> </ul>                                                                                                                                                                   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <p>3. COMPREENSÃO HUMANA DO UNIVERSO</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer aspectos dos modelos explicativos da origem e constituição do Universo, segundo diferentes culturas, buscando semelhanças e diferenças em suas formulações.</li> <li>• Compreender aspectos da evolução dos modelos da ciência para explicar a constituição do Universo (matéria, radiação e interações) através dos tempos, identificando especificidades do modelo atual.</li> <li>• Identificar diferentes formas pelas quais os modelos explicativos do Universo influenciaram a cultura e a vida humana ao longo da história da humanidade e vice-versa.</li> </ul> |

Fonte: Os autores, 2024.

Além disso, no contexto regional do Rio Grande do Sul, onde desenvolvemos nossos estudos, o Referencial Curricular Gaúcho do Ensino Médio (RCGEM) busca adaptar as orientações nacionais às particularidades desse estado. Desta forma, o RCGEM desdobra as habilidades indicadas na BNCC, além de apontar sugestões de anos do Ensino Médio para que essas sejam trabalhadas. O Quadro 3, a seguir, apresenta um recorte a esse respeito.

Quadro 3 – Habilidades presentes na BNCC e no RCGEM que explicitam a necessidade de incorporação do Ensino de Astronomia no Ensino Médio

| HABILIDADES BNCC                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | HABILIDADES RCGEM                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ANOS           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| (EM13CNT201) Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.                                                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer a história e evolução dos modelos geocêntrico e heliocêntrico, a fim de discutir as teorias da origem e evolução da vida na Terra, caracterizá-las e possibilitar a investigação sobre as comprovações científicas atuais, revisando as concepções alternativas da comunidade aproximando-as da realidade científica, desmistificando teorias improváveis como, por exemplo, o ometerraplanismo.</li> </ul>                                                                                                                                                                                         | 1º             |
| (EM13CNT204) Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros).                                                                                                                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Investigar relação entre forças e movimentos, a partir de situações práticas do cotidiano;</li> <li>• Sistematizar ideias gerais sobre o universo, buscando desenvolver sua capacidade investigativa.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 1º, 2º e/ou 3º |
| (EM13CNT209) Analisar a evolução estelar associando-a aos modelos de origem e distribuição dos elementos químicos no Universo, compreendendo suas relações com as condições necessárias ao surgimento de sistemas solares e planetários, suas estruturas e composições e as possibilidades de existência de vida, utilizando representações e simulações, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros). | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender como são constituídas as substâncias e bem como as misturas e os sistemas materiais, reconhecendo a relação entre as partículas que constituem os materiais e a diversidade de tipos de átomos (elementos químicos);</li> <li>• Perceber que a diferente combinação de átomos dá origem a substâncias simples e compostas e que a maior parte dos materiais são constituídas de misturas homogêneas e sistemas heterogêneos;</li> <li>• Entender que a(s) substância(s) que se encontra(m) em menor quantidade é(são) o(s) soluto(s), e que o solvente é aquele que o(s) dissolve(m).</li> </ul> | 1º, 2º e/ou 3º |

Fonte: Os autores, 2024.

Diante do exposto acima, percebemos que todas as orientações curriculares (nacionais e regional) analisadas nos dão indicações claras sobre a necessidade de incorporar estudos sobre conhecimentos astronômicos nas programações curriculares de Escolas de Ensino Médio, sobretudo no que se refere ao componente curricular “Física”.

E, talvez mais do que essa necessidade, um olhar mais cuidadoso para os enunciados das habilidades indicadas mostra que também é possível essa incorporação. Claro que essa possibilidade está condicionada a um aspecto correntemente indicado na literatura que são as lacunas (ou falhas) na formação dos professores (OLIVEIRA, 2014; SILVA, 2021). De todo modo, é possível perceber ações, ainda que tímidas e insuficientes, na direção do enfrentamento desse desafio e da sua superação.

Levando em consideração nosso amplo foco de interesse, o Ensino de Astronomia para o Ensino Médio, é fundamental destacar, para encerrar esta introdução, que estamos desenvolvendo um Estudo de Revisão de Literatura Especializada (ERLE) mais abrangente. Para este texto em especial, no entanto, optamos por focar em uma parte específica desse estudo, a qual restringe-se exclusivamente a artigos que tratam de propostas didáticas para o Ensino de Astronomia no Ensino Médio.

Desse modo, podemos afirmar que o objetivo central deste texto é “apresentar um panorama da produção acadêmico-científica nacional sobre propostas didáticas para o Ensino de Astronomia no Ensino Médio”.

## **METODOLOGIA**

Para se chegar à amostra final dos artigos utilizados em nossa análise, seguimos um procedimento sistemático que envolveu a busca em bases de dados reconhecidas e a aplicação de critérios de inclusão e exclusão. O objetivo principal era identificar estudos que tratassem, especificamente, de propostas didáticas de Ensino de Astronomia para o Ensino Médio, uma vez que esse é o foco central deste estudo. Inicialmente, escolhemos três bases de dados de relevância para a busca: o Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), a SciELO (*Scientific Electronic Library Online*) e a *Web of Science*. Essas bases foram escolhidas por sua ampla cobertura

de publicações científicas e por serem fontes confiáveis para a obtenção de artigos de qualidade. Trabalhamos com três bases e não apenas um para tentar garantir, ao máximo, que nenhum artigo realmente pertinente ficasse de fora de nossa amostra.

Para orientar o levantamento inicial, definimos dois termos de busca centrais: “Ensino de Astronomia” e “Ensino Médio”, os quais foram utilizados conjuntamente. A escolha desses termos foi baseada na necessidade de encontrar artigos que abordassem diretamente a incorporação de conteúdos/assuntos/tópicos de Astronomia em currículos do Ensino Médio, seja por meio de relatos de experiência (RE), relatos de pesquisa empírica (RPE) ou apresentação de proposta didática (APD). Ainda, vale salientar que foram considerados apenas os artigos publicados nos últimos dez anos, ou seja, no período de 2014 a 2024. Essa delimitação temporal foi adotada para garantir que a análise refletisse as tendências e abordagens mais recentes no Ensino de Astronomia para o Ensino Médio e, ao mesmo tempo, representasse um período relativamente longo em termos de publicações acadêmicas.

Com as bases de dados e os termos de busca definidos, iniciamos a busca no Portal de Periódicos da CAPES. A pesquisa resultou em 27 artigos que aparentavam estar relacionados ao foco adotado. Em seguida, utilizamos os mesmos termos de busca na SciELO, que retornou um total de nove artigos. Por fim, a busca foi realizada na *Web of Science*, mas esta última busca não apresentou resultados para os termos utilizados. Após o levantamento inicial, do qual resultou um conjunto de 36 artigos provenientes do Portal de Periódicos da CAPES e da SciELO, iniciamos a leitura dos resumos de cada um dos textos. Essa leitura preliminar foi crucial para melhorar a avaliação da pertinência efetiva dos artigos em relação ao objetivo deste estudo. O critério principal para a seleção final foi a presença de propostas didáticas voltadas ao Ensino de Astronomia, especificamente para o Ensino Médio.

Durante essa etapa, descartaram-se artigos que, apesar de mencionarem o Ensino de Astronomia, não se concentravam no Ensino Médio ou, então, não apresentavam propostas didáticas diretamente utilizáveis nessa etapa de escolaridade. Essa filtragem reduziu o número de artigos substancialmente, uma vez que muitos dos textos abordavam os assuntos de maneira mais ampla ou focavam em outras etapas de escolaridade, como o Ensino Fundamental ou a Educação Superior.

Ainda, reconhecendo a possibilidade de que textos/artigos pertinentes pudessem não ter sido capturados pelas bases de dados utilizadas inicialmente, decidiu-se complementar a busca utilizando o Google Acadêmico. Nesse ambiente virtual, buscou-se especificamente por “*propostas de Ensino de Astronomia*”, com o intuito de encontrar artigos adicionais que pudessem enriquecer a análise. Essa busca adicional resultou na identificação de mais quatro artigos, que passaram pelo mesmo processo de filtragem anterior. Assim sendo, os 36 artigos iniciais coletados nas bases de dados CAPES e SciELO, somados aos quatro artigos obtidos no Google Acadêmico resultou em um conjunto de 40 artigos a serem considerados.

Após a leitura de todos os resumos e a aplicação dos critérios de inclusão/exclusão, restaram 14 artigos que atendiam a todos os critérios definidos. Esse conjunto de 14 artigos compõe a amostra final para nossa análise, sendo selecionados por tratarem diretamente de propostas didáticas voltadas ao Ensino de Astronomia no Ensino Médio.

O processo de seleção, descrito acima, assegura que os textos/artigos escolhidos são representativos para nosso objetivo e pertinentes para a discussão sobre as práticas didáticas de Ensino de Astronomia para o Ensino Médio.

## CARACTERIZAÇÃO INICIAL

Após a seleção dos artigos que atenderam aos critérios estabelecidos, foi realizada uma caracterização inicial dos mesmos, com o intuito de organizar e sistematizar as informações relevantes para a análise. Para isso, construímos o Quadro 4, que sintetiza os dados fundamentais de cada artigo, facilitando a visualização e comparação entre eles. Esse quadro foi elaborado com diversas colunas, as quais incluem um número de identificação para cada artigo, o título do artigo, a autoria do artigo, o ano de publicação do artigo, o periódico em que foi publicado e a qualificação Qualis CAPES (2017 - 2020) do periódico.

Além disso, foram incluídas informações sobre a localização da autoria principal e/ou da ação descrita no texto, especificando a cidade, a Unidade Federativa (UF) e a região do Brasil, informações essas que são importantes para a compreensão da distribuição geográfica das pes-

quisas e identificação de possíveis concentrações regionais de estudos sobre o Ensino de Astronomia para o Ensino Médio.

Por fim, categorizamos cada artigo de acordo com o tipo de contribuição oferecida, distinguindo-os entre Relatos de Experiência (RE), Relatos de Pesquisa Empírica (RPE) e Apresentação de Proposta Didática (APD). Neste último caso, indicamos também quando a proposta foi apenas apresentada (A) no texto e quando ela também foi implementada (I) em sala de aula.

A análise inicial mostrou que a maioria dos artigos selecionados foi publicada em periódicos classificados como A1 (quatro artigos) ou A3 (quatro artigos) no Qualis CAPES, refletindo, por pressuposto, um rigor acadêmico esperado. Além disso, a maioria dos artigos pode ser classificada como APD (seis artigos) ou RE (cinco artigos), enquanto uma parcela menor (três artigos) corresponde a RPE.

A localização da autoria principal dos artigos é predominante na região Sudeste, com destaque para São Paulo, indicando uma concentração regional significativa de textos nessa região. Isso pode sugerir que há um maior investimento e interesse nessa região, possivelmente devido a uma infraestrutura acadêmica mais robusta ou a políticas educacionais que incentivam esse tipo de estudo. Por outro lado, a menor representatividade de outras regiões pode indicar a necessidade de incentivo ao desenvolvimento de estudos semelhantes em áreas menos representadas.

Quadro 4 – Caracterização dos artigos selecionados para análise

| Nº | IDENTIFICAÇÃO DO ARTIGO                                                                                                                        |                                                                                                                                                                |      |                                                                  |                            | LOCALIZAÇÃO      |    |        | TIPO DO ARTIGO |     |     |     |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------------------------------------------------------------------|----------------------------|------------------|----|--------|----------------|-----|-----|-----|
|    | Título                                                                                                                                         | Autoria                                                                                                                                                        | Ano  | Periódico                                                        |                            | Cidade           | UF | Região | RE             | RPE | APD |     |
|    |                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                |      | Título                                                           | Classificação Qualis CAPES |                  |    |        |                |     | A   | I   |
| 01 | Uma proposta para a inclusão de tópicos de astronomia indígena brasileira nas aulas de Física do Ensino Médio                                  | • Diones Charles Costa de Araújo<br>• Maria de Fátima da Silva Verdeaux<br>• Waldir Thomaz Cardoso<br>• Marcello Ferreira<br>• Roberto Vinícius Lessa do Coato | 2017 | Ciência & Educação                                               | A1                         | Brasília         | DF | CO     | X              | --- | --- | --- |
| 02 | Ensino de astronomia: uma abordagem didática a partir da Teoria da Relatividade Geral                                                          | • Olavo Leopoldino da Silva Filho<br>• Laura Panhucc<br>• Fábio Ferreira Monteiro                                                                              | 2021 | Revista Brasileira de Ensino de Física                           | A1                         | Brasília         | DF | CO     | ---            | --- | X   | X   |
| 03 | Educação em Astronomia: investigando aspectos de conscientização socioambiental sobre a poluição luminosa na perspectiva da abordagem temática | • Fabiana Andrade de Oliveira<br>• Rodolfo Langhi                                                                                                              | 2014 | Ciência & Educação                                               | A1                         | Campo Grande     | MS | CO     | ---            | X   | --- | --- |
| 04 | Sequência Didática para o ensino de Astronomia                                                                                                 | • Victor Peres Silva<br>• Michele Hidemi Ueno Guimarães<br>• Martinez Meneghelo Passos<br>• Gabrielle de Oliveira Almeida<br>• Mateus Henrique Rufini Zanini   | 2021 | Caderno Brasileiro de Ensino de Física                           | A1                         | Alfenas          | MG | SE     | ---            | X   | --- | --- |
| 05 | O Planetário Como Ambiente Não Formal Para o Ensino Sobre o Sistema Solar                                                                      | • Cláudia Luana de Carvalho<br>• Edson Wander Dias<br>• Alexandro Damásio Trani Gomes<br>• Fernando Otávio Coelho                                              | 2017 | Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia               | A3                         | São João del-Rei | MG | SE     | X              | --- | --- | --- |
| 06 | Estrelas Variáveis no Contexto Educacional: Uma Proposta Envolvendo a Observação de Cefeidas Clássicas no Ensino Médio                         | • Daniel Iria Machado                                                                                                                                          | 2020 | Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia               | A3                         | Foz do Iguaçu    | PR | S      | ---            | --- | X   | --- |
| 07 | Construção de Uma Maquete Tridimensional Fosforescente da Constelação de Órion: Uma Proposta Didática Para o Ensino de Astronomia              | • Giselen Lefter Padilha Renner                                                                                                                                | 2018 | Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia               | A3                         | Jaraguá do Sul   | SC | S      | ---            | --- | X   | --- |
| 08 | Nossa Posição no Universo: Uma Proposta de Sequência Didática Para o Ensino Médio                                                              | • Thiago Pereira da Silva<br>• Sérgio Mascarello Bisch                                                                                                         | 2020 | Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia               | A3                         | Vila Velha       | ES | SE     | X              | --- | --- | --- |
| 09 | Astronomia no Ensino Médio e os Itinerários Formativos de Ciências da Natureza                                                                 | • Marco Antonio Sanches Assato<br>• Marcos Riconon Voelzke<br>• Marcello Ferreira                                                                              | 2022 | Revista do Programa de Pós-Graduação em Ensino                   | A4                         | São Paulo        | SP | SE     | ---            | --- | X   | --- |
| 10 | Proposta Didática de Astronomia no Ensino Médio na Epistemologia Hierárquica de Gagné                                                          | • Tatvy Fernandes Vieira<br>• Michel Corei Batista<br>• Olavo Leopoldino da Silva Filho                                                                        | 2023 | Revista do Programa de Pós-Graduação em Ensino                   | A4                         | Brasília         | DF | CO     | ---            | --- | X   | X   |
| 11 | Estratégias de aprendizagem ativa “Flipped Classroom”, “Peer Instruction” e “Just in Time Teaching” no Ensino de Astronomia                    | • Raudson Da Rosa Pedrosa<br>• Guilherme Binkowski Peroni<br>• Odilon Giovannini<br>• Valquíria Villas-Boas                                                    | 2019 | Scientia Cum Industria                                           | B1                         | Caxias do Sul    | RS | S      | X              | --- | --- | --- |
| 12 | Sequência Didática sobre Tópicos de Astronomia para o 1º ano do Ensino Médio                                                                   | • Klenyston de Sousa Xavier<br>• Gentílio Eduardo Rodrigues de Paiva<br>• Thiago Alves de Sá Muniz Sampaio                                                     | 2022 | Experiências em Ensino de Ciências                               | B1                         | Salgueiro        | PE | NE     | ---            | X   | --- | --- |
| 13 | Educação em Astronomia para a Formação do Cidadão Cientista: Análise de Meteoros no Ensino Médio                                               | • Helena Ferreira Carrara<br>• Rodolfo Langhi                                                                                                                  | 2023 | Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática | B2                         | Bauru            | SP | SE     | ---            | --- | X   | --- |
| 14 | Gamificação no Ensino de Astronomia                                                                                                            | • Roger Boretto Rocha<br>• Lucio Martins Fassini da Silva<br>• Cleiton Kenup Plumbini<br>• Luiz Otávio Buffon<br>• Marconi Frank Barros                        | 2020 | Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática | B2                         | Cariacica        | ES | SE     | X              | --- | --- | --- |

Fonte: Os autores, 2024.

