GTMAT CEFET-MG

# ATIVIDADES INTERATIVAS

## CONJUNTOS E INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES REAIS

MANUAL DO PROFESSOR

AMPLLA EDITORA

GTMAT CEFET-MG

# ATIVIDADES INTERATIVAS

## MANUAL DO PROFESSOR

### Conjuntos e Introdução às Funções Reais

Luiza Nascimento Gomes Batista

Fernanda Aparecida Ferreira

2024

GTMAT CEFET-MG



**Catalogação na publicação**
**Elaborada por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166**

B333a

Batista, Luiza Nascimento Gomes

Atividades interativas: conjuntos e introdução às funções reais / Luiza Nascimento Gomes Batista, Fernanda Aparecida Ferreira. – Campina Grande/PB: Amplla, 2024.

Livro em PDF

ISBN 978-65-5381-214-7
DOI 10.51859/amplla.aic137.1124-0

1. Formação de professores. 2. Tecnologia educacional. I. Batista, Luiza Nascimento Gomes. II. Ferreira, Fernanda Aparecida. III. Título.

CDD 370.71

Índice para catálogo sistemático

I. Formação de professores

**Amplla Editora**
Campina Grande – PB – Brasil
contato@ampllaeditora.com.br
www.ampllaeditora.com.br
2024

# SUMÁRIO

# APRESENTAÇÃO

Esse Manual compõe o produto educacional de uma dissertação realizada no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET – MG.

O produto é composto de seis Kahoots versando sobre Conjuntos e Introdução às Funções Reais destinados à 1ª série do Ensino Médio.

Na dissertação estão descritas as bases teóricas e metodológicas que fundamentam as atividades interativas aqui encontradas, enquanto complemento do material didático digital criado e disponibilizado pelo Grupo de Professores de Matemática do CEFET-MG (GTMAT).

O Manual foi desenvolvido com o objetivo de orientar os professores na aplicação das atividades interativas digitais disponíveis no site do GTMAT e nele você irá encontrar:

- Guia Rápido para utilização do Kahoot como ferramenta pedagógica de forma síncrona, assíncrona e de maneira autônoma (sem a mediação do professor).
- Links de acesso aos Kahoots e descrição das atividades disponibilizadas no site do GTMAT.
- Todas as questões propostas e seus respectivos espelhos de resolução.
- Correlação de cada uma das atividades com as habilidades da BNCC.

Esperamos que esse Manual possa auxiliar o trabalho docente.

Link de acesso a dissertação:
https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=7260&id2=171056287

# GUIA RÁPIDO PARA UTILIZAÇÃO DO KAHOOT

MODO 1 (PROFESSOR)

## INICIAR UM KAHOOT AO VIVO

Ideal para aulas presenciais ou aulas online síncronas. Jogo online mediado pelo professor.

MODO 2 (PROFESSOR)

## ATRIBUIR UM KAHOOT

Funciona como uma tarefa extra-classe. Permite ao professor atribuir um Kahoot a seus alunos, podendo ele ser acessado por um período de tempo pré-estabelecido.

MODO 3 (ALUNO)

## PRATICAR UM KAHOOT

A qualquer momento, o estudante pode de maneira autônoma acessar um Kahoot para testar seus próprios conhecimentos.

EXTRA (PROFESSOR)

## EDITAR UM KAHOOT

No Kahoot, o professor pode criar uma cópia de um Quizz para modificá-lo a sua necessidade (adicionar, excluir ou adaptar questões).

## EFETUANDO O CADASTRO NA PLATAFORMA KAHOOT

Para acessar qualquer uma das modalidades presentes no Guia Rápido para utilização do Kahoot, é necessário que o usuário realize o cadastro na plataforma Kahoot. O cadastro é gratuito e o modo *Basic* da plataforma permite acesso às funcionalidades descritas a seguir.

## MODOS DE ACESSO

A plataforma Kahoot pode ser acessada via navegador ou através do aplicativo. As figuras a seguir mostram orientações para acesso ao Kahoot via navegador no *smartphone*. A disposição dos elementos gráficos no modo *mobile* (celular) ou *desktop* (computador) são similares, assim como as orientações de acesso por ambos dispositivos.

**Site do Kahoot:** https://kahoot.com/pt/

**Aplicativo Android:**
https://play.google.com/store/apps/details?id=no.mobitroll.kahoot.android&hl=pt&lang=pt

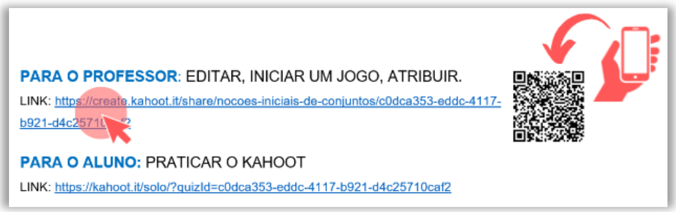
**Aplicativo iOS:**
https://apps.apple.com/us/app/kahoot-play-create-quizzes/id1131203560?lang=pt

## MODO 1: INICIAR UM KAHOOT AO VIVO

**QUANDO UTILIZAR**

Utilizar esse modo para atividades **síncronas** – presenciais ou online.
Nessa modalidade, o professor e os alunos (ou cada grupo de alunos) precisam estar em posse de um dispositivo eletrônico (celular, tablet ou computador) com acesso à internet. O Kahoot ao vivo é restrito a um máximo de 40 alunos por partida.

**COMO ACESSAR**




Cada um dos Kahoots desse Manual contém os links de acesso para o professor e para o estudante. Para iniciar um Kahoot ao vivo, acesse o Kahoot desejado pelo link (ou QRCODE) **PARA O PROFESSOR**.

**Observação:** Conforme informado anteriormente, é necessário efetuar login e continuar no modo *Basic* para acessar o Kahoot.


Após clicar no link você será direcionado para o site do Kahoot, conforme mostra a figura à esquerda. Para iniciar um Kahoot ao vivo **clique em Iniciar**.

## COMO CONFIGURAR

Primeiramente, selecione a modalidade do jogo (à direita):

(1) Modo clássico – Individual.

(2) Modo em equipe – Em grupo.

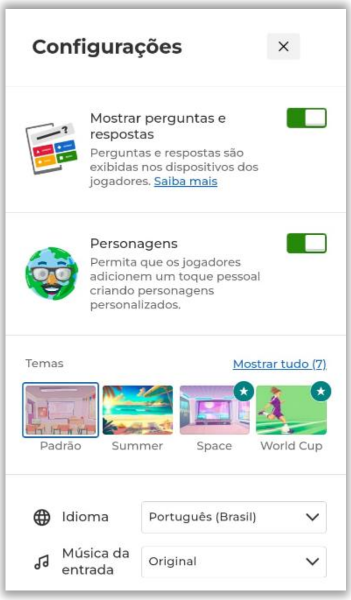
Caso opte pelo modo em equipe, selecionar “Equipes em dispositivos compartilhados” (um dispositivo por equipe).

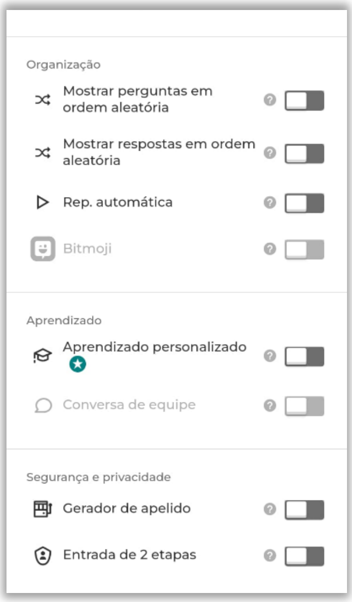



Após selecionar o modo, clique na engrenagem no canto inferior direito da tela e defina as configurações do jogo:

O jogo já possui uma configuração padrão definida pela plataforma. Para personalizações, utilize os botões no menu de Configurações.

