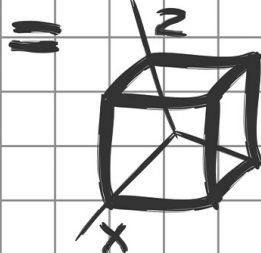


# Fundamentos e aplicações da matemática

Fabício Moraes de Almeida  
(Organizador)



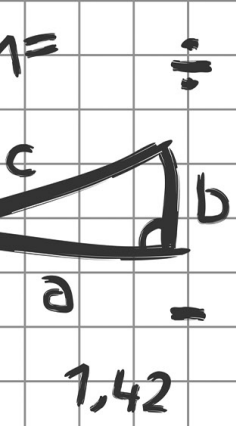
8,12  
4,6  
2,3  
1,3  
1

4+2=

54

x 96

$\infty$

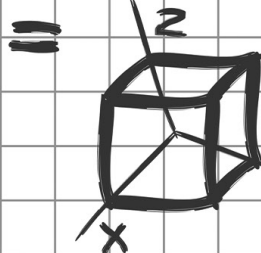


$x_1 = (30 + 7 + 9)$   
2, 3, 5, 7, 11,  
13, 17, 19, 23,  
29, 31, 3, 41...



# Fundamentos e aplicações da matemática

Fabrizio Moraes de Almeida  
(Organizador)



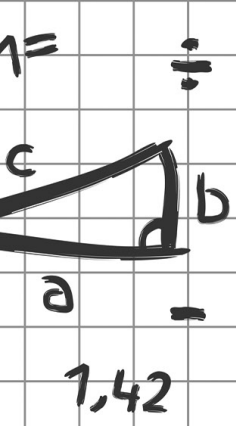
8,12  
4,6  
2,3  
1,3  
1

4+2=

54

x 96

$\infty$



$x_1 = (30 + 7 + 9)$   
2, 3, 5, 7, 11,  
13, 17, 19, 23,  
29, 31, 3, 41...



Atena  
Editora  
Ano 2024

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Ellen Andressa Kubisty

Luiza Alves Batista

Nataly Evilin Gayde

Thamires Camili Gayde

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2024 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2024 O autor

Copyright da edição © 2024 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelo autor.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo da obra e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva do autor, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos ao autor, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial****Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Colégio Militar Dr. José Aluisio da Silva Luz / Colégio Santa Cruz de Araguaina/TO

Profª Drª Cristina Aledi Felsemburgh – Universidade Federal do Oeste do Pará

Prof. Dr. Diogo Peixoto Cordova – Universidade Federal do Pampa, Campus Caçapava do Sul

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará

Prof. Dr. Fabrício Moraes de Almeida – Universidade Federal de Rondônia

Profª Drª Glécilla Colombelli de Souza Nunes – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Hauster Maximiler Campos de Paula – Universidade Federal de Viçosa

Profª Drª Iara Margolis Ribeiro – Universidade Federal de Pernambuco

Profª Drª Jéssica Barbosa da Silva do Nascimento – Universidade Estadual de Santa Cruz

Profª Drª Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense

Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Leonardo França da Silva – Universidade Federal de Viçosa

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Marcos Vinicius Winckler Caldeira – Universidade Federal do Espírito Santo

Profª Drª Maria Iaponeide Fernandes Macêdo – Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Profª Drª Maria José de Holanda Leite – Universidade Federal de Alagoas

Profª Drª Mariana Natale Fiorelli Fabiche – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Prof. Dr. Milson dos Santos Barbosa – Universidade Tiradentes

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Nilzo Ivo Ladwig – Universidade do Extremo Sul Catarinense

Profª Drª Priscila Natasha Kinas – Universidade do Estado de Santa Catarina

Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Rafael Pacheco dos Santos – Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof. Dr. Ramiro Picoli Nippes – Universidade Estadual de Maringá

Profª Drª Regina Célia da Silva Barros Allil – Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

## Fundamentos e aplicações da matemática

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Correção:** Yaiddy Paola Martinez  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizador:** Fabrício Moraes de Almeida

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)</b>	
F981	<p>Fundamentos e aplicações da matemática / Organizador Fabrício Moraes de Almeida. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2024.</p> <p>Formato: PDF  Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader  Modo de acesso: World Wide Web  Inclui bibliografia  ISBN 978-65-258-2907-4  DOI: <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.074240711">https://doi.org/10.22533/at.ed.074240711</a></p> <p>1. Matemática. 2. Cálculo. I. Almeida, Fabrício Moraes de (Organizador). II. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDD 510</p>
<b>Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166</b>	

**Atena Editora**  
Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## DECLARAÇÃO DO AUTOR

Para fins desta declaração, o termo 'autor' será utilizado de forma neutra, sem distinção de gênero ou número, salvo indicação em contrário. Da mesma forma, o termo 'obra' refere-se a qualquer versão ou formato da criação literária, incluindo, mas não se limitando a artigos, e-books, conteúdos on-line, acesso aberto, impressos e/ou comercializados, independentemente do número de títulos ou volumes. O autor desta obra: 1. Atesta não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação à obra publicada; 2. Declara que participou ativamente da elaboração da obra, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final da obra para submissão; 3. Certifica que a obra publicada está completamente isenta de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirma a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhece ter informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autoriza a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação da obra publicada, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. A editora pode disponibilizar a obra em seu site ou aplicativo, e o autor também pode fazê-lo por seus próprios meios. Este direito se aplica apenas nos casos em que a obra não estiver sendo comercializada por meio de livrarias, distribuidores ou plataformas parceiras. Quando a obra for comercializada, o repasse dos direitos autorais ao autor será de 30% do valor da capa de cada exemplar vendido; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Em conformidade com a Lei Geral de Proteção de Dados (LGPD), a editora não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como quaisquer outros dados dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

*Mathematica lingua numerorum*, de fato, está presente em todas as áreas do conhecimento, desde as ciências básicas até os avanços da Nanobiotecnologia. Tanto para modelagem matemática de difusão ou de teoria de valor econômico quanto no ensino ou no desenvolvimento de novas tecnologias dentre outros, só existem, se e somente se a matemática, existe.


Ao que tudo indica pela lógica, no livro, são demonstrados diversos resultados teórico-práticos obtidos pelos vários autores e coautores na elaboração de cada capítulo. Além disso, a Atena Editora oferece a divulgação técnico-científica com qualidade, importante para garantir o destaque entre as melhores editoras.

Fabício Moraes de Almeida



**CAPÍTULO 1 ..... 1****MODELAGEM MATEMÁTICA E O VALOR ECONÔMICO DA VIDA HUMANA: O VIÉS DA ECONOMIA LIBERAL E A TOMADA DE DECISÃO**

Carlos Honorato Schuch Santos  
 Ricardo Letizia Garcia  
 Cláudia Brazil Marques  
 Aírton Ribeiro Dos Santos  
 Paulo Roberto Meloni Monteiro  
 Jackson Henrique Da Silva Bezerra  
 Fábio Robson Casara Cavalcante  
 Fabrício Moraes de Almeida

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0742407111>

**CAPÍTULO 2 .....20****EXPERIENCIAS EN LA IMPARTICIÓN DEL CURSO RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO:  $-2+7=9$** 

Luis Enrique García Álvarez  
 Ana Cristina Núñez González  
 Jorge Daniel Ceballos Macías  
 María Guadalupe Muñoz Ceja

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0742407112>

**CAPÍTULO 3 .....30****USO DEL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ECUACIONES CUADRÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA**

Franklin Rimachi Jimenez  
 Edgar Calizaya Chura

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0742407113>


**CAPÍTULO 4 ..... 41****A INFLUÊNCIA DO USO DE JOGOS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**


Luis Eduardo Silva Góes

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0742407114>

**CAPÍTULO 5 .....56****MAGNETISMO: O ENCANTAMENTO COM A DEMONSTRAÇÃO DA AÇÃO DO CAMPO MAGNÉTICO**

Leyde Kelly Miranda  
 Erica Helena Almeida Dias  
 Lorie Demetrio Novais  
 Millena de Cassia Ribeiro  
 Andressa Caetano Ferreira da Silva  
 Makciel de Sales Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0742407115>

<b>CAPÍTULO 6 .....</b>	<b>70</b>
ANSIEDADE À MATEMÁTICA: UM ESTUDO COM GRADUANDOS DE DISCIPLINAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA	
Karina Rodrigues dos Santos	
Lucas Morais do Nascimento	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.0742407116">https://doi.org/10.22533/at.ed.0742407116</a>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR .....</b>	<b>90</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO .....</b>	<b>91</b>

# CAPÍTULO 1

## MODELAGEM MATEMÁTICA E O VALOR ECONÔMICO DA VIDA HUMANA: O VIÉS DA ECONOMIA LIBERAL E A TOMADA DE DECISÃO

*Data de submissão: 23/10/2024*

*Data de aceite: 01/11/2024*

### **Carlos Honorato Schuch Santos**

Doutor em Engenharia da Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina -UFSC

Universidade Federal de Rio Grande-FURG, Departamento de Engenharia de Química e Alimentos. Porto Alegre, RS – Brasil

### **Ricardo Letizia Garcia**

Pós Doutor em Políticas Públicas - Universidade Nova de Lisboa. Professor da Universidade Estadual do Rio Grande do Sul. Unidade em Porto Alegre - Campus Central.

### **Cláudia Brazil Marques**

Doutora em Agronegócios – Universidade Federal do Rio Grande do Sul-UFRGS. Pesquisadora no Grupo de Pesquisa Políticas, Gestão Pública e Desenvolvimento da UERGS/CNPq. Unidade em Porto Alegre - Campus Central

### **Aírtton Ribeiro Dos Santos**

Pós-graduação em docência do ensino superior. Mestrando PGDRA/UFRO.

### **Paulo Roberto Meloni Monteiro**

Doutorando PGDRA/Universidade Federal de Rondônia, Brasil.

### **Jackson Henrique Da Silva Bezerra**

Doutorando PGDRA/UFRO. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia -Campus Ji-Paraná.

### **Fábio Robson Casara Cavalcante**

Doutor e pesquisador vinculado ao programa de pós-graduação em administração e ao Departamento Acadêmico de Ciências Sociais e Ambientais (DACSA) - Universidade Federal de Rondônia, Brasil.

### **Fabrcio Moraes de Almeida**

Doutor em Física (UFC) com pós-doutorado. Especialista em Engenharia de Produção (FUNIP). Professor do Departamento de Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Rondônia, Brasil.

**RESUMO:** O capítulo do livro tem como objetivo demonstrar que a vida, tendo valor infinito, precisa ser salva a qualquer preço. Para isso, se criou a hipótese do “isolamento social” para que as vidas supostamente sejam preservadas. A questão problema é saber quais são os pressupostos que sustentam as escolhas e as decisões políticas? O estudo aqui está baseado em

estudo teórico descritivo, resgatando o conceito de valor para ser usado como ferramenta de modelagem de gestão e tomada de decisão na elaboração de ações, estratégias e políticas públicas em saúde, e, mais especificamente, na “valoração econômica” da vida. A análise fez o uso de modelagem matemática dos dados com o uso da fórmula padrão de custo-efetividade, o estudo buscou mostrar que a equação poderia ser aperfeiçoada, alterando a sua razão (benefícios no numerador e custo ou esforço no denominador). Conclui-se que a questão valor da vida e o valor econômico da vida não pode ser imposto de forma autocrática nem pelo Estado nem por aqueles que se consideram experts no tema. Mas, a potencialidade de agregação do valor da vida é a questão necessária a ser considerada. Por fim, o estudo enfatiza a necessidade de buscar a validação empírica junto aos diferentes tomadores de decisão envolvidos nos setores da saúde que seriam utilizadas para quantificar, de forma absoluta ou relativa, as variáveis benefício e esforço para valorização da vida.

**PALAVRAS-CHAVE:** Vida; Modelagem Matemática. Isolamento social; Pandemia; Saúde, Política. Tomada de Decisão.

## MATHEMATICAL MODELING AND THE ECONOMIC VALUE OF HUMAN LIFE: THE LIBERAL ECONOMICS BIAS AND DECISION MAKING

**ABSTRACT:** The book chapter aims to demonstrate that life, having infinite value, needs to be saved at any cost. For this, “social isolation” was created so that lives are preserved. The problem question is to know what are the assumptions that support political choices and decisions? The study here is based on a descriptive theoretical study, rescuing the concept of value to be used as a management and decision-making tool in the elaboration of actions, strategies and public policies in health, and, more specifically, in the “economic valuation” of health. life. The analysis made use of quantitative data using the standard cost-effectiveness formula, the study sought to show that the equation could be improved by changing its ratio (benefits in the numerator and cost or effort in the denominator). It is concluded that the issue of the value of life and the economic value of life cannot be autocratically imposed either by the State or by those who consider themselves experts in the subject. However, the potential for adding value to life is the issue that needs to be considered. Finally, the study emphasizes the need to seek empirical validation with the different decision makers involved in the health sectors that would be used to quantify, in an absolute or relative way, the variables benefit and effort to value life.

**KEYWORDS:** Life; Mathematical Modeling. Economic appreciation; Social isolation; Pandemic; Health, Politics. Decision Making.

## 1 | INTRODUÇÃO

As diferentes crises no início do Século 21 têm, de alguma forma, levantado algumas questões muito antigas. Uma delas é o do valor da vida, ou melhor o valor de uma vida. Os discursos considerados politicamente corretos, de que a vida não tem preço e o valor de uma vida não pode ser calculado pois é infinito, em nada contribui para a adequação dos velhos conceitos aos novos tempos. Na verdade, o que esta visão consegue é lançar uma

grande nuvem de fumaça que mais confunde do que esclarece e não aponta caminhos aceitáveis para que consiga gerir e superar as atuais crises.

Um paradoxo, que foi escancarado na crise da pandemia do final do ano de 2019 início do ano de 2020, é que a vida, tendo valor infinito, precisa ser salva a qualquer preço. Para isso, se criou o “isolamento social” para que as vidas sejam preservadas. Acontece que com o alargamento desses isolamento no tempo, a pandemia danificou seriamente a economia e muitos indivíduos tiveram suas vidas comprometidas, chegando ao ponto de se aproximar das situações de “fome”, que o mundo tão bem conhece, como foi o caso da fome que abalou os primeiros tempos da formação do Estado soviético, nos anos 20 e 30 do século passado. Lá, para libertar um povo do modelo czarista se criou o Estado mais autoritário do que o próprio estado anterior (Hernandez, 2017; Dardot e Laval, 2018; Serge, 2007; Rojas, 2017; Mc Meekin, 2017).

Atualmente, o isolamento social horizontal pode ter minimizado ou salvo indivíduos, mas ao quebrar a economia, condenou um universo maior de indivíduos. Resumindo, com o objetivo de salvar vidas, o remédio político pode ter sido pior, gerando fome e miséria. É no rastro desta discussão que renasce o debate sobre o valor da vida. Afinal, quais são os pressupostos que sustentam as escolhas e as decisões políticas?

Esta questão é antiga e pode-se voltar até os primeiros filósofos ocidentais e orientais. No Oriente, por exemplo, 600 anos antes de Cristo, se mostrava que a vida possui um sentido, um objetivo, que era se aproximar do que se conhece como Unidade e que havia um Caminho. Os homens de “mais valor” eram aqueles que mais conseguiram se aproximar desta Unidade. No ocidente, os filósofos gregos, mostravam e falavam da necessidade de formar um Estado de maior valor (monarquia, aristocracia e democracia). Falavam, também, que estes poderiam se transformar em Estados de menor valor a eles associados (tirania, oligarquia e anarquia). Estes últimos seriam uma espécie de arquitetura de estado deteriorados em relação ao primeiro. Paralelamente, os homens associados aos primeiros estados possuíam mais valor do que os associados aos segundos. Exemplo: a base da aristocracia era a honra, de grande valor, e a base da oligarquia era o poder e a riqueza, que era de menor valor. Então, o aristocrata possui mais valor do que um oligarca. O mesmo raciocínio pode ser feito para as demais arquiteturas de Estado (monarquia, tirania, democracia e anarquia).

Aristóteles, no seu livro “A Política”, discute as formas e arquiteturas de Estado e avança na discussão mostrando que as passagens dos Estados de maior valor para os de menor valor pode ser fruto da busca de gozo material para aplacar suas paixões no prazer, pois “... é para obter o supérfluo e não o necessário, que se cometem os grandes crimes. Ninguém se torna tirano para se livrar do frio” (livro segundo capítulo IV). Com isto, fica evidente que os Estados de menor valor eram criados e conduzidos por homens de menor valor.

Com o advento das religiões chamadas ocidentais (judaica, judaico-cristã e islâmica),

quem mais se aproximava das orientações dos messias, mais se aproximava de Deus e, portanto, tinha mais valor. Um exemplo desta categorização de valor são os Homens Santos, que por serem Santos se aproximavam de Deus, semelhante a ideia de Unidade no contexto oriental, e, desta forma, possuem mais valor, tanto que são reverenciados. Outra associação que se pode buscar na vida é na gestão de conflitos bélicos, onde os reis e generais de maior valor são aqueles que conseguem vencer, pois o objetivo da guerra é a vitória. Homens como Alexandre da Macedônia<sup>1</sup>, Júlio César de Roma, e Napoleão foram homens de grande valor no cenário militar, pois venceram mais do que foram derrotados.

O valor do homem, seja no contexto da arquitetura do Estado, seja na filosofia e religião, está sempre associado aos resultados esperados em função de um objetivo consensual. Tem-se, então, que este valor possui base cultural, o que significa que também precisa ser contextualizado a uma determinada época e em determinado lugar.

O escritor francês Antoine de Saint-Exupéry escreveu que “Apesar da vida humana não ter preço, agimos sempre como se certas coisas superassem o valor da vida humana”. No entanto, basta uma pequena reflexão para entendermos que nada tem mais valor na vida que a própria vida. Precisamos colocar a vida em primeiro lugar – não podemos desperdiçar vidas, ou colocar outros assuntos à frente da vida humana. A melhor forma é voltar às nossas raízes e voltar a fazer parte do ecossistema, pois vivendo uma vida mais sustentável, com mais respeito ao meio ambiente, faremos com que menos vidas serão desperdiçadas devido a problemas ambientais, como desdobramentos do efeito estufa, da poluição ambiental nos oceanos, no solo e no ar.

Dando um salto histórico, pode-se lembrar as contribuições daqueles considerados pais da economia moderna (David Ricardo e Adam Smith, bem como Marx, um pouco depois). Especialmente Ricardo, de forma não explícita, mostrou que o valor, para uma organização qualquer, é função da relação entre os resultados da mesma e seus esforços para atingir estes resultados. Simplificando, e considerando uma organização empresarial, uma empresa, tem-se que o valor pode ser considerado como resultado da razão entre receita e custo.

Mais adiante, Marx, para quantificar este valor, definiu o tempo de trabalho como parâmetro de aferição. Para tanto, teve que considerar as diferentes qualificações como um trabalho de um trabalhador especializado e um não especializado, pois o primeiro tinha maior capacidade de gerar valor para a organização. Entretanto, continuou usando o tempo de trabalho como moeda de quantificação de valor.

No final do século 20, início do Século 21, a “Equação Ricardiana”, que foi largamente utilizada nas três Revoluções Industriais, sofreu uma pequena adaptação. O valor passou a ser considerada a razão entre o desejo, no lugar do resultado e o esforço, no lugar do

---

<sup>1</sup> Alexandre, em função de nunca ter sido derrotado em batalha, é quase um Deus no campo militar. O seu “valor”, no entanto, não é discutível, pois ela é uma referência na área de estratégia militar, que é a sua obra de referência. Tem-se, portanto, que a questão do valor precisa ser referenciada a uma determinada área.

custo, pois se aceitou que o valor precisa considerar que quem o determina são os usuários ou consumidores dos produtos, sejam esses produtos tangíveis ou não. Com esta nova orientação, o foco marxista que era voltado para a produção foi deslocado para o usuário ou consumidor. Isto, no entanto, não reduziu a importância das construções teóricas anteriores, pois elas foram necessárias para se chegar ao ponto atual. Da mesma forma do que a filosofia, a economia e seus conceitos são produto de uma evolução dialética fortemente dependentes da história e suas trajetórias teóricas.

Quando se quer chegar no valor da vida, depois de entendido o conceito de valor e a sua trajetória histórica, é importante que se determine o que se chamou de objetivo. O homem, como um ser social, possui como um dos seus objetivos viver para contribuir e colaborar com o que se pode chamar de bem comum. Aceitando-se isto, tem-se a modelagem matemática ou seja, que o valor social e da vida pode ser considerado uma relação entre resultado social e custo social<sup>2</sup>.

$$\text{ValorSocial} = \frac{\text{resultadosocial}}{\text{custosocial}} \quad \text{(equação 1)}$$

Isto posto, pode-se considerar que os indivíduos de maior valor são, socialmente falando: a) aqueles que conseguem alavancar o resultado social, para um custo social constante; b) aqueles que conseguem reduzir o custo social, para um resultado social constante ou; c) aqueles que conseguem alavancar o resultado proporcionalmente maior do que a elevação do custo a ele associado. O resultado dessa operação mostra porque os soldados, que alavancam o resultado social através de uma percepção de segurança, possuem mais valor do que um assassino e ladrão, pois este último gera insegurança social. Logo, menor resultado social para comunidade.

Em todas estas situações, tem-se que a vida de um indivíduo gerou o que se pode chamar de “agregação de valor social” (+ΔVS). Esta capacidade de agregar valor, no entanto, é função do que se pode chamar de objetivos sociais. Estes objetivos sociais são o equivalente moderno da Unidade oriental e de Deus, para as religiões ocidentais. Para se entender esta relação entre valor e objetivos sociais, pode-se comparar as duas orientações sociopolíticas que são, a grosso modo, as hegemônicas desde o século XIX: a ideologia liberal e a ideologia socialista<sup>3</sup>.

Seja qual for a orientação ideológica, mais liberal ou mais social, a geração do “bem comum”, que é objetivo que vai determinar o valor da vida do indivíduo, precisa estar associado a algo quantificável, tal como fez Marx com o tempo do trabalho, “trabalho

---

2 A crítica inicial que se pode fazer é o da dificuldade de quantificar os elementos da equação. Os economistas, ao longo da história, superaram parcialmente esta dificuldade analisando de forma comparativa situações diferentes. Fazendo isto, pode-se, por exemplo, avaliar que um produto x possui mais utilidade do que um produto y, sem precisar de uma medida para determinar as utilidades absolutas de x e y. Com isto, a escola utilitarista pode ser desenvolvida sem precisar de tal medida.

3 Para os liberais, o resultado é para si e para os seus, pois consideram que a liberdade é o resultado maior a ser atingido. Para os socialistas, o resultado a ser buscado é a igualdade. Para eles, quanto maior for a igualdade melhora o resultado social.

abstrato”. Para isto, pode-se utilizar algumas variáveis tais como: a) quantidade de felicidade, ou quantidade de realização; b) nível de renda; c) quantidade de pessoas “emancipadas”; d) nível de satisfação, e etc.

Algumas dessas variáveis são mais fáceis de quantificar, como a renda, mas as mais difíceis, como felicidade, podem ser classificadas partir da construção de escalas, no caso escalas de felicidade (muito feliz, feliz, indiferente, infeliz e muito infeliz, por exemplo). Um conceito econômico que perpassa todas as variáveis que possam ser consideradas na aferição do valor é o conceito de utilidade. Este conceito, discutido detalhadamente pelos utilitaristas, já alargou as suas fronteiras e pode ser usado perfeitamente para avaliar as diferentes variáveis usadas para determinar o valor. É uma forma suficientemente adequada para que se possa aproximar o valor da vida na era moderna ou pós-moderna<sup>4</sup>.

## 2 | MODELAGEM E O VALOR DE UM BEM OU SERVIÇO EM SAÚDE

Para muitos economistas, o valor de um bem ou serviço pode ser calculado a partir de duas maneiras: a) a escassez do bem ou serviço; e b) a quantidade de trabalho necessário para produzir ou oferta. As exceções seriam os bens ou serviços especiais ou raros (ex: obra de arte de Monet, Velasquez, Van Gogh...), pois para este não há trabalho capaz de ampliar os seus números, estabelecendo que o valor não pode ser determinado pelo aumento da oferta. David Ricardo estabeleceu que o valor da terra deveria variar a partir da sua fertilidade, aumentando o seu valor com a escassez de alimentos<sup>5</sup>.

Na área da saúde é praticamente consensual que o trabalho seminal de *Kenneth Arrow (Uncertainty and the welfare economics of medical care)*, publicado pela *American Economic Review* em 1963, foi um divisor de águas que marcou o nascimento da economia da saúde. Na visão de Arrow, o mercado de bens e serviços constituem um mercado singular, e portanto, distinto das normas que regem a economia do bem-estar (*welfare economics*). Uma vez que a entrada no meio de saúde é restrita àqueles que possuem uma licença médica, a competitividade dentro do setor acaba se tornando algo mais difícil de ser alcançado. E isso, para Arrow, pode ser considerado como a “saída mais marcante do comportamento competitivo” (p.44). Esse fenômeno conduz e justifica os altos salários dos médicos que se encontram neste setor fechado. Por fim, Arrow (1963) termina sua comparação com os preços do mercado. O economista declara que a prática de preço sai completamente do cenário competitivo. Segundo sua visão, por serem escassos, os

4 Na visão econômica, a utilidade pode ser definida como o benefício sentido ou satisfação obtida pelo indivíduo em consequência do consumo de bens ou serviços. A teoria baseia-se no princípio de que o consumidor racional atua de forma a maximizar a sua própria utilidade. Todavia, há que notar que esse objetivo pode ser atingido através do consumo por parte de outro, como no caso da utilização de cuidados de saúde pelos mais necessitados. O consumidor sente satisfação ao saber que essas pessoas têm acesso a um bem tão fundamental para a vida humana. O termo utilidade tem também outro significado específico na literatura de economia da saúde em particular no âmbito da avaliação econômica: é utilizado para denominar uma quantificação da qualidade de vida associada ao estado de saúde. Neste caso, são representações numéricas (na escala 0-1) das preferências individuais por determinados resultados, em ambiente de incerteza.

5 É o que acontece com Ricardo e a Teoria da Renda da Terra.



médicos sabem quanto seus clientes estarão dispostos a pagar.

Segundo Arrow (1963), todas as características especiais do setor da saúde o desviam do modelo de mercado competitivo. A expectativa é que os médicos, embora vendedores de serviços, sempre colocam os interesses dos pacientes acima dos seus. Paralelamente, existe o licenciamento profissional e muitas outras formas de regulamentação que se contrapõe aos pressupostos de como um mercado perfeitamente competitivo deveria funcionar. Dado esta circunstância, tem-se que as especificidades do setor da saúde exigem uma construção teórica customizada que precisa iniciar com o próprio conceito de saúde.

Michael Grossman (1992) elaborou um modelo que descreve que a demanda por saúde é um resultado de escolha individual (conduta individual); tempo; e esforço para a sua obtenção. Para o autor, os cuidados médicos são produtos intermediários, um fator produtivo adquirido pela pessoa para produzir saúde. A saúde é um estoque (nível depende da natureza) sujeito a depreciação (taxa irá diferir de pessoa para pessoa). Neste sentido, o autor se aproxima do conceito já consolidado da administração financeira que é a Taxa Mínima de Atratividade (TMA) que é individual e única, tanto para organização como para pessoas. A TMA é única em função da capacidade de organização ou pessoa física de conseguir gerar resultados a partir de um conjunto de recursos teoricamente estocados. Com isto, Grossman (1992) torna sua construção teórica mais robusta, pois ela está apoiada em bases conceituais já suficientemente consolidadas.

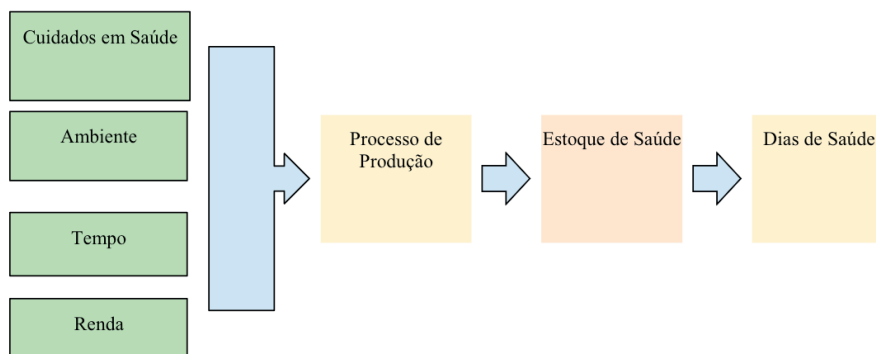


Figura 1 - Insumos e Resultados da Saúde

Fonte: Autores, 2022.

Grossman (1992) trata a saúde como: (a) bem de consumo (este bem dá satisfação ao indivíduo quanto maior for a utilidade direta); e (b) bem de investimento (quanto maior o estoque de saúde, menor os dias de incapacidade, maior a produtividade<sup>6</sup>. Com esta lógica,

6 Para Grossman (1992), as pessoas demandam saúde e não cuidados para a saúde. O demandante de bens e serviços em saúde não está buscando o serviço em si, mas o seu efeito sobre a saúde. Nesse sentido, o autor buscou responder por que os indivíduos investem em saúde e concluiu que quanto maior a escolaridade do indivíduo e a taxa salarial maior será o investimento em saúde.

pode-se pensar a saúde de forma semelhante a relação “causa-efeito” das arquiteturas de produção das organizações (fig. 1).