## CARACTERIZAÇÃO BÁSICA DAS PROPOSTAS DIDÁTICAS

A fim de elencar aspectos relevantes para a caracterização geral dos artigos selecionados, realizou-se um processo de análise e de síntese das informações contidas nesses artigos. Neste momento, o nosso interesse voltou-se para as propostas didáticas tratadas em cada artigo. Para tal, foi realizada a leitura minuciosa dos artigos, com o objetivo de identificar os principais assuntos abordados, e as contribuições oferecidas. Essa leitura aprofundada foi essencial para garantir que todos os aspectos relevantes de cada estudo fossem capturados e organizados de maneira coerente.

Com base na leitura dos artigos, foram definidos critérios específicos para a categorização das informações indicadas desse quadro. Estes critérios incluíram contexto de utilização da proposta, incluindo natureza da escola, ano do Ensino Médio a qual a proposta se destinava e eventuais particularidades da proposta. Além disso, sintetizamos a organização da proposta, pontuando os assuntos tratados, sua estrutura em Sequência Didática ou em Aula Única, as referências explícitas a teorizações de base e os recursos didáticos utilizados em cada proposta didática.

As referências às teorizações de base foram ainda classificadas em níveis (I, II ou III) de acordo com a profundidade utilizada pela autoria. O nível I está associado apenas à citação da teorização, sem nenhuma explicação sobre ela; o nível II está relacionado aos artigos que citam e explicitam a teorização; e o nível III está relacionado às situações em que a teorização está bem fundamentada no decorrer do texto.

Após a definição desses critérios, as informações foram organizadas para que fossem visualizadas no Quadro 5, de forma clara e precisa. Uma última revisão foi realizada, o que incluiu a verificação das informações inseridas e a reavaliação dos critérios de categorização, assegurando que este quadro refletisse fielmente os achados nos artigos analisados.

Quadro 5 – Caracterização das propostas didáticas

| Nº | CONTEXTO DE UTILIZAÇÃO DA PROPOSTA |           |                                        | Assuntos Tratados                                                                                                                                                              | ORGANIZAÇÃO DA PROPOSTA                    |            |                                                                                                                                                | Recursos Didáticos                                                                                                                                                                            |
|----|------------------------------------|-----------|----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | Natureza da Escola                 | Ano (EM)  | Particularidades                       |                                                                                                                                                                                | Estrutura                                  |            | Referências Explícitas                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                               |
|    |                                    |           |                                        |                                                                                                                                                                                | Sequência Didática                         | Aula Única |                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                               |
| 01 | Particular                         | 1º        | Três turmas (64 alunos)                | <ul style="list-style-type: none"><li>Astronomia Indígena</li><li>Terra</li><li>Sistema Solar</li><li>O Universo e sua origem</li><li>Compreensão humana do Universo</li></ul> | 4 etapas, sem especificação em horas-aula  | ---        | <b>Nível II</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Educação Dialogica (Freire)</li></ul>                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Exposição do Professor</li><li>Simulação Computacional</li><li>Experimento Didático-Científico</li><li>Textos Experimento Didático-Científico</li></ul> |
| 02 | Pública                            | 3º        | ---                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Gravitação Universal</li><li>Sistema Solar</li><li>Relatividade</li><li>Buracos Negros</li><li>Lentes Gravitacionais</li></ul>           | 10 encontros (20h)                         | ---        | <b>Nível III</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Aprendizagem significativa (Ausubel)</li><li>Programa de filosofia (Lipman)</li></ul>   | <ul style="list-style-type: none"><li>Exposição do Professor</li><li>Vídeos</li><li>Experimento Didático-Científico</li><li>Simulações Computacionais</li></ul>                               |
| 03 | Pública                            | 2º        | ---                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Polição Luminosa</li></ul>                                                                                                               | 9 aulas                                    | ---        | <b>Nível III</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Abordagem Temática (Freire)</li></ul>                                                   | <ul style="list-style-type: none"><li>Exposição do Professor</li><li>Observação do céu (noturno)</li></ul>                                                                                    |
| 04 | Pública                            | 2º        | ---                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Forma dos planetas</li><li>Fases da Lua</li><li>Eclipses</li><li>Estações do ano</li><li>Gaileu Galilei e o heliocentrismo</li></ul>     | +/- 14 aulas                               | ---        | <b>Nível II</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Abordagem Temática (Freire)</li><li>Momentos Pedagógicos (Delizoicov, Angotti)</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>Vídeo</li><li>Simulações Computacionais</li></ul>                                                                                                       |
| 05 | Pública                            | 1º/ 2º/3º | Ensino Não-Formal (Planetário)         | <ul style="list-style-type: none"><li>Sistema Solar</li></ul>                                                                                                                  | ---                                        | 22min      | ---                                                                                                                                            | <ul style="list-style-type: none"><li>Planetário</li></ul>                                                                                                                                    |
| 06 | ---                                | ---       | ---                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Estrelas Variáveis</li></ul>                                                                                                             | 14 etapas, sem especificação em horas-aula | ---        | <b>Nível I</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Momentos Pedagógicos (Delizoicov, Angotti)</li></ul>                                      | <ul style="list-style-type: none"><li>Exposição do Professor</li><li>Observações do céu (noturno)</li></ul>                                                                                   |
| 07 | ---                                | ---       | ---                                    | <ul style="list-style-type: none"><li>Constelação de Órion</li></ul>                                                                                                           | ---                                        | ---        | ---                                                                                                                                            | <ul style="list-style-type: none"><li>Maquete</li><li>Simulação Computacional</li></ul>                                                                                                       |
| 08 | Pública                            | 3º        | Ensino Não-Formal (Projeto "Pré-ENEM") | <ul style="list-style-type: none"><li>Céu noturno</li><li>Sistema Solar</li></ul>                                                                                              | ---                                        | 2h         | <b>Nível II</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Aprendizagem significativa (Ausubel)</li></ul>                                           | <ul style="list-style-type: none"><li>Observação do céu (noturno)</li><li>Maquete</li><li>Vídeo</li><li>Simulação computacional</li></ul>                                                     |

Fonte: Os autores, 2024.

Quadro 5 – Caracterização das propostas didáticas [continuação]

| Nº | CONTEXTO DE UTILIZAÇÃO DA PROPOSTA |           |                                                                             | ORGANIZAÇÃO DA PROPOSTA                                                                                                                                                                                                                                    |                                                               |            |                                                         |                                                                                                            |
|----|------------------------------------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|------------|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | Natureza da Escola                 | Ano (EM)  | Particularidades                                                            | Assuntos Tratados                                                                                                                                                                                                                                          | Estrutura                                                     |            | Referências Explícitas                                  | Recursos Didáticos                                                                                         |
|    |                                    |           |                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                            | Sequência Didática                                            | Aula Única |                                                         |                                                                                                            |
| 09 | ---                                | 2º/3º     | Itinerário Formativo (Ensino Médio)                                         | <ul style="list-style-type: none"><li>• Geocentrismo e Heliocentrismo</li><li>• Big Bang</li><li>• Sistema Solar</li><li>• Universo</li><li>• Via Láctea</li><li>• Lua e seus movimentos</li><li>• Leis de Kepler</li><li>• Gravitação universal</li></ul> | 16 semanas<br>30 horas-aula<br>(24 presenciais;<br>06 online) | ---        | ---                                                     | <ul style="list-style-type: none"><li>• Vídeos</li><li>• Simulações computacionais</li></ul>               |
| 10 | ---                                | 1º        | Implementação online (Período pandêmico Covid-19)                           | <ul style="list-style-type: none"><li>• Guerra Fria e Chegada do Homem à Lua</li><li>• Leis de Newton</li><li>• Gravitação Universal</li></ul>                                                                                                             | 06 encontros<br>(13 horas-aula)                               | ---        | <b>Nível III</b><br>• Epistemologia Hierárquica (Cagne) | <ul style="list-style-type: none"><li>• Vídeos</li><li>• Exposição do Professor</li></ul>                  |
| 11 | ---                                | 1º/ 2º/3º | Projeto Encorajando Meninas em Ciência & Tecnologia, (Engenheiro do Futuro) | <ul style="list-style-type: none"><li>• Estações do Ano</li></ul>                                                                                                                                                                                          | ---                                                           | 3h         | ---                                                     | <ul style="list-style-type: none"><li>• Exposição do Professor</li></ul>                                   |
| 12 | Pública                            | 1º        | Curso de Edificações do IF Sertão/PE/campus Salgueiro                       | <ul style="list-style-type: none"><li>• Constelações</li><li>• Esfera Celeste</li></ul>                                                                                                                                                                    | 4 aulas<br>(3h cada)                                          | ---        | ---                                                     | <ul style="list-style-type: none"><li>• Exposição do professor</li><li>• Simulação Computacional</li></ul> |
| 13 | ---                                | 1º/2º     | Participantes selecionados em processo específico                           | <ul style="list-style-type: none"><li>• Análise de Meteoros</li><li>• Sistema Solar</li></ul>                                                                                                                                                              | 6 encontros + reuniões de 1,5h por semana durante 2 meses     | ---        | ---                                                     | <ul style="list-style-type: none"><li>• Simulação Computacional</li><li>• Vídeo</li></ul>                  |
| 14 | Pública                            | 1º        | ---                                                                         | <ul style="list-style-type: none"><li>• Luz do Sol</li><li>• Formato da Terra</li><li>• Tamanhos dos planetas</li></ul>                                                                                                                                    | 4 aulas                                                       | ---        | ---                                                     | <ul style="list-style-type: none"><li>• Exposição do professor</li><li>• Jogo Didático</li></ul>           |

Fonte: Os autores, 2024.

## ANÁLISE DOS ARTIGOS

A seguir apresentamos uma breve análise de cada um dos artigos da amostra final, apontando, sobretudo quando possível, objetivos de cada texto e sua possível coerência com resultados e/ou conclusões indicados.

### ARTIGO 01 – *Relato de Experiência*

O texto não traz um objetivo declarado explicitamente; apenas, ao final, aparece a declaração da intenção de “contribuir com a divulgação do ensino de astronomia em um ambiente formal de ensino” (p. 1051, §.8). Também não é apresentada uma questão central que oriente uma coleta de informações. Nesse sentido, parece que estamos diante de um relato de experiência e não de um relato de pesquisa empírica. A implementação da proposta didática se deu em quatro etapas, porém o texto não especifica a duração de cada uma dessas etapas ou a sua relação com o número de aulas.

### ARTIGO 02 – *Apresentação de Proposta Didática*

Apesar de ter explicitado o objetivo de “apresentar uma análise da articulação teórico-metodológica desenvolvida na elaboração das estratégias didáticas utilizadas no referido produto educacional e avaliar, a partir das res postas dos estudantes, indicadores de desenvolvimento de habilidades de raciocínio, formação de conceitos, investigação, tradução e indícios de aprendizagem significativa”, ao final do texto, os autores declaram apenas

a ocorrência de indícios de aprendizagem significativa. Para isso, utilizam basicamente o critério de que as respostas dos alunos apresentam “entendimento intermediário da matéria de ensino” ou “entendimento adequado da matéria de ensino” e contabilizam cerca de 1/3 dos alunos nessas situações. A complexidade do tema levanta questões sobre a acessibilidade e a adequação dessa abordagem para alunos do Ensino Médio. O artigo carece de uma reflexão crítica sobre o nível de preparação prévia necessária dos alunos e professores para lidar com os conceitos tratados na proposta.

### **ARTIGO 03 – Relato de Pesquisa Empírica**

No resumo do texto, os autores explicitam que o objetivo é “investigar os aspectos de tomada de consciência socioambiental que podem ser promovidos acerca deste tema (Poluição Luminosa)”. E confirmam essa tomada de consciência com base no reconhecimento, por parte dos alunos, desta forma de poluição. Os resultados indicam que os estudantes inicialmente não possuíam conhecimento sobre o tema e demonstravam pouca preocupação com questões ambientais. Isso pode sugerir que o impacto da sequência didática seja um tanto limitado, uma vez que, segundo os próprios autores “espera-se [...] que um ensino sob a perspectiva temática [perspectiva adotada] parta de uma situação vivenciada pelos sujeitos, de seus problemas, sendo assim compreendida como uma dinâmica problematizadora” (p. 656, §.2). Os estudantes também demonstraram “indicadores de resistência” à postura dialógica, o que a autoria atribuiu a “um processo de ensino descomprometido com a formação crítica e política” (p.667, §.2). Porém, essa atitude observada pode indicar a necessidade de ajustes na metodologia, como uma maior ênfase na contextualização do tema em relação à vida cotidiana dos alunos ou uma abordagem mais interativa que possa superar essa resistência.

### **ARTIGO 04 – Relato de Pesquisa Empírica**

Inicialmente, o texto informa que apresentará a “descrição do processo de elaboração de uma Sequência Didática (SD)” que tem por objetivo “dar significado ao aprendizado científico da Astronomia e da Cosmologia, tanto para os professores em exercício quanto para seus alunos” (p. 1136, §.1). O artigo não trata da implementação da SD em turmas do Ensino Médio, restringindo-se apenas à apresentação de uma forma de o assunto ser trazido para sala de aula. Essa SD foi elaborada a partir de um processo

de questionamento feito com professores. Desta forma, o objetivo ao qual os autores se debruçam de fato, é o que eles mesmos chamam de “objetivo primário”, qual seja “modificar a prática pedagógica dos professores participantes [...], ou seja, fornecer elementos para que esses docentes utilizassem conhecimentos de Astronomia em suas aulas” (p. 1145, §.4). O artigo é finalizado sem uma discussão sobre o possível impacto de uma implementação dessa SD no desenvolvimento do conhecimento dos estudantes e na superação das dificuldades conceituais dos professores. Por fim, a afirmação de que “[...] por meio desse desenvolvimento aqui descrito e comentado, foi possível dar significado ao aprendizado científico da Astronomia e da Cosmologia, mediante os conteúdos selecionados, tanto para os professores em formação quanto para seus alunos, que puderam vivenciar o processo de divulgação da SD sugestionada por nós e implementada em sala de aula por seus professores” (p. 1160, §.1) não está acompanhada de nenhuma sustentação/argumentação, uma vez que não houve nenhuma implementação da SD proposta, o que, por sua vez, prejudica a uma melhor análise da sua relevância e eficácia.