Deixe habilitado “Mostrar perguntas e respostas” caso o Kahoot não esteja sendo projetado para os alunos.




Definidas as configurações da partida, oriente os participantes a acessarem o link kahoot.it e inserirem o PIN da partida. O PIN é o número que se encontra na parte superior da tela (ver figuras na página anterior).

Aguarde os participantes entrarem na partida para **clicar em Iniciar**. Para uma melhor avaliação do desempenho dos alunos no jogo, é interessante orientá-los a preencher o campo “Apelido” (solicitado ao participante) com seus nomes reais.


**COMO CONTROLAR A PARTIDA**

Ao clicar em iniciar, você será direcionado à primeira pergunta do Kahoot. As perguntas possuem um temporizador, e ao final da contagem regressiva é revelada a quantidade de respostas enviadas para cada uma das alternativas.

**Clique em Avançar** para ser direcionado à tela de pontuações.

**Clique novamente em avançar** para ir para a próxima pergunta.


Repita o procedimento para as demais questões, até o final da partida.

## MODO 2: ATRIBUIR UM KAHOOT

### QUANDO UTILIZAR

Esse modo pode ser utilizado para atividades assíncronas.

Nessa modalidade, o professor pode estabelecer um prazo para o cumprimento da atividade, e os participantes precisam enviar as respostas dentro do prazo.

### COMO ACESSAR

Cada um dos Kahoots desse Manual contém os links de acesso para o professor e para o estudante. Para atribuir um Kahoot, acesse o Kahoot desejado pelo link (ou QRCODE) **PARA O PROFESSOR**.



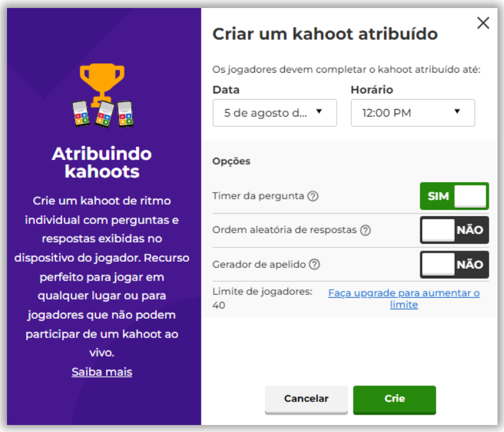
Observação: Conforme informado anteriormente, é necessário efetuar login e continuar no modo *Basic* para acessar o Kahoot.

Após clicar no link você será direcionado para o site do Kahoot, conforme mostra a figura à esquerda. Para atribuir um Kahoot, **clique em Atribuir**.

### COMO CONFIGURAR

Em um Kahoot atribuído as configurações são feitas conforme mostra a figura ao lado.

O professor deverá definir um prazo limite para conclusão da atividade.



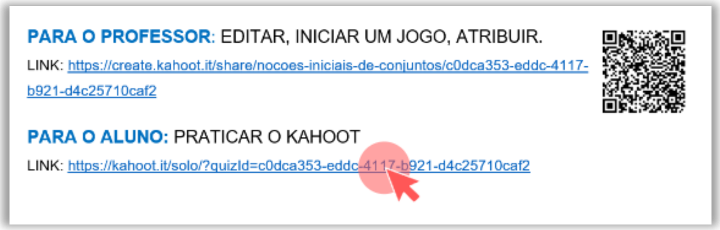
# MODO 3: PRATICAR UM KAHOOT

**QUANDO UTILIZAR**

Esse modo permite ao estudante testar seus conhecimentos de maneira autônoma. Ideal para inserção em outros materiais didáticos.

**COMO ACESSAR**

Cada um dos Kahoots desse Manual contém os links de acesso para o professor e para o estudante. Para Praticar um Kahoot, acesse o Kahoot desejado pelo link **PARA O ALUNO**.




Nessa modalidade autônoma do jogo, não é possível definir configurações para a partida.

# EXTRA: EDITAR UM KAHOOT

**QUANDO UTILIZAR**

Utilize esse modo para personalizar um Kahoot já existente.

**COMO ACESSAR**

Cada um dos Kahoots desse Manual contém os links de acesso para o professor e para o estudante. Para editar um Kahoot, acesse o Kahoot desejado pelo link (ou QRCODE) **PARA O PROFESSOR**.


Após clicar no link você será direcionado para o site do Kahoot, conforme mostra a figura à esquerda. Para editar o Kahoot, **clique em** ✎.

Somente o autor da atividade tem autorização para editá-la, portanto, é solicitado ao usuário duplicar o Kahoot para que as modificações sejam efetuadas sem que se altere o Kahoot original.

**PRONTO!** Agora você já pode editar o Kahoot.

Adicione novas perguntas (1) ou abra o menu de opções (⋮) de uma questão para alterar o enunciado, as opções de resposta e o tipo de pergunta (2), excluir a questão (3) e redefinir os tempos para resposta (4). Clique na engrenagem para personalizar outras características do Kahoot (5), tais quais: tema, música, idioma, título e descrição.


Ao terminar as alterações, basta salvar o novo Kahoot e ele estará disponível para utilização no seu perfil da plataforma em "Meus kahoots".

Para os usuários que têm interesse em explorar o Kahoot mais profundamente, abaixo está disponibilizado o link de um tutorial completo para a utilização da plataforma.

https://unifaj.faj.br/hubfs/Manuais%20Presencial%20EAD%202020/Manual%20do%20Docente/KAHOOT_manual_do_docente_UNIFAJ.pdf

# KAHOOT 1

**TÍTULO:** Noções iniciais de conjuntos

**DESCRIÇÃO:** Nesse Kahoot foram abordados os seguintes conteúdos sobre o estudo de Conjuntos:

- Definição de Conjuntos;
- Relação de Inclusão;
- Relação de Pertinência;
- Formas de Representação de Conjuntos;
- Diagrama de Venn;
- Classificação de Conjuntos;
- Igualdade de Conjuntos;
- Propriedades da Inclusão de Conjuntos;
- Conjunto das Partes.

**HABILIDADES BNCC**

(EF07MA17) Reconhecer e usar, na resolução de problemas, propriedades e características dos conjuntos, tais como pertinência, inclusão, igualdade, desigualdade, intersecção, união, diferença e complementar.

Comentário: O conteúdo de conjuntos numéricos não está listado como uma habilidade específica da BNCC do Ensino Médio, mas aparece de forma implícita e abrange conceitos fundamentais para a introdução ao estudo de funções. Para fins de registro e utilização por parte dos professores que assim desejarem, a habilidade que aborda conceitos trabalhados nesse tópico está na BNCC dos Anos Finais do Ensino Fundamental citada acima.

**PARA O PROFESSOR:** EDITAR, INICIAR UM JOGO, ATRIBUIR.

LINK: https://create.kahoot.it/share/nocoes-iniciais-de-conjuntos/c0dca353-eddc-4117-b921-d4c25710caf2

**PARA O ALUNO:** PRATICAR O KAHOOT

LINK: https://kahoot.it/solo/?quizId=c0dca353-eddc-4117-b921-d4c25710caf2

:

## QUESTÕES PROPOSTAS E RESOLUÇÃO

**QUESTÃO 1 (RELAÇÃO DE INCLUSÃO)**

VERDADEIRO OU FALSO? Seja A = { } e B = {2}, então B ⊃ A.

Gabarito: VERDADEIRO

Todos os conjuntos contêm o conjunto vazio e o conjunto vazio está contido em todos os conjuntos. Portanto, se A = { }, então B ⊃ A.