### 3 | O VALOR DA VIDA COLETIVA

Se for perguntado para um grupo ou comunidade de indivíduos sobre o valor da vida, a resposta da grande maioria, seguramente, seria “A vida não tem preço”. Esta resposta estaria envolvida por aquilo se convencionou chamar de “politicamente correto”<sup>7</sup>. Contudo, decisões que afetam vidas não são decisões tomadas apenas por indivíduos, mas, necessariamente, também por parlamentos e autoridades públicas regularmente. Isso implica pesar a preservação e prolongamento da vida humana contra a entrada de recursos escassos. Exemplos de tais decisões no setor público podem ser encontrados não apenas na área da saúde. Outros setores, especialmente aqueles relacionados ao transporte e o meio ambiente, possuem a mesma complexidade.

Sennett (1976), em sua obra, que já se tornou um clássico na gestão pública, aborda o mesmo problema, mas sob outro prisma e afirma que “a civilidade existe quando uma pessoa não se torna um fardo para as outras” (p. 387). Quando isto acontece, o valor de uma vida individual passa a ser negativa, pois a própria vida passa a não ser mais prazerosa, ou seja, passa a ter um resultado negativo do ponto de vista social. Resumindo: o valor da vida individual em determinado momento, passa a ser deficitário na medida em que o custo (fardo social) é maior do que eventuais benefícios que a vida poderá gerar (retorno potencial para a sociedade).

Países com um serviço nacional de saúde ou seguro nacional de saúde geralmente permitem que autoridades políticas decidam sobre novos produtos farmacêuticos, novas terapias e novos dispositivos a serem cobertos pelo plano. Como regra, prevalecem inovações em produtos que aumentam os custos que trazem vantagens terapêuticas, muitas vezes reduzindo o risco de morte precoce em uma determinada população em risco. Novos fármacos e outras tecnologias em saúde, via de regra, envolvem despesas adicionais. Por exemplo, o fornecimento de uma unidade coronariana móvel com custos totais de vários milhões de dólares pode ajudar no tratamento de pacientes com ataque cardíaco no local, servindo para reduzir o número de pessoas que estão morrendo antes de chegar ao hospital.

No longo prazo, a terapia medicamentosa de pacientes hipertensos que usam anti-hipertensivos pode prevenir um ataque cardíaco também, a um custo considerável para a economia em pesquisa e desenvolvimento de produtos farmacêuticos. Outro exemplo bem

---

<sup>7</sup> Do ponto de vista do indivíduo essa resposta parece natural. A teoria econômica refuta esta visão, afirmando que o preço da vida humana pode ser calculado. O valor de uma pessoa pode ser definido em relação à sua produtividade futura, ao seu rendimento de vida restante esperado ou à sua contribuição esperada sobre a produção acumulada. Esta abordagem torna relativamente fácil e objetivo o cálculo do “valor” econômico de uma pessoa, uma vez que os dados socioeconômicos estão bem documentados e acessíveis, tais como a esperança média de vida, a taxa de emprego ou o rendimento médio do trabalho.

conhecido é a instalação de equipamentos de diálise para pacientes com insuficiência renal crônica. Equipamentos de elevado custo, porém que garantem uma sobrevivência a pessoas que necessitam do tratamento.

Fora da assistência médica, existem vários outros exemplos em que “vida” e “custos” tem que ser colocado um contra o outro. Comunidades e países precisam decidir se locais notórios de acidentes, por exemplo, curvas estreitas e cegas, devem ser eliminados pela ampliação e correção da estrada. Em áreas residenciais, o oposto pode ser apropriado. Plantar árvores e instalar solavancos podem melhorar as condições ambientais e reduzir os riscos de acidentes com crianças.

A política ambiental fornece casos adicionais. Os sistemas de segurança em usinas nucleares não apenas diminuem a probabilidade de catástrofes com milhares de mortes, mas também a emissão de radiação expondo a população a um risco maior de doenças, como a leucemia (vide o caso de Chernobyl em 1986). Filtros caros que retêm dióxido de enxofre e outras substâncias nocivas decorrentes da combustão do carvão servem para melhorar a qualidade do ar e reduzir a incidência de doenças respiratórias.

Em todas as áreas citadas, decisões racionais não podem ser tomadas pelas autoridades, a menos que exista uma avaliação abrangente e precisa das vantagens futuras (e possivelmente desvantagens) resultantes de uma medida específica tomada, permitindo comparação com o valor presente do fluxo de custos associado ao projeto. Para ajudar os tomadores de decisão, custos e benefícios devem idealmente ser proporcionais. Para que isto seja possível, é preciso que se tenha uma unidade de medida comum. Como o custo do projeto é geralmente medido em unidades monetárias, faz sentido mensurar todos os benefícios da mesma maneira. Obviamente, isso implica que o prolongamento da vida humana ou a melhoria do estado de saúde devido à realização de um projeto deve ser avaliado em unidades monetárias também.

Uma avaliação da saúde e, a priori, da vida humana em termos de dinheiro, no entanto, encontra objeções consideráveis. Por essa razão, economistas desenvolveram métodos alternativos de avaliação que não se baseiam na simples monetização.

## 4 | ABORDAGENS PARA AVALIAÇÃO ECONÔMICA DA VIDA

As várias abordagens da modelagem e avaliação econômica da saúde comparam os benefícios de uma intervenção em saúde ao seu custo. No que diz respeito aos benefícios da intervenção, três unidades alternativas de medida podem ser divididas em: a) unidades naturais em escala unidimensional; b) unidades de uma função de utilidade cardinal que mapeia o conceito multidimensional de saúde em um índice escalar; e c) unidades de dinheiro.

Quanto à medição de benefícios em unidades naturais, tem-se que a escala “natural” pode ser um parâmetro clínico como a redução da pressão arterial em *mmHg* ou a duração

da vida em anos. As medidas desse tipo são significativas apenas nos casos em que as alternativas (por exemplo, realizando uma intervenção ou não) diferem em apenas um efeito específico e não têm efeitos colaterais. No primeiro exemplo, a comparação pode ser entre diferentes tipos de drogas anti-hipertônicos sem efeitos colaterais e, no segundo exemplo, intervenções no tráfego que podem prevenir acidentes de trânsito fatais.

Quando ao método de avaliação correspondente é chamado Análise de Custo-Efetividade (CEA), tem-se que as primeiras intervenções independentes são as intervenções cujos custos e benefícios não são afetados por outras intervenções. Exemplos são os transplantes de coração. O índice de comparação é a “taxa média de custo-efetividade” (ACER). A eficácia é medida pelo tempo de vida:

$$ACER = \frac{\text{custosemidadesmonetárias}}{\text{benefíciosemanosdevidaganhos}} \quad \text{(equação 2)}$$

Se as intervenções forem mutuamente exclusivas, quando, por exemplo, dois medicamentos incompatíveis para mesma condição, é preciso considerar a taxa em que maiores despesas podem alcançar benefícios adicionais. Por esse motivo, “taxas de custo-efetividade incrementais” (ICERs) podem ser usados [WEINSTEIN (2006)]. O ICER de uma intervenção é definido como a relação entre custos e benefícios incrementais em comparação com a próxima intervenção eficaz.

$$ICER = \frac{\text{custosadicionais}}{\text{benefíciosadicionaisemidadesnaturais}} \quad \text{(equação 3)}$$

Os índices médios de custo-efetividade para intervenções independentes podem também ser considerados incrementais porque são comparados com a alternativa de nada a fazer<sup>8</sup>. Todas as intervenções podem, portanto, ser classificadas de acordo com suas relações custo-efetividade. Interdependências entre os benefícios e custos de intervenções podem ser levadas em consideração definindo combinações de intervenções como a unidade de comparação [WEINSTEIN (2006, p. 476)].

O custo e a relação custo-benefício gerados pela intervenção não são suficientes para determinar o valor da vida humana, mas representam um gigantesco avanço no sentido de monetizar os benefícios relacionados à continuidade da vida ou ao melhoramento da qualidade da vida. Estes dois elementos, “quantidade” e “qualidade” de vida, são elementos fundamentais quando se tenta desenhar um conceito ou um critério de avaliação econômica da vida<sup>8</sup>.

<sup>8</sup> Os programas de saúde produzem benefícios comuns tais como reduções na mortalidade e acréscimos na esperança de vida. A avaliação econômica desses programas requer por vezes a quantificação do valor da vida humana, tarefa para qual existem três abordagens principais. O método do capital humano assenta na medição do rendimento esperado para as pessoas afetadas pelo programa. Tem sido profundamente criticado por considerar apenas o potencial produtivo dos indivíduos e por subvalorizar a vida dos idosos, incapacitados ou das mulheres. O método dos valores implícitos em decisões sociais procura inferir o valor da vida a partir de decisões tomadas anteriormente pelo Estado. Por exemplo, se um programa de obrigatoriedade da introdução no mercado de embalagens de comprimidos com tampas de segurança fosse rejeitado pelo Governo e, o custo por morte evitada tivesse sido calculado em 4000, então poder-se-ia dizer que o valor médio da vida dos indivíduos em risco (crianças, p. ex.) seria inferior a 4000. O problema principal deste método é a variabilidade e inconsistência das decisões tomadas. O último método, denominado pelo valor do risco prevenido

## 5 | MÉTODOS DE VALORAÇÃO DA VIDA HUMANA

A grande maioria da sociedade não aceita a valoração do valor da vida. Contudo, todos os indivíduos definem inconscientemente o valor da vida. Ao assumir riscos no dia-a-dia, tal como não comprar um *airbag*, por exemplo, se está definindo o valor das vidas. De acordo com as estatísticas de medicina do trânsito pode-se estimar a probabilidade de uma vida salva pelo *airbag*. Ora, se o dispositivo tem um custo e se recusar, por qualquer motivo, pagar por este item, se está correndo um risco adicional de morte. Ao fazer uma simples regra de três que envolve o custo do *airbag* e a probabilidade de morte com e sem *airbag*, tem-se o valor da vida quantificado em termos monetários.

Por essas decisões dos cidadãos e outros exemplos semelhantes, o valor da vida humana em países desenvolvidos têm sido estimado entre US\$ 5 milhões e US\$ 8 milhões. Trata-se do valor de uma vida humana do ponto de vista estatístico. Alguns poucos exemplos de países em desenvolvimento estimam o valor da vida humana em cerca de 1/2 a 1/3 desse valor. Estes valores monetários, apresentados de forma absoluta, são função de uma série de considerações que são, no mínimo, discutíveis.

Se os indivíduos valorizam as suas vidas em uma quantidade qualquer de dólares, será que está certo o Estado considerar que elas valem mais do que isso? Teoricamente, políticas públicas deveriam, no máximo, valorar a vida tanto quanto a média dos cidadãos as valoram.

Uma das mais aceitas teorias para calcular o valor da vida humana é a teoria do capital humano. Ela calcula a capacidade, aptidão e especialização possuídas pelo indivíduo, que lhe permitem gerar resultados desejáveis, tais como acréscimos de rendimento ou de saúde. À semelhança da formação de capital físico, ex. construção de edifícios, os períodos dedicados à educação formal e informal são considerados como formação de capital humano. No modelo de procura de saúde de Grossman (1972), o bem saúde é interpretado como um bem duradouro que produz um fluxo desejado, que se designa por tempo saudável livre de doença. Cada indivíduo é dotado de um stock inicial de saúde que, à semelhança de outras formas de capital, tende a depreciar ao longo do tempo. Tal depreciação pode ser atenuada através do investimento no stock de saúde, o que implica nutrição mais saudável, boa educação, cuidados de saúde apropriados, etc. Neste contexto, a procura de cuidados de saúde não tem razão de ser própria, derivando sim de uma procura mais fundamental, a da própria saúde. Embora na sua versão original o modelo de Grossman fosse pouco acessível para não-economistas, dada a sua abstração matemática, ele constitui, hoje uma pedra-chave na análise do comportamento dos indivíduos relativamente à saúde.

---

ou disposição a pagar, baseia-se na inquirição dos indivíduos com vista à identificação da quantia máxima que estariam dispostos a pagar para conseguir uma redução na sua probabilidade de morrer. É dos três métodos, aquele que mais se adequa à teoria econômica. Todavia, alguns autores sustentam que seria perigoso basear o planeamento da saúde em juízos que se sabe estarem condicionados pela ignorância do consumidor no mercado da saúde.

## 6 I CONJECTURAS E ARGUMENTOS CONTRA UM VALOR FINITO DA VIDA

Existem, em princípio, apenas duas abordagens possíveis para determinar o valor que as pessoas atribuem a suas vidas. É preciso encontrar: a) a quantia que alguém estaria disposto a pagar para evitar certas (e imediatas) mortes; ou b) a indenização que teria que ser paga a alguém de modo a aceitar a morte (imediate).

A quantidade determinada de acordo com a formulação (a) não é muito útil, pois a maioria das pessoas estariam dispostas a desistir de toda a sua riqueza, incluindo a maior parte de seu futuro fluxo de renda, exceto uma pequena reserva para subsistência, ao enfrentar morte imediata. Portanto, a alternativa que resta é sobre a riqueza e a capacidade de um indivíduo para obter crédito, função das suas preferências.

A pergunta (b) falhará em solicitar uma quantidade limitada pela simples razão de que o dinheiro não serve para o morto. Isso parece resultar em um valor indeterminado da vida. Essa indeterminação, no entanto, pode ser resolvida observando que a formulação (a) atribui implicitamente os “direitos de propriedade” à vida para outra pessoa. Apenas a alternativa (b) diz que o indivíduo tem o direito de viver e desistir voluntariamente. Dado o direito de viver, o “valor de uma vida identificada” correto deve ser infinito. Essa linha de pensamento remonta a JOHN BROOME (1982a, b), que se volta contra uma distinção de vidas identificadas e estatísticas, pois, na sua opinião, este último conceito envolve informações incompletas sobre quem vai perder a vida. Se as estatísticas permitirem dizer que, no decorrer de um projeto de construção, um trabalhador, que não é identificado ainda, vai ser morto, essa vida estatística é de fato infinitamente preciosa. Quando o véu da ignorância for levantado e o nome da vítima conhecido, a abordagem (b) exigiria uma compensação infinita pela perda desta vida identificada.

De outro modo, as decisões mais relevantes em relação à vida e à morte parecem envolver pequenos riscos que podem ser evitados (ou devem ser aceitos). Nessas situações, pode-se esperar que quantias limitadas de dinheiro sejam suficientes para compensar um indivíduo a assumir um risco<sup>9</sup>.

Existem inúmeros exemplos mostrando que as pessoas estão dispostas a arriscar suas vidas por prazer, conforto ou emoção. Atividades como fumar, dirigir sem cinto de segurança, viajar de carro ou avião e não de trem e andar numa montanha-russa mostram que evitar pequenos riscos não é infinitamente valioso para pessoas.

<sup>9</sup> A falha no argumento do autor é revelada quando se olha mais de perto como ele constrói seu caso. É muito difícil imaginar um risco em que o número de vítimas é conhecido antecipadamente com certeza. Na maioria dos casos, nem se pode dizer com certeza de que haverá vítimas. Por exemplo, uma curva da estrada pode cobrar uma média de uma vida humana por ano no passado. Isto, no entanto, não significa que exatamente uma pessoa morrerá durante o próximo ano. Pelo contrário, observando exatamente uma morte durante um determinado ano é um evento bastante improvável. Considerando que 100.000 usuários da estrada por ano, cada um dos quais enfrentando o risco de 1 em 100.000 de ser morto em um acidente tem-se que a declaração individual que eu vou morrer, mas não indivíduos  $j$ ,  $k$ , é realmente muito forte, implicando perfeita correlação negativa entre riscos individuais. Assumindo independência estocástica ou mesmo uma correlação positiva, o que é muito mais plausível quando se fala de acidentes, há um estritamente positivo da probabilidade de que ninguém seja morto enquanto com uma probabilidade positiva, embora muito pequena todas as 100.000 pessoas serão mortas. O número total de vítimas, portanto, é desconhecido, fazendo com que a 'vida estatística' seja o conceito relevante para uma avaliação econômica de medidas de segurança.

Como os indivíduos agem claramente como se suas vidas tivessem apenas um valor finito, o governo não deve (implicitamente nem explicitamente) atribuir um valor infinito a vida ao tomar decisões em domínio público. Caso contrário, ineficiências devido a discrepância entre os custos de vidas salvas nos domínios público e privado seria o resultado. Essa discrepância só poderia ser justificada se efeitos externos estivessem presentes.

## 7 | A TEORIA DA RESERVA DO POSSÍVEL

Quando se examina o problema do valor da vida pela ótica da gestão pública todas as medidas que envolvem na elevação da quantidade e qualidade da vida geram despesas adicionais do orçamento público. Para essas questões, surgiu uma teoria chamada de Reserva do Possível.

A teoria da Reserva do Possível originou-se na Alemanha no ano de 1970, por meio de uma causa apresentada perante a Corte Alemã. Ficou decidido pela Suprema Corte Alemã que somente se pode exigir do Estado à prestação em benefício do interessado, desde que observados os limites de razoabilidade.

Oriunda do direito alemão, no ano de 1970, um julgamento conduzido à Corte, apreciou uma temática sobre o acesso ao ensino universitário público, a qual proferiu sua decisão embasada no princípio da Reserva do Possível, alegando que direito era coerente, porém, o Estado não tinha recursos suficientes devido a uma grande crise que o país estava vivenciando. Portanto, não tinha recurso para prover tal direito. Não se pode falar abertamente sobre racionamento, mas ele é praticado, no mundo todo, o tempo todo pelos governos, pelos planos de saúde e até pelas famílias que decidem quanto podem ou estão dispostas a gastar com seus doentes. A forma mais simples de racionamento é excluir parte da população do acesso à saúde, ou criar barreiras que o dificultem (longas filas para conseguir marcar uma consulta, espera de meses para realizar um exame, distribuição irregular de medicamentos). Esse tipo de racionamento, via de regra, gera o agravamento das doenças que deixam de ser detectadas e tratadas na fase inicial. Com isto, se gasta mais dinheiro e as chances de cura diminuem.

Se o racionamento é inevitável, é melhor que seja explícito e planejado. Paralelamente, as regras precisam ser claras e válidas para todos. As decisões são especialmente difíceis no caso de tratamentos muito caros e que, em vez de curar, apenas prolongam a vida. A constante tensão entre direito individual e interesse coletivo sugere a criação de uma agência nos moldes do Instituto Nacional para a Saúde e a Excelência Clínica (NICE), do Reino Unido. O órgão avalia os custos e os benefícios dos produtos de saúde<sup>10</sup>. O órgão

<sup>10</sup> O NICE também realiza reuniões com representantes da sociedade (pacientes, médicos, indústria farmacêutica) para debater o que deve ou não ser oferecido pelo National Health Service (NHS), que banca 95% de toda a atenção à saúde no país. O que o Nice decide oferecer vale para todos. Se a decisão sobre o que oferecer ao paciente ficar a cargo do médico, ele, em tese, tende a querer usar mais remédios. Se a decisão ficar nas mãos do governo e dos planos de saúde, sempre haverá a tentação de conter gastos.

permite que decisões sejam adotadas com base na ciência, no bom senso e no consenso.

A missão de estabelecer o equilíbrio entre o desejável e o possível está entregue a ferramentas matemáticas criadas para comparar os benefícios oferecidos por diferentes formas de cuidado médico. Ou, no jargão técnico, apontar o custo-efetividade de determinado produto ou serviço. A escolha do modelo matemático não envolve apenas uma questão científica ou econômica. Ela traz também uma questão ética. Imaginando uma expectativa de vida de 80 anos e pensando em adolescentes e idosos genéricos, salvar a vida de uma adolescente de 10 anos representa um ganho de 70 anos. Já salvar a vida de um idoso de 75 anos conta como um ganho de cinco anos. Isso sugere que salvar uma adolescente equivale a salvar 14 idosos de 75 anos. A avaliação do custo-efetividade no processo de escolhas. A Organização Mundial da Saúde preconiza que as intervenções sejam chamadas de custo-efetivas quando um ano de vida com saúde custar de um a três vezes o PIB *per capita* do país. Na visão de muitos, os métodos de avaliação de custo-efetividade não são perfeitos, mas eles permitem distribuir os recursos com equidade.

Este equilíbrio entre o desejável e o possível precisa ser negociado com a sociedade, tal qual é proposto pelo NICE. Villanueva (2006) mostra, de forma bastante clara, que “*la creencia del gobierno como el actor central suficiente para hacer funcionar sus sociedades comenzó a debilitarse industrializadas a partir de los años setenta...*” (p. 72). Mais adiante trabalha com a questão da articulação necessária entre Estado, mercado e sociedade, que o autor chama de organização social. O conceito que sustenta esta relação e que precisará sustentar o conceito de valor econômico da vida é a “negociação”, bem como a transparência e a participação social. Só assim se pode esperar chegar em um conceito de valor que pode ser considerado legítimo.

A ideia não é colocar um preço na vida, mas distribuir recursos finitos de forma que eles estejam disponíveis a todas as pessoas da melhor forma possível. A questão central é que infelizmente não há recursos (nem nos países mais ricos) para oferecer todo o conhecimento já disponível em saúde para todos os cidadãos.

## 8 | ANÁLISE DA ABORDAGEM DE “VALOR”

Quando se está usando o critério custo-efetividade para decidir aspectos econômicos relacionados à saúde existem duas questões que precisam ser levantadas. São elas: a) robustez em função do universo de decisão que usa o método e; b) a fragilidade conceitual do critério, pois a formulação matemática de custo-efetividade é exatamente contrária ao conceito de valor que sempre foi utilizado pela economia.

É sobre este segundo aspecto que este trabalho se apoia para construir um indicador, ainda que não gere valores absolutos, para quantificar o valor econômico, ou mais especificamente, o “valor econômico agregado à vida” que esteja alinhado com toda a história do conceito de valor desenvolvida desde David Ricardo.



Para que isto possa ser realizado, deve-se superar um dilema, que será chamado de “dilema moral”, e superar um paradoxo, que é o paradoxo do politicamente correto que pode ser chamado também de “armadilha do infinito”

Quanto ao dilema moral, está explícito que a monetização, seja ela absoluta ou relativa, não pode ser comparada com a monetização do período escravocrata, quando era possível “comprar” escravos a partir de determinado preço. Paralelamente, a esta consideração inicial, é fundamental que se considere que os recursos para alargar a vida, seja em quantidade de anos ou em qualidade da própria vida, são finitos e limitados. Diante desta situação, para que se possa tomar uma decisão, seja ela qual for, é necessário que se tenha um conjunto de critérios objetivos que sejam possíveis de utilização. O critério que pode ser utilizado hoje é o de ‘custo-efetividade’. Este critério representou um grande avanço no sentido de quebrar este dilema moral da inviabilidade de monetização do valor de uma vida.

O critério “custo-efetividade”, apesar de sua grande aceitação, inverte a ordem dos elementos da equação de valor, além de usar o conceito de efetividade de forma um pouco diferente do utilizado na gestão pública<sup>11</sup>.

Efetividade, teoricamente, é a relação do resultado de uma ação, projeto ou política, com o problema que gerou e provocou esta ação, o mesmo projeto ou política. Diante desta realidade, o critério “custo-efetividade” ganharia robustez se fosse pensado em termos de “custo-resultado”. Estes elementos, aqui chamados de resultados ou benefícios, conceitualmente são os mesmos descritos por Aristóteles no livro primeiro, capítulo V de Ética e Nicômaco, que depois Rawls (2008) vai chamar de princípio de Aristotélico. Para o grego “há três formas principais de viver a vida: o prazer e a dedicação a sua fruição; ... a ação política; ... e a dedicada à atividade contemplativa.” (Aristóteles, p.21).

Rawls (2008), usando como base as três formas de “viver a vida”, discute a escolha de um bem de forma racional, afirma que três elementos precisam ser considerados nesta equação. São eles: a) as características amplas dos desejos e necessidades; b) as capacidades e habilidades humanas; c) fatos gerais da interdependência social. Para o autor, “levar essas contingências em conta, restringe o número de planos alternativos, e o problema da decisão se forma, pelo menos em alguns casos, razoavelmente definido” (p.525).

Outra consideração importante quando se discute o dilema moral, e, mais especificamente o que Aristóteles chamou de “viver a vida”, é o que Deaton (2016) mostra e que se pode chamar de evolução desigual das comunidades, pois a longevidade, especialmente depois da 2ª Guerra Mundial, passou a se modificar muito fortemente. Em termos de longevidade (quantidade de anos de vida), que é uma das subvariáveis

---

11 O NICE (National Institute Center of Excellence), é um órgão referência na elaboração de diretrizes baseadas em evidências. Através do NICE, o sistema público em saúde inglês consegue estabelecer com mais segurança quais medicamentos, tratamentos e dispositivos representam o tratamento de melhor qualidade com menor custo. Quando um dispositivo ou tratamento é recomendado, o NICE promove uma diretriz que estabelece um “padrão de cuidado”.

do “resultado” ou “benefícios”, junto com a qualidade de vida”; “o Japão, em 1950, se encontrava na última posição, e agora a primeira” (p.158).

No quesito “qualidade”, Arendt (2019) mostra o que ela chama de “vida activa” está ligada a três atividade fundamentais: trabalho, obra e ação. Para a autora, “o trabalho é a atividade que corresponde o processo biológico... a obra é a atividade correspondente à não-naturalidade da existência humana... e a ação corresponde à condição humana da pluralidade” (p.9). Isto posto, tanto a quantidade como a qualidade da vida podem ser avaliadas a partir de critérios, que podem ser monetizados de alguma forma ou avaliados apenas de forma comparativa.

Paralelamente a esta questão de quantidade e qualidade de vida, existe ainda outra questão pertinente quando se discute a questão moral, que é a que relaciona o indivíduo e o seu entorno social. Dworkin (2014) é bastante claro quando discute o que chama de princípio de dignidade, usando como base a teoria Kantiana. Para o autor, “o adequado respeito por si mesmo, acarreta um idêntico respeito pela vida de todos os seres humanos... para respeitar a si mesmo, você deve partir do princípio de que também as vidas deles têm importância objetiva” (p. 389).

## 9 | RESULTADOS DO “VALOR”

Isto posto, tem-se que a avaliação dos “resultados” ou “benefícios” pode ser o resultado de uma equação econômica formada por quatro elementos que podem ser tirados de uma matriz 2 x 2, foco-critério, sendo que cada elemento desta matriz pode ter origem nos critérios acima descritos:

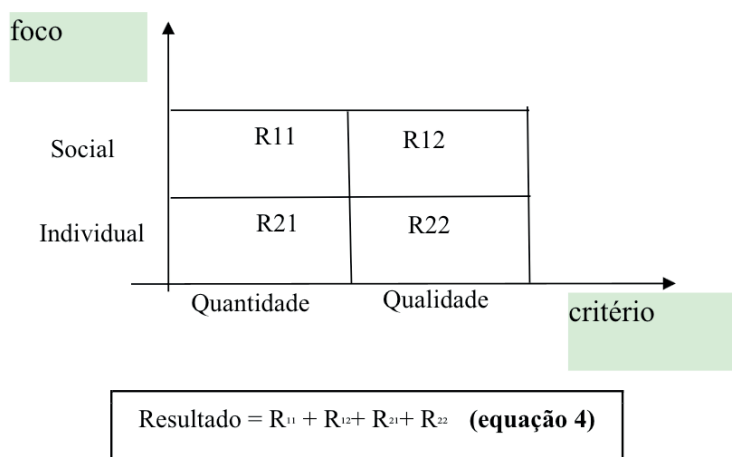


Figura 2 - Matriz foco-critério

Fonte: Autores, 2022.

O outro elemento da equação é o custo, o custo pode ser avaliado usando-se

qualquer método de custeio já consolidado. Uma possibilidade de alargar este elemento é considerar este elemento como “esforço”, onde o custo seria um subcomponente. A vantagem de se usar o “esforço” é que muitas vezes, especialmente na gestão pública da saúde, fica difícil quantificar monetariamente algumas ações, iniciativas e projetos que envolvem tempo, conhecimento e dedicação. Como resultado final de reconstrução do critério “custo-efetividade”, pode-se adotar o critério “benefício-esforço”.