### **ARTIGO 05 – Relato de Experiência**

No início do resumo do artigo, a autoria explicita que “Este trabalho apresenta os resultados de uma atividade de educação não formal” (p. 67, §.1), e se contradiz, no mesmo parágrafo, onde indica o artigo como uma “pesquisa” para explorar “um dos recursos educacionais do planetário”. Não houve nenhuma preparação prévia para que os alunos participassem da sessão de cúpula (recurso do planetário que foi explorado). Foi utilizado um mesmo questionário com os alunos, antes e depois da exibição do filme escolhido pela escola. Esse questionário foi elaborado no formato de questões de múltipla escolha, com questões cujas respostas foram sendo apresentadas ao longo do filme. A própria autoria afirmou que o estudo “possui limitações, sobretudo advindas do formato de avaliação da aprendizagem utilizado”. Uma análise estatística é apresentada, mas não há um aprofundamento suficiente sobre que implicações pedagógicas essas estatísticas acarretariam. Outra possível limitação do trabalho é a falta de detalhamento sobre como a atividade foi desenvolvida, visto que não há explanação sobre isso no decorrer do artigo, mas apenas a menção da exibição do filme sobre o Sistema Solar, o que prejudica também, o estabelecimento dos resultados.

## **ARTIGO 06 – Apresentação de Proposta Didática**

O autor apresenta uma proposta de Sequência Didática composta por 14 etapas, não explicitando sua duração ou vinculação destas com as aulas. No início do texto, apresenta como objetivo “o monitoramento de cefeidas clássicas, as quais exibem modificações regulares na intensidade da luz emitida em razão de efetuarem pulsações periódicas, com seu raio aumentando e diminuindo de maneira cíclica” (p. 7, §.1). O artigo não explora as possíveis limitações logísticas da utilização da proposta, como a necessidade de equipamentos específicos, condições atmosféricas adequadas e o tempo necessário para a observação e análise dos dados. Além disso, o estudo poderia ser mais robusto se incluísse uma discussão sobre a integração dessa prática com o restante da programação curricular de Física, garantindo que não se torne uma atividade isolada e desconectada dos outros conteúdos abordados. Por outro lado, a pouca mudança no brilho das cefeidas, adiciona, ao nosso ver, dificuldade para montar as escalas de observação. Pode ser útil a utilização de recursos visuais para facilitar a criação da escala de brilho, ajudando os envolvidos (professores e estudantes) a anotar a magnitude aparente da variável no momento da observação.

## **ARTIGO 07 – Apresentação de Proposta Didática**

Esta proposta é apresentada e executada pela própria autora, não havendo a sua implementação em sala de aula. O fato de se estar representando fisicamente uma constelação, por si só pode confundir o aluno, fazendo com que ele ache que as estrelas estão ligadas umas às outras no céu, ou que sua luminosidade advém de uma “tinta fosforescente”. A afirmação da autora de que este artigo “Pode contribuir de forma significativa para o aprendizado de conceitos abstratos, os quais são de difícil abordagem no ensino em geral e são relevantes para a formação básica do aluno, tanto em termos de teoria como para fins matemáticos” (p. 83-84, §.8) não está sustentada nem por argumentações, nem por uma empiria. Seria importante que a autora discutisse com mais detalhes possíveis manifestações de alunos ao uso da maquete construída e/ou fornecesse informações resultantes de uma empiria praticada, que evidenciassem a eficácia do desenvolvimento da proposta no aprendizado dos conceitos astronômicos. Sem tais discussões ou evidências, as conclusões parecem ser apenas resultado de uma visão otimista da autora.

## **ARTIGO 08 – Relato de Experiência**

Este texto apresenta um relato de experiência acerca de uma proposta de sequência didática para o Ensino de Astronomia. Essa proposta foi implementada em um espaço extracurricular (Projeto Pré-ENEM), com alunos que estavam finalizando o Ensino Médio, em vários (não há especificação clara) encontros de 2h de duração cada, no turno da noite. Essa apresentação da proposta está, de certa forma, bem detalhada. Mas, uma característica do material apresentado é que ele está mais centrado no polo ensino do que o polo aprendizagem. Isso fica evidente logo no início do texto, na apresentação dos chamados “objetivos didáticos da sequência”, quando os autores indicam que tais objetivos “foram ensinar sobre”, e seguem quatro conteúdos de ensino. Apesar disso, os autores afirmam que a elaboração da proposta seguiu as orientações gerais da chamada Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel. No entanto, os indicadores utilizados, ao final do relato, para avaliar esse tipo de aprendizagem são praticamente inexistentes. O texto também se apresenta muito repetitivo, sobretudo quanto à evolução da percepção dos estudantes em relação à possibilidade de, durante uma observação do céu noturno a olho, visualizar planetas além de estrelas. Como conclusão final, segundo os autores, dois conceitos centrais da Astronomia, o céu e o universo, foram aprendidos de modo significativo. Porém, pelas informações que o texto nos oferece, o que podemos aceitar é que os alunos: (1) passaram a reconhecer a possibilidade de, a olho nu, visualizar planetas, além de estrelas; (2) passaram a reconhecer a existência de uma “profundidade” na chamada “esfera celeste”, ou seja, que o universo visível a olho nu não está “chapado em uma superfície”, e que há distâncias entre os objetos celestes nas três dimensões espaciais.

## **ARTIGO 09 – Apresentação de Proposta Didática**

O artigo discute a possibilidade de integração do ensino de assuntos de Astronomia no Ensino Médio, mediante uma proposta para desenvolvimento de um Itinerário Formativo vinculado à área curricular “Ciências da Natureza”. Nesse sentido, é importante notar que o texto traz alguns equívocos sobre o que está previsto pela BNNC para o Ensino Médio. O principal deles diz respeito à parte flexível da programação curricular para o Ensino Médio, mediante o estabelecimento dos cha-

mados Itinerários Formativos. Tais Itinerários não foram estabelecidos pela BNCC, como afirmam os autores, mas sim pela chamada Lei do Novo Ensino Médio (Lei 13.415/2017), sendo que neste momento (2024) já temos uma nova lei para regular essa etapa de escolaridade, a Lei 14.945/2024, que estabelece a atual Política Nacional de Ensino Médio. Além disso, o texto ainda trabalha com a ideia de que cada Unidade Escolar poderia decidir, autonomamente, a estruturação de quantos e quais Itinerários Formativos oferecer. Ocorre que as Secretarias de Educação das Unidades da Federação decidiram, de modos diversos, sobre a oferta desses Itinerários e a autonomia das escolas ficou bastante reduzida nesse sentido. O texto traz muitas afirmações (de forma até repetitiva) indicando que a Astronomia é importante na vida das pessoas e que está bastante presente no nosso cotidiano, bem como defendendo sua relevância para o desenvolvimento tecnológico e econômico. No entanto, não apresenta nenhum exemplo nesse sentido e também não traz argumentações sobre isso. O texto limita-se, enfim, a apresentar a proposta didática (produto educacional), em termos de uma descrição do planejamento do Itinerário Formativo em questão. Porém, não há nenhuma problematização sobre a função e a importância de tais itinerários, nem sobre os desafios e as dificuldades possíveis em suas implementações, como parte de ampla reforma curricular que o Ensino Médio está enfrentando no país. Nesse sentido, não há conclusões neste texto, sendo que nas considerações finais os autores retomam parte dos pressupostos já apresentados na introdução e apresentam, agora, com mais detalhes, as ferramentas digitais (ambientes virtuais, simulações computacionais, etc.) possíveis de serem utilizadas para o desenvolvimento do Itinerário Formativo em questão.

### ***ARTIGO 10 – Apresentação de Proposta Didática***

O texto refere-se ao seu conteúdo como sendo o de um relato de pesquisa. Porém, não apresenta um objetivo ou um problema de pesquisa específico. Assim sendo, dados a organização e o desenvolvimento relatados, entendemos que esse texto se aproxima mais de uma apresentação de proposta didática (fundamentada na epistemologia hierárquica de Gagné) a qual foi implementada, mediante atividades de ensino remoto, durante o período pandêmico da COVID19. Os autores informam também que, metodologicamente, utilizou-se da sala de aula invertida. Porém, o detalhamento acerca disso é insuficiente para se avaliar a sua influência no

desempenho final dos estudantes. No caso da chamada epistemologia de aprendizagem hierárquica de Gagné, há um relativo detalhamento das proposições desse autor. Porém, apesar dos autores apresentarem sua proposta didática como embasada nessa teorização de Gagné, as avaliações de desempenho (questionários iguais, inicial e final) foram feitas mediante um conjunto de questões, as quais, em sua maioria, exigem apenas memorização de fatos (conteúdos factuais). Esse fato coloca alguns questionamentos acerca dos alunos, como afirmam os autores, terem efetivamente atingido habilidades relativas a “regras de ordem superior”, conforme a teorização apresentada. Os autores afirmam que o trabalho desenvolvido fez com houvesse convergência para uma “didática promotora de aprendizagem significativa, crítica, investigativa e interdisciplinar”. Porém, diante das constatações advindas das avaliações realizadas (pré-teste e pós-teste) e, principalmente, pela natureza das questões utilizadas, ficam fragilizadas, de certa forma, as afirmações de aprendizagens importantes após essa implementação relatada da referida proposta didática.

### **ARTIGO 11 – Relato de Experiência**

O relato mostra-se superficial na avaliação dos impactos das estratégias utilizadas no decorrer das atividades. Os dados imediatos parecem indicar uma melhoria no engajamento e na compreensão das alunas, mas o artigo não explora se essas melhorias são sustentáveis ao longo do tempo ou se as alunas conseguem transferir o conhecimento adquirido para outras áreas. A amostra utilizada (40 alunas de um projeto específico) é relativamente pequena e homogênea, o que limita a possibilidade de generalização dos resultados. A utilização de um aplicativo como o *Kahoot!* para avaliar os conhecimentos construídos é interessante, mas não substitui uma análise mais profunda, que poderia incluir, por exemplo, entrevistas ou questionários para avaliar a retenção do conhecimento construído, ao longo do tempo. A autoria afirma que “conforme indicam os resultados, pode-se concluir que a oficina atingiu seu objetivo, ao promover a compreensão, pela maioria das alunas, sobre a causa da ocorrência das estações do ano” (p. 68, §.7) o que nos parece ser audacioso, visto que a avaliação se deu via pré-teste e pós-teste. Por fim, o artigo poderia abordar possíveis dificuldades que professores enfrentariam, caso quisessem implementar essas estratégias, especialmente em escolas com recursos limitados ou com turmas grandes e heterogêneas.

## **ARTIGO 12 – Relato de Pesquisa Empírica**

O texto apresenta uma contradição na sua introdução. Ao tentar responder ao questionamento sobre como inserir assuntos de Astronomia em aulas de Física do Ensino Médio, inicialmente afirma que a resposta “parece simples” e apresenta uma justificativa para isso. Mas, logo a seguir, afirma o oposto: “as respostas [...] não são tão simples quanto parecem”. E, novamente, traz justificativas para isso, sendo algumas razoáveis e outras nem tanto. Falta uma problematização sobre os motivos/justificativas apresentados. O texto também é recorrente (repetitivo até) em afirmar que o estudo de fenômenos/conteúdos astronômicos é extremamente motivador para os alunos, chegando a afirmar que a Astronomia é uma “ciência motivadora” e que seu estudo leva ao interesse pela nossa existência (“[...] segredos e mistérios da existência humana”). Porém, infelizmente, em nenhum momento apresenta exemplares de tais fenômenos e nem uma melhor argumentação para tais afirmações. Segundo os autores, o objetivo do artigo é relatar o desenvolvimento de uma pesquisa que buscou analisar “a inserção de uma sequência didática com temáticas astronômicas durante as aulas de Física”. Não foi apresentado um problema de pesquisa que orientasse a coleta de informações. Vamos manter este texto classificado como Relato de Pesquisa Empírica, na medida em que houve uma tentativa de utilização da análise de conteúdo (BARDIN) para a análise das respostas dos alunos às questões dos dois testes (pré-teste e pós-teste). Porém, essa tentativa ficou reduzida ao estabelecimento de três níveis (categorias) para essas respostas. Por isso, considerando de forma global, o texto se aproxima mais de um Relato de Experiência. O texto não apresenta conclusões, mas restringe-se a considerações finais, nas quais a experiência relatada é afirmada como positiva, a partir de um conjunto de manifestações de aprovação por parte dos alunos.

## **ARTIGO 13 – Apresentação de Proposta Didática**

O texto trata da apresentação de uma proposta didática para o ensino de assuntos de Astronomia, com ênfase no estudo de meteoros. Como fundamentação básica para tal proposta, adota as orientações do movimento chamado “Ciência Cidadã”. Cremos que é nesse sentido que essa proposta se estrutura como um projeto paracurricular, ou seja, para

ser desenvolvido em paralelo ao andamento usual dos componentes curriculares, como a Física, em especial. E, para a estruturação da proposta, os autores recorrem a um estudo de 15 artigos selecionados pelo Google Acadêmico, a partir de cujos resultados, recolhem indicadores para os tópicos e as questões (e até, de certo modo, a sequência do desenvolvimento) que devem ser abordados. Nesse sentido, tal estudo, apesar de conduzido, segundo os autores, com base nas orientações da chamada “Análise de Conteúdo” (BARDIN), nos pareceu extremamente dirigido “a priori”, na medida em que categorias e várias subcategorias “emergidas” praticamente já estavam presentes na justificativa do próprio texto. Apesar de a apresentação da proposta didática em questão estar bem detalhada, ao nosso ver, ainda é insuficiente para a maioria absoluta dos professores de Física poderem se arriscar em sua implementação em sala de aula. Isso porque os Cursos de Licenciatura, de modo geral, e com exceção de algum que tenha Astronomia ou Ensino de Astronomia como disciplina optativa em sua programação curricular básica, não tratam de assuntos de Astronomia em suas disciplinas usuais. Resta então, a expectativa de que algum professor de Física que tenha interesse particular nesses assuntos busque uma autoformação nessa direção, para poder arriscar e aceitar o desafio proposto. De todo modo, o texto cumpre com o objetivo a que se propõe que é a própria apresentação, com orientações detalhadas, da proposta didática em questão. Por fim, o texto não traz propriamente conclusões, o que era esperado, e sim considerações (finais), nas quais reafirma pressupostos já apresentados. Uma última observação é que o texto, em sua defesa de ensino de elementos de “metodologia científica” se aproxima, de um modo diríamos perigoso, de proposições ingênuas que pretendem transformar os estudantes da Educação Básica em minicientistas, sem considerar que os ambientes típicos em que os componentes curriculares se desenvolvem, mesmo que não sejam tratados de modo tradicional, ainda assim se referem a conhecimentos já estabelecidos na cultura humana. E não poderia ser de outra forma.

