

PESQUISAS SOBRE ENSINO DE MATEMÁTICA NO GPEHM JÚNIOR:

construindo uma prática
investigativa

VOLUME II



ORGANIZADORAS

Ana Carolina Costa Pereira
Jeniffer Pires de Almeida
Verusca Batista Alves

PESQUISAS SOBRE ENSINO DE MATEMÁTICA NO GPEHM JÚNIOR:

construindo uma prática
investigativa

VOLUME II



ORGANIZADORAS

Ana Carolina Costa Pereira
Jeniffer Pires de Almeida
Verusca Batista Alves

2024 – Editora Uniesmero

www.uniesmero.com.br

uniesmero@gmail.com

Organizadoras

Ana Carolina Costa Pereira

Jeniffer Pires de Almeida

Verusca Batista Alves

Arte de capa: Lucas Pires de Gois

Revisão textual: Georgia Tath Lima de Oliveira

Diagramação: Pedro Henrique Sales Ribeiro

Editor Chefe: Jader Luís da Silveira

Conselho Editorial

Ma. Tatiany Michelle Gonçalves da Silva, Secretaria de Estado do Distrito Federal, SEE-DF

Me. Elaine Freitas Fernandes, Universidade Estácio de Sá, UNESA

Me. Laurinaldo Félix Nascimento, Universidade Estácio de Sá, UNESA

Ma. Jaciara Pinheiro de Souza, Universidade do Estado da Bahia, UNEB

Dra. Náyra de Oliveira Frederico Pinto, Universidade Federal do Ceará, UFC

Ma. Emile Ivana Fernandes Santos Costa, Universidade do Estado da Bahia, UNEB

Me. Rudvan Cicotti Alves de Jesus, Universidade Federal de Sergipe, UFS

Me. Heder Junior dos Santos, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP

Ma. Dayane Cristina Guarnieri, Universidade Estadual de Londrina, UEL

Me. Dirceu Manoel de Almeida Junior, Universidade de Brasília, UnB

Ma. Cinara Rejane Viana Oliveira, Universidade do Estado da Bahia, UNEB

Esp. Jader Luís da Silveira, Grupo MultiAtual Educacional

Esp. Resiane Paula da Silveira, Secretaria Municipal de Educação de Formiga, SMEF

Sr. Victor Matheus Marinho Dutra, Universidade do Estado do Pará, UEPA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P436p Pesquisas sobre Ensino de Matemática no GPEHM Júnior:
Construindo uma Prática Investigativa - Volume 2
/ Ana Carolina Costa Pereira; Jeniffer Pires de Almeida; Verusca
Batista Alves (organizadoras). – Formiga (MG): Editora Uniesmero,
2024. 133 p. : il.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-5492-094-0
DOI: 10.5281/zenodo.14205741

1. Matemática – Ensino. 2. GPEHM Júnior. I. Pereira, Ana Carolina
Costa. II. Almeida, Jeniffer Pires de. III. Alves, Verusca Batista. IV. Título.

CDD: 510.07
CDU: 51

*Os artigos, seus conteúdos, textos e contextos que participam da presente obra apresentam
responsabilidade de seus autores.*

Downloads podem ser feitos com créditos aos autores. São proibidas as modificações e os
fins comerciais.

Proibido plágio e todas as formas de cópias.

Editora Uniesmero
CNPJ: 35.335.163/0001-00
Telefone: +55 (37) 99855-6001
www.uniesmero.com.br
uniesmero@gmail.com
Formiga - MG
Catálogo Geral: <https://editoras.grupomultiatual.com.br/>

Acesse a obra originalmente publicada em:
<https://www.uniesmero.com.br/2024/11/pesquisas-sobre-ensino-de-matematica-no.html>



**ANA CAROLINA COSTA PEREIRA
JENIFFER PIRES DE ALMEIDA
VERUSCA BATISTA ALVES
(ORGANIZADORAS)**

**PESQUISAS SOBRE ENSINO DE MATEMÁTICA
NO GPEHM JÚNIOR
CONSTRUINDO UMA PRÁTICA INVESTIGATIVA**

VOLUME II

Fortaleza/CE

2024

PREFÁCIO

Em 2021, o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) lançou o primeiro volume do livro *Pesquisas sobre Ensino de Matemática no GPEHM Junior: Construindo uma Prática Investigativa*, o qual li assim que foi publicado. Agora, tenho o prazer de apresentar o segundo volume desta obra, que tive a oportunidade de ler antecipadamente e prefaciá-lo.

O título do livro pode inicialmente causar estranheza, pois aborda trabalhos de Iniciação Científica realizados por estudantes de graduação. No entanto, o GPEHM Junior mantém a sistemática e rigor encontrados em pesquisas realizadas por acadêmicos experientes.

Nos últimos anos, o grupo tem consolidado sua pesquisa em Educação Matemática, com ênfase na História da Matemática e seu papel no ensino da disciplina através de ferramentas matemáticas. Neste segundo volume, as organizadoras apresentam dez capítulos, nos quais os alunos relatam os resultados de suas investigações realizadas em um ambiente acadêmico estimulante e acessível. O grupo demonstra que pesquisas podem ser rigorosas e sistemáticas sem precisar ocorrer em ambientes formais e desprovidos de entusiasmo.

Os resultados são evidentes na leitura deste livro, que traz discussões aplicáveis à sala de aula da educação básica. Como professor do ensino médio, tenho incorporado as propostas do grupo em minhas aulas de matemática e planejo utilizar os capítulos deste livro em minhas aulas ainda este ano. Recomendo a leitura a todos os professores em atividade, leitura que tenho certeza de que se tornará uma prática em suas aulas.

Agradeço pelo convite para escrever este prefácio e pelo presente à comunidade acadêmica e aos professores da educação básica. Este livro oferece situações e discussões sobre a história da matemática, integradas de forma sistemática e relevante ao currículo escolar, sobretudo pelo fazer dos estudantes e dos instrumentos históricos.

Prof. Dr. Davidson Paulo Azevedo Oliveira

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG)

APRESENTAÇÃO

Estudos vinculados à formação do pesquisador júnior, ou seja, aqueles que são discentes de cursos de graduação nas universidades, têm focado, muitas vezes e apenas, na Iniciação Científica, quando, geralmente, tem-se contato com grupos e linhas de pesquisas. No geral, seu objetivo é fomentar a prática de métodos e processos científicos e disponibilizar ao discente uma orientação com pesquisadores que possuem experiência na área de pesquisa, a fim de incentivar a expansão do pensamento científico e da criatividade.

Além disso, a Iniciação Científica ensina ao discente a conduzir pesquisas e a desenvolver as aptidões necessárias a serem aplicadas dentro e fora do ambiente acadêmico, por exemplo, na sala de aula desse futuro professor de matemática. O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq é um exemplo dessas ações universitárias, com o objetivo de “[...] apoiar a política de Iniciação Científica desenvolvida nas Instituições de Ensino e/ou Pesquisa, por meio da concessão de bolsas de Iniciação Científica (IC) a estudantes de graduação integrados na pesquisa científica” (Brasil, 2024, s/p)¹. Também são propósitos do programa,

[...] despertar vocação científica e incentivar novos talentos entre estudantes de graduação; contribuir para reduzir o tempo médio de titulação de mestres e doutores; contribuir para a formação científica de recursos humanos que se dedicarão a qualquer atividade profissional; estimular uma maior articulação entre a graduação e a pós-graduação; contribuir para a formação de recursos humanos para a pesquisa; contribuir para reduzir o tempo médio de permanência dos alunos na pós-graduação; estimular pesquisadores produtivos a envolverem alunos de graduação nas atividades científica, tecnológica e artístico-cultural; proporcionar ao bolsista, orientado por pesquisador qualificado, a aprendizagem de técnicas e métodos de pesquisa, bem como estimular o desenvolvimento do pensar cientificamente e da criatividade, decorrentes das condições criadas pelo confronto direto com os problemas de pesquisa; e ampliar o acesso e a integração do estudante à cultura científica (Brasil, 2024, s/p).

Entretanto, esse programa, assim como outros, favorece uma parcela mínima da comunidade acadêmica, fazendo com que os grupos de pesquisa constituídos nas

¹ BRASIL. Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. **Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC**. Brasília: CNPq, 2024. Disponível em: <https://memoria.cnpq.br/pibic>. Acesso em: 20 jul. 2024.

universidades pensem em propostas que ampliem, contribuam e fortaleçam a prática da pesquisa científica para discentes de graduação.

Nesse sentido, surge o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática - GPEHM da Universidade Estadual do Ceará - UECE, com o fim de

[...] realizar pesquisas sobre o desenvolvimento teórico e prático de temas ligados a História da Matemática e a Educação Matemática, principalmente incentivando a sua incorporação como estratégia na formação de professores de Matemática e na Educação Básica (Pereira, 2019, p. 18)².

Algumas ações do referido grupo estão atreladas à Iniciação Científica, como o GPEHM Júnior, projeto iniciado em 2019, destinado a discentes e docentes que queiram iniciar estudos acadêmicos vinculados à pesquisa, a partir de pressupostos teóricos e metodológicos na área de Educação Matemática, conduzindo-os a pensar sobre temas que tangenciam aspectos da Educação Básica e da Formação de Professores de Matemática.

Seu foco formativo são as reuniões quinzenais presenciais, que ocorrem às terças-feiras, no horário das 17h às 18h30, no Laboratório de Matemática e Ensino - LABMATEN/UECE, coordenado por um discente de mestrado e/ou de doutorado ligado ao Programa de Pós-Graduação em Educação - PPGE/UECE. O intuito das reuniões do GPEHM Júnior é a leitura e a discussão de textos acadêmicos, científicos, teóricos e empíricos que contribuam para a formação do futuro pesquisador. A dinâmica depende do assunto abordado na reunião, que “obriga” o participante a ler, escrever e falar sobre o texto em diversos momentos do debate. Ressalta-se que a reunião é aberta aos discentes das universidades cearenses e a docentes das redes pública e particular.

Outra ação do GPEHM Júnior é a orientação e a proposição de cursos e/ou oficinas de extensão universitária, coordenadas por pesquisadores vinculados ao grupo. Pesquisa e Extensão são dois dos três pilares que compõem uma universidade. É na Extensão que a pesquisa pode chegar à comunidade acadêmica, constituindo-se da aplicação direta do conhecimento obtido nas fases do Ensino e da Pesquisa.

² PEREIRA, Ana C. C. Conhecendo a história do GPEHM e sua contribuição para a educação matemática no Ceará. In: PEREIRA, Ana C. C. (org.). **Ensino e história da matemática: enfoques de uma prática**. Fortaleza: Eduece, 2019. p. 15-38.

Além disso, o grupo de pesquisa estimula os integrantes do GPEHM Júnior à publicação de artigos científicos em periódicos com Qualis. Segundo o Documento Técnico do Qualis Periódicos (Brasil, 2023, p. 4)³, conduzido e produzido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, o “Qualis Periódicos, [...] consiste na qualificação indireta da produção intelectual na forma de artigos científicos a partir da análise da qualidade dos veículos de divulgação, ou seja, os periódicos”. Além da publicação em periódicos, os integrantes do GPEHM Júnior também são incentivados a escrever e a publicar capítulos de livros, sendo orientados por pesquisadores vinculados ao GPEHM.

Nesta última ação, em 2021, foi produzido o primeiro volume escrito por integrantes do GPEHM Júnior, intitulado *Pesquisas sobre ensino de matemática no GPEHM Júnior: construindo uma prática investigativa*, o qual foi composto por dez capítulos envolvendo temáticas que versavam não só acerca de estudos na área de História da Matemática, mas também de outras tendências presentes na Educação Matemática, atreladas a pesquisas desenvolvidas nos anos de 2020 e 2021.

Esta obra é o segundo volume, fruto dos estudos que os integrantes têm desenvolvido desde o ano de 2022 até o segundo semestre de 2024. Contempla pesquisas de Iniciação Científica, Mestrado e Doutorado, tendo o foco principal em investigações sobre a História da Matemática, bem como sobre outras tendências da Educação Matemática, a exemplo do uso de elementos da cultura *Maker*.

O **primeiro capítulo**, intitulado *Uma breve descrição sobre a fabricação do quadrante presente no tratado Chronographia, Reportorio Dos Tempos*, de autoria de Antonia Bianca Braga de Oliveira e Antonia Naiara de Sousa Batista, traz o estudo acerca de um instrumento matemático com o objetivo de apresentar brevemente aspectos históricos da fabricação do quadrante disposto por Manoel de Figueiredo (1568 - c. 1625) no documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de 1603. Dessa forma, dentre os aspectos apresentados, as autoras ressaltam que o tratado não é um manual de “faça você mesmo”, mas a construção do instrumento descrita pelo autor, organizada e destinada àqueles que já possuíam conhecimentos sobre os processos de sua fabricação.

³ BRASIL. Ministério da Educação. Coordenação De Aperfeiçoamento De Pessoal De Nível Superior. **Documento técnico do Qualis periódicos**. Brasília: MEC/CAPES, 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/documentos/avaliacao/avaliacao-quadrinial-2017/DocumentotecnicoQualisPeridicosfinal.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2024.

O **segundo capítulo**, intitulado *O Anel Náutico de Pedro Nunes (1502-1578) e alguns conhecimentos geométricos mobilizados na sua fabricação*, de autoria de Rebeca de Sousa Silva, tem a finalidade de apresentar alguns conhecimentos geométricos necessários à construção do Anel Náutico de Nunes (2008). Nesse capítulo, a autora aborda um pouco mais sobre uma das principais linhas de pesquisa do grupo, a qual é voltada ao estudo de instrumentos matemáticos antigos, descritos em obras e tratados de diversos autores. Assim, baseando-se na obra *De arte atque ratione navigandi*, publicada em 1573, o capítulo descreve acerca da construção do instrumento, ressaltando a incorporação de diferentes conhecimentos geométricos nesse processo, como circunferência, divisão de ângulos, tipos de ângulos etc.

Já o **terceiro capítulo**, intitulado *Os Instrumentos de agrimensura do século XVI sob o olhar de Leonard Digges (1520-1559) no tratado A Booke Named Tectonicon*, que tem como autora Sabrina de Sousa Paulino, visa apresentar os instrumentos de agrimensura contidos no tratado *A Booke Named Tectonicon*, escrito pelo inglês Leonard Digges (1520-1559), explorando sua relevância nas práticas de medição nos séculos XVI e XVII e na disseminação de conhecimentos matemáticos entre artífices daquele período. A autora discute acerca do tratado que orienta sobre construção, graduação e uso desses instrumentos, envolvendo conhecimentos matemáticos fundamentais que podem ser utilizados em estudos que realizam reflexões sobre as alianças entre História e Ensino de Matemática.

No **quarto capítulo**, cujo título é *Circumferentor de William Leybourn (1626-1716) como objeto de estudo na interface entre a História e o Ensino de Matemática*, a autora Kawoana da Costa Soares discorre acerca do *Circumferentor*, um instrumento essencial para medições topográficas, incluindo suas partes, funções e instruções de uso. Para isso, baseia-se no tratado *The Compleat Surveyor: Containing the whole Art of Surveying for Land*, publicado em 1657 por William Leybourn (1626-1716), um matemático prático e agrimensor que escreveu diversos tratados sobre topografia, geometria e outras ciências matemáticas aplicadas. Assim, esse capítulo busca expor alguns resultados iniciais alcançados mediante o estudo do documento e da análise do instrumento nele exposto, de acordo com sua constituição contextual e física, destacando, além de sua relevância histórica, seu potencial didático para a formação de professores de Matemática.

O **quinto capítulo**, de título *Uma proposta de atividade para o ensino de desenho geométrico a partir da construção do Sector (1598)*, que tem a autoria de

Lívia Bezerra de Alencar, objetiva apresentar uma proposta de atividade didática a partir do instrumento matemático denominado *Sector*, por meio da História da Matemática e da construção de uma de suas partes, a escala de cordas, para o ensino de desenho geométrico, em específico, de construções geométricas, para os anos finais do Ensino Fundamental. A partir de reflexões sobre o ensino de Geometria Euclidiana Plana e de desenho geométrico, explora potencialidades didáticas de um recurso matemático advindo da história, por meio de seu contexto de desenvolvimento

Já o **sexto capítulo**, intitulado *Cultura Maker e Geometria no Ensino Fundamental: uma abordagem criativa na construção de Sólidos Geométricos por estudantes do 6º ano*, de autoria de Lucas Emanuel de Oliveira Maia, trata dos efeitos da integração da cultura *Maker* no ensino de geometria, com foco na construção de Sólidos Geométricos por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. O autor adotou uma abordagem qualitativa, envolvendo 25 alunos com idades entre 11 e 12 anos. Durante um período de 8 semanas, os alunos participaram de projetos *Maker* que incluíram a criação de Sólidos Geométricos, usando palitos de dente e massa de modelar. A coleta de dados envolveu observações, análise das produções dos alunos e atividades práticas, demonstrando a importância de proporcionar aos estudantes diferentes formas de interagir com o conhecimento matemático e atendendo às necessidades da educação contemporânea, ou seja, preparar os alunos para um mundo complexo e em constante evolução.

O **sétimo capítulo**, intitulado *Questões didáticas envolvendo as Duas Régua para Cálculo desenvolvidas por William Oughtred*, que tem como autora Amanda Cardoso Benicio de Lima, objetivou explicitar concepções gerais, como manuseio, utilização e potencial didático, a respeito da escala dos números inserida no instrumento matemático denominado de Duas Régua para Cálculo, idealizado por William Oughtred (1574-1660), descrito no documento *The declaration of the Two Rvlers for Calculation* (1633). A autora salienta que tal instrumento pode ser aplicado em cálculos aritméticos, trigonométricos e astronômicos.

No **oitavo capítulo**, que tem como título *Métodos multiplicativos incorporados em instrumentos matemáticos descritos no tratado Rabdologiae (1617)*, os autores Jeniffer Pires de Almeida, Pedro Henrique Sales Ribeiro e Ana Carolina Costa Pereira tiveram como objetivo descrever as relações existentes entre dois métodos multiplicativos desenvolvidos ao longo da história e dois instrumentos matemáticos descritos no tratado *Rabdologiae* (1617), de John Napier (1550-1617). Os

instrumentos discutidos no capítulo são o *Promptuario* e o método Gelosia, difundidos na Europa durante o Renascimento. Também são discutidos o Tabuleiro de Xadrez e o método Tabuleiro de Xadrez utilizado como Tabelas de Multiplicações, conhecidos no continente Europeu desde a Idade Média.

Já o **nono capítulo**, intitulado *A manipulação do instrumento Circles of Proportion por meio de uma UBP na formação inicial de professores de matemática*, de Verusca Batista Alves e Marina Oliveira Tavares, apresenta uma proposta de atividade para a formação inicial de professores de Matemática baseada nas orientações da Unidade Básica de Problematização - UBP, articulada aos elementos da Interface entre História e Ensino de Matemática - IHEM, utilizando-se um instrumento de cálculo conhecido como Círculos de Proporção e o tratado intitulado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment* (1632), de William Oughtred (1574-1660). As autoras reforçam sobre as articulações entre a História da Matemática e a Educação Matemática direcionadas a problemáticas diversas, dentre elas, o modo como os licenciandos em Matemática compreendem e desenvolvem significados sobre os objetos matemáticos.

Por fim, o **décimo capítulo**, *O problema do xadrez em A Cronologia Das Nações Antigas de Al-Biruni como proposta de objeto de aprendizagem*, de Maria Luíza dos Santos e Giselle Costa de Sousa, objetiva apresentar os procedimentos e alguns resultados de uma pesquisa que utiliza o conteúdo de um fragmento da obra intitulada *A Cronologia das Nações Antigas de Al-Biruni* (973-1048) para elaboração de um produto educacional do tipo objeto de aprendizagem baseado na junção entre História da Matemática e tecnologias digitais. Utilizando uma metodologia de abordagem qualitativa de procedimentos bibliográficos e documentais, as autoras destacam a pouca bibliografia existente em língua portuguesa que retrata o cenário islâmico da era medieval para campos que hoje são conhecidos como matemática, física, astronomia e outros.

Assim, os diversos capítulos que compõem esta obra são frutos das ações de pesquisas realizadas por estudantes da Graduação, estudantes da Pós-Graduação, professores universitários e professores da rede de ensino da Educação Básica vinculados ao GPEHM Júnior, os quais buscam contribuir para a divulgação de estudos relacionados à Educação Matemática.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 13

UMA BREVE DESCRIÇÃO SOBRE A FABRICAÇÃO DO QUADRANTE PRESENTE NO TRATADO CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS...

Antonia Bianca Braga de Oliveira

Antonia Naiara de Sousa Batista

CAPÍTULO 2 24

O ANEL NÁUTICO DE PEDRO NUNES (1502-1578) E ALGUNS CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS MOBILIZADOS NA SUA FABRICAÇÃO

Rebeca de Sousa Silva

CAPÍTULO 3 35

OS INSTRUMENTOS DE AGRIMENSURA DO SÉCULO XVI SOB O OLHAR DE LEONARD DIGGES (1520 – 1559) NO TRATADO A BOOKE NAMED TECTONICON

Sabrina de Sousa Paulino

CAPÍTULO 4 47

CIRCUMFERENTOR, DE WILLIAM LEYBOURN (1626-1716), COMO OBJETO DE ESTUDO NA INTERFACE ENTRE A HISTÓRIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Kawoana da Costa Soares

CAPÍTULO 5 58

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE DESENHO GEOMÉTRICO A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DO SECTOR (1598)

Lívia Bezerra de Alencar

CAPÍTULO 6 70

CULTURA MAKER E GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ABORDAGEM CRIATIVA NA CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO

Lucas Emanuel de Oliveira Maia

CAPÍTULO 7 83

QUESTÕES DIDÁTICAS ENVOLVENDO AS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO DESENVOLVIDAS POR WILLIAM OUGHTRED

Amanda Cardoso Benicio de Lima

CAPÍTULO 8 95

MÉTODOS MULTIPLICATIVOS INCORPORADOS EM INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS DESCRITOS NO TRATADO RABDOLOGIAE (1617)

Jeniffer Pires de Almeida

Pedro Henrique Sales Ribeiro

Ana Carolina Costa Pereira

CAPÍTULO 9 108

A MANIPULAÇÃO DO INSTRUMENTO CIRCLES OF PROPORTION POR MEIO DE UMA UBP NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Verusca Batista Alves

Marina Oliveira Tavares

CAPÍTULO 10 120

PROBLEMA DO XADREZ EM A CRONOLOGIAS DAS NAÇÕES ANTIGAS DE AL-BIRUNI COMO PROPOSTA DE OBJETO DE APRENDIZAGEM

Maria Luíza dos Santos

Giselle Costa de Sousa

CAPÍTULO 1

UMA BREVE DESCRIÇÃO SOBRE A FABRICAÇÃO DO QUADRANTE PRESENTE NO TRATADO CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS...

Antonia Bianca Braga de Oliveira

Antonia Naiara de Sousa Batista

O interesse pelos recursos advindos da História da Matemática não é algo recente. Baroni, Texeira e Nobre (2004) afirmam que nas décadas de 80 e 90 já era perceptível o desejo dos professores e educadores pela área, de modo que se podia constatar isso por meio dos artigos que estavam sendo publicados, os quais incluíam reflexões, experiências e argumentos que defendiam o uso desses materiais na sala de aula de matemática.

Corroborando esse aspecto, D'Ambrósio (2021, p. 46) também ressalta uma série de argumentos sobre a importância da História da Matemática para o ensino, dentre eles pode-se destacar, “1. para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, [...] 2. para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade”.

Considerando esse cenário, a História da Matemática é um campo produtivo que, a partir de seus recursos e estratégias, possibilita a desmistificação da complexidade nela existente, pois, como bem relatam os autores, ela humaniza a matemática, mostrando sua participação em diferentes culturas e épocas, o que, por meio desses recursos, torna possível dialogar com a matemática escolar no século XXI.

Dentre os recursos que podem ser estudados e analisados a partir do movimento dentro da História da Matemática, Saito (2015, p. 27) lista alguns deles, destacando que “[...] fazem parte desse conjunto de documentos não só livros e tratados, mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas etc.”. Ou seja, tem-se uma diversidade de materiais que

podem ser incorporados ao ensino ou à formação de professores após um tratamento didático.

Assim, pesquisas envolvendo esses instrumentos e tratados antigos têm se destacado cada vez mais, como se pode ver nos estudos realizados por Pereira e Saito (2018), em que relatam sobre o uso desses elementos para a construção de uma interface que vise articular história e Ensino de Matemática. Albuquerque *et al.* (2018) ressaltam esse cenário de produção de pesquisas no Ceará, especificamente pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática - GPEHM, destacando os trabalhos desenvolvidos com o uso desses instrumentos incorporados a tratados, voltados para o Ensino de Matemática e sua inserção na formação inicial e continuada de professores.

Dessa forma, este capítulo se insere nesse panorama, pautando-se em um tratado disseminado no início do século XVII, intitulado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, publicado em Lisboa, o qual apresenta, entre seus seis capítulos, instrumentos voltados para a náutica, astronomia e medições de terra, dentre os quais será enfatizado apenas o quadrante. Metodologicamente, este estudo se configura como uma pesquisa qualitativa, pois “[...] não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 55), destacando, neste momento, nosso espaço como cenário do tratado envolvendo os instrumentos.

Além disso, quanto a seu objetivo, apresentar brevemente aspectos históricos da fabricação do quadrante disposto por Figueiredo (1603) no documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, caracteriza-se como uma pesquisa descritiva que visa “[...] a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis” (Gil, 2002, p. 42).

Considerando-se os procedimentos realizados para alcançar o objetivo da pesquisa, o estudo se delineia como documental, segundo Marconi e Lakatos (2021), por ter como base uma fonte de coleta de dados escrita e primária, que nunca passou por uma análise mais aprofundada, no caso, o instrumento quadrante. Assim, nas seções seguintes, será possível conhecer melhor a respeito desse documento e do instrumento citado.

OS INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS NO SÉCULO XVI E XVII E SUA IMPORTÂNCIA PARA OS PERÍODOS

Diferentes instrumentos de ordem histórica circulavam entre os séculos XVI e XVII, tendo sido produzidos para atender às necessidades voltadas à produção de novos métodos matemáticos e experimentais (Saito, 2015). Esses instrumentos permeavam diversos campos de conhecimento, a exemplo da engenharia, da topografia, da cartografia, da filosofia, da óptica etc.

Entre esses artefatos estavam os denominados de instrumentos matemáticos que, conforme Saito (2015, p. 187) os define, eram os “[...] instrumentos que foram concebidos para medir aquilo que Aristóteles denominava ‘quantidades’ (distâncias e ângulos)”. Ribeiro e Pereira (2023, p. 2-3) apresentam outra caracterização para esses objetos, definindo-os “[...] como um aparato para realizar cálculos aritméticos, medição de comprimento, altura, profundidade, peso, entre outros; para o cálculo de distâncias lineares e angulares; ou ainda para compreender fenômenos naturais, tais como pressão, temperatura, volume, força etc.”.

De acordo com esses autores, esses instrumentos estavam presentes em diferentes instâncias com o objetivo de resolver problemas relacionados a comprimentos, altura, largura, distâncias angulares etc. Segundo Alves e Batista (2016), com base na sua finalidade, era possível classificá-los em três categorias, instrumentos de agrimensura, astronômicos e náuticos, destinados, respectivamente, para medir distâncias lineares, distâncias angulares entre astros e distâncias angulares entre uma estrela e a linha do horizonte.

Partindo de sua construção, bem como de seu uso, esses instrumentos se mostravam muito mais do que simples ferramentas para realizar medições, “[...] eles são construtores de conhecimento e revelam interessantes aspectos do saber matemático” (Castillo; Saito, 2016, p. 238). Ou seja, eles trazem em sua composição diferentes saberes que estavam disponíveis no período e que, porventura, faziam parte da formação daqueles praticantes de matemática que detinham conhecimentos específicos para esse ofício, entre eles, das matemáticas.

Castillo e Saito (2016, p. 240) destacam que esses praticantes de matemática não trabalhavam apenas com instrumentos, mas também se debruçavam na produção e divulgação de tratados que “[...] apresentavam diferentes técnicas de medidas para diferentes situações em que instrumentos específicos eram utilizados”. Entre esses tratados, pode-se destacar a *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, um

documento original que foi publicado no século XVII, em Lisboa. Manoel de Figueiredo (1568 - c. 1625), quem o escreveu, registrou a fabricação e o uso de três tipos de instrumentos, a balhestilha ou *radio astronomico*, o quadrante e, por fim, um tratado sobre a construção de relógios. No próximo tópico será possível conhecer mais a respeito desse autor, bem como de seu tratado e instrumentos.

A CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS... (1603) DE MANOEL DE FIGUEIREDO

O tratado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (Figura 1), do português e cosmógrafo-mor interino, Manoel de Figueiredo (1568 - c.1625), foi escrito e publicado no final do século XVI para o início do século XVII, mais especificamente, em 1603, na cidade de Lisboa.

Figura 1 - Frontispício da obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*



Fonte: Figueiredo (1603).

O referido tratado possui 284 folhas que estão subdivididas em 6 partes, onde encontram-se reunidos diversos campos do saber que estavam sendo disseminados naquele período, entre eles a astronomia, a geografia, a astrologia, a cosmografia, a cosmologia, entre outros.

De um modo geral, a primeira parte do tratado revela aspectos sobre a contagem do tempo, ou seja, horas, dias e meses de um ano, a segunda remete à astronomia, a terceira parte aborda assuntos da geografia, além de trazer regras sobre

o modo de usar o instrumento astrolábio, a quarta trata sobre astrologia, a quinta corresponde aos calendários e, finalmente, a sexta parte apresenta 3 instrumentos matemáticos com sua fabricação e modos de uso, entre eles, a balestilha, os quadrantes e diversos relógios.

Para melhor detalhamento dos conhecimentos abordados nesse tratado, apresenta-se a seguir, no Quadro 1, um resumo com os principais assuntos de cada parte do referido documento.

Quadro 1 - Síntese dos assuntos tratados na *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*

PARTE	TÍTULO	CONHECIMENTOS ABORDADOS
P1	Do tempo e suas partes.	Contagem do tempo, em horas, dias e meses de um ano. Dispõe de conteúdos históricos (um catálogo dos reis de Portugal) e religiosos do cristianismo.
P2	Da astronomia, na qual se trata do céu, e de suas partes, e de como nele pôs DEUS o tempo, juntamente com todos os seus movimentos, estrelas, planetas, orbes, eixos, polos, círculos da esfera e com todas as mais coisas que DEUS nele criou, ordenou.	Como os astrônomos definiam os conceitos geográficos em relação ao planeta Terra (sistema geocêntrico), de modo que era possível compreendê-lo por meio de regras práticas. A presença da astronomia, com ênfase na relação estabelecida entre os astros, de forma a dispor de regras para visualizar as constelações. Apresenta as constelações dos signos, com exceção do signo de aquário. Dispõe de Catálogo de algumas constelações.
P3	Da geografia, em que declaramos a Terra, a qual teve o terceiro lugar nas palavras da sagrada escritura, DEUS criou o céu e a Terra.	Como os portugueses dividiam o mundo (Ásia, África, Europa e América). Apresenta os conceitos de longitude e latitude. Ademais, mostra como pode-se encontrar qualquer latitude e longitude segundo as definições pré-estabelecidas pelos geógrafos. Trata sobre o uso de alguns instrumentos, como a Agulha de Marear e o Astrolábio. Aborda sobre como se localizar por meio da Estrela do Norte. Trata de paralelos e meridianos, de modo que existe um capítulo sobre paralelos. Já os meridianos são bastante citados no texto, porém não há um capítulo especificadamente sobre esse conceito, entretanto, há uma tabela com algumas cidades de diversos países com seus respectivos meridianos.
P4	Da astrologia rústica, muito necessária para a agricultura e para todo lavrador curioso amigo da lavoura, e com um tratado muito necessário e proveitoso à saúde humana para os físicos,urgiões e sangradores, e pronosticação dos eclipses do sol e da lua.	Estações do ano sem a presença da primavera, em vez dessa palavra existe estio que seria uma espécie de verão. Logo, as estações apresentadas no texto são: verão, estio, inverno e outono. Apresenta a agricultura, marcando o tempo da colheita pelos elementos: ar, fogo, terra e água. Pode-se notar a presença dos signos

		como influência na plantação e colheita dos grãos. A influência de cometas em desastres naturais da Terra. É citado sobre a criação de animais, como galinhas, patos, carneiros, abelhas e a melhor época do ano para pôr ovos, nascerem os filhotes e a produção do mel, entre outros. Anatomia do corpo humano.
P5	Do calendário, <i>epacta</i> , número áureo, endiçam, temporas e da pronosticação dos 12 meses do ano e do lunário de 603 até 630, com os eclipses no cabo do lunário e suas significações.	Sistema de contagem de dias pelas mãos. Apresenta a influência da religião católica, às vezes citando papas e bispos romanos. Calendários com datas comemorativas da igreja católica. Eclipses no meridiano de Lisboa.
P6	Da fábrica e uso da balhestilha, ou <i>radio astronomico</i> , e do uso e fábrica do quadrante geométrico e da fábrica e uso dos relógios horizontais, verticais, laterais, equinociais, polares declinantes a todas as partes do mundo e inclinantes.	Fabricação e uso da balhestilha. Fabricação e uso do quadrante. Regras para calcular a distância pelo quadrante. Proposições da geometria. Relógios horizontais, verticais, laterais, equinociais, polares, declinantes e inclinantes.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

A primeira parte contém 38 capítulos, com o total de 40 folhas, e mostra o quanto a religião era importante na época. Em 1603, a religião que predominava em Portugal era o cristianismo, de modo que sua influência culminava em um calendário próprio a ser seguido para a contagem do tempo. Para explicar o cômputo do tempo no período, Figueiredo (1603) percorreu por outras civilizações, juntamente com suas respectivas religiões, citando a Grécia, o Egito, Babilônia, Roma, entre outras. Pode-se notar que em cada civilização há um sistema de organização do tempo, e isso está totalmente ligado ao calendário da religião predominante na região.

Segundo Silva (2005), defensor do modelo geocêntrico, a Terra estava no centro do universo e o restante dos corpos celestes orbitavam em torno dela. Observando a crença de Figueiredo (1603), é possível vê-la refletindo na segunda parte do documento, pela maneira que o autor dispõe sobre as definições relacionadas aos astros. Essa parte contém 32 capítulos com 77 folhas.

Os conhecimentos referentes à terceira parte do documento tratam, exclusivamente, da geografia, contendo 47 capítulos e 69 folhas. A princípio, o autor apresenta 4 elementos, são eles: a terra, o ar, o fogo e a água. Esses elementos se manifestam de diversas formas nos capítulos posteriores. Um exemplo de como Figueiredo (1603) os introduziu foi fazendo referência aos climas de cada parte do mundo. Pode-se também visualizar o conceito de paralelos e meridianos, bem como

de latitude e longitude para a aplicação de 2 instrumentos matemáticos, a agulha de marear e o astrolábio.

Na quarta parte, o estudo sobre os astros continua, entretanto, com uma perspectiva diferente. Com 47 capítulos e 69 folhas, os conhecimentos abordados estão relacionados à astrologia. Com base no autor, é possível perceber que a astrologia não era vista com bons olhos pela igreja, justamente pelas previsões de acontecimentos no dia a dia e no futuro de alguém. Nessa parte do tratado, é possível identificar previsões na agricultura, saúde humana, nos animais e eclipses solares e lunares.

A quinta parte é de caráter religioso, apresentando calendários com datas comemorativas da Santa Igreja Romana, distribuídos em 34 capítulos e 48 folhas. Além disso, nesse tópico é possível encontrar técnicas para contagem de dias com os dedos das mãos, usando isso para achar o número áureo e a *epacta*, de modo a possibilitar o encontro do dia da Páscoa e de outras festas.

Por fim, a sexta parte, ou livro sexto, dedicada apenas aos instrumentos matemáticos, contém 12 capítulos num total de 18 folhas, sendo 2 capítulos destinados à balestilha ou *radio astronomico*, 4 capítulos atribuídos ao quadrante, e por fim, 9 capítulos apresentando diversos tipos de relógios com preposições de ordem matemática.

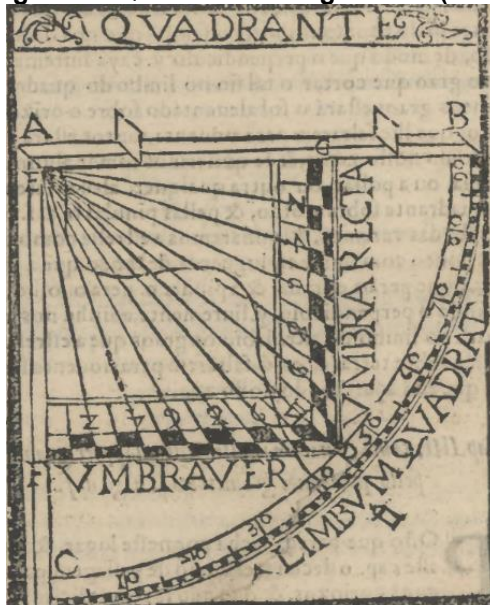
UMA BREVE DESCRIÇÃO DA FABRICAÇÃO DO QUADRANTE APRESENTADO POR FIGUEIREDO (1603)

Na construção do quadrante, Figueiredo (1603) apresenta a dualidade do uso do instrumento confeccionado de latão, sendo utilizado na navegação e na geometria, descrito no Capítulo III, intitulado *Da fábrica do quadrante*. O autor aponta que não há nenhuma dificuldade na fabricação do instrumento, de modo a apresentar em seis momentos a sua estruturação, sendo eles: a construção do quarto de círculo que é a base do quadrante náutico; a graduação do quadrante em 90 partes iguais; fixação dos quadrados para observação; instalação do fio de prumo; a construção de um quadrado; e, por último, o estabelecimento de outras escalas nesse quadrado, o que representa o quadrante geométrico.