Quanto à inversão dos elementos da equação, tem-se que quando se trabalha com o conceito de valor, o resultado ou benefícios estão no numerador e os custos estão no denominador. Esta simples inversão, que poderia ser representada como “resultado-custo” ou “benefício-esforço”, pode estabelecer uma melhor forma de mensurar o esforço no sentido de quantificar o valor econômico da vida. Outra consideração é que, com esta inversão ou com o uso direto da equação de valor, que é resultado/custo, tem-se que uma vida que possui maior potencial de resultados (ou benefícios), sejam eles sociais ou individuais, em tese possui mais valor que outra com menor potencial. Isto fica fácil de identificar, pois o resultado está no numerador. O mesmo pode ser visto com o custo: um menor custo social (que está no denominador) gera, potencialmente um valor maior. Desta forma, tem-se que a equação de valor, longamente utilizada, é mais adequada para mostrar, de forma absoluta ou relativa, o valor econômico da vida:

$$\text{valor} = \text{resultado (ou benefício)} / \text{custo (ou esforço)}$$

### (equação 5)

O segundo problema que precisa ser superado é a “armadilha do infinito”. Este problema (paradoxo) é mais facilmente resolvido. Quando se fala que “a vida não tem preço” está se considerando que está assertiva é para “todas” as vidas. Melhor seria, então, dizer que todas as vidas não tem preço, sustentando uma visão de igualitarismo da vida. Logo, tem-se que se todas as vidas são iguais e seus “preços” são iguais e mais, são iguais ao infinito. Desta forma, se todas as vidas são iguais ao infinito, tem-se que elas têm preço e este preço é infinito. Então, a afirmativa que a vida não tem preço não se sustenta, pois ela guarda uma consideração não explícita que o valor é o infinito<sup>12</sup>.

Vencido o dilema moral e o paradoxo da armadilha do infinito, pode-se chegar no valor da vida. Levando-se em consideração que este valor vai sempre ser usado para se tomar uma decisão, muitas vezes no campo de políticas públicas, seria suficiente que se tivesse o “valor agregado” ( $\Delta V$ ), pois o maior valor agregado seria preferível ao menor valor agregado. Então, pode-se usar o valor da vida de forma relativa, sem precisar monetizar de forma absoluta como algumas vezes já foi feita:

---

<sup>12</sup> Isto dado, o melhor se pode fazer é implicitamente desconsiderar esta afirmativa “politicamente correta”, de forma insustentável.

$$\Delta \text{valor} = \Delta \text{benefícios (ou resultado)} / \Delta \text{custo}$$

**(equação 6)**

Quando se pode contar com os valores relativos (potencialidade de agregar valor), tem-se uma ferramenta suficiente para se tomar uma decisão maximizando o bem-estar social.

$$\Delta \text{valor}_j > \Delta \text{valor}_i \quad \text{(Equação 7)}$$

Quando a escolha for entre “i” e “j”, “j” será preferível a “i” se agregar mais valor. Esta forma de trabalhar o conceito econômico de valor da vida, de forma relativa e não quantificando a vida de forma absoluta, ao mesmo tempo que não se monetiza de forma unitária, contorna o dilema moral e supera o paradoxo do infinito. Com isto, se pode ter uma ferramenta para se poder tomar decisões, apoiadas em critérios objetivos.

## 10 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

De forma geral, quase todos os indivíduos acreditam que o valor da vida humana é inestimável. Contudo, as modelagens econômicas, apesar de não ser capaz de dizer quanto vale a existência de uma pessoa, buscam maneiras de calcular quanto a pessoa média está disposta a pagar para reduzir o risco de morte, o que lhes permite colocar um preço relacionado ao valor coletivo de salvar uma vida.

Nesse sentido, o capítulo do livro buscou realizar um ensaio teórico, com a modelagem matemática e resgatando o conceito de valor para ser usado como ferramenta de gestão e tomada de decisão na elaboração de ações, estratégias e políticas públicas em saúde, e, mais especificamente, na “valoração econômica” da vida.

A partir da discussão da fórmula padrão de custo-efetividade, o estudo buscou mostrar que a equação poderia ser aperfeiçoada por modelagem matemática, alterando a sua razão (benefícios no numerador e custo ou esforço no denominador). Com isto, se poderia resgatar o já consagrado conceito de valor, longamente utilizado por economistas e gestores. Para que esta transformação passa ser operada seria necessária, em tese, a legitimação do mesmo, que, necessariamente, envolveria a negociação entre todos os *stakeholders*.

Um novo conceito, que envolva uma questão do valor da vida e o valor econômico da vida não pode ser imposto de forma autocrática nem pelo Estado nem por aqueles que se consideram *experts* no tema. De fato, é preciso transparência, negociação e ampla participação até para se estabelecer os critérios e parâmetros do próprio conceito apresentado neste estudo, que é a potencialidade de agregação do valor da vida.

As limitações do estudo estão na discussão teórica, sem possuir uma comprovação empírica e, paralelamente na não especificação operacional das subvariáveis. Estas subvariáveis precisam ser atestadas com detalhamento e profundidade, tanto de forma

teórica como empírica para que se possa chegar a uma equação que seja operacionalizada e com resultado ótimo.

Por fim, estudos adicionais devem buscar essa validação empírica junto aos diferentes tomadores de decisão envolvidos nos setores da saúde que seriam utilizadas para quantificar, de forma absoluta ou relativa as variáveis benefício e esforço.

## REFERÊNCIAS

ARENDDT, H. A condição humana. 13ª ed. rev. RJ, Forense Universitária; 2016.

ARISTÓTELES. Ética a Nicômaco. In: Os Pensadores: Aristóteles (II). São Paulo: Abril S.A. Cultural e Industrial, 1979.

DEATON, Angus. A grande evasão: saúde, riqueza e as origens da desigualdade. 1ª ed. - Lisboa : Presença, 2016.

DWORKIN, Ronald. A Raposa e o Porco-Espinho - Justiça e Valor. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2014.

RAWLS, John. Uma teoria da justiça. Tradução de Almiro Pisetta, Lenita Maria Rimoli Esteves. São Paulo: Martins Fontes, 2002

SENNETT, Richard. The fall of public man. Cambridge, London & Melbourne: Cambridge University Press, 1976. VILLANUEVA, Luis F. Aguilar. Gobernanza Y Gestión. Edição: F.C.E., janeiro de 2007.

# EXPERIENCIAS EN LA IMPARTICIÓN DEL CURSO RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO: $-2+7=9$

---

*Data de submissão: 10/10/2024*

*Data de aceite: 01/11/2024*

### **Luis Enrique García Álvarez**

Doctor en Educación, Maestro en Gestión de Servicios Públicos en Ambientes Virtuales, Profesor del Centro Universitario del Norte de la Universidad de Guadalajara, Colotlán, Jalisco, México.  
<https://orcid.org/0000-0002-6194-3577>.

### **Ana Cristina Núñez González**

Maestra en Salud Pública, Licenciada en Nutrición, Centro Universitario del Norte de la Universidad de Guadalajara, Colotlán, Jalisco, México.  
<https://orcid.org/0000-0002-3619-6784?lang=es>.

### **Jorge Daniel Ceballos Macías**

Doctor en Educación en Innovación Tecnológica Educativa, Ingeniero en Sistemas Computacionales, Centro Universitario del Norte de la Universidad de Guadalajara, Colotlán, Jalisco, México.  
<https://orcid.org/0000-0003-1054-6800>.

### **María Guadalupe Muñoz Ceja**

Doctorante en Salud Pública por la Universidad Autónoma de las Américas, Maestra en Salud Pública, Docente del Centro Universitario del Norte de la Universidad de Guadalajara, Colotlán, Jalisco, México.

**RESUMEN:** El objetivo fundamental de exponer la experiencia en la impartición del curso Razonamiento Lógico Matemático, es mostrar los resultados que se consiguieron al implementar una alternativa novedosa en la enseñanza de las matemáticas. El proceso ha sido paulatino y se desarrolló a lo largo de 5 ciclos escolares, el método se centra en observar el comportamiento de los alumnos, desde su inicio en el curso, los roles mostrados durante el desarrollo y hasta el cierre del mismo.

**PALABRAS CLAVE:** Matemáticas, enseñanza, aprendizaje, innovación, motivación.

## INTRODUCCIÓN

La motivación del análisis surge de la experiencia personal y por observar las opiniones de autores como Miguez (2004), el cual describe a las matemáticas como una de las disciplinas que suscita mayor rechazo entre los estudiantes. Este rechazo se atribuye a diversos factores, entre los que destacan: la percepción de dificultad, experiencias previas negativas (bajas calificaciones, reprimendas), intereses

personales divergentes y la preferencia por otras áreas del conocimiento. A lo largo de la trayectoria académica, estas experiencias negativas pueden generar desagrado, e incluso fobia, hacia las matemáticas.

A través de este documento, se expone la experiencia de nuestro equipo docente en el curso de Razonamiento Lógico Matemático, dirigido a estudiantes de primer ingreso. El objetivo de este curso, impartido en el Centro Universitario del Norte (CUNorte), ha sido transformar la percepción negativa que muchos estudiantes tienen hacia las matemáticas. Los resultados obtenidos hasta el momento son alentadores y demuestran que, con una metodología adecuada, es posible fomentar el interés por esta disciplina.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Al impartir el curso de Razonamiento Lógico Matemático en CUNorte, hemos detectado que un número significativo de estudiantes presenta dificultades significativas en el dominio de las matemáticas básicas. Esta situación se evidencia al plantear ejercicios sencillos como  $-2+7$  o  $2+2x2+2$ . A través de estos ejercicios, buscamos evaluar la comprensión de operaciones aritméticas fundamentales y, a su vez, identificar las áreas en las que los estudiantes requieren mayor apoyo.

Los resultados obtenidos muestran que un porcentaje considerable de alumnos cometen errores comunes, como resolver  $-2+7=9$  o  $2+2x2+2=10$ . Estos errores indican una falta de dominio de conceptos básicos que dificultan su avance en cursos más avanzados.

La primera hipótesis sobre la naturaleza del problema apuntaba a una falta de práctica por parte de los estudiantes. Sin embargo, a medida que el curso se impartió en semestres sucesivos, se evidenció un problema más generalizado y sistemático. Además de las dificultades iniciales, los alumnos expresaron de forma recurrente frases como: “Yo ingresé a la carrera X para evitar las matemáticas”, “Las matemáticas nunca me han gustado” o “No entiendo por qué debemos estudiar matemáticas si no son necesarias”. Esta actitud, junto con comportamientos como llegar tarde a clase, falta de participación y escaso esfuerzo, revela un rechazo profundo hacia las matemáticas. Este rechazo inicial parece ser la raíz de las dificultades de aprendizaje, ya que impide que los estudiantes se involucren activamente en la comprensión de los conceptos. Surge entonces la pregunta: ¿Cuáles son los orígenes de este rechazo? Y, más importante aún, ¿cómo podemos revertir esta situación?

## OBJETIVO

Analizar las estrategias pedagógicas utilizadas en el curso de Razonamiento Lógico Matemático para determinar su efectividad y potencial de mejora, con el objetivo de optimizar su implementación y difundir las mejores prácticas.

## ¿POR QUÉ LAS MATEMÁTICAS SON TAN COMPLEJAS?

Son múltiples los factores que dificultan el aprendizaje de las matemáticas tornándose en una tarea compleja. En el análisis realizado, se ha identificado al docente como un elemento clave provocando en el estudiante una mejor experiencia, o por el contrario, que los métodos seguidos desalienten el aprendizaje. No se trata de buscar culpables, sino de reconocer que las metodologías tradicionales, a menudo repetitivas y poco efectivas, han sido un obstáculo para el aprendizaje significativo de esta disciplina.

Por ejemplo:

- “La creencia del docente de que los estudiantes no pueden resolver problemas, a menos que se les enseñe cómo. Esta creencia estaría presente en aquellos docentes que esperan que sus alumnos resuelvan los problemas como se les indicó y, por tanto, si lo hacen de otra forma no les preguntan cómo lo hicieron” Jiménez y Gutiérrez, (2017. p. 112).
- De la misma forma, los autores indicados previamente detectan: “Los profesores que creen que los estudiantes pueden resolver problemas sin enseñarles previamente cómo y, aunque hablan del valor de la variedad de métodos para alcanzar una solución, son inconsistentes y poco sistemáticos en las oportunidades que proveen para discutir los diversos métodos”.
- En el mismo sentido Gómez et al. (2012), detectan en el proceso formativo cuestiones como: la mayoría de los profesores enseñan las matemáticas de una forma rutinaria, convirtiéndolo en un proceso expositivo y tedioso, los métodos seguidos no varían al igual que las técnicas y las estrategias de enseñanza aprendizaje, siguiendo un modelo tradicionalista, para el profesor no está dentro de sus puntos de mejora la capacitación y la innovación para promover el aprendizaje.

En segundo lugar, se ha identificado un componente afectivo negativo asociado al aprendizaje de las matemáticas. Los estudiantes expresan un claro desagrado hacia esta disciplina, lo cual puede desencadenarse por diversos factores. Uno de ellos es la dificultad para comprender los conceptos y procedimientos matemáticos. Cuando los alumnos no logran entender las explicaciones o resolver los problemas, experimentan frustración y desánimo. Según Palacios, Hidalgo, Maroto (2004), este desencanto suele ser el resultado de una acumulación de experiencias negativas, como fracasos repetidos, calificaciones bajas y comentarios desmotivadores por parte de los docentes o compañeros. Frases como ‘nunca entenderás’ o ‘las matemáticas no son para ti’ pueden generar una baja autoestima y un rechazo duradero hacia la materia.

Al analizar los puntos hasta ahora expresado surge la interrogante ¿es el profesor el único culpable del desencanto hacia las matemáticas? Por lo que es necesario precisar que se han señalado los errores docentes como una oportunidad para la autocrítica y la mejora continua de nuestra práctica. Sin embargo, como señala Rius (2015), la complejidad



del lenguaje matemático, abstracto y simbólico, exige un esfuerzo cognitivo considerable, especialmente en edades en las que el cerebro aún se encuentra en desarrollo.

Es posible ilustrar este punto, pensando en el aprendizaje de un juego de mesa, como el ajedrez. Al inicio, las reglas pueden parecer confusas y abrumadoras, lo que lleva a muchos a su abandono. Sin embargo, otros se sienten inmediatamente atraídos y logran un dominio rápido. ¿A qué se debe esta diferencia? No es que las reglas cambien, sino que la capacidad de comprensión y el interés del jugador evolucionan con el tiempo.

De manera similar, las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas pueden estar relacionadas con factores cognitivos y de maduración, además de los aspectos pedagógicos. Es decir, no solo depende de cómo se enseña, sino también de cómo están preparados nuestros estudiantes para aprender.

Sin embargo, la madurez cognitiva no está determinada únicamente por la edad. Es posible encontrar niños con un desarrollo cognitivo avanzado, comparable o incluso superior al de algunos universitarios. Recíprocamente, algunos estudiantes universitarios pueden presentar un nivel de madurez más propio de la adolescencia. Evidentemente, estas situaciones no son generalizables ni determinan el éxito o fracaso académico en matemáticas. Lo que es una realidad es que debemos adaptar nuestra enseñanza a las características individuales de cada estudiante.

Biológicamente, la capacidad de realizar operaciones abstractas, como las requeridas en matemáticas, está estrechamente ligada al desarrollo del lóbulo frontal del cerebro. Según Rius (2015), esta área cerebral no alcanza su madurez completa hasta los 20 años, aproximadamente. Esta inmadurez cognitiva puede manifestarse en actitudes impulsivas, donde los estudiantes responden sin reflexionar, como señala el mismo autor.

La naturaleza acumulativa de las matemáticas agrava esta situación, es decir, los conocimientos se sustentan en experiencias previas, véase de la siguiente forma, si se desea construir una casa y no se han establecido los cimientos no es posible continuar, la situación se agrava si se desea construir un segundo piso, la misma falta de cimientos o su mala ejecución provocará que en algún momento colapse, la situación en las matemáticas es similar, imagine tratar de resolver una ecuación cuadrática sin el dominio de las operaciones aritméticas, por ello es fundamental consolidar los conocimientos previos.

Es fundamental destacar que, si bien el docente desempeña un papel crucial en este proceso y nunca debe subestimarse su influencia, el estudiante también tiene una responsabilidad activa. Según Rius (2015), es necesario que el alumno adopte una postura proactiva y esté dispuesto a esforzarse intelectualmente. En este sentido, el desarrollo de la madurez personal se erige como una competencia esencial, como lo expresa Guerrero (2003).

Al alcanzar esta madurez, el estudiante desarrolla una serie de habilidades muy importantes. Entre ellas destaca la capacidad de aplicar un amplio abanico de valores para enfrentar los desafíos de la vida, como la resolución de problemas y la superación de crisis.

Incluso ante situaciones en las que se siente incompetente, esta madurez le permite superar sus limitaciones, como ocurre con las matemáticas. Su capacidad adaptativa, inherente a la madurez personal, lo impulsa a elevar su nivel de competencia en diversas áreas.

Como señala Guerrero (2003), la madurez mental constituye el pilar fundamental del desarrollo personal. A través de ella, el individuo adquiere la capacidad de crecer y evolucionar de manera integral, no obstante, las experiencias personales, como docentes, no nos permite detectar este tipo de complejidades e incluso resulta complicado promover el aprendizaje ante alumnos con poco desarrollo cognitivo, lo que demuestra la necesidad de una mayor capacitación y la diversificación de las estrategias.

Sin duda, el problema de las matemáticas presenta múltiples consideraciones que abordar. Hasta ahora se han mencionado algunas, como la dificultad de los estudiantes más jóvenes para desarrollar un pensamiento abstracto, lo cual impide alcanzar una madurez matemática adecuada. Además, la falta de preparación de algunos docentes para trabajar con niños pequeños puede generar comentarios inapropiados que causen frustración y desmotivación en los alumnos (Londoño, 2018). Creando una bola de nieve perjudicial. Finalmente, la naturaleza acumulativa de las matemáticas, donde cada nuevo concepto se basa en los anteriores, agrava la situación. Como señala Ilvemecuator (2023. parr. 2), esta acumulación de conocimientos puede generar una carga excesiva para los estudiantes, transformando lo que en la infancia era una pesadilla en un desagrado persistente en la edad adulta.

## MATERIALES Y MÉTODOS SEGUIDOS

El proceso se desarrolla a través de una intervención cuasi-experimental empírica, con los grupos asignados para impartir el curso Razonamiento Lógico Matemático, la culminación se dio en el ciclo 2019A, sin que implique su finalización, esto representa una serie de estrategias a seguir entre los que destacan resultados de tipo cualitativos.

De forma empírica se ha seguido la siguiente metodología:

- Comenzar con ejemplos sencillos y fáciles de entender.
- Realizar prácticas consecutivas.
- Subir el grado de complejidad sin que el alumno lo note (avance paulatino).
- Buscar ejemplos que puedan ser aplicados a la vida cotidiana.
- Incluir juego y/o acertijos.
- No abordar otra temática demasiado rápido, es recomendable ser pacientes y esperar a que la mayoría de los alumnos entiendan lo que se desea transmitir, sin embargo, no se recomienda caer en la persistencia y se debe ser capaz de detectar el momento en el que el alumno comienza a mostrar desinterés, en este caso es necesario abordar una nueva temática y crear el momento propicio para regresar a la temática anterior, desde un nuevo enfoque, por ejemplo, si

se esté enseñando al alumno la adición con números positivos y negativos, se puede pasar a la recta numérica, abordando nuevas problemáticas; si el alumno detecta de forma inmediata que se sigue enseñando adición, de forma natural rechazará la nueva propuesta, es mejor enseñar como si se tratase de una temática completamente nueva y en la primera oportunidad regresar a la adición de números reales.

- Es importante no abordar una nueva temática demasiado rápido. Se recomienda ser paciente y esperar a que la mayoría de los alumnos comprendan el tema abordado. Sin embargo, tampoco es recomendable insistir. Se debe estar atento para detectar el momento en el que el alumno comienza a perder interés. En este caso, es necesario introducir un nuevo tema y crear las condiciones adecuadas para retomar el tema anterior desde una perspectiva diferente.

Por ejemplo, si se está enseñando la suma de números enteros, es posible usar la recta numérica, presentando nuevos problemas. Si el alumno percibe inmediatamente que se sigue trabajando con la adición, es probable que rechace la metodología seguida. Por ello, es mejor presentar este nuevo contenido como un tema completamente independiente y, en una oportunidad posterior, retomar la adición.

- Sustituir los exámenes por participación activa; una prueba es capaz de generar estrés al alumno, según lo expresan Álvarez, Aguilar y Segura (2011). Según las observaciones se oculta la verdadera capacidad del estudiante, por dicho análisis se infiere que los alumnos se sienten cómodos y atraídos en la clase si se consensan con ellos para que se sustituya el examen por participación activa.

“...la función educativa de la escuela, en su vertiente compensatoria y en su experiencia de provocar la reconstrucción crítica del pensamiento y la acción, requiere la transformación radical de las prácticas pedagógicas. El principio básico que se deriva de estos objetivos y funciones de la escuela contemporánea es facilitar y estimular la participación activa y crítica de los alumnos en las diferentes tareas que se desarrollan en el aula y que constituyen el modo de vivir de la comunidad democrática y de aprendizaje”. (Pérez 1992, citado por Bretones, 1996. p. 10).

- La participación activa se ha desarrollado de la siguiente forma:

1. Al inicio (en el primer momento del curso o en la primera clase, de ser necesario es posible dedicarla en su totalidad para una correcta comprensión), se le explica al alumno la forma en la que será evaluado. Clase de encuadre (Universidad Nacional Autónoma De México, 2011). Se indica que a lo largo de la asignatura no se aplicaran exámenes, estos son sustituidos por su participación en las sesiones educativas en acciones como:

- Hacer correcciones en los procesos que muestra el profesor, en el caso de existir errores, o bien proponer otros procedimientos.
- Ayudar a sus compañeros.

- Resolver ejercicios ante la clase y explicarlos para que todos lo entiendan.
- Aceptar observaciones y/o correcciones.

Algo que se resalta constantemente al alumno es que no tema a la equivocación, en las matemáticas los errores son constantes e incluso normales, recordarán que sus profesores de dicha asignatura cometen errores y los seguirán cometiendo, en las matemáticas aplica el refrán: En casa del jabonero, el que no cae, resbala.

2. Una vez superada la fase o clase de encuadre: se explica el nuevo conocimiento a desarrollar, de ser necesario, es aconsejable dedicar tiempo para recordar procedimientos anteriores.

3. Se cuestiona al alumno con respecto a sus dudas, de haberlas se resuelven, el proceso es cíclico hasta que los alumnos no expresen más inquietudes.

4. Se proporcionan los ejercicios que se consideren pertinentes, lo recomendable es que al menos sean 10, para cuando se trabaja con grupos grandes pueda participar la mayor cantidad de alumnos y de ser un grupo pequeño, todos puedan participar, en el punto 6 se entiende el porqué de este proceso.

5. Se proporciona un tiempo pertinente para que los estudiantes resuelvan los ejercicios, se ha observado que no todos los terminarán y que incluso algunos necesitan ayuda, en este caso es deseable que sea un compañero el que brinde la asesoría “aprender enseñando” (Duran, 2017). Los estudiantes pueden actuar como mediadores entre el profesor, sus compañeros y los nuevos conocimientos (Duran, 2006). Lo que regularmente se ha mencionado como: el alumno aprende mejor de otro alumno.

6. Y finalmente, una vez que los alumnos han concluido o se ha proporcionado un tiempo pertinente, se invita para que los estudiantes pasen a resolver el ejercicio, ante la clase, es preferible que elija aquel que le resultó más fácil, uno por persona.

7. De lo anterior es necesario precisar y se ha observado que:

- Los alumnos están dispuestos a colaborar con sus compañeros.
- Se sienten con la libertad de interactuar con el profesor cuando éste aborda un procedimiento.
- El estudiante que es ayudado por otro compañero logra comprender más rápido.
- En un inicio, cuando se pide a los alumnos que pasen a resolver un ejercicio al frente, eligen el que consideran para ellos el más sencillo, por comodidad o porque lograron su solución, fortaleciendo su seguridad.
- Entre alumnos se motivan para que sus compañeros pasen a resolver un ejercicio, escuchando frases como: “no tengas miedo nosotros te ayudamos”.

Nota: La Secretaría de Educación Pública (SEP, 2014) indica que al promover la ayuda entre alumnos se logra evitar la deserción. Además, Duran (2017) señala que el

alumno que ayuda a su compañero aprende de forma más eficiente.

## LAS MATEMÁTICAS DESDE LA PARTE AFECTIVA

Si bien las estrategias mencionadas anteriormente y usadas en el curso Razonamiento Lógico Matemático, fueron desarrolladas en base a la experiencia, se ha observado que tienen su fundamento en el programa Golden 5 (Lera et al., 2009), el cual se base en desarrollar una mejor relación con el estudiante. Esta relación incluye el trato personal que se tiene entre profesor-alumnos y alumnos-curso, se trata de acercar al universitario a las matemáticas como un proceso de confianza y dejar de lado la presión constante, con la simple acción de generar la motivación desde el estudiante.

En base a las observaciones realizadas se ha determinado de forma empírica los siguientes resultados:

- Mayor comodidad del alumno en el curso.
- Mayor participación activa.
- Los alumnos estimulan a sus similares a participar.
- Por observaciones del estudiante, las 3 horas de clases son amenas y no parece que paise el tiempo.
- Se elimina estrés y presión, existe una mayor concentración en mejorar su aprendizaje y no en demostrar que ha aprendido.

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para que el aprendizaje de las matemáticas sea significativo, es crucial que los estudiantes no solo comprendan los ejercicios o conceptos, sino que también sean capaces de aplicarlos o contextualizarlos en situaciones reales. Al conectar las matemáticas con la vida cotidiana, se asegura que los conocimientos adquiridos sean duraderos.

“Es importante entender que los estudiantes no deben simplemente aprender a desarrollar un ejercicio en la clase, lo que yo pretendo es que ellos dominen la matemática cuando se les presente la oportunidad en la vida real y que al aplicar este conocimiento distingan la importancia de tener en claro para qué sirven los conocimientos matemáticos”. (Jiménez y Gutiérrez, 2017. p. 123).

Recordemos que en los modelos de enseñanza actuales el profesor se convierte en un guiador, en lugar de un simple transmisor de conocimientos. La transferencia de conocimientos como una estrategia errónea fue abordada por Freire (1970), en su obra “Pedagogía del oprimido” y que a pesar de haber transcurrido varios años desde que se identifica como un enfoque fallido, aún tiende a permanecer en los métodos pedagógicos del docente, demostrando lo poco que ha evolucionado el enfoque didáctico del maestro.

Ejemplos de la presencia de las matemáticas son encontrados en cada aspecto de la vida, incluyen actividades tan cotidianas como realizar las compras y en aquellos que los alumnos universitarios no conciben o que ya están viviendo, como ayudar a sus hijos con las actividades escolares, es una de las muestras que más se arraigan en los estudiantes al hacer referencia a la importancia de las matemáticas.

No es en vano sugerir que con el método seguido se consigue evitar un tipo de exclusión que se presenta en la clase, tal es el caso de la separación entre el grupo de alumnos que logran comprender los conceptos y aquellos a los cuales se les dificultan, logrando la conjunción de un equipo de trabajo y ayuda mutua, capaz de fortalecer los aprendizajes que ya se tienen y asimilando los nuevos que se presentan.

## CONCLUSIONES

La enseñanza de las matemáticas implica un reto, que no es posible negar, así lo es y así lo será. Para superarlo, es fundamental actualizar las estrategias pedagógicas. Lo expresado a lo largo del escrito analiza una de las vertientes desde la cual se puede abordar el aprendizaje de éstas. La estrategia ha estado enfocada en eliminar la apatía e incluso el miedo que se tiene hacia dicha disciplina, presentándose como un reto superable.

## REFERENCIAS

Álvarez, J., Aguilar, J. M., y Segura, S. (2011). El estrés ante los exámenes en los estudiantes universitarios. Propuesta de intervención. *International Journal Of Developmental And Educational Psychology*, 1(2), 55-63. <https://www.redalyc.org/pdf/3498/349832333005.pdf>.

Bretones, A. (1996). Concepciones y prácticas de participación en el aula según los estudiantes de magisterio [Tesis de doctorado, Universidad Complutense]. <https://docta.ucm.es/entities/publication/73948f26-956d-4976-b2cd-e8eeebfab97b/full>.

Duran, D. (2006). Tutoría entre iguales, la diversidad en positivo. *Aula de Innovación Educativa*, 153-154. <https://ddd.uab.cat/record/182077>.

Duran, D. (2017). Aprender enseñando: un paradigma emergente. *Formación y empleo*, 110(10), 4-12.

Freire, P. (1970). Pedagogía del oprimido. Tierra Nueva. <https://www.servicioskoinonia.org/biblioteca/general/FreirePedagogiadelOprimido.pdf>.

Guerrero, A. B. (2023). El constructo «madurez personal» como competencia y sus posibilismos pedagógicos. *Revista Española de Pedagogía*, 61(225). <https://doi.org/10.22550/2174-0909.2299>.

Gómez, K. M., Wilches, L. de J., Ruiz, R. M., & Corrales, Z. P. (2012). *Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del 6º grado de Educación Básica Secundaria en la institución educativa Almirante Colón de Lorica – Córdoba* [Tesis de licenciatura, Universidad de Cartagena]. <https://repositorio.unicartagena.edu.co/entities/publication/91420829-3172-4716-9f86-d57380c31092>.

Ilvemecuator. (2023, 24 mayo). Trucos matemáticos que te harán ver como un genio. Ilvem. <https://ilvemecuator.com/trucos-matematicos-que-te-haran-ver-como-un-genio/#:~:text=Lo%20que%20durante%20la%20etapa,Las%20matem%C3%A1ticas%20son%20muy%20dif%C3%ADciles%E2%80%9D%E2%80%A>.