**QUESTÃO 2 (RELAÇÃO DE INCLUSÃO)**

Considere os conjuntos A = {0, 2, 4, 6, 8, 10, …} e B = {0, 5, 10, 15, 20, 25, …} e C = {0, 10, 20, 30, 40, …}.

a. (  ) C ⊃ A

b. (  ) B ⊃ C

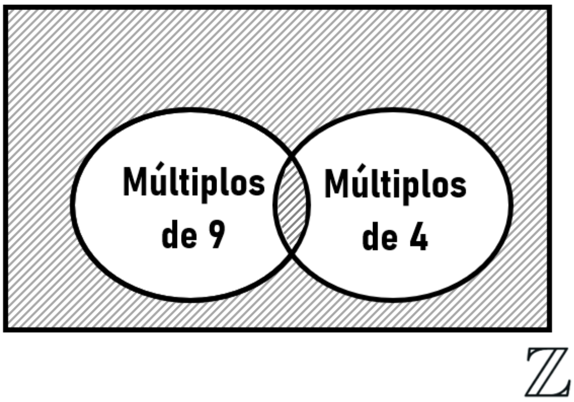
c. (  ) C ⊂ A

Gabarito: F – V – V

- (FALSO) Para C conter A, todos os elementos de A devem pertencer a C. Por contraexemplo: 2 ∈ A, mas 2 ∉ C. Portanto, C não contém A.
- (VERDADEIRO) O conjunto C é composto pelos múltiplos de 10, e o conjunto B é composto pelos múltiplos de 5. Sendo 10 um múltiplo de 5, os múltiplos de 10 também são múltiplos de 5, pois $10 \cdot k = 5 \cdot (2 \cdot k)$. Assim, o conjunto B (múltiplos de 5) contém o conjunto C (múltiplos de 10)
- (VERDADEIRO) O conjunto C é composto pelos múltiplos de 10, e o conjunto A é composto pelos múltiplos de 2. Uma vez que 10 é múltiplo de 2, os múltiplos de 10 também são múltiplos de 2. Portanto, o conjunto C está contido no conjunto A.

**QUESTÃO 3 (RELAÇÕES DE PERTINÊNCIA E INCLUSÃO)**

Considerando a área hachurada como conjunto A, assinale a alternativa INCORRETA:




A. $\{18, 27\} \not\subset A$

B. $\{4, 36\} \not\subset A$

C. $6 \in A$

D. $20 \in A$

GABARITO: Alternativa D.

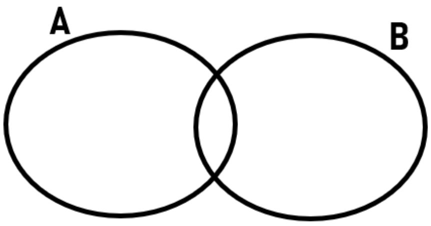
O conjunto A é composto por:

- Números múltiplos comuns de 4 e 9
- Números não-múltiplos de 4 ou não-múltiplos de 9.

O número 20 é múltiplo de 4, mas não é múltiplo de 9, então, $20 \notin A$.

**QUESTÃO 4 (REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS POR PROPRIEDADE)**

Para os conjuntos A e B representados, é possível que:




A. A seja {Divisores de 9} e B seja {Divisores de 6}.

B. A seja {Paralelogramos} e B seja {Trapézios}

C. A seja {Retângulos} e B seja {Quadrados}

GABARITO: Alternativa A.

Os conjuntos A e B representados no Diagrama de Venn possuem elementos distintos e comuns. Analisando as alternativas, temos:

A. Existe divisor de 9 que não é divisor de 6: 9

   Existem divisores de 6 que não são divisores de 9: 2 e 6.

   Existem divisores comuns a 9 e 6: 1 e 3.

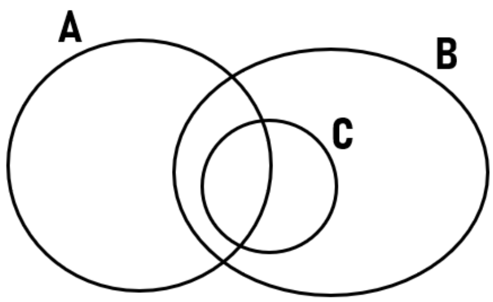
   A alternativa A está correta.

B. Não existem quadriláteros que sejam, simultaneamente, paralelogramos e retângulos. Portanto, não há interseção entre os conjuntos.

C. Todo quadrado é um retângulo, assim, B deveria estar contido em A.

**QUESTÃO 5 (REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS POR DIAGRAMA)**

VERDADEIRO OU FALSO? Existe um elemento x tal que: $x \in C$, $x \in B$ e $x \notin A$.

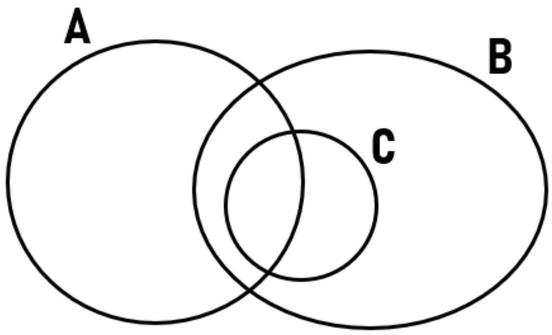



GABARITO: VERDADEIRO.

O conjunto resultante da interseção dos conjuntos B e C não está contido no conjunto A, portanto, existe elemento que pertence a B e pertence a C, mas não pertence a A.

**QUESTÃO 6 (REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS POR DIAGRAMA)**

VERDADEIRO OU FALSO? Existe X não vazio, um subconjunto de C, tal que: $X \subset A$ e $X \not\subset B$.




GABARITO: FALSO.

O conjunto C está contido em B, portanto, todos os subconjuntos de C estão contidos em B.

**QUESTÃO 7 (REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS POR INTERVALO)**

Dados os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 10\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 < x < 10\}$:

( ) $A \subset B$

( ) $A \supset B$

( ) $n(A) = 9$

( ) $n(B) = 7$

Gabarito: V – F – F – F

- (VERDADEIRO) O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números racionais. Portanto, para um mesmo intervalo definido ($2 < x < 10$), todo subconjunto de $\mathbb{N}$ está contido em $\mathbb{Q}$.
- (FALSO) Para A conter B, todos os elementos de B devem pertencer a A. Por contraexemplo: o número 2,5 pertence a B, mas não pertence a A, pois não é natural. Portanto, A não contém B.
- (FALSO) $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, então, $n(A) = 7$.
- (FALSO) Existem infinitos números racionais entre dois números naturais.

**QUESTÃO 8 (RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA)**

VERDADEIRO OU FALSO? $\emptyset \in A = \{1, 2, 3\}$

Gabarito: FALSO

A relação de pertinência é usada para relacionar elemento a conjunto. Não sendo $\emptyset$ um elemento de A, não pode ser empregada a relação elemento-conjunto.

**QUESTÃO 9 (CONJUNTO VAZIO)**

VERDADEIRO OU FALSO? $\emptyset \subset A = \{1, 2, 3\}$

Gabarito: VERDADEIRO

O conjunto vazio está contido em todos os conjuntos.

**QUESTÃO 10 (RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA)**

VERDADEIRO OU FALSO? $\{\emptyset\} \in A = \{1, 2, 3, \{\emptyset\}\}$

Gabarito: VERDADEIRO

A relação de pertinência é usada para relacionar elemento a conjunto, e o conjunto $\{\emptyset\}$ é um elemento do conjunto A.

**QUESTÃO 11 (CONJUNTO VAZIO)**

VERDADEIRO OU FALSO? Dado conjunto A qualquer, $\emptyset \subset A$.