É possível notar que o formato do quadrante utilizado na navegação é composto de um quarto de círculo ABC, enquanto, o quadrante geométrico é

constituído por um quadrado EFGD, inscrito nesse um quarto de círculo citado anteriormente, como se pode observar na Figura 2.

Figura 2 - Quadrante de Figueiredo (1603)



Fonte: Figueiredo (1603, f. 269).

Com base nas instruções apresentadas por Figueiredo (1603), ele inicia com a fabricação do quadrante náutico, de forma a orientar sobre a construção de um quarto de círculo que se deve dividir em noventa partes iguais, de modo a dispor uma escala de 0° a 90° que será fixada no arco $\widehat{BC}$, ou seja, no limbo do quadrante (Figura 2). O autor não descreve como se deve fazer a divisão das noventa partes iguais nesse capítulo, entretanto, o Cap. VIII do Livro Sexto mostra a graduação de um quarto de círculo.

Realizada essa parte, no lado superior do quadrante, segmento $\overline{AB}$, são fixados dois quadrados de mesmo tamanho, de modo que eles tenham “[...] dois buraquinhos [um orifício em cada quadrado] por onde se observa o sol, & por cima deles duas fendas por onde se observam as estrelas [...]” (Figueiredo, 1603, f. 268). A princípio, pode-se pensar que esses buraquinhos e fendas são iguais, porém percebe-se que são distintos, pois possuem finalidades diferentes, servindo para observações solar e estelar, respectivamente.

Adiante, Figueiredo (1603, f. 268) trata sobre a fixação do fio de prumo que deve ser preso no vértice E, de modo a ressaltar que “[...] no centro onde se fabricou será fixado um fio muito sutil com um peso de meio *aratal* [...]”. É importante observar que nesse capítulo não é exposta a função do fio, entretanto, nos capítulos posteriores

é notória sua utilização na navegação e na geometria, mais especificamente, para realizar a marcação nas escalas angular e linear.

Com relação ao peso de meio *aratal*, pode-se levantar a hipótese de que ocorreu um erro de escrita durante a confecção do tratado, pois em 1499 houve uma reforma de unidades de pesos em Portugal, no Reinado Dom Manuel I, de modo que esse novo sistema teve como objetivo padronizar os pesos em todo o país (Lopes, 2018). De acordo com o autor, esse sistema de pesos foi adotado no século XV e caiu em desuso no século XIX, mais especificamente, no ano de 1852 e a nomenclatura correta seria “arrátel”, que equivale a 0,4590kg.

Em seguida, Figueiredo (1603) instruiu sobre a construção do quadrado DEFG, que se refere a outra função do quadrante e consiste no traçado de dois segmentos de retas, $\overline{FD}$ e $\overline{DG}$, paralelos aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ (Figura 2), respectivamente, no qual é construída uma escala dividida em 12 partições iguais, denominadas de *Umbra Versa* e *Umbra Recta*. Segundo Sampaio (2008), a *Umbra Versa* na Idade Média estaria atrelada ao conceito de tangente no século XXI, da mesma forma que a *Umbra Recta* faria referência à cotangente. Em outro momento, essas questões serão mais bem discutidas.

No tratado, o autor não descreve as dimensões do instrumento, nem como se realiza o passo a passo para executar as divisões da escala do quadrante. Pode-se levantar a hipótese de que Figueiredo (1603) tenha feito uso das proposições vinculadas ao Tratado dos Relógios horizontais, verticais, laterais, declinantes e universais, ou polares, que se encontra na Sexta Parte desse documento. De acordo com Batista (2023, p. 42), Figueiredo (1603) pode ter se apoiado também em *Os Elementos*, de modo “[...] que três das suas proposições, superfície, círculo e diâmetro, possuem o texto muito semelhante às definições, chamadas por Euclides”. Assim, este capítulo apresenta aspectos históricos da fabricação do quadrante por meio da instrução dada por Figueiredo (1603).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após o estudo da fabricação do quadrante apresentado por Figueiredo (1603), foi possível identificar que o texto não era um manual de faça você mesmo, na verdade estava destinado àqueles que tinham conhecimento a respeito da construção desses instrumentos. Além disso, é visível que dentro do texto há uma organização da fabricação do quadrante em dois momentos, o primeiro relacionado à construção do

quadrante num quarto de círculo para medições angulares, o segundo voltado à fabricação do quadrante geométrico, com vistas a medir distâncias lineares.

Assim, este estudo se caracteriza como algo inicial que se desdobrou em torno de conhecer o tratado e a fabricação do quadrante de dupla funcionalidade, utilizado no início do século XVII. Este é um estudo que será aprofundado com o fito de trazer aspectos relacionados às esferas de ordem matemática, historiográfica e epistemológica, nas quais esse instrumento estava inserido, sendo utilizado na navegação e na agrimensura.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, S. M. *et al.* Pesquisas envolvendo instrumentos históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no GPEHM. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 6, n. 12, p. 128-144, 2018.

ALVES, V. B.; BATISTA, A. N. de S. Uma breve discussão teórica acerca do uso de instrumentos matemáticos históricos no ensino da matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 3, n. 8, p. 48-59, 2018.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. **A investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez Editora, 2004. p. 164-185.

BATISTA, A. N. de S. **A articulação de saberes geométricos com trigonométricos por meio da fabricação da balhestilha de Figueiredo (1603) para a construção de uma interface**. 2023. 195 f. Tese (Doutorado em 2023) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.

CASTILLO, A. R. M.; SAITO, F. **Algumas considerações sobre o uso do báculo (BACULUM) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática**. In: FLORES SALAZAR, J.; UGARTE GUERRA, F. (Org.). Investigaciones en Educación Matemática. 1ed. Lima: Fondo Editorial PUCP, 2016, v. , p. 237-251.

D'AMBROSIO, U. A interface entre história e Matemática uma visão histórico-pedagógica. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 41-64, 2021.

FIGUEIREDO, M. de. **Chronographia Reportorio dos tempos, no qual se contém VI. partes, f. dos tempos**: esfera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendario Romano, com os eclypses ate 630. E no fim o uso, a fabrica da balhestilha, e quadrante gyometrico, com hum tratado dos relgios. Lisboa. 1603.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

LOPES, L. S. A coleção de pesos de ferro sem forma determinada do Museu Nacional Machado de Castro. **Revista portuguesa de arqueologia**, v. 21, n. 1, p. 197-208, 2018.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2021.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 109-122, 2018.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Rio Grande do Sul: Universidade Feevale, 2013. 277 p.

RIBEIRO, P. H. S.; PEREIRA, A. C. C. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuario para a formação de professores. **Revista de Instrumentos, Modelos e Políticas em Avaliação Educacional**, v. 4, p. e023021, 2023.

SAITO, F. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SAMPAIO, H. R. **Uma abordagem histórico-filosófica na educação matemática: contribuições ao processo de aprendizagem em trigonometria no ensino médio**. 2008. 173f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, V. J. R. de. Manuel de Figueiredo: contributo de um torrejano para a História da Astronomia Portuguesa. **Nova Augusta**, Torres Novas, Câmara Municipal, 2005, n.º 17, p. 131-155.

CAPÍTULO 2

O ANEL NÁUTICO DE PEDRO NUNES (1502-1578) E ALGUNS CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS MOBILIZADOS NA SUA FABRICAÇÃO⁴

Rebeca de Sousa Silva

A história nos permite vislumbrar a matemática por distintas perspectivas, de modo que cada uma delas nos revela matemáticas constituídas em diferentes épocas. E isso só se torna possível porque, quando a olhamos por uma vertente historiográfica atualizada, é possível vê-la a partir de seu contexto no passado, de modo a levar em consideração os elementos disponíveis naquelas circunstâncias (Saito, 2015).

D'Ambrósio (2021, p. 46) ressalta que a “[...] Matemática teve sua origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio”. Saito (2015) vai além, dizendo que no passado tínhamos as matemáticas (astronomia, música, geometria, aritmética) e que esses conhecimentos matemáticos somente ganharam uma estruturação unificada e autônoma no final do século XIX.

Assim, vislumbrar a História da Matemática por um ponto de vista de uma historiografia atualizada, nos permite ter acesso a diferentes recursos existentes naquele período e, dentre esses materiais, têm-se os instrumentos matemáticos disseminados entre os séculos XV e XVII, para os quais Ribeiro e Pereira (2023, p. 2 - 3) apresentam uma caracterização, definindo-os “[...] como um aparato para realizar cálculos aritméticos, medição de comprimento, altura, profundidade, peso, entre outros; para o cálculo de distâncias lineares e angulares; ou ainda para compreender fenômenos naturais, tais como pressão, temperatura, volume, força etc.”.

Esses instrumentos não estavam sendo divulgados de forma isolada, mas estavam incorporados a tratados antigos que, segundo Silva e Pereira (2021), se configuravam como documentos originais, extraídos de um contexto ou época, na

⁴ Este estudo é decorrente de uma pesquisa de Iniciação Científica - IC iniciada em 2022 e orientada pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira e pela Profa. Dra. Antonia Naiara de Sousa Batista, docentes do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará - UECE.

forma de produtos escritos. Esses tratados estavam vinculados, portanto, “[...] a diferentes instrumentos matemáticos que eram utilizados em diferentes campos de investigação, tais como astronomia, agrimensura, navegação, cartografia, artilharia, fortificação etc.” (Saito, 2019, p. 576).

Esses instrumentos e tratados antigos têm sido alvo de diferentes pesquisas, principalmente em Pós-Graduação, nos estados de São Paulo e do Ceará, por exemplo. Isso pode ser constatado em levantamentos realizados por Pereira e Saito (2018) e Albuquerque *et al.* (2018), mostrando que esses estudos estão sendo desenvolvidos no âmbito tanto da formação inicial de professores como no da continuada, na busca por articular História da Matemática e ensino.

Neste capítulo, em especial, trataremos de um instrumento náutico que era utilizado na intenção de encontrar a localização dos navios em alto mar por meio dos astros. Durante os séculos XV e XVI, com as grandes navegações, os estudos estavam em sua grande maioria voltados para o aprimoramento das técnicas náuticas e para a criação de instrumentos para uso em alto mar (Martins, 2014).

Sendo assim, devido às demandas daquela época, começaram a surgir tratados que continham instruções de fabricação e recomendações de uso desses instrumentos e, dentre eles, destacamos os documentos do português Pedro Nunes (1502-1578) que, mesmo tendo publicado sua primeira obra aos 35 anos de idade, contribuiu significativamente com os estudos das matemáticas e da cosmografia, buscando solucionar alguns problemas relacionados à prática náutica (Silva; Oliveira; Pereira, 2024).

O tratado em questão é o *De arte atque ratione navigandi*, de Pedro Nunes (1502-1578), publicado em 1573, o qual contém alguns instrumentos matemáticos, dentre eles, o Anel Náutico. É importante destacar que a obra utilizada neste estudo é uma tradução realizada pela Academia das Ciências de Lisboa em parceria com a Fundação Calouste Gulbenkian, publicada em 2008. Assim, este capítulo tem como intuito apresentar alguns conhecimentos geométricos mobilizados na construção do Anel Náutico de Nunes (2008). Dessa forma, iremos descrever e comentar sobre o processo de fabricação do instrumento e, principalmente, destacar a matemática, em especial a geometria existente no processo, para que possamos alcançar o objetivo anunciado anteriormente.

CAMINHO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Este estudo se configura como uma pesquisa qualitativa, pois, segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 31), “[...] não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização etc.”. Nesse caso, o foco é a compreensão do tratado *De Arte Atque Ratione Navigandi* e da fabricação do instrumento Anel Náutico, de modo a contemplar os conhecimentos geométricos mobilizados.

Quanto ao objetivo, esta pesquisa se define como descritiva, pois “[...] o pesquisador apenas registra e descreve os fatos observados sem interferir neles. Visa a descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 52). Ou seja, considerando o cenário da fabricação do instrumento, será realizado o detalhamento sobre os conhecimentos geométricos incorporados no processo de sua construção.

Finalmente, quanto aos procedimentos, caracteriza-se como uma pesquisa documental, pois parte inicialmente de um tratado do século XVI, *De Arte Atque Ratione Navigandi*, mais especificamente, do texto que contém a fábrica do Anel Náutico, um documento de caráter original que está inserido em uma categoria que se vale “[...] de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa” (Gil, 2002, p. 45). A seguir, será possível conhecer melhor sobre o tratado em questão.

UMA BREVE DESCRIÇÃO SOBRE A OBRA *DE ARTE ATQUE RATIONE NAVIGANDI* DE PEDRO NUNES (1502-1578)

Citado anteriormente, Pedro Nunes, apesar de ter iniciado na carreira de medicina, seguiu posteriormente um ramo completamente contrário. Escreveu sua primeira obra aos 35 anos de idade, em 1537, intitulada *Tratado da Sphera*, que já dava indícios de seu potencial e influência na área da ciência náutica em pleno século XVI.

Em 1544, começou a exercer a função de professor, sendo responsável por lecionar sobre temas relacionados às matemáticas na Universidade de Coimbra. Além disso, em 1547, Pedro Nunes foi nomeado cosmógrafo-mor do reino de Portugal, sendo também incumbido de ser tutor de membros da corte portuguesa. Isso fez com que o quinhentista desse uma pausa em suas publicações devido ao acúmulo de cargos (Leitão, 2008).

Depois desse intervalo, em 1573 retoma suas publicações e divulga a obra *De Arte Atque Ratione Navigandi*, publicada na região de Coimbra, sendo esta uma versão reescrita de uma publicação anterior, denominada *Petri Nonii Salaciensis Opera*. No Quadro 1, podemos ver de maneira resumida um pouco sobre a trajetória de suas publicações e reedição de seus escritos.

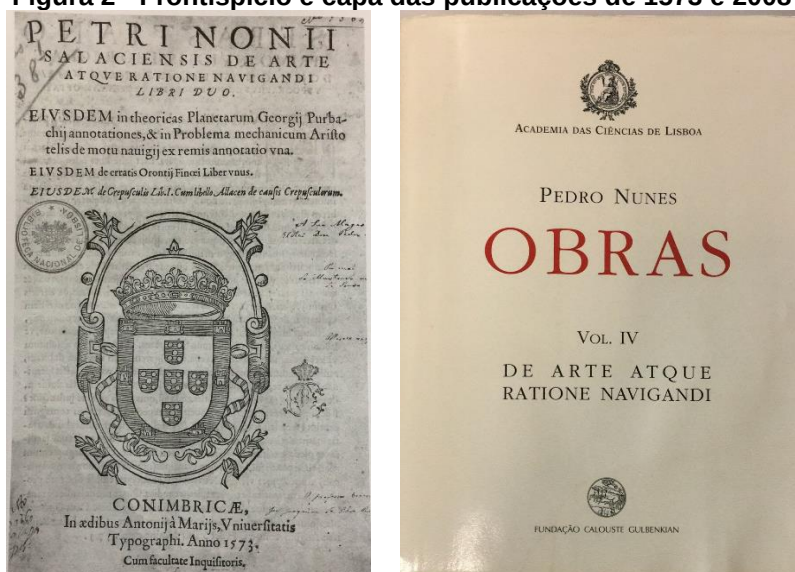
Quadro 1 - Obras de Pedro Nunes de 1537 a 1592

ANO	TÍTULO	DESCRIÇÃO
1537	<i>Tratado da Sphera</i>	Publicada em Lisboa, a obra contém três traduções de trabalhos de terceiros, que falavam de cosmografia e cartografia, e dois trabalhos originais, que abordavam sobre as questões náuticas.
1542	<i>De crepusculis</i>	Visava, por meio dela, disseminar seus conhecimentos pela Europa; na obra, abordava técnicas de astronomia matemática, centrada em resultados astronômicos demonstrados de modo lógico.
1546	<i>De erratis Orontii Finaei</i>	Obra que revela a competência de Pedro Nunes, escrita no intuito de corrigir erros de Orôncio Fineu (1494-1555), e apresenta desvios, analisando aspectos da teoria de proporções, relógios de sol, entre outros.
1566	<i>Petri Nonii Salaciensis Opera</i>	Na Basileia, publicou a obra que reunia assuntos importantes de suas contribuições, desenvolvendo ideias antigas e apresentando novos resultados. O livro foi publicado fora da vigilância do auto e apresentou erros tipográficos.
1567	<i>Libro de algebra en arithmetica y geometría</i>	Publicado na Antuérpia, é destaque na álgebra de Pedro Nunes, depois de 1567; as demais obras são republicações de escritos anteriores.
1573	<i>De arte atque ratione navigandi</i>	Essa obra é uma outra versão de <i>Petri Nonii Salaciensis Opera</i> (1566), pois ela não havia passado pela revisão do autor.
1592	<i>Petri Nonii Salaciensis Opera</i>	Publicação póstuma, contendo os trabalhos mais importantes procurados pelos leitores no século XVI.

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Neste capítulo, em especial, daremos ênfase à obra *De arte atque ratione navigandi* (1573), traduzida como, *Sobre a arte e a ciência de navegar*. Destacamos que a tradução utilizada para esta pesquisa data de 2008, como foi dito anteriormente. A seguir, é possível observar o frontispício e a capa das publicações de 1573 e 2008, respectivamente.

Figura 2 - Frontispício e capa das publicações de 1573 e 2008



Fonte: Nunes (1573; 2008).

Apesar de terem uma organização diferente, ambas possuem, em parte, o mesmo conteúdo, contendo escritos em latim divididos em dois livros, intitulados “Sobre dois problemas acerca da arte de navegar” e “Sobre as regras e os instrumentos para descobrir as aparências das coisas, tanto marítimas como celestes, partindo das ciências matemáticas”, respectivamente. Contudo, a versão atual se sobressai por alguns fatores, os quais são possíveis se notar de maneira mais clara, como indicado no Quadro 2.

Quadro 2 - Comparação das obras de 1573 e 2008

De arte atque ratione navigandi		Edição Antiga 1573	Edição Moderna 2008
Parte 1	Obra original em latim (possui dois capítulos)	✓	✓
Parte 2	Tradução da obra do latim para o português		✓
Parte 3	Anotações sobre o conteúdo da obra.		✓

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

A primeira parte permanece igual nas duas edições e contemplam assuntos voltados à náutica. Neste estudo, em especial, destacaremos o segundo livro e, de maneira mais específica, o capítulo sexto, intitulado “Sobre os instrumentos com que se tomam a altura e as distâncias dos astros”, enfatizando um dos instrumentos citados e abordando, de forma mais detalhada, a respeito dos conhecimentos que emergem a partir da construção do instrumento Anel Náutico. As demais partes, 2 e

3, se fazem presentes na edição de 2008, trazendo de modo detalhado a tradução do tratado original e uma série de comentários realizados por Henrique Leitão.

Com relação ao capítulo intitulado “Sobre os instrumentos com que se tomam as alturas e as distâncias dos astros”, este traz orientações sobre a construção e o uso de instrumentos, como o Anel Náutico, foco deste estudo, o *radio astronomico* e o instrumento jacente no plano. A seguir, conheceremos melhor a respeito do Anel Náutico e sobre como se dava seu uso.

O ANEL NÁUTICO DE PEDRO NUNES (1502-1578) E SEU USO NO SÉCULO XVI

O instrumento náutico estudado neste capítulo é formado, apenas, por uma argola suspensa, a qual possuía um orifício e uma marcação interna (escala), não necessitando do uso de medlicina⁵ devido a seu formato. Foi pensado para substituir os antigos astrolábios, pois não necessitava dos mesmos recursos que continham nas outras versões parecidas com ele (Nunes, 2008).

Na Figura 3, é possível observarmos o Anel náutico exposto no Museu da Marinha Portuguesa, que fica localizado em Portugal, na cidade de Lisboa, mais especificamente, na Praça do Império, em Belém.

Figura 3 - Anel Náutico exposto no Museu da Marinha Portuguesa



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2024).

O referido instrumento é formado por uma argola de sustentação, mediante a qual se pode elevá-lo verticalmente, por um anel, sua parte maior, na qual está fixada

⁵ Eixo giratório fixado no centro do astrolábio que funciona como um ponteiro para marcar o valor do ângulo correspondente à altura do sol acima da linha do horizonte.

internamente uma escala de 0° a 90° e, finalmente, por um orifício feito do lado direito superior da imagem, através do qual os raios solares devem entrar. Com a finalidade de fornecer a distância do sol em relação à linha do horizonte, o Anel Náutico era suspenso pelo observador e, diferente dos astrolábios, não tinha mediclina, sendo apenas atravessado pelos raios solares que, ao passarem pelo orifício, formariam uma sombra, a qual demarcaria um valor na graduação/escala presente na parte interna do anel, fornecendo, assim, a altura indicada. Nunes (2008) ressalta que, devido à pequena porção que foi tirada para a criação do orifício, o instrumento fica mais leve de um dos lados, sendo necessário então, retirar a mesma quantidade de metal do outro lado, assim, o instrumento manteria sua verticalidade e não haveria prejuízos em relação a seu uso.

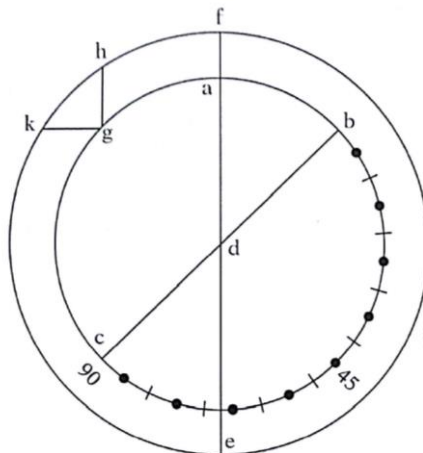
Sendo assim, apesar da aparência simples, o instrumento é repleto de conhecimentos incorporados, os quais serão discutidos posteriormente em relação a sua fabricação, como proposto por Nunes (2008). A seguir, será possível vislumbrar a construção do instrumento, bem como os conhecimentos matemáticos de ordem geométrica que são mobilizados no seu processo de construção.

A FABRICAÇÃO DO ANEL NÁUTICO E ALGUNS CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS

Tomando como referência a descrição realizada por Nunes (2008), é possível perceber que o Anel Náutico deve ser construído com base em quatro procedimentos que serão detalhados no decorrer desta seção, sendo eles: a construção de uma circunferência; a fixação de uma argola de suspensão; a demarcação da escala; e, finalmente, a construção de um orifício.

Inicialmente, o autor orienta que seja fabricada a base do instrumento, que consiste na construção de uma armila circular de metal, isto é, uma circunferência que tenha espessura e largura de um dedo, de modo que sua secção seja quadrada. Nunes (2008, p. 357), inclusive, diz que “[...] ao longo da superfície interior, trace-se uma circunferência **abc**, cujo centro se imagine ser **d**”, deixando explícito a disposição dos pontos em torno da circunferência interna, o que nos indica a existência de duas circunferências na construção do instrumento (Figura 2).

Figura 2 - Esboço do instrumento Anel Náutico no tratado *De arte atque ratione navigandi*



Fonte: Nunes (2008, p. 357).

De acordo com as instruções de Nunes (2008), podemos destacar a mobilização de conhecimentos relacionados a circunferência e pontos, além da associação do conceito de raio à palavra centro.

Depois de definida a circunferência interior, o autor sugere a delimitação de outra, porém, no exterior, como se pode ver na seguinte citação “[...] a esta circunferência faça-se corresponder, na superfície curva e exterior, a circunferência **fk**l. Nesta, coloque-se o ponto **f** acima de **a**, no prolongamento do diâmetro **ae**” (Nunes, 2008, p. 357). Veja que, nesse processo, já é possível contemplar um novo conhecimento, o diâmetro, o qual dividirá a circunferência em duas semicircunferências.

Finalizando essa parte, Nunes (2008, p. 357) trata da fixação do anel de suspensão que irá sustentar a base do instrumento, orientando que “[...] prenda-se o anel de suspensão, do qual pende o astrolábio [i.e. o anel náutico], no ponto **f** com uma argola”. Feito isso, o autor instrui que “[...] marque-se então na circunferência **abc** o arco **ag**, metade de um quadrante, e na outra semicircunferência o arco **ab**, igual a ele”. Nesse momento, conhecimentos relacionados a quadrantes em uma circunferência são colocados em evidência, do mesmo modo, a medição de ângulos, pois a partir da instrução de Nunes (2008) é possível perceber que os pontos G e A serão marcados com uma distância angular de 45° a partir da referência do diâmetro $\overline{AE}$, em especial, do ponto A.

Em seguida, Nunes (2008, p. 357) se refere à escala e sua graduação, sugerindo que “[...] seja **c** o ponto diametralmente oposto ao ponto **b**, e divida-se o

semicírculo **bec** em noventa partes iguais, devidamente numeradas, fazendo-se o início da contagem em **b**". Ou seja, o ponto C será fixado a uma distância angular do ponto E correspondente a 45° . Desse modo, tem-se uma semicircunferência $\widehat{BC}$ que o autor denomina de **bec**, a qual sugere ser dividida em noventa partes iguais, mobilizando o conceito de divisão de ângulos, incluindo bissetriz, trissecção de ângulos, dentre outros, enumerando-a de 0° a 90° .

Finalmente, é sugerida a construção do orifício, de forma que Nunes (2008, p. 357) ressalta que "[...] retire-se, a meio da sua largura, e em toda a espessura, uma porção na forma do ângulo obtuso **hgk**, abrindo-se no ponto **g** um orifício estreitíssimo que dê entrada aos raios do Sol". Veja que o autor traz a noção de ângulo obtuso para a construção do orifício por onde passará o raio de sol e refletirá na graduação realizada de 0° a 90° .

No entanto, Nunes (2008, p. 357) destaca a necessidade de um cuidado referente ao equilíbrio do instrumento devido à retirada de uma parte dele à esquerda (Figura 2), enfatizando que "[...] o instrumento fica mais leve desse lado, o diâmetro **ae** afastar-se-á forçosamente da linha de prumo, e é necessário, por isso, tirar a mesma quantidade de metal do outro lado". Assim, da mesma forma que houve uma retirada do lado esquerdo, é extremamente importante extrair outra parte com a forma de um ângulo obtuso do lado superior, à direita.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base neste estudo realizado, foi possível conhecer um dos recursos que a história da matemática oferece, o tratado português de Pedro Nunes, denominado *De arte atque ratione navigandi*, que traz o Anel Náutico. Por meio do estudo descritivo do tratado, foi possível perceber que ele reúne diferentes conhecimentos que estavam disponíveis no período em que foi concebido, relacionados à navegação e à cosmografia.

Além disso, a fabricação do instrumento revela a formação desse autor, que escrevia para seus pares, os quais detinham o conhecimento sobre a construção e o uso desses instrumentos. Ademais, a construção do instrumento possibilitou a mobilização de diferentes conhecimentos relacionados à geometria, como circunferência, divisão de ângulos, tipos de ângulos, dentre outros, que podem ser incorporados nas aulas de matemática, tanto na formação inicial e continuada de

professores, bem como na Educação Básica, a partir de um tratamento didático do texto que contém a fabricação do Anel Náutico.

Este estudo não se esgota aqui, há muito o que ser pesquisado em torno do instrumento e de seu contexto, de modo a movimentar questões de ordem historiográfica, contextual, epistemológica e matemática. Nos estudos que se seguem, futuramente, essas questões serão aprofundadas com vistas a fornecer ao leitor uma noção mais consistente do desenvolvimento desse instrumento e de seus potenciais usos didáticos.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, S. M. *et al.* Pesquisas envolvendo instrumentos históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no GPEHM. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 6, n. 12, p. 128 - 144, 2018. DOI: 10.5965/2357724X06122018128.
- D'AMBROSIO, U. A interface entre história e Matemática uma visão histórico-pedagógica. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 41 - 64, 2021.
- GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da Ufrgs, 2009.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- LEITÃO, H. Anotações ao De arte atque ratione navigandi. In Pedro Nunes. Obras, vol. IV, Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2008, p. 515-794.
- MARTINS, J. V. de P. **Prólogo ao Tratado da Sphera Astronomici introdvctorii de spaera epitome**. In: NENES, Pedro. Pedro Nunes. Obras, vol. I, Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2014, p. IX-XXV.
- NUNES, P. Obras: **De Arte Atque Ratione Navigandi**. vol. IV, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.
- OLIVEIRA, F. W. S. **O instrumento jacente no plano na transição da geometria plana para a espacial na formação de professores**. 2023. 149 f. Tese (Doutorado em 2023) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.
- PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 109–122, 2018.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico:** Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Rio Grande do Sul: Universidade Feevale, 2013. 277 p.

RIBEIRO, P. H. S.; PEREIRA, A. C. C. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuario para a formação de professores. **Revista de Instrumentos, Modelos e Políticas em Avaliação Educacional**, v. 4, p. e023021, 2023.

SAITO, F. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 3, n. 1, 2016.

SILVA, I. C. da; PEREIRA, A. C. C. Definições e critérios para uso de textos originais na articulação entre história e ensino de matemática. **Boletim de Educação Matemática –Bolema [online]**. 2021, vol.35, n.69, pp.223-241. EpubApr16, 2021.

SILVA, R. de S.; OLIVEIRA, F. W. S.; PEREIRA, A. C. C. Uma sugestão de atividade a partir o Anel Náutico para o estudo da Geometria. **Revista Baiana de Educação Matemática**, [S.L.], v. 5, n. 1, p. 202402, 8 mar. 2024.

CAPÍTULO 3

OS INSTRUMENTOS DE AGRIMENSURA DO SÉCULO XVI SOB O OLHAR DE LEONARD DIGGES (1520 – 1559) NO TRATADO *A BOOKE NAMED TECTONICON*⁶

Sabrina de Sousa Paulino

Impulsionada pelo desenvolvimento científico, durante os séculos XVI e XVII, a Europa testemunhou muitas descobertas que afetaram as mais diversas áreas de conhecimento, incluindo as matemáticas. Fatores como a expansão marítima, divisões de propriedades e necessidade de fortificações, contribuíram para que se tornasse cada vez mais importante a divulgação de instruções matemáticas.

Na Inglaterra, por conta de sua localização estratégica, Londres se tornou um polo comercial e foco de disseminação de ideias, atraindo comerciantes, navegadores, engenheiros dentre outros profissionais. Harkness (2007, p. 95, tradução nossa) ressalta que a cidade se tornou “[...] o centro da publicação matemática e produção de instrumentos. Londrinos compravam livros sobre matemática, frequentavam as lojas de fabricantes de instrumentos e reuniam-se para demonstrações de novos objetos mecânicos na cidade”⁷.

Com isso, destaca-se o surgimento de um novo ofício, os praticantes das matemáticas⁸ e suas produções de conhecimentos, que a partir de tratados, almanaques, instrumentos matemáticos⁹ etc., contribuíram de forma direta para suprir essa busca por conhecimentos matemáticos de londrinos comuns a agrimensores, navegadores, astrônomos, carpinteiros, estudiosos das matemáticas, entre outros.

Desse modo, este estudo visa apresentar os instrumentos de agrimensura contidos no tratado *A Booke Named Tectonicon*, escrito pelo inglês Leonard Digges (1520 – 1559), explorando sua relevância nas práticas de medição, nos séculos XVI

⁶ Este estudo é decorrente de uma pesquisa de Iniciação Científica - IC iniciada em 2019 e orientada pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, docente do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

⁷ Em inglês, lê-se: “[...] the center of mathematical publishing and instrument production. Londoners bought books on mathematics, frequented instrument makers' shops, and gathered for demonstrations of new mechanical objects in the city” (Harkness, 2007, p. 98).

⁸ Para mais informações, vide Saito (2015).

⁹ Para mais informações, vide Saito (2015).

e XVII, e na disseminação de conhecimentos matemáticos entre artífices daquele período.

Assim, inicialmente aborda-se brevemente a biografia do praticante das matemáticas, o inglês Leonard Digges (1520 – 1559), além de sua relação com as matemáticas práticas dos séculos XVI e XVII. Posteriormente, destaca-se o tratado *A Booke Named Tectonicon* e sua relevância para a agrimensura e para o ofício de artesão agrimensurador na Inglaterra.

Por último, apresentam-se os instrumentos de medida em *Tectonicon*, abordando suas respectivas construções, graduações e manipulações a partir da perspectiva de Digges (1605), assim como, as contribuições matemáticas associadas a tais instrumentos.

LEONARD DIGGES E AS MATEMÁTICAS PRÁTICAS NOS SÉCULOS XVI E XVII

Nascido por volta de 1520, na Inglaterra, Leonard Digges foi membro da nobreza rural do condado de Kent, no qual estabeleceu sua reputação como dono de terras, topógrafo e estudioso das matemáticas. Ingressou no *University College*, em Oxford, no qual realizou seus estudos, porém não os concluiu, apesar de dedicar seu tempo às atividades científicas (Ronan, 1992).

Digges possuía um olhar prático sobre as matemáticas de seu período, buscando introduzir instrumentos práticos às resoluções de demandas diversas, de forma que profissionais pudessem realizar seu ofício de modo ágil, preciso e lucrativo. De acordo com Harkness (2007, p. 107, tradução nossa), ele “[...] foi o autor que primeiro focou seriamente a atenção sobre instrumentos e conhecimento geométrico que lhes davam forma”¹⁰.

Com isso, Digges desenvolveu estudos sobre as mais distintas áreas (agrimensura, astronomia, arte militar, navegação etc.), possibilitando maior acesso a conhecimentos matemáticos práticos. Ronan (1992, p.1, tradução nossa) destaca que ele “[...] era, de fato, um cientista experimental capaz em uma época em que o que agora é frequentemente referido como a Revolução Científica ainda era algo muito novo”¹¹.

¹⁰Em inglês, lê-se: “Leonard Digges was the author who first seriously focused attention on instruments and the geometric knowledge that gave them their shape” (Harkness, 2007, p. 107).

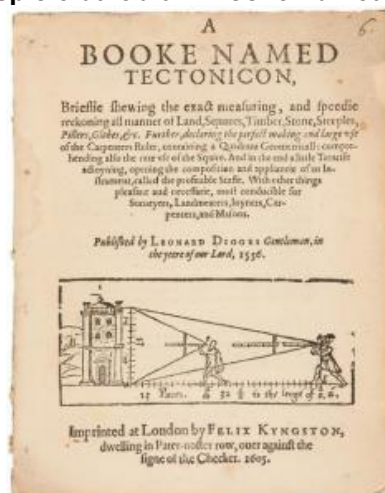
¹¹Em inglês, lê-se: “[...] was, indeed, an able experimental scientist at a time when what is now often referred to as the Scientific Revolution was still something very new” (Ronan, 1992, p. 1).

Apesar de prometer muitas publicações, apenas duas são atribuídas a Digges, sendo elas um almanaque denominado “*A Prognostication everlastinge of right good effecte...*” publicado em 1555, voltado para astronomia e navegação, e um tratado, “*A Booke Named Tectonicon*”, publicado em 1556. Suas obras foram escritas em inglês, ao invés de latim, o que levou à grande disseminação de seus estudos para aqueles que desconheciam o latim e à republicação por muitos anos seguintes (Harkness, 2007).

O TRATADO A BOOKE NAMED TECTONICON

Dentre as obras escritas e publicadas por Digges, destaca-se o tratado, *A Booke Named Tectonicon* (Figura 1), publicado pela primeira vez em 1556¹², o qual era voltado essencialmente para a agrimensura e que tinha a proposta de instruir artífices acerca das mais diversas formas de realizar a medição de terras, de todas as maneiras, além de abordar a construção, graduação e utilização de instrumentos de medida, enfatizando suas potencialidades para resolver demandas práticas do período (Castillo, 2016; Argemiro Filho, Paulino; Pereira, 2020).

Figura 1 – Frontispício da obra *A Booke Named Tectonicon* (1605)



Fonte: Digges (1605).

O tratado é organizado em duas seções, a primeira composta por 21 capítulos, que abordam desde a medição de terras ao cálculo da altura de montes e vales, acompanhados por quatro tabelas e dois instrumentos que podem ser utilizados nesse

¹²Vale ressaltar que, *Tectonicon* foi reimpresso 20 vezes nos 150 anos seguintes a sua primeira edição (Harkness, 2007). Assim, para este estudo, utiliza-se a versão publicada no ano de 1605.

processo. A segunda seção é referente a um pequeno tratado que aborda a construção e a utilização de um instrumento chamado báculo.

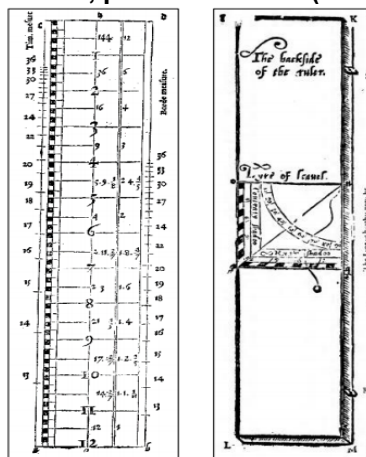
Além disso, no início de cada seção, o autor disponibiliza uma carta destinada ao leitor, na qual busca orientá-lo sobre o que será abordado. Digges (1605) focou inteiramente na aplicação prática da geometria voltada para a agrimensura, associando a leitura atenta do tratado e a aplicação prática dos instrumentos de medida apresentados a um trabalho lucrativo.

INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS DE AGRIMENSURA EM *TECTONICON*

Tectonicon tem como objetivo principal apresentar instruções acerca do processo de construção, graduação e manipulação de três instrumentos de medida, sendo eles: a régua de carpinteiro (*carpenter's ruler*), o esquadro de carpinteiro (*carpenter's squire*) e o báculo (*profitable staffe*). Assim, Digges (1605) exemplifica situações comuns, como medição de distâncias, alturas e larguras, bem como a determinação do nivelamento de terrenos, entre outras.

O primeiro instrumento descrito em *Tectonicon* aparece no capítulo XII da obra, denominado “A régua de carpinteiro”¹³. A régua de carpinteiro (Figura 2) é, inicialmente, indicada por Digges (1605) como instrumento conhecido entre os bons artífices daquele período.

Figura 2 – A Régua de carpinteiro, partes da frente (à esquerda) e de trás (à direita)



Fonte: Adaptado de Digges (1605, XII, XIII).

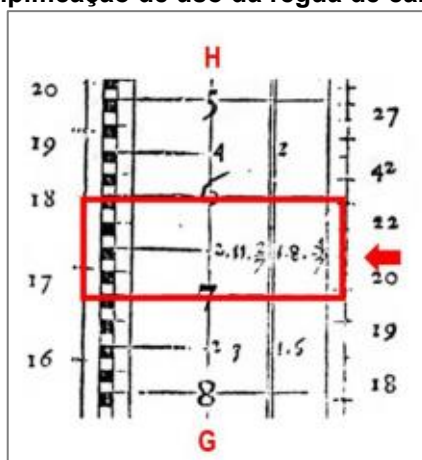
Porém, em seus comentários, ele destaca que a régua estava sendo construída e, conseqüentemente, utilizada de forma errada e, com isso, as instruções tratavam

¹³ Em inglês, lê-se: “The carpenter’s ruler” (Digges, 1605, XII).

de corrigir a construção da ferramenta. Formada por duas faces, o instrumento continha um conjunto de escalas graduadas na parte da frente e um quadrante geométrico inserido na parte de trás. No que se refere à primeira face da régua, ele não disponibiliza muitas instruções acerca da graduação¹⁴ das escalas. Contudo, esse processo pode ser relacionado, a partir de uma leitura atenta das páginas anteriores de *Tectonicon*, a duas tabelas apresentadas no tratado, sendo elas a tabela de quadrados e a tabela de medidas da madeira¹⁵, as quais devem ser consultadas para realizar a graduação correta da régua (Paulino; Pereira, 2021a; 2021b).

Consequentemente, são apresentadas exemplificações (Figura 3) acerca da utilização da primeira parte do instrumento, nas quais Digges (1605, XIV, tradução nossa) indica que “[...] uma peça de madeira a ser moldada, cujo verdadeiro quadrado é de 7 polegadas: este quadrado é designado para a figura de 7 na linha. g. h. sob a qual, à direita, no local designado para a medida da madeira, está escrito 2 pés, 11 polegadas e $2/7$ ”¹⁶.

Figura 3 – Primeira exemplificação de uso da régua de carpinteiro de Digges (1605)



Fonte: Adaptado de Digges (1605, XII, destaque nosso).

Sendo assim, tem-se que a funcionalidade das escalas graduadas do instrumento se detém em realizar a medição de pedaços de madeira ou calcular a medida de pequenas distâncias, sendo assim de grande utilidade para os artífices daquele período. Além disso, de acordo com os estudos de Paulino e Pereira (2021b), é possível observar conceitos como conversão de unidades de medidas, frações e

¹⁴ Vide Paulino e Pereira (2021a).

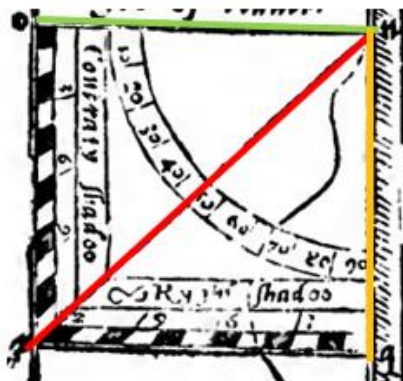
¹⁵ Vide Paulino e Pereira (2021b).

¹⁶ Em inglês, lê-se: “[...] a piece of timber to be molten, whose true square is 7 inches: this square appointee you to the figure of 7 in the line. g. h. under whom rightward in the place assigned to timber measure, is written 2 foot, 11 inches, and $2/7$ ” (Digges, XIV).

números mistos, estando associados aos processos de graduação e utilização da parte da frente da régua.

Posteriormente, no capítulo XIII, denominado “A parte traseira da régua, com o quadrante geométrico”¹⁷, Digges (1605) aborda a parte de trás do instrumento, a qual continha um quadrante geométrico incorporado em seu centro (Figura 4).

Figura 4 – O quadrante geométrico incorporado à parte de trás da régua de carpinteiro



Fonte: Adaptado de Digges (1605, XIII).

Assim como a parte da frente do instrumento, Digges (1605) não fornece grandes explicações acerca da construção desse quadrante, porém, mais informações são disponibilizadas em outro texto de sua autoria, *Pantometria* (1571).

Ele ainda destaca que o quadrante é formado por 3 “linhas”, sendo elas “n o” a linha de nível, “n p” a linha de alturas, e “n q” a linha de alturas verticais. Além disso, sua utilização tinha como suporte um fio de prumo. As finalidades práticas da utilização do quadrante são destacadas a partir dos títulos dos capítulos posteriores, nos quais Digges (1605) apresenta

O uso das linhas principais no Quadrante Geométrico na parte de trás da régua, começando pela linha de nível”, “Como pela linha de nível prever se a água de alguma nascente ou manancial pode ser conduzida para um local designado: e julgar sua salubridade”, “Para buscar alturas pela escala, com a ajuda de dois pontos” e “Como, com a escala, alturas diretas ou verticais são declaradas por suas sombras (Paulino; Pereira, 2024, p. 8).

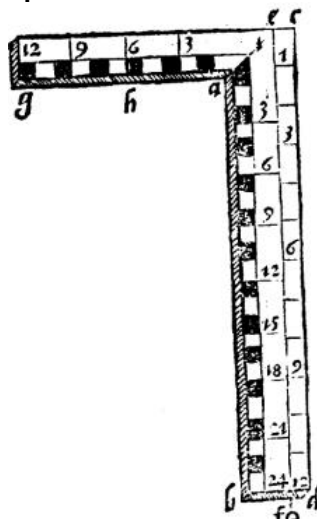
Castillo (2016) destaca que, a partir desse processo, é possível observar a mobilização de conceitos matemáticos, como proporcionalidade, semelhança de triângulos e medidas angulares, em uma linguagem matemática moderna. Contudo, é importante ressaltar que não são apresentadas instruções matemáticas de como a

¹⁷Em inglês, lê-se: “The backside of ruler, with the quadrante Geometrical” (Digges, XIII).

construção, a graduação e a manipulação de ambos os processos (para a face da frente e de trás do instrumento) são realizadas.

Ainda voltado para a carpintaria e a agrimensura, ele apresenta o segundo instrumento de medida, que se encontra no capítulo XX de *Tectonicon*, denominado “Esquadro de carpinteiro” (Figura 5)¹⁸.

Figura 5 – O esquadro de carpinteiro contido no tratado *A Booke Named Tectonicon*



Fonte: Digges (1606, XX).

Analogamente à régua de carpinteiro, o autor explica, inicialmente, que não fornecerá muitas instruções acerca da construção física do instrumento, uma vez que esse processo já era de conhecimento comum aos artífices daquele período.

No que se refere às medidas do esquadro, ele informa que a ferramenta deve possuir “[...] um lado suposto a dois pés do ângulo interno, e o outro a um pé distante do mesmo ângulo” (Digges, 1605, XX, tradução nossa)¹⁹. Note que Digges (1605) utiliza as letras “a b c d e f g h” para representar os vértices de determinadas partes do instrumento, contudo, não especifica quais são referentes às medidas apresentadas, detendo-se a apresentar o processo de graduação do esquadro. A partir desse processo, é possível identificar a mobilização de conceitos matemáticos, tais como medidas angulares (Paulino; Pereira, 2024).

Consequentemente, no que se refere à utilização do esquadro, Digges (1605, XX, tradução nossa) explica que o instrumento fará “[...] a utilização das tabelas de conversão apresentadas em minha *Generall Prognostication*, bem como para a

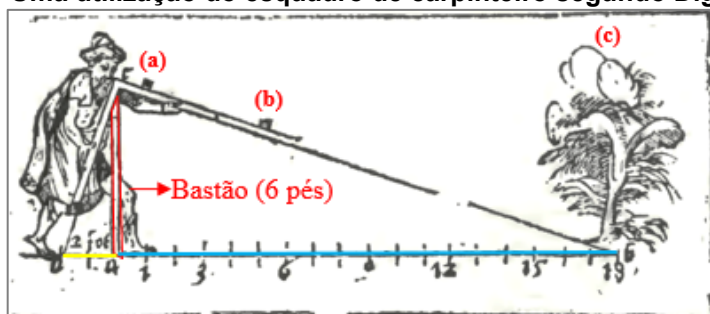
¹⁸ Em inglês, lê-se: “The carpenter’s squire” (Digges, XX).

¹⁹ Em inglês, lê-se: “One side supposed two feet from the inward angle: and the other a suft foot from the same” (Digges, 1605, XX).

determinação de altitudes e longitudes, as quais pretendo agora abordar brevemente”²⁰. Observa-se que, assim como a régua de carpinteiro, a utilização do esquadro também está relacionada à utilização de tabelas. Contudo, ele ressalta que o leitor encontrará as tabelas necessárias em outra obra de sua autoria, *A General Prognostication* (1553).

Além disso, o autor revela que o instrumento será utilizado para determinar a medida de altitudes e longitudes (Figura 6), com o auxílio de um bastão (*staffe*), no qual o esquadro deveria se apoiar, de forma que o observador pudesse localizar o objeto (c) a partir das vistas (a) e (b) incorporadas ao instrumento e, assim, calcular a medida da distância entre ele e o objeto escolhido.

Figura 6 – Uma utilização do esquadro de carpinteiro segundo Digges (1605)



Fonte: Digges (1605, XXI, destaque nosso).

Ele ainda destaca que, a partir de suas próprias experiências com o esquadro, notou que o instrumento possuía limitações para realizar medidas de longas distâncias. Contudo, esclarece que “[...] a construção e uso do instrumento geométrico podem ser percebidos no tratado seguinte [...]”²¹ (Digges, 1605, XXI, tradução nossa), referindo-se ao próximo instrumento apresentado em *Tectonicon*, o báculo.

Segundo Roche (1981), *Tectonicon* apresentou a primeira versão em inglês do instrumento voltado para a agrimensura, descrito em “Um pequeno tratado, declarando a fabricação e o uso de um instrumento geométrico para beneficiar o agrimensor ou carpinteiro, chamado báculo” (Digges, 1605, Carta ao leitor, tradução nossa)²².

²⁰Em inglês, lê-se: “[...] for the use of divers tables, put forth in my genneral Prognostication, and also for the finding of altitudes and longitudes, which there I purpose now briefly to open” (Digges, 1605, XX).

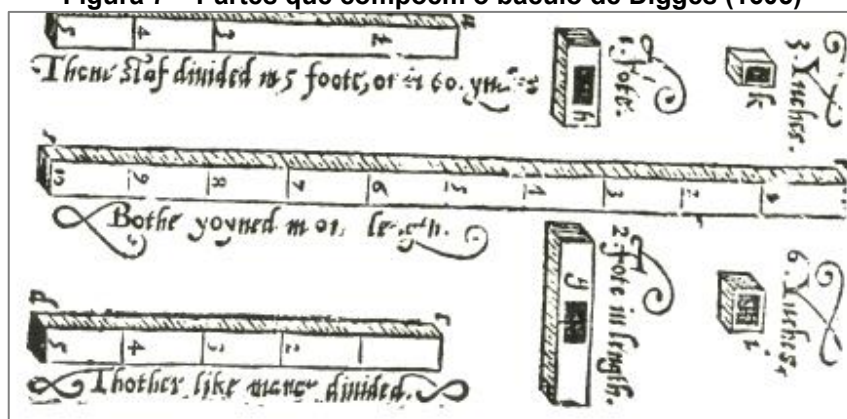
²¹Em inglês, lê-se: “[...] the construction and use of the geometricall instrument can be seen in the following treatise” (Digges, 1605, XXI).

²²Em inglês, lê-se: “A little treatise, declaring the making and use of an instrument geometrical, to fare as it furthereth the Landmeater or carpenter, named the profitable staffe” (Digges, 1605, To the reader).

O báculo é apresentado por Digges (1605) como uma proposta para realizar a medição de larguras e comprimentos extensos, o que não era possível realizar com os instrumentos mencionados anteriormente (Castillo, 2016). Por esse motivo, *Tectonicon* apresenta uma descrição mais detalhada acerca dos processos de construção, montagem, graduação e utilização do instrumento.

Dessa forma, o instrumento atendia a necessidades de grande importância para os agrimensores daquele período, uma vez que, a partir de sua utilização, se tornava possível realizar a medição da área de grandes terrenos e propriedades. Com isso, em seus comentários iniciais, ele dedica as instruções seguintes a profissionais, como carpinteiros, medidores de terras e artesãos, além de enaltecer o báculo (Figura 7) como um instrumento esplêndido e muito útil.

Figura 7 – Partes que compõem o báculo de Digges (1605)



Fonte: Digges (1605, I).

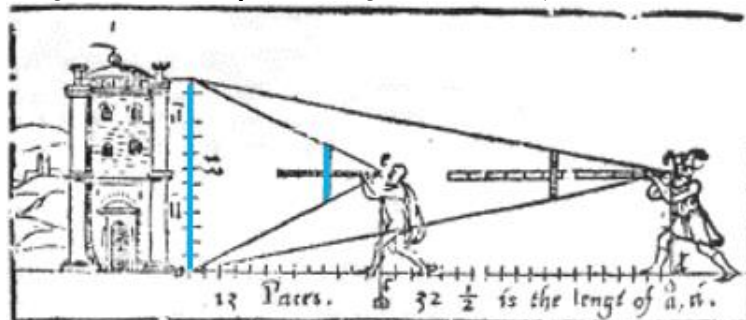
No que se refere à construção e funcionalidade do instrumento, Digges (1605) explica, inicialmente, que o báculo deve possuir duas hastes, as quais medirão 5 ou pelo menos 3 pés de comprimento, sendo construídas em madeira ou metal. Além disso, assim como os instrumentos apresentados anteriormente, as partes do báculo contarão com subdivisões, funcionando como uma escala linear (Castillo, 2016).

Posteriormente, ele apresenta instruções acerca da montagem do instrumento e instruções mais específicas acerca dos materiais utilizados para a construção das hastes que formam o báculo. Além disso, ele aborda, sem muitos detalhes, os processos para realizar as divisões e subdivisões nas hastes do báculo, os quais serão melhor explicitados em outra obra de sua autoria, *Pantometria* (1571).

Por fim, após discorrer detalhadamente sobre a construção e a montagem, além de apresentar brevemente o processo de graduação do instrumento, ele aborda

a forma de utilização do báculo (Figura 8), explicando que será possível, a partir desse processo, realizar a medição de alturas de torres, muros, entre outras, além de larguras ou distâncias (Castillo, 2016).

Figura 8 – Utilização do báculo para medição de alturas, de acordo com Digges (1605)



Fonte: Digges (1605, III).

No que se refere à medição de alturas, ele orienta que se faz necessário que o observador posicione a haste menor do instrumento na medida equivalente a seu comprimento na haste maior, de forma que as extremidades desta, com o auxílio de um fio de prumo, coincidam com o objeto observado (Figura 8).

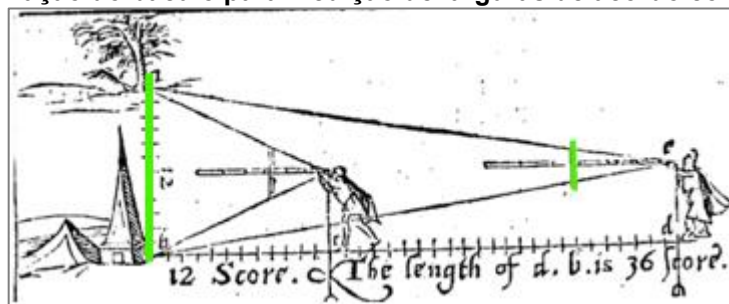
Sobre a medição de larguras, Digges (1605, 1605, II, tradução nossa) destaca que

Tudo o que eu instruí anteriormente sobre as alturas, deve ser aqui entendido da mesma forma para larguras, comprimentos etc. Pois a largura e a amplitude não são encontradas de outra forma com este instrumento, como dito anteriormente para as alturas, exceto pelo fato de que o bastão curto deve se situar na posição contrária [...]²³.

Assim, observa-se que as instruções para a manipulação do instrumento durante o processo de medição de larguras se mantêm as mesmas, exceto pelo posicionamento da haste menor, que deve considerar, diferentemente do momento anterior, a largura do que se deseja medir, de forma que suas extremidades coincidam com essa medida (Figura 9).

²³Em inglês lê-se: "Whatsoever I have instructed afore of Heights, the same understand here of wideness, lengths, etc. For none otherwise are Latitudes or widenesses searched by this instrument, then before is declared of Heights, onely this excepted, that the short staffe must lie contrarie (...)" (Digges, 1605, II).

Figura 9 – Utilização do báculo para medição de larguras de acordo com Digges (1605)



Fonte: Digges (1605, IV).

A partir disso, pode-se observar que tais instrumentos, já conhecidos pelos artífices daquele período, possuem, em suas respectivas funcionalidades, a capacidade de atender demandas específicas da agrimensura, realizando medições de terras, distâncias (grandes ou pequenas), pedaços de madeira (vidros, metais etc.), alturas etc.

De acordo com Castillo (2016), a partir de suas técnicas de medida e instruções acerca das construções e utilizações de instrumentos, o *Tectonicon* se mostra potencialmente abundante em conhecimentos matemáticos, principalmente no que se refere às matemáticas práticas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das instruções acerca dos instrumentos de medida descritos em *Tectonicon*, nota-se a necessidade de mobilizar, em seus processos de construção e manipulação, alguns conhecimentos matemáticos que permeiam a Educação Básica, ainda durante o século XXI, como medidas lineares e angulares, unidades de medida do sistema imperial, representações e operações com frações e números mistos, entre outros.

A partir da régua de carpinteiro, do esquadro de carpinteiro e do báculo, percebe-se como as matemáticas práticas dos séculos XVI e XVII foram aplicadas para tornar o ofício de artesão agrimensor mais ágil e, consequentemente, mais lucrativo, além de atender a demandas de grande importância para o período.

Com isso, conclui-se que os instrumentos de medida apresentados por Digges (1605), possuem potencialidades que, após um tratamento didático adequado, podem contribuir com a construção de uma interface entre a História e o Ensino de Matemática - HIEM, uma vez que não só ilustram a aplicação prática de conhecimentos matemáticos, mas também fornecem, em sua contextualização histórica, a capacidade de ressignificar tais conceitos.

REFERÊNCIAS

CASTILLO, A. R. M. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Boke Named Tectonicon de Leonard Digges**. 2016. 121f. Doutorado-Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2016.

DIGGES, L. **A booke named Tectonicon**. London: Iohn Daye, 1605.

DIGGES, L. **A geometrical practise, named Pantometria, divided into three bookes, Longimetria, Planimetria and Stereometria**. London: Abell Feffes, 1571.

HARKNESS, D. E. **The jewel house: Elizabethan London and the scientific revolution**. Yale University Press, 2007.

PAULINO, S. de S.; ARGEMIRO FILHO, C. F.; PEREIRA, A. C. C. Alguns aspectos contextuais da régua e do esquadro de carpinteiro no tratado A booke named tectonicon (1556) de Leonard Digges. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 7, n. 20, p. 170-180, 12 jul. 2020.

PAULINO, S. de S.; PEREIRA, A. C. C. A abordagem de conceitos matemáticos por meio da tabela de medidas da madeira de Leonard Digges (1520-1559). **Remat: Revista Eletrônica da Matemática**, [S.L.], v. 7, n. 1, p. e2007, 6 abr. 2021a. Instituto Federal de Educacao - Ciencia e Tecnologia do Rio Grande do Sul.

PAULINO, S. de S.; PEREIRA, A. C. C. A régua de carpinteiro (escalas) de Leonard Digges (1520-1559) para o estudo de conceitos matemáticos: possível incorporação na Educação Básica. **Educação Matemática Debate**, Fortaleza, v. 5, n. 11, p. 1-17, 08 abr. 2021b.

PAULINO, S. de S.; PEREIRA, A. C. C. Noções iniciais do esquadro de carpinteiro de Leonard Digges (1605) para o estudo de conceitos matemáticos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 32, p. 1-15, 2024.

PAULINO, S. de S.; PEREIRA, A. C. C. Estudo da régua de carpinteiro de Leonard Digges na agrimensura. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática: a Educação Matemática num mundo pós-pandêmico. **Anais...**Campina Grande (PB) UEPB, 2024.

ROCHE, J. J. The radius astronomicus in England. **Annals of science**, v. 38, n. 1, p. 1-32, 1981.

RONAN, C. A. Leonard and Thomas Digges. **Endeavour**, v. 16, n. 2, p. 91-94, 1992.

SAITO, F. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física/SBHMat, 2015.

CAPÍTULO 4

CIRCUMFERENTOR, DE WILLIAM LEYBOURN (1626-1716), COMO OBJETO DE ESTUDO NA INTERFACE ENTRE A HISTÓRIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA²⁴

Kawoana da Costa Soares

Estudos associados à construção de interfaces entre a História e o Ensino de Matemática, estão cada vez mais atraindo o interesse de educadores matemáticos que pretendem compreender componentes e artifícios concebidos ao longo da história, os quais possuem potencial de suplementar o entendimento de vários temas matemáticos. Essas pesquisas pretendem sobretudo “[...] propiciar a reflexão do processo histórico da formação do conceito matemático para elaborar ações (didáticas e/ou pedagógicas) e produtos que contribuam para o ensino de matemática” (Pereira; Saito, 2019, p. 406).

Tais pesquisas são desenvolvidas, em especial, no decorrer de análises de documentos históricos²⁵ que abordem sobre matemática ou para além da matemática, subsidiando indicações que possibilitem “[...] restituir o objeto matemático que estuda à malha histórica, procurando contextualizá-lo no espaço e no tempo” (Saito, 2015, p. 27).

Dessa forma, apoiando-se no documento intitulado *The Compleat Surveyor: Containing the whole Art of Surveying for Land*, publicado em 1657 por William Leybourn (1626-1716), procuramos entender as perspectivas relativas às indagações relacionadas à Educação Matemática. Desse modo, neste capítulo pretendemos expor alguns resultados iniciais alcançados com o estudo do documento e a análise do instrumento nele exposto, de acordo com sua constituição contextual e física.

²⁴Esse estudo é decorrente de uma pesquisa de Iniciação Científica - IC iniciada em 2023 e orientada pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, docente do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará - UECE.

²⁵De acordo com Pereira e Saito (2019), um documento histórico pode ser um texto ou excerto de um texto, ou ainda um instrumento, um monumento, uma foto, uma imagem, uma figura, um vídeo, entre muitos outros.

QUEM FOI WILLIAM LEYBOURN?

De acordo com Beeley e Hollings (2023), havia um tipo de ecossistema entre comerciantes, matemáticos, livreiros e fabricantes de instrumentos no início da Londres moderna²⁶, que floresceu por meio da dependência mútua e do apoio profissional.

Assim, se algo nesse sistema falhasse, os profissionais em potencial sempre poderiam recorrer à autoinstrução. Para isso, havia inúmeras publicações, baratas e simples, disponíveis, nas quais o autor conduzia seus leitores passo a passo pelos fundamentos da topografia, das contas para comerciantes, da geometria prática etc.

Um desses autores foi William Leybourn (1626-1716) (Figura 1), um sujeito até então explorado de forma escassa na História da Matemática.

Figura 1 - Retrato verdadeiro de William Leybourn, aos 27 anos



Fonte: Leybourn (1653, frontispício).

Leybourn “[...] foi um estudioso das matemáticas, um impressor e um agrimensor profissional, que escreveu muitos livros sobre temáticas relacionadas à topografia, que incluíam medidas matemáticas e ideias relativamente novas” (Soares; Pereira, 2024, p. 7). De acordo com Soares e Pereira (2024), William Leybourn dedicou-se aos estudos práticos e a oferecer instruções para qualquer principiante nos estudos das Ciências Matemáticas, como Aritmética, Geometria, Astronomia, Trigonometria e Navegação.

²⁶A Londres moderna emerge no período dos Stuarts (1603-1714).

Pela sua capacidade e disposição para realizar tarefas práticas por conta própria, William Leybourn se destacou entre os outros matemáticos práticos do período. Conforme Beeley e Hollings (2023), ele tinha habilidades para pesquisar terrenos para construção e fazer medições para mestres construtores, carpinteiros e marceneiros. Também podia prestar o serviço de projetar ou construir relógios de sol ou qualquer tipo de mostrador, fixo ou móvel, em casas ou jardins de quem o contratasse.

Ademais, William Leybourn se empenhou na escrita de tratados durante sua vida e seus trabalhos giravam em torno de instrumentos matemáticos aplicáveis a agrimensores e navegadores, estando relacionados aos temas da astronomia, matemática, topografia, assim como a assuntos militares e similares.

Dessa forma, a obra de nosso interesse, *The Compleat Surveyor: Containing the whole Art of Surveying for Land*, foi publicada e republicada em outras edições, as quais tivemos acesso eletrônico a duas delas. Nas seções seguintes, discutiremos a versão de 1657, objeto desta pesquisa, em que são debatidas suas características contextuais e matemáticas.

O TRATADO *THE COMPLEAT SURVEYOR*

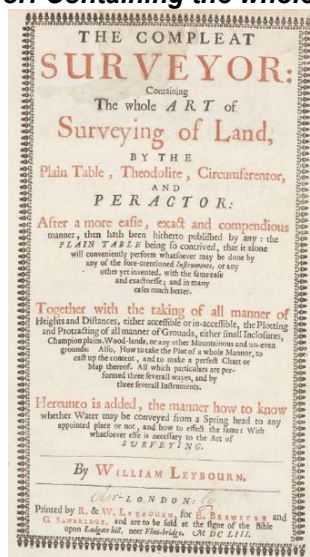
O tratado *The Compleat Surveyor: Containing the whole Art of Surveying for Land*, com 308 páginas, foi impresso e publicado por William Leybourn, apresentando estudos nas áreas de agrimensura e levantamento de terras. Devido sua fama, foram publicadas cinco edições ao longo dos séculos XVII e XVIII²⁷, 1653, 1657 (Figura 1), 1674, 1679 e 1722, respectivamente.

A edição publicada em 1653, contém um frontispício (Figura 2) semelhante ao da versão de 1657, trazendo, segundo Soares e Pereira (2024, p. 10),

[...] indicações sobre a descrição, a construção e o uso de instrumentos voltados a agrimensura e o levantamento de terra, como o *Plain Table*, o *Theodolite*, o *Circumferentor* e o *Paractor*. Também retoma a aritmética para os cálculos de alturas, distâncias, acrescentando uma maneira de saber se a água pode ser transportada de uma nascente para qualquer local designado.

²⁷Apesar da popularidade do *The Compleat Surveyor: Containing the whole Art of Surveying for Land*, só encontramos eletronicamente as versões de 1657 e 1722 que, por questões de mais proximidade com a primeira versão publicada (Taylor, 1968), optamos pela de 1657 como objeto histórico desta pesquisa.

Figura 2 - *The Compleat Surveyor: Containing the whole Art of Surveying for Land* (1653)



Fonte: Leybourn (1653, frontispício).

Após o frontispício, a obra publicada em 1657 apresenta uma dedicatória ao advogado e matemático educado em Oxford, Edmund Wingate (1596-1656), indicado pelo próprio autor como patrono da obra. Por conseguinte, nos é apresentado um prelúdio ao leitor, no qual há a justificativa que o motivou a escrever e publicar o tratado. Nesse prefácio, Leybourn (1657) especifica como devem ser lidos e praticados esses estudos.

Ainda nesse prelúdio ou prefácio, o autor indica que a obra é dividida em quatro livros, de forma que o primeiro livro evidencia uma série de teoremas geométricos, no segundo livro são descritos os instrumentos mais necessários à agrimensura, no terceiro livro é abordado, principalmente, a trigonometria voltada à topografia e no quarto livro é apresentado o uso de todos os instrumentos mencionados no tratado²⁸.

Com isso, as seções a seguir tratarão o capítulo 1, que se refere aos instrumentos em geral, de maneira mais aprofundada, e o terceiro capítulo, que trata sobre a descrição do instrumento *Circumferentor*. Ambos os capítulos estão contidos no segundo livro, intitulado “Uma descrição dos instrumentos”.

A DESCRIÇÃO DOS INSTRUMENTOS EM GERAL

Na introdução do segundo livro, Leybourn (1657) descreve os instrumentos indispensáveis à agrimensura, o *Theodolite* e o *Circumferentor*. Além disso, ele também agrega orientações para a confecção do *Plain Table* que “[...] é o instrumento

²⁸Para um estudo mais aprofundado sobre a divisão da obra vide: Soares e Pereira (2024).

mais absoluto e universal para todas as ocasiões já inventado, pois por ele pode ser executado tudo o que pode ser feito pelo *Theodolite* e o *Circumferentor* com a mesma facilidade e exatidão” (Leybourn, 1657, p. 39).

Ademais, ainda na introdução, ele descreve todos os acessórios que são acrescentados aos instrumentos, como bastão, soquetes, parafusos, índices, etiquetas e outros, assim como seus diversos aparatos, correntes, escalas, transferidores e semelhantes. Também é acrescentado que “[...] todos os quais são descritos de acordo com o melhor artifício já conhecido” (Leybourn, 1657, p. 40). Na referida edição, Leybourn (1657) adicionou a descrição e o uso de outros instrumentos portáteis considerados importantes, como o *Circumferentor*, *Semicircle*, *Theodolite* e *Paractor*.

Em sequência, o autor inicia o primeiro capítulo mencionando os inventores de instrumentos matemáticos práticos, voltados para a topografia, conhecidos naquela época, como Leonard Diggs²⁹. Logo após, ele menciona que os instrumentos, *Theodolite*, *Circumferentor* e *Plain Table*, são suficientes para todas as ocasiões, mas detalha que o *Circumferentor* e o *Theodolite* são mais adequados para o cálculo da área de um local mais espaçoso. Já para calcular a área de pequenos recintos, o *Plain Table* é mais adequado.

Por conseguinte, indica que é possível realizar uma metamorfose desses três instrumentos já mencionados, gerando assim “[...] o instrumento mais absoluto e universal já inventado, de modo que não precisará de nenhum outro para a devida, exata e rápida execução de qualquer coisa pertencente à Arte de Topografia” (Leybourn, 1657, p. 41).

Após mencionar a metamorfose dos instrumentos, o autor inicia sua descrição e ressalta os benefícios de seu uso. A base desses instrumentos unificados seria o *Plain Table*, com uma moldura quadricular graduada em sua borda, para que “[...] qualquer homem realize com facilidade e exatidão tudo que se possa ser feito pelo *Theodolite*” (Leybourn, 1657, p. 42).

Além disso, esse instrumento unificado proporciona a vista de uma distância maior, pois, acoplado ao *Plain Table*, temos uma caixa que, em seu interior, possui um índice (ponteiro) retirado da mesa e parafusado a um bastão, transformando-se em

²⁹Segundo Paulino e Pereira (2020), o inglês Leonard Digges (1520-1559) foi um dos primeiros estudiosos a se preocupar e reconhecer as necessidades dos artesãos e agrimensores, facilitando o acesso ao conhecimento matemático.

um *Circumferentor* melhor que o já conhecido, tornando a direção da linha visual mais assertiva. Uma outra utilidade dos graus inseridos na borda da moldura graduada do *Plain Table* é gerar um gráfico de um campo, de acordo com as instruções inseridas no instrumento, facilitando os cálculos de áreas e distâncias.

Ao final do primeiro capítulo, Leybourn (1657, p. 42) esclarece que o uso da metamorfose dos instrumentos “[...] é uma grande conveniência, pois em uma observação você executa dois trabalhos com o mesmo instrumento”, ao invés de usar os instrumentos *Theodolite* e *Circumferentor* separadamente.

No segundo capítulo, Leybourn (1657) discorre acerca do instrumento *Theodolite*, trazendo sua descrição, a indicação de erro cometido em sua confecção e como corrigi-lo. No terceiro capítulo, trata da descrição do *Circumferentor*, sobre o qual iremos nos aprofundar na próxima seção.

A DESCRIÇÃO DO INSTRUMENTO *CIRCUMFERENTOR*

Possuindo somente uma lauda, o terceiro capítulo, nomeado “A descrição do *Circumferentor*”, inicia com uma afirmação do autor referindo-se ao apreço de seus pares pelo instrumento, principalmente, pela facilidade de transporte.

Em seguida, é tratado acerca do tamanho do *Circumferentor* que, segundo Leybourn (1657, p. 44), foi “[...] feito para conter cerca de oito polegadas de comprimento, quatro polegadas de largura e cerca de três quartos de polegada de espessura”. Ele ainda descreve que

[...] um lado do qual é dividido em diversas partes iguais, mais apropriadamente de dez ou doze [partes] por polegada, de modo que pode ser usado como escala de um transferidor, sendo o próprio instrumento adequado para prolongar o gráfico no papel com a ajuda da agulha, e dos graus dos ângulos e do comprimento das linhas tiradas no campo (Leybourn, 1657, p. 44, tradução nossa)³⁰.

Dessa forma, a partir da descrição da estrutura podemos notar um entrelace entre o emprego da geometria em algumas de suas funções relativas ao uso de uma escala, que pode ser usada como transferidor para prolongar gráficos e efetuar cálculos dos graus de ângulos a partir da medição de terrenos.

³⁰Em inglês lê-se: “[...] one side whereof is divided into divers equal parts, most fitly of ten or twelve in an inch, so that it may be used as the Scale of a Protractor, the Instrument itself being fitting to protract the plot on paper by help of the Needle, and the degrees of angles, and length of lines taken in the field” (Leybourn, 1657, p. 44).

Leybourn (1657, p. 44, tradução nossa) continua a descrição da estrutura do instrumento, agora, referindo-se a sua parte superior, de forma que este possui

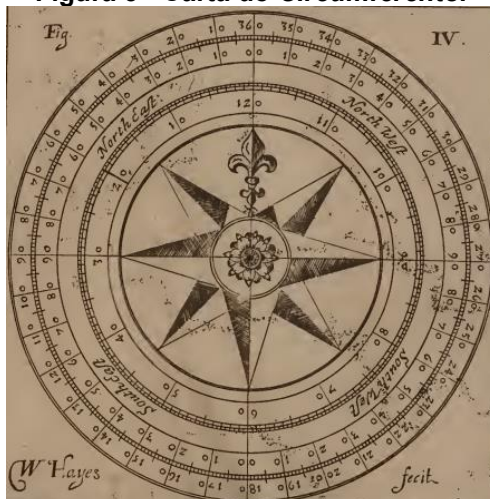
[...] um orifício redondo, de três polegadas e meia de diâmetro e cerca de meia polegada de profundidade, no qual é colocado um cartão dividido comumente em 120 partes iguais ou graus, e cada uma delas em três, o que faz com que 360 correspondam aos graus do *Teodolito*, no qual no cartão também é desenhado um Mostrador para encontrar a hora do dia e o Azimute do Sol; dentro da caixa está pendurada uma agulha tocada com uma pedra-ímã e coberta com um vidro transparente para preservá-la das intempéries³¹.

Com isso, notamos a descrição de outra escala no instrumento, mas de forma circular, estando dividida em 120 partes iguais ou graus, com cada uma dessas partes dividida em três, totalizando 360 graus, ou seja, uma volta completa ou ângulo completo.

Além disso, é indicado que no mesmo cartão, onde consta a escala de ângulo completo, é possível calcular a hora do dia e o azimute do sol. Dentro desse orifício redondo, coberto por um vidro transparente, temos uma agulha pendurada em uma pedra-ímã. Essa descrição, feita pelo autor, nos lembra um outro instrumento mundialmente conhecido, a bússola.

Dessa forma, para uma compreensão visual sobre a carta do *Circumferentor* que estamos descrevendo, mostraremos na Figura 3 um desenho elaborado por William Leybourn no segundo livro da edição publicada em 1722.

Figura 3 - Carta do *Circumferentor*



Fonte: Leybourn (1657, p. 251).

³¹Em inglês lê-se: "On the upper side of this Instrument is turned a round hole, three inches, and a half Diameter, and about half an inch deep, in which is placed a Card divided commonly into 120 equal parts or degrees, and each of those into three, which makes 360 answerable to the degrees of the Theodolite, in which Card is also a Dial drawn to find the hour of the day, and Azimuth of the Sun; within the box, is hanged a Needle touched with a Load-stone, and covered over with a cleer glass to preserve it from the weather (Leybourn, 1657, p. 44).

Leybourn (1657) também explica que há uma tabela de senos naturais, de forma que essa tabela é elaborada em função dos graus descritos no cartão inserido no fundo do orifício. Então, se este for dividido em 120 partes, os senos também deverão ser, mas se for dividido em 360 partes, a tabela de senos deve conter os mesmos graus do Quadrante.