Jiménez, A., y Gutiérrez, A. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación Matemática*, 29(3), 109-129. <https://doi.org/10.24844/em2903.04>

Lera, M., Jensen, K., Josang, F., Szymanska, J., Buccoliero, E. y Timmermans, J. (2009). Golden5. Recuperado 14 agosto, 2019, de <http://www.golden5.org/golden5/>.

Londoño, C. (2018, 16 noviembre). *13 frases que NO deberías decirle a tus estudiantes*. Elige Educar. <https://eligeeducar.cl/acerca-del-aprendizaje/13-frases-no-deberias-decirle-tus-estudiantes/>.

Miguez, M. Á. (2004). El rechazo hacia las matemáticas. Una primera aproximación. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 292-298). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/el-rechazo-hacia-las-matematicas-una-primer-a-proximacion/>

Palacios, A., Hidalgo, S., & Maroto, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas?: Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación*, 334. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=963460>.

Rius, M. (2015, 21 mayo). ¿Por qué muchos estudiantes odian las matemáticas? *La Vanguardia*. <https://www.lavanguardia.com/vida/20150521/54431772174/estudiantes-odian-matematicas.html>.

Secretaría de Educación Pública. (2014). Manual para Implementar la Tutoría entre Pares (Alumno-Alumno) en Planteles de Educación Media Superior. México, D. F., México: Impresora y Encuadernadora Progreso, S. A. de C. V. (IEPSA).

Universidad Nacional Autónoma De México, U. N. A. M. (2011). *Encuadre*. El Encuadre de un Curso. Recuperado 18 de septiembre de 2019, de <https://www.iztacala.unam.mx/sga/materialesapoyo/ENCUADRECursodelIniciacion10-14enero2011.pdf>.

# USO DEL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ECUACIONES CUADRÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

*Data de submissão: 11/09/2024*

*Data de aceite: 01/11/2024*

**Franklin Rimachi Jimenez**

Colegio Franciscano San Román -Plaza de Armas S/N, Juliaca, Perú.

**EDGAR CALIZAYA CHURA**

Universidad Nacional de Juliaca, Perú

100% de estudiantes de la muestra del grupo experimental el 23% se ubican en la categoría muy buena en relación a los estudiantes del grupo de control que el 8% se ubica en la categoría muy buena

**PALABRAS CLAVE:** Aprendizaje, GeoGebra, problemas, resolución, software.

**RESUMEN:** El trabajo de investigación tiene como objetivo, Determinar los efectos del uso de software GeoGebra en el aprendizaje significativo de las ecuaciones cuadráticas, en estudiantes del Colegio Franciscano San Román, con la finalidad de optimizar el rendimiento académico de los estudiantes de la Institución educativa Franciscano San Román. El diseño de investigación que se ha asumido es el cuasi experimental para la aplicación del software GeoGebra, buscando que el interactúa en su proceso de aprendizaje referido a la aplicación del software GeoGebra en la resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas. Para la recolección de información se ha utilizado la prueba de conocimiento de ecuaciones cuadráticas. La muestra de la investigación ha estado conformada por los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Franciscano San Román. Los resultados de la investigación muestran que del

## USE OF GEOGEBRA IN LEARNING TO SOLVE QUADRATIC EQUATION PROBLEMS IN SECONDARY EDUCATION

**ABSTRACT:** The objective of the research work is to determine the effects of the use of GeoGebra software in the meaningful learning of the quadratic functions, in students of the Franciscan School San Román, with the purpose of optimizing the academic performance of the students of the Franciscan Educational Institution San Roman. The research design that has been assumed is the quasi-experimental for the application of GeoGebra software, looking for the interaction in its learning process referred to the application of GeoGebra software in solving quadratic equations problems. For the collection of information, the test of knowledge of quadratic equations has been used. The research sample has



been conformed by the fifth grade students of the San Roman Franciscan Educational Institution. The results of the research show that of the 100% of students in the sample of the experimental group, 23% are in the very good category in relation to the students of the control group, that 8% is in the very good category.

**KEYWORDS:** Learning, GeoGebra, problems, resolution, software.

## INTRODUCCIÓN

Las Tecnologías de Información y Comunicación en la enseñanza educativa tuvo origen (H. Gutiérrez, 1997) en los años 90 se dio a llamar como “tecnologías de la información y las comunicaciones” (TIC), lo cual supuso un avance espectacular en las posibilidades comunicativas( Internet, el celular etc.).La PC sentó las bases para nuevos paradigmas en el uso de la tecnología en el aprendizaje y el proceso educativo.

En líneas generales podríamos decir que las nuevas tecnologías de la información y comunicación se dan en tres medios básicos: la informática, la microelectrónica y las telecomunicaciones lo que permite conseguir nuevas realidades comunicativas. (Cabero, 1998). Por otro lado las TIC encuentra su papel como una especialización dentro del ámbito de la Didáctica y de otras ciencias aplicadas de la Educación, refiriéndose especialmente al diseño, desarrollo y aplicación de recursos en procesos educativos como el audiovisual, tecnológicos del tratamiento de la información. (Bautista & Alba, 1997)

Sobre el Álgebra Escolar, Los investigadores Godino & Font (2003) constatan la existencia en la escuela de una concepción tradicional y limitada del álgebra escolar denominada aritmética generalizada, esta concepción supone que el álgebra es un campo de las matemáticas donde se manipulan letras que representan números no especificados. Así mismo los investigadores (Bolea, Bosch, & Gascón, 2001), tienen una concepción ampliada del álgebra como instrumento de modelización matemática es la que se debe ir construyendo desde los primeros niveles educativos, puesto que la modelización algebraica es una cuestión de menor o mayor grado. En este sentido, es conveniente retomar lo escrito por Isaac Newton (1707) en su libro Aritmética Universal: “Para resolver un problema referente a números o relaciones abstractas de cantidades basta con traducir dicho problema, del inglés u otra lengua al idioma algebraico. De acuerdo con lo planteado por (L. García, 2011) es importante, reconocer aportes de otros investigadores acerca de las dificultades que se generalizan en los estudiantes frente al aprendizaje del álgebra; al respecto (Harper, 1981) sugirió la existencia de etapas en la comprensión de un término literal como variable, y señaló que los estudiantes usan los términos literales mucho antes de que sean capaces de conceptualizarlos como variables para percibir lo general en lo particular.

Aunque el cálculo literal, basado en las propiedades estructurales de los conjuntos numéricos se suele iniciar en secundaria, los procesos de simbolización, expresión de relaciones, identificación de patrones, son propios de los primeros niveles de alterización.

(Cai & Knuth, 2011)

La teoría de situaciones Didácticas planteada por (Brousseau, 1998) propone la interacción entre pares para enfrentar una situación que requiera de un conocimiento matemático; para que la comprendan, diseñen un plan de acción y lo ejecuten para encontrar la solución más acertada al problema planteado,

Es un sistema de obligaciones recíprocas entre profesor y alumno referentes al conocimiento matemático que se busca enseñar. Comprende un conjunto de comportamientos que el profesor espera del alumno y comportamientos que el alumno espera del profesor, que regula el funcionamiento de la clase definiendo los roles. Sadovsky (2005) por otro lado como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se caracteriza en primer lugar, por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. (Artigue, Douady, & Moreno, 1995)

Según Pea (1987) el **Software GeoGebra se** define como una herramienta cognitiva que ayuda a trascender las limitaciones de la mente, en el pensamiento, el aprendizaje y las actividades de resolución de problemas, las cuales deben ser incorporadas en un software para que la computadora funcione como una verdadera herramienta cognitiva y promueva la actividad cognitiva de los estudiantes.

Es así que Stanic & Kilpatrick (1989) sostienen que los problemas han ocupado un lugar central en el currículum matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo recientemente los que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Así mismo el estudioso (Polya, 1981) ha desarrollado teorías que permiten implementar la resolución de problemas en la enseñanza, así como el uso de estrategias y recursos para construir y producir conocimientos matemáticos en el contexto escolar. En el contexto peruano, es decir, en el Currículo Nacional de Educación Básica se señala expresamente que se debe desarrollar competencias, capacidades y desempeños matemáticas. Como se puede constatar la resolución de problemas atraviesa toda la actividad de la educación matemática.

Además, es el medio más adecuado para desarrollar la capacidad de las conexiones matemáticas y la modelización matemática. (Verschaffel & De Corte, 1996)

Para Cavallo (1996) considera que las tecnologías computacionales son perfectas para introducir en la educación, nuevos elementos que transformen la práctica educativa. Con el objetivo de motivar y hacer aliado a la matemática.

Una de las corrientes evaluativas más coherentes enmarcada dentro del enfoque por competencias es la denominada Evaluación Auténtica, que implica la realización de actividades realistas y relevantes (Monereo, 2003) procurando que los conocimientos y habilidades que logran los alumnos puedan ser aplicados fuera del aula (Sarmiento, 2013) como una evidencia efectiva de su capacidad de aplicar el conocimiento en lugar de solo

hablar o escribir sobre él. (Padilla Carmona & Gil Flores, 2008)

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Lugar de estudio

La investigación se desarrolló en la región Puno que se encuentra en el altiplano entre la ceja de selva y la selva alta, a una altitud que varía entre los 3,812 y 5,500 msnm, específicamente en la ciudad de Juliaca. El lugar de estudio escogido fue la Institución Educativa Franciscano San Román, Plaza de Armas s/n.. Este centro nos ayudara a demostrar la utilidad del software GeoGebra en el aprendizaje de resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas en educación secundaria

La ciudad de Juliaca según el Instituto Nacional de Estadística e Informática es la decimotercera ciudad más poblada del Perú y albergaba en el año 2017 una población de 276.110 habitantes.

El presente trabajo de investigación corresponde a una investigación experimental, es decir que se realizó un estudio en el que se manipulo intencionalmente la variable independiente, para analizar las consecuencias que la manipulación tiene sobre la variable dependiente, dentro de una situación de control para el investigador. (Hernández, 2015)

El diseño de investigación corresponde al tipo cuasi experimental conformado por dos grupos homogéneos con Prueba de entrada (PE) y Prueba de salida (PS), con un grupo de control (GC) y el otro grupo experimental (GE) donde experimental fue sometido a manipulación de la variable independiente (Software GeoGebra), cuyo esquema es el siguiente.

Para la presente investigación la población está constituida por los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Franciscano San Román, quienes componen un total de 52 estudiantes.

El tipo de muestra es el no probabilístico por conveniencia, porque se seleccionó en forma intencionada y controlada apareando grupos experimentales y de control.

El tamaño muestral lo constituye la totalidad de la población debido a que es muy reducida; los que son en un número de 52 estudiantes.

	<b>Alumnos</b>	<b>Nº Estudiantes</b>	<b>%</b>
Grupo de control	26	26	50%
Grupo Experimental	26	26	50%
<b>Total</b>	<b>52</b>	<b>52</b>	<b>100%</b>

Tabla 1. Muestra de estudiantes del quinto grado de la institución educativa Franciscano San Román.

Fuente: Nominas de matrículas 2018 de la institución educativa Franciscano San Román.

## Descripción detallada por objetivos específicos:

El Objetivo general es determinar los efectos del uso de software GeoGebra en el aprendizaje significativo de las ecuaciones cuadráticas, en estudiantes del Colegio Franciscano San Román y los Objetivos específicos los cuales son establecer las diferencias que existen en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, entre los estudiantes del grupo experimental y grupo de control antes de la aplicación del software GeoGebra en estudiantes del Colegio Franciscano San Román y determinar en qué medida se mejora los aprendizajes de las ecuaciones cuadráticas, en estudiantes del grupo experimental en comparación del grupo de control, con el uso del software GeoGebra en estudiantes del Colegio Franciscano San Román.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

De la investigación realizada se presenta los resultados obtenidos de la pre - prueba y post - prueba del grupo de control y grupo experimental de la Institución Educativa Franciscano San Román, grupo A (grupo experimental) y grupo B (grupo control); con sus respectivos análisis, resultados e interpretación de datos, para luego establecer los objetivos específicos y la relación y/o comprobación con las hipótesis que a continuación se presentan relacionándolos en orden con cada objetivo específico:

**Objetivo General: Determinar los efectos del uso de software GeoGebra en el aprendizaje significativo de las ecuaciones cuadráticas, en estudiantes del Colegio Franciscano San Román**

### **Análisis de los resultados obtenidos en la prueba de salida o post test de los estudiantes de grupo de control y experimental**

En el tabla 1 y figura 1 se observa las notas obtenidas en la prueba de salida del grupo control se aprecia que 2 estudiantes obtuvieron notas de 0 a 10 lo que abarca un 8% del total y se encuentran ubicados en la escala, deficiente; 15 estudiantes obtuvieron notas de 11 a 13 lo que representa un 58% de los estudiantes que están en la escala regular; 7 estudiante obtuvo la nota de 14 a 17 lo cual está en un 27% y se ubica en la escala bueno; y por ultimo observamos que 2 estudiante se encuentran en la escala muy bueno está en un 4% lo cual significa que ningún estudiante obtuvo la nota de 18 a 20.

Conclusión: entonces el promedio de la nota final del grupo experimental en la resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas es igual al promedio final del grupo de control. Por lo tanto, se afirma que el promedio de la evaluación del grupo control y experimental son iguales.

ESCALA	NOTAS	fi	Fi	Hi	%
Deficiente	[01-05]	2	2	0.08	8%
Regular	[06-10]	15	17	0.58	58%
Bueno	[11-15]	7	24	0.27	27%
Muy Bueno	[16-20]	2	26	0.08	8%
		26		1.00	

Tabla 2. Resultados de la investigación de la prueba de salida después del tratamiento en el grupo de control del quinto grado de la IE Franciscano San Román

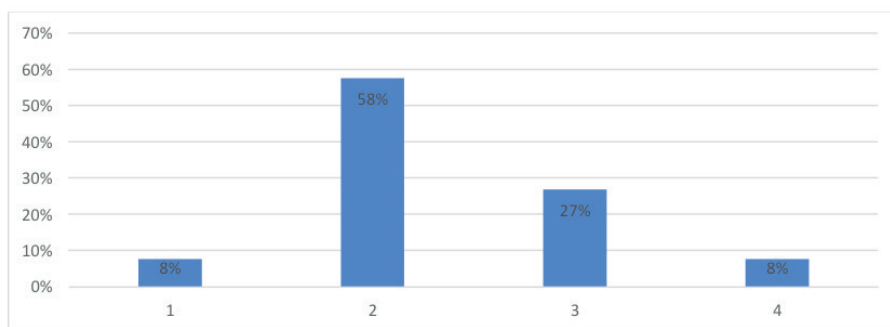


Figura 1. Resultados de la investigación de la prueba de salida después del tratamiento en el grupo de control del quinto grado de la IE Franciscano San Román.

Surichaqui (2017) indica que la influencia del uso del software GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas es positivo en el aprendizaje conceptual y procedimental, lo cual está de acuerdo a los resultados de nuestro trabajo.

Vargas & Huallasco (2014) afirman la existencia de diferencias de resultados de estudiantes que interactúan con el software GeoGebra con estudiantes que no interactúan en la enseñanza de geometría analítica.

**Objetivo Específico 1: Establecer las diferencias que existen en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, entre los estudiantes del grupo experimental y grupo de control antes de la aplicación del software GeoGebra en estudiantes del Colegio Franciscano San Román.**

### **Comparación de los estadísticos obtenidos de la investigación antes del tratamiento en el grupo control y experimental en estudiantes del quinto grado de la IE Franciscano San Román.**

El promedio final de las notas obtenidas en la pre prueba por los estudiantes del grupo experimental es diferente al promedio final de notas obtenidas por los estudiantes del grupo control antes de la aplicación del software GeoGebra.

Conclusión: entonces el promedio de la nota final del grupo experimental en la resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas es igual al promedio final del grupo

de control. Por lo tanto, se afirma que los promedios de la evaluación del grupo control y experimental son iguales.

Antes del tratamiento		
Resultados	Grupo control	Grupo experimental
Media	9.69	9.88
Error típico	0.35	0.49
Mediana	10.00	10.50
Moda	10.00	12.00
Desviación estándar	1.76	2.49
Varianza de la muestra	3.10	6.19
Curtosis	1.39	-0.34
Coefficiente de asimetría	-0.97	-0.60
Rango	8.00	9.00
Mínimo	5.00	5.00
Máximo	13.00	14.00
Suma	252.00	257.00
Cuenta	26.00	26.00
Nivel de confianza (95.0%)	0.71	1.00

Tabla 3. Comparación de los estadísticos obtenidos de la investigación antes del tratamiento en el grupo control y experimental en estudiantes del quinto grado de la IE Franciscano San Román.

#### Prueba de hipótesis de la pre prueba

Gutiérrez & Prieto (2015) realizan el estudio de funciones parabólicas en enfocados en la familia de parábolas que se forman en el coeficiente que multiplica a la variable de grado 2, encontrando sus características, muestra la facilidad de uso del software GeoGebra en nuestro trabajo se varió los coeficientes de las ecuaciones cuadráticas para ver el comportamiento de las ecuaciones.

**Objetivo Específico 2: Determinar en qué medida se mejora los aprendizajes de las ecuaciones cuadráticas, en estudiantes del grupo experimental en comparación del grupo de control, con el uso del software GeoGebra en estudiantes del Colegio Franciscano San Román.**

### **Comparación de los estadísticos obtenidos de la investigación después del tratamiento en el grupo control y experimental en estudiantes del quinto grado de la IE Franciscano San Román.**

El promedio de notas obtenidas en la pre prueba por los estudiantes del grupo experimental es igual al promedio final de notas obtenidas por los estudiantes del grupo control después de la aplicación del software GeoGebra.

El promedio final de las notas obtenidas en el post prueba por los estudiantes del

grupo experimental es significativamente mayor al promedio final de notas obtenidas por los estudiantes del grupo control después de la aplicación del software GeoGebra.

Entonces el promedio de la nota final del grupo experimental en la resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas es significativamente mayor al promedio final del grupo de control.

Antes del tratamiento		
Resultados	Grupo control	Grupo experimental
Media	12.19	14.23
Error típico	0.27	0.54
Mediana	12.00	14.00
Moda	12.00	14.00
Desviación estándar	1.36	2.75
Varianza de la muestra	1.84	7.54
Curtosis	0.23	-1.17
Coefficiente de asimetría	0.25	0.23
Rango	5.00	9.00
Mínimo	10.00	10.00
Máximo	15.00	19.00
Suma	317.00	370.00
Cuenta	26.00	26.00
Nivel de confianza (95.0%)	0.55	1.11

Tabla 4. Comparación de los estadísticos obtenidos de la investigación después del tratamiento en el grupo control y experimental en estudiantes del quinto grado de la IE Franciscano San Román.

#### Prueba de hipótesis de la post prueba.

García (2014) realiza secuencias didácticas para la enseñanza del álgebra lineal, logrando reforzar el razonamiento de construcción de concepto de ecuación por medio de gráficas de funciones, en nuestro trabajo se realizó la solución de ecuaciones cuadráticas y el proceso sea representado gráficas de las ecuaciones los cuales reforzaron la interpretación de la ecuación cuadrática.

Conde (2013) consistente en el estudio de la idoneidad de la aplicación del software GeoGebra como recurso educativo en último curso de la Educación Secundaria Obligatoria. La dificultad que la asignatura de las matemáticas plantea para gran parte del alumnado de la E.S.O. La inclusión del software GeoGebra podría ser ideal para ello, ya que, como su propia definición indica, Geometría + Álgebra, se presenta con dos espacios principales dentro de la misma ventana que combinan simultáneamente las ecuaciones empíricas y las figuras espaciales que representan. Este software ha alcanzado una enorme expansión a nivel mundial desde que su creador Markus Hohenwater (Johannes Kepler University, Linz, Austria) lo iniciara hace diez años. Para ello se ha realizado una investigación utilizando

bibliografía adecuada y fundamentada, además de un estudio de campo en dos centros educativos de Sevilla.

## CONCLUSIONES

Al concluir el proceso de aprendizaje usando el software GeoGebra, se constató en la prueba de salida, que existe diferencias significativas entre el grupo experimental y el grupo control en el nivel de aprendizaje de resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas, según los resultados obtenidos el grupo experimental tiene un rendimiento académico superior sobre Ecuaciones cuadráticas ya que sus mayores porcentaje se encuentra en la categoría de regular. Si, determinar el efecto que produce la aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje de la resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas, en los estudiantes de la Institución Educativa Franciscano San Román, donde los estudiantes mejoran notablemente su aprendizaje en la unidad denominada ecuaciones Cuadráticas después del tratamiento, aplicando el software GeoGebra.

## AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional del Altiplano, por facilitar la ejecución de trabajos de investigación orientados a la mejora de sus servicios educativos.

Teniendo en cuenta que el avance de la tecnología es muy rápido, sugerimos el estudio de aplicaciones para móviles en el área de las matemáticas y la implementación de aplicaciones personalizados para la solución de problemas matemáticos.

Sugerimos a los docentes de las diferentes especialidades que laboran en instituciones Educativas Secundaria, experimentar con el uso de software para la enseñanza de la matemática en especial la solución de ecuaciones y otros temas de las matemáticas.

## REFERENCIAS

Artigue, M., Douady, R., & Moreno, L. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemáticas. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Bautista, A., & Alba, C. (1997). ¿Qué es Tecnología Educativa?: Autores y significados. *Revista Píxel-Bit*, 9(4). Retrieved from <http://www.us.es/pixelbit/art94.htm>

Bolea, P., Bosch, M., & Gascón, J. (2001). La transposición didáctica de organizaciones matemáticas en proceso de algebrización. El caso de la proporcionalidad. *Recherches En Didactique Des Mathématiques, Grenoble*, 2(3), 247–304.

Brousseau, G. (1998). Visite de l'atelier « Théorie des situations », et réponses aux questions des participants de l' U.E. *Actes de l' Université d'été, La Rochelle-Charente-Maritime*.



- Cabero, J. (1998). *Enfoques en la organización y dirección de instituciones educativas formales y no formales*. (M. Lorenzo, Ed.). Granada: Grupo Editorial Universitario.
- Cai, J., & Knuth, E. (2011). *Early Algebraization. A global dialogue from multiple perspectives*. Berlin: Springer-Verlag.
- Cavallo, D. (1996). *Leveraging Learning through Technological Fluency. (Master's Thesis)*. MIT Media Laboratory, Cambridge, Estados Unidos.
- Conde, R. (2013). *Idoneidad del uso del software GeoGebra para la mejora del proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas en 4º de E. S. O. (Tesis de grado)*. Universidad Internacional de la Rioja, Sevilla, España.
- García, A. (2014). *Una secuencia didáctica que integra GeoGebra para la enseñanza de ecuaciones lineales en grado octavo. (Tesis de grado)*. Universidad Nacional de Colombia, Palmira, Colombia.
- García, L. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes desecundaria al introducir geogebra en el aula*. España.
- Godino, J. D., & Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas*. Granada: Universidad de Granada.
- Gutiérrez, H. (1997). *Calidad Total y Productividad*. México: Mc Graw Hill.
- Gutiérrez, R. E., & Prieto, J. L. (2015). Deformación y reflexión de funciones con GeoGebra. El caso de las parábolas definidas por la expresión  $y = ax^2 + bx + c$ . *Números, Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 8, 115–126.
- Harper, E. (1981). Psychological changes attending a transition from arithmetical to algebraic thought. *Proceedings of the 5th International Conference for PME Grenoble, France*.
- Hernández, R. (2015). *Metodología de la Investigación*. México: McGRAW-HILL.
- Monereo, C. (2003). La evaluación del conocimiento estratégico a través de tareas auténticas. *Pensamiento Educativo*, 32(julio), 71–89.
- Padilla Carmona, M. T., & Gil Flores, J. (2008). La evaluación orientada al aprendizaje en la educación superior. *Revista Española de Pedagogía*, 66(241), 467–486.
- Pea, R. (1987). Cognitive Technologies for Mathematics Education. *Cognitive Science and Mathematics Education*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Sadovsky, P. (2005). *La Teoría de las Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática*. Retrieved from [http://s3.amazonaws.com/lcp/didactica24/myfiles/teoria\\_situaciones-1-.pdf](http://s3.amazonaws.com/lcp/didactica24/myfiles/teoria_situaciones-1-.pdf)
- Sarmiento, R. (2013). La Evaluación auténtica en el contexto universitario: Qué es. Por qué se hace necesaria. Para qué utilizarla y Cómo implementarla. *CIMA*, 3.

Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1989). *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Surichaqui, F. (2017). *Aplicación de software GeoGebra en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes de primer ciclo de la Universidad para el Desarrollo Andino. (Tesis de grado)*. Universidad para el Desarrollo Andino, Huánuco, Perú.

Vargas, G. C., & Huallasco, M. (2014). *GeoGebra en el aprendizaje de la geometría en los alumnos del cuarto grado de educación secundaria de la IEP Fe y Alegría N°1 San Martín de Porres. (Tesis de grado)*. Universidad Cesar Vallejo, Lima, Perú.

Verschaffel, L., & De Corte, E. (1996). Number and arithmetic. *International Handbook of Mathematics Education*.

# A INFLUÊNCIA DO USO DE JOGOS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

---

*Data de submissão: 13/09/2024*

*Data de aceite: 01/11/2024*

### **Luis Eduardo Silva Góes**

Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, em Ilhéus-Bahia. Licenciado em Matemática pelo Centro de Formação de Professores – CFP da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB, em Amargosa-Bahia. É professor da Educação Básica da rede pública estadual.

**RESUMO:** O impacto positivo dos jogos como ferramenta pedagógica no ensino da matemática é uma estratégia para romper com o modelo tradicional de ensino. Nesse modelo, os estudantes têm pouca autonomia, e as aulas são baseadas na resolução de exercícios, com o professor sendo a única fonte de conhecimento. Em contrapartida, propor um ambiente de aprendizado mais interativo, onde o estudante participe ativamente da construção do conhecimento, explorando situações-problema e desenvolvendo suas próprias conjecturas pode ser possível com atividades baseadas em jogos, sendo eles digitais ou analógicos. Nesse sentido, buscado aqui identificar práticas de ensino com uso de jogos e a sua influência para

a aprendizagem de matemática. O uso de jogos, tanto digitais quanto analógicos, pode transformar as aulas de matemática em espaços mais dinâmicos e criativos, promovendo não apenas a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também o desenvolvimento de competências como resolução de problemas, pensamento crítico e colaboração entre os estudantes. Metodologicamente, foi realizada uma revisão sistemática da literatura, analisando pesquisas entre 2007 e 2022 sobre o uso de jogos em aulas de matemática. Foram selecionadas 15 produções científicas, incluindo dissertações e artigos que relataram experiências com jogos analógicos e digitais. Os resultados indicaram que os jogos proporcionam um ambiente de aprendizado mais motivador, favorecendo o desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais, além de aumentar o desempenho acadêmico dos estudantes. Além disso, a utilização de jogos nas aulas de matemática pode transformar a experiência de aprendizagem, tornando-a mais inclusiva e participativa. No entanto, é importante ter uma intencionalidade pedagógica clara, para que os jogos não sejam usados apenas como entretenimento, mas como uma ferramenta eficaz no processo de

ensino-aprendizagem. Assim, embora o uso de jogos seja promissor, é necessário continuar a investigar e compartilhar experiências pedagógicas que integrem essa metodologia, a fim de desenvolver práticas de ensino que promovam a equidade e o protagonismo dos estudantes no aprendizado matemático.

**PALAVRAS-CHAVE:** Jogos educacionais. Aprendizagem matemática. Autonomia estudantil.

## INTRODUÇÃO

Comumente se associa que as aulas de matemática são espaços puramente tradicionais em que o professor, exclusivamente dito detentor do saber, expõe o conteúdo, dá exemplos e os estudantes resolvem exercícios, tais atitudes configuram o que Skovsmose (2000) nomeia de paradigma do exercício. Nesse contexto, os estudantes não possuem espaço para o desenvolvimento da sua autonomia e não são protagonistas em seu processo de aprendizagem.

De encontro ao paradigma do exercício, Skovsmose (2000) propõe o que ele chama cenários para investigação, que se trata de um ambiente de aprendizagem em que os estudantes são convidados pelo professor a explorar determinadas situações e assim gerando questionamentos, conjecturas etc.

É defendido por Freire (2022b) que professores e estudantes são protagonistas no processo de aprendizagem. Além disso, se o professor tem o comprometimento em desenvolver métodos criativos de ensino, isso pode melhorar a compreensão do conteúdo abordado na sala de aula.

O uso de jogos em aulas de matemática pode se configurar enquanto ambientes de aprendizagem dentro das condições citadas anteriormente, bem como se configura como um método criativo para se trabalhar o conteúdo matemático em sala de aula. Além disso, ao se inserir os jogos, sejam eles digitais ou analógicos, nas atividades de ensino, podemos ter contribuições para o desenvolvimento da cidadania e da autonomia dos estudantes, pois, “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua própria produção ou a sua própria construção” (Freire, 2022 p. 24)

Levando em consideração que ao se inserir jogos nas atividades de ensino podemos criar possibilidades para a construção do conhecimento matemático, temos como objetivo identificar práticas de ensino com uso de jogos e a sua influência para a aprendizagem de matemática. Na próxima sessão, teremos uma discussão referente ao uso de jogos em aulas de matemática. Seguimos com os procedimentos metodológicos em que buscamos suporte na revisão sistemática da literatura. Por fim, apresentamos nossos resultados e as considerações finais.