Gabarito: VERDADEIRO

O conjunto vazio está contido em todos os conjuntos.

**QUESTÃO 12 (PROPRIEDADE ANTISIMÉTRICA)**

VERDADEIRO OU FALSO? Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$.

Gabarito: VERDADEIRO

Se todos os elementos de A pertencem a B, e todos os elementos de B pertencem a A, então A é igual a B. (PROPRIEDADE ANTISIMÉTRICA)

**QUESTÃO 13 (LÓGICA E CONJUNTOS – INCLUSÃO)**

VERDADEIRO OU FALSO? Se $\{0, 1\} \subset X$ e $X \subset \{0, 1, 2\}$, então $X = \{0, 1\}$.

Gabarito: FALSO

Se $\{0, 1\}$ está contido em X, e X está contido em $\{0, 1, 2\}$, $X = \{0,1\}$ ou $X = \{0, 1, 2\}$.

**QUESTÃO 14 (LÓGICA E CONJUNTOS – PERTINÊNCIA E INCLUSÃO)**

VERDADEIRO OU FALSO? Se $x \in A$, e $A \subset B$, então $x \in B$.

Gabarito: VERDADEIRO

Se x pertence a A e A está contido em B, então x é elementos de A e todos os elementos de A pertencem a B. Assim, x também pertence a B.

**QUESTÃO 15 (LÓGICA E CONJUNTOS – PERTINÊNCIA E INCLUSÃO)**

VERDADEIRO OU FALSO? Se $x \in A$, e $A \supset B$, então $x \in B$.

Gabarito: FALSO

Se A contém B, todos os elementos de B pertencem a A. Se um elemento x pertencer a B, x também pertencerá a A. Mas se x pertence a A, não se pode afirmar que x pertence a B.

**QUESTÃO 16 (CONJUNTO DAS PARTES)**

Dado um conjunto A com n elementos, e um conjunto B com n–1 elementos:

A. $n(\mathcal{P}(A)) = 2.n(\mathcal{P}(B))$

B. $n(\mathcal{P}(A)) = n(\mathcal{P}(B))$

C. $2.n(\mathcal{P}(A)) = n(\mathcal{P}(B))$

D. $n(\mathcal{P}(A)) = n(\mathcal{P}(B)) - 1$

Gabarito: Alternativa A

A quantidade total de subconjuntos de A é dada por $n(\mathcal{P}(A)) = 2^n$, enquanto a quantidade total de subconjuntos de B é dada por $n(\mathcal{P}(B)) = 2^{n-1} = 2^n / 2$.

Então, $n(\mathcal{P}(A))$ é igual ao dobro de $n(\mathcal{P}(B))$.

**QUESTÃO 17 (CONJUNTO DAS PARTES)**

Quantos conjuntos compõem o conjunto das partes de A = {4, 5, 6}?

A. 9

B. 6

C. 8

D. 3

Gabarito: Alternativa C

A quantidade total de subconjuntos de A = {4, 5, 6} é dada por $2^n$, sendo n igual ao número de elementos de A, portanto n = 3. Assim, $n(\mathcal{P}(A)) = 2^3 = 8$.

$$n(\mathcal{P}(A)) = \{\{\ \}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4, 5, 6\}\}$$

# KAHOOT 2

**TÍTULO:** Operações com Conjuntos

**DESCRIÇÃO:** Nesse Kahoot foram abordados os seguintes conteúdos, sobre o estudo de Conjuntos:

- Diferença entre conjuntos;
- Complementar de um conjunto;
- Interseção entre conjuntos;
- União ou interseção entre mais de dois conjuntos;
- Quantidade de elementos da união de conjuntos;
- Propriedades.

**HABILIDADES BNCC**

(EF07MA17) Reconhecer e usar, na resolução de problemas, propriedades e características dos conjuntos, tais como pertinência, inclusão, igualdade, desigualdade, intersecção, união, diferença e complementar.

Comentário: O conteúdo de conjuntos numéricos não está listado como uma habilidade específica da BNCC do Ensino Médio, mas aparece de forma implícita e abrange conceitos fundamentais para a introdução ao estudo de funções. Para fins de registro e utilização por parte dos professores que assim desejarem, a habilidade que aborda conceitos trabalhados nesse tópico está na BNCC dos Anos Finais do Ensino Fundamental citada acima.

**PARA O PROFESSOR**: EDITAR, INICIAR UM JOGO, ATRIBUIR.

LINK: https://create.kahoot.it/share/operacoes-com-conjuntos/83f45b61-37e5-4137-8fd7-b29558998d1b

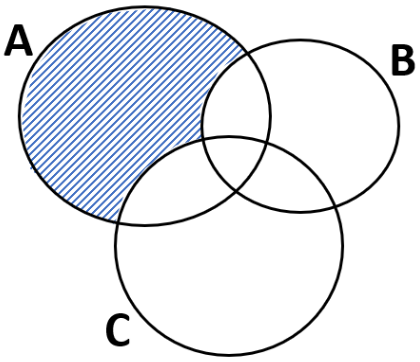
**PARA O ALUNO:** PRATICAR O KAHOOT

LINK: https://kahoot.it/solo/?quizId=83f45b61-37e5-4137-8fd7-b29558998d1b

## QUESTÕES PROPOSTAS E RESOLUÇÃO

### QUESTÃO 1 (DIFERENÇA DE CONJUNTOS)

Qual das alternativas abaixo indica a área hachurada do diagrama?




A. A – B

B. A – (B ∩ C)

C. A – C

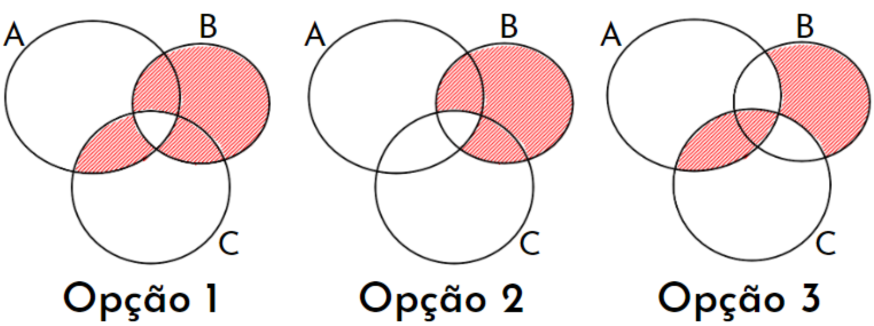
D. A – (B ∪ C)

Gabarito: Alternativa D

A área hachurada do diagrama representa o subconjunto de elementos de A que não pertencem a B e/ou C. Os elementos de B ou C são representados por (B ∪ C), portanto, a área hachurada é dada por A – (B ∪ C).

### QUESTÃO 2 (DIFERENÇA DE CONJUNTOS)

Qual dos diagramas a seguir representa o conjunto B – (A ∩ C)?



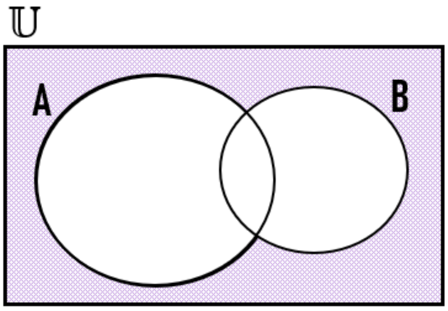

- OPÇÃO 1
- OPÇÃO 2
- OPÇÃO 3

Gabarito: OPÇÃO 2

O conjunto B – (A ∩ C) é um subconjunto de B que não possui os elementos de (A ∩ C). Os elementos de B que estão do conjunto A ∩ C são aqueles da interseção entre os três conjuntos, A ∩ B ∩ C. Assim, o diagrama que representa o conjunto B – (A ∩ C), é o da OPÇÃO 2, pois nele está representado B sem a interseção A ∩ B ∩ C.