Posteriormente, o autor inicia a descrição de outra parte do *Circumferentor*, intitulada “vistas”, de maneira que uma possui o dobro do comprimento da outra, ou seja, aproximadamente sete polegadas. Essas vistas, segundo Leybourn (1657), são colocadas e divididas de acordo com os mesmos aspectos que serão mencionadas na descrição da *Plain Table*.

Diante disso, Leybourn (1657, p.44) prossegue na descrição, agora referindo-se às bordas do instrumento,

Na borda da mira mais curta, em direção à parte superior da mesma, é colocado um pequeno arame representando o centro de um suposto Círculo, cujo semidiâmetro é a distância do arame até a borda do Instrumento abaixo do mesmo, cujas partes são imaginariamente divididas em sessenta partes iguais, e de acordo com essas divisões a linha direita de divisões na borda do Instrumento é dividida e numerada por 5, 10, 15, do ponto perpendicular ao seu final³².

Dessa maneira, observamos uma outra escala compreendida no *Circumferentor*, na parte inferior, graduada de 5 em 5 e dividida em sessenta partes do ponto perpendicular da mira, com a base do instrumento até seu final. Leybourn (1657) ainda menciona a existência de outra escala, partindo do mesmo ponto, só que contida na parte superior, cuja finalidade dessa graduação, além de aperfeiçoar os graus do Quadrante, é a de suprir o que não pode ser expresso na mira mais longa contida no *Circumferentor*.

Então, Leybourn (1657) prossegue informando que as mesmas divisões feitas na parte superior do *Circumferentor* também pertencem a uma régua pequena, que pode ser anexada em uma das extremidades do instrumento por meio de um pequeno orifício para colocá-la no arame que está contido na borda da mira mais curta.

³²Em inglês lê-se: “On the edge of the shorter sight toward the upper part thereof, is placed a small wyer representing the Center of a supposed Circle, the Semidiameter whereof is the distance from the Wyer to the edge of the Instrument underneath the same, which parts is imaginarily divided into sixty equal parts, and according to those divisions is the right line of divisions on the edge of the Instrument divided, and numbred by 5, 10, 15, from the perpendicular point to the end thereof” (Leybourn, 1657, p. 44).

Com isso, na outra extremidade da régua, Leybourn (1657, p. 44, tradução nossa) descreve que

[...] é colocada uma pequena mira, diretamente sobre sua borda lateral; cuja borda é igualmente dividida de acordo com as divisões na borda do Instrumento. Para esta mira curta é adicionado um prumo para definir o instrumento na horizontal. E esta régua curta, com suas divisões, e aquelas na borda do instrumento servem principalmente para tomar altitudes³³.

Para uma melhor compreensão do leitor sobre as partes que compõem o *Circumferentor*, elaboramos, de forma sinóptica, o Quadro 1 para uma visão geral das descrições feitas nesse tópico sobre o instrumento.

Quadro 1 - Partes do *Circumferentor*

Partes	Características das escalas
Parte lateral	Dividido em diversas partes iguais, mais apropriadamente de dez ou doze por polegada.
Parte superior	Um cartão dividido comumente em 120 partes iguais ou graus, e cada uma delas dividida em três, o que faz com que corresponda a 360 graus.
Vistas	São duas, sendo uma com o dobro do comprimento da outra e a mais longa contendo cerca de sete polegadas.
Borda inferior	Partes imaginariamente divididas em sessenta partes iguais e numerada por 5, 10, 15, do ponto perpendicular ao seu final.
Borda superior	São aperfeiçoados os graus do Quadrante, suprimindo o resíduo daqueles que não puderam ser expressos na mira longa, de 28 a 90 por dezenas.
Régua	É igualmente dividida de acordo com as divisões na borda do Instrumento

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Dentre as descrições do instrumento feitas e evidenciadas por Leybourn (1657), as quais estão elencadas neste estudo que, apesar de inicial, já notamos que se faz necessário uma análise mais aprofundada referente à construção do instrumento em questão, juntamente com um exame epistemológico para compreender a associação entre as demandas da época e os objetivos ligados à necessidade de construção do *Circumferentor*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ainda que seja um estudo inicial, percebemos a indicação de certas potencialidades didáticas direcionadas à construção do instrumento proposto no tratado *The Compleat Surveyor: Containing the whole Art of Surveying for Land*, visto

³³Em inglé lê-se: “[...] is placed a small sight, directly over the siducial edge thereof, which edge is likewise divided according to those divisions on the edge of the Instrument. To this short sight is added a plummet to set the Instrument horizontal. And this short Ruler, with the divisions thereof, and those on the edge of the Instrument serve for taking of altitudes chiefly” (Leybourn, 1657, p. 44).

que podem ser relacionadas a questões educacionais na formação de professores de Matemática.

Dentre os recursos com esse potencial didático, conseguimos citar o estudo de áreas, como geometria, trigonometria e aritmética, utilizadas para a construção de algumas escalas inseridas no instrumento, fazendo-se necessário um estudo aprofundado das unidades determinadas no período e como decorre a medição dos valores da graduação para realizar os devidos cálculos.

Além do mais, como o estudo e a construção de um instrumento incluído em um tratado encontra-se associado, essencialmente, à História da Matemática, identificamos que há uma abordagem viável junto ao professor de matemática em formação inicial ou continuada, uma vez que, de acordo com Baroni (2004), a História da Matemática favorece o estudo de conceitos matemáticos, a estimulação e a motivação do aluno, o fornecimento de uma associação de subsídios distintos da matemática e a investigação de temáticas significativas e críticas para a área.

Logo, torna-se indispensável uma análise das possibilidades que integram elementos importantes para aproximar a História da Matemática do licenciando em matemática ou do professor em atividade, tendo em conta que o estudo de um tratado matemático, como o *The Compleat Surveyor: Containing the whole Art of Surveying for Land*, e de um instrumento, como o *Circumferentor*, pode torná-los mais críticos em relação aos conteúdos matemáticos.

REFERÊNCIAS

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. R. ***A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática***. In: BICUDO, M. A.(org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.p. 129-136.

BEELEY, P.; HOLLINGS, C. (eds). ***Beyond the Learned Academy: The Practice of Mathematics, 1600-1850***. Oxford, 2024; online ed., Oxford Academic, 14 Dec. 2023).

LEYBOURN, W. ***The Compleat Surveyor***. London. R. & W. Leybourn, 1653.

LEYBOURN, W. ***The Compleat Surveyor***. London. R. & W. Leybourn, 1657.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. ***Revista Cocar, [S. l.]***, v. 13, n. 25, p. 342–372, 2019.

PAULINO, S. de S.; PEREIRA, A. C. C.. Noções iniciais do esquadro de carpinteiro de Leonard Digges (1605) para o estudo de conceitos matemáticos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 32, p. 1–15, 2024.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizamos em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 1, pp. 405-432, 2019.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

TAYLOR, E. G. R. **The mathematical practitioners of Tudor and Stuart England**. Cambridge: Cambridge University Press, 1968. 442 p.

CAPÍTULO 5

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE DESENHO GEOMÉTRICO A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DO SECTOR (1598)³⁴

Lívia Bezerra de Alencar

O ensino de Geometria vem sendo construído historicamente por diversos fatores sociais, econômicos e educacionais ao longo da história da educação matemática brasileira. Dessa forma, é a partir de mudanças curriculares e reformas educacionais, que o processo de ensino de Geometria no Brasil vem se constituindo e se desdobrando ao longo do tempo.

Ademais, as dificuldades percebidas a partir do ensino de Geometria possuem traços históricos que perpassam a Educação Básica, até os dias atuais, século XXI, modificando não somente os processos de ensino e aprendizagem dos alunos, mas também o saber-fazer docente a partir de sua prática. Influências, como o Movimento da Matemática Moderna no Brasil, impactaram diretamente o ensino nessa área, tendo em vista que

No Brasil, ainda nos dias atuais, temos percebido uma certa dificuldade de alguns professores em abordar esse ramo de conhecimento da Matemática, pois algumas reformas, principalmente a reforma advinda do Movimento da Matemática Moderna, fizeram com que esse estudo fosse posto em segundo plano, gerando um grupo de professores e consequentemente de alunos que apresentam pouco conhecimento e enormes dificuldades em abordar questões que envolvam conhecimentos geométricos (Meneses, 2007, p. 29).

Portanto, a partir do Movimento da Matemática Moderna, em meados da década de 1970, o Brasil sofreu mudanças em sua curricularização a respeito do ensino de Geometria, sendo desvalorizada em prol da exploração de outras áreas. Isso se deu em torno do caráter tecnicista e instrutivo que o Brasil adotou durante o referido período, influenciando educacionalmente na valorização de áreas como a aritmética e a álgebra, que proporcionavam técnicas e procedimentos para resolverem problemas do cotidiano.

³⁴Este estudo é decorrente de uma pesquisa de Mestrado iniciada em 2024 e orientada pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, docente do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará - UECE.

Esse processo gerou consequências diretas e indiretas ao ensino de Geometria, por exemplo, obstáculos didáticos para os alunos no que diz respeito à interpretação dos problemas cotidianos referentes a essa área, como apontam os estudos de Morelatti e Souza (2006). Além disso, o impacto no ensino da Geometria Euclidiana Plana como um todo, também desfavoreceu o ensino de construções geométricas mediante o Desenho Geométrico, área de grande importância para a resolução de problemas em torno da geometria, por meio da utilização de recursos como régua e compasso. Diante disso, a partir desse mesmo recorte temporal e dos impactos educacionais sobre o ensino dessa área,

Com a promulgação da LDB 5692/71, o Desenho Geométrico deixa de ser uma disciplina obrigatória e com essa lei, as escolas passam a ter liberdade para construir sua grade curricular, dentro da parte diversificada. Estes fatos, entre outros, contribuíram para que o Desenho Geométrico fosse excluído de muitas instituições escolares (Zuin, 2001, p. 7).

A partir dessas mudanças, com a descentralização do ensino sobre a Geometria Euclidiana Plana, o ensino de Desenho Geométrico também é impactado nesse processo, visto que, por meio do ensino dessa área, se definem “[...] conceitos, demonstram-se propriedades, resolvem-se problemas, desenvolve-se o raciocínio lógico dedutivo e também a criatividade científica, que é a capacidade de concluir conhecimentos” (Marmo; Marmo, 1995, p. 7).

Dessa forma, a partir desses percalços enfrentados diante do ensino de Geometria e de Desenho Geométrico, é importante repensar sobre a formação do professor de matemática, sobre sua prática docente e sobre novas possibilidades a serem exploradas. Diante disso, a partir de pesquisas no campo da Educação Matemática³⁵, tem-se refletido sobre a renovação de práticas educativas que modifiquem e melhorem o ensino de Geometria, em específico, o de Desenho Geométrico, por exemplo.

A partir disso, surgem possibilidades de se explorar recursos didáticos para a melhoria dessa prática docente em torno do ensino de Geometria e de Desenho Geométrico, uma vez que as construções geométricas podem ser exploradas “[...] com novas tecnologias como os *softwares* e *apps* ou com antigos recursos, como o compasso e régua, usado por *Euclides*” (Duarte, 2019, p. 28).

Diante disso, existem recursos advindos da história que, com o seu devido

³⁵A partir dos estudos de Menezes (2007), Duarte (2019) e Zuin (2001).

tratamento didático, podem vir a se tornar potencialmente educativos, propiciando, em especial, a mobilização de conhecimentos geométricos. É o caso do instrumento matemático denominado *Sector*, desenvolvido por Thomas Hood (1556-1620) no ano de 1598. Esse instrumento possibilita a mobilização de conhecimentos da Geometria Euclidiana Plana e do Desenho Geométrico, tanto em sua construção, como em sua utilização, conforme afirmam Alencar e Pereira (2022).

Dessa forma, este trabalho baseia-se teoricamente nos pressupostos de Saito e Dias (2013) a respeito da interface entre História e Ensino de Matemática, buscando compreender o processo de construção de um conhecimento matemático historicamente desenvolvido, assim como nos estudos de Pereira e Saito (2019), que afirmam que um instrumento matemático em sua construção ou utilização pode ser potencialmente didático para o ensino de matemática.

Com isso, este estudo objetiva apresentar uma proposta de atividade didática a partir do instrumento matemático denominado *Sector*, por meio da História da Matemática e da construção de uma de suas partes, escala de cordas, para o ensino de Desenho Geométrico, em específico, de construções geométricas, para os anos finais do Ensino Fundamental.

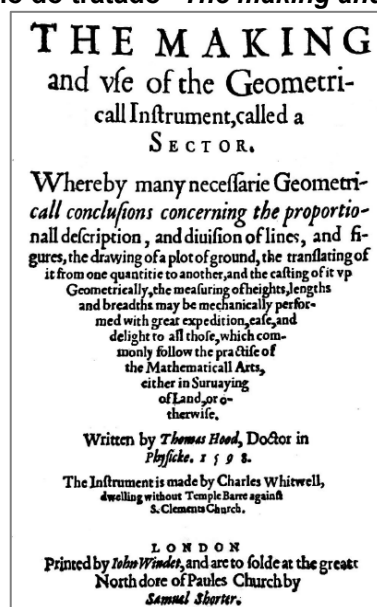
Para atender a esse objetivo, foi utilizada uma metodologia qualitativa de cunho descritivo, uma vez que “[...] o sujeito-observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta fenômenos, atribuindo-lhes um significado” (Chizzotti, 2000, p. 79). Caracteriza-se também como uma pesquisa documental, pois entende-se que ela é feita a partir do estudo de documentos que “[...] ainda não sofreram nenhum trabalho de análise, ou que podem ser reexaminados, buscando-se outras interpretações ou informações complementares” (Kripka; Scheller; Bonoto, 2015, p. 43), tendo em vista que o instrumento é descrito em um documento histórico.

Dessa forma, este estudo é apresentado a partir da caracterização e da descrição do *Sector*, da construção da escala de cordas desse instrumento, assim como das potencialidades didáticas na construção dessa parte do recurso. Finalmente, apresenta-se uma proposta de atividade didática a partir desse recorte e as considerações finais sobre o trabalho.

O SECTOR DE THOMAS HOOD

Thomas Hood (1556-1620) foi um médico praticante das matemáticas e professor em Londres, tendo desenvolvido o *Sector* no ano de 1597, junto ao construtor de instrumentos Charles Whitwell (1568-1611), e publicado os resultados no ano de 1598, no tratado intitulado *The making and use of the geometricall instrument, called a Sector* (Figura 1), que descrevia a construção e o uso desse instrumento geométrico.

Figura 1- Frontispício do tratado “*The making and use of the... Sector*”

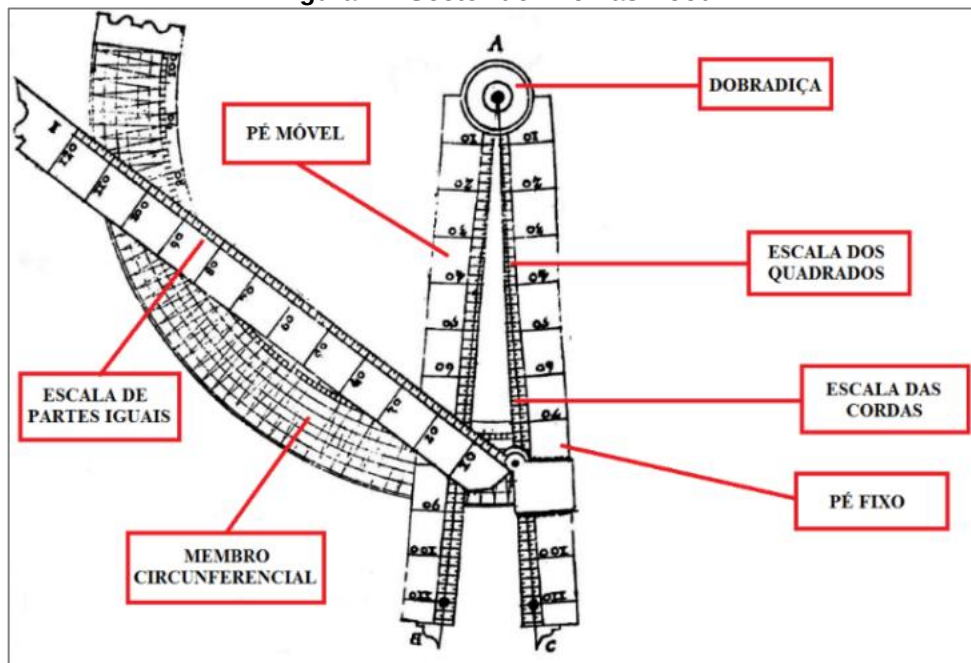


Fonte: Hood (1598, frontispício).

No frontispício do tratado, o autor descreve brevemente possíveis funcionalidades para o instrumento que ele aborda na obra, mencionando que o *Sector* “[...] proporciona vários estudos geométricos importantes a respeito das definições sobre proporcionalidade, da divisão de retas e figuras, o desenho de um lote de um terreno... medição de alturas, comprimentos e larguras” (Hood, 1598, p. 1). Dessa forma, o autor aborda diversos problemas geométricos para o uso desse instrumento, principalmente voltados para o desenho e o mapeamento de terras, assim como a agrimensura (Alencar, 2023).

O *Sector* (Figura 2), era um instrumento configurado por dois pés (um fixo e um móvel), uma dobradiça (que possibilitava a movimentação dos pés do instrumento), um membro circunferencial e acessórios que davam funcionalidades distintas ao instrumento de Hood (1598), como a demarcação de angulações.

Figura 2 – Sector de Thomas Hood



Fonte: Adaptado de Hood (1598, p. 10).

Além disso, dentre as partes principais, existiam escalas graduadas nos pés do Sector, denominadas como escala de partes iguais, escala de quadrados e escala de cordas. Segundo Alencar e Pereira (2023), essas escalas serviam, principalmente, para resolverem problemas geométricos, dentre os quais a divisão de segmentos em partes iguais, a ampliação ou redução de área de figuras planas e a inscrição de polígonos regulares em circunferências.

As escalas dispostas nesse recurso “[...] se baseavam nos conhecimentos de proporcionalidade para resolverem problemas desde os aritméticos até os geométricos” (Alencar, 2023, p. 35). Dessa forma, a relação de proporcionalidade está em torno de qualquer justificativa matemática que a resolução de um problema utilizando o Sector venha a ter.

Ademais, para a construção das escalas desse instrumento e desenvolvimento do Sector, era necessário o domínio dos conhecimentos sobre construções geométricas e Desenho Geométrico. Ao longo da obra, o autor justifica geometricamente as construções necessárias para o instrumento, por meio da menção às obras de “Os Elementos de Euclides” e *Via ad régia geometria* (1596), de Petrus Ramus (1515-1572), como mencionam Alencar e Santos (2021).

A CONSTRUÇÃO DA ESCALA DE CORDAS DO SECTOR

A escala de cordas descrita por Hood (1598, p. 15) é construída pelo autor por meio “[...] das várias cordas que subentendiam uma parte da circunferência”. Logo, essa construção é feita a partir da utilização de construções geométricas, mediante uma circunferência cujo diâmetro é congruente à medida dos pés do instrumento.

As cordas dessa graduação eram relacionadas aos lados de “[...] triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos, heptágonos, octógonos, eneágonos e decágonos, todos regulares” (Alencar; Pereira, 2023, p. 8). Ou seja, a partir de uma circunferência, eram construídos e desenhados polígonos regulares de 3 a 10 lados, cujos lados correspondiam a uma corda dessa circunferência.

Esse procedimento era realizado por meio de construções geométricas que exigiam conhecimentos matemáticos, como mediana, mediatriz, bissetriz, perpendicularidade, dentre outros, necessários à apropriação e correta graduação da escala no referido instrumento (Alencar; Pereira, 2023).

A partir da obra “Elementos de Euclides”, por exemplo, Hood (1598) explicita a descrição da construção da escala de cordas, com algumas proposições necessárias para sua graduação (Quadro 1).

Quadro 1 – Proposições do livro 1 da obra Elementos de Euclides, utilizada para a construção da escala de cordas

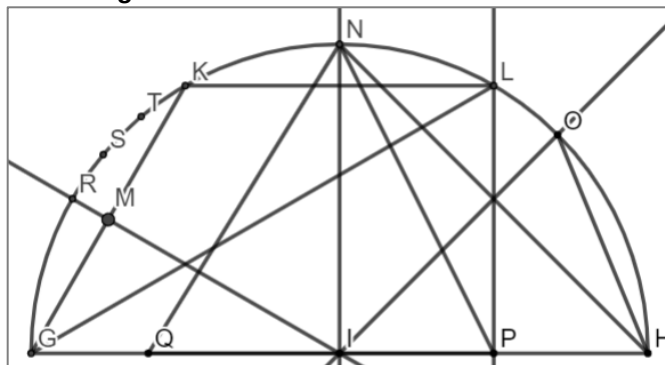
Proposição	Definição
1 ^a	Construir um triângulo equilátero sobre a reta limitada (Euclides, 2009, p. 99).
2 ^a	Pôr no ponto dado, uma reta igual à reta dada (Euclides, 2009, p. 100).
3 ^a	Dadas duas retas desiguais, subtrair da maior uma reta igual à menor (Euclides, 2009, p. 100).
9 ^a	Cortar em dois o ângulo retilíneo dado (Euclides, 2009, p. 105).
10 ^a	Dividir em duas a reta limitada dada (Euclides, 2009, p. 106).
12 ^a	Traçar uma linha reta perpendicular à reta dada, a partir do ponto dado, que não está sobre ela (Euclides, 2009, p. 106).

Fonte: Alencar (2023, p.38).

Nesse processo, os conhecimentos sobre construções geométricas e o uso de compasso e régua não graduada se tornam necessários, enfatizando os conhecimentos de Desenho Geométrico que devem ser apropriados para essa ação.

Diante disso, com o uso de um compasso e de uma régua não graduada, a escala de cordas é construída (Figura 3) e o lado dos polígonos inscritos nessa circunferência representa a nova graduação que deverá ser marcada nos pés do instrumento, como indica Hood (1598).

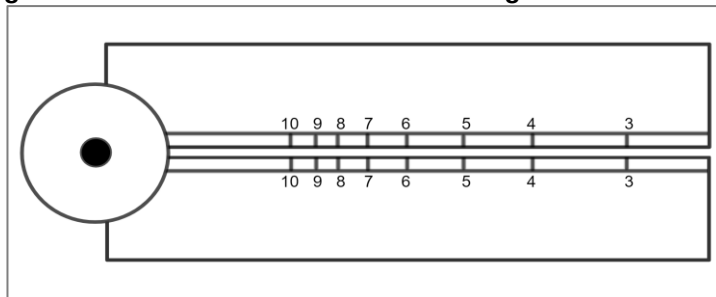
Figura 3 – Escala de cordas construída



Fonte: Elaborado pela autora via *software* Geogebra (2024).

Essa marcação é feita da seguinte forma: a medida dos lados dos polígonos inscritos encontrados na construção é transladada para os pés do instrumento, de modo que a menor corda se relacione ao número 10 e a maior corda se relacione ao número 3. Sendo assim, essas numerações são atribuídas ao número de lados que correspondem o polígono cujo lado representa o comprimento da corda graduada (Figura 4).

Figura 3 – Escala de cordas construída e graduada no Sector



Fonte: Elaborado pela autora via *software* Geogebra (2024).

A partir da marcação da graduação realizada em ambos os pés do instrumento, o Sector já pode ser utilizado por meio dessa escala para encontrar qualquer polígono regular (de 3 a 10 lados) inscrito em uma circunferência. Esse processo de uso é válido, pois existe uma relação de proporcionalidade entre a graduação do instrumento e as medidas que se deseja encontrar.

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO DE DESENHO GEOMÉTRICO A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DA ESCALA DE CORDAS DO SECTOR

Para a proposta de atividade para o ensino de Desenho Geométrico a partir da construção da escala de cordas do Sector de Thomas Hood, tem-se como base o

tratado histórico *The making and use of the geometricall instrument, called a Sector*, pela qual Hood (1598) descreve a construção dessa parte do instrumento.

Diante disso, para a aplicação dessa atividade, é necessário a ambientação do contexto histórico para o aluno por meio da História da Matemática, para que ele possa se apropriar devidamente dos conhecimentos mobilizados durante o processo de construção desse artefato. Além disso, essa proposta de atividade objetiva, mediante um recorte da descrição do autor sobre a construção da escala, explorar conhecimentos matemáticos relacionados ao ensino de Desenho Geométrico, em especial, construções geométricas, mobilizando conceitos como mediana, mediatriz, perpendicularidade e construção de circunferências.

Tendo em vista esses objetos de conhecimento, escolheu-se como documento norteador para embasar a relevância dessa atividade a utilização da Base Nacional Comum Curricular - BNCC, em específico, as Unidades Temáticas de Geometria referentes às Habilidades:

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros;

(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes (2018, p. 303-309).

Dessa forma, a partir de ações estipuladas para essa proposta de atividade (Quadro 2), propõe-se que essas habilidades sejam estimuladas a partir da utilização de recursos, como régua não graduada e compasso, para a realização das construções geométricas, via Desenho Geométrico, tornando possível a reconstrução de um instrumento histórico.

Quadro 2 – Atividade sobre a construção da escala de cordas do Sector de Hood (1598)

Ação	Tema
1	Compreendendo o contexto de desenvolvimento do tratado de Hood (1598)
2	Conhecendo o recorte de descrição de Hood (1598) sobre a construção da escala de cordas
3	Construção da primeira parte da escala de cordas com régua não graduada e compasso
4	Sistematização e formalização dos conhecimentos matemáticos utilizados para a construção da parte da escala

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Dessa forma, a primeira ação é desenvolvida por meio da explanação do professor mediador aos alunos a respeito do contexto de desenvolvimento do

instrumento e do tratado³⁶. Em seguida, deve ser apresentado um recorte da descrição do autor sobre a construção da escala de cordas (Quadro 3), a partir de uma adaptação, ou tratamento didático, do tratado histórico para uma melhor compreensão dos termos matemáticos utilizados, de acordo com a matemática moderna.

Quadro 3 – Recorte da descrição do autor sobre a construção da escala de cordas do Sector (1598)

Procedimento	Descrição
1	Construa uma circunferência de diâmetro $\overline{GH}$ (Hood, 1598).
2	Divida o diâmetro $\overline{GH}$ em dois segmentos congruentes no ponto I (Hood, 1598).
3	Trace uma reta perpendicular em I, intersectando na circunferência e formando o segmento $\overline{IN}$. Do ponto N, trace o segmento $\overline{NH}$ (Hood, 1598).
4	Do segmento $\overline{NH}$ construa uma mediatriz referente a ele. Marque o ponto O na circunferência, correspondente à interseção entre ela e a mediatriz. Trace o segmento $\overline{OH}$ (Hood, 1598).

Fonte: Adaptado de Hood (1598).

Por meio do contato entre os alunos e esse recorte, os discentes terão que se apropriar do uso da régua não graduada e do compasso para efetuar os passos que o autor menciona. A partir desses procedimentos, do uso da régua não graduada e do compasso e da adaptação da descrição do autor, os alunos poderão construir as cordas correspondentes aos lados de um hexágono, quadrado e octógono, todos regulares. Por fim, após realizarem as construções geométricas, os alunos deverão sistematizar os procedimentos realizados, a partir do conhecimento prévio que eles possuem e, assim, formalizar matematicamente o processo feito com esses recursos para a reconstrução do instrumento.

POTENCIALIDADES DIDÁTICAS DA CONSTRUÇÃO DO SECTOR PARA A EXPLORAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE DESENHO GEOMÉTRICO

Diante das ações para a realização da atividade, apresentadas anteriormente (Quadro 2), neste trabalho tem-se como foco explorar as potencialidades didáticas em torno das ações 3 e 4, com base nas adaptações das descrições feitas por Hood (1598) (Quadro 3). Dessa forma, a partir dessa abordagem para o ensino de Desenho Geométrico, é imprescindível realizar essas ações para a busca da reconstrução desse recurso histórico por meio da utilização do compasso e da régua não graduada.

³⁶A partir dos estudos de Alencar (2023), Alencar e Pereira (2022; 2023), Alencar e Santos (2021).

Com isso, compreende-se que

O manuseio de instrumentos que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras possibilita a compreensão de relações e a utilização das noções geométricas para resolver problemas, em detrimento da simples memorização de fatos (Duarte, 2019, p. 37).

Logo, a apropriação desses materiais manipuláveis para a realização de construções geométricas é de suma importância para o desenvolvimento do pensamento crítico referente à resolução de problemas em torno da Geometria Euclidiana Plana, possibilitando o estímulo à criatividade e à matematização dos conhecimentos geométricos.

Dessa maneira, a construção da escala de cordas do *Sector* de Thomas Hood, além de proporcionar ao aluno a apropriação de materiais manipuláveis, como a régua e o compasso, também possibilita a mobilização em torno de conhecimentos sobre construções geométricas, como construção de uma circunferência, perpendicularidade e mediatriz, por exemplo.

Portanto, a partir do recorte apresentado para essa atividade, o *Sector* de Thomas Hood se mostra potencialmente didático para o ensino de Desenho Geométrico, em especial, de construções geométricas via régua e compasso para a apropriação de conhecimentos em torno da utilização desse material e desse objeto de conhecimento da matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dessa proposta de atividade, outras potencialidades podem ser encontradas em torno do Desenho Geométrico, por meio de construções geométricas utilizando régua e compasso, visto que ainda podem ser considerados outros aspectos a serem desenvolvidos futuramente sobre a construção desse instrumento, não só de sua escala de cordas, mas também sobre suas demais graduações (escala de quadrados e escala de partes iguais).

Com isso, mesmo existindo aspectos mais gerais a respeito do ensino da Geometria Euclidiana Plana, a partir do uso do *Sector* de Hood (1598), como mencionam os estudos de Alencar (2023), existem potencialidades didáticas em torno do ensino de Desenho Geométrico que podem ser especificadas mediante o objetivo da atividade sobre a reconstrução do instrumento.

Além disso, como as habilidades mencionadas sobre a Base Nacional Comum

Curricular - BNCC se referem aos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental - anos finais, tendo em vista a progressão de habilidades adquiridas pelos alunos a partir desse documento norteador, então essa proposta de atividade se adequa ao que é esperado em termos de conteúdos matemáticos para esse nível de ensino.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, L. B. de. **A construção da escala de cordas a partir do sector de Thomas Hood (1556-1620) para a compreensão de aspectos geométricos na formação inicial de professores**. 2023. 96 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.

ALENCAR, L. B. de; PEREIRA, A.C.C. Conceitos matemáticos na escala de cordas do Sector de Thomas Hood: possibilidades para Educação Matemática. **Revemop**, v. 5, p. e202310, 12 dez. 2023.

ALENCAR, L. B. de; PEREIRA, A.C.C. Estudos iniciais sobre o sector de Thomas Hood (1556-1620). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 9, n. 26, p. 345–358, 2022.

ALENCAR, L. B. de; SANTOS, A. G. dos. O Setor de Thomas Hood (1556-1620) como objetivo de estudo na interface entre a história e o ensino de matemática. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa; BATISTA, Antônia Naiara de Sousa; OLIVEIRA, Gisele Pereira. **Pesquisas sobre ensino de matemática no GPEHM Júnior: construindo uma prática investigativa**. Fortaleza: Quipá, 2021. Cap. 1. p. 14-24.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2000. Cap. 5. p. 77-85.

DUARTE, L. R. **Desenho Geométrico e os Materiais Manipuláveis: aliados no ensino da geometria**. 2019. 158 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2019.

HOOD, T. **The making and use of the geometrical instrument, called a Sector**. 1ª Edição. Londres: John Winds, 1598.

KRIPKA, R. M. L.; SCHELLER, M.; BONOTTO, D. de L. **Investigação Qualitativa em Educação**. Rio Grande do Sul: Atas, 2015.

MARMO, C.; MARMO, N. **Desenho Geométrico**. São Paulo: Scipione, 1995.

MENESES, R. S. de. **Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino**. 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Puc-Sp, São Paulo, 2007.

MORELATTI, M. R. M.; SOUZA, L. H. G. de. Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental e as novas tecnologias. **Educar**, Curitiba, n. 28, p.263-275, 2006

PEREIRA, A.C.C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, [S. l.], v. 13, n. 25, p. 342–372, 2019.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. **Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI**. São Paulo: Ciência e Educação, 2013.

ZUIN, E. de S. L. **Da régua e do compasso**: as construções geométricas como um saber escolar no brasil. 2001. 211 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

CAPÍTULO 6

CULTURA MAKER E GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ABORDAGEM CRIATIVA NA CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO

Lucas Emanuel de Oliveira Maia

A evolução constante da educação contemporânea tem nos conduzido a repensar e a recriar abordagens pedagógicas que vão além da mera transmissão de informações. A busca por métodos que despertem o interesse, engajem os alunos e promovam uma compreensão profunda dos conceitos, tem levado educadores a explorar novas perspectivas. Nesse contexto, a interseção entre *Cultura Maker* e ensino de Geometria emerge como um campo de exploração fértil, prometendo catalisar a aprendizagem de maneira única e criativa.

A geometria, como disciplina matemática essencial, transcende a abstração e incide sobre a compreensão das formas, estruturas e relações espaciais que permeiam nosso mundo. No entanto, muitos alunos frequentemente enfrentam desafios ao internalizar esses conceitos abstratos, especialmente quando se trata de Sólidos Geométricos tridimensionais. A visualização dessas formas, apesar de ser uma habilidade fundamental para sua compreensão, muitas vezes encontra obstáculos na sala de aula tradicional.

A abordagem convencional do ensino de Geometria, fortemente baseada em métodos expositivos, nem sempre é capaz de capturar o interesse dos alunos ou de facilitar a compreensão profunda dos conceitos. Além disso, a aplicação desses conceitos na resolução de problemas do mundo real, recorrentemente, permanece obscura para os estudantes. É aqui que a *Cultura Maker*, uma abordagem pedagógica que valoriza a aprendizagem ativa e prática, bem como a exploração criativa, entra em jogo.

Conforme Blinkstein (2016) argumenta em uma entrevista, a abordagem da educação prática, conhecida como “mão na massa”, traz à tona uma mudança fundamental de enfoque. A ênfase desloca-se do produto para o próprio processo, isto é, representa uma ruptura com o paradigma tradicional de ensino. A abordagem “mão

na massa” coloca o procedimento de aprendizado em posição de destaque, superando a importância do resultado. Nessa perspectiva, a atenção volta-se para a exploração ativa, experimentação e envolvimento dos alunos durante o processo educativo, ao contrário da ênfase exclusiva nos resultados.

Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC apresenta a Cultura *Maker* (também conhecida como “faça por si”, “mão na massa”) como uma abordagem que reflete a ideia de que todo indivíduo tem o potencial de conceber, produzir, reparar, construir ou inovar de acordo com suas próprias necessidades ou com os desafios propostos.

Este estudo busca investigar a sinergia entre a Cultura *Maker* e o ensino de Geometria no âmbito do Ensino Fundamental. Nosso foco se concentra na construção de Sólidos Geométricos que desempenham um papel crucial na compreensão das formas tridimensionais e de suas propriedades. Ao incentivar os alunos do 6º ano a construir esses sólidos de maneira prática, usando materiais de fácil acesso, como palitos de dente e massa de modelar, almejamos minimizar as barreiras de abstração e fomentar uma compreensão mais profunda e concreta.

A Construção de Sólidos Geométricos utilizando a Cultura *Maker* é um processo que transcende a sala de aula tradicional, permitindo aos alunos interagirem diretamente com os conceitos abstratos que estão aprendendo. Ao manipular palitos de dente e massa de modelar, eles transformam símbolos matemáticos em objetos tangíveis, construindo uma ponte entre a abstração e a realidade concreta. Essa abordagem tangível não apenas facilita a compreensão dos Sólidos Geométricos, mas também estimula a imaginação e a criatividade dos estudantes.

A Cultura *Maker*, que vem recebendo destaque ao redor do mundo, preconiza a aprendizagem por meio da experimentação, da colaboração e da criação. Sua aplicação no contexto do ensino de Geometria representa uma oportunidade emocionante de transformar a maneira como os alunos se relacionam com os conceitos matemáticos. Ao envolvê-los ativamente na construção dos sólidos, estamos não apenas promovendo uma compreensão prática dos conceitos, mas também cultivando habilidades de pensamento crítico, resolução de problemas e criatividade.

Ao longo deste artigo, examinaremos em detalhes a metodologia empregada na integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria. Analisaremos os resultados da aplicação dessa abordagem, explorando a receptividade dos alunos, os desafios

enfrentados durante o processo e os impactos observados em termos de compreensão conceitual e engajamento. Além disso, discutiremos a adaptabilidade dessa abordagem a diferentes contextos educacionais, ressaltando sua capacidade de promover a aprendizagem ativa e significativa em ambientes diversos.

Portanto, este estudo pretende contribuir para a discussão sobre abordagens inovadoras no ensino de Geometria. Através da interseção da Cultura *Maker* e do ensino de Sólidos Geométricos, almejamos oferecer uma visão renovada sobre como os alunos podem aprender e aplicar conceitos matemáticos de maneira envolvente e prática. Nas próximas seções, exploraremos a fundo a metodologia, os resultados e as implicações dessa abordagem, visando enriquecer a experiência educacional e promover o desenvolvimento de habilidades essenciais para o século XXI.

REFERENCIAL TEÓRICO: Cultura *Maker* na Educação: Exploração e Fundamentos

A Cultura *Maker* tem emergido como um movimento vigoroso na educação contemporânea, proporcionando uma abordagem que valoriza a criação, a colaboração e o aprendizado prático. Para compreender a essência dessa cultura e sua importância no contexto educacional, é imperativo explorar suas definições, princípios norteadores e suas raízes, enquanto se examina como ela se manifesta de maneira concreta no cenário educativo. Diversos autores têm contribuído para a compreensão aprofundada da Cultura *Maker* e de seu papel transformador na educação.