### **ARTIGO 14 – *Relato de Experiência***

O artigo traz afirmações que estão um tanto defasadas no tempo, devido às referências adotadas, sobretudo em relação à qualidade dos Livros Didáticos. Sem querer entrar em uma polêmica, o que não seria

aqui pertinente, mas temos que reconhecer o PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) tem evoluído bastante e realizado um trabalho importante na avaliação da qualidade dos livros adotados nas escolas das redes públicas do país. Nesse sentido, pode-se dizer que, de modo geral, os livros recomendados pelo PNLD, após avaliação criteriosa, embasada e técnica, hoje em dia, praticamente estão isentos de erros conceituais graves. Outro ponto que precisa de uma observação é que adotar afirmações sobre a formação dos professores, retiradas de estudos feitos no âmbito do Ensino Fundamental, para extrapolar para o âmbito do Ensino Médio é extremamente preocupante para não dizer inadequado, visto que as formações dos professores de Ciências ou Geografia, ou mesmo Pedagogia, para o Ensino Fundamental e dos professores de Física, por exemplo, para o Ensino Médio são completamente distintas. Os autores afirmam que, com a experiência vivenciada, buscavam responder a seguinte questão principal: “É possível ensinar Astronomia no Ensino Médio, associada com uma atividade gamificada de um jogo de cartas, de forma a conseguir despertar o interesse, a curiosidade e a fascinação dos alunos, ampliando suas visões de mundo e os conscientizando da importância do tema para a sociedade? Um ponto que chama a atenção na análise das respostas aos questionários refere-se a “habilidades” que os autores simplesmente afirmam que foram desenvolvidas mediante a utilização de um simples jogo de cartas, em uma única vez, durante 55 minutos. Ou seja, segundo os autores, durante o jogo desenvolveram-se “hábitos de companheirismo, lealdade e honestidade entre as equipes”. Isso é afirmado sem apresentação de nenhuma argumentação ou evidência para justificar. Por fim, os autores, ao apresentarem a estrutura do texto, indicam que haveriam conclusões ao final, mas limitaram-se a apresentar considerações finais. Nelas são retomados vários aspectos já apresentados no texto, sem o comparecimento de quase nenhum elemento novo, terminando com uma recomendação. Nessa seção final, o texto ficou devendo sobretudo referência a um ponto constante da questão principal, qual seja, “a conscientização dos alunos da importância do tema [Astronomia] para a sociedade”. E mesmo quanto à “ampliação da visão de mundo dos alunos”, as indicações são ainda insuficientes. No afã de defender sua proposta, o texto deixou de problematizar sobre possíveis limitações do uso de jogos em sala de aula, como o risco de

superficializar os conteúdos em prol da diversão e a possibilidade de desmotivar ou isolar alunos que não se adaptam bem ao uso desse recurso didático. A pesquisa também poderia incluir uma análise crítica mais aprofundada sobre a longevidade do impacto da gamificação no aprendizado, questionando se o engajamento inicial pode se traduzir em uma compreensão efetiva e duradoura dos conteúdos astronômicos tratados.

## CONCLUSÃO

Da análise realizada, verificamos que há uma boa diversidade de possibilidades para o Ensino de Astronomia no Ensino Médio. No entanto, pudemos evidenciar também que os trabalhos apresentam limitações que comprometem sua confiabilidade e sua aplicabilidade.

Podemos destacar, como limitação mais recorrente, a falta de avaliação rigorosa dos impactos das atividades propostas, a qual impede uma compreensão mais profunda de seus efeitos no aprendizado dos estudantes. Na maioria dos casos, em que houve implementação da proposta didática, as avaliações de aprendizagem se mostraram muito frágeis, e muitas vezes só puderam captar aspectos relativos a memorizações. E os indicadores obtidos referem-se mais a itens de participação/envolvimento dos alunos nas atividades, do que a itens de aprendizagem efetiva.

Além disso, a ausência de detalhes metodológicos prejudica a possibilidade de utilização de muitas propostas em outros contextos educacionais. Em alguns casos, a complexidade dos assuntos/tópicos abordados, combinada com a falta de uma contextualização adequada e de uma reflexão sobre as condições de implementação, levanta dúvidas sobre a acessibilidade dessas propostas para professores e estudantes da Educação Básica, de modo geral.

Outro ponto a considerar é a falta de integração da maioria das propostas apresentadas com programações curriculares típicas, por exemplo, para Física no Ensino Médio e a escassez de evidências empíricas suficientes para apoiar as afirmações de eficácia.

Por fim, é importante notar que muitos artigos trazem objetivos amplos e relativamente ambiciosos, mas em contrapartida não oferecem conclusões a respeito deles, limitando-se, em geral, a apresentar considerações finais, em que simplesmente descrições são retomadas, resumos são repetidos ou pressupostos são reafirmados.

Em síntese, embora os artigos analisados tragam contribuições interessantes para o Ensino de Astronomia no Ensino Médio, para que esses esforços (propostas didáticas) tenham impacto consideráveis, há a necessidade de maior rigor metodológico, mais reflexão crítica e avaliações de aprendizagem pertinentes. Desta forma, é essencial que futuros trabalhos busquem superar essas limitações, fornecendo orientações metodológicas mais detalhadas e evidências mais robustas que possam guiar tanto pesquisadores, mas, sobretudo professores, na utilização de propostas didáticas voltadas ao Ensino de Astronomia no Ensino Médio.

## REFERÊNCIAS

BOCZKO, R. **Conceitos de Astronomia**. São Paulo: Edgard Blucher, 1984.

BRASIL; Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. BRASIL; Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. MEC/SEF, 2017.

CANIATO, R. **O céu**. Campinas: Átomo, 2011.

LANGHI, R; NARDI, R. Justificativas para o ensino de Astronomia: o que dizem os pesquisadores brasileiros? **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 14, n. 3, 2014.

MATSUURA, O. T. et al., **História da astronomia no Brasil**, Recife: Cepe, 2014.

OLIVEIRA, F. A. D.; LANGHI, R. Educação em Astronomia: investigando aspectos de conscientização socioambiental sobre a poluição luminosa na perspectiva da abordagem temática. **Ciência & Educação** (Bauru), v. 20, n. 3, p. 653-670, 2014.

OLIVEIRA FILHO, K. de S.; SARAIVA, M. de F. O. **Astronomia e Astrofísica**. 4.ed; São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Educação; **Referencial Curricular Gaúcho: Ciências da Natureza**. Porto Alegre: SEDUC, 2018. Disponível em: <<http://portal.educacao.rs.gov.br/Portals/1/Files/1530.pdf>>. Acesso em: 2 abr. 2024.

SILVA, V. P.; GUIMARÃES, M. H. U.; PASSOS, M. M. Sequência Didática para o ensino de Astronomia. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 38, n. 2, p. 1135-1165, 2021.

# ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE DAS DISSERTAÇÕES DO PPGEMEF E DO PROFMAT

Vânia Bolzan Denardi  
Patrícia Loriane Falk

## INTRODUÇÃO

Quando se menciona Álgebra, é comum que as pessoas pensem logo em equações, letras, símbolos e como encontrar o valor desconhecido. Esse pensamento não está errado, pois a Álgebra é de fato a área da Matemática que generaliza e abstrai quantidades usando símbolos. Contudo, a Álgebra vai além das técnicas de resolução. Ela envolve um modo de pensar que visa modelar problemas matematicamente, convertendo-os da linguagem cotidiana para a linguagem matemática.

Historicamente, a inclusão da Álgebra nos currículos brasileiros passou por diversas mudanças. Na década de 1960, seu ensino era predominantemente mecânico e reprodutivo, concentrando-se em procedimentos sem uma compreensão clara de suas aplicações (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1992). Com o tempo, a percepção sobre a Álgebra evoluiu, passando a ser vista como o estudo das equações e dos métodos para resolvê-las.

Atualmente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) evidencia que a principal finalidade do estudo da Álgebra na Educação Básica é desenvolver o pensamento algébrico. No contexto específico dos anos finais do Ensino Fundamental, o ensino de Álgebra visa proporcionar aos estudantes uma base sólida em conceitos algébricos que são essenciais para sua formação matemática contínua e para a vida. Esses conceitos não se limitam apenas à manipulação simbólica, mas também englobam a compreensão das relações entre quantidades variáveis e a capacidade de modelar e resolver problemas do mundo real por meio de equações e inequações simples (BRASIL, 2018).

Além disso, a BNCC enfatiza a importância de abordar a Álgebra de maneira integrada com outros campos da Matemática e com diferentes áreas do conhecimento, fomentando uma visão interdisciplinar que enriquece a compreensão dos estudantes sobre a relevância e a aplicabilidade da Álgebra em diversas situações.

Contudo, apesar da importância dos conceitos algébricos no desenvolvimento dos estudantes e da necessidade de eles serem trabalhados de forma que os alunos consigam perceber sua utilidade, muitas vezes tais conceitos acabam sendo vistos de forma fragmentada e sem sentido.

Desse modo, percebe-se a necessidade de realizar uma análise de pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra. Parte-se da premissa de que estudos de revisão sistemática são relevantes para a área da Educação Matemática, uma vez que permitem identificar tendências, lacunas e áreas de interesse dentro de um determinado campo de estudo.

Sendo assim, o objetivo deste artigo é apresentar um mapeamento de dissertações produzidas nos programas de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria, PPGEMEF, e de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, PROFMAT, que abordam o ensino e a aprendizagem de Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. O intuito é conhecer as contribuições destas pesquisas, identificar semelhanças e diferenças entre elas e, conseqüentemente, encontrar direções para futuras investigações.

Dessa forma, o presente artigo está estruturado em cinco seções. Nesta primeira seção, apresenta-se a justificativa para o desenvolvimento da investigação, os objetivos da pesquisa, bem como a organização do trabalho. A seção 2 traz uma breve descrição de como a Álgebra é abordada na BNCC. Na seção 3, é apresentada a metodologia adotada. Dedicar-se à seção 4 para a descrição dos resultados obtidos. Por fim, na seção 5 tem-se as considerações finais.

## **A ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO A BNCC**

A Base Nacional Comum Curricular é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas

e modalidades da Educação Básica (BRASIL, 2018, p. 7). O objetivo desse documento é ser um referencial nacional para a construção dos currículos em toda rede de ensino da Educação Básica.

Quanto ao ensino de Matemática, a BNCC justifica a importância do aprendizado desta disciplina da seguinte maneira:

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. (BRASIL, 2017, p. 265).

Na área de Matemática, a Base propõe cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Dentre elas, a Álgebra foi escolhida como objeto deste estudo, com foco nos anos finais do Ensino Fundamental.

O objetivo dessa unidade temática, segundo a BNCC, é desenvolver o pensamento algébrico desde os primeiros anos do Ensino Fundamental; de forma que para esse desenvolvimento

[...] é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2018, p. 270).

Nos anos iniciais, o ensino da Álgebra começa com a exploração de regularidades, padrões e propriedades de igualdade, mas sem o uso de letras. As atividades incluem completar e construir sequências com base em regras de formação e trabalhar a noção de equivalência por meio de igualdade.

Para os anos finais do Ensino Fundamental, período esse que abrange do 6º ao 9º ano, a BNCC propõe revisar e expandir os conceitos de Álgebra trabalhados nos anos iniciais. Nesta etapa, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, generalizar propriedades, investigar a regularidade de

seqüências numéricas, identificar valores desconhecidos em sentenças algébricas e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário que eles façam conexões entre variável e função, e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações e inequações, incluindo a representação no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problemas, em vez de serem estudadas como fins em si mesmas.

Além disso, o desenvolvimento do pensamento computacional é incentivado, uma vez que os alunos precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar problemas apresentados em língua materna em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa. Nesta fase, ao contrário da anterior, é destacado o uso da linguagem simbólica para representar e argumentar.

O Quadro 1 abaixo ilustra a divisão da Álgebra proposta pela BNCC para os anos finais do Ensino Fundamental, sintetizando o que foi exposto anteriormente.

Quadro 1 - Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental

| Ano    | Objetos de conhecimento                                                                                                                 | Habilidades                                                                                                                                                                                                                                             |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6º ano | Propriedades da igualdade                                                                                                               | (EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas |
|        | Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo | (EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.                          |
| 7º ano | Linguagem algébrica: variável e incógnita                                                                                               | (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.                                                                                      |

| Ano    | Objetos de conhecimento                                                                             | Habilidades                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7º ano | Linguagem algébrica: variável e incógnita                                                           | (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.                                                       |
|        |                                                                                                     | (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.                                                                                                                                  |
|        | Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica      | (EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.                                                                                            |
|        | Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais     | (EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.                            |
|        | Equações polinomiais do 1º grau                                                                     | (EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$ , fazendo uso das propriedades da igualdade                                                        |
| 8º ano | Valor numérico de expressões algébricas                                                             | (EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.                                                                                           |
|        | Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano                          | (EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.                                                                                                                                         |
|        | Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano | (EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso. |

| Ano    | Objetos de conhecimento                                                                           | Habilidades                                                                                                                                                                                                                                             |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8º ano | Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$ .                                                | (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$ .                                                                                           |
|        | Sequências recursivas e não recursivas                                                            | (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.                                                     |
|        |                                                                                                   | (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.                                                                                  |
|        | Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais | (EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.                      |
|        |                                                                                                   | (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.                                                                                                            |
| 9º ano | Funções: representações numérica, algébrica e gráfica                                             | (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. |
|        | Razão entre grandezas de espécies diferentes                                                      | (EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.                                                                                                                |

| Ano    | Objetos de conhecimento                                                    | Habilidades                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 9º ano | Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais | (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. |
|        | Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis                       | (EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.                                  |
|        | Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatoraões         |                                                                                                                                                                                                                                                                      |

Fonte: elaborado pelas autoras, a partir de BRASIL (2018, p. 302-317).

No 6º ano, são revisitados o conceito relacional da igualdade e problemas de partição, previamente introduzidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. No 7º ano, a linguagem algébrica é abordada através da diferenciação e compreensão dos conceitos de variável e incógnita, incluindo expressões algébricas e equações polinomiais do 1º grau. Nesta fase, é essencial que o uso dos símbolos tenha um significado claro ao traduzir situações diversas em equações, tabelas e gráficos. Nos 8º e 9º anos, o foco se desloca da resolução de equações para o desenvolvimento do pensamento algébrico, empregando equações, inequações e funções para resolver problemas.

A BNCC determina que a Matemática no Ensino Fundamental deve ser ensinada de forma a ser útil tanto dentro quanto fora da sala de aula. No entanto, isso não significa que todas as situações devem ser do cotidiano. O objetivo é evitar a abordagem que foca exclusivamente em cálculos e aplicação de propriedades.

Dessa forma, a Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental é crucial para a formação matemática dos alunos, preparando-os para desafios acadêmicos e para a vida. Utilizando metodologias inovadoras e estratégias inclusivas, o ensino da Álgebra pode se tornar uma experiência significativa, que não apenas desenvolve habilidades matemáticas, mas

também promove o pensamento crítico e a resolução de problemas em diversos contextos.

Esta pesquisa visa analisar em que medida as dissertações oriundas do PPGEMEF e do PROFMAT estão alinhadas com as da BNCC, especialmente no que tange às habilidades propostas para o ensino de Álgebra no Ensino Fundamental.

## METODOLOGIA

Do ponto de vista metodológico, este estudo caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa de natureza bibliográfica, com o objetivo de mapear dissertações sobre o ensino e a aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Assim como Fiorentini, Passos e Lima (2016, p. 18),

[...] entendemos o mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teóricos- metodológicos e temáticos.

Para a elaboração do mapeamento, decidiu-se limitar o período de análise aos anos de 2018 a 2024 e considerar dissertações oriundas dos programas de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria, PPGEMEF, e de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, PROFMAT. A delimitação temporal baseia-se no período posterior à implementação da BNCC. A escolha desses programas de pós-graduação é justificada pelo seu reconhecimento na área de Educação Matemática/Matemática e, sobretudo, pelo recente ingresso da segunda autora deste artigo no PPGEMEF. Como acadêmica da UFSM, seu interesse reside em conhecer as contribuições científicas que emanam desses dois programas oferecidos pela sua instituição de ensino. Tal conhecimento é essencial

para contextualizar seu próprio percurso na academia e para contribuir efetivamente com o crescimento do conhecimento na área.