## O USO DE JOGOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

O uso de jogos em aulas de matemática se configura enquanto um recurso

metodológico que pode contribuir para o desenvolvimento de algumas atitudes necessárias para a aprendizagem matemática como enfrentar desafios, buscar soluções, desenvolver a argumentação, a organização do pensamento, a crítica, a intuição, a criação de estratégias.

A inserção dos jogos no contexto escolar aparece como uma possibilidade altamente significativa no processo de ensino-aprendizagem, por meio do qual, ao mesmo tempo que se aplica a ideia de aprender brincando, gerando interesse e prazer, contribui-se para o desenvolvimento cognitivo (Ribeiro, 2009).

Segundo Grandó (2004, p. 19) “o jogo pode representar uma simulação matemática na medida em que se caracteriza por ser uma situação irreal criada pelo professor ou pelo aluno, para (re) significar um conceito matemático a ser compreendido pelo aluno”, além disso, a sua inserção nas atividades de ensino proporciona um espaço em que os estudantes possam trabalhar o respeito mútuo e a autoestima.

Ao se propor ao usar jogos em aulas de matemática, é necessário que o professor tenha clareza da sua intencionalidade pedagógica e das características que são inerentes ao jogo que se pretende usar. Kishimoto (1998, apud Cassiano, 2009) afirma que os jogos com finalidades educacionais possuem duas funções. A função lúdica, quando o estudante joga voluntariamente e por pura diversão, aqui é levado em conta o prazer pelo ato de jogar. A função educativa, quando algo é ensinado ao estudante e ele amplia os seus conhecimentos a partir do jogar.

Entretanto, temos um desafio, uma vez que se é necessário equilibrar tais funções sem que uma sobressaia a outra. Grandó (2004, p.31-32) estabelece os benefícios decorrentes da incorporação de jogos em sala de aula de matemática:

- a) (re)significação de conceitos já aprendidos de forma motivadora para o aluno;
- b) introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão;
- c) desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos);
- d) aprender a tomar decisões e saber avalia-las;
- e) significação para conceitos aparentemente incompreensíveis;
- f) propicia relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade);
- g) o jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento;
- h) o jogo favorece a interação social entre alunos e a conscientização do trabalho em grupo ;
- i) a utilização dos jogos é um fator de interesse para os alunos;
- j) favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação , da competição sadia, da observação, das várias formas de resgate do prazer de aprender;
- k) atividades com jogos podem ser utilizadas para desenvolver habilidades que os alunos necessitam. É útil no trabalho com alunos de diferentes níveis;
- l) atividades com jogos permitem ao professor identificar e diagnosticar algumas dificuldades dos alunos.

Nesse sentido, atividades de ensino pautadas no uso de jogos podem corroborar para que o processo educativo promova igualdade, transformação e inclusão de todos os indivíduos (estudantes), indo ao encontro do que é pensando por Freire (2022). Além disso, como jogo se configura com um aliado no processo de ensino e de aprendizagem, ao jogar, o estudante, incentivado pelo desejo de ganhar, desenvolve a atenção, corrige e

compara as estratégias ali utilizadas desenvolvendo uma maior abstração do conhecimento apresentado.

Um outro viés que pode ser levado em conta ao se inserir jogos em aulas de matemática, está associado a visão que os estudantes têm da própria disciplina, uma vez que durante a vida escolar o estudante pode criar alguns tipos de bloqueio. Pois, como aborda Borin:

Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem (BORIN, 2004, p. 9).

Vale salientar que os jogos podem ser apresentados de duas formas para o estudante, de forma analógica como os jogos de tabuleiros, cartas etc. ou de forma digital como os jogos de ação, aventura, plataforma, RPG etc. Dando destaque aos jogos digitais, sua popularização de seu a partir dos avanços tecnológicos em que os jogos tradicionais (analógicos) começaram a ganhar novas versões se transformando em artefatos digitais (Magnani, 2011).

Huizinga (2015) apresenta a ideia do jogo, na sua maneira mais geral, como um elemento cultural e quiçá mais velho que o próprio homem, E o mesmo se dá aos jogos digitais, sendo que esse são apresentados como elementos culturais da camada mais jovem da sociedade (Gee, 2010; Magnani, 2011).

Ao serem usados com finalidades educacionais os jogos digitais devem proporcionar um ambiente crítico ao estudante, já que essa ação faz com que ele se mobilize para a assimilação dos conteúdos e das estratégias exigidas presentes naquele contexto. No jogo digital o estudante pode ser convidado a fazer um movimento de (re)descoberta dos conceitos ali inseridos, como afirma Poeta e Geller (2014).

Compreendemos que uma prática de ensino pautada no uso de jogos pode influenciar em alguma medida a aprendizagem matemática. Alguns pesquisadores que comentam sobre esse uso já foram apresentados ao longo desse texto. Entretanto, antes de descrever a influência de práticas de ensino com o uso de jogos que foram investigadas por outros autores, será apresentado o caminho metodológico percorrido para a escolha das pesquisas aqui incluídas.

## **METODOLOGIA**

Para atingir o objetivo de identificar práticas de ensino com uso de jogos e a sua influência para a aprendizagem de matemática, foi realizada uma revisão sistemática da literatura, buscando explorar produções científicas que evidenciam a influência do uso de jogos na aprendizagem de matemática. É importante destacar que a revisão sistemática da

literatura “é uma metodologia rigorosa proposta para: identificar os estudos sobre um tema em questão, aplicando métodos explícitos e sistematizados de busca; avaliar a qualidade e validade desses estudos, assim como sua aplicabilidade”. (De La Torre Ugarte Guanilo, Takahashi e Bertolozzi, 2011, p. 1261).

Foi realizada uma busca nas seguintes bases de dados: Banco Digital de Teses e Dissertações - BDTD, Portal de Periódicos CAPES e Biblioteca Digital da Sociedade Brasileira de Computação, apresentadas na figura 01. Como descritores usamos: Práticas de ensino e aprendizagem matemática; uso de jogos e aprendizagem matemática.

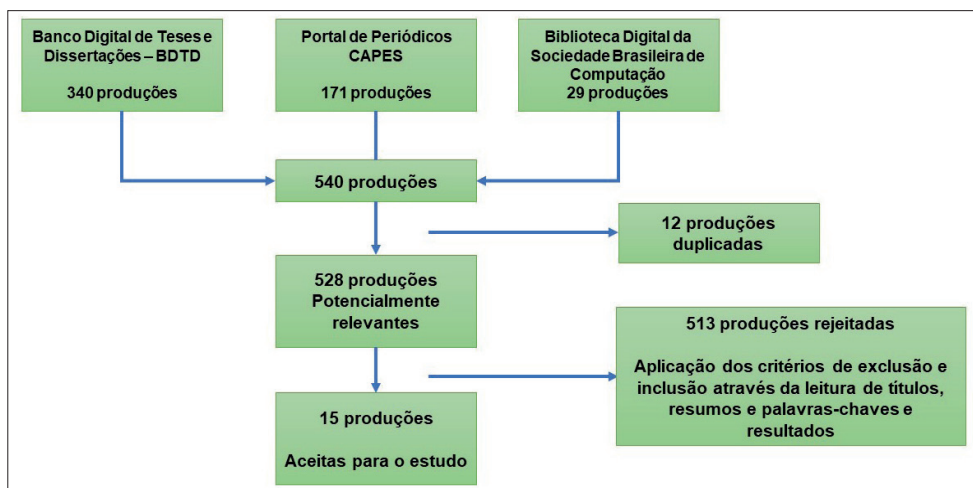


Figura 01: Detalhamento da revisão sistemática da literatura

Fonte: O AUTOR

As buscas nas bibliotecas digitais resultaram em uma amostra inicial com 540 produções das quais 12 eram duplicidades, restando 528 produções. Após a realização da leitura dos títulos, resumos e palavras-chaves e resultados com o objetivo de filtrar os trabalhos que tivessem relação com o tema. Após essa etapa 513 trabalhos foram rejeitados e 15 foram aceitos.

Foram excluídas as produções que se tratava de propostas de ensino, ou que já se enquadravam como algum tipo de mapeamento da literatura ou que eram fruto de Mestrado Profissional que não apresentavam algum aspecto de aprendizagem no seu escopo.

## RESULTADOS

A revisão sistemática que resultou em um grupo de 15 produções científicas, apresentadas no Quadro 01 a seguir por ordem crescente de publicação. Tais produções foram publicadas no interstício de 2007 a 2022. São produções que discutem sobre experiências acerca do uso de jogos, analógicos e digitais, em aulas de matemática.

Dessas temos 4 dissertações e 11 artigos.

TÍTULO	REFERÊNCIA	NATUREZA
Contribuições dos Jogo Eletrônicos na construção da linguagem algébrica	Romero (2007)	Dissertação
Contribuições de jogos como um recurso didático nas aulas de matemática financeira	Rade (2010)	Dissertação
Jogos Virtuais em Aulas de Matemática: Ações de um Aluno em um Jogo Virtual Envolvendo o Conceito de Ângulo	Miranda <i>et al.</i> (2015)	Artigo de Periódico
O uso de jogos nas aulas de matemática no ensino médio: um recurso avaliativo do conceito de função	Silva (2016)	Dissertação
Uso de jogos como estratégia de ensino e aprendizagem na matemática: estudo de funções quadráticas no 1 ano do ensino médio	Mundstock e Barcellos (2016)	Artigo de periódico
O uso de jogos como estratégia de aprendizagem de equações de primeiro grau para o ensino fundamental II	Nazareth (2017)	Dissertação
A utilização do jogo da ASMD como recurso didático para o ensino das 4 operações	Gomes e Nunes (2017)	Artigo de Periódico
Jogos digitais na escola: a utilização como objetos de aprendizagem no ensino de matemática	Silva e Costa (2017)	Anais do CBIE/WIE
Jogos educativos no ensino de matemática: qual a melhor abordagem?	Santana e Santos (2018)	Anais do CBIE/WIE
Jogo do mico matemático: uma estratégia didática e lúdica para o ensino fundamental	Freitas e Moreira (2019)	Artigo de Periódico
O uso de um jogo de batalha naval como ferramenta didática no ensino de matemática na educação básica	Ribeiro (2019)	Artigo de Periódico
Os jogos matemáticos e o jogo 1º Grau ou Grau	Barreto e Gava (2019)	Artigo de Periódico
Ambientes de aprendizagem a partir do game jobmath	Menezes e Sant'ana (2021)	Artigo de Periódico
O jogo digital quiz PG nas aulas de matemática: possibilidades para o ensino e aprendizagem de progressão geométrica	Ferreira e Oliveira (2021)	Artigo de Periódico
Avançando com o resto: uma intervenção no ensino de divisão de números inteiros	Bráz <i>et al.</i> (2022)	Artigo de Periódico

Quadro 01: Produções científicas incluídas na revisão sistemática

Fonte: O AUTOR

Romero (2007) em sua pesquisa analisou se o uso de jogos eletrônicos possibilita uma melhoria na aprendizagem da linguagem algébrica em estudantes da 6ª série do ensino fundamental, atual 7º ano. Ela realizou uma intervenção com duração de 10 aulas, em que num primeiro momento ela aplicou um instrumento para coleta de informações qualitativas, num segundo momento aconteceu uma intervenção usando os jogos eletrônicos disponíveis na página do Instituto Freudenthal<sup>1</sup> no laboratório de informática da escola e por fim, aplicou um instrumento final para coleta de informações também de natureza qualitativa.

<sup>1</sup> Link de acesso a página do Instituto Freudenthal: <https://www.uu.nl/onderzoek/freudenthal-instituut>



De maneira geral, a autora já evidencia que a atividade com o uso de jogos eletrônicos foi interessante e desafiadora e que se constituiu como uma fonte de prazer, permitindo o a participação efetiva dos estudantes. No que tange ao seu objetivo, Romero (2007) coloca que os jogos eletrônicos não se apresentam enquanto substitutos de outras formas de construção (da linguagem algébrica) e que são ferramentas à disposição do professor tornando as aulas mais atrativas e mais significativas para a construção do conhecimento matemático.

Rade (2010) investigou como ocorre a aprendizagem utilizando jogos como um recurso didático nas aulas de Matemática Financeira no ensino médio. Ele realizou uma intervenção com duração de seis aulas nas quais ele aplicou os jogos: Corrida matemática, Jogo do ônibus e Mastermática, todos desenvolvidos por ele e por fim aplicou um questionário com os estudantes.

O autor destaca a motivação causada pelo uso dos jogos nas aulas, além disso identificou que durante o desenvolvimento das atividades propostas os estudantes arriscaram possibilidades, testaram hipóteses e treinaram o convívio social. Para Rade (2010) o jogo em sala de aula pode ser utilizado para introduzir, amadurecer conteúdos e também preparar o estudantes para aprofundar conteúdos trabalhados anteriormente, dependendo diretamente do planejamento do professor, além disso, destaca a importância de inserção de atividades dessa natureza devido ao caráter lúdico e por despertar mais interesse dos estudantes.

Miranda et al. (2015) apresenta o recorte de uma pesquisa que mestrado que buscou analisar de que forma o conhecimento sobre ângulo pode ser (re)construído por alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental ao tomarem decisões em um jogo virtual. Na ocasião os autores realizaram uma intervenção com um grupo de estudantes, mas focaram no desenvolvimento de apenas um. Na intervenção foi utilizado o jogo digital *DDTank*,<sup>2</sup> disponível na internet. Nesse jogo, o jogador deve escolher o melhor ângulo de inclinação da arma e a força necessária do tiro para alcançar seu alvo.

O processo de intervenção realizado por Miranda et al. (2015) teve como suporte o software SuperLogo, usando para representar os ângulos que eram solicitados ao estudante em questão. Os autores perceberam que ele vivenciou um processo de (re)construção de seu conhecimento sobre ângulos. No início da experimentação ele conhecia o jogo e usava “o ângulo” por usar, sem saber o seu significado, apenas sabia que deveria ser registrado um número. Nesse sentido, vemos que os jogos são espaços em que os estudantes podem fazer uma redescoberta do conteúdo matemático, além de dar significado ao conteúdo apresentado.

Silva (2016) buscou analisar, através da utilização de jogos nas aulas de matemática, a compreensão do conceito de função, em uma turma de 1º ano do ensino médio de uma escola pública estadual da cidade de Rio Tinto, Paraíba. Na ocasião a autora, aplicou uma

<sup>2</sup> Link para acesso ao jogo: <https://ddtank5.com.br/>

oficina composta por dois jogos educativos envolvendo o conceito de função quadrática. Os jogos utilizados na oficina não foram desenvolvidos por ela, foram jogos desenvolvidos por outros pesquisadores.

Foram usados dois jogos por Silva (2016):

- Trilha do Conceito de Função: em que são apresentadas situações-problema envolvendo o conceito de função a partir da apresentação de dados dispostos em tabelas;
- Enigma de funções: que permite o trabalho de habilidades de leitura e interpretação de gráficos a partir das relações estabelecidas entre as diferentes funções e suas características.

Para a autora os jogos utilizados tiveram a perspectiva de manter o equilíbrio entre a dimensão lúdica e a dimensão didática. Além disso, provocaram um aprofundamento da aprendizagem, uma análise da compreensão do tema bem como fomentou o desenvolvimento da autonomia, da curiosidade e o desenvolvimento do protagonismo.

Mundstock e Barcellos (2016) se propuseram a analisar a estratégia de construção e utilização de um jogo matemático como possibilidade de potencializar a aprendizagem de funções quadráticas. O processo de intervenção desenvolvido pelas autoras ocorreu em três momentos: 1) pré-teste; 2) desenvolvimento e aplicação dos jogos; 3) pós-teste. O jogo desenvolvido nesse trabalho tem por título “Enigma das funções” e se trata de um jogo de perguntas e respostas, em que a finalidade é relacionar a forma algébrica das funções quadráticas com as suas características.

As autoras aplicaram um questionário afim de avaliar o processo e identificaram que a metodologia adotada tornou a aula mais atrativa e possibilitou uma maior interação entre os colegas. Além disso, foi destacado um aumento na motivação e no interesse em se realizar as atividades propostas.

Nazareth (2017) propôs a utilização de jogos matemáticos (Memória e Dominó das equações), como instrumento para o ensino das equações de primeiro grau para estudantes do 8º ano do ensino fundamental II de uma escola municipal. O autor realizou uma intervenção dividida em três momentos: 1) pré-teste; 2) Atividade envolvendo o uso de jogos, Memória e Dominó das equações; 3) pós-teste. A atividade envolvendo jogos durou quatro aulas, sendo duas para cada jogo, os estudantes jogaram em times e não individualmente como de costume.

Para o autor, o uso de jogos, desde que tenha uma orientação bem definida e uma intencionalidade, pode promover um espaço estimulador e desafiante para a formação do pensamento do indivíduo. Para Nazareth (2017) esse tipo de ambiente é capaz de desencadear nos estudantes a construção e resgate de habilidades matemáticas, uma vez que os jogos dão sentido e aproximam eles do conhecimento matemático.

Gome e Nunes (2017) propuseram em seu trabalho ressaltar a importância do uso

de jogos em sala de aula como recurso didático para o processo de ensino-aprendizagem das quatro operações matemáticas. O jogo investigado pelos autores chama-se ASMD - Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão – e não foi desenvolvido por eles, foi fruto de pesquisas de outros pesquisadores, que desenvolveram o jogo para estudantes do quarto ano do ensino fundamental, entretanto Gomes e Nunes (2017) adaptaram para estudantes de 6º ano de ensino fundamental.

Os autores não foram responsáveis pelo processo de aplicação do jogo, observaram o processo que estava sendo executado pelo professor regente da turma. Para eles, o jogo foi visto pelos estudantes como uma situação desafiadora, o que estimulou a participação efetiva dos estudantes. E ainda destacam que o jogo ASMD possibilitou uma abordagem da matemática de uma maneira mais dinâmica e atrativa, bem como promoveu uma interação significativa entre os próprios estudantes.

Silva e Costa (2017) buscaram relatar a experiência do uso de jogos digitais e objetos de aprendizagem, como contribuição na prática docente de licenciandos em matemática e docentes de matemática de escolas públicas, utilizando-os para potencializar o processo de ensino-aprendizagem, motivar os estudantes a aprenderem e a dar mais significado ao seu conhecimento matemático.

As autoras relatam a cerca de uma oficina realizada com estudantes do 6º ao 9º ano do ensino fundamental. Não são especificados os jogos digitais utilizados, tampouco os objetos de aprendizagem. Mas, Silva e Costa (2017) explicam que os estudantes sentiram motivados e passaram a dar mais significado ao conhecimento matemáticos e obtiveram benefícios na qualidade da aprendizagem.

Santana e Santos (2018) se propuseram a relatar a experiência do uso de um jogo em duas versões: digital e tradicional (analógica). O jogo utilizado em duas versões intitula-se Desafio dos palitos, que visa trabalhar conceitos de matemática como: raciocínio lógico, algarismos romanos e conversão de valores. Os estudantes envolvidos foram divididos em grupo digital e grupo tradicional, o primeiro grupo realizou as atividades no laboratório de informática e do segundo, na sala de aula convencional.

Os autores perceberam que os estudantes do grupo digital tiveram um maior engajamento, motivação e atenção durante a resolução dos desafios do jogo, em virtude dos estudantes do grupo tradicional, que ficaram entediados por demorem de compreender a dinâmica da atividade. De maneira geral, Santana e Santos (2018) destacaram que em ambos os grupos foi observado o compartilhamento de estratégias, trabalho em equipe e desenvolvimento do raciocínio lógico para resolver e avançar as fases do jogo, mas eles evidenciaram que o jogo na sua versão digital chamou mais atenção.

Freitas e Moreira (2019) apresentam uma pesquisa empírica com foco na investigação do uso do jogo digital do Mico Matemático a partir de figuras geométricas como um recurso didático para a avaliação da aprendizagem matemática. O jogo investigado foi criado e confeccionado pelas autoras para o ensino de geometria, se configura como um

jogo de cartas em que o objetivo é formar pares com a figura geométrica e suas devidas classificações e definições.

O processo de intervenção com o jogo Mico Matemático foi realizado pelas autoras em duas turmas de 8º ano. Segundo Freitas e Moreira (2019) o jogo despertou nos estudantes uma maior atenção e alguns conceitos abordados no jogo passaram a ficar mais claros à medida que o jogo foi praticado. De certo, para autoras atividades dessa natureza levam os estudantes a se interessarem mais pela disciplina (matemática) e possibilita ao professor realizar a avaliação da aprendizagem.

Ribeiro (2019) buscou analisar a influência de um jogo de batalha naval como ferramenta didática no ensino de matemática para estudantes do ensino fundamental. O autor dividiu o seu processo em três momentos: 1) aula tradicional; 2) Jogo batalha naval; 3) provinha individual. Ribeiro (2019) adaptou o jogo para contemplar os conceitos de média, moda e mediana.

Nesse contexto, a aula tradicional funcionou como um “pré-teste” e a provinha individual um “pós-teste. Como Ribeiro (2019) percebeu um aumento no quantitativo de acertos no pós-teste em relação ao pré-teste, ele associou esse aumento a realização do jogo de batalha naval e ainda acrescentou que a integração de jogos em aulas do tipo expositiva-dialogada contribui significativamente no desempenho dos estudantes, que se sentem empenhados e motivados.

Barreto e Gava (2019) apresentam o resultado de uma oficina realizadas em turmas de 2º e 3º ano do ensino médio com o jogo intitulado “1º grau ou grau?”. Esse jogo foi desenvolvido pelos autores do trabalho e envolve tópicos do conteúdo programático de equações do primeiro grau e trigonometria. Trata-se de um jogo de tabuleiro que tem o objetivo de introduzir, aprimorar, fixar e trabalhar regras e os conceitos referentes ao conteúdo.

Para a realização da oficina os autores dividiram os estudantes em grupos, em que cada um grupo tinha em mãos um tabuleiro e as cartas do jogo. Os autores destacam que o jogo contribuiu para o desenvolvimento do trabalho em equipe e estimular a aprendizagem dos estudantes. Além disso, foi uma maneira dos estudantes se familiarizarem com os conteúdos de forma lúdica.

Menezes e Sant’Ana (2021) se propuseram a identificar as transições entre ambientes de aprendizagem desenvolvidos em sala de aula, tecendo considerações sobre as categorias “o uso da tecnologia em sala de aula” e os “ambientes de aprendizagem emergentes”. As pesquisadoras realizaram intervenção em turmas do 7º e 8º ano do ensino fundamental utilizando o jogo intitulado *JobMath*. Trata-se de um jogo que apresenta questões sobre assuntos ligados a algumas áreas profissionais, envolvendo matemática especificamente aritmética.

O jogo foi desenvolvido pelas autoras e é um aplicativo para Smartphones Android. Para as autoras, por mais que os estudantes tenham familiaridade com tecnologias,

tiveram resistência para explorar o *JobMath*. Foi identificado que à medida que eles se familiarizavam com a plataforma as interações comunicativas cresciam gradativamente. Além disso, na interação com o jogo as autoras perceberam que os estudantes a medida que exploraram iam construindo conjecturas e como algumas situações apresentadas faziam referência ao cotidiano foi possível que eles pudessem argumentar matematicamente com críticas de cunho social.

Ferreira e Oliveira (2021) analisaram quais resultados o jogo digital Quiz PG pode produzir a partir da sua utilização didática para o aprendizado do conteúdo de Progressão Geométrica. O jogo intitulado Quiz PG foi desenvolvido pelos autores e é compatível com Smartphones Android. Os autores realizaram uma intervenção com estudantes do 1º ano do ensino médio que antes de interagirem com o jogo, realizaram atividades que podem se configurar como pré-teste e pós-teste.

Os autores perceberam que houve engajamento dos estudantes durante a utilização do jogo, além disso, destacaram que os estudantes se sentiram motivados para aprender e que esse aprendizado acontece a partir da superação da tentativa e do erro, pois eles passam a construir estratégias que os auxiliam a avançar no jogo.

Bráz *et al.* (2022) apresentam um relato de experiência envolvendo o jogo “Avançando com o resto”, desenvolvido numa turma de estudantes do 6º ano do ensino fundamental. O jogo não foi desenvolvido pelos autores, trata-se de um produto de outros pesquisadores. Nesse jogo, cada grupo de estudantes recebe um tabuleiro de trilha, dados e peões referentes a quantidade de jogador. Avança no jogo aquele que acertar o resto da divisão entre o valor da casa em que o peão está e o valor que saiu no dado. O jogador que realiza o cálculo errado passa a vez.

Os autores perceberam que o jogo despertou a competitividade dos estudantes, que não queria errar o cálculo e se esforçavam para resolver mentalmente e rapidamente as situações. Além disso, foi notado que alguns estudantes criaram a estratégia de querer sempre tirar o número 6 no dado, pois havia situações em que o resto possibilitava avançar 5 casas no jogo. Foi identificado também que os estudantes assumiram uma postura mais ativa com relação ao desenvolvimento da atividade proposta.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta revisão de literatura sistemática buscou identificar práticas de ensino com uso de jogos e a sua influência para a aprendizagem de matemática. Nessa direção, tendo em vista que um jogo com finalidades educacionais, independente da sua natureza –digital ou analógico – necessariamente precisa apresentar duas funções, lúdica e educativa e os benefícios elencados por Grandó (2004) no que tange a incorporação desses artefatos em aulas de matemática, os resultados apresentados identificaram diferentes aspectos desenvolvidos a partir de diferentes tipos de jogos.

Romero (2007), ao fazer uso dos jogos eletrônicos disponíveis na página do Instituto Freudenthal, pode identificar que esses, cumprem a sua função lúdica uma vez que despertam prazer e motivam os estudantes bem como a sua função educativa, sendo uma ferramenta que possibilita que as aulas sejam mais significativas para a construção do conhecimento matemático.

Rade (2010) utilizou jogos analógicos, Corrida Matemática, Jogo do Ônibus e Mastermática, que foram desenvolvidos por ele para trabalhar o conceito de matemática financeira, além do aspecto de motivação que está relacionado a função lúdica dos jogos, nenhum outro aspecto foi apresentado. Sobre a função educativa ela se cumpre, e aspectos como significação e ressignificação de conceitos, favorecimento da autonomia e desenvolvimento da criatividade são destacados pelo autor.

Miranda et al. (2015) fizeram uso de um jogo digital *DDTank*, que não possui finalidades educacionais e que já tem sua função lúdica pré-estabelecida. Mas, como os autores tinham uma intencionalidade pedagógica desenvolveram a função educativa, que por sua vez evidenciou a ressignificação do conteúdo matemático, a saber, ângulos.

Silva (2016) fez uso de jogos analógicos de sua autoria, Trilha do Conceito de função e Enigma de funções. Os aspectos lúdicos não foram bem evidenciados pela autora, mas, no que tange a função educativa deixa evidente o favorecimento a participação além do desenvolvimento das habilidades dos estudantes que estão em níveis diferentes. Este mesmo aspecto foi identificado também por Mundstock e Barcellos (2017) ao fazer uso de um jogo de perguntas e respostas para trabalhar conceitos das funções quadráticas. Ficou evidente também o favorecimento de uma competição sadia entre os estudantes.

Nazareth (2017) fez uso de jogos analógicos de sua própria autoria, Memória e Dominó das funções. O autor evidenciou a necessidade de se ter uma intencionalidade pedagógica ao se levar jogos para a sala de aula, principalmente, quando esses jogos são inspirados em outros sem finalidades educacionais, pois, a função educativa pode ficar de lado. No que tange a função lúdica, a motivação para participar das aulas foi algo destacado por ele.

Gomes e Nunes (2017) fizeram uma adaptação de um jogo analógico, ASMD, pensado para o Ensino fundamental I para o Ensino Fundamental II. A motivação e a participação ativa dos estudantes foram um ponto bastante evidenciado pelos autores, além disso, destacaram a importância de se utilizar jogos com o objetivo de ressignificar os conceitos para os estudantes. Esse aspecto também foi identificado por Silva e Costa (2017) ao utilizarem jogos digitais, não especificados pelas autoras, mas que segundo elas após interação com esses artefatos os estudantes obtiveram benefícios na qualidade da aprendizagem devido a dinamicidade e ludicidade.

Santana e Santos (2018) destacaram aspectos relacionados ao mesmo jogo, Desafio dos palitos, apresentado em sua versão digital e analógica. Esses autores destacam que o viés motivacional despertado pelo digital é muito maior com relação ao analógico, além dos

estudantes demonstrarem maior preocupação para resolver os problemas propostos. Mas, eles destacam a possibilidade de os estudantes pudessem desenvolverem estratégias tanto numa versão digital, quanto numa versão analógica.

Freitas e Moreira (2019) apresentam a possibilidade de usar jogos enquanto um instrumento de avaliação da aprendizagem em matemática. As autoras usaram o jogo Mico matemático, que é uma adaptação de um jogo sem finalidades educacionais. Além de evidenciarem que à medida que os estudantes jogavam mais o conteúdo era fixado, sendo o tempo jogando um aspecto importante a se desenvolver atividades desta natureza.