A Cultura *Maker* pode ser compreendida como um movimento que celebra a criatividade e a concretização de ideias mediante a produção de objetos tangíveis. Dale Dougherty, fundador da revista *Make*®, descreve a Cultura *Maker* como uma “[...] revolução que capacita a todos como inventores” (Dougherty, 2012). Essa abordagem valoriza o aprendizado que surge a partir da experimentação, exploração e do compartilhamento de projetos que refletem os interesses e paixões individuais.

A Cultura *Maker* tem raízes que se entrelaçam com práticas DIY (*Do It Yourself*) e com a tradição de aprendizado prático. Baseia-se na crença de que os alunos aprendem de forma mais eficaz quando estão ativamente envolvidos em projetos práticos e concretos. Autores influentes, como Seymour Papert (1980) e Mitchel Resnick (2017), sustentam o conceito construtivista da aprendizagem, em que os alunos são vistos como agentes ativos na construção de seu próprio conhecimento. A

Cultura *Maker* alinha-se a essa perspectiva, proporcionando oportunidades tangíveis para a exploração e a descoberta.

A Cultura *Maker* não se limita à criatividade, ela também nutre habilidades essenciais para o século XXI, como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a colaboração. Chris Anderson (2012, p. 50) destaca que ela encoraja a “[...] habilidade de criar coisas com as mãos e a mente, para resolver desafios com recursos limitados”, promovendo, assim, um espírito empreendedor e adaptativo. A abordagem de projetos, prototipagem e iteração, frequentemente associada à Cultura *Maker*, prepara os alunos para enfrentarem os complexos desafios do mundo real.

Essa perspectiva tem encontrado aplicação em diversos níveis educacionais, abrangendo desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior. No contexto escolar, esse tipo de educação pode ser implementado em disciplinas variadas, incentivando uma aprendizagem interdisciplinar. Acadêmicos renomados, como Halverson e Sheridan (2014), exploraram como atividades *Maker* podem envolver os alunos em projetos interativos que interconectam arte, tecnologia e ciência, promovendo a criatividade e a exploração multidisciplinar.

ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL: Desafios e Tendências

A Geometria, como ramo da matemática que estuda as formas, as estruturas e as relações espaciais, desempenha um papel essencial no desenvolvimento cognitivo e na compreensão do mundo que nos cerca. No entanto, o ensino de Geometria, muitas vezes, enfrenta desafios específicos ao transmitir conceitos abstratos e visualmente complexos para os alunos do Ensino Fundamental. Esta seção explora a importância da Geometria no currículo, os desafios comuns enfrentados no ensino dessa disciplina e as tendências emergentes que buscam superar essas dificuldades.

A Geometria é uma linguagem visual que nos permite decifrar as características geométricas das formas e suas interações no espaço. Autores, como Van Hiele (1986), destacam que o ensino de Geometria não apenas proporciona uma compreensão profunda das propriedades das formas, mas também promove o desenvolvimento do pensamento espacial, do raciocínio lógico e da habilidade de resolver problemas complexos. Além disso, oferece uma maneira de interpretar e analisar tanto o mundo físico quanto abstrações matemáticas.

Apesar de sua importância, o ensino de Geometria frequentemente se depara com desafios. A visualização das formas tridimensionais a partir de representações

bidimensionais, bem como a compreensão das relações espaciais, pode ser particularmente desafiadora para os alunos. O *National Research Council* (2001) destaca que os estudantes, muitas vezes, têm dificuldade em traduzir representações planas para imagens tridimensionais, o que pode levar a uma compreensão superficial dos conceitos geométricos.

Para discutir esses desafios, uma série de abordagens inovadoras tem surgido no ensino de Geometria. A contextualização, por exemplo, visa conectar os conceitos geométricos a situações do cotidiano dos alunos. Autores, como Usiskin (1982), ressaltam como problemas do mundo real, incluindo construções arquitetônicas e *design*, podem tornar os conceitos geométricos mais concretos e aplicáveis. Além disso, abordagens práticas que envolvem a manipulação de objetos físicos têm ganhado destaque. Projetos que incorporam a construção de sólidos geométricos, como demonstrado por Pittalis *et al.* (2018), mostram como a manipulação concreta pode tornar os conceitos geométricos mais tangíveis.

O ensino de Geometria no Ensino Fundamental, apesar de seus desafios, possui o potencial de cultivar habilidades cognitivas essenciais para os alunos. As tendências emergentes, como a contextualização e a abordagem prática, têm o poder de transformar a forma como os alunos se envolvem com a Geometria. Ao conectar conceitos abstratos a situações concretas e ao permitir a exploração física das formas, essas abordagens abrem portas para uma compreensão mais profunda e tangível da geometria.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA SOBRE INTEGRAÇÃO DA CULTURA MAKER NO ENSINO DE GEOMETRIA: Benefícios e Possibilidades

A integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria tem se mostrado uma abordagem promissora para revitalizar a aprendizagem matemática, especialmente quando se trata de conceitos geométricos. Esta seção explora os fundamentos e benefícios dessa integração, bem como as possibilidades que ela oferece para transformar a maneira como os alunos interagem com os conceitos geométricos.

A Cultura *Maker* é um movimento que preconiza a aprendizagem por meio da experimentação, da criação colaborativa e da exploração prática. Autores, como Dale Dougherty (2012), ressaltam que a Cultura *Maker* empodera os alunos a se tornarem inventores ativos, fomentando a criatividade e a inovação. A abordagem valoriza a

produção de objetos tangíveis e a resolução de problemas do mundo real, permitindo que os alunos se envolvam de maneira significativa com os conceitos aprendidos.

A aplicação da Cultura *Maker* no ensino de Geometria visa trazer uma abordagem prática, concreta e envolvente para a aprendizagem de conceitos geométricos. Ao invés de apenas abordar a geometria de maneira abstrata, essa integração permite que os alunos construam e manipulem formas tridimensionais, promovendo uma compreensão mais profunda e tangível. Autores, como Halverson e Sheridan (2014), discutem como a Cultura *Maker* pode ser uma maneira eficaz de envolver os alunos com a Geometria, permitindo-lhes explorar as propriedades das formas por meio da criação prática.

A integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria oferece diversos benefícios. Em primeiro lugar, essa abordagem ajuda a superar as barreiras de abstração, permitindo que os alunos visualizem e manipulem as formas diretamente. Autores, como Anderson (2012), argumentam que essa abordagem promove a compreensão concreta dos conceitos, preparando os alunos para aplicar a Geometria em contextos do mundo real. Além disso, estimula a criatividade e o pensamento crítico, habilidades valiosas para enfrentar desafios complexos.

A integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria pode assumir várias formas, tais como projetos que envolvem a construção de sólidos geométricos usando materiais concretos, a exemplo de palitos de dente e massa de modelar, os quais se mostram bastante eficazes. Autores, como Pittalis *et al.* (2018), exploram como essas atividades práticas podem ajudar os alunos a compreender as propriedades e as relações das formas tridimensionais, transformando conceitos abstratos em experiências tangíveis.

A integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria oferece uma abordagem estimulante e transformadora para o aprendizado matemático, permitindo que os alunos se envolvam na criação prática de formas geométricas, o que promove uma compreensão concreta e profunda dos conceitos, ao mesmo tempo em que fomenta a criatividade e o pensamento crítico. As possibilidades de projetos práticos são vastas e proporcionam uma oportunidade de envolver os alunos de maneira autêntica e significativa com a Geometria.

METODOLOGIA E CONTEXTO DA PESQUISA

Esta seção explora a metodologia empregada na pesquisa sobre a Integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria, assim como do contexto no qual a pesquisa foi realizada. Detalhes sobre os participantes, os procedimentos e o ambiente onde as atividades foram conduzidas serão apresentados, incluindo a descrição das figuras que ilustram os projetos realizados pelos alunos.

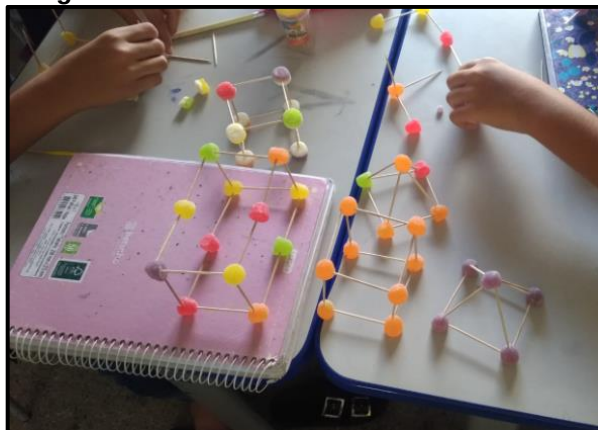
A pesquisa seguiu uma abordagem qualitativa de investigação, utilizando-se da coleta de dados por meio de atividades práticas, observações e análise das produções dos alunos, com o objetivo de obter uma compreensão profunda dos efeitos dessa abordagem no aprendizado dos conceitos geométricos.

O estudo contou com a participação de 25 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, com idades entre 11 e 12 anos. A seleção foi baseada na disposição dos alunos para abordagens práticas e exploração criativa, requisitos essenciais para a Integração da Cultura *Maker*.

A pesquisa foi conduzida ao longo de um período de 8 semanas, incorporada às aulas regulares de matemática. Durante esse período, os alunos participaram de projetos *Maker* focados na Geometria. As atividades incluíram a construção de sólidos geométricos utilizando palitos de dente e massa de modelar, bem como a criação de esculturas e objetos inspirados em conceitos geométricos.

A pesquisa foi realizada nas salas de aula da escola onde os participantes estão matriculados. As atividades práticas ocorreram nesse ambiente, com os alunos utilizando materiais como palitos de dente e massa de modelar para criar os sólidos geométricos. A Figura 1 a seguir mostra os alunos construindo os sólidos geométricos: cubo, paralelepípedo, prisma de base quadrada, pirâmide de base quadrada e octaedro, criados mediante o emprego de palitos de dente e massa de modelar.

Figura 1 - Sólidos Geométricos dos Alunos



Fonte: Acervo pessoal do autor (2024).

A coleta de dados empregou uma abordagem abrangente. Foram realizadas observações sistemáticas durante as atividades práticas, registrando-se a interação dos alunos, suas estratégias e reações aos desafios propostos. Além disso, também foram coletadas as produções físicas dos alunos, incluindo esculturas e objetos criados, para análise posterior.

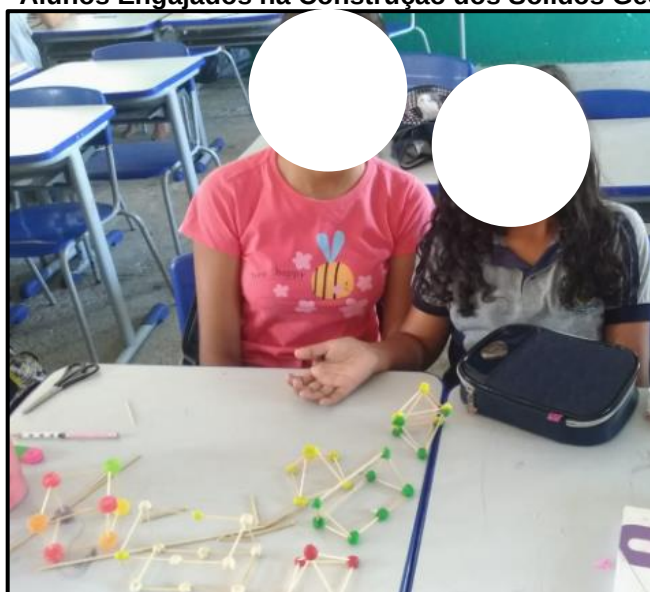
A análise dos dados coletados seguiu uma abordagem qualitativa, utilizando a técnica de análise de conteúdo. As observações e as produções dos alunos foram examinadas para identificar padrões, tendências e percepções relacionados aos efeitos da Integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, apresentaremos os resultados e discussões obtidos a partir da Integração da Cultura *Maker* no Ensino de Geometria, enfatizando a construção de sólidos geométricos por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. Os dados coletados por meio das atividades práticas, observações e análise das produções dos alunos serão discutidos para compreender os impactos dessa abordagem na compreensão e no engajamento dos alunos com os conceitos geométricos.

Durante a realização dos projetos *Maker*, os alunos foram desafiados a construir sólidos geométricos como o cubo, o paralelepípedo, o prisma de base quadrada, a pirâmide de base quadrada e o octaedro, utilizando palitos de dente e massa de modelar, como ilustrado na Figura 2.

Figura 2 - Alunos Engajados na Construção dos Sólidos Geométricos

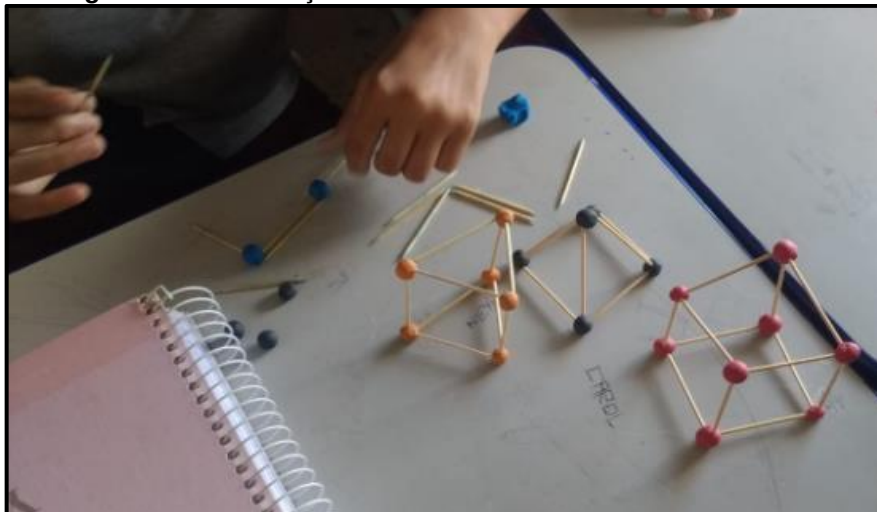


Fonte: Acervo pessoal do autor (2024).

Através das observações realizadas, ficou evidente que a abordagem prática da Cultura *Maker* despertou um alto nível de engajamento por parte dos alunos. Eles demonstraram entusiasmo ao manipular os materiais e ao criar as representações tridimensionais das formas geométricas.

Os resultados também indicaram que a Integração da Cultura *Maker* proporcionou uma compreensão tangível e concreta dos conceitos geométricos. Ao construir os sólidos geométricos com suas próprias mãos, os alunos puderam visualizar e explorar as características de suas formas em um contexto físico, como representado na Figura 3.

Figura 3 - Visualização Concreta dos Conceitos Geométricos



Fonte: Acervo pessoal do autor (2024).

Isso contribuiu para a internalização dos conceitos e para a superação das barreiras abstratas frequentemente associadas à geometria. Outro aspecto notável foi a expressão da criatividade por parte dos alunos. Além da reprodução fiel das formas geométricas, muitos estudantes adicionaram toques pessoais a suas criações, incorporando elementos únicos às esculturas e aos projetos. Esse ambiente de exploração criativa incentivou a experimentação e a descoberta, o que contribuiu para uma aprendizagem mais profunda e significativa.

Essa abordagem também se mostrou eficaz na promoção do desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas. Durante a construção dos sólidos geométricos, os alunos enfrentaram desafios relacionados à estabilidade das estruturas, à manipulação dos materiais e à compreensão das relações entre os vértices e as arestas. Através da experimentação e da colaboração, eles foram

capazes de superar esses obstáculos, demonstrando uma melhoria em suas habilidades analíticas e na solução de problemas.

Os resultados evidenciam que a Integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria oferece uma oportunidade de aprendizado significativo. Os alunos não apenas memorizaram fórmulas e propriedades geométricas, mas também compreenderam como esses conceitos se traduzem em objetos físicos. Isso teve um impacto positivo na motivação dos alunos para aprender Geometria, transformando-a em uma experiência envolvente e prazerosa.

Uma das observações mais evidentes que emergiu dos dados coletados foi o alto nível de engajamento demonstrado pelos alunos durante as atividades de construção dos sólidos geométricos. A abordagem prática da Cultura *Maker* pareceu despertar o interesse dos alunos, que se envolveram ativamente na manipulação dos materiais e na montagem das formas tridimensionais. Isso sugere que o componente tangível da aprendizagem prática tem um impacto positivo na motivação dos alunos, tornando o processo de aprendizado mais envolvente e significativo.

Os resultados também destacaram a eficácia da abordagem da Cultura *Maker* em promover uma compreensão mais concreta e tangível dos conceitos geométricos. Ao construir os sólidos com suas próprias mãos, os alunos puderam experimentar visualmente as propriedades e características dessas formas em um contexto físico. Isso levou a uma compreensão mais profunda dos conceitos, em contraste com uma abordagem meramente teórica. A conexão entre o físico e o abstrato foi reforçada, auxiliando os alunos na assimilação e na aplicação dos conceitos geométricos.

Outro aspecto relevante foi a expressão da criatividade por parte dos alunos durante a construção dos sólidos geométricos. Embora as atividades tivessem diretrizes específicas, muitos alunos demonstraram inovação ao adicionar elementos criativos a suas criações. Essa exploração criativa não apenas enriqueceu o processo de aprendizagem, mas também incentivou os alunos a experimentar diferentes abordagens e a pensar além dos conceitos básicos. Isso sugere que a abordagem da Cultura *Maker* não apenas facilita o aprendizado de conceitos, mas também promove a expressão individual e a curiosidade.

A construção de sólidos geométricos também proporcionou oportunidades para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, pois os alunos foram desafiados a enfrentar questões relacionadas à estabilidade das estruturas, ao posicionamento dos vértices e à compreensão das relações entre os lados e as

arestas. Esses desafios os encorajaram a trabalhar colaborativamente, a experimentar diferentes abordagens e a encontrar soluções para superar as dificuldades. Dessa forma, a abordagem da Cultura *Maker* contribuiu para aprimorar as habilidades analíticas e o pensamento crítico dos alunos.

Os resultados alcançados sugerem que a Integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria não apenas torna os conceitos mais tangíveis, mas também promove um aprendizado mais significativo. Os alunos não apenas memorizaram fórmulas e propriedades geométricas, em vez disso, eles compreenderam como esses conceitos se manifestam em formas físicas. Essa compreensão holística contribuiu para o desenvolvimento de um aprendizado mais profundo e duradouro, em que os alunos estão mais propensos a aplicar os conceitos geométricos em situações do mundo real.

As discussões sobre os resultados ressaltam a eficácia da Integração da Cultura *Maker* ao ensino de Geometria. A abordagem prática da construção de sólidos geométricos por meio de palitos de dente e massa de modelar criou um ambiente de aprendizado envolvente e criativo. Os resultados indicam que os alunos não apenas aprimoraram sua compreensão dos conceitos geométricos, mas também desenvolveram habilidades de resolução de problemas, criatividade e um engajamento mais profundo com o conteúdo. A abordagem da Cultura *Maker* transformou o ensino de Geometria em uma experiência exploratória e significativa, preparando os alunos para compreender e aplicar conceitos matemáticos de maneira mais holística e prática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa explorou os efeitos da Integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria, concentrando-se na construção de sólidos geométricos por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. Ao longo deste estudo, foi possível compreender os benefícios e as potencialidades dessa abordagem inovadora, que foram além das metodologias tradicionais, promovendo um aprendizado mais envolvente, tangível e significativo.

A abordagem da Cultura *Maker*, como demonstrado pelos resultados e discussões, desempenha um papel transformador na maneira como os alunos se relacionam com os conceitos de Geometria. Através da construção manual de sólidos geométricos, os estudantes não apenas compreenderam os princípios abstratos, mas

também os internalizaram de forma concreta. O engajamento ativo e a exploração criativa demonstrados durante as atividades *Maker* evidenciaram o potencial da abordagem em despertar a motivação intrínseca dos alunos para aprender e explorar conceitos matemáticos.

A aprendizagem prática também estimulou o desenvolvimento de habilidades essenciais, como a resolução de problemas e o pensamento crítico. Ao enfrentar desafios na construção dos sólidos geométricos, os alunos colaboraram, experimentaram e superaram obstáculos, fortalecendo suas habilidades analíticas de maneira orgânica. Além disso, a integração da criatividade nas atividades *Maker* ampliou sua compreensão, permitindo-lhes explorar as dimensões práticas da Geometria em um ambiente propício à inovação.

Esta pesquisa também destaca a importância de oferecer experiências educacionais mais relevantes e conectadas ao cotidiano dos alunos. A Integração da Cultura *Maker* demonstrou que o aprendizado pode ser mais do que a assimilação de conceitos abstratos, pode ser uma exploração pessoal e criativa que instiga a curiosidade e a paixão pelo conhecimento. Ao incorporar a abordagem da Cultura *Maker*, os educadores podem fornecer uma base sólida para que os alunos desenvolvam habilidades de resolução de problemas, pensamento crítico e criatividade - competências essenciais para o século XXI.

Em última análise, a Integração da Cultura *Maker* no ensino de Geometria revelou-se uma maneira eficaz de transformar a sala de aula em um espaço dinâmico de aprendizado, onde os alunos são agentes ativos de sua própria exploração e descoberta. Ao criar uma ponte entre a abstração da matemática e a materialização prática, a Cultura *Maker* pode catalisar uma mudança duradoura na forma como os indivíduos percebem, entendem e aplicam os princípios matemáticos em sua jornada educacional e além.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, C. **Makers**: The new industrial revolution. Random House, 2012.

BLINKSTEIN, P. Educação mão na massa. São Paulo, **USP-Universidade de São Paulo**, 2016.

BRASIL. M. da E. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

DOUGHERTY, D. **The maker movement**. Innovations, 7(3), 11-14, 2012.

HALVERSON, E. R.; SHERIDAN, K. The maker movement in education. **Harvard educational review**, v. 84, n. 4, p. 495-504, 2014.

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B (eds.). **Adding it up**: Helping Children Learn Mathematics (Mathematics Learning Study Comittee - National Research Council). Washington DC: National Academy Press, 2001.

PAPERT, S. **Mindstorms**: Children, Computers, and Powerful Ideas. Nova York: Basic Book, 1980.

PITTALIS, M; CHRISTOU, C; PITTA-PANTAZI, D. Exploring secondary students' strategies for constructing and visualising three-dimensional geometric shapes. **International Journal Of Science And Mathematics Education**, v. 16, n. 1, p. 55-74, 2018.

RESNICK, M. **Jardim de infância ao longo da vida**: cultivando a criatividade por meio de projetos, paixão, colegas e brincadeiras . MIT press, 2017.

USISKIN, Z. **Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry**. CDASSG Project. 1982.

HIELE, P. M. van. **Structure and insight**: A theory of mathematics education. Academic Press, 1986.

CAPÍTULO 7

QUESTÕES DIDÁTICAS ENVOLVENDO AS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO DESENVOLVIDAS POR WILLIAM OUGHTRED³⁷

Amanda Cardoso Benicio de Lima

Discussões que versam sobre a História da Matemática e sua relação com o ensino de Matemática vêm sendo destaque nas primeiras duas décadas do século XXI, principalmente devido a estudos provenientes de grupos de pesquisa, dentre os quais se destacam o Grupo de Estudo e Pesquisa em História e Epistemologia na Educação Matemática - HEEMa, que busca refletir sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática; e o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática - GPEHM, que tem dado visibilidade ao trabalho com instrumentos matemáticos históricos.

No que se refere a esses instrumentos matemáticos históricos, pode-se dizer que são

[...] ferramentas utilizadas para o desenvolvimento de práticas laboratoriais, para fazer observações e/ou realizar experimentos; ou como um aparato para realizar cálculos aritméticos, medição de comprimento, altura, profundidade, peso, entre outros; para o cálculo de distâncias lineares e angulares; ou ainda para compreender fenômenos naturais, tais como pressão, temperatura, volume, força, etc. (Ribeiro; Pereira, 2023, p. 2-3).

Nesse sentido, destacam-se as Duas Réguas para Cálculo, cujas informações sobre sua constituição e seu uso encontram-se em uma declaração nomeada de *The declaration of the Two Rvlers for Calculation (1633)*, um documento histórico do século XVII. Dessa forma, para este capítulo, é empregada uma metodologia qualitativa de cunho documental já que, sob a visão de Prodanov e Freitas (2013), essa metodologia se utiliza de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico. Portanto, busca-se explicitar algumas concepções gerais a respeito da escala dos números das Duas Réguas para Cálculo, mencionando primeiramente aspectos gerais do instrumento, seu manuseio, uso e, por fim, o potencial didático dessa escala.

³⁷Este estudo é decorrente de uma pesquisa de Iniciação Científica - IC iniciada em 2021 e orientada pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, docente do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará - UECE.

ASPECTOS GERAIS DO TRATADO *THE DECLARATIONS OF THE TWO RULES FOR CALCULATIONS*

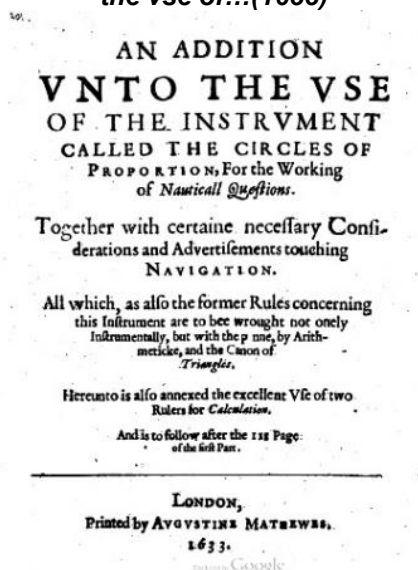
The declaration of the Two Rvlers for Calculation é uma declaração escrita por William Oughtred (1574-1660), um clérigo inglês que se dedicou às atividades religiosas e ao estudo das matemáticas, contendo informações acerca de um instrumento chamado Duas Réguas para Cálculo, utilizado para cálculos aritméticos, trigonométricos e astronômicos. Essa declaração encontra-se inserida em uma adição ao tratado *The Circles of Proportions and the Horizontall Instrvment* (Figura 1.1), intitulada por *An addition vnto the vse of the instrvment called the Circles of Proportion, for the working of Nauticall Questions* (Figura 1.2), que trabalha o instrumento conhecido por Círculos de Proporção para questões de navegação.

Figura 1.1 – Frontispício de *The Circles of Proportions...* (1639)



Fonte: Oughtred (1639).

Figura 1.2 – Frontispício de *An addition vnto the vse of...* (1633)



Fonte: Oughtred (1633).

O documento *The Circles of Proportions...* foi publicado pela primeira vez em 1632, do qual tivemos acesso, apenas, a outras três edições publicadas nos anos de 1633, 1639 e 1660, respectivamente. Esse tratado destaca-se por apresentar a descrição, o manuseio e o uso de um instrumento circular que, segundo Alves (2019), é composto por dois lados (frente e verso), nomeados como Círculos de Proporção e Instrumento Horizontal.

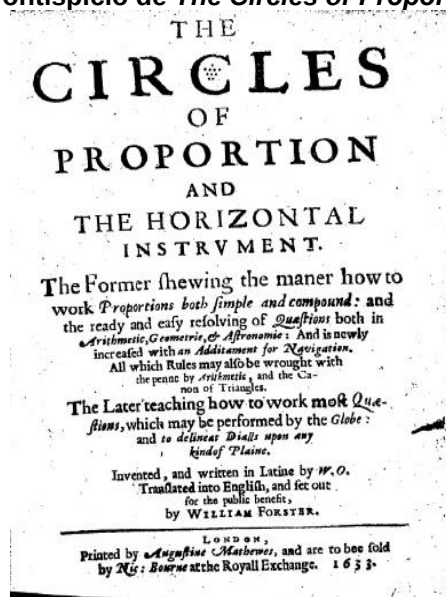
No que se refere à publicação *An addition vnto the vse of...* e ao tratado *The*

Circles of Proportions..., faz-se necessário realizar algumas considerações. Apesar de o tratado *The Circles of Proportions...* ter tido sua primeira publicação em 1632, a edição que orienta esse estudo data de 1639, tendo sido escrita por William Oughtred (1574-1660), traduzida por William Forster (fl.1632-1673) e impressa por Elias Allen (c.1588-1653), um fabricante de instrumentos matemáticos.

Já a publicação *An addition vnto the vse of...* apesar de estar contida no tratado dos Círculos de Proporção de 1639, foi impressa em 1633 por Augustine Mathewes (fl.1615-1637). Diante disso, conjectura-se que a adição ao tratado poderia ser vendida separadamente e, na edição que tivemos acesso, o comprador adquiriu o tratado *The Circles of Proportions...* publicado em 1639 e a adição *An addition vnto the vse of...* datada de 1633.

Dito isso, como o documento *The declaration of the Two...* está inserido na obra *An addition vnto the vse of...* de 1633, também será referenciado como sendo do mesmo ano. Vale ressaltar que, apesar do frontispício da adição não mencionar o nome de William Oughtred, como apresentado na Figura 1.2, sua autoria em relação à adição é garantida devido a um trecho retirado do frontispício do tratado *The Circles of Proportions...* na edição de 1633 (Figura 2), a qual relata que “E foi recentemente aumentado com uma adição para Navegação” (Oughtred, 1633, frontispício, tradução da autora), indicando a existência de uma adição voltada a questões de navegação também datando no mesmo ano.

Figura 2 – Frontispício de *The Circles of Proportions...* (1633)



Fonte: Oughtred (1633).

Sendo assim, ao longo das doze páginas do documento *The declaration of the...* (1633), não são encontradas divisões por meio de capítulos ou seções, porém o autor destina suas páginas iniciais para uma apresentação do instrumento e uma descrição das escalas contidas nele. Em seguida, retrata o seu manuseio e exemplos de utilização das réguas, finalizando com o uso delas de maneira cruzada, assemelhando-se a um *Crosse-Staffe*³⁸.

AS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO

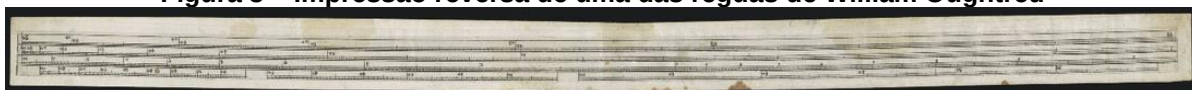
A respeito das Duas Réguas para Cálculo, o autor especifica que

[...] são estruturadas e compostas de modo que não só podem ser aplicadas ao cálculo de triângulos e à resolução de questões aritméticas, mas também podem muito bem servir como um *Crosse-Staffe* para medir a altura do sol ou de qualquer estrela acima do horizonte, e também suas distâncias (Oughtred, 1633, p. 63, tradução da autora).

Partindo disso, as réguas recebem nomes específicos, sendo *Staffe* o nome da régua mais longa e *Transversarie* o nome da régua mais curta. Já com relação a seus tamanhos, Oughtred (1633) apenas menciona uma proporção, dizendo que apresentam um comprimento de quase 3 para 2 e, após isso, descreve as escalas contidas nas réguas, sendo elas a dos Senos, Números, Tangentes e Partes Iguais.

Apesar de descrever as escalas, em sua declaração, o autor não explicita o processo de construção de nenhuma delas e nem insere na declaração alguma imagem do instrumento. Entretanto, foi encontrada na coleção Macclesfield da Biblioteca Digital da Universidade de Cambridge, uma “impressão reversa” (Figura 3)³⁹ de uma das réguas de Oughtred (1633), a qual acredita-se referir-se à régua *Transversarie*, devido à semelhança entre as escalas gravadas e a descrição encontrada na declaração.

Figura 3 – Impressão reversa de uma das réguas de William Oughtred



Fonte: Oughtred (1638).

³⁸ “[...] um dispositivo para medir ângulos e teria sido usado por marinheiros para medir a altura em graus do Sol acima do horizonte ao meio-dia para fins de navegação e para outras aplicações onde as medições de ângulo fossem necessárias” (Hopp; Otnes, 2008, p. 29, tradução da autora).

³⁹ Essa impressão é nomeada dessa forma porque, de acordo com a descrição mencionada na Biblioteca Digital da Universidade de Cambridge, foi feita diretamente da própria régua de cálculo e não de uma chapa de impressão comum, uma evidência disso é a posição invertida dos números.

Além disso, na coleção Macclesfield também pode ser encontrada uma carta escrita por William Oughtred destinada a Elias Allen, o fabricante de instrumentos matemáticos, na qual o remetente esclarece algumas dúvidas do fabricante a respeito da construção das réguas, afirmando que “[...] eu ficaria feliz em ver um deles quando estiver terminado: o que ainda nunca fiz” (Oughtred, 1638, carta, tradução da autora).

Descrição das escalas

A régua *Transversarie* apresenta, em sua extremidade superior, marcações com as letras S, T, N e E, referindo-se às escalas: *Sines* (Senos), *Tangents* (Tangentes), *Numbers* (Números) e *Equall Parts* (Partes Iguais). O Quadro 1 a seguir apresenta a descrição das escalas contidas nessa régua.

Quadro 1 – Escalas contidas na régua *Transversarie*

Marcações	Nome da escala	Bordas	Descrições
S	Senos	Borda esquerda	Estão definidos os graus de 0 a 33.
		Borda direita	Está definida a linha dos senos de 90 a 1 grau.
T	Tangentes	Borda esquerda	Linha de tangentes que vai para baixo de 45 a 89 graus.
		Borda direita	Linha de tangente que vai para cima de 1 a 45 graus.
N	Números	Borda esquerda	-
		Borda direita	Está definida a linha dos números, estando esses números em ordem decrescente 1,9,8,7,6,5,4,3,2,1,9,8,7 etc.
E	Partes Iguais	Borda esquerda	São definidas diversas cordas para a divisão dos círculos.
		Borda direita	Está a linha definida de partes iguais.

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Já para realizar as marcações na régua *Staffe*, o autor relata que nela está contido um encaixe com uma mira em sua extremidade mais distante, “[...] no qual começa a 30 graus, e então avança para 90 graus no final do *Staffe* próximo ao seu olho, cujos graus de 30 a 90 são definidos na borda direita de um dos lados do *Staffe*” (Oughtred, 1633, p. 64, tradução da autora). Após isso, continua indicando como acontecem as marcações na régua, declarando que

[...] aplicando seu *Transversarie* ao *Staffe* com a extremidade inferior definida para 90, marque nos quatro lados do *Staffe* a linha do raio ou unidade, em que em cada borda esquerda deve começar a única linha de Senos, Tangentes e Números, os mesmos que estavam na *Transversarie* (o dos senos estando naquele lado onde os graus estão), apenas a linha das tangentes, e os números são continuados além da linha do raio, até a outra extremidade do *Staffe* (Oughtred, 1633, p. 64, tradução da autora).

Nesse trecho, é possível perceber que as marcações da régua *Staffe* assemelham-se às da régua *Transversarie*, na qual, já estando definidos os graus na borda direita de um dos lados da régua *Staffe*, deve-se aplicar a *Transversarie* e marcar em seus quatro lados uma linha chamada linha da unidade⁴⁰, em que as escalas dos Senos (S), Tangentes (S) e Números (N) serão graduadas em cada uma das bordas esquerdas dos lados da régua. O autor também destaca que as escalas dos Senos (S), Tangentes (T) e Números (N) na régua *Staffe* são as mesmas que estão na régua *Tranversarie*, estando a escala dos Senos (S) na régua *Staffe* do mesmo lado que os graus estão na régua *Transversarie*, e ainda salienta que somente as escalas de Tangentes (T) e dos Números (N) continuam até a outra extremidade do *Staffe*.

Sendo assim, de acordo com as indicações de Oughtred (1633), o Quadro 2 a seguir apresenta as descrições das escalas contidas na régua *Staffe*.

Quadro 2 – Escalas contidas na régua *Staffe*

Marcações	Nome da escala	Bordas		Descrições
S	Senos	Borda esquerda		Está definida a linha dos senos de 90 a 1 grau.
		Borda direita		Estão definidos os graus de 30 a 90.
T	Tangentes	Borda esquerda		Linha de tangentes que vai de 1 a 45 e de 45 a 89 graus e são continuadas além da linha do raio, até a outras extremidades do <i>Staffe</i> .
		Borda direita		-
N	Números	Borda esquerda		Está definida a linha dos números, estando esses números em ordem decrescente 1,9,8,7,6,5,4,3,2,1,9,8,7 etc., e são continuadas além da linha do raio, até a outras extremidade do <i>Staffe</i> .
		Borda direita		-
L	Latitudes	No meio: divisões duplas	Borda esquerda	Linha das latitudes ou elevações do Pólo em 70 graus.
E	Partes Iguais		Borda direita	Linha de partes iguais até 100, atingindo toda a extensão da régua.

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Encerrando as descrições das escalas, Oughtred (1633, p. 65, tradução da autora) indica uma relação entre o instrumento Círculos de Proporção e suas duas régua, afirmando que

⁴⁰Até o momento em que este capítulo foi escrito, considera-se por “linha do raio ou unidade” de onde partem as “divisões das escalas contidas nas régua”.

Assim, você tem nas duas réguas as mesmas linhas que estão em círculos de proporção e tudo o que pode ser feito por esses círculos, também pode ser executado pelas duas réguas e as regras que foram anteriormente definidas para esse instrumento, podem também ser praticadas sobre eles, de modo que você tenha o cuidado de observar as diferentes propriedades no trabalho. Portanto, não será necessário fazer qualquer discurso novo e longo sobre essas réguas, mas apenas mostrar a maneira como elas devem ser usadas para o cálculo de qualquer proporção dada.