Dessa forma, a busca foi realizada em duas bases de dados, a saber: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da UFSM (BDTD UFSM) e Dissertações do PROFMAT. Como parâmetro de busca, descritor, utilizou-se a expressão “Álgebra”. Na BDTD UFSM, a navegação foi realizada por programas; sendo que no PPGEMEF, a consulta do descritor resultou em 28 dissertações e no PROFMAT, em 21. Já, no banco de Dissertações do PROFMAT foram localizadas 54 dissertações.

Inicialmente, realizou-se a leitura do título das 103 dissertações encontradas, no intuito de especificar a busca e selecionar pesquisas com o enfoque mais próximo ao do objetivo deste mapeamento: pesquisas que abordam o ensino e a aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. A partir daí, foram excluídas 57 pesquisas com base nos seguintes critérios de exclusão:

- a. Inconformidade com o nível de ensino: excluiu-se dissertações que tratavam do ensino da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio, no Ensino Superior, incluindo a formação de professores, e no contexto da educação inclusiva.
- b. Inconformidade com o tema analisado: excluiu-se pesquisas que envolviam Estado da Arte, análise de livros didáticos e de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, OBMEP.

Em seguida, foram lidos os resumos das 46 dissertações restantes para delimitar a amostra dos trabalhos que seriam lidos na íntegra. A aplicação dos critérios de exclusão nesta segunda etapa resultou na eliminação de mais 26 dissertações, restando, portanto, 20 para o escopo desta pesquisa.

Na seção seguinte, as dissertações mapeadas são analisadas e discutidas a partir das seguintes categorias: objetivos, conteúdos matemáticos abordados, sujeitos da pesquisa, procedimentos metodológicos, principais referenciais teóricos e resultados.

# ANÁLISE DOS DADOS

O Quadro 2 mostra, em ordem decrescente de ano de publicação, as dissertações que integram o *corpus* documental deste mapeamento, incluindo informações sobre o autor, o ano de publicação, o Programa de Pós-Graduação (PPG) e a Instituição de Ensino Superior (IES).

Quadro 2 – Dissertações selecionadas para o mapeamento

| Título                                                                                                                             | Autor                         | Ano  | Programa, Instituição |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|------|-----------------------|
| 1. A álgebra como vilã do 7º ano do ensino fundamental: propostas de jogo para desmistificar essa ideia                            | Luiza Ferraz Vieira           | 2024 | PROFMAT, UFJF         |
| 2. Aritmética e álgebra no ensino básico: explorando correlações com a teoria de anéis                                             | Vanessa Klein Szabunia        | 2023 | PROFMAT, UDESC        |
| 3. Plataforma digital Graspable: proposições para o ensino de álgebra na educação básica                                           | Diogo Ferreira de Sousa       | 2022 | PROFMAT, UNIFESP      |
| 4. Explorando os fractais para o desenvolvimento das habilidades relacionadas ao Ensino de álgebra no 7º ano do ensino fundamental | Leonardo Gondim de Oliveira   | 2022 | PROFMAT, UFC          |
| 5. Utilização do Algeplan nas operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau                                             | Lidiane Garcia Bressan        | 2021 | PROFMAT, UFSM         |
| 6. A álgebra nos anos finais do ensino fundamental: erros que alunos mais cometem                                                  | Kíssylla Christina Medeiros   | 2021 | PROFMAT, UFES         |
| 7. Jogos no ensino da álgebra                                                                                                      | Mariana Carneiro Moreira Melo | 2021 | PROFMAT, UERJ         |
| 8. O estudo de álgebra no ensino fundamental II: uma proposta com materiais manipuláveis                                           | Poliana Martins de Souza      | 2021 | PROFMAT, UTFPR        |

| <b>Título</b>                                                                                                                                        | <b>Autor</b>                        | <b>Ano</b> | <b>Programa, Instituição</b> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|------------|------------------------------|
| 9. Jogos para o ensino de álgebra                                                                                                                    | Marcos Henrique Nascimento Domingos | 2021       | PROFMAT, UERJ                |
| 10. Dificuldades na aprendizagem e ensino de álgebra: atividades propostas para minimizar essas dificuldades                                         | Eduardo Jose De Oliveira Estevao    | 2021       | PROFMAT, UFCAT               |
| 11. Explorando os conceitos de elemento neutro e oposto por meio da resolução de equações no conjunto dos números racionais                          | Ivana Manfio Cocco                  | 2020       | PROFMAT, UFSM                |
| 12. Uma proposta de intervenção metodológica por meio da integralização dos saberes matemáticos no ensino-aprendizagem da álgebra na educação básica | Claudia Alves Teixeira              | 2020       | PROFMAT, UESB                |
| 13. O ensino de álgebra no ensino fundamental, utilizando a resolução de problemas à luz dos registros de representação semiótica                    | Rafael Chaves Da Luz                | 2020       | PROFMAT, UEMA                |
| 14. O Algeplan: uma proposta de uso de material manipulativo no ensino da álgebra                                                                    | Maria de Jesus Rocha Pinho          | 2020       | PROFMAT, CPII                |
| 15. Introdução à álgebra através da metodologia de resolução de problemas em uma turma do 8º ano de uma escola de Barbacena-MG                       | Patrícia de Almeida Liguori         | 2020       | PROFMAT, UFSJ                |
| 16. Uma abordagem da álgebra dentro do currículo do ensino fundamental: mudanças e proposta para sala de aula                                        | Bruno Reuber Maia Pinheiro          | 2019       | PROFMAT, UFERSA              |
| 17. Erros comuns dos estudantes em álgebra                                                                                                           | José Flavio De Castro Soares        | 2019       | PROFMAT, UERJ                |
| 18. Iniciação do estudo da álgebra no ensino fundamental por meio da resolução de problemas                                                          | Aginaldo Silva Santana              | 2019       | PROFMAT, UESC                |

| <b>Título</b>                                                       | <b>Autor</b>                | <b>Ano</b> | <b>Programa, Instituição</b> |
|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------|------------|------------------------------|
| 19. O movimento de ensinar e aprender álgebra no ensino fundamental | Caroline Rodrigues Trindade | 2018       | PPGEMEF, UFSM                |
| 20. Dominós como recurso didático para o ensino de matemática       | Oneide Oliveira             | 2018       | PROFMAT, UFSM                |

Fonte: elaborado pelas autoras.

Como esclarecido anteriormente, a busca relacionada ao tema ensino e aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental, se deu no banco de dados da BDTD UFSM e no banco de Dissertações do PROFMAT, considerando a delimitação temporal de 2018 a 2024. Em relação as dissertações selecionadas para o mapeamento, percebe-se que quatro são oriundas da UFSM, sendo três provenientes do PROFMAT e uma do PPGEMEF.

Na sequência, analisam-se outros aspectos revelados por meio do mapeamento realizado, a saber: os objetivos das pesquisas, os conteúdos matemáticos abordados, os sujeitos, os procedimentos metodológicos, os principais referenciais teóricos e resultados. Além do mais, busca-se verificar em que medida as pesquisas atuais estão alinhadas com as diretrizes estabelecidas pela BNCC, especialmente no que se refere às habilidades propostas para o ensino de Álgebra no Ensino Fundamental. Por fim, apresenta-se lacunas e indicações de reflexões ou sugestões para futuras pesquisas.

## **QUANTO AOS OBJETIVOS, CONTEÚDOS MATEMÁTICOS E SUJEITOS DAS DISSERTAÇÕES**

Por meio do Quadro 3, apresentam-se os objetivos, os conteúdos matemáticos e os sujeitos das pesquisas.

Quadro 3 – Caracterização das pesquisas em termos de objetivos, conteúdos matemáticos e sujeitos

| <b>Dissertação</b> | <b>Objetivos</b>                                                                                                                                                                                                       | <b>Conteúdos Matemáticos</b>                 | <b>Sujeitos</b>              |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|------------------------------|
| 1                  | Despertar o interesse dos alunos do 7º ano pela álgebra por meio da introdução de um jogo de tabuleiro                                                                                                                 | Expressões algébricas e equações.            | Alunos do 7º ano             |
| 2                  | Apresentar conexões entre as áreas da Aritmética e Álgebra no contexto do Ensino Básico.                                                                                                                               | Números inteiros e Polinômios                | ***                          |
| 3                  | Investigar as principais concepções sobre a álgebra e sobre seu ensino.                                                                                                                                                | Equações                                     | ***                          |
| 4                  | Elaborar atividades que possibilitem a introdução e aprofundamento de conceitos essenciais a aprendizagem da álgebra.                                                                                                  | Sequências, expressões algébricas e equações | ***                          |
| 5                  | Investigar as contribuições do uso do material didático manipulativo Algeplan para o ensino e aprendizagem de polinômios.                                                                                              | Polinômios e equações do 2º grau             | Alunos do 9º ano             |
| 6                  | Busca por reflexões e propostas de soluções para minimizar a problemática dos erros cometidos pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental durante o processo de ensino-aprendizagem da unidade temática Álgebra | Equações e expressões algébricas             | Alunos do 7º ano             |
| 7                  | Apresentar propostas metodológicas envolvendo jogos que facilitem o ensino da Álgebra.                                                                                                                                 | Equações                                     | Alunos do 7º ano e do 9º ano |
| 8                  | Propor atividades utilizando materiais manipuláveis que facilitem o ensino da Álgebra                                                                                                                                  | Expressão algébrica e equação do 1º grau     | Alunos do 8º ano             |
| 9                  | Difundir o uso de alguns jogos didáticos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática                                                                                                                            | Expressões algébricas, equações e fatoração  | Alunos do 8º e 9º ano        |

| <b>Dissertação</b> | <b>Objetivos</b>                                                                                                                                                                       | <b>Conteúdos Matemáticos</b>                                                                                                 | <b>Sujeitos</b>                                       |
|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 10                 | Descobrir quais são as principais dificuldades que surgem no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra, e propor atividades para minimizá-las e desenvolver o pensamento algébrico. | Operações básicas, expressão numéricas sequências, linguagem algébrica, progressões aritméticas, ângulos, equações e funções | ***                                                   |
| 11                 | Investigar a compreensão dos conceitos de elemento neutro e oposto no Conjunto dos Números Racionais                                                                                   | Anel dos números racionais, operações algébricas não usuais e equações do 1º grau                                            | Alunos do 7º ano                                      |
| 12                 | Construir uma proposta de intervenção metodológica por meio da integralização dos saberes matemáticos no ensino-aprendizagem da Álgebra na Educação Básica                             | Operações aritméticas, potenciação, sequências, linguagem algébricas, expressões, produtos notáveis e equações.              | ***                                                   |
| 13                 | Discutir as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra.                                                                                                                        | Expressão algébricas e equações                                                                                              | Alunos do 9º ano                                      |
| 14                 | Apresentar uma proposta de atividades com o material manipulativo Algeplan para alunos da Educação Básica                                                                              | Monômios e polinômios                                                                                                        | Alunos 8º ano do Ens. Fund. e do 1º ano do Ens. Médio |
| 15                 | Analisar a funcionalidade da metodologia de resolução de problemas para introduzir a linguagem algébrica                                                                               | Expressões algébricas e valor numérico de uma expressão algébrica                                                            | Alunos do 8º ano                                      |

| Dissertação | Objetivos                                                                                                                                                                                     | Conteúdos Matemáticos                                                                                       | Sujeitos         |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| 16          | Analisar o currículo em relação à álgebra, apontando as mudanças feitas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e propor atividades diferenciadas para o cotidiano de sala de aula.       | Equações do 1º grau                                                                                         | Alunos 8º ano    |
| 17          | Analisar os principais erros dos estudantes ao responder questões de matemática ligadas à álgebra.                                                                                            | Equação do 1º grau e do 2º grau, expressões algébricas, produtos notáveis e sistemas de equações do 1º grau | Alunos do 9º ano |
| 18          | Desenvolver atividades de ensino, a partir da resolução de problemas, para investigar as dificuldades de aprendizagem dos alunos no estudo da Álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental | Expressões algébricas e equação do 1º grau                                                                  | Alunos 8º ano    |
| 19          | Investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto a Equação do 1º grau, a partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino.                                                     | Equação do 1º grau                                                                                          | Alunos 7º ano    |
| 20          | Ressaltar técnicas combinatórias, demonstrando concretamente a partir do uso de dominós, algumas propriedades dos números naturais e certas propriedades algébricas.                          | Propriedades aritméticas, produtos notáveis, relações de Girard, progressões aritméticas e sequências.      | Alunos 6º ano    |

Fonte: elaborado pelas autoras.

Os dados apresentados, no Quadro 3, permitem observar algumas convergências, em termos de objetivos. As dissertações 1, 5, 7, 8, 9, 14 e 20 propõem o uso de materiais manipuláveis no ensino de Álgebra, a fim de despertar o interesse do aluno e, assim, facilitar a aprendizagem de conceitos algébricos. Convém destacar que, os autores destas pes-

quisas sinalizam a necessidade de mudanças na maneira de ensinar, de modo a proporcionar um ensino mais centrado no aluno e não apenas na exposição sucessiva de conteúdo, por parte do professor.

A necessidade de mudanças nos processos de ensino e aprendizagem da Álgebra também se manifesta nas dissertações 4, 15, 17 e 18, as quais buscam evidenciar as contribuições de diferentes metodologias. Citando uma grande dificuldade dos alunos em compreender a Álgebra da maneira tradicional como é ensinada, os autores enfatizam que é necessário buscar práticas pedagógicas e metodologias que visem uma melhor formação do aluno, permitindo a realização de reflexões, investigações e generalizações que contribuam para o desenvolvimento pensamento algébrico.

As dissertações 3, 10, 13 e 18 têm como objetivo descobrir quais são as principais dificuldades no ensino e aprendizagem da Álgebra, enquanto as dissertações 6 e 17 procuram elencar erros cometidos pelos alunos neste processo. Os autores propõem atividades para minimizar as dificuldades e/ou erros e, assim, desenvolver o pensamento algébrico.

Uma certa convergência, em termos de objetivos, também foi observada nas dissertações 11 e 19 que investigam a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Contudo, tais pesquisas diferem em relação ao conteúdo abordado e a metodologia utilizada. A dissertação 11 usa uma adaptação da definição de anel para o Ensino Fundamental, buscando a compreensão dos conceitos de elemento neutro e oposto, enquanto a 19 utiliza os pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino, visando a aprendizagem de equações do 1º grau.

Ainda em relação aos objetivos, as dissertações 2 e 12 almejam construir uma proposta de intervenção metodológica por meio da integralização de diferentes campos da Matemática, a saber: Aritmética e Álgebra, na 2, e Aritmética, Álgebra e Geometria, na dissertação 12. Os autores buscam evidenciar como esses campos se relacionam e se complementam, proporcionando uma compreensão mais abrangente dos conceitos algébricos.

Por fim, é relevante destacar que, embora 11 das 20 dissertações analisadas incluam a BNCC em seus referenciais teóricos, apenas uma delas, a dissertação 16, tem como objetivo geral a análise do currículo

de Álgebra, com a finalidade de identificar e discutir as mudanças introduzidas pela Base.