**QUESTÃO 3 (COMPLEMENTAR DE UM CONJUNTO)**

Todas as alternativas abaixo podem ser usadas para representar a área hachurada, EXCETO:




A. $U - (A \cup B)$

B. $U - A - B$

C. $\overline{A \cup B}$

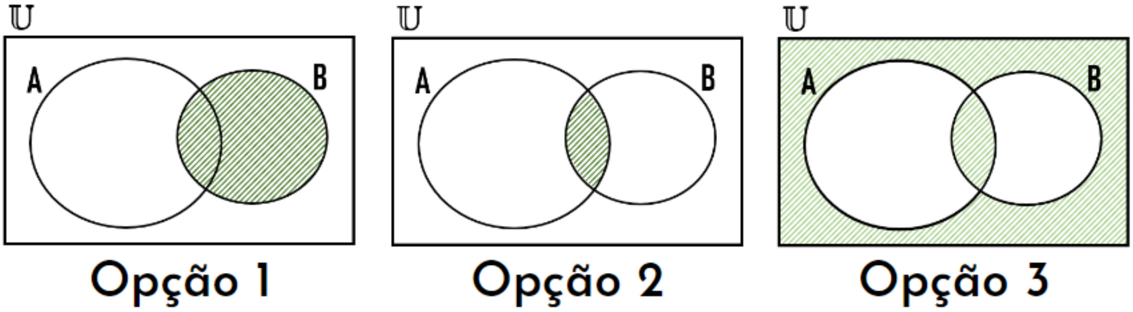
D. $\bar{A} \cup \bar{B}$

Gabarito: Alternativa D

Sendo o complementar de A o conjunto dos elementos que não fazem parte de A, nele existem elementos de B. Analogamente para o complementar de B, nele existem elementos de A. Assim, na união desses dois conjuntos existem elementos de A e de B, não podendo ela ser representada pela área hachurada do diagrama.

**QUESTÃO 4 (COMPLEMENTAR DE UM CONJUNTO)**

Qual dos diagramas abaixo representa B – Ā?




- OPÇÃO 1
- OPÇÃO 2
- OPÇÃO 3

Gabarito: OPÇÃO 2

O complementar de A é formado por todos os elementos do conjunto ∪ que não pertencem a A. Assim, B – Ā são todos os elementos de B, exceto aqueles que não pertencem a A, ou seja, B ∩ A, conforme representado na OPÇÃO 2.

**QUESTÃO 5 (COMPLEMENTAR DE UM CONJUNTO)**

Em quais casos abaixo existe conjunto complementar de A em relação a B?

I. A = {Quadriláteros} e B = {Retângulos}

II. A = {Múltiplos de 3} e B = {Múltiplos de 6}

III. A = {0, 2, 4, 6, 8, …} e B = ℤ

IV. A = {} e B = {1, 2, 3}

Gabarito: III e IV

Para que exista complementar de um conjunto A em relação a um conjunto B, A deve ser subconjunto de B.

I. B é subconjunto de A.

II. B é subconjunto de A.

III. A é subconjunto de B, pois {0, 2, 4, 6, 8, ...} são números inteiros.

IV. A é subconjunto de B, pois {} está contido em todos os conjuntos.

Então, só há complementar de A em relação a B nos casos III e IV.

**QUESTÃO 6 (INTERSEÇÃO ENTRE CONJUNTOS)**

VERDADEIRO OU FALSO? Se A ∩ B = A ∪ B, então A = B

Gabarito: VERDADEIRO

Se a união de dois conjuntos é igual à interseção deles, significa que todos os elementos dos conjuntos A e B estão na interseção $A \cap B$. Então não existe elemento de B que não pertence a A, nem elemento de A que não pertence a B. Portanto, $A = B$.

**QUESTÃO 7 (INTERSEÇÃO ENTRE CONJUNTOS)**

VERDADEIRO OU FALSO? Se $n(A \cap B) = 10$, então A, então $n(A \cup B) \geq 10$

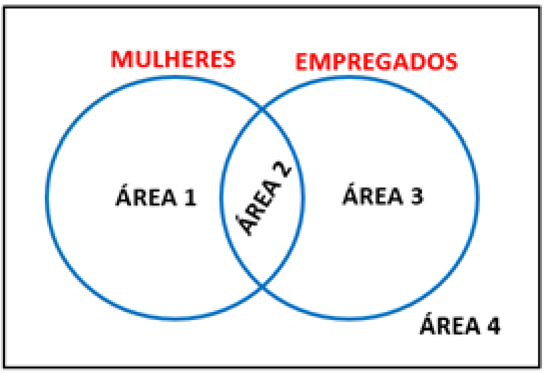
Gabarito: VERDADEIRO

Se $n(A \cap B) = 10$, temos que $n(A) \geq 10$ e $n(B) \geq 10$. Portanto, $n(A \cup B) \geq 10$.

**QUESTÃO 8 (UNIÃO E INTERSEÇÃO ENTRE MAIS DE DOIS CONJUNTOS)**

Em uma pesquisa sobre desemprego realizada com 300 pessoas, 160 eram mulheres e dos 32 entrevistados desempregados, 14 eram homens.

A área do diagrama que representa homens empregados é:




- ÁREA 1
- ÁREA 2
- ÁREA 3
- ÁREA 4

Gabarito: ÁREA 3

A ÁREA 3 do diagrama representa empregados não-mulheres, portanto, homens empregados.

**QUESTÃO 9 (UNIÃO E INTERSEÇÃO ENTRE MAIS DE DOIS CONJUNTOS)**

Em uma pesquisa sobre desemprego realizada com 300 pessoas, 160 entrevistados eram mulheres e dos 32 entrevistados desempregados, 14 eram homens.

A quantidade de homens empregados é igual a:

- 142
- 126
- 160

Gabarito: 126

Se a pesquisa entrevistou 300 pessoas, sendo 160 mulheres, então, 140 homens foram entrevistados. Dos 140 homens, 14 estavam desempregados, portanto, o restante estava empregado. (140 – 14 = 126)

**QUESTÃO 10 (PROPRIEDADES)**

Sejam os conjuntos formados por números naturais A = {1, 3, 5, 7, 9, …}, e B = $\bar{A}$. Então $\bar{B}$ é igual a

- {0, 2, 4, 6, …}
- {1, 3, 5, 7, …}

Gabarito: {1, 3, 5, 7, …}

Se A é o conjunto dos números ímpares, o complementar de A é o conjunto dos números pares, definido pelo conjunto B. O complementar de B será, portanto, o conjunto dos números ímpares.

(Propriedade da Complementação: $\bar{\bar{A}} = A$)

**QUESTÃO 11 (PROPRIEDADES)**

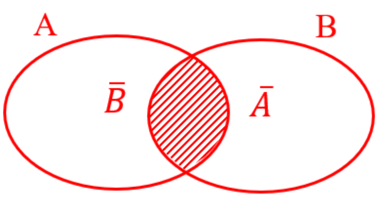
Considerando $U = A \cup B$, $\overline{A \cap B}$ é equivalente a:

A. $\bar{A} \cap \bar{B}$

B. $\bar{A} \cup \bar{B}$

Gabarito: Alternativa B.

A área hachurada do diagrama representa a interseção dos conjuntos A e B, e seu




complementar é a área não hachurada, onde estão indicados os complementares de

A e de B. Assim, $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$. (Lei de Morgan)

**QUESTÃO 12 (PROPRIEDADES)**

VERDADEIRO OU FALSO? (A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C)

Gabarito: VERDADEIRO.