Ribeiro (2019) destaca que os jogos podem contribuir para um aumento do desempenho escolar, além disso, destaca também que os estudantes a partir da competitividade se sentem mais motivados.

Barreto e Gava (2019) ao trazerem um jogo de tabuleiro desenvolvido por eles, evidenciam aspectos associados as funções educativas dos jogos, voltados para a importância do trabalho em equipe e a autonomia dos estudantes com relação ao jogo, pois mesmo sendo jogado em equipe, o estudante podia escolher as questões relacionadas ao conteúdo que tem mais afinidade.

Menezes e Sant' Anna (2021) trazem um jogo digital desenvolvido por elas, que apresenta a matemática em diferentes contextos. Evidenciando aos estudantes a relação entre matemática e outras áreas, como propõe Grandó (2004). Mas foi destacado por elas, que inicialmente houve resistência por parte dos estudantes, mas que após isso perceberam que essas situações com referência a realidade auxiliaram os estudantes a perceberem a importância do saber matemático.

Ferreira e Oliveira (2021) também apresentam um jogo digital desenvolvido por eles, que desenvolveu a motivação dos estudantes, além disso destacam o processo de superação vivenciado pelos estudantes, mesmo quando erravam as situações propostas. Esse aspecto também foi percebido por Bráz *et al.* (2022) ao usar um jogo analógico, avançando com o resto. E ainda destacou, a importância de um jogo possibilitar ao estudante a criação de estratégias que desenvolvam o conhecimento matemático.

Diferentes aspectos voltados à função educativa dos jogos, digitais ou analógicos, foram evidenciados. Possivelmente, outras práticas de ensino com o uso de jogos têm sido desenvolvidas por professores/pesquisadores voltados a aprendizagem de matemática. Porém, é necessário o compartilhamento dessas práticas, no sentido de evidenciar não só experiências exitosas, mas também de outra natureza.

Vale salientar que a função lúdica é um aspecto que não deve ser dispensado, pois é a partir daqui que o estudante se sente motivado, empenhado e interessado em iniciar e/ou dar continuidade a uma atividade envolvendo jogos. Entretanto, a intencionalidade pedagógica é o que faz com que as práticas de ensino sejam apenas “o jogo pelo jogo” e aprendido seja posto de lado.

## REFERÊNCIAS

BARRETO, L. F.; GAVA, A. Os jogos matemáticos e o jogo “1º grau ou grau?”. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 6, n. 3, p. 46-64, 2019.

BRAZ, L. H. C et al. Avançando com o Resto: uma intervenção no ensino de divisão de número inteiros. **Revista Thema**, v. 21, n. 4, p. 1059-1072, 2022.

CASSIANO, M. **O jogo do NIM**: uma alternativa para reforçar o algoritmo da divisão no sexto ano do ensino fundamental. 2009. 154 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

FERREIRA, W. C.; OLIVEIRA, C. A. O jogo digital Quiz PG nas aulas de Matemática: possibilidades para o ensino e aprendizagem de progressão geométrica. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, v. 18, p. 1-20, 2021.

FREITAS, A. C. C.; MOREIRA, M. C. A. Jogo do Mico Matemático: uma estratégia didática e lúdica para o ensino fundamental. **Revista Thema**, v. 16, n. 3, p. 489-500, 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 73. Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2022c.

GEE, J. P. **Bons Videojogos + Boa Aprendizagem**: Colectânea de Ensaios sobre os Videojogos, a Aprendizagem e a Literacia. Tradução de: Maria de Lemos Teixeira. Portugal: Edições Pedagogo, 2010.

GOMES, V.; NUNES, I. C. V. A utilização do Jogo da ASMD como recurso didático para o ensino das quatro operações. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 3, n. 2, p. 62-77, 2017.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004

HUIZINGA, J. **Homo ludens**: O jogo como elemento da cultura. Tradução de: João Paulo Monteiro. 8. ed. São Paulo: Perspectiva, 2014.

MAGNANI, L. H. Por dentro do jogo: videogames e formação de sujeitos críticos. **Trabalhos em lingüística aplicada**, v. 46, n. 1, 2011.

MENEZES, B. S.; SANT'ANA, M. F. Ambientes de Aprendizagem a partir do Game JobMath. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática. Bento Gonçalves**, RS. Vol. 7, n. 2 (2021), p. e2009, 2021.

MIRANDA, C. S. S. et al. Jogos Virtuais em Aulas de Matemática: Ações de um Aluno em um Jogo Virtual Envolvendo o Conceito de Ângulo. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas**, v. 16, n. 6, p. 395-404, 2015.

MUNDSTOCK, I. A.; BARCELLOS, C. M. O. Uso de jogos como estratégia de ensino e aprendizagem na Matemática: estudo de funções quadráticas no 1º ano do Ensino Médio. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 2, n. 1, p. 140-154, 2016.

NAZARETH, D. R. **O uso de jogos como estratégia de aprendizagem de equações do primeiro grau para o ensino fundamental II**. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Projetos Educacionais em Ciências) – Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de Lorena. Lorena, p. 106. 2017.



RADE, S. A. **Contribuições de jogos como um recurso didático nas aulas de matemática financeira.** Dissertação (Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Física. Porto Alegre, p. 93. 2010.

RIBEIRO, J. P. M. O uso de um jogo de batalha naval como ferramenta didática no ensino de matemática na educação básica. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 6, n. 17, p. 84-98, 2019.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática.** São Paulo: Editora Saraiva, 2009.

ROMERO, S. A. **Contribuições dos jogos eletrônicos na construção da linguagem algébrica.** Dissertação (Pós-Graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá, p. 201. 2007.

SANTANA, S.; SANTOS, W. O. Jogos Educativos no Ensino de Matemática: Qual a Melhor Abordagem?. In: **Anais do XXIV Workshop de Informática na Escola.** SBC, 2018. p. 80-89.

SILVA, A. C. **O uso de jogos nas aulas de Matemática do ensino médio:** recurso avaliativo do conceito de função. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Matemática. Campina Grande, p. 174. 2016.

SILVA, K.; COSTA, M. Jogos digitais na escola: a utilização como objetos de aprendizagem no ensino da matemática. In: **Anais do XXIII Workshop de Informática na Escola.** SBC, 2017. p. 21-30.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

# MAGNETISMO: O ENCANTAMENTO COM A DEMONSTRAÇÃO DA AÇÃO DO CAMPO MAGNÉTICO

*Data de submissão: 16/10/2024*

*Data de aceite: 01/11/2024*

### **Leyde Kelly Miranda**

Centro federal de educação tecnológica-  
CEFET-MG, Varginha, Brasil.  
<http://lattes.cnpq.br/1834156370297840>

### **Erica Helena Almeida Dias**

Centro federal de educação tecnológica-  
CEFET-MG, Varginha, Brasil.

### **Loriene Demetrio Novais**

Centro federal de educação tecnológica-  
CEFET-MG, Varginha, Brasil.

### **Millena de Cassia Ribeiro**

Centro federal de educação tecnológica-  
CEFET-MG, Varginha, Brasil.

### **Andressa Caetano Ferreira da Silva**

Centro federal de educação tecnológica-  
CEFET-MG, Varginha, Brasil.

### **Makciel de Sales Silva**

Centro federal de educação tecnológica-  
CEFET-MG, Varginha, Brasil.

**RESUMO:** O tema magnetismo é um dos efeitos físicos que mais encanta as pessoas que não conhecem as leis da física, em especial do magnetismo, podendo ser levado para outros fenômenos como magia, mistério ou sobrenatural. O estudo nas escolas de

nível médio, geralmente no terceiro ano, são estudados e experimentados: a história de como foi descoberto as propriedades da magnetita, os ímãs, os polos magnéticos e geográficos. Além das linhas de indução, campo magnético, processos de imantação. É o tema central deste trabalho a demonstração do campo magnético através do experimento com dois tubos de materiais diferentes postos na vertical que tem um super ímã, composto de neodímio, solto simultaneamente e sujeito ao campo magnético dentro do tubo que tem seu tempo de queda até o solo diferente. Com intuito de demonstrar que fenômenos como este causam um encantamento nas pessoas foi desenvolvido um questionário e analisado estatisticamente e quantitativamente a distância entre a ação do campo magnético e o conhecimento perante a escolaridade dos entrevistados. Enviada por meios de redes sociais de mensagens a diversos grupos de contato dos autores deste trabalho totalizando vinte e cinco entrevistados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Física; Magnetismo; Experimento.

## MAGNETISM: THE ENCHANTMENT WITH THE DEMONSTRATION OF THE MAGNETIC FIELD

**ABSTRACT:** The study of magnetism is one of the physical effects that is most charming to people who do not know the laws of physics, especially magnetism, and can be taken to other phenomena such as magic, mystery or the supernatural. In secondary schools, usually in the third year, students are studied and experimented: the story of how the properties of magnetite, magnets, poles: magnetic and geographic were discovered. In addition to induction lines, magnetic field, magnetization processes. The main part of this work is the demonstration of the magnetic field through the experiment with two tubes made of different materials placed vertically that have a super magnet, composed of neodymium, released simultaneously and subject to the magnetic field inside the tube and its fall time until the different soil. In order to demonstrate that phenomena like this cause enchantment in people, a questionnaire was developed and the distance between the action of the magnetic field and the knowledge of the interviewee's education was statistically and quantitatively analyzed. Send messages via social networks to various contact groups of the authors of this work, totaling twenty-five interviewees.

**KEYWORDS:** Phisic; Magnetism; Experiment

### 1 | INTRODUÇÃO

Os gregos descobriram uma pedra chamada magnetita que atraía espontaneamente o ferro e sempre suspensa no ar vira na mesma direção. No século VI a. C. Tales de Mileto afirmava que a substância tinha “alma” podia atrair pedaços de matéria inanimada “aspirando-as” e que estas tinham vontade desejos próprios como se fossem seres vivos. Ao que tudo indica, os chineses também já conheciam e utilizavam o magnetismo há tempos, inclusive na navegação. Nos primeiros séculos da Era Cristã, adivinhos chineses utilizavam “a colher que aponta para o sul”. Era uma colher construída de magnetita.

É referenciado por [9] a importância do estudo das propriedades das magnetitas no campo da física onde há interesse na interação dos momentos magnéticos, dos materiais que a constituem e dos fenômenos magnéticos remonta a mais de 2.500 anos, quando já era usado as forças atrativas entre magnetita e ferro.

Sua aplicação se deu séculos posteriores com ímãs e bússolas usadas como auxílio à navegação, experimentos e relatos sobre magnetismo e suas aplicações foram publicados por volta de 1600. Nota-se um grande avanço na teoria do magnetismo ocorreu durante o século XIX com a descoberta dos fenômenos de ferromagnetismo por Curie. A estrutura de paredes que separam domínios magnéticos é descrita por Bloch e as noções antiferromagnetismo e ferrimagnetismo são estabelecidos por Néel. Compreendendo o magnetismo fez progressos notáveis durante o século XX, particularmente no domínio atômico onde as regras de Hund tornam possível descrever o estado magnético de um átomo na fase gasosa. No caso de sólidos cristalinos, a teoria das bandas eletrônicas permite a compreensão de fenômenos como ferromagnetismo, antiferromagnetismo,

paramagnetismo, etc...

Este estudo ganhou importância na década de cinquenta do século passado com as obras publicadas e na descoberta de uma magnetorresistência descrita como colossal nesses materiais. Manganitas possuem propriedades estruturais, magnéticas e elétricas notáveis. Estas propriedades estão intimamente relacionadas; eles são conferidos pelo estado de valência mistura  $Mn^{3+}/Mn^{4+}$  de manganês após a substituição de terras raras trivalentes por elementos bivalentes ou monovalentes. Estas Manganitas presentes para certos níveis de substituições das terras raras por um elemento bivalente uma transição paramagnética ferromagnética acompanhada por uma transição semicondutora-metal quando a temperatura diminui. A coexistência do estado ferromagnético metálico em baixas temperaturas é a origem da magnetorresistência descrita como colossal é o que é expressado por [8].

Quanto às propriedades físicas desses óxidos são essencialmente governadas pela taxa de  $Mn^{4+}$  nestes compostos ainda há estudos mais recentes mostraram que este parâmetro não é o único a governar essas propriedades, o tamanho do raio iônico médio <rua> do cátion importa e muito, a falta ou a estequiometria excessiva de oxigênio, o déficit no nível do local A, a natureza e o nível do elemento que substitui o manganês, o método de preparação, duração e temperatura do recozimento formando um emaranhado de fatores que governam estas propriedades físicas. Investigados através de física aplicada em análises por RX, microscópio eletrônico de varredura. Este trabalho possui duas vertentes, a primeira delas foca na análise de pós do Tratar de um tema em física que tem pertencimento a diversas ciências é muito delicado, pois tem-se a desenvolver em maior profundidade a análise sob a óptica de uma das ciências.

A física investigativa e a aplicada revela como de uma forma global e ampla este material se relaciona e produz conhecimento. Gerando reflexões sobre a primeira descrição das ideias fundamentais usadas para descrever e interpretar propriedades, aspectos físicos e estruturais das manganites. Após a descrição da estrutura da perovskita, apresentam-se principais mecanismos pelos quais os processos de localização ou deslocalização eletrônica, intimamente ligada à configuração eletrônica de cada tipo de cátion presente na rede.

O campo magnético da Terra tem origem na rotação do núcleo terrestre, que acontece com velocidade diferente da crosta do planeta. O núcleo terrestre é formado por uma grande quantidade de metais que apresentam uma grande quantidade de cargas elétricas, é a movimentação dessas cargas que dá origem ao campo magnético da Terra.

O Ministério da Educação, na Base Nacional Curricular de física engloba este tema para estudo pelo crescente uso em aparelhos eletroeletrônicos pondo o assunto nas rodas de discussão dos professores, e com intuito de despertar alunos para a ciência e para o conhecimento prático [3] enfoca a necessidade de estudo e experimentação.

Outro tema relevante constitui uma descrição das técnicas e métodos experimentais

utilizados neste trabalho (elaboração e caracterização física de amostras sintetizadas). Por terceiro apresentaremos a síntese dos compostos de fórmula geral, bem como sua caracterização química.

Um material dito por [9] como um super ímã de neodímio apresenta um campo magnético muito potente, inclusive, se comparado a um ímã de ferrite, o ímã neodímio oferece uma massa 18 vezes superior, alcançando maiores potências, por estas propriedades é requisitado pela indústria. O poder de magnetismo do super ímã neodímio deve-se a uma composição química que potencializa o campo magnético do material, que é realizado a partir de uma combinação de neodímio, ferro e boro, cuja representação é  $\text{Nd}^2\text{Fe}^{14}\text{B}$ , grande resistência a processos de desmagnetização, acabamento que visa a anti oxidação devido a cobertura de zinco, possibilidade de moldagem de acordo com as medidas necessárias, esférico, cilíndrico ou em bloco. Usado em larga escala na indústria de eletroeletrônicos e ferramentas.

Foram usados no experimento dois tubos: um do de policloreto de polivinila (PVC) Atóxico, inerte e seguro, leve que facilita seu manuseio e aplicação, é um material resistente à ação de fungos, bactérias, insetos, roedores, a reagentes químicos. Sendo um bom isolante térmico, elétrico e acústico resistente a choques, não propaga chamas: é auto-extinguível, impermeável a gases e líquidos, é 100% reciclável e fabricado com baixo consumo de energia. Que segundo [7] é chamado de PVC com características e grande poder de durabilidade e gama infinita de possibilidades de uso.

O outro tubo utilizado de cobre é descrito por [10] como uma liga metálica de composição química de 99,90% de cobre mais prata, com 0,015 a 0,40% de fósforo. Com condutividade térmica a  $20^\circ\text{C}$  de  $339 \text{ W/m.K}$  ( $196 \text{ Btu/ft.h.}^\circ\text{F}$  ;  $291,66 \text{ kcal/m.h}^\circ\text{C}$  ou  $0,810227 \text{ cal/cm.s}^\circ\text{C}$ . A densidade de  $8,94 \text{ g/cm}^2$  a  $20^\circ\text{C}$ . Tendo um coeficiente de expansão térmica pequeno na temperatura ambiente, o que não influencia na geração do campo magnético durante o experimento.

Enfim, o experimento consiste em soltar simultaneamente dois ímãs de neodímio em cada tubo de mesmo tamanho na posição vertical e observar a velocidade da queda, o movimento e analisar porque o do tubo de cobre demora mais para cair e conectar a teoria do campo magnético influenciando a velocidade da queda. Enquanto no tubo de plástico apenas acontece a queda livre sem sofrer influência do campo magnético.

## 2 | MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1 Materiais:

- Dois super ímãs de neodímio
- Um tubo de cobre de 1 m de comprimento,
- Um tubo de PVC de 1 metro de comprimento,

- Câmera fotográfica,
- Cronômetro,
- Software google, Google Form,



Figura 1 – Super ímã de Neodímio

Fonte: acervo pessoal



Figura 2 – Tubos de cobre e PVC

Fonte: acervo pessoal

## 2.2 Metodologia

Este trabalho foi desenvolvido a partir da ideia de demonstrar o campo magnético com materiais fáceis de encontrar e de baixo custo financeiro. A proposta de como fazer surgiu a partir de um vídeo divulgado pelo canal digital “Manual do mundo” onde com uso das leis da física o realiza a fim de definir em qual tubo, PVC ou cobre o ímã de neodímio chega ao solo primeiro. Além disso, foi utilizada uma pesquisa via formulário com vinte e cinco pessoas com sete questões envolvendo a escolaridade do participante, seus conhecimentos sobre física em magnetismo e ações do campo magnético. Por meio da divulgação a um público dos contatos de rede digitais de troca de mensagens dos autores deste grupo foram analisados dados qualitativamente quanto a larga distância entre o conhecimento do magnetismo e o nível de escolaridade, mesmo entre os de maior grau de escolarização ainda não tem claro a ideia que o ímã tem capacidade de atrair alguns metais e que o campo magnético criado neste entorno influencia a velocidade de um objeto(imã) em queda livre numa área dentro do campo magnético tendo sua velocidade retardada.

Nesta seção os autores devem descrever os métodos adotados no estudo, contemplando os passos realizados para o desenvolvimento do mesmo. Sendo os materiais, instrumentos, procedimentos, recursos e ferramentas utilizadas.

### 2.3 Procedimentos

A ideia de demonstrar o campo magnético com materiais fáceis de encontrar e de baixo custo financeiro oferece uma forma acessível e segura de conhecer as propriedades dos ímãs e o campo magnético criado dentro do tubo de cobre.

Para iniciar o procedimento experimental, inicialmente foram posicionados verticalmente dois tubos, um de cobre e um de PVC com 1 metro de comprimento. Em seguida, dois super ímãs de neodímio foram colocados na parte superior de cada tubo e liberados ao mesmo tempo. Com isso, foi observado que o ímã posicionado no tubo de PVC chegou ao chão primeiro.



Figura 3 – Tubos de cobre e PVC em preparação para o experimento.

Fonte: acervo pessoal

## 3 | RESULTADOS

Para dar-se início ao entendimento do procedimento experimental, é necessário entender a Lei de Lenz [14], uma das leis fundamentais do eletromagnetismo que estabelece que um campo magnético variável em um circuito fechado induzirá uma corrente elétrica que criará um campo magnético oposto para se opor à mudança inicial. Quando um ímã se

move em relação a um condutor, gera correntes elétricas induzidas no condutor.

O cobre é um excelente condutor de eletricidade e possui baixa resistência elétrica, o que permite a criação de correntes elétricas induzidas significativas. Quando o ímã é colocado próximo ao tubo de cobre, o campo magnético variável induz correntes elétricas no cobre. Essas correntes geram um campo magnético oposto ao do ímã, criando uma força magnética que se opõe ao movimento do ímã. Isso é conhecido como corrente de Foucault ou correntes parasitas.

Por outro lado, o PVC não é condutor de eletricidade, então não há indução significativa de correntes elétricas quando o ímã se move em relação ao tubo de PVC. Como resultado, não há força magnética significativa gerada para retardar o movimento do ímã através do tubo de PVC.

Essa resistência magnética gerada pelas correntes de Foucault no tubo de cobre é maior do que a resistência oferecida pelo tubo de PVC, o que retarda o movimento do ímã no tubo de cobre, fazendo com que o ímã de PVC chegue ao chão primeiro.

Além disso, o reconhecimento de ímãs envolve compreender suas propriedades magnéticas. Materiais ferromagnéticos, como o ferro, são fortemente atraídos por ímãs, enquanto materiais paramagnéticos apresentam uma atração mais fraca. A atração e repulsão magnética são fenômenos fundamentais. Dois polos magnéticos opostos se atraem, enquanto polos iguais se repelem. Essa interação é regida pela Lei de Coulomb para forças magnéticas. [13]

Na tentativa de alcançar o maior e mais variado entrevistados sobre o tema deste trabalho foram distribuídos de forma extensiva e aleatória a grupos de what's App e colhidos vinte e cinco formulários respondidos, nos quais a maior parte estudou em escola pública, sempre observação fenômenos físicos e tem o conhecimento prévio que o ímã atrai metais, afirmando em 80% que o ferro é atraído pelo ímã, quanto ao cobre só 8% confirmaram que pouco conhecem sobre este tema.

A pesquisa investigativa, mesmo a grupos aleatórios e com poucas respostas enviadas é possível perceber a complexidade do tema experimentado. Podendo ser causa inicial para demais trabalhos futuros e instrumento para melhoria das metodologias já empregadas sobre este tema, seja em escola pública ou privada. Reforça [5] que um projeto bem elaborado pode sim levantar dados e conduzir estudos, que num futuro serão aprofundados sobre a física no dia a dia, as vivências empíricas e a prática.



### 1\_-Qual a sua escolaridade?

25 respostas

Copiar

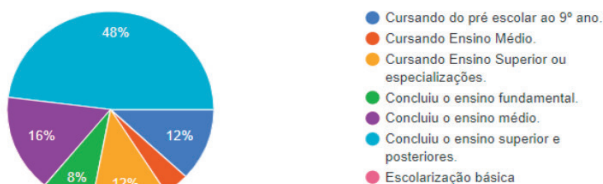


Figura 4 – Gráfico da escolaridade.

Título	Parâmetro E.F	Parâmetro E.M.	Parâmetro Superior ou posteriores
Cursando	12%	4%	12%
Concluiu	8%	16%	48%
Total	20%	20%	60%
Total de entrevistados			100%

Tabela 1 - Escolaridade

Título	Pública	Privada	Pública e privada
Estudou em escola	60%	24%	16%
Total de entrevistados			100%

Tabela 2 – Tipo de instituição escolar

Os fenômenos da física estão presentes em nosso dia a dia e nesta questão foi indagado a frequência que os entrevistados percebem a ocorrência destes fenômenos.

### 3- Com que frequência você percebe fenômenos físicos no seu dia a dia?

25 respostas

Copiar

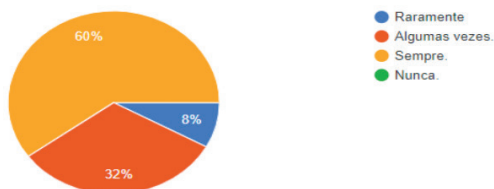


Figura 5 – Gráfico da frequência percebida dos fenômenos físicos

Raramente	Algumas vezes	Sempre	Nunca
8%	32%	60%	0%
Total de entrevistados			100%

Tabela 3 – Frequência percebida dos fenômenos físicos.

Os fenômenos da física estão presentes em nosso dia a dia e nesta questão foi bem claro que todos os entrevistados percebem raramente até sempre os fenômenos, não foi detalhado quais tipos apenas se é percebido ou não.

Entre a física e os eventos que não se consegue explicar surgem aí alternativos caminhos em tentativa de elaborar hipóteses acerca do fenômeno deixando, em especial, o magnetismo como encantamento. Percebe-se na questão que a maior parte mesmo sem saber explicar já se encantou. Delimita [ 4 ] encanto como:

“ uma reação do ser humano, criada em função de um estímulo externo qualquer, que provoca a sensação de interesse intenso, colocando aquele que estiver sobre esse efeito uma espécie de êxtase de embevecimento relacionado ao que é bom, agradável ou maravilhoso.”

Esta ação humana através do estímulo de ver o ímã atraindo um metal ou um campo magnético emitindo sua polaridade, traz aos entrevistados uma ligação entre o que é possível e real e o que intensamente intrigante.

4- Já se encantou com ímãs?

25 respostas



Figura 6 – Gráfico sobre o encantamento com o magnetismo

Sim	Não	Não sei responder
84%	16%	0%
Total de entrevistados		100%

Tabela 4 – Intensidade do encantamento com o magnetismo.

Aproximando o objetivo maior deste trabalho foi indagado aos entrevistados uma questão bem aprofundada do magnetismo, onde seria ideal a marcação de mais de uma opção dentre as alternativas. Para esta questão um fator a considerar é que quanto maior a escolaridade, maior a assertividade, ou podendo haver também quanto maior a gama de experimentação empírica maior a chance de conhecer quais tipos de metais o ímã atrai ou repele.

5- **Magnetismo** é a propriedade de atração e repulsão de metais e ímãs, que apresentam os polos Sul e Norte”. Marque a opção que melhor expressa seu conhecimento sobre...

25 respostas

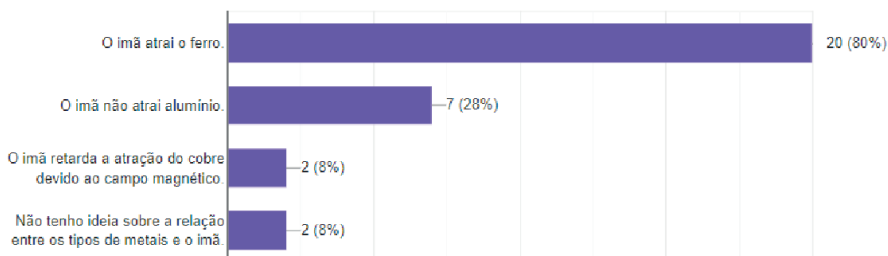


Figura 7 – Gráfico do conhecimento da relação do tipo de metal e ímã.

A questão trouxe uma definição de magnetismo com a afirmativa implícita que o ímã atrai ou repele metais. Sendo o maior exemplo usado empiricamente ou cientificamente que o ferro é atraído, pouco falado sobre o alumínio e cobre. Mas também houve uma significativa porcentagem que não tem ideia da relação entre os tipos de metais e o ímã, devido a amplitude, a não seletividade do público escolhido para responder às questões.

	Ferro(Fe)	Alumínio (Al)	Não tem ideia
O ímã atrai	80%	28%	8%
O ímã retarda a atração do cobre devido ao campo magnético			8%
Total de entrevistados			100%

Tabela 5 – .Conhecimento da relação do tipo de metal e ímã.

O tema central experimentado é para demonstrar que o campo magnético influencia na velocidade de queda do ímã quando é liberado, simultaneamente, em dois tubos diferentes: cobre e PVC.

Ponderando o nível de conhecimento dos entrevistados em quatro alternativas foi solicitado uma autoavaliação. Que resultou num gráfico de maioria com conhecimento mediano sobre magnetismo. E apenas um entrevistado considerou-se com intenso conhecimento.

### 6- Quais os seus conhecimentos sobre campo magnético?

25 respostas

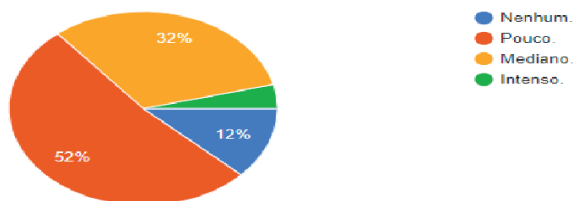


Figura 8 – Gráfico do posicionamento do conhecimento de cada entrevistado segundo sua autoavaliação.

Nenhum	Pouco	Mediano	Intenso
12%	52%	32%	4%
Total de entrevistados			100%

Tabela 6 – Intensidade do conhecimento em autoavaliação

Considerando estatisticamente como um espúrio a avaliação de intenso conhecimento, emitida por uma pessoa com ponto fora do espaço amostral, os entrevistados se declaram com pouco conhecimento ou mediano conhecimento sobre o magnetismo.

Destacando que as entrevistas foram realizadas antes da visualização do vídeo neste momento da pesquisa, é notório que se fosse respondida depois do experimento seria bem maior o nível de conhecimento e os tipos de metais, as ações do campo magnético influência. Logo na figura seis revela que das três alternativas a única que fala de um material popularmente divulgado como não condutor de energia elétrica, com maior valor percentual, de oitenta, foi a alternativa que declara o ímã cair mais rápido no tubo de PVC. O Cobre tem 12% de votação e não souberam responder 8%.

### 7- Ao soltar um ímã dentro de um tubo de cobre e outro dentro de um tubo de PVC em qual o ímã cai mais rápido?

25 respostas

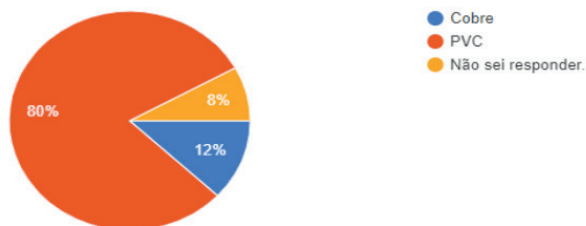


Figura 9 – Gráfico da relação de velocidade de queda do ímã por dentro do tubo.