Em se tratando dos conteúdos matemáticos, ao analisar o Quadro 3, observa-se que 15 dissertações abordam, exclusivamente, conceitos relacionados à unidade temática Álgebra. De modo geral, os autores consideram que a Álgebra tem grande importância dentro do contexto escolar e, conseqüentemente, no desenvolvimento dos alunos. Além disso, eles expressam uma preocupação quanto à aprendizagem dessa unidade, por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

As demais dissertações (2, 10, 11, 12 e 20) não se limitam a uma única unidade temática, uma vez que exploram conceitos relacionados as unidades Números, Álgebra e Geometria. Com a integração temática, os autores buscam apresentar propostas metodológicas mais eficazes.

Com relação aos sujeitos, observa-se no Quadro 3 que cinco dissertações não especificam os participantes. Nelas, são abordadas questões variadas, como a apresentação de propostas de intervenção, a exploração de conexões entre campos da Matemática e a investigação das principais concepções sobre a álgebra e sobre seu ensino.

Partindo para análise das 15 dissertações que explicitam os sujeitos envolvidos, verifica-se que elas são distribuídas de forma relativamente uniforme entre os anos finais do Ensino Fundamental. Especificamente, são realizadas cinco investigações no 7º ano, seis no 8º ano e cinco no 9º ano. No entanto, observou-se uma exceção significativa: o 6º ano é contemplado apenas por uma dissertação. Essa disparidade indica uma possível lacuna que merece mais investigação para assegurar que as necessidades e desafios específicos desse ano sejam igualmente abordados.

## **QUANTO AOS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DAS DISSERTAÇÕES**

Com o objetivo de conhecer as metodologias empregadas nas dissertações oriundas do PPGEMEF e do PROFMAT e que abordam à Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental, foram analisados os seguintes aspectos: abordagem metodológica, natureza da pesquisa e tipo de pesquisa quanto aos procedimentos.

No que se refere a abordagem metodológica, todas as dissertações que compõem o *corpus* documental deste mapeamento utilizam a abordagem qualitativa na análise dos dados, o que já era esperado, visto que tal abordagem é dominante nas pesquisas em educação. Para Gil (2008, p. 133), essa análise “[...] depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que norteiam a investigação”.

Quanto à natureza da pesquisa, observou-se que a maioria das dissertações, 15 no total, são empíricas, enquanto cinco são teóricas. A pesquisa empírica, na visão de Demo (2002), é aquela que se baseia na experimentação e na observação direta dos fenômenos. Ao contrário das pesquisas teóricas, que se fundamentam principalmente na análise de literatura, a pesquisa empírica busca evidências concretas que ajudam a confirmar ou refutar teorias, oferecendo uma visão prática da realidade.

Conforme Fonseca (2002), uma pesquisa científica resulta de um exame minucioso com a finalidade de resolver um problema, utilizando procedimentos científicos.

No Quadro 4, apresenta-se a classificação das dissertações de acordo com os procedimentos empregados.

Quadro 4 – Caracterização das dissertações em termos dos procedimentos metodológicos

| <b>Classificação</b>   | <b>Dissertações</b>            |
|------------------------|--------------------------------|
| Pesquisa bibliográfica | 3, 6, 10, 12, 16, 19           |
| Pesquisa de campo      | 6, 7, 8                        |
| Pesquisa experimental  | 13, 16, 17, 19                 |
| Pesquisa participante  | 1                              |
| Não identificado       | 2, 4, 5, 9, 11, 14, 15, 18, 20 |

Fonte: elaborado pelas autoras.

Nota-se, pelo Quadro 4, que a tipologia dos procedimentos foi identificada em 14 dissertações, com a pesquisa bibliográfica sendo a abordagem predominante. Essa abordagem consiste na análise de referências teóricas previamente publicadas e analisadas. É importante destacar

que toda pesquisa científica inicia com uma pesquisa bibliográfica, que ajuda o pesquisador a entender o que já foi estudado sobre o tema. No entanto, seis dissertações baseiam-se exclusivamente nessa abordagem, conforme indicado por seus autores.

Ainda em relação aos procedimentos, três dissertações são classificadas como pesquisa de campo, pois, além de se basearem em fontes teóricas, elas coletam informações primárias por meio da interação direta com o objeto de estudo. Outra classificação, utilizada em quatro dissertações, é a pesquisa experimental; a qual segue um planejamento rigoroso. Um estudo desse tipo inicia com a formulação precisa do problema e das hipóteses, estabelecendo as variáveis que serão manipuladas e controladas no fenômeno em questão (TRIVIÑOS, 1987).

Por fim, uma dissertação é classificada como participante, já que ocorre envolvimento direto do pesquisador com as pessoas investigadas, e nove não foram classificadas pelos seus autores quanto aos procedimentos metodológicos utilizados.

## QUANTO AOS REFERENCIAIS TEÓRICOS DAS DISSERTAÇÕES

No Quadro 5, foram sistematizados os principais referenciais teóricos adotados. Para elaborar este quadro, foi feita uma análise detalhada da fundamentação teórica dos estudos, de modo que os dados apresentados refletem o que foi abordado nessa seção das dissertações.

Quadro 5 – Principais referenciais teóricos

| Referenciais teóricos                        | Dissertações                         |
|----------------------------------------------|--------------------------------------|
| Concepções de Álgebra                        | 3, 4, 10, 12, 13, 14                 |
| Dificuldades e/ou erros no ensino da Álgebra | 6, 15, 17                            |
| Fractais e o ensino da Álgebra               | 4                                    |
| História da Matemática e/ou Álgebra          | 2, 3, 6, 12, 14, 15, 17, 18, 20      |
| Jogos no ensino da matemática                | 1, 6, 7, 9                           |
| O ensino da Álgebra no Ensino Fundamental    | 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 13, 15, 16 |

| <b>Referenciais teóricos</b>                                                     | <b>Dissertações</b>                   |
|----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| O ensino da Álgebra segundo os documentos oficiais                               | 1, 2, 3, 4, 6, 10, 14, 15, 16, 17, 18 |
| O ensino integrado da Álgebra                                                    | 12, 18                                |
| O uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino de Matemática                | 5, 8, 14, 20                          |
| O uso de tecnologias no ensino de Matemática                                     | 3, 10                                 |
| Pensamento algébrico                                                             | 3, 4, 6, 10, 15                       |
| Produtos notáveis, relações de Girard, soma de PA e sequências                   | 20                                    |
| Resolução de Problemas                                                           | 4, 6, 13, 15, 18                      |
| Teoria Histórico-Cultural, Teoria da Atividade e Atividade Orientadora de Ensino | 19                                    |
| Teoria de anéis                                                                  | 2, 11                                 |
| Teoria dos Registros de Representação Semiótica                                  | 13                                    |

Fonte: elaborado pelas autoras.

Percebe-se, pelo Quadro 5, que são examinados vários aspectos relevantes para o ensino e aprendizagem da Álgebra. Primeiramente, ressalta-se que nove dissertações incluem em seus referenciais uma discussão sobre a história da Matemática e/ou da Álgebra, examinando como certos obstáculos foram discutidos e, eventualmente, superados. Para os autores, essa análise contribui para uma melhor compreensão das dificuldades no ensino de Álgebra no contexto escolar. Em seguida, destaca-se que seis dissertações investigam as diferentes concepções da Álgebra e seu impacto no ensino e na aprendizagem.

Em três dissertações, é dada atenção especial às dificuldades e/ou erros enfrentados pelos alunos na aprendizagem da Álgebra, buscando estratégias para superar esses desafios. Também é analisado, em cinco dissertações, o desenvolvimento do pensamento algébrico e as práticas pedagógicas que favorecem tal desenvolvimento. No contexto dessas práticas, são citadas a resolução de problemas, a modelagem com base

na exploração dos fractais, bem como o ensino integrado da Álgebra com outros campos da Matemática.

Além disso, 11 dissertações, utilizando diferentes referenciais, discorrem acerca do ensino da Álgebra no Ensino Fundamental. A abordagem da Álgebra nos documentos oficiais de currículos e políticas educacionais fundamentam, também, 11 dissertações.

Outros aspectos importantes discutidos nos referenciais incluem o uso de materiais didáticos manipuláveis, abordado em quatro dissertações; a utilização de jogos como ferramentas didáticas, também discutida em quatro dissertações; e o uso de tecnologias digitais no ensino da Matemática, analisado em duas dissertações. Esses recursos são destacados por sua capacidade de promover a compreensão dos conceitos algébricos de maneira lúdica e interativa.

Conceitos específicos, como produtos notáveis, relações de Girard, soma de progressões aritméticas e sequências, fazem parte do referencial teórico da dissertação de número 20. Já, a Teoria de Anéis, está presente nas dissertações 2 e 11.

Finalmente, os referenciais incluem a Teoria Histórico-Cultural, a Teoria da Atividade e Atividade Orientadora de Ensino, analisando como essas abordagens teóricas contribuem no processo de aprendizagem dos alunos. Também é considerada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, explorando suas implicações para o ensino da Álgebra e a importância das diferentes representações matemáticas na construção do conhecimento algébrico.

## QUANTO AOS PRINCIPAIS RESULTADOS

Finalizadas as análises em relação aos objetivos, conteúdos matemáticos, sujeitos, metodologias e referenciais teóricos, passa-se a uma breve apresentação dos principais resultados, levando em consideração a explicação dos autores.

Os resultados das dissertações 1, 7, 8, 9 e 20 revelam o impacto positivo de abordagens lúdicas e materiais manipuláveis no ensino da Álgebra. A dissertação 1 de Vieira (2024) demonstra que a utilização de um jogo de tabuleiro despertou o interesse dos alunos, incentivando-os a se engajar mais com os conteúdos ministrados. Complementarmente,

a dissertação 7 de Melo (2021) relata que o uso de jogos promoveu um crescimento significativo nos alunos, aumentando sua motivação, interesse e empenho. A dissertação 8, de Souza (2021), destaca que materiais manipuláveis enriqueceram o aprendizado da Álgebra, tornando o processo mais envolvente e dinâmico.

Da mesma forma, a dissertação 9 de Domingos (2021) aponta que a implementação de jogos como estratégia pedagógica oferece um complemento valioso ao ensino da Álgebra, transformando o ambiente educativo em um espaço mais eficaz para o desenvolvimento do aprendizado dos alunos. Para finalizar, na dissertação 20, Oliveira (2018) relata que o uso dos dominós possibilitou a apresentação de uma variedade de exemplos, o que, por sua vez, favoreceu uma melhor compreensão dos conceitos abordados. Esses estudos sublinham a importância de incorporar métodos lúdicos e recursos manipuláveis para melhorar a experiência educacional e o engajamento dos alunos com a Matemática.

Os resultados das dissertações 2 e 12 destacam a integração de conceitos matemáticos no ensino de Álgebra. A dissertação 2 de Szabunia (2023) desenvolve um caderno pedagógico com atividades que estabelecem conexões entre a Álgebra e os conceitos matemáticos previamente aprendidos em Aritmética, promovendo uma abordagem mais integrada e contextualizada. Igualmente, a dissertação 12 de Teixeira (2020) demonstra que é possível integrar conhecimentos de Álgebra, Aritmética e Geometria, evidenciando como essas áreas podem ser desenvolvidas de forma concomitante no ensino-aprendizagem da Matemática na Educação Básica. Ambos os estudos ressaltam a importância de estratégias pedagógicas que conectam diferentes domínios da matemática, facilitando uma compreensão mais abrangente e aplicada dos conceitos pelos alunos.

Sousa (2022), na dissertação 3, apresenta o aplicativo GRASPABLE MATH (GM), cria um tutorial para sua utilização e indica um plano de aula para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Atividades próprias para o 7º ano, que introduzem conceitos e desenvolvem habilidades relacionadas à unidade temática Álgebra, por meio da exploração dos fractais, são sugeridas por Oliveira (2022), na dissertação 4.

Ainda em relação aos resultados, Bressan (2021) e Pinho (2020), nas dissertações 5 e 14, respectivamente, destacam que a utilização do

material manipulativo Algeplan pode, contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra. Por outro lado, na dissertação 6, Gorini (2021) aponta que a maioria dos alunos enfrentou dificuldades na construção das expressões algébricas. Este estudo promove uma reflexão sobre a importância de utilizar métodos lúdicos e elaborar planos de aula que favoreçam a melhoria no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Os resultados das dissertações 10, 13 e 18 oferecem uma visão abrangente das dificuldades enfrentadas pelos alunos no aprendizado de Álgebra. A dissertação 10 de Estevão (2021) identifica as principais dificuldades enfrentadas no ensino e aprendizagem da Álgebra. Foram percebidas dificuldades: em pensar, em passar da linguagem escrita para a linguagem algébrica e vice-versa, em entender o que lê e exprimir o que pensa, em interpretar as letras, em enxergar a utilidade do que está sendo ensinado, em simplificar expressões algébricas, com a noção de igualdade, em usar as fórmulas, as propriedades e procedimentos, em generalizar e em memorizar. Além disso, foram destacados 13 fatores que contribuem para essas dificuldades, acompanhados de propostas de atividades para superá-las.

Por sua vez, a dissertação 13 de Luz (2020) verifica as dificuldades dos estudantes no aprendizado da Álgebra e de suas representações, bem como as da sua aplicação no dia a dia. Complementando, a dissertação 18 de Santana (2019) revela dificuldades específicas na interpretação de enunciados, na conversão de linguagem textual para simbólica, e na utilização de expressões algébricas para resolver problemas. Esses estudos ressaltam a complexidade das dificuldades no ensino de Álgebra e a importância de estratégias diversificadas para melhorar a compreensão e aplicação dos conceitos algébricos.

A dissertação 11 de Cocco (2020) revela que os alunos conseguiram reconhecer a importância dos elementos neutro e oposto na resolução de equações, o que foi essencial para resolver equações com operações não usuais, dada a semelhança nos métodos de resolução. Liguori (2020), na dissertação 15, revela que a metodologia de resolução de problemas foi satisfatória para definir expressão algébrica e valor numérico de uma expressão. O estudo evidencia que, ao adotar essa abordagem, os alunos foram capazes de compreender melhor os conceitos algébricos e aplicar as técnicas de forma mais eficiente.

Em uma perspectiva mais ampla, a dissertação 16 de Pinheiro (2019) destaca mudanças significativas propostas pela BNCC para o ensino da Álgebra. A BNCC introduziu cinco unidades temáticas, incluindo a Álgebra, que agora se interliga com as demais áreas e será abordada desde os anos iniciais do ensino fundamental até os anos finais, diferenciando-se das orientações anteriores dos Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN. Por outro lado, a dissertação 17 de Soares (2019) demonstra que a realização de atividades colaborativas ajudou a melhorar o desempenho dos alunos, permitindo que identificassem e utilizassem seus erros como base para elaborar respostas mais precisas.

Por fim, a dissertação 19 de Trindade (2018) indica que foi possível vislumbrar os indícios do desenvolvimento do pensamento algébrico a partir dos pressupostos teóricos e metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino.

Findando a análise dos dados, cabe destacar que, diante do exposto, acredita-se que as dissertações selecionadas estão alinhadas com as diretrizes da BNCC, no que diz respeito às habilidades propostas para o ensino de Álgebra no Ensino Fundamental.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo se baseou no mapeamento das dissertações produzidas no PPGEMEF e no PROFMAT entre 2018 e 2024, focando na Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. A análise das 20 dissertações escolhidas ofereceu uma visão detalhada sobre o ensino da Álgebra nesse contexto, uma vez que diferentes aspectos foram analisados.

Dentre esses, destacam-se inúmeras dificuldades identificadas na aprendizagem da Álgebra, tais como: a dificuldade em interpretar as letras, em simplificar expressões algébricas, em passar da linguagem escrita para a linguagem algébrica e vice-versa e em perceber a utilidade do que está sendo ensinado, dentre outras. Os estudos ressaltam a complexidade dessas dificuldades e a importância de estratégias diversificadas para melhorar a compreensão e aplicação dos conceitos algébricos.