A interseção de A e B é composta pelos elementos que pertencem a A e B ao mesmo tempo, portanto, sua interseção com C será composta pelos elementos que pertencem a A, B e C simultaneamente.

Analogamente, a interseção de B e C é composta pelos elementos que pertencem a B e C ao mesmo tempo, portanto, sua interseção com A será composta pelos elementos que pertencem a A, B e C simultaneamente.

Assim, (A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C). (Propriedade Associativa)

**QUESTÃO 13 (PROPRIEDADES)**

Se A ∪ B = {1, 3} e A ∪ C = {1, 3, 4, 5}, então $A \cup (B \cap C)$ é igual a:

- {1}
- ∅
- {4, 5}
- {1, 3}

Gabarito: {1, 3}.

Pela propriedade distributiva, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. Assim:

{1,3} ∩ {1, 3, 4, 5} = {1, 3}

# KAHOOT 3

**TÍTULO:** Conjuntos Numéricos e Intervalos Reais

**DESCRIÇÃO:** Nesse Kahoot foram abordados os seguintes conteúdos:

- Números Naturais: Definição, subconjuntos, propriedades e Teorema Fundamental da Aritmética;
- Números Inteiros: Definição, subconjuntos e propriedades;
- Números Racionais: Definição, subconjuntos, operações, formas de representação e dízimas periódicas;
- Números Reais: Definição, conjunto dos números irracionais, valor absoluto e propriedades;
- Intervalos Reais;
- Intervalos Limitados;
- Intervalos Ilimitados;
- Operações com Intervalos.

**HABILIDADES BNCC**

(EF09MA01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade)

(EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

Comentário: A ideia de números irracionais e Conjunto dos Números Reais como a união dos Números Racionais e Irracionais é introduzida nos Anos Finais do Ensino Fundamental, e conclui o conceito de Conjuntos Numéricos, estando presente nas habilidades acima.

**PARA O PROFESSOR**: EDITAR, INICIAR UM JOGO, ATRIBUIR.

LINK: https://create.kahoot.it/share/conjuntos-numericos-e-intervalos-reais/04d0e16d-4bf8-466f-afd5-16cd22bdbcea

**PARA O ALUNO:** PRATICAR O KAHOOT

LINK: https://kahoot.it/solo/?quizId=04d0e16d-4bf8-466f-afd5-16cd22bdbcea

# QUESTÕES PROPOSTAS E RESOLUÇÃO

### QUESTÃO 1 (SUBCONJUNTO DE $\mathbb{N}$)

Qual das alternativas apresenta o subconjunto de $\mathbb{N}$ dado por $A = \{3(n-1) \mid n \in \mathbb{N}^*\}$?

A. {0, 3, 6, 9, ...}
B. {3, 6, 9, 12, ...}
C. {2, 5, 8, 11, ...}

Gabarito: Alternativa A.

Segundo o enunciado, $n \in \mathbb{N}^*$, portanto, n pode assumir os valores (1, 2, 3, 4, ...). O primeiro elemento do conjunto A é dado por:

$$a_1 = 3 \cdot (n_1 - 1) = 0$$

$$a_1 = 3 \cdot (1 - 1) = 0$$

Fazendo o mesmo para $a_2$, $a_3$ e $a_4$, temos:

$$a_2 = 3 \cdot (2 - 1) = 3$$

$$a_3 = 3 \cdot (3 - 1) = 6$$

$$a_4 = 3 \cdot (4 - 1) = 9$$

Dessa forma, temos A = {0, 3, 6, 9, ...)

### QUESTÃO 2 (PROPRIEDADE DE $\mathbb{N}$)

VERDADEIRO OU FALSO? A divisão de dois números naturais é sempre um número natural.

Gabarito: FALSO.

A operação divisão não é fechada em $\mathbb{N}$. Daremos como contraexemplo a divisão $3 \div 2$, cujo quociente é igual a 1,5. Como 1,5 não pertence ao conjunto dos números naturais, a afirmação é falsa.

### QUESTÃO 3 (TEOREMA FUNDAMENTAL DA ARITMÉTICA)

VERDADEIRO OU FALSO? Todo número natural é primo ou pode ser escrito como um produto de fatores primos.

Gabarito: FALSO.

Pelo Teorema Fundamental da Aritmética, todo número natural maior do que 1 ou é primo ou pode ser escrito como produto de fatores primos. Portanto, dentre os números naturais, 0 e 1 não são primos e não podem ser escritos como um produto de fatores primos.

**QUESTÃO 4 (SUBCONJUNTO DE $\mathbb{Z}$)**

Qual alternativa indica o subconjunto dos números inteiros $\mathbb{Z}_-$?

A. {..., –3, –2, –1}
B. {..., –3, –2, –1, 0}
C. {..., –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...}
D. {0, 1, 2, 3, ...}

Gabarito: Alternativa B.

O conjunto $\mathbb{Z}_-$ é chamado subconjunto do números inteiros não-positivos, composto por {..., –3, –2, –1, 0}.

**QUESTÃO 5 (PROPRIEDADES DE $\mathbb{Z}$)**

VERDADEIRO OU FALSO? A subtração de dois números inteiros é sempre um número inteiro.

Gabarito: VERDADEIRO.

A operação subtração é fechada em $\mathbb{Z}$.

**QUESTÃO 6 (PROPRIEDADES DE $\mathbb{Z}$)**

VERDADEIRO OU FALSO? Se $x \in \mathbb{Z}_-$ e $y \in \mathbb{Z}_-^*$, então x·y pertence a $\mathbb{Z}_+$.

Gabarito: VERDADEIRO.

Sendo $\mathbb{Z}_- = \{..., -3, -2, -1, 0\}$ e $\mathbb{Z}_-^* = \{..., -3, -2, -1\}$, o produto de um número não positivo por um número negativo será nulo (se x = 0) ou positivo (se x ≠ 0). Portanto, x·y pertence ao subconjunto dos números inteiros não-negativos, $\mathbb{Z}_+$.

**QUESTÃO 7 (OPERAÇÕES EM $\mathbb{Q}$)**

Sendo $x = 0{,}6161... - \frac{7}{11}$, então x pertence ao intervalo:

A. $\left[-\frac{3}{99}, -\frac{1}{99}\right[$
B. $\left[-\frac{1}{99}, 0\right[$

C. $\left[0, \frac{1}{99}\right[$

D. $\left[\frac{1}{99}, \frac{3}{99}\right[$

Gabarito: Alternativa A.

Primeiramente, encontraremos a fração geratriz de 0,6161...:

$$\mathrm{x} = 0{,}6161\ldots \qquad (1)$$

$$100\mathrm{x} = 61{,}6161\ldots \qquad (2)$$

Efetuando (2) – (1), temos:

$$99\mathrm{x} = 61$$

$$\mathrm{x} = \frac{61}{99}$$

Agora, resolvendo a equação, temos:

$$\mathrm{x} = \frac{61}{99} - \frac{7}{11} = \frac{61-63}{99} = -\frac{2}{99}$$

$$\mathrm{x} = -\frac{2}{99}$$

Então, $-\frac{3}{99} \leq \mathrm{x} < -\frac{1}{99}$.

**QUESTÃO 8 (OPERAÇÕES EM $\mathbb{Q}$)**

VERDADEIRO OU FALSO? O conjunto solução de $2x + \frac{14}{3} = 3,\overline{6}$ está contido em $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$.

Gabarito: VERDADEIRO

Primeiramente, encontraremos a fração geratriz de 3,666...

$$x = 3{,}666\ldots \qquad (1)$$

$$10x = 36{,}666\ldots \qquad (2)$$

Efetuando (2) – (1), temos:

$$9x = 33$$

$$x = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$

Agora, resolvendo a equação, temos:

$$2x + \frac{14}{3} = \frac{11}{3}$$

$$2x = -\frac{3}{3} \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

A afirmação é verdadeira, pois $-\frac{1}{2}$ é um número racional não-inteiro.