	PVC	Cobre (Cu)	Não sou responder
O ímã atrai	80%	12%	8%
Total de entrevistados			100%

Tabela 7 – .Conhecimento da relação do tipo de metal e ímã.

## 4 | DISCUSSÃO

A questão levantada no princípio envolve muitos conceitos e teorias da física, que mesmo o entrevistado não estando acima do ensino médio, no qual é o momento de conhecer este tema segundo a BNCC de física uma pessoa que faz experimentação empírica também pode adquirir este conhecimento e compreender as relações entre metais, ímãs e campo magnético.

É notório que a teoria sobre magnetismo é bem extensa e completa como descrita em [12] mas aliada a experimentação, a análise dos resultados e atentos aos procedimentos de [2] a compreensão das leis da física tornam-se mais fáceis, principalmente com o uso de recursos áudio-visuais. Sendo reproduzido o experimento de [12] a aquisição de conhecimentos acontece transpondo barreiras e o vasto campo entre teoria e prática revelado nesta figura 10.



Figura 10 – Movimento de queda do ímã por dentro do tubo.

Fonte: Acervo pessoal

Quanto à análise do questionário as respostas com mais assertividade nas leis da física, na análise do resultado do experimento foram alcançadas por membros da equipe que realizaram este experimento produzindo um vídeo no laboratório do CEFET -MG, Campus Varginha respeitando os procedimentos de [2] e com rigor as leis descritas por [6].

## 5 | CONCLUSÕES

Tratar de um tema em física que tem pertencimento a diversas ciências é muito delicado, pois tem-se a desenvolver em maior profundidade a análise sob a ótica de uma das ciências. A física investigativa e a aplicada revela como de uma forma global e ampla este material se relaciona e produz conhecimento. Gerando reflexões sobre a primeira descrição das ideias fundamentais usadas para descrever e interpretar propriedades, aspectos físicos e estruturais das manganites.

Um imenso e infindável espaço a explorar é a Física através do ensino e aprendizagem, como conteúdo e formação do cidadão, pois os fenômenos físicos estão sempre presentes.

Outro tema relevante constitui uma descrição das técnicas e métodos experimentais utilizados neste trabalho (elaboração e caracterização física de amostras sintetizadas). Por terceiro apresentaremos a síntese dos compostos de fórmula geral, bem como sua caracterização química dos materiais utilizados. Em grande parte do tempo, os estudantes ficam conectados em jogos, redes sociais afirma [4] Cabe a nós, profissionais da educação, despertá-los para uma compreensão maior da importância de usar bem os recursos tecnológicos em favor da ampliação dos conhecimentos, e não somente como um meio de entretenimento.

Espera-se que este trabalho contribua para o aperfeiçoamento de professores de física no ensino médio, acrescente conhecimento entre os participantes da pesquisa, como estatisticamente apresentado nas tabelas, vem orientar e suscitar o interesse que tema na prática e promova a ciência

## AGRADECIMENTOS

Ao professor Doutor Pedro Antunes que incentivou a produção e pesquisa sobre o tema tão presente no dia a dia e que num breve futuro será popularizado e muito útil a diversas áreas e tecnologia cada vez mais presentes em nosso dia a dia.

## REFERÊNCIAS

[1] ANTUNES, P. D. Trabalho de conclusão de curso Disponível em:file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Seminrio\_-\_FixExp\_II\_-\_2023\_-\_T1%20(2).pdf Acesso em 26 de novembro e 2023.

[2] ANTUNES, Pedro D. Procedimentos para a realização de relatórios. Varginha, 2017.

[3] Brasil. Ministério da Educação. Base Nacional Curricular. Nas rodas do saber: uma prática inovadora no desenvolvimento do gosto pela leitura. Brasília, 2018.

[4] CORREA, Dival P. Encantado. Disponível em < <https://www.dicionarioinformal.com.br/encantadas/>> Acesso em 27 de novembro de 2023.

- [5] DIEHL, Alexandre. Proposta de projeto de TCC-3. Disponível em:< [https://wp.ufpel.edu.br/diehl/files/2019/04/aula3\\_tccl.pdf](https://wp.ufpel.edu.br/diehl/files/2019/04/aula3_tccl.pdf)> Acesso em 26 de novembro de 2023.
- [6] HALLIDAY, D. Resnick, R.. & Walker, J. (2013). Fundamentos de Física, Volume 1. LTC Editora.
- [7 ] Instituto Brasileiro do PVC. O PVC é um plástico com características únicas. Disponível em< <https://pvc.org.br/o-que-e-pvc/>> Acesso em 28 de novembro de 2023.
- [8] ISSAOUI, Fatma. Etude des propriétés magnétiques des matériaux à bases des métaux de transition sous forme de poudre (A2BO4) et monocristaux (RMX5). Tese de doutorado. Universidade de Grenoble. Agosto, 2006.
- [9] MAGNETOS GERAIS. Super imã neodímio. Disponível em: <<https://www.magnetosgerais.com.br/super-ima-neodimio>> Acesso em 26 de novembro de 2023.
- [10] ABCROBRE. Associação Brasileira de Cobre. Manual de boas práticas para projeto, instalação, manutenção de tubos de cobre em sistemas de água. Disponível em<<https://abcobre.org.br/wp-content/uploads/2021/05/guia-agua-versao-web.pdf>> Acessado em 2 de dezembro de 2023.
- [11] SERWAY, R. A., & Jewett, J. W. (2016). Física para Cientistas e Engenheiros - Volume 2. Grupo Gen - LTC.
- [12] TENÓRIO, Iberê. O tubo antigravidade (Experiência de física - magnetismo).Disponível em:< [https://www.youtube.com/watch?v=\\_p1oV6sVpo4](https://www.youtube.com/watch?v=_p1oV6sVpo4)> Acesso em 26 de novembro de 2023.
- [13] YOUNG, Hugh D. Física I, SEARS e ZEMANSKY: mecânica. 14 ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016.
- [14] UESB. Manual de Eletricidade e Eletromagnetismo. Disponível em: <http://www2.uesb.br/editora/wp-content/uploads/E-book-Manual-de-Eletricidade-e-Eletromagnetismo-FINAL.pdf>. Acesso em: [ 28 de novembro de 2023].

# ANSIEDADE À MATEMÁTICA: UM ESTUDO COM GRADUANDOS DE DISCIPLINAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA

*Data de submissão: 04/10/2024*

*Data de aceite: 01/11/2024*

### **Karina Rodrigues dos Santos**

Universidade do Estado do Pará  
Centro de Ciências Sociais e Educação  
Departamento de Matemática, Estatística  
e Informática - Campus Universitário de  
Moju- Campus XIV  
Curso de Licenciatura Plena em  
Matemática  
Moju - PA  
Especialista em docência e gestão no  
ensino superior (Fac. Iguaçu), especialista  
em Educação especial e inclusiva (Fac.  
Iguaçu), especialista em metodologia na  
educação matemática (Fac. Iguaçu).

### **Lucas Morais do Nascimento**

Mestre em Ciências da Educação pela  
Universidade do Minho. Especialista  
em Educação Especial com Ênfase na  
Inclusão pela Faculdade Integrada Brasil  
Amazônia. Especialista em Ensino de  
Matemática e Física pela Faculdade  
UNIBF. Professor da Universidade do  
Estado do Pará. Professor de matemática  
e física na Secretária de Educação do  
Pará(SEDUC-PA).

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Centro Sociais e Educação da Universidade do Estado do Pará Núcleo Universitário Regional do Baixo Tocantins como requisito para obtenção de Grau de Licenciatura Plena em Matemática, sob a orientação do Professor Msc. Lucas Morais do Nascimento.

Este trabalho, dedico em primeiro lugar a Deus por sua infinita misericórdia e bondade. Em segundo, as minhas mães Lailde Rodrigues dos Santos e Maria de Nazaré Rodrigues dos Santos por todo amor, paciência e investimento. Essa vitória é nossa!

**RESUMO:** O presente estudo propõe analisar alguns fatores que tem levado, especificamente, graduandos do curso de matemática a desenvolverem ansiedade à matemática, como também a matofobia, da mesma forma ver como esses problemas interferem e prejudicam na formação do discente. Para a fundamentação do trabalho usamos alguns autores internacionais e também brasileiros que já estudaram a fundo o assunto de ansiedade à matemática,



como Dreger e Aiken (1957); Tobias (1978); Carmo e Simionato (2012). Assim, como Felicetti e Giraffa (2007); Seymour Papert (1988) que fizeram estudos sobre matofobia. A pesquisa é de cunho qualitativo e quantitativo, pois, as consideramos as mais satisfatórias para trabalhar os dados obtendo seus significados. A coleta de dados se deu através da aplicação de um questionário nas turmas de matemática 2019 e 2020 na Universidade do Estado do Pará-Campus XIV no município de Moju-Pa.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação matemática, Ansiedade à matemática, Matofobia.

**ABSTRACT:** The present study proposes to analyze some factors that have led, specifically, mathematics undergraduates to develop mathematics anxiety, as well as matophobia, in the same way to see how these problems interfere and harm the student's education. For the foundation of the work we used some international and also Brazilian authors who have already studied the subject of mathematics anxiety in depth, such as Dreger and Aiken (1957); Tobias (1978); Carmo and Simionato (2012). Thus, like Felicetti and Giraffa (2007); Seymour Papert (1988) who have done studies on Matophobia. The research is of a qualitative and quantitative nature, as we consider them the most satisfactory to work with the data, obtaining their meanings. Data collection took place through the application of a questionnaire in the 2019 and 2020 mathematics classes at the State University of Pará - Campus XIV in the municipality of Moju-Pa.

**KEYWORDS:** Mathematics education, Mathematics anxiety, Matophobia.

## LISTA DE SIGRAS

AM- Ansiedade à matemática

ENEM- Exame nacional de ensino médio

## 1 | INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência fundamental no sistema de ensino e é obrigatória nas escolas, visto que é importante para o ser humano e se faz presente no seu dia a dia (OLIVEIRA, et al, 2015). Contudo, apesar da sua magnitude, tem sido vista com grande carga negativa pelos estudantes como fadigante e confusa, pois sentem dificuldade ao manuseá-la.

À vista disso, essas dificuldades acontecem em diferentes níveis educacionais e por muitas vezes, é levada para o ensino superior, uma vez que, ao se depararem com disciplinas específicas tendem a não fazerem as atividades e conseqüentemente, desenvolvem sintomas de ansiedade à matemática como: nervosismo, o famoso “branco”, batimentos acelerados, dores de cabeça, náuseas, entre outros, e isso tudo pode ter sido gerado no indivíduo por um não aproveitamento da matéria nos seus primeiros contatos na sua história escolar ou por não ter sido agradável, pelo simples fato de tentar aprender matemática (CARMO, 2011, p.319).

Segundo Carmo e Simionato (2012, p. 319), “a ansiedade é mais frequentemente

identificada entre estudantes, em função de alta probabilidade de se depararem com cálculos e outras relações matemáticas em sua formação (...). Isto é, um estudante com ansiedade à matemática, não terá rendimento, pois seu nível de concentração será baixa e seu desempenho ao que se refere as resoluções dos exercícios de cálculos não serão boas, assim sendo, prejudicando na vida acadêmica e até nas situações matemáticas que ocorrem no cotidiano.

Vale ressaltar, que ansiedade à matemática não está, tão somente, correlacionada ao histórico escolar do indivíduo, mas também na cultura enraizada e errônea sobre a matemática de que “matemática não é fácil”, direcionando-a como algo inalcançável, incapaz de ser compreendido e acessível a poucas pessoas e, nos lares os familiares reforçam tal ideia. Além disso, os discentes ainda enfrentarem na instituição de ensino, controles aversivos de professores em suas falas “matemática não é para qualquer um” ou até mesmo quando em suas correções tendem intimidar o aluno, fazendo assim, que o próprio educando não interaja na aula (CARMO; SIMIONATO, 2012, p. 319).

## 1.1 Problematização e justificativa

Há tempos, a matemática tem sido vista por estudantes como difícil, pelo fato lidar com objetos e teorias fortemente abstratas e só de ouvirem falar sobre cálculos ficam apavorados. Porém, a matemática está além das salas de aulas, ela se faz presente no cotidiano do ser humano e é de suma importância na vida. (OLIVEIRA; NEGREIROS; NEVES, 2015, p. 1025).

No entanto, apesar do seu valor, muitos graduandos do curso de matemática sentem algum grau de dificuldade e medo quando se deparam com disciplinas específicas do curso que exigem demonstrações matemáticas, uma vez que, podem apresentar sintomas de ansiedade à matemática por levarem consigo traumas acarretados desde o ensino primário, por tentativas frustrantes de aprender matemática ou também, por uma má relação com a disciplina de matemática ou com o professor. Como afirma Campos e Manrique (2020):

Estudantes com ansiedade à matemática podem apresentar dificuldades, atitudes negativas e medo em atividades como resoluções de problemas, avaliações, utilização de livros didáticos matemáticos, ao ver uma equação na lousa ou em papel, ao ouvir o nome do professor de matemática (...). (CAMPOS; MANRIQUE, 2020, p. 462).

Desta forma, as dificuldades e medos de resoluções de problemas de matemática dos graduandos estão ligados aos primeiros contatos com a matemática básica na escola, seja ela, na metodologia aplicada pelo docente ou a relação professor e aluno. Refletindo sobre o exposto, optamos em pesquisar sobre ansiedade à matemática, com o seguinte questionamento: A matofobia/medo de matemática atrapalha na aprendizagem e no desenvolvimento do graduando de disciplinas específicas de matemática?

Buscando analisar esse medo e dificuldades que muitos graduandos desenvolvem ao decorrer do curso que acarretam sintomas de ansiedade quando se trata de disciplinas cálculo I e II, fundamento elementar, álgebra moderna, geometria analítica, análise real, entre outras, que surgiu o interesse pelo tema escolhido. Além de, notarmos uma grande ansiedade gerada pelos discentes de matemática 2019 nas disciplinas de cálculo I e álgebra, em que, por um lado alguns chegaram a desistir da disciplina e do curso, por outro, muitos estudantes apresentaram desmotivação e baixa concentração.

Tendo em vista que o problema é relevante e sabendo que a matemática é de suma importância e que se faz presente no âmbito da vida do ser humano, torna-se necessário rever e analisar em qual grau o aluno desenvolveu a ansiedade a referida matéria, quais as dificuldades que está enfrentando, se é diretamente na metodologia do docente, se for, buscar novos métodos que traga a segurança e incentivo aos discentes, como monitores para auxiliar quanto em suas dificuldades, como também, programas de auxílio psicológicos nas instituições a fim de analisar no educando a fonte da ansiedade e ajudar o indivíduo a lidar com sua *matofobia* durante a sua formação.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo geral

Analisar os fatores que levam os graduandos de disciplinas específicas de matemática a desenvolver ansiedade à matemática.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Verificar como a *matofobia* interfere no desenvolvimento do graduando;
- Caracterizar se a ansiedade à matemática está ligada ao histórico escolar e na interferência da sociedade;
- Apresentar soluções que reverte a ansiedade dos discentes.

## 2 | ANSIEDADE À MATEMÁTICA

Ansiedade à matemática é compreendida como uma repulsa em relação a tudo que envolve matemática, repercutindo negativamente entre os estudantes, assim, os afetando cognitivamente, fisiologicamente, além de, lesar seu comportamento (CARMO E SIMIONATO; 2012). Os primeiros sinais dessa ansiedade, segundo os autores citados, podem ocorrer desde os primeiros níveis escolares, sejam por método de ensino inadequado ou até mesmo quando os alunos tiveram uma experiência negativa em sala de aula e assim percorrendo em diferentes níveis de ensino, certamente, com uma matemática fraca (SOUSA, 2008).

Os primeiros estudos sobre ansiedade à matemática partem de estudiosos internacionais, como por exemplo, Dreger e Aiken (1957) que usavam a terminologia “Ansiedade aos números”, pois, detectaram nos estudantes um tipo de ansiedade não generalizada, sendo assim, apenas em situações que envolvessem cálculos. No entanto, com o tempo, essa expressão passou a ser chamada por Tobias (1978) como “Ansiedade matemática” (AM), visto que, se tornava mais frequente entre estudantes.

Todavia, são inúmeras definições sobre o determinado assunto, para Ashcraft (2002), se define como um sentimento de tensão, apreensão ou medo, podendo interferir no desempenho matemático. Já para Tobias e Weissbrod (1980), é um sentimento de pânico, desamparo e desorganização mental para os educandos, isso, quando postos a desenvolverem atividades.

Segundo Carmo (2011), a procedência da ansiedade sobre a matemática está nos primeiros contatos escolares dos alunos com a disciplina, quando para eles, ficaram marcados desfavoravelmente os assuntos, pelas tentativas de compreendê-los. Newstead (1998) compactua da ideia, pois, para ele, a AM se inicia na infância, quando é imposto aos alunos que demonstrem seus conhecimentos a colegas e professores. Ou seja, acarretando nos estudantes desmotivação e ainda mais falta de aptidão pelos cálculos.

Conforme Wigfield e Meece (1988), a ansiedade matemática possui dois aspectos que se diferem, sendo eles cognitivos e afetivos. Para os autores, o cognitivo reporta-se ao prejulgamento do desempenho e temor do fracasso, no entanto, o afetivo remete-se à aflição do que tangue a matemática. Desse modo, os alunos podem apresentar dificuldades, apreensão, medo e atitudes negativas durante as resoluções de exercícios e avaliações de matemática ou até mesmo ao ouvirem o nome do professor.

## **2.1 Aspectos que implicam no desenvolvimento da ansiedade matemática.**

Sob o ponto de vista de Carmo e Simionato (2012), a ansiedade à matemática não nasce com o ser humano e não está ligada aos transtornos na aprendizagem, como a discalculia, mas sim, na história escolar do indivíduo, quando é observado neles uma fuga do que envolve assuntos matemáticos e suas manipulações, além de, fatores preponderantes como o enraizamento errôneo da sociedade ao disseminarem que a matemática é difícil e complexa para a compreensão, que é dominada apenas para quem realmente gosta, isto é, gerando um sentimento adverso à matemática, como também, uma sensação de incapacidade.

Como se não bastasse, os traços dessa ansiedade são reforçados pelos familiares que reproduzem em suas falas um medo que forma barreiras entre a matemática e o sujeito. De tal maneira, não se torna diferente nas instituições de ensino, visto que, os educadores corroboram a ideia com suas falas intimidadoras e coagindo os discentes (CAMPOS; MANRIQUE, 2020, p. 467).

Skinner (1968) verificou que o ensino dos professores nas escolas é frequentemente aversivo, o que abarca em um acúmulo de comportamento desastroso no aluno em relação à disciplina de matemática, podendo ser punição após resposta que não agradou retirada de estímulo, entre outros. Isto significa, que esse controle aversos estimula nos discentes fuga das atividades para não serem punido e assim levando a terem reações indesejáveis que interferem no seu fisiológico, como afirma o próprio autor acima.

Além disso, os professores persistem em ensinar os conteúdos de maneira cansativa e não estimulam o pensar matemático (CARMO E SIMIONATO, 2012, p. 320), dessa forma, limitando ainda mais os alunos ao mecanismo e apenas memorização do assunto para poderem se “livrarem” do conteúdo. Mas, isso aumenta ainda muito mais temor entre os estudantes, como também eleva de tal modo o índice de reprovação. Segundo Silveira (2002):

Matemática ocupa o lugar das disciplinas que mais reprova o aluno na escola. A justificativa é que a comunidade escolar dá a esta “incapacidade” do aluno com esta área do conhecimento é que “matemática é difícil” e o senso comum confere-lhe o aval. (SILVEIRA, 2002, p.1)

Isto é, por vezes, o aluno desenvolve um sentimento pré-construído pela experiência frustrada de um terceiro, ou seja, já formula uma opinião de que “matemática é chata” e “incompreensível”, logo, não se dando oportunidade de aprendê-la, e, por conseguinte, desencadeia bloqueio mental em relação a não dominar a linguagem matemática, ansiedade aos números, fraco desempenho, entre outros sintomas. Mas, “Quanto das opiniões dos alunos é intrínseco à sua real experiência e não apenas fruto de sentidos repetidos de outras vozes [...]?” (OLIVEIRA; NEGREIROS; NEVES, 2015, p. 1025). Ou seja, essas interferências prejudicam na aprendizagem do alunado e priva-o de ter sua real experiência e isso perdurará na sua formação, quanto estudante.

### 3 | MATOFOBIA

A matemática é uma matéria universal e indispensável em muitos exames para se ingressar em escolas, assim como em universidades, como, por exemplo, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). No entanto, mesmo sendo significativa, é temida. Entre os educandos é a disciplina que causa mais amedrontamento/pavor e isso segundo Felicetti e Giraffa (2007, p.3), é uma “*Matofobia*”, medo de matemática.

A matofobia, conforme Seymour Papert (1988, p. 21) impossibilita o aprendizado das coisas que reconhecem como matemática, mesmo que a pessoa não tenha dificuldade quando não as assimila como tal. Assim dizendo, esse sentimento que aflige imprevisivelmente muitos, independentemente da idade, faz com que tenham um processo de aprendizagem penoso, dolorido e complexo. Ademais, esse medo além de impedir o conhecimento, interfere na vida já que a mesma se faz presente.

Digo, quando se trata de cálculos os alunos se sentem desafiados e com o decorrer

das séries/anos aumenta o interesse ou temor pela matemática. Em outras palavras, a disciplina pode causar diferentes sentimentos, um desses é o da rejeição, a qual se apresenta em alguns estudantes somente como repugnância, enquanto em outros, medo extremo, ao ponto de não conseguirem obter uma aprendizagem considerável, desse jeito, atingindo sua competência.

Um agente que leva o medo da matemática é como encaramos a disciplina e isso se dá pelo fato de como ela nos foi apresentada, pois, desde criança, antes do ingresso escolar, se ouve discursos negativos de pessoas sobre a disciplina, deste modo, crescemos construindo barreiras desta temática. Consoante a Felicetti e Giraffa (2007, p.2), em nossos sistemas culturais a matemática deveria ter raízes profundas, para que possa ser motivação entre os alunos e não o contrário. Assim dizendo, que a cultura concebe um olhar averso a matemática que é prejudicial. Como afirma os autores citados:

O fator cultural influencia na aprendizagem matemática, visto que o aluno, já antes do ingresso na escola, vem com a concepção de que a mesma é algo totalmente alheia a seu meio – desconhecida – algo que nunca manipulou e de difícil compreensão. A Matofobia atua também na sociedade influenciando o educando (FELICETTI E GIRAFFA, 2007, p.2).

Ou melhor, essa ideação social é reproduzida há anos que passa de geração em geração como uma construção de medo e incapacidade de aprender.

No entanto, a matemática em sala de aula é ensinada de modo descontextualizado, cheios de fórmulas e regras que são meramente memorizados pelos alunos, em que apenas acumulam conhecimentos. Visto disso, quando chegam a outros níveis de ensino, como ensino superior, ainda se sentem imaturos cognitivamente, pois, foram ensinados a resolverem exercícios manipuláveis e não a serem aptos a pensarem matematicamente e por essa causa sentem dificuldades nas atividades propostas, além de se tornarem *matofóbicos*.

Contudo, se os conteúdos da disciplina forem bem trabalhados nas séries iniciais, a matofobia não se concretiza. Dessa forma, é necessário ensinar uma matemática contextualizada, dentro da realidade, a fim de fazê-lo manipular-la no seu dia a dia (FELICETTI E GIRAFFA, 2007, p.4). Todavia, compete aos docentes desmitificarem esses pré-conceitos reproduzidos, com práticas metodológicas de ensino de matemática.

## 4 | DADOS DA PESQUISA

Neste capítulo, será exposta a metodologia da pesquisa escolhido deste trabalho, assim, como os procedimentos metodológicos e o desenvolvimento da pesquisa.

### 4.1 Metodologia

Para a pesquisa, foram implementadas algumas estratégias de investigação

como pesquisas bibliográficas para o levantamento das discussões e estudos sobre os objetivos investigados, como também pesquisa de campo com o intuito de observar de fato as dificuldades e o que levam os alunos de disciplinas específicas de matemática a desenvolverem ansiedade à matemática durante a sua formação, para que assim, possamos analisar com base nas pesquisas bibliográficas.

A pesquisa é de cunho qualitativo e quantitativo, pois consideramos apropriados para nossa análise. Segundo Triviños (1987, p.6) a pesquisa qualitativa tem intuito de trabalhar os dados obtendo seu significado, tem como base a percepção do fenômeno dentro do contexto, o que nos ajuda com a interpretação dos dados colhidos dos participantes da pesquisa. E conforme Knechtel (2014), a pesquisa quantitativa é composta por variáveis quantificadas em números, ou seja, está ligada ao controle rigoroso dos fatos e análise de modo estatístico. A pesquisa também tomou como instrumento a observação e aplicação de questionário, de maneira que nos permite mais detalhes.

Com relação à observação, Ribeiro (2008) afirma:

A técnica mais relacionada quanto o pesquisador quer obter informações a respeito do seu objeto, que deixem conhecer sobre atitudes, sentimentos e valores subjacentes ao comportamento, o que significa que se pode ir além das descrições das ações, aliando novas fontes para a interpretação dos resultados pelos próprios entrevistadores (RIBEIRO, 2008, p. 13).

Na observação analisou-se o comportamento dos educandos do curso de matemática, especificamente nas disciplinas específicas, durante a aplicação do professor de exercícios, sem interferir durante a resolução. Em seguida, aplicamos um questionário aos educandos com algumas perguntas relacionadas como, por exemplo, ao seu nível de ansiedade diante aos cálculos, se acham que a metodologia aplicada pelo docente desperta ansiedade à matemática, para nos embasar e dar continuidade ao estudo sobre ansiedade à matemática.

Os sujeitos participantes da nossa pesquisa foram os discentes do curso de Licenciatura Plena em Matemática dos anos 2019 e 2020 da Universidade do Estado do Pará do Campus XIV no município de Moju-Pa, em virtude de que já houve desistências durante disciplinas específicas do curso.

Os dados analisados foram feitos a partir do questionário e observações feitas nas turmas citadas acima. O trabalho respeitou os direitos dos discentes que participaram da pesquisa, garantindo confidencialidade dos participantes.

#### *4.1.1 Procedimentos metodológicos*

O objetivo da pesquisa foi averiguar se os graduandos do curso de matemática 2019 e 2020 tinham ansiedade à matemática e como esse problema resultou prejudicialmente no seu desenvolvimento. Para obter tal objetivo, seguimos os seguintes procedimentos.

- Observamos no decorrer das disciplinas específicas do curso de matemática,

desistências e relatos de medos que alguns alunos sentiram.

- Realizamos uma visita nas turmas e demos uma breve introdução sobre o que é ansiedade à matemática, matofobia e como ela pode prejudicar o desenvolvimento do educando nas turmas.
- Desenvolvemos e aplicamos um questionário de 8 questões, (apêndice A), para coletarmos e analisarmos dados para a pesquisa.

#### 4.1.1.1. Amostragem e local da pesquisa

A pesquisa foi realizada nos meses de setembro e outubro do ano de 2022 na Universidade do Estado do Pará, campus XIV que se localiza na Avenida das Palmeiras, 485 - Aviação, no município de Moju-Pa. Os participantes da pesquisa foram os próprios universitários do campus, especificamente, das turmas de matemática 2019 e 2020. A escolha dos entrevistados se deu através de convites informais em suas salas, após uma introdução do que é ansiedade à matemática, matofobia e como elas podem atuar negativamente no desenvolvimento do graduando, assim, aceitos por 10 alunos, 5 pessoas de cada turma.

Os sujeitos da pesquisa serão identificados por D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9 e D10, indicando participantes, para mantermos em confidencial os sujeitos. O quadro 1 mostra a caracterização dos sujeitos da pesquisa.

Sujeitos da pesquisa	Idade	Sexo	Turma
D1	21	F	Matemática 2019
D2	21	M	Matemática 2019
D3	21	F	Matemática 2019
D4	38	F	Matemática 2019
D5	30	F	Matemática 2019
D6	20	M	Matemática 2020
D7	20	F	Matemática 2020
D8	21	F	Matemática 2020
D9	34	M	Matemática 2020
D10	22	M	Matemática 2020

Quadro 1: Caracterização dos sujeitos

Fonte: Questionário

Logo, segundo o gráfico abaixo, o maior número de participantes que se dispuseram em participar da pesquisa e acharam relevante o tema abordado foi do sexo feminino, com cerca de 30%, sendo assim também, com 20% o maior público entre idade de 20 à 21 anos.