Dessa forma, as “linhas” indicadas no trecho remetem às escalas, tendo as réguas as mesmas escalas que os Círculos de Proporção, podendo ser utilizadas para os mesmos cálculos e com as mesmas regras de uso, desde que se respeite as propriedades específicas dos instrumentos, visto que um é de formato circular e outro linear. Sendo assim, Oughtred (1633) ressalta que, devido à relação entre as réguas e os círculos, apenas se faz necessário explicar o uso delas para qualquer tipo de proporção fornecida.

Manuseio das réguas

Já tendo explicitado as descrições de cada escala, Oughtred (1633, p. 65, tradução da autora) relata como acontece o manuseio de seu instrumento.

Trabalhando uma proporção pelas réguas, segure o *Transversarie* em sua mão esquerda, com a extremidade com o fim em que a linha do raio ou linha da unidade está para sua direção, girando esse lado da régua para frente, em que a linha do tipo do primeiro termo, seja ele número, seno ou tangente: e nele busque o primeiro termo e o outro que lhe é homogêneo. Em seguida, pegue o *Staffe* em sua mão direita com o lado para cima, em que a linha do tipo do quarto termo procurado: e procure nele o termo homogêneo para o quarto. Aplique isso ao primeiro termo no *Transversarie* e o outro termo homogêneo deverá mostrar no *Staffe* o quarto termo.

No trecho retirado da declaração, pode-se inferir que o manuseio indicado pelo autor é o mesmo para qualquer proporção dada, sendo assim, será trabalhado com a proporção $a \cdot b :: c \cdot d$ ⁴¹, sendo a, b, c, d números arbitrários. Estabelecendo uma relação de proporcionalidade entre esses quatro termos, deve-se, primeiramente, segurar a régua *Transversarie* com a mão esquerda, com a linha da unidade voltada para si e, assim, girar a régua para frente. Em seguida, deve-se encontrar na régua o termo a (primeiro termo proporcional) e o termo c (terceiro termo proporcional), que é homogêneo⁴² a ele. Após isso, deve-se segurar a régua *Staffe* com a mão direita, da mesma maneira que a *Transversarie*, e girá-la para cima, dessa forma encontra-se b

⁴¹O símbolo “::” remete a proporcionalidade.

⁴²O que se considera por ser homogêneo?

(segundo termo proporcional).

Sendo assim, para encontrar o quarto termo proporcional, primeiro emparelham-se as duas réguas e, em seguida, alinham-se o primeiro termo da proporção (a) encontrado na *Transversarie* com o segundo termo (b) encontrado na *Staffe*. Dessa forma, o terceiro termo (c) da régua *Transversarie* estará alinhado com o quarto termo proporcional (d) na *Staffe*⁴³.

O uso das réguas

Após relatar o manuseio das réguas, Oughtred (1633) menciona vários exemplos, casos e teoremas de utilização do instrumento. Com base nisso, o Quadro 3 apresenta os tipos de utilização das réguas retratados na declaração. Entretanto, para uma melhor compreensão do leitor, são indicadas a seguir algumas notas explicativas a respeito do que será exposto no quadro:

- Como nos primeiros exemplos da declaração, em que o autor se preocupa em ensinar o uso das réguas para o cálculo das operações de multiplicação e divisão, escolhemos indicá-los como “Iniciais”.
- Em sua declaração, os exemplos não estão enumerados em ordem crescente, ocorrendo um salto do exemplo I para o exemplo IV, não mencionando os exemplos II e III. A esse respeito, após apresentar o exemplo I, o autor declara que “Alguns exemplos de trabalhos com proporções vamos extrair do capítulo 3, parte 1” (Oughtred, 1633, p. 66, tradução da autora), portanto, os exemplos inseridos na declaração foram retirados do tratado dos Círculos de Proporção. Devido a isso, escolheu-se também inserir no Quadro 3 os exemplos II e III para utilização das réguas.
- Nesse mesmo sentido, ao final do quadro são apresentados alguns exemplos retirados do capítulo 6 da primeira parte do tratado *The Circles of Proportions... (1639)*, mas que podem ser trabalhados utilizando as réguas. Na declaração apenas são explicitados os exemplos II e III, porém, para o Quadro 3, escolheu-se inserir o Exemplo I.
- Na declaração, os teoremas não são mencionados em ordem sequencial, como ‘Teorema I’, “Teorema II” e “Teorema III”, porém, escolheu-

⁴³Para verificar de maneira detalhada como acontece o manuseio entre as réguas, vide Lima, Soares e Pereira (2023).

se representá-los dessa forma para uma melhor visualização do leitor.

- O último exemplo apresentado no quadro se localiza na página 46 da adição *An addition vnto the vse of... (1633)*, na primeira parte que retrata o uso dos Círculos de Proporção na navegação, nesse caso, as réguas também podem ser utilizadas para a realização desse exemplo.

Quadro 3 – O uso das Duas Réguas para Cálculo

Indicação na declaração	Descrição do uso	Tipo de uso
Inicial	Como se você fosse multiplicar 355 por 48; Diga: 1 . 355 :: 48 . 17040 .	Aritmético
Inicial	Outra vez, se você dividisse 17040 por 48: Diga: 48 . 1 :: 17040 . 355	Aritmético
Exemplo I	Se 54 <i>elines</i> ⁴⁴ da Holanda forem vendidos por 96 xelins ⁴⁵ , por quantos xelins 9 <i>elines</i> serão vendidos?	Aritmético
Exemplo II	Se 108 alqueires ⁴⁶ de milho forem suficientes para uma companhia de soldados que mantém um forte, por 36 dias, quantos dias serão 12 alqueires suficientes para o mesmo número de soldados?	Aritmético
Exemplo III	Existe, em um forte, milho suficiente para 756 soldados que mantém esse forte por 196 dias: quantos soldados o mesmo milho será suficiente para 364 dias?	Aritmético
Exemplo IV	Existe uma torre cuja altura gostaria de medir.	Medição de altura
Teorema I	Como a diferença das tangentes dos arcos cortados em qualquer posição, está na distância entre as posições, o mesmo ocorre com a tangente do arco menor à distância mais próxima da torre.	-
Teorema II	Como o raio está para a tangente do arco maior, a distância mais próxima é encontrada para a altura.	-
Teorema III	Como a diferença das tangentes dos complementos dos arcos cortados em ambas as posições, é para o raio; Assim é a distância entre as posições, a altitude.	-
Exemplo V	Para encontrar a declinação do sol no nono dia de maio.	Astronomia
Exemplo VI	Para encontrar a ascensão certa do Sol no dia nove de maio.	Astronomia
Caso I	Se as quatro proporcionais são todas tangentes, os arcos de dois dos termos dados excedem 45 graus e o arco do terceiro é menor que 45 graus como neste exemplo: $\tan 56^\circ . \tan 31^\circ :: \tan 79^\circ . \tan 64^\circ , 24'$	-
Caso II	Se as quatro proporcionais sendo todas tangentes, os arcos dos três termos dados excedem 45 graus como neste exemplo: $\tan 79^\circ . \tan 56^\circ :: \tan : 64^\circ , 24' . \tan 31^\circ$	-
Exemplo I: Capítulo 6, parte I	Existem duas áreas retangulares semelhantes, ou planícies, o comprimento do maior é de 40 pés, o comprimento do menor é de 24 pés: cada um deles pavimentado com ladrilhos; o maior tem 1.200 peças: quantas terá o menor?	Agrimensura
Exemplo II: Capítulo 6, parte 1	Quantos acres <i>Woodland</i> ⁴⁷ medidos com um poleiro de 18 pés há	Agrimensura

⁴⁴Até o presente momento nesta pesquisa, não se achou um significado para a palavra “elines”.

⁴⁵Em inglês: *shillings*, unidade monetária que foi utilizada nas ex-colônias britânicas.

⁴⁶Em inglês: *bushels*, antiga unidade de medida utilizada para pesagem de cereais.

⁴⁷Em inglês, a palavra “acres” remete a uma unidade de medida usada para pedir terras, porém, até o presente momento desta pesquisa, não se sabe a que se remete a palavra “Woodland”.

	em 73 acres de <i>Champagne-land</i> ⁴⁸ medidos com um poleiro de 16,5 pés?	
Exemplo III: Capítulo 6, parte 1	Se libras 0,43 de pólvora são suficientes para carregar uma arma cujo diâmetro côncavo é de 1,5 polegadas: quantas libras de pólvora serão necessárias para carregar uma arma cujo diâmetro côncavo é de 7 polegadas?	Artilharia
Exemplo na página 46 da Navegação:	Um navio iniciando seu curso na latitude de graus 38,2, navega sobre o <i>W b N Rumbe</i> ⁴⁹ , até a latitude de graus 50,5: quantos graus de longitude variou nesse curso?	Navegação

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Por meio do quadro apresentado, é possível verificar que a utilização das réguas engloba os campos da aritmética, astronomia, agrimensura, artilharia, navegação e também cálculos para medição de alturas, sendo exploradas desde as operações de multiplicação e divisão até conhecimentos trigonométricos, como o de tangentes.

A ESCALA DOS NÚMEROS E SEU POTENCIAL DIDÁTICO

Para a utilização das réguas *Staffe* e *Transversarie* como um recurso advindo da História da Matemática, em especial a escala dos números inserida nelas, faz-se necessário um tratamento didático. Esse tipo de tratamento se refere à maneira como o documento é apresentado ao indivíduo, “[...] levando-se em consideração o objetivo que se tem em utilizá-lo, o público-alvo e o tempo disponível para o desenvolvimento da atividade por meio dele, entre outros aspectos de ordem didática” (Pereira; Saito, 2019, p. 6).

Dessa maneira, esse tipo de tratamento objetiva deixar o texto histórico acessível a quem o está utilizando, para ocorrer, assim, a exploração dos conhecimentos matemáticos de forma clara e compreensiva. Diante disso, ao se tratar da formação de professores, existem conhecimentos matemáticos incorporados à construção e ao uso da escala dos números que podem possibilitar ao atual e ao futuro professor significar ou ressignificar conhecimentos matemáticos.

Como já mencionado, a escala dos números se configura como uma linha “[...] em ordem decrescente 1, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 9, 8, 7, etc.” (Oughted, 1633, p. 64, tradução da autora). Devido a essa ordem decrescente em suas divisões, a escala incorpora o conhecimento matemático de logaritmos, estando ele inteiramente

⁴⁸Em inglês, a palavra “acres” remete a uma unidade de medida usada para pedir terras, porém até o presente momento desta pesquisa, não se sabe a que se remete a palavra “*Champagne-land*”.

⁴⁹Corresponde ao ângulo de inclinação com o Meridiano, direcionado pela bússola e comumente chamado de *Rumbe*.

relacionado com a utilização dessa escala⁵⁰.

De acordo com a declaração, independentemente das escalas que estão sendo trabalhadas, o manuseio das réguas se baseia no cálculo de uma proporção, sendo assim, a escala dos números pode ser utilizada para a resolução de proporções, assim como para a realização de multiplicações e divisões. Nesse sentido, são mobilizados conhecimentos acerca do sistema de numeração decimal, propriedades de logaritmos, como logaritmo de um produto e também grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais⁵¹.

Desse modo, com os conhecimentos matemáticos incorporados em sua construção, manuseio e uso, a escala dos números inserida nas Duas Réguas para Cálculo se comporta como um recurso advindo da História da Matemática que possui um potencial didático, podendo ser explorado na formação do professor de matemática, levando esse profissional a refletir acerca da construção do conhecimento matemático e de sua prática docente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De maneira geral, este capítulo buscou destacar o potencial didático da escala dos números, presente nas Duas Réguas para Cálculo, apresentando, em um primeiro momento, os aspectos históricos e contextuais a respeito do instrumento e do tratado que o descreve, e, posteriormente, a maneira pela qual são realizados seu manuseio e uso. Diante disso, destaca-se que o foco deste estudo não se deu em delimitar efetivamente como se daria a inserção desse recurso na formação de professores, mas sim em levantar considerações a respeito da escala dos números que, ao serem incorporadas na formação de professores, com um tratamento didático específico, podem proporcionar a significação e ressignificação de conhecimentos matemáticos.

Tendo isso em vista, faz-se necessário um estudo aprofundado não apenas dos conhecimentos matemáticos incorporados nas réguas, mas da maneira como esse recurso advindo da História da Matemática pode ser inserido na formação de professores, de modo que os permita refletir sobre os conhecimentos aprendidos e ensinados por eles.

⁵⁰Para mais informações a respeito do conhecimento de logaritmos mobilizado na construção da escala dos números, vide Lima, Soares e Pereira (2022).

⁵¹Para mais informações a respeito dos conhecimentos incorporados ao manuseio e à utilização da escala dos números, vide Lima, Soares e Pereira (2023).

REFERÊNCIAS

- ALVES, V. B. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 156 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará -Ifce, Fortaleza, 2019.
- HOPP, P.; OTNES, B. A letter of 1638 from William Oughtred to Elias Allen. **Journal of the Oughtred Society**, [s. l], v. 17, n. 1, p. 28-32, 2008.
- LIMA, A. C. B. de; SOARES, K. da C.; PEREIRA, A.C.C. Diálogo sobre os conhecimentos aritméticos contidos na manipulação das duas réguas para cálculo de William Oughtred. **Educação Matemática Debate**, [S.L.], v. 7, n. 13, p. 1-18, 9 set. 2023. Universidade Estadual de Montes Claros (UNIIMONTES).
- LIMA, A. C. B. de; SOARES, K. da C.; PEREIRA, A. C. C. Aspectos históricos e matemáticos incorporados na construção da escala dos números de William Oughtred (1574-1660). In: COSTA, Elisangela André da Silva; FREITAS, Bruno Miranda; DANTAS, Jeane Pereira. (Org.). **Diálogos entre escola e universidade na formação continuada**. Fortaleza: Imprece, 2022, p. 94-109.
- OUGHTRED, W. **An addition vnto the vse of the instrvment called the Circles of Proportion, for the working of Nauticall Questions**. London: Augustine Mathewes, 1633.
- OUGHTRED, W. **Oughtred letter**. 1638. Biblioteca da Universidade de Cambridge, Coleção Macclesfield, organizado por Boris Jardine.
- OUGHTRED, W. **Paper slide-rule**. 1638. Biblioteca da Universidade de Cambridge, Coleção Macclesfield, organizado por Boris Jardine.
- OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment**. London: Augustine Mathewes, 1633.
- OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment**. London: Elias Allen, 1639.
- PEREIRA, A.C.C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, [S. l.], v. 13, n. 25, p. 342–372, 2019.
- PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.
- RIBEIRO, P. H. S.; PEREIRA, A.C.C. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuario para a formação de professores. **Revista de Instrumentos, Modelos e Políticas em Avaliação Educacional**, [S.L.], v. 4, p. e023021, 30 dez. 2023.

CAPÍTULO 8

MÉTODOS MULTIPLICATIVOS INCORPORADOS EM INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS DESCRITOS NO TRATADO RABDOLOGIAE (1617)

Jeniffer Pires de Almeida

Pedro Henrique Sales Ribeiro

Ana Carolina Costa Pereira

Durante o contexto histórico de grandes modificações sociopolíticas na estrutura vigente, como o período de revolução científica, ocorrida na Europa entre os séculos XVI e XVII, novas demandas surgiam a todo momento. Pode-se mencionar, por exemplo, a necessidade de ferramentas que auxiliassem na localização em alto-mar, devido ao crescimento das navegações para além da costa do continente, ou a exigência de métodos mais rápidos e precisos para a realização de cálculos aritméticos, a partir da expansão do comércio (Henry, 1998; Saito, 2015).

Diante desse cenário, como forma de divulgar os conhecimentos construídos na tensão entre saberes do período clássico e conhecimentos advindos da prática (Saito, 2015), tem-se, no continente europeu, uma difusão de diversos tratados científicos e, em especial, matemáticos, que descreviam os procedimentos necessários para construir e utilizar instrumentos para sanar as necessidades emergentes. Tais instrumentos poderiam ser utilizados para a medição de distâncias, lineares ou angulares, navegação, cálculos aritméticos, dentre outras operações (Ribeiro; Pereira, 2023).

Entre esses tratados, destaca-se o *Rabdologiae*⁵², um texto em latim escrito por John Napier (1550-1617) e publicado a primeira vez na cidade de Edimburgo no ano de 1617. Nessa obra, o autor realiza uma descrição acerca dos procedimentos necessários à construção e utilização de três instrumentos matemáticos direcionados a agilizar a resolução das operações aritméticas, em especial da multiplicação e da divisão. Destaca-se que o momento histórico de seu desenvolvimento, durante o

⁵²Nome abreviado do tratado *Rabdologiae*, seu *numerationis per virgulas libri duo*.

período Renascentista, confluíu para que os aparatos desenvolvidos por Napier incorporassem métodos que já haviam sido utilizados por outras culturas.

Partindo dessa premissa, este capítulo tem como objetivo descrever as relações existentes entre dois métodos multiplicativos desenvolvidos ao longo da história e dois instrumentos matemáticos descritos no tratado *Rabdologiae* de John Napier. Para tanto, utiliza-se dos procedimentos técnicos da pesquisa documental e fundamenta-se numa abordagem qualitativa.

Como forma de alcançar o objetivo proposto, este texto organiza-se em seis seções, sendo a primeira esta introdução, que contextualiza o momento histórico discutido e apresenta o objetivo geral. Na segunda seção tem-se um maior detalhamento dos procedimentos metodológicos adotados. Na terceira seção apresenta-se uma curta biografia de John Napier, bem como a estrutura do Tratado *Rabdologiae*. Na quarta e quinta seções, respectivamente, descrevem-se as relações entre o Instrumento *Promptuario* e o método *Gelosia* e entre o Instrumento *Tabuleiro de Xadrez* e o Método *Tabuleiro de Xadrez*⁵³. Por fim, a sexta seção sintetiza o texto e apresenta possibilidades de pesquisas futuras.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste texto, adota-se como abordagem a pesquisa qualitativa, que “[...] engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões” (Bicudo, 2018, p. 116). Tal escolha metodológica justifica-se, majoritariamente, pelo objeto de estudo estar no escopo da História da Matemática.

Em relação aos procedimentos técnicos para a obtenção dos dados, esta pesquisa classifica-se como documental, uma vez que está embasada “[...] em materiais que não receberam ainda um tratamento analítico ou que podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 55). Nesse sentido, escolheu-se como documento o tratado *Rabdologiae* (Napier, 1617), utilizando-se também, para melhor compreensão do conteúdo da obra, de uma tradução em inglês, republicada em um *fac-símile* de trabalhos do autor feito por Rice, González-Velasco e Corrigan (2017).

Por fim, ressalta-se que, em relação aos objetivos, esta pesquisa é descritiva, já que “[...] visa a descrever as características de determinada população ou fenômeno

⁵³Ao longo deste texto, sempre que a expressão *Tabuleiro de Xadrez* aparecer grafada em itálico, refere-se ao método homônimo ao instrumento.

ou o estabelecimento de relações entre variáveis” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 52). No caso em questão, as variáveis que se busca relacionar são os instrumentos matemáticos desenvolvidos por Napier e alguns métodos multiplicativos difundidos em seu período.

JOHN NAPIER E O TRATADO *RABDOLOGIAE*

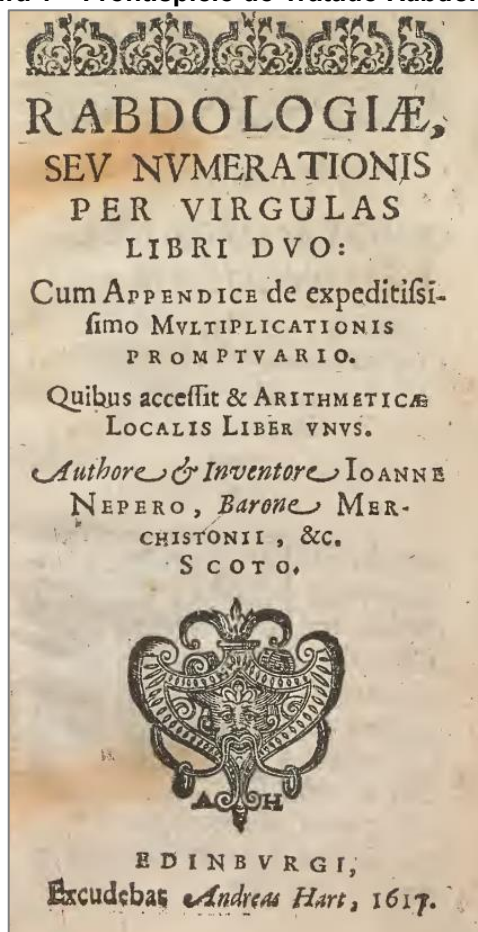
Nascido ano de 1550, nas dependências do Castelo de Merchiston, localizado em Edimburgo, capital escocesa, John Napier foi filho de Archibald Napier, o 7º Laird⁵⁴ de Merchiston, e Janet Bothwell. Por ser descendente de escoceses que possuíam relativo poder econômico, John Napier teve a oportunidade de ter a educação primária em casa até os 13 anos, e, em seguida, no ano de 1563, adentrar à Universidade de St. Andrews (Rice, 2017).

Entre seu nascimento e seu falecimento, em 1617, John Napier escreveu quatro tratados que foram publicados em seu período, sendo um deles de teor religioso (Napier, 1593), dois acerca dos logaritmos (Napier, 1614; 1619) e o quarto sobre instrumentos matemáticos, o qual será enfatizado neste texto (Napier, 1617). Há ainda um quinto tratado, a partir de manuscritos que foram compilados por um descendente e publicado sob o título *De Arte Logistica* no século XIX (Napier, 1839).

Como mencionado, enfatiza-se neste texto o *Rabdologiae* (Figura 1), no qual o autor descreve os processos necessários à construção e utilização de três instrumentos matemáticos direcionados à Aritmética, sendo eles as Barras de Calcular (Martins, 2019) – que se popularizaram com o nome Ossos de Napier – o *Promptuario* multiplicações, e o Tabuleiro de Xadrez no qual é performada a *Aritmética de Localização* (Almeida, 2024).

⁵⁴Título escocês que significa “o proprietário ou senhorio de uma propriedade rural [...]” (Craigie; Aitken, 1974, p. 555, tradução nossa).

Figura 1 – Frontispício do Tratado *Rabdologiae*



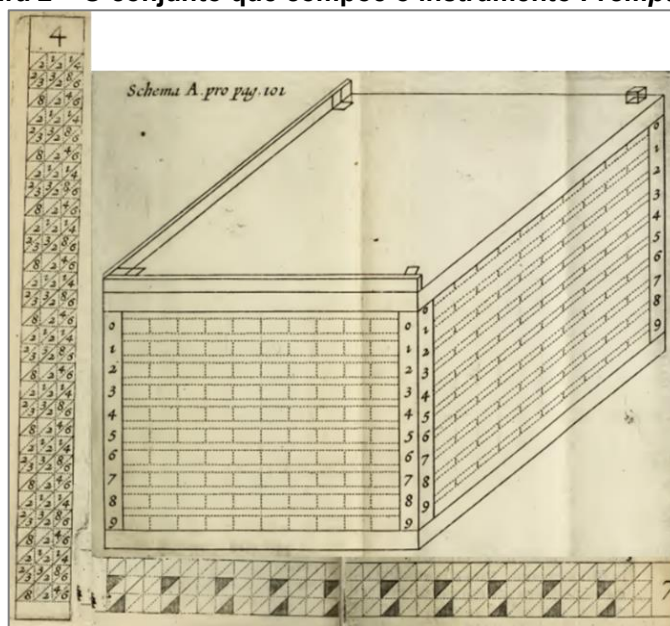
Fonte: Napier (1617, frontispício).

Desse modo, as seções seguintes se limitaram a discutir acerca de dois desses instrumentos descritos no *Rabdologiae*, relacionando os procedimentos de utilização desses aparatos para a operação de multiplicação com métodos históricos que foram utilizados contemporaneamente à publicação do tratado para a realização desses cálculos.

O PROMPTUARIO PARA MULTIPLICAÇÕES E O MÉTODO INCORPORADO

O *Promptuario* (Figura 2) é composto por um conjunto formado por uma caixa e duas coleções de varetas, as verticais, com as inscrições dos múltiplos naturais de 0 a 9 dos algarismos presentes em margens superiores (como o 4 da Figura 2), e as horizontais, que são perfuradas em locais determinados pelo algarismo da margem direita (como o 7 da Figura 2).

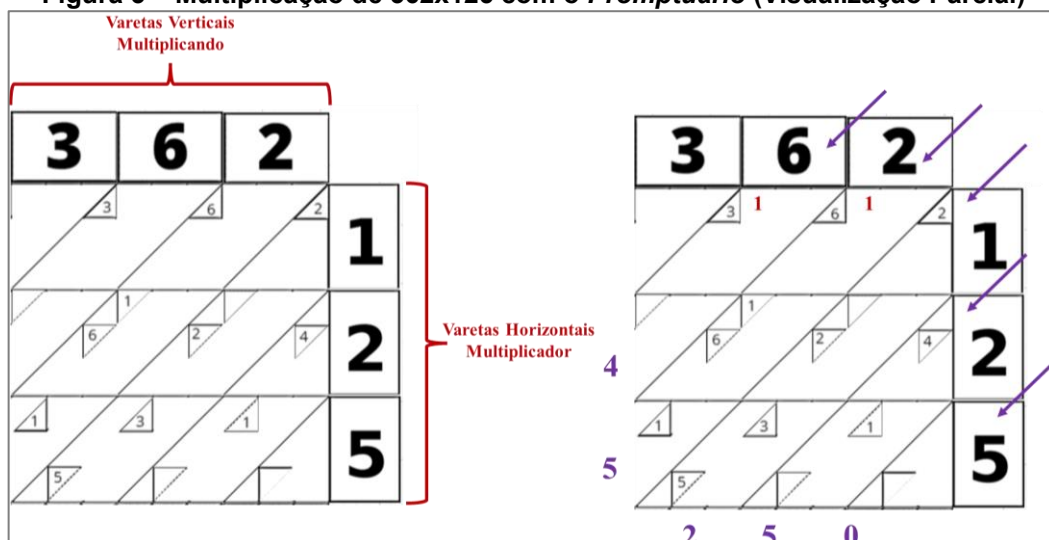
Figura 2 – O conjunto que compõe o instrumento *Promptuario*



Fonte: Adaptado de Napier (1617, p. 94, 95 e 101).

Para a realização da operação de multiplicação, Napier (2017) utilizou a caixa apresentada na Figura 3 como referência para a correta disposição das varetas, devendo as verticais serem postas, iniciando do algarismo das unidades, abaixo das horizontais, também iniciando pelo algarismo das unidades.

Figura 3 – Multiplicação de 362x125 com o *Promptuario* (Visualização Parcial)



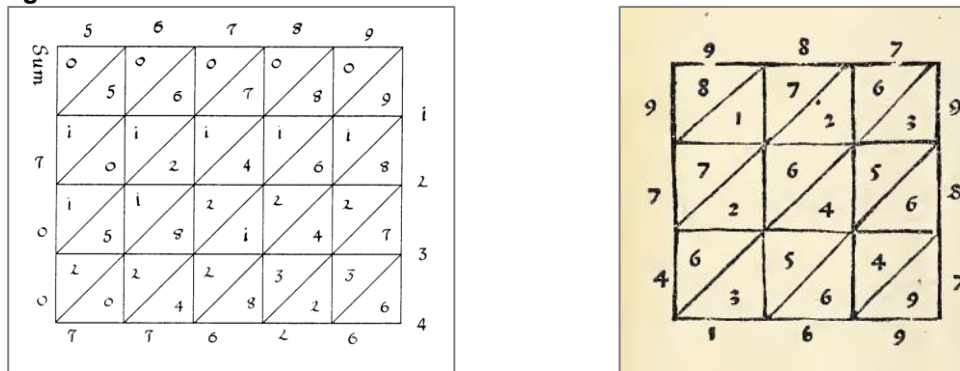
Fonte: Elaborado para a pesquisa (2024).

Ao realizar essa sobreposição, as varetas horizontais bloqueiam a maior parte dos números inscritos nas verticais, restando apenas os produtos parciais da multiplicação desejada. Desse modo, para realizar, por exemplo, a multiplicação 362

x 125, deve-se escolher as varetas verticais 3, 6 e 2 para representar o multiplicando e as varetas horizontais 1, 2 e 5 para representar o multiplicador. Após essa escolha, as varetas de mesmas categorias devem ser dispostas adjacentes umas às outras, de modo que as horizontais se sobreponham às verticais, conforme pôde ser visualizado na Figura 3.

Após a sobreposição ilustrada, nota-se, também na figura, a necessidade da realização de somas em cada uma das diagonais, tendo o cuidado de, caso a soma exceda a 9, registrar apenas o valor das unidades, somando o valor da dezena junto à próxima diagonal. Seguindo esses passos, semelhantes ao do método *Gelosia* apresentado na sequência (Figura 4), foi possível obter o resultado $362 \times 125 = 45250$.

Figura 4 – O método *Gelosia* na Aritmética de Treviso e na Summa de Arithmetica



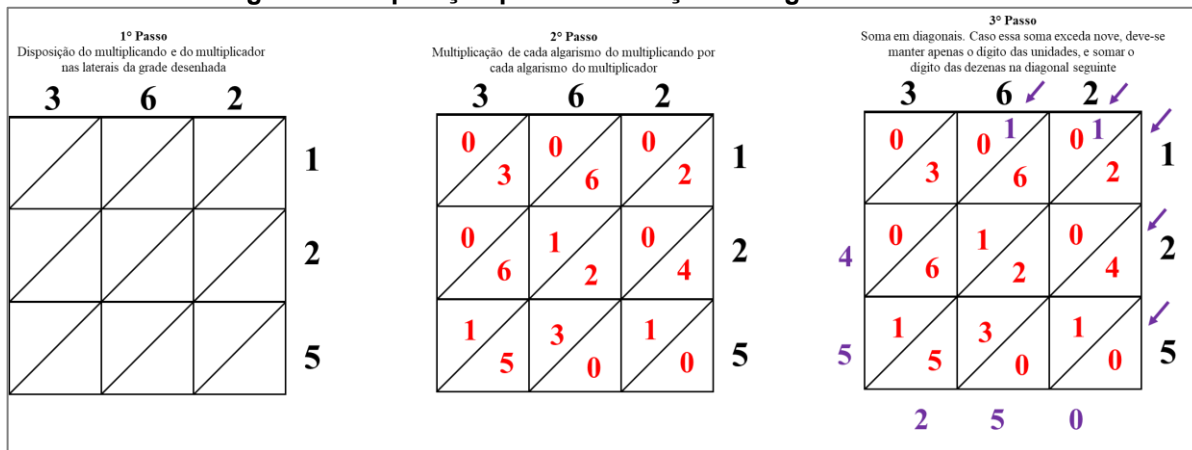
Fonte: Treviso (1987) e Pacioli (1494).

Como mencionado, o fundamento matemático de utilização desse aparato está imbricado com o do método *Gelosia* (Figura 4) para multiplicações, o qual foi popularizado durante o Renascimento no continente europeu, mas já era conhecido pelos indianos, pelo menos, desde o século X, uma vez que está descrito na obra *Princípios do Cálculo Indiano*, do estudioso persa das matemáticas Kushyar Ibn Labban (Joseph, 2011).

Tal algoritmo consiste, em linhas gerais, em desenhar uma matriz retangular com o número de colunas igual ao número de algarismos do multiplicando e, com o número de linhas igual ao número de algarismos do multiplicador, em seguida, traçar a diagonal de cada célula criada. Estando desenhada essa grade, a disposição está pronta para a realização da multiplicação, devendo os fatores ser escritos nas laterais. Depois disso, realiza-se a operação escrevendo o produto de cada algarismo do multiplicador por cada algarismo do multiplicando dentro da célula correspondente,

utilizando a diagonal como separador entre as ordens decimais, conforme pode ser visualizado na Figura 5, que ilustra a multiplicação 362×125 com esse método.

Figura 5 - Disposição para a realização do algoritmo *Gelosia*



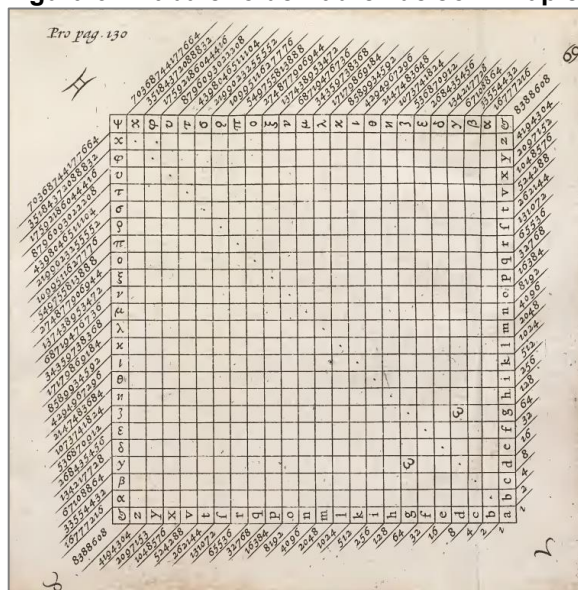
Fonte: Elaborado para a pesquisa (2024).

Embora, apenas visualizando as Figuras 3 e 5, sejam claras as semelhanças entre o método *Gelosia* e a utilização do *Promptuario*, pode-se apontar duas distinções que se configuram como facilidades desse instrumento. A primeira está relacionada com a escrita do multiplicando e do multiplicador que não é necessária, uma vez que basta escolher as varetas correspondentes aos fatores que se deseja multiplicar. Já a segunda diferenciação, e principal característica desse instrumento, é que as multiplicações já foram realizadas durante sua graduação, não sendo necessário que sejam feitas novamente, como ocorre no método *Gelosia*, restando que sejam, apenas, realizadas as somas em diagonais.

O TABULEIRO DE XADREZ E O MÉTODO INCORPORADO

O instrumento matemático Tabuleiro de Xadrez (Figura 6), foi um recurso desenvolvido com o objetivo de facilitar a realização das operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números naturais no contexto do início da Idade Moderna, período em que, como mencionado, novas necessidades relacionadas à rapidez e precisão nos cálculos passaram a surgir.

Figura 6 – Tabuleiro de Xadrez de John Napier



Fonte: Napier (1617, p. 130).

Para a realização das operações aritméticas nesse aparato, o autor desenvolve um método denominado como *Aritmética de Localização*⁵⁵ que consiste em regras acerca da movimentação de peças ou contadores dispostos sobre o Tabuleiro. Uma primeira característica a se destacar acerca desse método são os números dispostos no aparato, que podem ser de dois tipos: i) Notação Local, que utiliza letras do alfabeto; e ii) Notação Comum, que utiliza os números indo-arábicos. Para alterar de uma Notação para outra, o autor desenvolve as *conversões numéricas*.

Além disso, destaca-se também acerca dos dois tipos de movimentos existentes nesse método: i) O Movimento da Torre, que ocorre de forma reta, paralela às laterais do aparato; e ii) O Movimento do Bispo, que ocorre em diagonal. Estando compreendidos esses procedimentos, é possível realizar as operações aritméticas no tabuleiro. Em especial para o cálculo da multiplicação, aqui exemplificada como 5×3 , que deve seguir os passos do Quadro 1, constituindo-se em um *algoritmo multiplicativo*.

Quadro 1 - O algoritmo da multiplicação no Tabuleiro de Xadrez de John Napier

REGRA	PROCESSO	EXEMPLO 5×3
1	Conversão dos fatores da operação para números locais	Representa-se o multiplicando 5 à esquerda do tabuleiro, com contadores nas margens das posições c e a (4+1), e o multiplicador à direita, com contadores às margens das posições b e a (2+1)
2	Marcação do multiplicando e multiplicador em diferentes margens do tabuleiro, conforme os números locais encontrados na conversão	

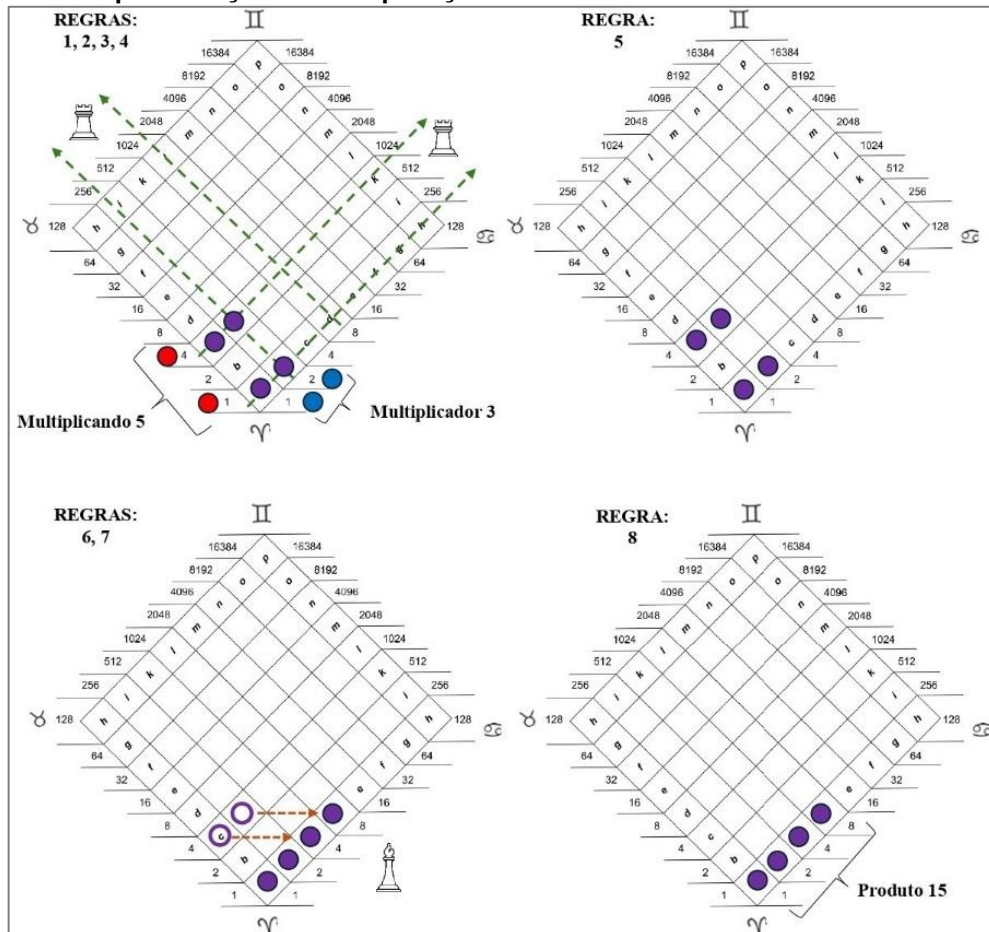
⁵⁵ Para um estudo mais detalhado acerca do Método *Aritmética de Localização*, vide Almeida (2024).