**QUESTÃO 9 (DÍZIMA PERIÓDICA)**

VERDADEIRO OU FALSO? O número racional 1,2555... pertence ao intervalo $\left[\frac{10}{9}, \frac{12}{9}\right]$.

Gabarito: VERDADEIRO.

Encontraremos a fração geratriz de 1,2555...

$$x = 1{,}2555\ldots \qquad (1)$$

$$10x = 12{,}555\ldots \qquad (2)$$

$$100x = 125{,}555\ldots \qquad (3)$$

Efetuando (3) – (2), temos:

$$90x = 113$$

$$x = \frac{113}{90}$$

O intervalo $\left[\frac{10}{9}, \frac{12}{9}\right]$ pode ser escrito como $\left[\frac{100}{90}, \frac{120}{90}\right]$. Como $\frac{100}{90} < \frac{113}{90} < \frac{120}{90}$, a afirmação é verdadeira.

**QUESTÃO 10 (DEFINIÇÃO NÚMEROS REAIS)**

VERDADEIRO OU FALSO? Se $2 < x < 10$, então $x \in \mathbb{Q}$

Gabarito: FALSO.

Por contra-exemplo, $\sqrt{5}$ está entre 2 e 10, porém não é racional.

**QUESTÃO 11 (NÚMEROS IRRACIONAIS)**

A adição de dois números irracionais é sempre um número

A. racional
B. irracional
C. natural
D. real.

Gabarito: Alternativa D.

A adição de dois números irracionais resulta em um número irracional, exceto quando o número irracional é adicionado a seu oposto. Nesse caso, o resultado é igual a zero, e zero é racional. Exemplo: $\sqrt{5}$ + (–$\sqrt{5}$) = 0

Assim, a adição de dois números irracionais é sempre um número real.

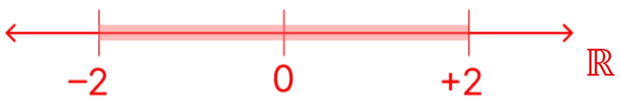
**QUESTÃO 12 (MÓDULO)**

A solução de |x – 1| < 2 é igual a

A. $]-\infty, 1[\ U\ ]3, \infty[$
B. $]1{,}3[$
C. $]3, \infty[$

Gabarito: Alternativa B.

Utilizando a definição de módulo, a distância de x – 1 ao zero é menor que 2. Usando a reta numérica para ilustrar a situação, temos:




Assim, x – 1 deve estar compreendido entre –2 e +2.

$$-2 < x - 1 < 2$$

$$-1 < x < 3$$

Então, x pertence ao intervalo ]–1, 3[

# KAHOOT 4

**TÍTULO:** Funções e Gráficos de Funções

**DESCRIÇÃO:** Nesse Kahoot foram abordados os seguintes conteúdos sobre o estudo de Funções:

- Relação entre variáveis;
- Definição de Funções;
- Estudo do domínio de uma função;
- Representação de funções: pares ordenados;
- Gráfico cartesiano;
- Máximos e mínimos;
- Raízes ou zeros.

**HABILIDADES BNCC**

(EM13MAT405) Reconhecer funções definidas por uma ou mais sentenças (como a tabelado Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, convertendo essas representações de uma para outra e identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento.

(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.

(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando tecnologias da informação, e, se apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

**PARA O PROFESSOR**: EDITAR, INICIAR UM JOGO, ATRIBUIR.

LINK: https://create.kahoot.it/share/funcoes-e-graficos-de-funcoes/ab8a031a-3941-4114-a481-6d2537d04028

**PARA O ALUNO:** PRATICAR O KAHOOT

LINK: https://kahoot.it/solo/?quizId=ab8a031a-3941-4114-a481-6d2537d04028

## QUESTÕES PROPOSTAS E RESOLUÇÃO

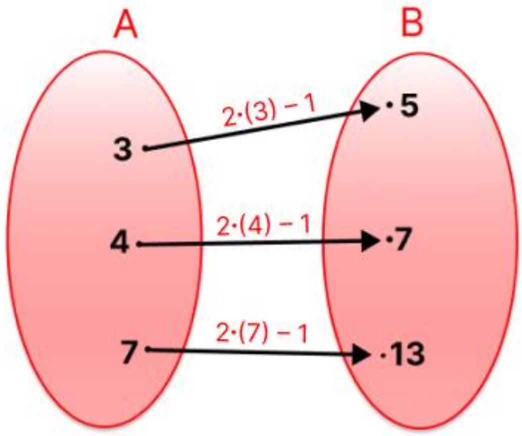
### QUESTÃO 1 (RELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS)

Sejam A = {3, 4, 7} o conjunto de partida e B = {$y_1$, $y_2$, $y_3$} o conjunto de chegada, relacionados pela regra y = 2x – 1, sendo x ∈ A e y ∈ B. Então:

A. B = {6, 8, 14}
B. B = {7, 9, 15}
C. B = {5, 7, 13}

Gabarito: Alternativa C.

Usando a representação por diagrama para solucionar o exercício, temos:



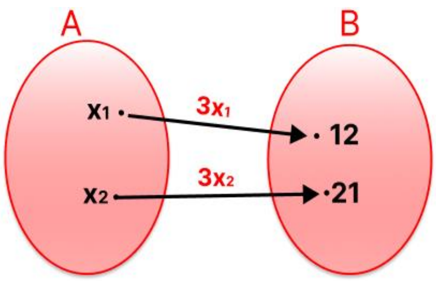

Portanto, B = {5, 7, 13}

### QUESTÃO 2 (RELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS)

Sejam A = {$x_1$, $x_2$} o conjunto de partida e B = {12, 21} o conjunto de chegada, relacionados pela regra y = 3x, onde x ∈ A e y ∈ B. Então:

A. 12 ∈ A
B. 7 ⊂ A
C. 4 ∈ A

Gabarito: Alternativa C.



Observando o diagrama, percebemos que:

$$3x_1 = 12 \rightarrow x_1 = 4$$

$$3x_2 = 21 \rightarrow x_2 = 7$$

Assim, temos A = {4, 7}. Então, 4 ∈ A.

**QUESTÃO 3 (DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO)**

A tabela a seguir, representa uma função de A em B, onde x ∈ A e y ∈ B. Determine uma possível função de A em B.

| **x** | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| **y** | 2 | 5 | 8 | 11 |

A. y = 2x
B. y = 3x – 1
C. y = 3x + 1

Gabarito: Alternativa B.

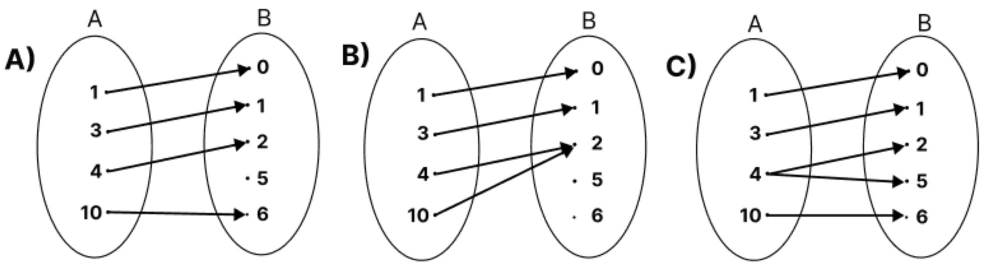
É possível notar que y aumenta 3 unidades para cada unidade de x. Assim, podemos relacionar y a um múltiplo de 3 (3x) + k, com x ∈ ℕ*.