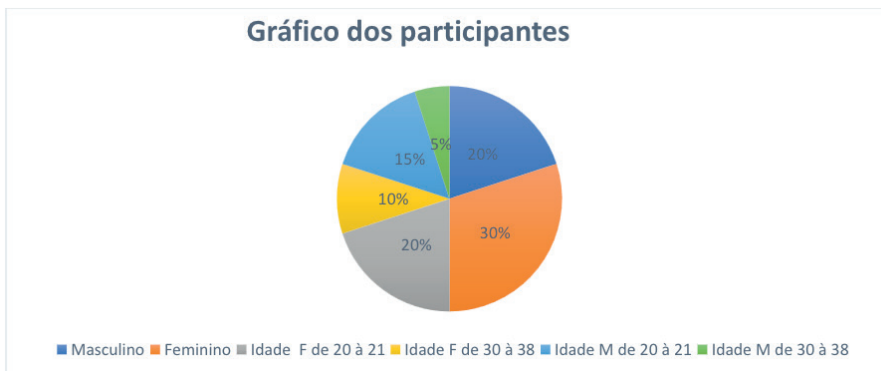


Gráfico 1- Contabilização em porcentagem dos participantes

Fonte: Questionário

#### 4.1.1.2. Instrumento da pesquisa

O instrumento utilizado foi um questionário composto por 8 questões (apêndice A), que tinham objetivos de analisar se os discentes tinham ansiedade à matemática e matofobia, assim como verificar se sofreram alguma influência de aversão a matemática pela sociedade e familiares.

## 4.2 Desenvolvimento da pesquisa

A coleta de dados se desenvolveu em dois momentos em turnos diferentes (matutino e vespertino). No primeiro momento, nos propusemos em irnos à Universidade do Campus XIV no dia 15 de setembro de 2022 no período da tarde para aplicarmos o questionário à turma de matemática 2019. No segundo momento, voltamos ao Campus no dia 6 de outubro de 2022, já no período da manhã para aplicarmos os questionários à turma de matemática 2019, ambos os momentos duraram 25 minutos.

A entrevista com os graduandos ocorreu da mesma forma em ambos os turnos, pedimos licença aos professores em sala e aos alunos, em seguida, explicamos do que se tratava a visita e fizemos algumas perguntas a fim de sonda-los em relação aos conhecimentos sobre ansiedade à matemática e matofobia. Após algumas especulações dos discentes, fizemos um breve resumo sobre o assunto e como poderiam interferir no desenvolvimento dos graduandos, como a sociedade pôde e ainda pode influenciar para o pré-conceito sobre esta vertente, ulteriormente a isso, aplicamos o questionário e orientamos sobre serem respostas individuais.

## 5 | DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise dos dados se deu das respostas dos graduandos através do questionário, assim, nos norteando para os resultados da pesquisa. A princípio, averiguamos se havia respostas comuns entre os estudantes.

### • Análise da 1ª e 2ª questão do questionário

A questão 1 do questionário, tinha como objetivo verificar se o curso de matemática tinha sido a primeira opção dos graduandos. Os discentes D1, D2, D3, D6, D8, D9 e D10 disseram que o curso não foi sua primeira opção. O que equivale 70% dos entrevistados, já os discentes D4, D5 e D7 disseram que “sim”, sendo assim os 30% dos entrevistados, segundo o gráfico abaixo.

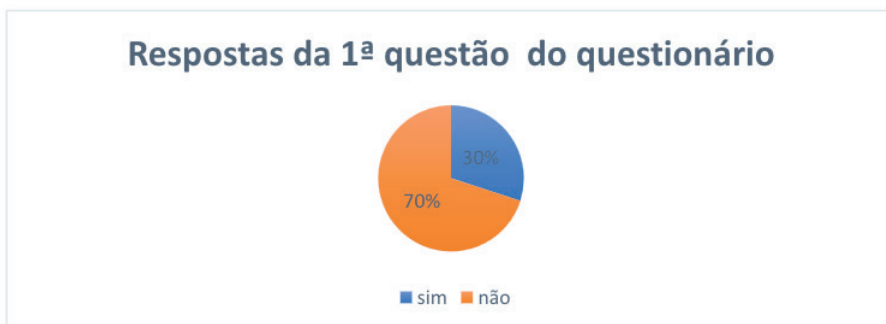


Gráfico 2- Análise da 1ª questão do questionário

Fonte: Questionário

Ou seja, observamos que os discentes que responderam que “não” na primeira questão, também responderam na segunda questão que já ouviram que matemática era difícil, isto é, podendo ser um dos motivos de não escolherem o curso como primeira opção por estar interligada com a influência de familiares ou até mesmo da sociedade que “julga” a matemática como incompreensível pelo fato de ter experiência desagradável com a mesma, o que corrobora com o questionamento dos autores OLIVEIRA, *et al*, (2015, p. 1025) sobre quando os alunos irão viver suas reais experiências ao invés de experiências de outras pessoas.

Todavia, os discentes D4, D5 e D7 responderam a mesma questão 2 do questionário dizendo que “sim”, significando que não foram influenciados na escolha do curso.

### • Análise da 3ª e 4ª questão do questionário

Quando analisamos as respostas das questões 3ª e 4ª do questionário, que tinham como objetivos aferir se já havia sentido algum sintoma de ansiedade à matemática e

se conheciam algo sobre o assunto, observamos que 60% dos discentes entrevistados sentiram com frequência os sintomas como tremores, nervosismos, entre outros, 30% sentiram algumas vezes durante as disciplinas específicas e somente 10% responderam que não sentiram nada. Como mostra o gráfico abaixo.



Gráfico 3- Análise da 3ª questão do questionário

Fonte: Questionário

Todavia, dentre esses 90% que responderam que já haviam sentido algum sintoma, 67% responderam que não tinham conhecimento sobre o que realmente era ansiedade à matemática e 33% responderam que já tinham pouco de conhecimento da temática. De acordo com o gráfico abaixo.



Gráfico 3- Análise da 4ª questão do questionário

Fonte: Questionário

Assim sendo, pode-se dizer que muitos graduandos, por vezes, não sabem o que ocasiona seus bloqueios mentais, seus baixos desenvolvimentos durante as disciplinas, não conseguem diante as situações do envolvimento da matemática pura relacioná-las ou enxergá-las como um “emocional perturbado” (Dreger e Aiken, 1957).

Em outras palavras, constatamos que essas reações fisiológicas desagradáveis podem estar correlacionadas a coercitividade do controle aversivo nas aulas de matemática, sendo esse controle para Skinner (1927) uma estratégia utilizada de ensino pelos professores quando o mesmo pressiona ou puni o aluno, contudo, em conformidade com Colombini, *et al*, (2012), a exteriorização aversiva presente na aquisição do conhecimento gera consequências nas tarefas, isto é, erros constantes, levando assim, o discente as três componentes emocionais específicos: reações fisiológicas, fuga ou esquivas das situações matemáticas e autoatribuições negativas (CARMO, *et al*, 2008).

Dessa maneira, podemos notar que esse conjunto de reações emocionais negativas podem apontar níveis baixos de desempenhos nas disciplinas, além disso, padrão comum entre estudantes de evitarem atividades que exijam habilidades nas resoluções complexas ou simples de matemática, principalmente em público por medo de punições, julgamentos ou zombarias. Ademais, a utilização desse controle gera escorias nos discentes como o medo e a ansiedade, formando prejudicialmente indesejáveis reações no indivíduo.

#### • **Análise da 5ª e 6ª questão do questionário**

Ao analisarmos as respostas da 5ª questão do questionário que tinha como objetivo analisar se os discentes já quiseram desistir do curso, percebemos que os discentes D1, D2, D3, D6, D7, D8 responderam que já tiveram essa vontade, por motivo de acharem as disciplinas difíceis, assim como os exercícios. Então, notamos que esses agentes podem estar ligados à ansiedade à matemática como tensão (ASHCRAFT, 2002) ou até mesmo no uso rotineiro de metodologias tecnicistas do ensino da matemática, o que pode causar a *matofobia* nos alunos.

Isto é, muitos professores costumam ensinar a matéria de maneira maçante, cansativa que não estimula os alunos a serem mais críticos, a debaterem sobre a matemática, assim como não incentivam no desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas e na análise da matemática. Dessa forma, essa metodologia produz no discente uma aversão, assim como o medo dessa disciplina (FELICETTI E GIRAFFA, 2011).

Nesse sentido, a formação do docente necessita de atributos que contribuam para sua prática como docente e aperfeiçoamento de qualidade para a evolução do saber do indivíduo, pois, na área da matemática o ensino não pode levar o aluno a ser limitado, rotulado e mecanizado. Todavia, na realidade o que se costuma ver é ensino que bloqueia alunos no pensar matemático, seja pelo fato do uso do método tecnicista ser mais fácil para o docente, visto que é menos trabalhoso, ou seja, não requer aberturas para discursões

entre professor e aluno, planejamento e compreensão significativa. Isso por vez leva os alunos a serem matofóbicos (FELICETTI E GIRAFFA, 2011).

E isso por vez, pode levar os estudantes a terem mais dificuldade em aprender e compreender os conteúdos específicos da matemática e assim se sentirem cada vez mais pressionados em sala, ao ponto de terem mau desempenho e baixo aproveitamento.

No entanto, ao analisarmos as respostas dos discentes D4, D5, D9 e D10, percebemos que contrário dos demais, não sentiram essa vontade de desistirem, apesar de sentirem dificuldades em aprender matemática, exceto o D5, que respondeu na 6ª pergunta que não sente dificuldade nessa área. Ou melhor, independentemente dessas circunstâncias, não é um fator principal para a desistência do curso.

#### • **Análise da 7ª e 8ª questão do questionário**

Ao examinarmos as respostas da 7ª pergunta do questionário, identificamos que todos os entrevistados não sabiam o que era matofobia, no entanto, o D2, D4, D5, D6, D7 tinham ideia de ser algo relacionado a medo da matemática, enquanto os demais não sabiam do que se tratava. Isso significa que os graduandos não possuem um conhecimento aprofundado da temática, por mais que sintam algum sintoma causado por esse “medo desconhecido” (FRAGOSO, 2001).

Além disso, identificamos através das respostas da 8ª pergunta do questionário, que os entrevistados reconheciam que a ansiedade à matemática prejudica e atrapalha os estudantes no seu desenvolvimento, assim como também reconhecem que pode gerar reações de desamparo, medo, incapacidade e bloqueio mental.

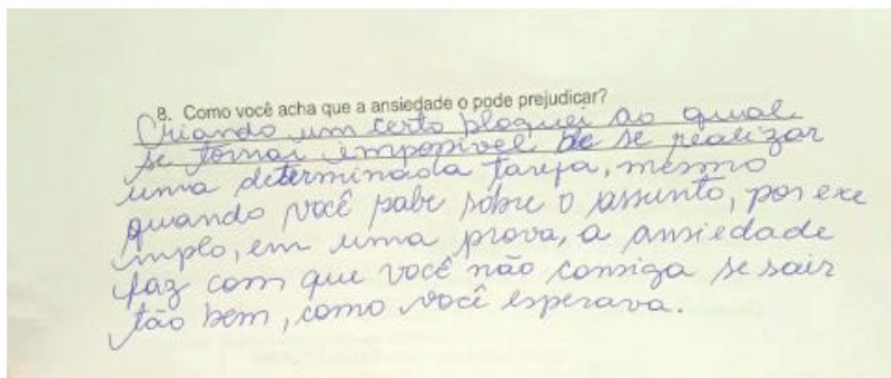


Figura 1: resposta do discente D5

Fonte: Questionário

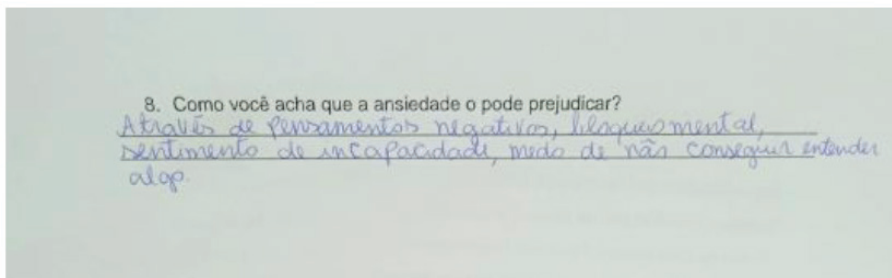


Figura 2: resposta do discente D7

Fonte: Questionário

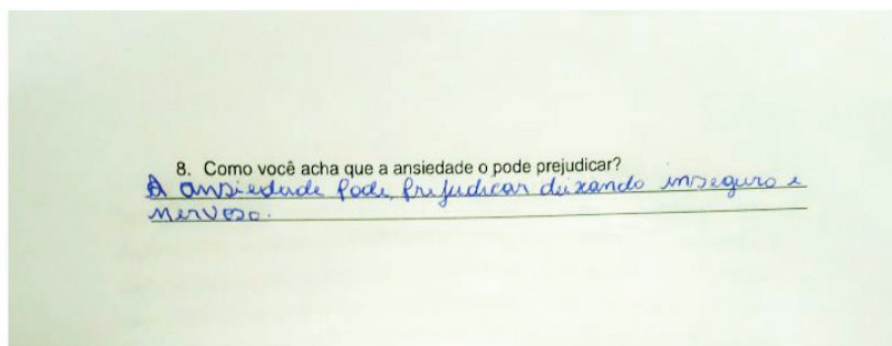


Figura 3: resposta do discente D9

Fonte: Questionário

Logo, notamos através das respostas que esses conhecimentos poderiam estar ligados aos sintomas que os mesmos poderiam ter sentido diante a situações matemáticas das disciplinas específicas, ou seja, sem reconhecerem como ansiedade ou matofobia.

## 5.1 Breves considerações

De maneira geral, constatamos que os discentes possuem pouco conhecimento sobre a ansiedade à matemática, mesmo que sintam algum sintoma fisiológico e emocional perante as disciplinas específicas não conseguem associá-los com AM.

Nas primeiras questões do questionário, conseguimos observar que há uma certa influência negativa da sociedade e familiares em relação a matemática, visto que através de suas experiências nada agradáveis com a disciplina podem implicar na relação do estudante com a matemática, o que para Fragoso (2001), Carmo (2010) pode gerar sentimentos de aversão à Matemática e expectativas negativas.

Nas 4 últimas questões do questionário, percebemos que a ansiedade à matemática, a matofobia está ligada ao controle coercitivo do professor, ao ensino tecnicista e rotineira que causa subprodutos indesejáveis nos estudantes como medo, insegurança, incapacidade

e reforço negativo. Sendo assim, segundo Felicetti e Giraffa (2011) o desenvolvimento de alunos matofóbicos.

De maneira sucinta, após analisarmos os dados da pesquisa, verificamos que apesar das dificuldades e dos fatores que causam o mal desenvolvimento do estudante e sintomas de ansiedade e matofobia, averiguamos que esses não são os principais motivos determinantes para desistência do curso de matemática, mesmo que haja dificuldade na aprendizagem.

## 6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho tinha como objetivo averiguar se os discentes tinham ansiedade à matemática e matofobia em relação as disciplinas específicas do curso de Matemática da Universidade do Estado do Pará e tínhamos como interesse em responder a seguinte questão de pesquisa: A matofobia/medo de matemática atrapalha na aprendizagem e no desenvolvimento do graduando de disciplinas específicas de matemática?

No que diz respeito a ansiedade à matemática percebemos com o estudo, que AM não nasce com o indivíduo, mas que o meio em que vive de experiências negativas de terceiros e reforço aversivo de familiares, sociedade e professores tem contribuído para o desenvolvimento de estudantes matofóbicos. Isto é, verificamos que os alunos desenvolvem desde os primeiros contatos com a matemática sintomas fisiológicos, cognitivos e emocionais que tem atrapalhado na aprendizagem da matemática. Além disso, notamos que os sintomas de ansiedade podem ser frequentes e intensos em alunos postos em contextos específicos que exijam a manipulação e aplicação de conhecimentos matemáticos.

Em relação sobre o conhecimento da temática, identificamos que os alunos da pesquisa não sabiam ao certo o que era ansiedade à matemática e matofobia, mas tinham uma noção de ser um medo relacionado a matemática e reconheciam que podiam atrapalhar no desenvolvimento e habilidade do estudante de alguma forma, como esquecimento do assunto, bloqueio mental, entre outros. No entanto, percebemos que dentre os entrevistados poucos sentiam sintomas da ansiedade e não sabiam a causa, mas que não levaram a desistência do curso.

Portanto, a partir dos dados analisados acreditamos que há uma necessidade de uma implementação de monitores no ambiente de estudo, além de mudanças nas metodologias utilizadas pelos professores, assim como programas de prevenção e redução de ansiedade à matemática para auxiliar estudantes que desenvolveram sintomas e matofobia. Mas para tal feito, é preciso ações governamentais com cursos de aperfeiçoamento aos professores, assim como contratação de psicólogos para as universidades para auxiliar os docentes e discentes na intervenção e reversão a ansiedade à matemática para que futuros docentes não sejam matofóbicos e tecnicistas.

Portanto, concluímos que são importantes mais estudos e informações sobre a temática, visto que há pouco conhecimento e que se faz presente entre os estudantes interferindo na aprendizagem significativa, consistindo em futuros docentes inseguros em conteúdos específicos da área.

A pesquisa aqui apresentada, não se torna finalizada, visto que possibilita novas reflexões, possibilitando novos questionamentos e pesquisa acerca do tópico.

## AGRADECIMENTOS

A primórdio, agradeço a Deus, pois, desde o começo dessa jornada se fez presente com sua bondade de me sustentar durante a graduação, certamente, sem Ele não conseguiria chegar até o fim do curso, falo disso porque pude sentir seus cuidados.

Também, agradeço a minha mãe Lailde Rodrigues dos Santos por acreditar e investir em mim, além de cuidar e ficar ao meu lado quando mais precisei nas crises de ansiedade. Obrigada mãe, por cada oração e carinho, essa vitória é sua também.

Quero também agradecer meus pais de criação: Maria de Nazaré Rodrigues dos Santos e Iracildo Gomes da Cunha por me criarem no caminho certo, apesar das dificuldades. Amo vocês!

Externo minha gratidão também aos meus familiares que contribuíram direta e indiretamente nessa caminhada. Assim como meus amigos, em especial, Viviane Almeida que se fez presente e me ajudou muito com sua amizade, parceria e apoio. A Francielly Paulino, por se importar comigo e demonstrar todo seu afeto e carinho. Ao Marcos Vinicius, por me mostrar que sou importante e me apoiar mesmo quando tudo estava ruim. A Quésia Paula, por me incentivar e por seus puxões de orelha. Vocês são os melhores amigos que alguém pode ter, amo demais vocês.

Agradeço ao meu orientador Prof. Mcs. Lucas Morais do Nascimento por abraçar a ideia que propus e também por me ajudar durante as aulas que ministrava, o senhor com certeza será lembrado durante a minha vida por ser um professor incrível. Agradeço também ao Prof. Roger Noronha por toda ajuda e compreensão. O senhor é incrível!

Agradeço a Universidade do Estado do Pará Campus XIV e todos os servidores da instituição, desde o segurança aos zeladores, vocês também contribuíram nesse ciclo que se conclui.

Por fim, agradeço a mim por não desistir da vida quando nada mais fazia sentido e também por persistir nesse sonho, certamente olharei para o futuro com orgulho do que estou me tornando.

## REFERÊNCIAS

ASHCRAFT, M. *Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences*. Current Directions in Psychological Science, 11, 181-185. 2002.



- CARMO, J.S.; SIMIONATO, A.M. **Reversão de Ansiedade à Matemática**: Alguns dados da Literatura. *Psicologia em Estudo*, Maringá, v. 17, n. 2, p. 317-327, abr./jun. 2012.
- CARMO, J.S. **Ansiedade à Matemática**: Identificação, descrição operacional e estratégias de reversão. **Aprendizagem da matemática**: contribuições da neuropsicologia e da análise do comportamento. In F. Capovilla (Org.), *Transtornos de aprendizagem: progressos em avaliação e intervenção preventiva e remediativa* (pp. 249-255). São Paulo: Memnon. 2011.
- CARMO, J. S.; FIGUEIREDO, R. M. E.; NOGUEIRA, M. F.; CUNHA, L. O.; ARAUJO, P. V. S.; Ferranti, M. C. (2008). **Diferentes intensidades de ansiedade relatadas por estudantes do Ensino Fundamental II, em situações típicas de estudo da matemática**. In W.C.M.P. da Silva (Org.), *Sobre comportamento e cognição* (Vol. 22, pp. 213-221). Santo André: ESETec Editores Associados.
- CARMO, J. S. **Produção de erros no ensino e na aprendizagem**: implicações para a interação professor-aluno. In: MIZUKAMI, M. G. N.; REALI, A. M. M. R. (Org.). *Aprendizagem profissional da docência: saberes, contextos e práticas*. São Carlos, SP: EDUFSCar/INEP/COMPED, 2010. p. 211-227.
- CAMPOS, A.M.A; MANRIQUE, A.L. **Ansiedade Matemática os anos iniciais do ensino fundamental**: a influência dos pares, pais e professores. *VIDYA*, v. 40, n. 2, p. 459-473, jul./dez., 2020 - Santa Maria, 2020
- COLOMBINI, F., SHOJI, F. T., & PERGHER, N. K. (2012). **Ansiedade matemática e desenvolvimento de hábitos de estudo**: Algumas possibilidades de atuação do acompanhante terapêutico. In C. V. V. B. Pessoa, C. E. Costa & M. F. Benvenuti (Orgs.) *Comportamento em Foco* (pp. 131-142). São Paulo: ABPMC
- DREGER, R. M.; AIKEN Jr., L. R. **The identification of number anxiety in a college population**. *Journal of Educational Psychology*, 48(6), 344-351. 1957.
- FELICETTI, V.L; GIRAFFA, L.M.M. **Matofobia**: infelizmente uma Realidade Escolar. Como Evitar isto? Bolsista CAPES – 2007
- FELICETTI, V.L; GIRAFFA, L.M.M. **Aprendizagem matemática e a relação entre formação docente, práticas metodológicas e matofobia**. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.
- FRAGOSO, W. C. (2001). **O Medo da Matemática**. *Revista do Centro de Educação*. Doi: [www.ufsm.br/ce/revista/revece/2001/r8.htm](http://www.ufsm.br/ce/revista/revece/2001/r8.htm)
- KNECHTEL, M. R. **Metodologia da pesquisa em educação**: uma abordagem teórica- prática dialogada. Curitiba, 2014.
- NEWSTEAD, K. **Aspects of children's mathematics anxiety**. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 53-71. 1998.
- OLIVEIRA, M.F; NEGREIROS, J.G.M; NEVES, A.C. **Condicionantes da aprendizagem da matemática**: uma revisão sistêmica da literatura. *Educ. Pesqui.*, São Paulo, v. 41, n. 4, p. 1023-1037, out./dez. 2015.
- PAPERT, Seymour. **Logo**: Computadores e Educação. Trad. José A. V. e Colab. São Paulo: Brasiliense S.A; 1988.

RIBEIRO, Elisa Antônia. **A perspectiva da entrevista na investigação qualitativa. Evidência:** Olhares e pesquisa em saberes educacionais. Araxá/MG, n. 04. 129-148, 2008. p, 13. Disponível em: <http://www.uniaraxa.edu.br/ojs/index.php/evidencia/article/view/328/310> . Acesso em: 30 de julho de 2022.

SILVEIRA, M.R. A. “**Matemática é difícil**”: um sentido pré-construído evidenciado na fala dos alunos. 2002.

SOUSA, David A. **How the brain learns mathematics.** Thousand Oaks: Corwin, 2008.

SKINNER, B. F. (1968). **The technology of teaching.** New York: Appleton-Century- Crofts.

SKINNER, B.F. (1972). **Tecnologia do Ensino.** Traduzido por R. Azzi. São Paulo: E.P.U (Obra original publicada em 1968).

TOBIAS, S. **Overcoming math anxiety.** New York, NY: Norton. (1978).

TOBIAS, S., & WEISSBROD, C. **Anxiety and mathematics: An update.** *Harvard Educational Review*, 50, 63-70.

TRIVIÑOS, AUGUSTO N. **Introdução à pesquisa em ciências sociais:** a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

WIGFIELD, A.; MEECE, J.L. **A Math Anxiety in Elementary and Secondary School Students.** *Journal of Educational Psychology*, v. 80, n. 2, p. 210-216, 1988.

## APÊNDICE A

### QUESTIONÁRIO PARA A TURMA

NOME:

IDADE:

TURMA:

1. Matemática foi sua primeira opção?

**Objetivo:** Verificar se o curso de matemática foi a primeira opção do aluno.

Sim ( )                  Não ( )

2. Você já ouviu de alguém que matemática é difícil?

**Objetivo:** Investigar se houve tentativa de influência aversa da sociedade.

Sim ( )                  Não ( )                  Às vezes ( )

3. Durante as disciplinas específicas (cálculos, álgebra, fundamentos...) você se sentiu pressionado ou sentiu algum desses sintomas: nervosismo, tremedeira, náuseas, bloqueio mental, por não conseguir fazer trabalhos e atividades?

**Objetivo:** Aferir se o aluno já sentiu algum sintoma de ansiedade à matemática.

Sim ( )                  Não ( )                  Às vezes ( )

4. Você sabe ou já ouviu falar sobre o que é ansiedade à matemática?

**Objetivo:** Averiguar se os alunos tem conhecimento da temática.

Sim ( )                  Não ( )

5. Você já pensou em desistir do curso? Se sim, qual foi o motivo?

**Objetivo:** Analisar se já quis desistir e o motivo.

---

---

---

---

6. Você sente dificuldade em aprender matemática? Se sim, quais são as dificuldades?

**Objetivo:** Verificar se alguém sente dificuldade em matemática e quais são.

---

---

7. Você sabe ou já ouviu falar sobre o que é matofobia? Se sim, fale um pouco sobre o que sabe/ se não, tem ideia do que seja?

**Objetivo:** Apurar se o discente tem conhecimento de matofobia.

---

---

8. Como você acha que a ansiedade o pode prejudicar?

**Objetivo:** Verificar se o aluno sabe se ansiedade pode influenciar negativamente na sua formação.

---

---

**FABRÍCIO MORAES DE ALMEIDA** - Professor do Departamento de Engenharia Elétrica – DEE/UFRO e Professor/Pesquisador do Programa de Doutorado PGDRA/UFRO. É Doutor em Física pela UFC desde 2005 com pós-doutorado – UFMT/CNPq (2009), também, com formação em Matemática/Engenharia e Computação – para saber mais, acesse: <http://lattes.cnpq.br/5959143194142131>.

## A

Análise de Custo-Efetividade (CEA) 10

Ansiedade à matemática 70, 71, 72, 73, 74, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 87, 88, 89

Aprendizagem matemática 41, 42, 43, 44, 45, 49, 76, 87

“Armadilha do infinito” 15, 17

Autonomia estudantil 42

## B

BNCC 67

## D

Decision Making 2

Desencanto hacia las matemáticas 22

## E

Educação matemática 41, 54, 55, 70

Educación 20, 26, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 37, 38, 40

Educación Pública 26, 29

Enigma de funções 48, 52

Enseñanza del algebra lineal 37

Entre “i” e “j”, “j” será preferível a “i” 18

Especial do magnetismo 56

## F

Forma algébrica 48

Fortalecer los aprendizajes 28

## G

GeoGebra 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40

Grupo experimental 30, 33, 34, 35, 36, 37, 38

## H

Habilidade para resolver problemas 32

## I

Ímã de PVC 62

Isolamento social 2

**J**

Jogo digital DDTank 47, 52

Jogos educacionais 42

**L**

Lei de Coulomb 62

Leis da Física 56, 60, 67

Life 2

Los 3,812 y 5,500 msnm 33

**M**

Mathematical Modeling 2

Mathematics anxiety 71, 87

Mathematics education 39, 40, 71

Matofobia 70, 72, 73, 75, 76, 77, 78, 79, 82, 83, 84, 85, 87, 89

Matophobia 71

Modelagem Matemática 1, 2, 5, 18

**P**

Pandemia 2, 3

Problemas 4, 22, 23, 25, 30, 32, 33, 34, 35, 37, 38, 39, 41, 43, 53, 70, 72, 82

**R**

Razonamiento lógico matemático 20, 21, 24, 27

Revisão sistemática 41, 42, 44, 45, 46

**S**

Social isolation 2

Software 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 47, 60

**T**

Taxa Mínima de Atratividade (TMA) 7

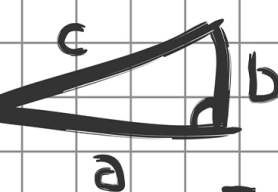
Tipo de metal e ímã 65

Tomada de decisão 1, 2, 18

# Fundamentos e aplicações da matemática

 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 @atenaeditora  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

$x_{11} = \div x_1 = (30 + 7 + 9)$




2, 3, 5, 7, 11,  
13, 17, 19, 23,  
29, 31, 3, 41, ...

1,42



$=$







8,12  
4,6  
2,3  
1,3  
1  
4+

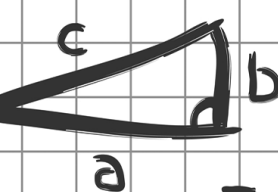
54  
x 96

  
Atena  
Editora  
Ano 2024

# Fundamentos e aplicações da matemática

 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

$x_{11} = \div x_1 = (30 + 7 + 9)$




2, 3, 5, 7, 11,  
13, 17, 19, 23,  
29, 31, 3, 41, ...

1,42



  
Ano 2024

$=$



8,12  
4,6  
2,3  
1,3  
1  
4+

54  
x 96