3	Movimentação da torre com os contadores dispostos nas laterais do tabuleiro	Movimentam-se todos os contadores como a <i>torre</i> , com os contadores do multiplicando subindo para a direita e os do multiplicador subindo para a esquerda
4	Marcação das posições de interseção dos movimentos das torres	Demarca-se com novos contadores as posições de interseções desses movimentos, ou seja, nas posições a, b, c e d
5	Remoção dos contadores que indicam o multiplicador e multiplicando	Retiram-se os contadores que estão às margens do tabuleiro
6	Movimento do bispo entre letras iguais com os contadores presentes nas diagonais do tabuleiro	Movimentam-se os contadores no interior do tabuleiro para uma de suas laterais com o mesmo <i>número local</i>
7	Indicação do produto em número local	Tem-se, ao final, a <i>notação local dcba</i> , como o produto da multiplicando que, ao converter para <i>número local</i> , equivale a 15 (d=8, c=4, b=2, a=1)
8	Conversão do produto em número local para comum	

Fonte: Almeida, Ribeiro e Pereira (2024).

Assim, visando uma melhor visualização e compreensão dos processos que estão envolvidos no cálculo da operação de multiplicação por meio do Tabuleiro de Xadrez, elaborou-se uma ilustração (Figura 7) que condensa os passos descritos no Quadro 1.

Figura 7 - Representação da multiplicação 5 x 3 no Tabuleiro de Xadrez de John Napier



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Assim, ao observar o aparato Tabuleiro de Xadrez e a realização de multiplicações nesse instrumento, percebe-se uma semelhança com as denominadas *Tabelas de Multiplicação* (Figura 8).

Figura 8 – Tabela de Multiplicações presente na Aritmética de Treviso

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Swetz (1987, p. 199).

Tais tabelas, conforme apontam Almeida, Ribeiro e Pereira (2024, p. 5-6), “[...] eram representadas por matrizes quadriculadas e comumente conhecidas por Tabela Pitagórica, embora não haja fontes que comprovem a ligação entre esse tipo de recurso e o personagem histórico Pitágoras”.

Desse modo, Almeida, Ribeiro e Pereira (2024, p. 6) destacam que

uma das principais características matemáticas dessas tabelas é o seu processo de desenvolvimento com base nas propriedades multiplicativas e sua utilização como uma forma de “tabuada”, buscando facilitar o processo dos cálculos de multiplicação, não sendo necessário a memorização dos múltiplos que aparecem durante o seu processo, estando esses já representados no aparato.

Sua manipulação (Figura 9) era realizada por diferentes métodos, dentre eles, aquele denominado como *Multiplicação no Tabuleiro De Xadrez* que, conforme apresenta Swetz (1987, p. 205, tradução nossa) retrata “[...] qualquer algoritmo de multiplicação baseado na disposição das entradas numéricas em células quadradas”.

Figura 9 - 5 x 3 na Tabela de Multiplicação com o Método Tabuleiro de Xadrez

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Adaptado pelos autores (2024) a partir de Swetz (1987, p. 199).

Nesses casos, as *Tabelas de Multiplicação* receberam a denominação de *Tabuleiro de Xadrez*, sendo uma das variações dos diferentes tipos de ábacos utilizados para efetuar operações aritméticas no período. Dessa forma, é perceptível a semelhança entre o método *Tabuleiro de Xadrez* e a *Aritmética de Localização* performada no Tabuleiro de Xadrez de John Napier, o que permite a compreensão de que os conhecimentos matemáticos incorporados em ambas as estratégias têm origens comuns. No entanto, destaca-se que há diferenças consideráveis a serem apontadas, a exemplo das diferentes notações existentes no método de John Napier que, ao passo em que dificultam o processo no Tabuleiro de Xadrez em relação à Tabela de Multiplicação, possibilitam a realização de multiplicações com números com mais ordens decimais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto, percebe-se que diversos aspectos de natureza histórica circundam os instrumentos *Promptuario* e *Tabuleiro de Xadrez*, como a incorporação, respectivamente, dos métodos *Gelosia* e *Tabuleiro de Xadrez* em seus fundamentos matemáticos, o que possibilita a compreensão de que a importância dada a esses dispositivos se deve ao fato de eles tanto auxiliarem na velocidade e precisão dos cálculos, quanto incorporarem métodos já conhecidos e difundidos no período.

Desse modo, o objetivo geral deste texto, descrever as relações existentes entre dois métodos multiplicativos desenvolvidos ao longo da história e dois

instrumentos matemáticos descritos no tratado *Rabdologiae* de John Napier, pôde ser alcançado por meio da abordagem qualitativa e dos procedimentos da pesquisa documental, que possibilitaram a apresentação de características matemáticas e históricas tanto dos instrumentos quanto dos métodos.

Assim, destaca-se a importância de pesquisas que se aprofundem nas influências que Napier sofreu, de modo que se torne possível a compreensão de quais obras do período foram apropriadas por esse autor para o desenvolvimento desses aparatos, sendo a busca dessas evidências um pilar fundamental da construção de uma narrativa histórica orientada por uma vertente historiográfica atualizada.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, J. P. de. **Um estudo das operações de multiplicação e divisão realizadas no Tabuleiro de Xadrez de John Napier para a formação inicial de professores que ensinam matemática**. 2024. 185 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico ou Profissional em 2024) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2024
- ALMEIDA, J. P. de; RIBEIRO, P. H. S.; PEREIRA, A. C. C. TABULEIRO DE XADREZ DE JOHN NAPIER: uma Tabela de Multiplicações. **Seminário Temático Internacional**, [S. l.], v. 1, n. 1, p. 1–9, 2024.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2018. pp. 111 – 124.
- CRAIGE, W.; AITKEN, A. J. (ed.). **A Dictionary of the Older Scottish Tongue**: from the twelfth century to the end of the seventeenth. Chicago: The University of Chicago Press, 1974. Volume III
- HENRY, J. **Revolução científica e as origens da ciência moderna**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.
- JOSEPH, G. G. **The crest of the peacock**: non-european roots of mathematics. 3. ed. Princeton: Princeton University Press, 2011.
- MARTINS, E. B. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das Barras de Calcular de John Napier descritas no tratado Rabdologiae de 1617**. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019
- NAPIER, John. **A Plaine Discovery, of the whole Revelation of Saint John**: set down in two treatises: the one searching and proving the true interpretation thereof:

the other applying the same paraphrastically and historically to the text. Edimburgo: Robert Waldergrave, 1593

NAPIER, J. **Mirifici logarithmorum canonis descriptio**: ejusque usus, in utraque trigonometria; ut etiam in omni logistica mathematica, amplissimi, facillimi, & expeditissimi explicatio. Edimburgo: Andrew Hart, 1614.

NAPIER, J. **Logarithmorum canonis constructio**: seu arithmeticarum supputationum mirabilis abbreviatio. eiusque usus in utraque trigonometria, ut etiam in omni logistica mathematica, explicatio. Edimburgo: Andrew Hart, 1619.

NAPIER, J. **Rabdologiae, seu numerationis per virgulas libri duo**: cum appendice de expeditissimo multiplicationis promptuario. quibus accessit & arithmeticae localis liber unus. Edimburgo: Andrew Hart, 1617.

NAPIER, J. **De Arte Logistica**. Edimburgo: [S. N], 1839.

NAPIER, J. *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas*: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus. In: RICE, Brian; GONZÁLEZ-VELASCO, Enrique; CORRIGAN, Alexander. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017. p. 652-749.

PACIOLI, L. **Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita**. Veneza: Paganino Paganini. 1494.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição. Editora Feevale, 2013.

RIBEIRO, P. H. S.; PEREIRA, A. C. C. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuario para a formação de professores. **Revista de Instrumentos, Modelos e Políticas em Avaliação Educacional**, v. 4, 2023.

RICE, B.; GONZÁLEZ-VELASCO, E.; CORRIGAN, A. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017. pp. 1-60.

RICE, B.; John Napier. In: RICE, B.; GONZÁLEZ-VELASCO, E.; CORRIGAN, A. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017. pp. 1-60.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SWETZ, F. **Capitalism and Arithmetic**: the new math of the 15th century including the full text of the Treviso arithmetic of 1478. Illinois: Open Court, 1987.

TREVISO, A. de. Treviso Arithmetic. In: SWETZ, F. **Capitalism and Arithmetic**: the new math of the 15th century including the full text of the Treviso arithmetic of 1478. Illinois: Open Court, 1987. pp. 37 – 175. Tradução de David Eugene Smith.

CAPÍTULO 9

A MANIPULAÇÃO DO INSTRUMENTO CIRCLES OF PROPORTION POR MEIO DE UMA UBP NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA⁵⁶

Verusca Batista Alves

Marina Oliveira Tavares

Estudos⁵⁷ referentes à formação inicial de professores de Matemática têm buscado contribuir para sua prática pedagógica, no intuito de levar novas propostas metodológicas para as aulas desse campo de conhecimento. Tais pesquisas apontam que, nessa formação, ainda há um distanciamento entre teoria e prática, além da predominância de um modelo tradicional de ensino, fazendo com que o professor, depois de formado, mantenha essa tendência na sua prática. Gatti *et al.* (2019, p. 71) discutem alguns pontos que julgam importantes a respeito de mudanças na formação inicial,

[...] a prática como componente curricular, a pesquisa como elemento formativo, desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, a compreensão do processo de construção do conhecimento, a necessária articulação universidade-escola, a tomada da educação básica como eixo de referência dessa formação, o uso das tecnologias educacionais, a interdisciplinaridade, o estímulo às instituições para que elaborem projetos com características próprias, renovando suas perspectivas (Gatti *et al.*, 2019, p. 71).

Além desses argumentos, a formação inicial do professor de Matemática tem se preocupado com o conteúdo e com a forma como o licenciando compreende e desenvolve significados a respeito dos conhecimentos matemáticos. Esse tem sido o foco de algumas perspectivas que articulam a História da Matemática na/para a formação de professores⁵⁸.

⁵⁶Este estudo é decorrente de pesquisas de Mestrado, iniciado em 2024, e de Doutorado, iniciado em 2023, ambos orientados pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, docente do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará - UECE.

⁵⁷Leite e Garcia (2018), Nóvoa (2017) e Gatti *et al.* (2019) desenvolveram estudos em que buscam investigar a formação inicial de professores no Brasil.

⁵⁸Para conhecer algumas dessas propostas, vide: Saito e Dias (2013), Chaquiam (2017), Mendes (2022), Pereira e Saito (2019), Pereira e Martins (2021) e Sousa (2023).

Uma delas, nomeada como interface entre História e Ensino de Matemática - IHEM, tem discutido sobre a “[...] constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática” (Saito; Dias, 2013, p. 92). A IHEM se desenvolve a partir do diálogo entre o historiador das ciências (matemática) com o educador matemático, de onde emergem recursos que podem ser articulados para finalidades didático-pedagógicas.

Esses recursos, chamados de documentos na IHEM, são fontes históricas de naturezas variadas, ou seja, podem ser “[...] um texto ou excerto de um texto, ou ainda um instrumento, um monumento, uma foto, uma imagem, uma figura, um vídeo, entre muitos outros” (Pereira; Saito, 2019, p. 5). A partir deles que se busca a realização de dois movimentos: o do contexto no qual os conhecimentos foram elaborados e o do pensamento na formação do conceito, em que

O primeiro movimento citado busca, por meio da análise do viés contextual, historiográfico e epistemológico, observar alguns aspectos referentes ao desenvolvimento do conceito matemático da seguinte forma: 1) na dimensão epistemológica, o foco permeia a compreensão de aspectos conceituais referentes àquilo que se deseja investigar. 2) a análise sob o viés historiográfico considera a vertente atualizada como forma de compreender os aspectos concernentes ao desenvolvimento do conceito. 3) a articulação dessas duas dimensões citadas à contextual se conecta para buscar expor como ocorreu o desenvolvimento dos conteúdos envolvidos na pesquisa. O segundo, o movimento do pensamento, enfoca, por meio do processo histórico, a formação do conceito matemático em si, pautando-se no objeto matemático em formação que permite a construção de ideias lógicas que compoñham o movimento do pensamento (Alves, 2019, p. 83).

Esses movimentos visam ações que articulem conhecimentos matemáticos à formação de professores de Matemática e, dessa forma, resultem em um processo que envolva a produção de atividades que se utilizam desses recursos históricos, considerados na IHEM. Nesse sentido, três pontos são considerados: nos recursos se exercem *tratamentos didáticos* com a finalidade de adaptar o material em função do ensino, com foco em uma *intencionalidade* para a execução de um *plano de ação*.

Dessa maneira, com o propósito de articular a História da Matemática com a Educação Matemática, tomando por base as orientações da IHEM, as propostas de Unidade Básica de Problematização - UBP, como exemplos de atividade investigativa, associa-se essas dimensões à IHEM como estratégia de construção de ações na/para a formação de professores, atrelando a mobilização de conceitos matemáticos,

mediante problematizações relacionadas a uma prática social histórica. Conforme Miguel e Abreu Mendes (2021, p. 131, grifo dos autores) definem:

A rigor, uma UBP não é um artefato metodológico, mas sim um *flash discursivo memorialístico* que descreve uma prática situada (no exemplo aqui considerado, a prática de construção de aquedutos) em um campo de atividade humana (no exemplo aqui considerado, a atividade da construção de obras públicas) que, por alguma razão, é eleita como objeto de problematização [...].

Diante disso, como forma de mobilizar os conceitos matemáticos inseridos na prática social, neste capítulo apresentamos uma proposta de UBP articulada aos elementos da interface entre história e ensino de Matemática⁵⁹, a partir de um instrumento de cálculo do século XVII, o *Círculos de Proporção* e o tratado que versa sobre o objeto.

CÍRCULOS DE PROPORÇÃO E O TRATADO

Os séculos XVI e XVII, na região londrina, foram marcados por mudanças em relação a aspectos sociais, econômicos, políticos e também na renovação sobre a concepção do que se entendia como ciência⁶⁰. O termo “ciência”, naquela época, estava relacionado ao mundo natural e era alusivo ao desenvolvimento de concepções movidas pelo interesse em compreender, manipular e controlar as propriedades do mundo natural (Harkness, 2007).

Nesse meio, um ofício de importante necessidade que estava em voga era o da fabricação de instrumentos, realizada por artesões que a literatura chama de praticantes de matemática, um “[...] grupo de estudiosos ingleses que se dedicavam às matemáticas práticas, fabricando instrumentos e escrevendo tratados” (Saito, 2015, p. 172). Eles detinham o saber-fazer e sua atividade não requeria formação acadêmica, ou seja, o ofício era repassado entre gerações a partir da própria prática. Um importante fabricante de instrumentos foi Elias Allen (c. 1588-1653), que assinou a confecção de vários desses objetos e foi considerado o primeiro praticante a viver somente desse ofício. Além disso, junto a esses instrumentos, foram publicados

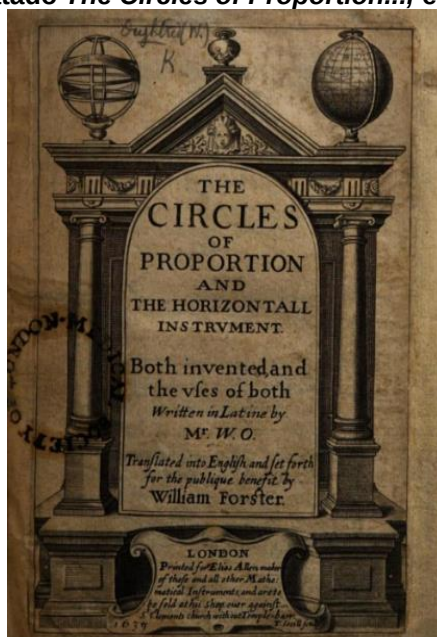
⁵⁹Nesse estudo, utilizamos a concepção de interface discutida por Saito e Dias (2013) e Pereira e Saito (2019) no estudo histórico, epistemológico e contextual. Já na produção da atividade, baseamo-nos na UBP de Miguel e Abreu Mendes (2021).

⁶⁰Saito (2015, p. 30) esclarece que “[...] antes do século XIX ainda não existiam ‘cientistas’ e ‘matemáticos’ profissionais embora existisse um corpo de conhecimentos que possamos reconhecer como ‘ciência’ e ‘matemáticas’”.

tratados sobre os objetos e os diversos conhecimentos do período, normalmente vinculados ao uso do instrumento.

Um desses instrumentos foi o Círculos de Proporção e seu tratado, intitulado de *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment* (Figura 1), que foi manuscrito em 1622 e publicado posteriormente em 1632, cuja autoria pertence a William Oughtred (1574 –1660), um clérigo inglês que se dedicava à vida religiosa e também ao estudo das artes⁶¹.

Figura 1 – Tratado *The Circles of Proportion...*, edição de (1639)



Fonte: Oughtred (1639, frontispício).

Oughtred, assim como muitos de seus contemporâneos, tinha um interesse particular no ensino, na escrita de tratados e nos instrumentos. O tratado *The Circles of Proportion...*, é considerado um de seus principais escritos. Inclusive, no que diz respeito à fabricação dos Círculos de Proporção de Oughtred, Elias Allen assinou vários exemplares.

Seu tratado articula vários conhecimentos do período, tais como aritméticos, geométricos, trigonométricos, astronômicos e de navegação. Além disso, trata também a respeito de um instrumento de cálculo, composto por duas faces, sendo uma o instrumento horizontal e a outra os Círculos de Proporção (Figura 2), o qual apresentamos aqui.

⁶¹Durante o século XVI, o componente básico da formação era concentrado na Faculdade de Artes, que se referia às artes liberais, ou seja, ao *Trivium* e ao *Quadrivium* (Dear, 2001).

Figura 2 – Círculos de Proporção (1650), com ampliação das escalas



Fonte: Adaptado de *National Museum of Scotland* (2024).

O instrumento Círculos de Proporção, foco deste capítulo, é um artefato que realiza cálculos por meio de proporção e de logaritmos. A respeito de sua constituição, ele é composto por oito círculos concêntricos, graduados com escalas de seno, tangente e escalas logarítmicas, além de possuir dois indicadores chamados de Braço Antecedente e Braço Consequente, utilizados na realização dos cálculos⁶².

UNIDADE BÁSICA DE PROBLEMATIZAÇÃO - UBP E A CONSTRUÇÃO DE UMA PROPOSTA

A investigação em Matemática é discutida por Ponte *et al.* (2016, p. 9), ao descreverem que, no âmbito do ensino de Matemática, investigar não necessariamente precisa ser um problema de dificuldades maiores, mas “[...] significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta”. Nesse âmbito, temos a investigação em História da Matemática, por meio de atividades investigativas que instigam a criticidade e a reflexão nas aulas de Matemática, convidando ao exercício do pensar. Sobre essas propostas didáticas, Mendes (2009, p. 9) afirma que:

O uso da investigação histórica no ensino de Matemática por meio de atividades pressupõe que a participação efetiva do aluno na construção de seu conhecimento escolar constitui-se um aspecto preponderante nesse procedimento didático, pois o ato de ensinar/aprender ocorre nas relações interativas entre professor e alunos e entre alunos, que podem ser integradas na exploração de atividades investigatórias.

⁶²Para conhecer em mais detalhes a respeito da estrutura dos Círculos de Proporção, vide Alves (2019).

Dessa forma, percebemos que essa investigação em História da Matemática, articulada ao ensino como uma contribuição à formação inicial de professores de Matemática, traz elementos que não são elencados como importantes nas aulas de Matemática, tais como cultura e contexto histórico de um conceito matemático, de modo a demonstrá-los como construções humanas, e não apenas como formulações abstratas.

Assim, a fim de inserir as atividades investigativas na formação inicial do professor de Matemática, utilizamos as propostas de UBP, as quais articulam a História e o Ensino de Matemática, utilizando-os no resgate de práticas socioculturais históricas. Esse movimento é feito a fim de trazer os conceitos mobilizados por meio da história para os dias atuais, atrelando-os a elementos do cotidiano do aluno, ou seja, resgatando essa prática para a vivência em sala de aula, a fim de construir o conhecimento acerca dos conceitos matemáticos por meio da investigação.

As práticas socioculturais aqui citadas, dentro das propostas de UBP, são fundamentais para a construção do conhecimento acerca dos conceitos matemáticos a serem estudados durante a resolução das problematizações. Elas se caracterizam por terem sido realizadas em diferentes campos da atividade humana, de modo a atender à demanda de uma comunidade em determinado período da história (Miguel; Abreu Mendes, 2021).

Para este estudo, realizamos alguns procedimentos na construção de uma proposta voltada para um curso de formação inicial de professores de Matemática. A UBP foi construída por meio da prática sociocultural realizada com a manipulação do instrumento *Círculos de Proporção*, orientada sob o texto histórico do tratado, no intuito de mobilizar conhecimentos acerca dos conceitos de logaritmos.

Assim, a fim de construirmos a proposta, realizamos o seguinte passo a passo, baseados em alguns critérios explicitados por Tavares (2018):

1. Selecionamos a prática sociocultural realizada por meio das manipulações feitas com o instrumento matemático;
2. Resgatamos tal prática e trazemos para a atualidade, relacionando a uma vivência do cotidiano escolar do professor;
3. Após os resgates e relações com a sala de aula, mobilizamos os conhecimentos acerca do contexto histórico e cultural do período em que se construiu o instrumento, de modo a realizar essa interface entre História e Ensino de Matemática, os quais são importantes para a construção dos

conceitos acerca da manipulação do instrumento, sendo esta classificada como “Problematização histórica”;

4. A “Problematização” voltada para o cotidiano foi construída como uma vivência de sala de aula, em que o professor que utilizar a proposta convida os alunos ao exercício do pensar quanto à manipulação do instrumento, a fim de mobilizar os conceitos acerca dos logaritmos;
5. Após esse momento, construímos as “Linhas discursivas”, compostas por problemas que levassem a uma discussão, e não apenas à resolução de atividades de modo formalizado. Mas, nesse momento, com as discussões propostas, os conceitos foram construídos e formalizados ao final da problematização.

Dessa forma, no tópico a seguir apresentamos os resultados dos procedimentos realizados para a construção da proposta de UBP voltada para a formação dos licenciandos em Matemática, com as problematizações feitas a partir da investigação do tratado de William Oughtred (1632) e da manipulação do instrumento de cálculo do século XVII, os Círculos de Proporção.

UBP CONSTRUÍDA A PARTIR DA MANIPULAÇÃO DO INSTRUMENTO HISTÓRICO

Essa proposta foi construída para ser aplicada junto a licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará - UECE, durante um curso de extensão universitária, com o intuito de refletir sobre os conhecimentos relacionados ao conteúdo de logaritmos, a partir do manuseio do instrumento abordado. Buscamos trazer à tona o estudo da História da Matemática, contemplando não só o conhecimento matemático na manipulação do instrumento, mas também o contexto social, cultural e histórico em que está inserido, refletindo acerca dele e do tratado no qual está inserido.

Quadro 1 - A manipulação do instrumento Círculos de Proporção

Comentários iniciais	
Os instrumentos de cálculo do século XVII incorporam em si diversos conhecimentos matemáticos que refletem o <i>saber-fazer</i> de um período. O instrumento Círculos de Proporção , sendo um desses artefatos, por exemplo, articula, quando manuseado, conhecimentos que podem ser caracterizados como aritméticos, algébricos e trigonométricos. Desse modo, com o intuito de compreender a respeito de um desses conhecimentos, os logaritmos, a partir da leitura proposta, trabalharemos com o resgate de uma prática social como indutora de reflexões para ressignificação de conceitos matemáticos.	
Objetivos	
Objetivo geral:	

Formular o conceito de logaritmos a partir de uma prática social, por meio de problematizações no formato de uma Unidade Básica de Problematização - UBP.

Objetivos específicos:

- Estabelecer, a partir da leitura do excerto, os conhecimentos matemáticos associados ao manuseio do instrumento;
- Relacionar os conhecimentos matemáticos observados nos Círculos de Proporção, durante a ação do seu manuseio;
- Ressignificar o conceito de logaritmos a partir do manuseio dos Círculos de Proporção.

Procedimentos

1ª etapa – Familiarizando-se: Nessa etapa, a docente deve apresentar a estrutura da atividade, explicando o presente quadro e como ocorrerá o desenvolvimento das ações; é importante deixar claro que a docente terá papel mediador durante a atividade; os discentes devem ser organizados em equipes de, no máximo, quatro componentes, assim como conhecer as informações e materiais dispostos para o desenvolvimento da atividade.

2ª etapa – Leitura do excerto: Em grupo, seguindo as orientações da docente mediadora, fazer uma primeira leitura do capítulo II de *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment*, parte da problematização histórica; uma segunda leitura deve ser executada, mediando-se pelas linhas discursivas apresentadas. A leitura deve ser repetida quantas vezes forem necessárias para compreender o que expõe o tratado e possibilitar uma coerente reflexão sobre o que diz o escrito.

3ª etapa – Manuseio do instrumento: De posse do instrumento reconstruído e em grupo, seguindo as orientações da docente, os estudantes devem organizar-se para manusear o instrumento de acordo com o texto de William Oughtred (1632). O manuseio deve ser executado e observado em conjunto, para possibilitar diferentes percepções e reflexões sobre a ação.

Problematização histórica

Os séculos XVI e XVII, na Inglaterra, foram marcados por diversas mudanças nos contextos social, político, econômico e científico, influenciados, dentre outros, pelo interesse que a coroa tinha na construção e organização de defesas e na expansão marinha. Esse cenário também promoveu a necessidade de profissionais que fossem capacitados a trabalhar com a fabricação de instrumentos que pudessem facilitar as atividades de profissionais de diversos segmentos, como a navegação, a astronomia, a agrimensura e comerciantes em geral.

Londres, por exemplo, estava situada na região sudeste da Inglaterra, tendo sido um ambiente que teve grandes vantagens para seu crescimento, graças a sua localização. Sua principal zona comercial ficava às margens do rio Tâmisa, que logo passou de um pequeno centro urbano para a segunda maior cidade Europeia no século XVII.

Foi nesse contexto em que viveu o clérigo inglês William Oughtred (1574-1660). Apesar de dedicar grande parte de sua vida às atividades religiosas, ele também era um estudioso que tinha interesse nas artes liberais, em específico, as matemáticas.

Um de seus tratados, *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment*, de 1632, organizou diversas temáticas sobre Astronomia, Aritmética, Geometria, Trigonometria e Navegação. Nessa obra, ele também falou a respeito de alguns instrumentos de cálculo, como o *Circles of Proportion*, que realiza cálculos por meio da proporção com base nos seguintes procedimentos constantes no segundo capítulo de sua obra.

CAPÍTULO II

DA OPERAÇÃO DA REGRA DE PROPORÇÃO E, TAMBÉM, DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

1. **Teorema:** *Se de três números dados, o primeiro divide o segundo e o quociente multiplica o terceiro; o produto será o quarto proporcional aos três números dados.*

Teorema: *Se de três números são dados, o segundo divide o primeiro e o quociente divide o terceiro; este último quociente será o quarto proporcional, aos três números dados.*

Também não é importante se os dois números após o primeiro serem segundo ou o terceiro.

2. *E note na Proporção Recíproca, aquele termo pelo qual a pergunta é feita; Mas, na Proporção Direta, o termo que é homogêneo a isso é o primeiro termo, ou o antecedente da primeira proporção.*

3. *E, portanto, a partir desses fundamentos assim estabelecidos, (se você corretamente conceber*

a natureza dos Logaritmos), segue-se a descoberta do quarto proporcional por este Instrumento, do qual esta é a Regra.

Abra os braços do Instrumento à distância do primeiro e do segundo número: depois traga o braço antecedente, ou aquele que permaneceu sobre o primeiro número até o terceiro, e assim o braço consequente, mantendo a mesma abertura, mostrará o quarto número procurado.

Em que, [a] operação dessas quatro coisas são minuciosamente consideradas:

Primeiro, em constituir os lugares de cada número no quarto círculo se os algarismos escritos no espaço indicam **unidades, dezenas ou centenas** etc.

Em segundo lugar, se aquele braço que mostra o quarto proporcional, ultrapassa a *linha do Raio*; então você conta o quarto [proporcional] em um novo círculo ou grau.

Em terceiro lugar, se o quarto número procurado deveria ser maior ou menor que o terceiro. Pois se um quarto número for oferecido maior que o terceiro, quando deveria ser menor ou menor que o terceiro quando deveria ser maior, é um sinal de que esse número pertence a um círculo de outro grau.

Em quarto lugar, olhamos qual a verdadeira distância entre o primeiro e o segundo, estando supostamente entre o terceiro e o quarto, e também na mesma parte.

4. *E por causa da Multiplicação e Divisão, temos [uma] certa proporção implícita: falaremos deles em primeiro lugar.*

5. *Na multiplicação, como uma unidade é um dos fatores (de números serem multiplicados) assim é o outro, como os fatores para o produto.*

$$1.5 :: 4.20$$

E o produto de dois números terá tantos lugares como os dois fatores, quanto menos deles exceder, tantos dos primeiros números do produto: Mas se não exceder, terá um a menos.

6. *E na Divisão, como o Divisor é para uma Unidade; assim é o Dividendo, para o Quociente.*

$$5.1 :: 4.\frac{4}{5}$$

E o Quociente terá tantos lugares, como o Dividendo tem mais que o Divisor, se o Divisor exceder tantos [lugares] dos primeiros números do Dividendo, mas se não exceder, terá um lugar a mais.

7. *Portanto, tenha esta regra cuidadosamente em mente: que na Multiplicação o primeiro termo da proporção implícita é sempre 1: E na divisão, o primeiro termo é o Divisor.*

E, assim, a respeito das operações de Proporção, Multiplicação e Divisão, pensei em me encontrar para aconselhar, menos daqui em diante, Multiplicando ou Dividindo ou buscando uma quarta proporcionalidade, [pois] somos obrigados a repassar as mesmas coisas muitas vezes.

8. *Um exemplo de multiplicação.*

Quantos centavos (pence) existem em 47^{li} 63 [+]^{9sh} 64? Pois, como 1 xelim contém 12 centavos e 1 libra contém 20 xelim, isto é, 240 centavos, [então] você deve multiplicar 47 por 240 e 9 por 12 e, em seguida, somar os produtos.

Na primeira Multiplicação

$$1.47 :: 240.11280$$

Defina o braço do indicador em 1 e 47 no quarto círculo; e então traga o braço antecedente (que ficou em 1) até 240, e o braço consequente mostrará 11280.

Novamente na segunda multiplicação

$$1.9 :: 12.108$$

Defina os dois braços do indicador em 1 e 9 no quarto círculo; e traga o braço do antecedente para o 12 e o braço consequente mostrará 108. Por último, adicione 11280 e 108 e a soma 11388 será o número de centavos contido na referida soma de 47^{li} [e] 9^{sh}.

9. *Um exemplo de divisão.* Quantas libras e xelins existem em 11388 centavos? Divida 11388 por 240 [e] a divisão é assim.

$$240.1 :: 11388.47,5$$

Defina os dois braços do indicador em 240 e 1 no quarto círculo e, em seguida, traga o braço antecedente (que ficou em 240) até 11388 e o braço consequente mostrará 47 e quase uma metade.

Mas quantos xelins esse excesso conterà? Se primeiro você pleitear pela multiplicação que 11280 centavos estão contidos em 47^{li} que subtraiu de 11388, restará o excesso de 108 centavos. Depois, por divisão, você pode procurar quantos xelins estão em 108 centavos [e] a divisão é assim.

$$12.1 :: 108.9$$

⁶³Referencia-se à *Libra* (do Latim: *Libra*, do Inglês: *Pounds*). Unidade monetária.

⁶⁴Referencia-se ao *Xelim* (do Inglês: *Shilling*). Unidade monetária que foi utilizada nas ex-colônias britânicas, atualmente vigentes em outras nações.

Defina os braços do indicador em 12 e 1 [e] então traga o braço antecedente (que estava em 12) até 108 e o braço consequente mostrará 9.

10. *Qualquer fração dada pode ser reduzida a partes decimais nestas condições.*

Defina o braço antecedente do indicador no *Denominador da Fração dada*, no quarto círculo, e o braço consequente no *Numerador*, [e] mantendo a mesma distância, coloque o braço antecedente em 1, e o braço consequente mostrará as *partes decimais*.

Então; $\frac{390}{520}$; é 0,75. E $\frac{19}{48}$ é 0,396

Oughtred (1632, p. 5-8, grifos do autor, tradução nossa).

Problematização

Na sua turma do 1º ano do Ensino Médio, os alunos estão tendo dificuldades em compreender o conceito de logaritmos. Você notou que, no recurso histórico que estudou em seu curso de Licenciatura em Matemática, o tratado de Oughtred (1632), há uma parte sobre os logaritmos no manuseio do instrumento Círculos de Proporção e vê uma oportunidade de resgate de uma prática social, para desenvolver com sua turma um novo pensamento a respeito dos logaritmos. Para isso, você se reuniu com seus colegas professores de Matemática para discutir alguns pontos importantes e montar sua aula utilizando esse recurso histórico.

Linhas discursivas

A partir das orientações da docente, após a leitura do excerto e em grupo, reflitam sobre as seguintes questões:

Sobre a leitura do excerto:

- 1) Que conhecimentos matemáticos são possíveis de se identificar a partir da leitura do excerto? De que modo eles aparecem?
- 2) Como está organizado o conhecimento no escrito?
- 3) Como você classificaria esses conhecimentos?

Sobre o manuseio do instrumento:

- 4) Qual a função dos indicadores no instrumento?
- 5) Como você posicionou os indicadores?
- 6) Baseado nos procedimentos anteriores, quais percepções você teve com relação aos valores encontrados no instrumento?
- 7) Formalize matematicamente os valores encontrados no instrumento de modo a relacioná-los.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

A partir dessa proposta didática, em cada linha discursiva das problematizações objetivamos a mobilização de conhecimentos matemáticos que possam auxiliar nos processos de significação de novos conhecimentos ou na ressignificação ou reinterpretação de conhecimentos já adquiridos, contribuindo para a prática pedagógica do professor de Matemática em formação de maneira ativa, tanto de forma individual quanto coletiva.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades propostas no modelo de uma UBP buscam dialogar com a investigação em História da Matemática, trazendo para o ensino métodos que demonstrem a Matemática como uma construção humana e não como uma mecanização na mobilização de conceitos que privilegiam a reprodução e a memorização em sala de aula, tornando possível contribuir com a formação inicial de professores.

Assim, a presente atividade convida os professores em formação para o exercício do pensar, a partir da manipulação de um instrumento de cálculo histórico e do estudo de um excerto do tratado que versa sobre o objeto, por meio de propostas didáticas, como possibilidade para sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALVES, V. B. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

CHAQUIAM, M. **Ensaio temáticos: história e matemática em sala de aula**. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

DEAR, P. **Revolutionizing The Sciences: European Knowledge and Its Ambitions, 1500-1700**. New Jersey: Princeton University Press, 2001.

GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. de S.; ANDRÉ, M. E. D. A. de; ALMEIDA, P. C. A. de. **Professores do Brasil: novos cenários de formação**. Brasília: UNESCO, 2019.

HARKNESS, D. E. **The Jewel House: Elizabethan London and the Scientific Revolution**. London: Yale University Press, 2007.

LEITE, Á. E.; GARCIA, N. M. D. A formação inicial de professores e o livro didático de Física: passos e descompassos. **Ciência & Educação (Bauru)**, [S.L.], v. 24, n. 2, p. 411-430, abr. 2018. FapUNIFESP (SciELO).

MENDES, I. A. **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MENDES, I. A. **Usos da História no Ensino de Matemática: reflexões teóricas e experiências**. São Paulo: Livraria da Física, 2022.

MIGUEL, A.; MENDES, I. A. Mobilizando histórias na formação inicial de educadores matemáticos: memórias, práticas sociais e jogos discursivos. **REMATEC**, Belém, v. 16, p. 120–140, 2021.

NÓVA, A. **Um novo modelo institucional para a formação de professores na Universidade Federal do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro: Complexo de Formação de Professores, 2017.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment**. London: Elias Allen, 1632.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment**.

London: Elias Allen, 1639.