Nessa perspectiva, observou-se que abordagens lúdicas e o uso de materiais manipuláveis têm um impacto positivo, uma vez que podem facilitar o engajamento e a compreensão dos alunos. Ademais, a análise

salientou a importância de estratégias pedagógicas que conectem diferentes campos da Matemática, contribuindo, assim, para uma compreensão mais integrada e aplicada dos conceitos algébricos pelos estudantes.

Além disso, foram destacadas mudanças significativas propostas pela BNCC para o ensino da Álgebra, o que reflete um alinhamento com as práticas sugeridas pelas dissertações analisadas. Essas mudanças também visam assegurar aos alunos o desenvolvimento de habilidades fundamentais para o avanço em Matemática.

Em suma, os resultados deste mapeamento indicam que a incorporação de metodologias de ensino diversificadas, o uso de materiais manipuláveis e a integração dos conceitos matemáticos podem aprimorar o ensino de Álgebra. Dessa forma, é essencial que os estudos futuros não apenas proponham novas abordagens, mas também investiguem sua aplicação prática e viabilidade dentro do ambiente escolar. Portanto, é fundamental investir na formação continuada dos professores e no apoio institucional para implementação de mudanças que promovam uma educação matemática mais eficaz e alinhada com as diretrizes atuais.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em: 3 jul. 2024.
- BRESSAN, Lidiane Garcia. **Utilização do Algeplan nas operações com polinômio e raízes de equações do 2º grau**. 2021. 141 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2021.
- COCCO, Ivana Manfio. **Explorando os conceitos de elemento neutro e oposto por meio da resolução de equações no Conjunto dos Números Racionais**. 2020. 54 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2020.
- DEMO, Pedro. **Metodologia Científica**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- DOMINGOS, Marcos Henrique Nascimento. **Jogos para o ensino de álgebra**. 2021. 75 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2021.
- ESTEVÃO, Eduardo José de Oliveira. **Dificuldades na aprendizagem e ensino de álgebra**: atividades propostas para minimizar essas dificuldades. 2021. 178 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Goiás, Catalão, GO, 2021.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? **Pro-posições**, Campinas, v. 3, n. 1, p. 39-54, mar. 1992.

FIORENTINI, Dario; PASSOS, Carmen Lucia Brancaglioni; LIMA, Rosana Catarina. **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001 – 2012. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.

FONSECA, José Jairo da Silva. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GORINI, Kissylla Christina Medeiros. **A Álgebra nas series finais do ensino fundamental**: erros que alunos mais cometem. 2021. 73 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, 2021.

LIGUORI, Patrícia Almeida. **Introdução à Álgebra através da metodologia de resolução de problemas em uma turma do 8º ano de uma escola estadual de Barbacena-MG**. 2020. 79p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São João Del Rei, São João Del Rei, MG, 2020.

LUZ, Rafael Chaves da. **O ensino de álgebra no ensino fundamental utilizando a resolução de problemas à luz dos registros de representação semiótica**. 2020. 68 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, MA, 2020.

MELO, Mariana Carneiro Moreira. **Jogos no ensino da álgebra**. 2021. 101 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2021.

OLIVEIRA, Leonardo Gondim de. **Explorando os fractais para o desenvolvimento das habilidades relacionadas ao ensino de álgebra no 7º ano do ensino fundamental**. 2022. 67 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, 2022.

OLIVEIRA, Onaide. **Dominós como recurso didático para o ensino de Matemática**. 2018. 133 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2018.

PINHEIRO, Bruno Reuber. **Uma abordagem da álgebra dentro do currículo do ensino fundamental**: mudanças e proposta para sala de aula. 2019. 42 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, RN, 2019.

PINHO, Maria de Jesus Rocha. **O Algeplan**: uma proposta de uso de material manipulativo no ensino da álgebra. 2020. 77 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, RJ, 2020.

SANTANA, Agnaldo Silva. **Iniciação do estudo da álgebra no ensino fundamental por meio da resolução de problemas**. 2019. 70 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA, 2019.

SOARES, José Flavio de Castro. **Erros comuns dos estudantes em álgebra**. 2019. 83 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, RJ, 2019.

SOUSA, Diogo Ferreira de. **Plataforma digital Graspable: proposições para o ensino de álgebra na educação básica**. 2022. 94 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São Paulo – Campus Diadema, Diadema, SP, 2022.

SOUZA, Poliana Martins de. **O estudo de álgebra no ensino fundamental II: uma proposta com materiais manipuláveis**. 2021. 89 p. f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procopio, PR, 2021.

SZABUNIA, Vanessa Klein. **Aritmética e Álgebra no Ensino Básico: explorando correlações com a Teoria de Anéis**. 2023. 155 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, SC, 2023.

TEIXEIRA, Cláudia Alves. **Uma proposta de intervenção metodológica por meio da integralização dos saberes matemáticos no ensino-aprendizagem da álgebra na educação básica**. 2020. 209 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, BA, 2020.

TRINDADE, Caroline Rodrigues. **O movimento de ensinar e aprender Álgebra no ensino fundamental**. 2018. 103 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2018.

TRIVINOS, Antônio Waldermar de Souza. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**. São Paulo: Atlas, 1987.

VIEIRA, Luiza Ferraz. **A álgebra como vilã do 7º ano do ensino fundamental: proposta de jogo para desmistificar essa ideia**. 2024. 72 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2024.

## SOBRE OS AUTORES

### Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes



Doutora e Pós-Doutora em Educação (USP); Mestre em Educação Matemática (UNESP); Licenciada em Matemática (UNI-JUI). Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF/UFSM); e do Programa de Pós-graduação em Educação (PPGE/UFSM). Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMAT/UFSM); membro do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPe/USP). Pesquisa no campo da Educação Matemática sobre formação

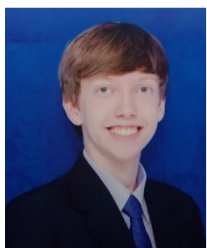
de professores e processos de ensino e aprendizagem na perspectiva histórico-cultural.

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/7102436522771207>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4636-9618>

E-mail: [anemari.lopes@gmail.com](mailto:anemari.lopes@gmail.com)

### Antônio Augusto Menzel



Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Santa Maria, atualmente é mestrando pelo PPG Educação Matemática e Ensino de Física e acadêmico do curso de bacharelado em Matemática pela mesma instituição. Participa do Grupo de Estudos do Movimento STEM - GEMS e tem como linhas de pesquisa as Tecnologias na Educação Matemática e Educação STEM.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8939122005580628>

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-3908-6803>

E-mail: [antonio.menzel@acad.ufsm.br](mailto:antonio.menzel@acad.ufsm.br)

### Bruno Prates da Silva



Possui graduação em Física pela Universidade Federal de Santa Maria (2022) e mestrado em Ensino de Física pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (2024). Atualmente cursando doutorado em Ensino de Física no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Atuação principalmente nos seguintes temas: Teoria da Flexibilidade Cognitiva, Ensino de Física, Ensino Superior e metodologias ativas.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3183737192776477>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1843-9444>

E-mail: [brprates@gmail.com](mailto:brprates@gmail.com)

### **Carmen Vieira Mathias**



Licenciada em Matemática pela UFSM, realizou os cursos de mestrado e doutorado em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul e um estágio de pós-doutorado com ênfase em ensino de matemática na UFN. Atualmente é professora associada do Departamento de Matemática na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), coordenadora substituta do ProfMat - Nacional e coordenadora dos cursos de Matemática na UFSM. Quanto a pesquisa, possui interesse na realização de investigações sobre o uso de tecnologias digitais e sua importância

no processo de visualização de entes geométricos

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0112509701698645>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5667-159X>

E-mail: [carmen@ufsm.br](mailto:carmen@ufsm.br)

### **Caroline dos Santos**



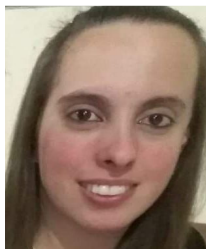
Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF/UFSM). Licenciada em Matemática pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ). Integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat/UFSM). Atua como professora de Matemática no Ensino Médio.

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/4103239427320758>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2151-8071>

E-mail: [carolzinisantos@gmail.com](mailto:carolzinisantos@gmail.com)

### **Cassia Lutiane Moraes Goulart**



Graduada em Matemática, Especialista em Ensino de Matemática, Física e Ciências na Educação Básica. Mestre em Educação Matemática e Ensino de Física - UFSM (2023). Atua no magistério público desde 2014, com experiência nas áreas de Ciências, Matemática e Física. Possui pesquisas relacionadas aos seguintes temas: Ensino de Ciências Exatas, Teoria da Aprendizagem Significativa, Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente (CTSA).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3054322497640654>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9850-0921>

E-mail: [cassialmgoulart@hotmail.com](mailto:cassialmgoulart@hotmail.com)

### **Cristhian Lovis**



Possui graduação em Matemática- Licenciatura (2019) pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física (2021) pela mesma instituição, e atualmente é doutorando no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde (PPGECQVS/UFSM). É membro do EMgep - Educação Matemática: grupo de estudos e pesquisas. No momento, atua como professor na rede estadual de ensino do Rio Grande do Sul. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7611036618646544>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6996-1203>

E-mail: [cristhian-lovis@hotmail.com](mailto:cristhian-lovis@hotmail.com)

### **Daniel Morin Ocampo**



Licenciado em Matemática, mestre e doutor em Educação em Ciências. Atualmente é professor do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Líder do Grupo de Estudos do Movimento STEM (GEMS), atua como docente do PPG Educação Matemática e Ensino de Física, pesquisando principalmente sobre Educação STEM, Tecnologias para o Ensino de Matemática e Interesse dos jovens por Ciência, Tecnologia e Matemática.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6437347860097705>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1136-4654>

E-mail: [daniel.ocampo@ufsm.br](mailto:daniel.ocampo@ufsm.br)

### **Eduardo Adolfo Terrazzan**



Graduado em Física pela USP (1976), Doutor em Educação pela USP (1994). Professor Titular da Universidade Federal de Santa Maria, RS, atuando como docente nos Cursos de Licenciatura em Física e em Pedagogia e como docente/orientador no PPG em Educação e no PPG em Educação Matemática e Ensino de Física. Pesquisador no campo da Educação, com ênfase em Formação de Professores, Educação Escolar e em Educação em Ciências/Física. Coordenador do Grupo de Estudos, Pesquisas e Intervenções PRATFORM - Práticas Educativas e Formação de Professores.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0416614425134935>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4723-159X>

E-mail: [terraedu@yahoo.com.br](mailto:terraedu@yahoo.com.br)

### **Fabrizio Fernando Halberstadt**



É licenciado em Matemática, Mestre em Educação Matemática e Doutor em Educação em Ciências - Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). É docente do Colégio Politécnico da UFSM e integra o corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) da UFSM. Seus campos de interesse são: Tecnologias da Informação e Comunicação, Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Investigação Matemática, Teoria dos Campos Conceituais, Formação de Professores.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1711424528391215>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7685-6954>

E-mail: [fabrizio.halberstadt@ufsm.br](mailto:fabrizio.halberstadt@ufsm.br)

### **Giovana Stefani**



Bacharel em Física pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) em 2022, e atualmente vinculada ao curso de Licenciatura em Física na mesma instituição, iniciado em 2023/2. Paralelamente, integra o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF/CCNE/UFSM). Exerce a função de monitora do Planetário da UFSM (2018-2020; 2023-presente), onde colabora na concepção e implementação de atividades de extensão, de projetos de divulgação científica e Ensino de Astronomia. Foi coordenadora do projeto Eureka, da ONG Infância-Ação

de Santa Maria (2017-2021). Durante sua graduação, atuou como bolsista PIBIC/CNPq junto ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) (2020-2022), dedicando-se ao estudo da variabilidade das camadas E-Esporádicas na região central da Anomalia Magnética da América do Sul (AMAS). Atualmente, desenvolve e participa de iniciativas voltadas ao Ensino de Astronomia e Astrofísica, com enfoque na inserção dessas para o Ensino Médio.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0893863857088339>

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-7323-7766>

E-mail: [giovanafisica@acad.ufsm.br](mailto:giovanafisica@acad.ufsm.br)

### **Iasmim Martins Noro**



Licenciada em Matemática (2018) pela Universidade Federal de Santa Maria - UFSM e mestra em Educação Matemática (2020) pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da UFSM. Atualmente é doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, professora da rede estadual de São Paulo (Ensino Médio) e da rede particular (Ensino Médio/Fundamental). Foi integrante do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática -

GEPEMat e atualmente é integrante do Grupo de Pesquisa História Oral e Educação Matemática - GH OEM.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2077020486481564>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7175-5350>

E-mail: [iasmim.noro@unesp.br](mailto:iasmim.noro@unesp.br)

### **Isabel Krey Garcia**



Possui graduação em Física - Licenciatura pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1993), mestrado em Ensino de Física pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2000) e doutorado em Ensino de Física pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2009). Realizou estágio pós-doutoral por um ano na Universidad Autónoma de Madrid (UAM) sob a orientação do Dr. Juan Ignacio Pozo. Atualmente é professor pesquisador da Universidade Aberta do Brasil é professora Associada da Universidade Federal de Santa Maria. Tem experiência na área

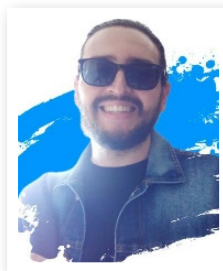
de Física, com ênfase em Ensino de Física, atuando principalmente nos seguintes temas: ensino de física, aprendizagem significativa, educação superior, formação de professores, epistemologia e atividades experimentais.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3865537547314234>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8080-6474>

E-mail: [ikrey69@gmail.com.br](mailto:ikrey69@gmail.com.br)

### **Josemar Alves**



Possui graduação em Física-Licenciatura Plena, Mestrado e Doutorado em Educação em Ciências – QVS pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Já atuou como professor de Física no Ensino Superior e Médio. Atualmente, é professor Adjunto do Departamento de Física da UFSM. Possui experiência na área de Ensino de Física, com o interesse no uso didático-pedagógico das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e atividades prático-experimentais. Faz parte do Grupo de Estudos e Pesquisas em TDIC – Ensino e

Aprendizagem de Ciências (GEPTDIC).

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/7855314575806785>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2620-5429>

E-mail: [josemar.alves@ufsm.br](mailto:josemar.alves@ufsm.br)

### **Kaynan Casali Vieira**



Graduado no Curso de Matemática Licenciatura pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da UFSM. Interesse de pesquisa na área de Educação Matemática e nas seguintes temáticas: Matemática Financeira, Exame Nacional do Ensino Médio, Educação Financeira, Aspectos socioeconômico-financeiros. Participo do Educação Matemática: grupo de estudos e pesquisa (EMgep).

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/8278564820736587>

ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-2067-3503>

E-mail: [kaynan.casali@acad.ufsm.br](mailto:kaynan.casali@acad.ufsm.br)

### **Lucas Gabriel Machado Preuss**



Formado em Matemática Licenciatura pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) no ano de 2022, ingressou no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) no ano de 2023. Atuação em pesquisa, pois é Bolsista/Capes. Possui interesse nas possíveis relações entre Matemática, Arte e o estudo das habilidades de visualização. Possui vínculo como participante de dois projetos intitulados como: O potencial didático das tecnologias digitais na investigação de habilidades de visualização espacial e Oficinas Matemáticas: Desenvolvendo habilidades espaciais por meio de modelagem e impressão 3D.