PEREIRA, A. C. C.; MARTINS, E. B. M. **Investigações científicas envolvendo a história da matemática sob o olhar da pluralidade**. Curitiba: CRV, 2021.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, [S. L.], v. 13, n. 25, p. 342–372, 2019.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3. ed. rev. ampl.; 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação (Bauru)**, [S.L.], v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013. FapUNIFESP (SciELO).

SOUSA, G. C. de. **Aliança entre história da matemática e tecnologias digitais na educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

TAVARES, M. O. **A inserção da Unidade Básica de Problematização no ensino de matemática por meio de atividades investigativas**: um estudo a partir da obra Matemática Lúdica de Leon Battista Alberti (1404 – 1472). 2018. 97 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Estadual do Ceará, Centro de Ciências e Tecnologia, Graduação em Licenciatura em Matemática, 2018.

CAPÍTULO 10

PROBLEMA DO XADREZ EM A CRONOLOGIAS DAS NAÇÕES ANTIGAS DE AL-BIRUNI COMO PROPOSTA DE OBJETO DE APRENDIZAGEM

Maria Luíza dos Santos

Giselle Costa de Sousa

Por muito tempo, o acesso a bibliografias que retratem personagens da história da matemática islâmica medieval e suas contribuições foram escassas, sobretudo em língua portuguesa (Santos, 2024). Esse cenário representa uma das motivações para o desenvolvimento de uma pesquisa de mestrado em fase de conclusão no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - PPGECONM/UFRN, intitulada O Problema do Xadrez na Obra de al-Biruni: Uma Proposta de Objeto de Aprendizagem na Formação de Professores. Assim, o objetivo deste capítulo é o de relatar os procedimentos e alguns resultados da pesquisa citada.

Nesse sentido, em tal trabalho procuramos utilizar conhecimentos de natureza matemática, mobilizados no fragmento *The Chess Problem* (utilizaremos a tradução: O Problema do Xadrez) presente no documento *The Chronology of Ancient Nations* (utilizaremos a tradução: A Cronologia das Nações Antigas) de al-Biruni (973-1048) para produzir um Objeto de Aprendizagem - OA para a Matemática. O OA almejado foi desenvolvido com base na aliança entre História da Matemática e tecnologias digitais (Sousa, 2023), com a expectativa de poder aplicá-lo em uma turma de formação inicial de professores.

Dessa forma, durante o decorrer da pesquisa buscamos responder à seguinte pergunta: Como um estudo histórico-matemático do problema do xadrez de al-Biruni pode ser transformado em um Objeto de Aprendizagem para a matemática? Para isso, estabelecemos o seguinte objetivo geral: Produzir um Objeto de Aprendizagem que explore a solução do problema do xadrez de al-Biruni, na perspectiva da aliança entre história da matemática e tecnologias digitais na educação matemática. A fim de cumprir com o objetivo proposto, adotamos uma metodologia qualitativa de procedimentos bibliográfico e documental, associada a procedimentos práticos experimentais.

METODOLOGIA

Como já citado na seção anterior, adotamos uma metodologia de abordagem qualitativa com procedimentos bibliográfico e documental na fase teórica, além de adotar a pesquisa experimental na fase prática. A metodologia qualitativa foi escolhida por ter característica subjetiva e base na compreensão e percepção humanas (Stake, 2011). Desse modo, durante o desenvolvimento deste trabalho, procuramos entender a relação entre al-Biruni, o contexto em que ele viveu e suas produções, em especial o documento *A Cronologia das Nações Antigas*, elaborado por volta do ano 1000.

O procedimento bibliográfico é definido por Kripka, Scheller e Bonotto (2015) como aquele que se apoia em fontes na intenção de produzir conhecimento sobre determinados temas. Assim, buscamos fontes que retratassem nossos principais temas: al-Biruni e seu contexto; a obra *Cronologia das Nações Antigas*; a aliança entre História da Matemática e tecnologias digitais; Objetos de Aprendizagem; e outros. Essas referências foram organizadas em pastas nos *Google Drive* e em uma planilha de bibliografias no *Excel*, associando fontes originais, primárias, secundárias, físicas e digitais, entre outras.

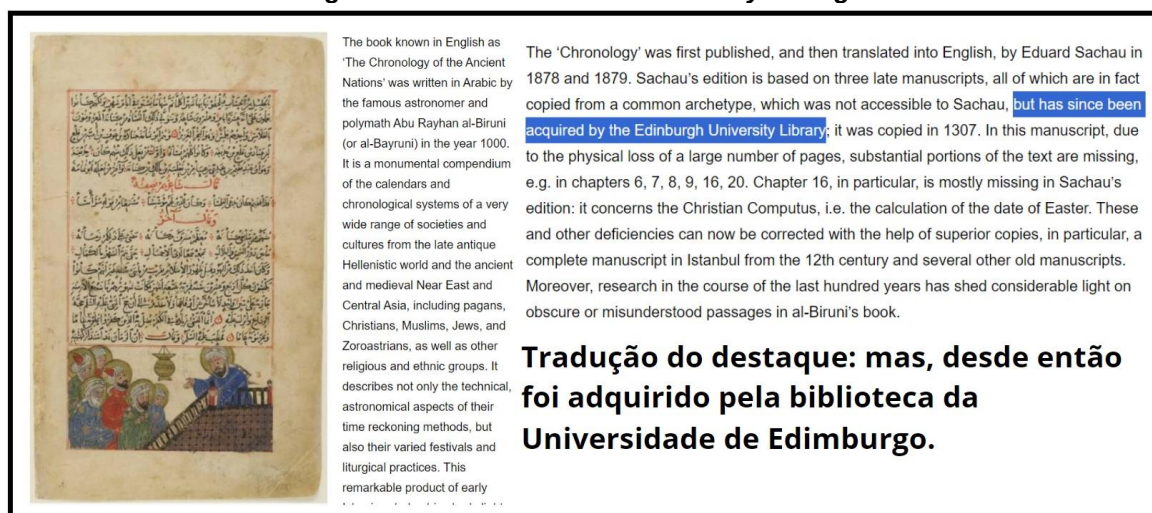
A partir dos dados coletados na pesquisa bibliográfica, selecionamos várias bibliografias sobre os assuntos supracitados e, a partir delas, chegamos a seleção do documento em estudo, a obra *A Cronologia das Nações Antigas* (Souza; Sousa, 2018). Em seguida, partimos para a pesquisa de procedimento documental que se define, segundo Oliveira (2003), pela busca de informações em documentos que não receberam nenhum tipo de tratamento. Entretanto, para dar continuidade a essa fase da pesquisa, foi necessário fazer uma busca tanto pelo documento de fonte primária quanto por sua tradução. Desse modo, chegamos a duas versões do documento que compõe a obra mencionada antes e realizamos um estudo histórico-matemático de seu conteúdo à luz de seu contexto.

Esclarecendo esse processo, inicialmente, procuramos por uma possível tradução do documento escolhido (originalmente em árabe), fazendo uma busca pelo título em inglês (*The Chronology of Ancient Nations*) no *Google Acadêmico*, onde encontramos um artigo de Broutian (2010) que citava o documento em uma nota de rodapé. A partir dessa referência, foi possível obter informações sobre uma possível tradução em inglês, já que tal referência indicava o nome do tradutor, o ano de publicação da obra traduzida e outras informações. Nesse interim, com uma busca

mais ampla (detalhada na dissertação), encontramos essa tradução na biblioteca virtual *Gallica*⁶⁵.

De posse da tradução, a pesquisa seguiu para encontrar a fonte primária do documento. Dessa forma, fizemos uma investigação ampla no *Google* com o mesmo comando de busca (*The Chronology of Ancient Nations*) e encontramos alguns fragmentos do que poderiam ser páginas digitalizadas da fonte procurada. Uma dessas imagens nos encaminhou para o site da *University College London*⁶⁶, como mostra a Figura 1, apontando a localização do documento para a *University of Edinburgh*⁶⁷.

Figura 1 – Print do site da *University College London*



Fonte: Adaptado de *University College London* (2021).

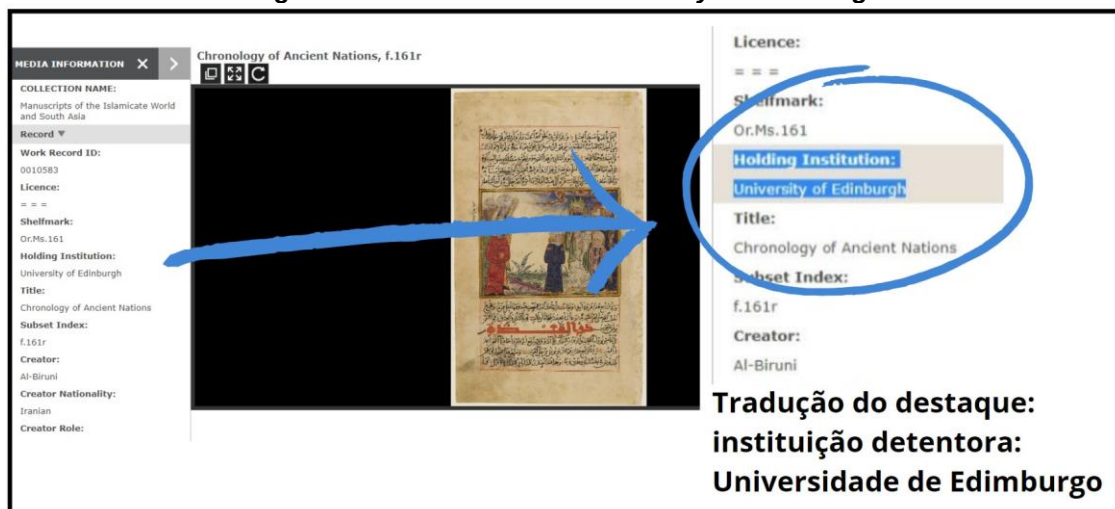
Também encontramos outra imagem que nos direcionou para o site da própria *University of Edinburgh* e apontava a mesma localização (Figura 2).

⁶⁵Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k728990?rk=21459;2>.

⁶⁶Site da *University College London*: [https://www.ucl.ac.uk/hebrew-jewish/research/research-projects/research-project-archive/calendars-late-antiquity-and-middle-ages-5#:~:text=The%20book%20known%20in%20English,Bayruni\)%20in%20the%20year%201000.](https://www.ucl.ac.uk/hebrew-jewish/research/research-projects/research-project-archive/calendars-late-antiquity-and-middle-ages-5#:~:text=The%20book%20known%20in%20English,Bayruni)%20in%20the%20year%201000.)

⁶⁷Site da *University of Edinburgh*: [https://images.is.ed.ac.uk/luna/servlet/detail/UoEsha~4~4~64050~102974:Chronology-of-Ancient-Nations,-f-16.](https://images.is.ed.ac.uk/luna/servlet/detail/UoEsha~4~4~64050~102974:Chronology-of-Ancient-Nations,-f-16)

Figura 2 – Print do site da University of Edinburgh



Fonte: Adaptado de University of Edinburgh (2021).

Desse modo, entramos em contato com a Universidade apontada via *e-mail* (que estava disponível no *site*) e, depois de algumas semanas de diálogo, conseguimos o documento de fonte primária digitalizado na íntegra. Com as duas versões, iniciamos um estudo histórico-matemático do documento e selecionamos um fragmento dele para usar seu conteúdo e produzir um OA baseado na aliança entre História da Matemática e tecnologias digitais.

Para a aplicação do nosso produto, esperamos aderir a pesquisa experimental que, segundo Guerra (2023, p. 153), tem como “[...] característica principal [...] a manipulação direta das variáveis relacionadas ao objeto de estudo, com o objetivo de compreender como e por que um fenômeno é produzido”. Nesse processo, um planejamento foi realizado e, além do OA, instrumentos de coleta de dados como questionários, registros de áudio e vídeo, bem como, diário de campo, entre outros recursos serão usados associados a materiais que comporão uma oficina em que o OA será aplicado, seguindo os procedimentos éticos permitidos pelo CEP ao qual a pesquisa foi submetida. Dessa maneira, pretendemos aplicar o produto desenvolvido em uma turma de formação inicial de professores, com um público estimado de 30 pessoas.

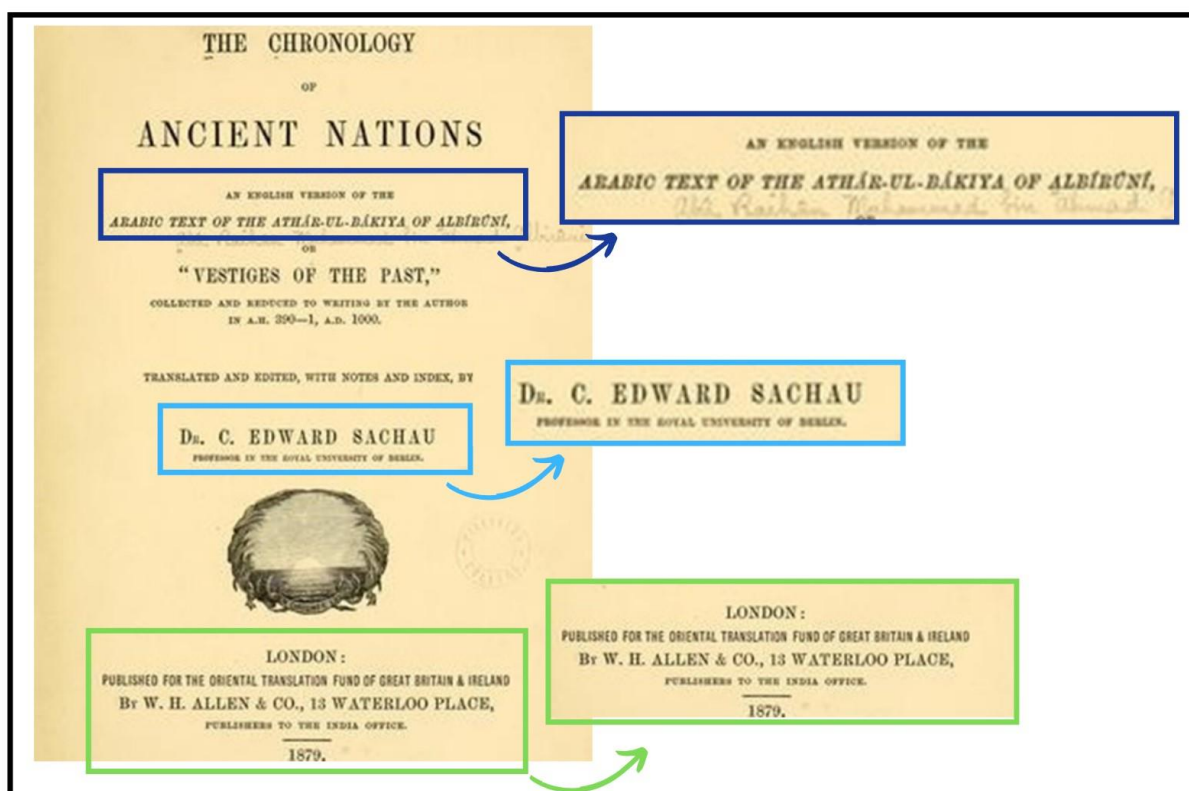
Com os procedimentos metodológicos abordados, partimos para seção onde iremos mostrar alguns resultados obtidos até o momento, sendo eles divididos em resultados da fase teórica e resultados da fase prática.

RESULTADOS

Na fase teórica, utilizamos a tradução inglesa do documento escolhido para

realizar um estudo histórico matemático em paralelo à versão do texto em árabe, em alguns momentos e, sobretudo, em complementariedade e confirmação de informações. Assim, na Figura 3, observamos alguns elementos no destaque azul claro, como o nome do tradutor, Edward Sachau, bem como o local e ano da publicação, Londres, 1879, no destaque verde. Ainda observamos que o tradutor mencionou ser uma versão inglesa do texto árabe *Athâr-ul-Bâkiya* de al-Biruni, destacado em azul marinho.

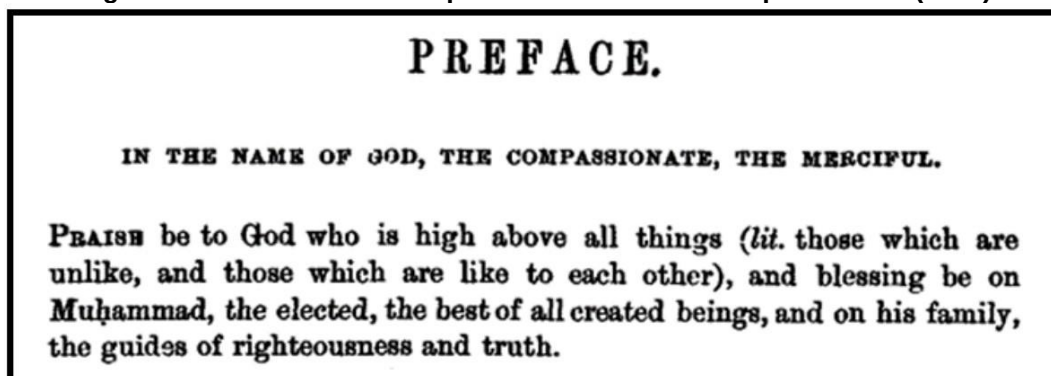
Figura 3 - Contracapa da versão inglesa do documento



Fonte: Adaptado de Sachau (1879).

Durante o estudo da obra, nos deparamos com elementos de diversos campos do conhecimento que hoje, século XXI, conhecemos por serem de natureza da geografia, história, matemática e outros. Também encontramos dados que se relacionam com seu contexto, como sua aproximação com a religião. Na Figura 4, vemos um exemplo desse cenário no prefácio traduzido por Sachau (1879), onde al-Biruni remete a uma dedicatória do trabalho a Alá, escrevendo: “*in the name of god, the compassionate, the merciful.*” (Em português: “Em nome de deus, o compassivo, o misericordioso”).

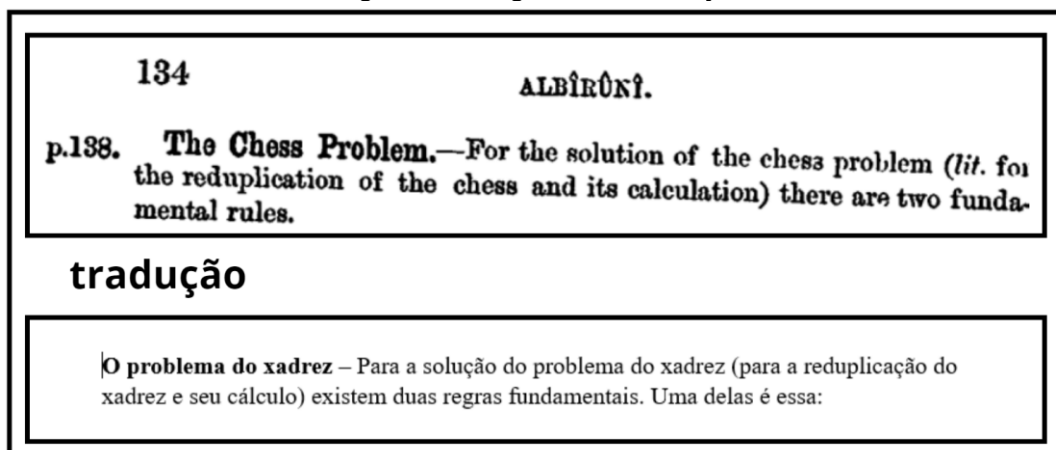
Figura 4 – “Prefácio” escrito por al-Biruni e traduzido por Sachau (1879)



Fonte: Sachau (1879).

Devido à extensão do documento, delimitamos nossa pesquisa a um fragmento que possuisse conhecimentos de natureza matemática. Assim, escolhemos uma seção intitulada de O Problema do Xadrez (Figura 5), que mostra a solução proposta por al-Biruni para tal problema.

Figura 5 – Fragmento e tradução



Fonte: Adaptado de Sachau (1879).

Neste momento, buscamos identificar que parte da versão original seria equivalente a esse fragmento. Assim, procedemos com o confronto de informações entre os materiais. Ao estudar ambas as versões do documento, notamos que, apesar de al-Biruni mostrar sua solução para esse problema, ele não define no texto que problema seria este.

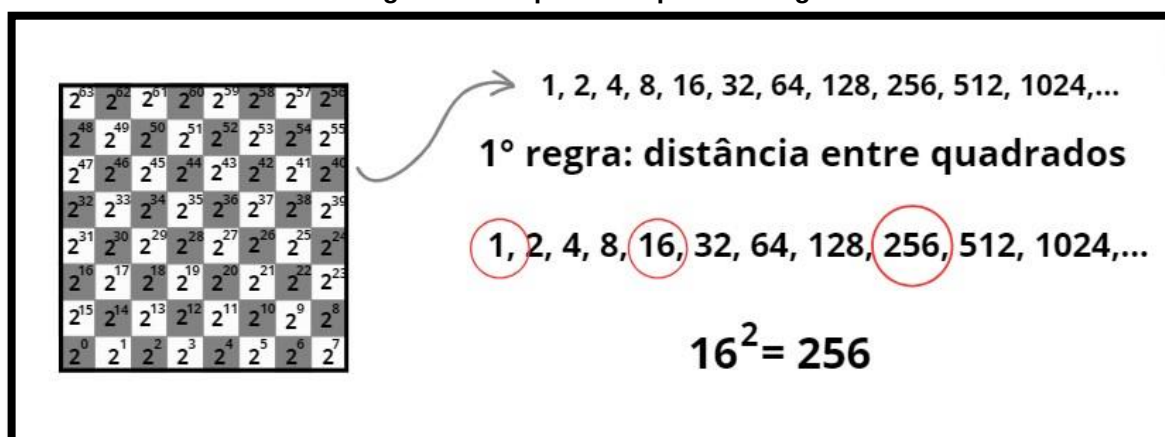
Ao consultar bibliografias sobre a história do xadrez, percebemos que há vários problemas do xadrez ao longo da história. Para definir a qual destes al-Biruni se refere, voltamos o olhar para bibliografias que tratam de al-Biruni e de seu contexto. Nelas encontramos as informações de que al-Biruni viajou para a Índia e que, na época,

circulava um problema de xadrez associado a uma lenda. Em tal problema, um número específico e muito grande aparece e este também é percebido na solução proposta por al-Biruni. Dessa forma, conseguimos identificar e inferir que o problema ao qual al-Biruni se refere, no fragmento estudado, é o problema dos grãos de trigo, cuja solução (cálculos matemáticos) e confronto com fontes secundárias nos remeteram ao número supracitado. Vale ressaltar ainda que notamos que o tabuleiro da época tinha a mesma configuração que usamos hoje, mas algumas peças, sobretudo na Índia, eram distintas, por exemplo, eles usavam o Elefante como peça (animal sagrado na Índia).

Sobre o problema, concluímos que está associado, como dito, a uma lenda que Murray (2012) descreve ser tão remota quanto qualquer registro antigo e é contada da seguinte forma: para entreter o então rei da Índia, ladava, que acabara de perder o filho na guerra, Sessa levou o jogo xadrez para apresentá-lo. Desse modo, o rei exigiu que Sessa escolhesse uma recompensa pelo jogo e, assim, ele pediu **um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro de xadrez, dois pela segunda casa, quatro pela terceira e assim sucessivamente**. A recompensa seria associada ao número de grãos das 64 casas do tabuleiro.

Como observamos, ainda na Figura 5, para solucionar o problema do xadrez, al-Biruni afirma que precisa de duas regras. A primeira regra é relativa à localização dos quadrados perfeitos na sequência formada pela quantidade de grãos de trigo, afirmando que se calcularmos o quadrado de um dos termos, a distância desse número até o quadrado dele é a mesma desse número até o primeiro termo. Observe, na Figura 6, um esquema que ilustra essa relação.

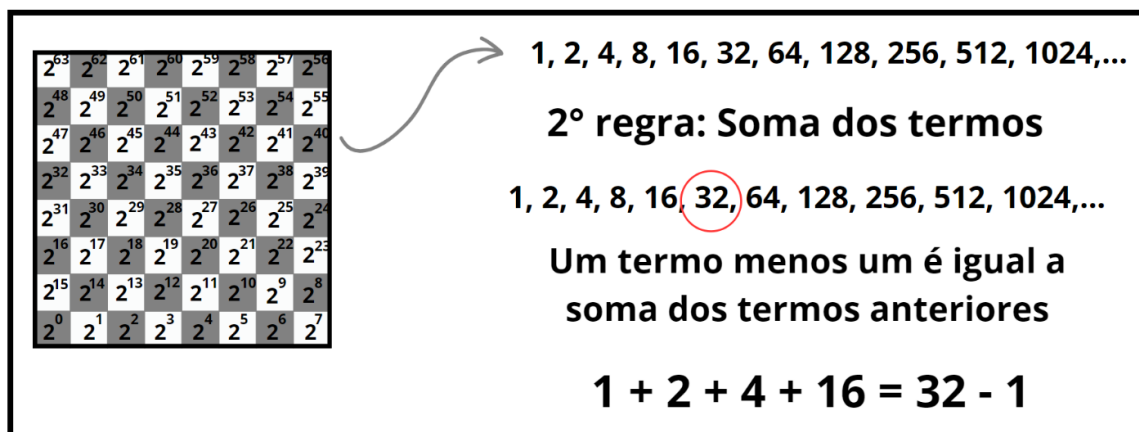
Figura 6 – Esquema da primeira regra



Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

A segunda regra é relativa à soma dos termos. Ele afirma que, ao escolhermos um termo da sequência e subtrairmos 1 desse número, temos como resultado a soma dos termos anteriores. Observe, na Figura 7, o esquema dessa regra.

Figura 7 – Esquema da segunda regra



Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

Com as duas regras esclarecidas, partimos para a solução do problema (Figura 8).

Figura 8 – Fragmento da solução do problema do xadrez

If we subtract from this sum 1, i.e. the number of the first check, the remainder is the sum of the numbers of all the checks of the chess-board. I mean that number which at the beginning of this digression we

Tradução

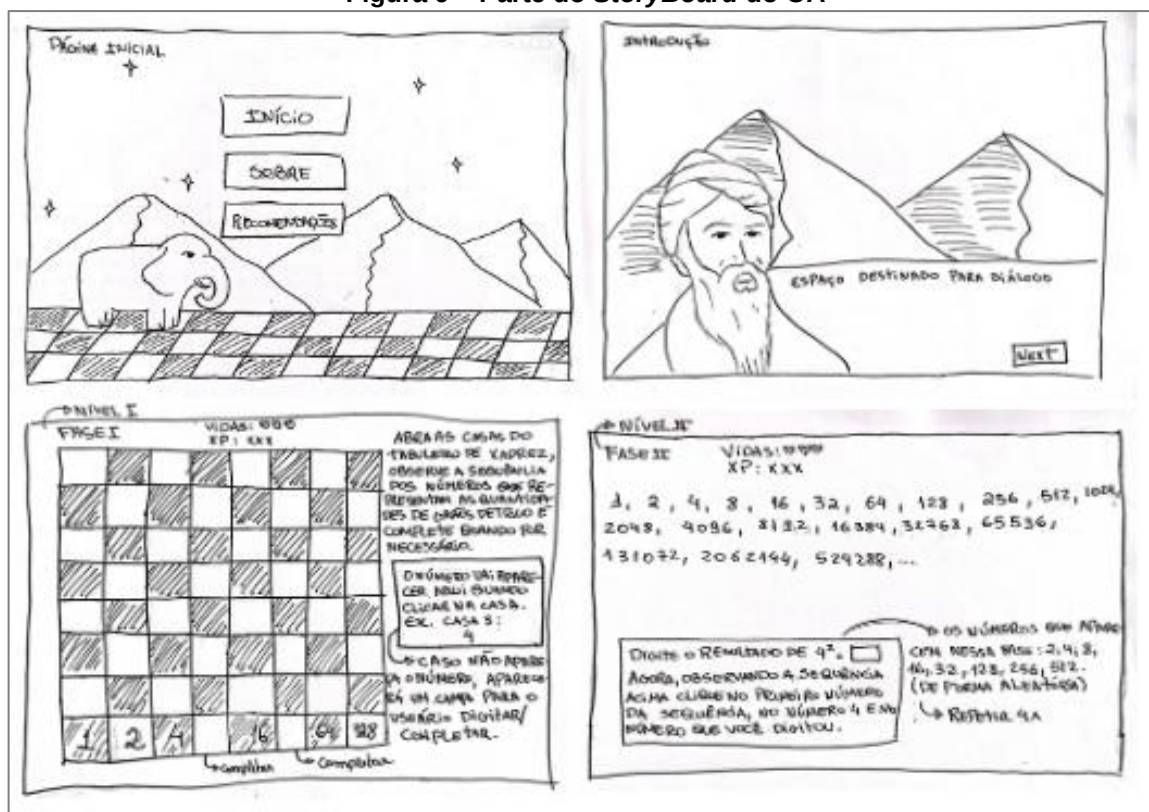
Se subtraímos dessa soma 1, isto é, o número da primeira casa, o restante é a soma dos números de todas as casas do tabuleiro de xadrez. Refiro-me que o número que no início

Fonte: Sachau (1879, tradução nossa).

De forma sintetizada, utilizando a primeira regra, al-Biruni consegue calcular a quantidade de grãos de trigo da “casa 65” do tabuleiro de xadrez, chegando no número **18446744073709551616**. Com isso, subtraindo 1 desse número (utilizando a segunda regra), encontramos a soma das casas anteriores, ou seja, a quantidade de grãos das 64 casas do tabuleiro de xadrez.

Partindo para a fase prática, utilizamos conhecimentos mobilizados no fragmento da obra para produzir um Objeto de Aprendizagem - OA, do tipo jogo digital, com base na aliança entre História da Matemática e tecnologias digitais que Sousa (2023) descreve como uma tendência que conecta História da Matemática e tecnologias digitais em prol do ensino. Para o seu desenvolvimento, fizemos uma parceria com a equipe do grupo de pesquisa que mantém a plataforma OBAMA⁶⁸ - Objetos de Aprendizagem para a Matemática do Instituto Metrópole Digital - IMD/UFRN. Nesse sentido, antes da produção do OA, foi necessário fazer um *Storyboard* (Figura 9) que consiste em um roteiro (com a utilização de imagens e informações relevantes do conteúdo do jogo) e se assemelha a uma história em quadrinhos (Vargas; Rocha; Freire, 2007).

Figura 9 – Parte do *Storyboard* do OA



Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

O OA foi planejado para ter uma tela inicial (Figura 10), uma parte de diálogo com o contexto histórico e três níveis.

⁶⁸Disponível em: <https://obama.imd.ufrn.br/>.

Figura 10 – tela inicial do OA (protótipo)



Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

Além disso, ainda inserimos botões de “sobre”, com informações relativas ao OA e seu desenvolvimento, e “recomendações”, com sugestões de uso e leituras a professores que se interessem em utilizar (elementos da pesquisa bibliográfica, aplicação e fase teórica foram usados aqui). O nível I é relativo ao processo de reduplicação descrito por al-Biruni, necessário à solução do problema do xadrez, de modo que, nessa fase do OA, o usuário precisa reconhecer que a quantidade de grãos de trigo está duplicando de acordo com as casas. O nível II do OA é relativo à primeira regra, logo, o objetivo é localizar os quadrados perfeitos no tabuleiro. O nível III é relativo à segunda regra, então o usuário vai identificar qual soma dos termos é igual ao próximo termo menos 1 e finalizar a solução com essas informações. Nessas fases, elementos da pesquisa documental também foram usados à luz do contexto e fundamentação da pesquisa. Na figura 10, podemos identificar como a tela inicial do protótipo do OA se materializou.

Atualmente, o OA está em fase de refinamento para ser aplicado e muitos elementos da Figura 10 estão sendo alterados em função de uma primeira validação, mediante a qual o OA foi submetido. Essa primeira validação consistiu em uma avaliação de professores da banca examinadora da qualificação da pesquisa. Uma das alterações recomendadas foi a substituição do plano de fundo e a organização dos botões da tela, pois a ideia era a de que aparecessem montanhas que remetesse à região de al-Biruni, mas as figuras usadas parecem com pirâmides e fogem ao contexto. Além disso, foi indicada a inserção de novos botões iniciais, além dos existentes, de modo a trazer mais elementos de um Produto Educacional e da pesquisa, com informações importantes ao usuário. Essas alterações são necessárias

para que os elementos do jogo fiquem mais fiéis ao contexto e aos objetivos do trabalho. Ressaltamos também que a figura do elefante foi escolhida porque representa uma das peças do jogo xadrez da época, elemento de referência ao contexto e à natureza do problema tratado por al-Biruni em seu trabalho.

Nesta seção, descrevemos alguns dos nossos resultados até o momento. Agora, partimos para retomada do que foi esclarecido ao longo do capítulo na seção de considerações finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como já citado, este capítulo é um recorte de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - PPGECCNM/UFRN, para a qual estabelecemos como objetivo produzir um Objeto de Aprendizagem sobre a solução do problema do xadrez por al-Biruni, na perspectiva da aliança entre História da Matemática e tecnologias digitais via Objetos de Aprendizagem. De fato, o OA foi elaborado com base nessa aliança e a partir do conteúdo do fragmento que busca solucionar o problema do xadrez proposto por al-Biruni na obra em estudo. Ressaltamos, contudo, que algumas alterações ainda estão sendo realizadas.

A expectativa é que o OA seja aplicado, pós alterações, com a devida autorização do Comitê de Ética em Pesquisa - CEP da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN, em uma turma de formação inicial de professores. A aplicação utilizará instrumentos de coleta e nos ajudará, também, a avaliar o OA. Pretendemos ainda disponibilizar nosso Produto Educacional - OA no site da plataforma OBAMA para que fique acessível a outros professores que desejem utilizá-lo.

REFERÊNCIAS

- BROUTIAN, G. **Persian and Arabic Calendars as Presented by Anania Shirkatsi**. Armênia, 2010.
- GUERRA, A. **Metodologia da pesquisa científica e acadêmica**. Revista Owl, Campina Grande, vol. 1, n. 2, p. 149-159, agosto, 2023.
- KRIPKA, R. M.; SCHELLER, M.; BONOTTO, D. de L. **Pesquisa Documental: Considerações sobre conceitos e características na pesquisa qualitativa**. CIAIQ2015, Aracaju, vol. 2, p. 243 – 247, 2015.

MURRAY, W. H. **A History of Chess**. 1º edição. New York: Skyhorse Publishing, 2012.

OLIVEIRA, M. M. de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis: Vozes, 2007.

SACHAU, C. E. **The Chronology of ancient nations**. London: WH allen and co, 1879.

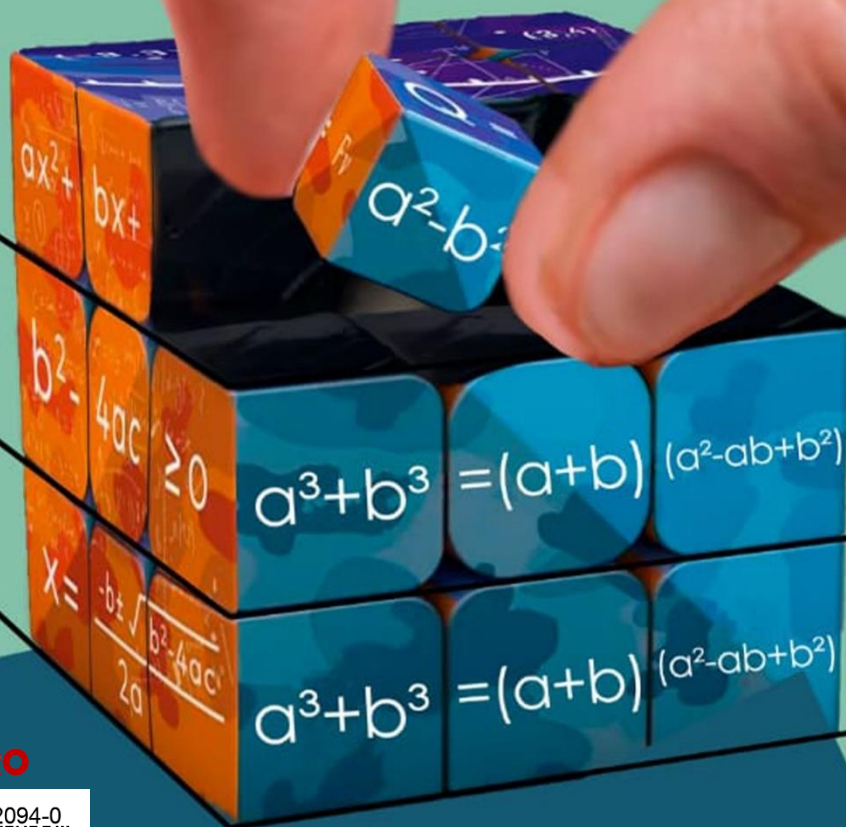
SANTOS, M. L. dos. **Apontamentos sobre a solução do problema do xadrez proposta por al-Biruni na obra A Cronologia das Nações Antigas**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, [S. l.], v. 11, n. 32, p. 1–14, 2024. Disponível em: 10.30938/bocehm.v11i32.12437. Acesso em 29 de maio de 2024.

SOUSA, G. C. **Aliança entre história da matemática e tecnologias digitais na educação matemática**. 1º edição. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

SOUZA, F.; SOUSA, G. **Al-biruni e sua matemática**. Boletim cearense de educação e história da matemática, Fortaleza, volume 05, número 14, p. 253-263, 2018.

STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam**. São Paulo: Penso, 2011.

VARGAS, A.; ROCHA, H. V. da; FREIRE, F. M. P. **Promídia: produção de vídeos digitais no contexto educacional**. RENOTE, v. 5, n.2, 2007.



Editora
UNIESMERO

ISBN 978-655492094-0



9

786554

920940