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/5511852055190306>

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-2527-5071>

E-mail: [lucasgabrielpreuss17@gmail.com](mailto:lucasgabrielpreuss17@gmail.com)

### **Muryel Pyetro Vidmar**



Possui graduação em Física - Licenciatura, Mestrado em Educação e Doutorado em Educação em Ciências, pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Atuou como professor de Física do Ensino Médio e do Ensino Técnico no Colégio Politécnico da UFSM. Atualmente é professor adjunto do Departamento de Física da UFSM, atua em disciplinas de Física e Ensino de Física, na graduação e pós-graduação. É um dos líderes do Grupo de Estudos e Pesquisas em TDIC - Ensino e Aprendizagem de Ciências (GEPTDIC).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8939243324015902>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1889-2815>

E-mail: [muryel.vidmar@ufsm.br](mailto:muryel.vidmar@ufsm.br)

### **Patrícia Loriane Falk**



Formada em Licenciatura em Matemática pelo IFFar - Campus Santa Rosa e possui pós-graduação em Metodologias do Ensino de Matemática. Atualmente, estou cursando licenciatura em Pedagogia e sou mestranda em Educação Matemática pela UFSM - Campus Santa Maria. Profissionalmente, atuo como professora de Matemática na rede Estadual de Ensino do RS (40 horas). Posso interesse de pesquisa no Ensino-aprendizagem da Matemática na Educação Básica, com foco em estratégias que favoreçam o desenvolvimento do pensamento matemático

dos estudantes e a melhoria dos processos de ensino-aprendizagem.

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/4236141507975765>

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-3947-7315>

E-mail: [patricia-falk@educar.rs.gov.br](mailto:patricia-falk@educar.rs.gov.br)

### **Ricardo Fajardo**



Bacharel em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1985). Doutorado em Matemática Aplicada pela University of Rochester, NY (1992). Professor titular na Universidade Federal de Santa Maria. Tem interesse e trabalha na área de Ensino e Educação Matemática com ênfase nos aspectos conceituais e históricos do conteúdo da Escola Básica, Ensino Superior, formação de professores, e métodos alternativos de ensino e aprendizagem. Coordenador do PPGEMEF/UFSM a partir de maio de 2023. Trabalha com o Grupo de Estudos e

Pesquisas em Educação Matemática GEPEMAT.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4796609278630063>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9416-713X>

E-mail: [rfaj@ufsm.br](mailto:rfaj@ufsm.br)

### **Rita de Cássia Pistóia Mariani**



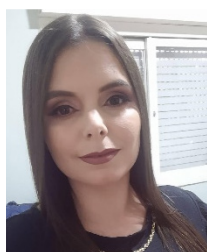
Doutora em Educação Matemática (2006) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo; Mestre em Educação (2000) pela Universidade Federal de Santa Maria; Licenciada em Matemática (1997), pela mesma instituição. Atualmente é professora associada da UFSM e uma das líderes do EMgpep - Educação Matemática: grupo de estudos e pesquisas. Tem experiência na área de Educação Matemática atuando principalmente no ensino e na aprendizagem de Matemática na Educação Básica e no Ensino Superior, bem como na formação de professores que ensinam Matemática.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8330933788557081>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8202-8351>

E-mail: [rita.mariani@ufsm.br](mailto:rita.mariani@ufsm.br)

### **Valéria Oliveira Perceval**



Professora da Educação Básica na Escola Estadual de Ensino Médio Nossa Senhora da Assunção. Graduada em Licenciatura em Ciências Exatas - Ênfase em Matemática na Universidade Federal do Pampa - Campus Caçapava do Sul. (2017). Curso Técnico em Contabilidade pelo Instituto Estadual de Educação Dinarte Ribeiro (2013). Pós graduada em Metodologia do ensino da Matemática pela Faculdade São Luis (2020). Mestrado pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física na Universidade Federal de Santa Maria –

UFSM (2023). Pós graduação em Supervisão Escolar pela Faculdade São Luis (2023).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9707432902958414>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1707-5346>

E-mail: [valeriaperceval@gmail.com](mailto:valeriaperceval@gmail.com)

### **Vaneza De Carli Tibulo**



Doutora em Educação em Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Professora do Departamento de Matemática da UFSM e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) da UFSM. Interesse de pesquisa: Processos de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica e Ensino Superior. Grupo de Pesquisa: GPEACIM.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0491674501813308>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7139-1112>

E-mail: [vaneza.tibulo@ufsm.br](mailto:vaneza.tibulo@ufsm.br)

### **Vânia Bolzan Denardi**



Sou Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria desde 1997, com dedicação ao ensino e à pesquisa em Educação Matemática. Minha formação inclui uma Licenciatura em Matemática pela mesma universidade, concluída em 1995, seguida de um Mestrado em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, obtido em 1997. Em 2019, concluí meu Doutorado em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana. Minha

atuação se concentra na Educação Matemática, com ênfase nos processos de ensino e aprendizagem tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior. Estou especialmente interessada em investigar metodologias que aprimorem a compreensão e a aplicação da Matemática em diversos contextos. Atualmente, participo do Grupo de Pesquisa “Reflexões acerca dos processos de ensino e aprendizagem na Educação Matemática”, que tem

como objetivo investigar as implicações dos processos de ensino e aprendizagem sob a ótica da Educação Matemática. O grupo discute aspectos do ensinar, além de analisar resoluções e normativas que regulamentam propostas curriculares de cursos de graduação, bem como políticas de distribuição de livros, materiais didáticos e ingresso no ensino superior. No âmbito da aprendizagem, os estudos consideram a construção do conhecimento pelos estudantes, utilizando teorias de aprendizagem cognitivistas. Também são discutidos aspectos relacionados aos processos de avaliação dos conteúdos matemáticos e das metodologias desenvolvidas em sala de aula, sempre visando promover um ensino mais significativo e inclusivo.

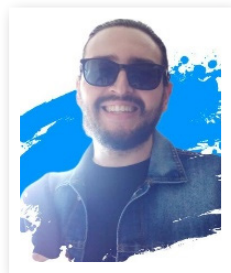
Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1237890757572955>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0100-455>

E-mail: [vania.denardi@ufsm.br](mailto:vania.denardi@ufsm.br)

## SOBRE OS ORGANIZADORES

### JOSEMAR ALVES



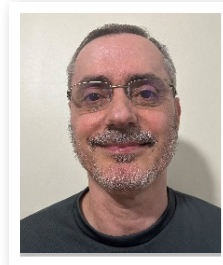
Possui graduação em Física-Licenciatura Plena, Mestrado e Doutorado em Educação em Ciências – QVS pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Já atuou como professor de Física no Ensino Superior e Médio. Atualmente, é professor adjunto do Departamento de Física da UFSM. Possui experiência na área de Ensino de Física, com o interesse no uso didático-pedagógico das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e atividades prático-experimentais. Faz parte do Grupo de Estudos e Pesquisas em TDIC – Ensino e Aprendizagem de Ciências (GEPTDIC).

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/7855314575806785>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2620-5429>

E-mail: [josemar.alves@ufsm.br](mailto:josemar.alves@ufsm.br)

### RICARDO FAJARDO



Bacharel em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1985). Doutorado em Matemática Aplicada pela University of Rochester, NY (1992). Professor titular na Universidade Federal de Santa Maria. Tem interesse e trabalha na área de Ensino e Educação Matemática com ênfase nos aspectos conceituais e históricos do conteúdo da Escola Básica, Ensino Superior, formação de professores, e métodos alternativos de ensino e aprendizagem. Coordenador do PPGEMEF/UFSM a partir de maio de 2023. Trabalha com o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática GEPEMAT.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4796609278630063>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9416-713X>

E-mail: [rfaj@ufsm.br](mailto:rfaj@ufsm.br)

## RITA DE CÁSSIA PISTÓIA MARIANI



Doutora em Educação Matemática (2006) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo; Mestre em Educação (2000) pela Universidade Federal de Santa Maria; Licenciada em Matemática (1997), pela mesma instituição. Atualmente é professora associada da UFSM e uma das líderes do EMgep - Educação Matemática: grupo de estudos e pesquisas. Tem experiência na área de Educação Matemática

atuando principalmente no ensino e na aprendizagem de Matemática na Educação Básica e no Ensino Superior, bem como na formação de professores que ensinam Matemática.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8330933788557081>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8202-8351>

E-mail: [rita.mariani@ufsm.br](mailto:rita.mariani@ufsm.br)

# ÍNDICE REMISSIVO

## A

Abstração 16–19, 145, 150–151, 154–155

Álgebra 14–30, 81–82, 105, 110, 112, 116–117, 145–146, 239–242, 245–263

Algoritmo 74, 108, 145, 150, 154–155, 159–160, 165–166, 244  
Análise de conteúdo 167–168, 234–235

Aprendizagem 13–14, 20–21, 23–30, 33–40, 42, 44–45, 49–52, 81–86, 89, 93, 96, 99–103, 121–122, 124, 126, 129, 136–137, 140–143, 145–147, 155, 173–174, 176, 179–186, 190, 192, 195, 201, 212–213, 228–229, 231, 233, 237–240, 246–247, 249–255, 258–262

Aprendizagem significativa 33–40, 42, 49–52, 81–85, 89, 93, 96, 102–103, 228, 231, 233

Arte 156, 195–198, 200–203, 205–209, 211–212, 247

Atividades experimentais 52, 125, 216

Atividades práticas 125–126, 129

Aula de matemática 166–167, 170

## C

Calor 42–43, 45–48

Cartão de crédito 64–65, 67–70, 78

Composteira 43, 47–48

Conhecimentos prévios 37, 45, 47, 83, 86–88, 122, 124, 127, 155

Conservação de energia 43, 47–48

Consumo 58, 63–64, 66, 73, 78

Conversão 148, 152, 155, 160, 261

Ctsa 33–34, 38–42, 50–51

## D

Decomposição 145, 150, 154–155, 159

Determinantes 81–82, 86–90, 92–93, 96–97, 99, 101–102

Diofanto de alexandria 18, 111

Dissertações 24, 30, 106, 197, 200, 210, 212, 239–240, 246–248, 250–251, 253–263

## E

Educação financeira escolar (EFE) 58

Efeito estufa 34, 42–46

Enem 66–67, 71, 74–75, 78, 231

Ensino 13–15, 20–30, 33–36, 38, 40–41, 45, 50–51, 58, 63–66, 81–84, 86–87, 89, 93, 99–103, 106–107, 116, 121–122, 126, 128–129, 135–136, 140, 142–145, 147, 150, 152–153, 165–168, 170–174, 176, 179–180, 182–184, 186, 192, 195–197, 201–202, 208, 211–213, 215–224, 226–232, 234–241, 245–263

Ensino de álgebra 239, 246, 248–250, 254, 258, 260–263

Ensino de astronomia 215–219, 221–224, 227, 231, 235, 237–239

Ensino de física 24, 34, 40–41, 50–51, 81, 121, 142, 145, 165, 179–180, 182–184, 192, 239–240, 246

Ensino fundamental 24, 27, 41, 50, 63–65, 167, 170–171, 173, 176, 202, 211, 223, 236, 239–241, 245–251, 253–257, 259–260, 262  
Ensino médio 26, 45, 64–66, 81, 86–87, 106, 116, 126, 128–129, 135, 144–145, 152–153, 167, 170, 173, 179, 211, 215–224, 226, 228–229, 231–232, 234, 236–238, 247

Ensino superior 66, 82, 126, 128, 135, 143, 167, 170–173, 179, 247, 250

Estratégia nacional de educação financeira (ENEF) 57

## F

Formação de professores 13, 23, 63, 197, 208, 212, 247

Formação inicial 27, 107, 123, 126, 129, 136

## G

Geometria 15–16, 19, 89–90, 130, 145–146, 152, 160–161, 174, 179, 195–198, 201–204, 206–212, 241, 254–255, 260

Geometria analítica 89, 145–146, 152, 160–161, 201, 204, 208

## H

Habilidades de visualização 211–212

História da álgebra 16, 105

## I

Inteligência artificial 117, 165

## J

John napier 117

## M

Manifestações artísticas 204–206, 208

Mapeamento 197, 212, 240, 246–248, 250, 256, 262–263

Matriz de análise 180, 191

Movimento lógico-histórico 13–15, 21, 23–30

## N

Nexos conceituais 13, 15, 21–23, 25–30

## O

Obras de arte 196–197, 201, 205–208, 211–212

Olimpíada brasileira de educação financeira (obef) 63

Organização do ensino 14, 26, 30

Orientações curriculares 221

## P

Pensamento computacional 145, 149–151, 242

Pensamento matemático 151–152, 160

Pesquisa(s) 13, 23–24, 26–27, 34–35, 43, 49–50, 52, 58, 66, 73, 81–82, 85–86, 97, 105–106, 121, 166–167, 171, 175–176, 180, 183, 188, 190–192, 195, 197–198, 206–209, 211–212, 222, 224, 227–229, 232, 234, 237, 240, 246–248, 256–257

Porcentagem 64, 67, 71–72

Ppgmef 24, 29, 81, 239–240, 246–247, 250, 256, 262

Problem-based learning 179–180, 182–183

Processo de ensino e aprendizagem 21, 30, 81–82, 86, 89, 103, 121–122, 126, 129, 140, 142–143, 173, 195, 251–252, 261

Profmat 201–202, 239–240, 246–250, 256, 262

Propostas didáticas 215, 221–223, 225, 227, 238

## R

Reconhecimento de padrões 145, 150, 154–155, 159

Recursos didáticos 201, 226

René descartes 19, 114–115, 117, 145

Revisão de literatura 221

Revisão sistemática da literatura 182

## S

Sala de aula 13, 25, 41, 45, 47, 49, 63, 66, 106–107, 117–118, 121, 123, 126, 129, 136–137, 152, 166–169, 171–173, 175–176, 188, 195, 201, 212, 224, 228–230, 232, 235–236, 245, 249, 253  
Sensação térmica 42–43, 45–47  
Sequência didática 40, 84–85, 226, 228, 230–231, 234, 239

Situações de ensino 24, 26–28, 30, 93

## T

Temperatura 42–43, 45–48  
Teoria da flexibilidade cognitiva 190  
Teoria dos registros de representação semiótica 145, 258–259  
Terminologia 105

Tratamento 16, 18–19, 147, 151, 159

## U

Ueps 33–34, 40–45, 47, 49–52, 82, 84–87, 89, 98–99, 101–102  
Unidade de ensino potencialmente significativa 34, 81



Este livro foi composto pela Editora Bagai.



[www.editorabagai.com.br](http://www.editorabagai.com.br)



[/editorabagai](https://www.facebook.com/editorabagai)



[/editorabagai](https://www.instagram.com/editorabagai)



[contato@editorabagai.com.br](mailto:contato@editorabagai.com.br)

Neste mês de novembro de 2024, apresentamos o volume 2 da série de publicações que se destinam a divulgar a pesquisa no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física. Essas obras destinam-se a estudantes de licenciatura, docentes e pesquisadores que atuam na Educação Básica e na Educação Superior, nas áreas de Educação em Ciências e Matemática e apresentam resultados de pesquisas acerca de processos de ensino e de aprendizagem, saberes docentes e discentes, além dos processos formativos de professores.

(Organizadores)

Site: [www.ufsm.br/ppgemef](http://www.ufsm.br/ppgemef)

e-mail: [ppgemef@ufsm.br](mailto:ppgemef@ufsm.br)

Instagram: <https://www.instagram.com/ppgemef>

Facebook: <https://www.facebook.com/ppgemef/>



ISBN 978-65-5368-495-9