M(3) = {3, 6, 9, 12, ...}

B = {2, 5, 8, 11, ...} = {3·1–1, 3·2–1, 3·3–1, 3·4–1, ...} → y = 3x – 1

**QUESTÃO 4 (DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO)**

Qual dos diagramas indica uma relação de A em B que NÃO é função?




A. LETRA A
B. LETRA B
C. LETRA C

Gabarito: Alternativa C.

A alternativa A representa uma função pois a cardinalidade do contradomínio da função deve ser maior ou igual à Im(f), não havendo restrição para a existência de elementos do contradomínio que não estejam relacionados a algum elemento do domínio.

A alternativa B é função pois, por definição, não há restrição a elementos do domínio possuírem a mesma imagem, ou seja, estarem relacionados a um mesmo elemento do contradomínio.

A alternativa C não representa uma função pois existe um único elemento em A relacionado a dois elementos em B.

**QUESTÃO 5 (DOMÍNIO DE UMA FUNÇÃO)**

(EEAR 2017/2) O domínio da função real g(x) é D = {x ∈ B / __________}.

$$g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-4}}$$

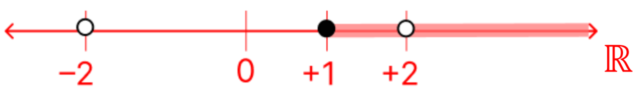
A. x ≥ 1 e x ≠ 2
B. x > 2 e x ≠ 4
C. –1 ≤ x ≤ 1
D. –2 ≤ x ≤2 e x ≠ 0

Gabarito: Alternativa A.

Para g(x), temos duas restrições para o domínio:

$$x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

$$x^2 - 4 \neq 0 \rightarrow x^2 \neq 4 \rightarrow x \neq \pm 2$$




Assim, x ≥ 1 e x ≠ 2

**QUESTÃO 6 (DOMÍNIO DE UMA FUNÇÃO)**

Se o domínio da função abaixo é D = (–∞,10] – {2}, encontre os valores de m e n.

$$f(x) = \frac{\sqrt{m-x}}{nx+4}$$

A. m = 10; n = 2

B. m = 10; n = –2
C. m = –10; n = –2
D. m = –10; n = 2

Gabarito: Alternativa B.

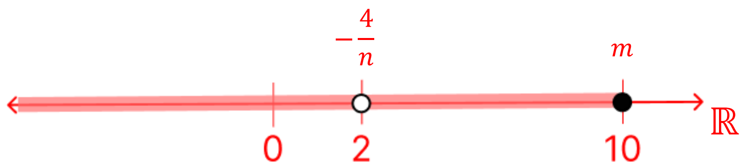
Para f(x), temos duas restrições para o domínio:

$$m - x \geq 0 \rightarrow -x \geq -m \rightarrow x \leq m$$

$$nx + 4 \neq 0 \rightarrow nx \neq -4 \rightarrow x \neq -\frac{4}{n}$$

Pelo enunciado, temos que $x \leq 10$, portanto, m = 10.

Temos também que $x \neq 2$, assim, $-\frac{4}{n} = 2 \rightarrow n = -2.$




$\mathbb{R}$

**QUESTÃO 7 (PARES ORDENADOS)**

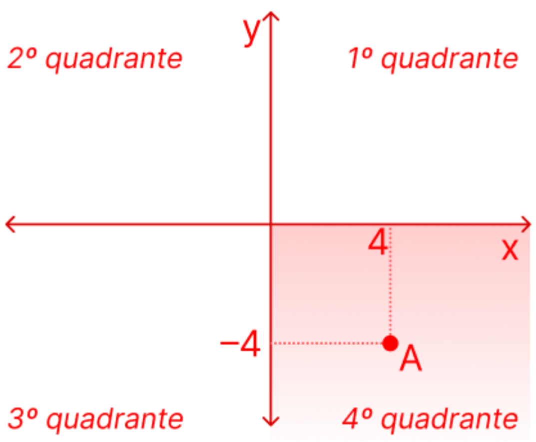
$\mathbb{R}$

VERDADEIRO OU FALSO? Para x = 1, o ponto A (x+3, 2x–6) é um ponto pertencente ao 4° quadrante do plano cartesiano.

$\mathbb{R}$

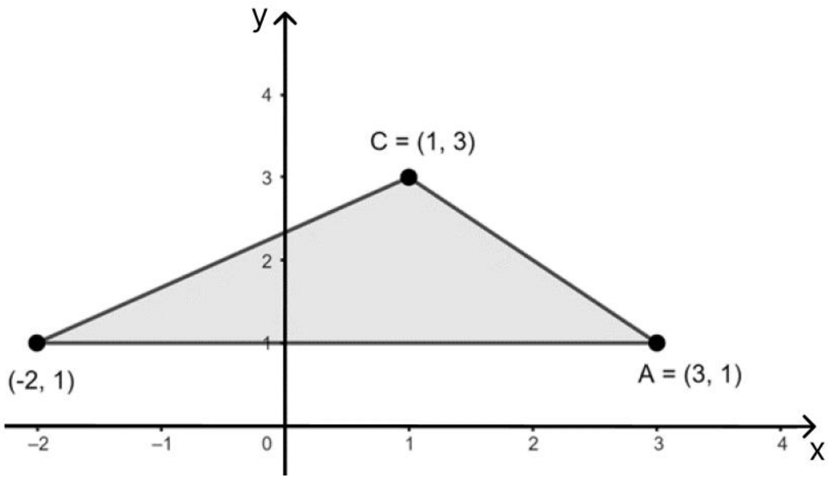
Gabarito: VERDADEIRO.

Para x = 1, A = (4, –4)



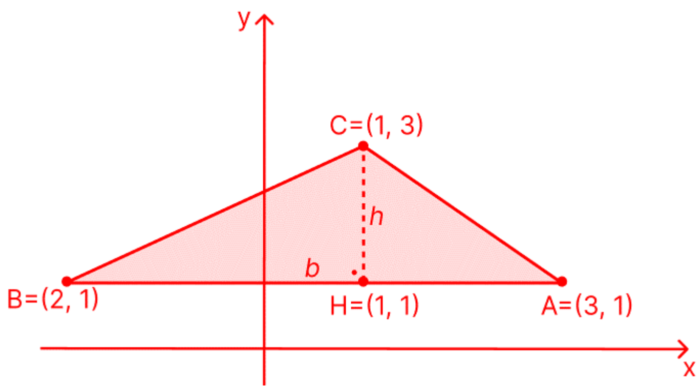

**QUESTÃO 8 (PARES ORDENADOS)**

Calcule a área do polígono de vértices A, B e C.




A. 5
B. 10
C. 6
D. 7

Gabarito: Alternativa A.




A base do triângulo ABC é paralela ao eixo x, e pode ser calculada como a diferença das coordenadas horizontais $x_A$ e $x_B$. Já a altura do triângulo ABC é paralela ao eixo y e, analogamente, é calculada como a diferença das coordenadas verticais $y_C$ e $y_H$.

Assim,

$$b = x_A - x_B = 3 - (-2) = 5$$

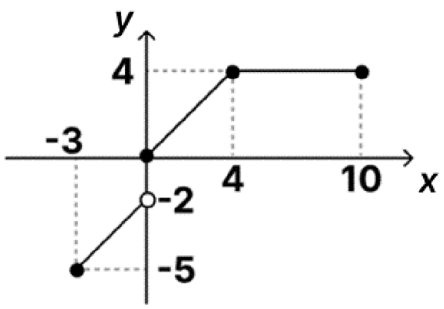
$$h = y_C - y_H = 3 - 1 = 2$$

A área do triângulo vale:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 2}{2} \rightarrow A = 5$$

**QUESTÃO 9 (GRÁFICO CARTESIANO)**

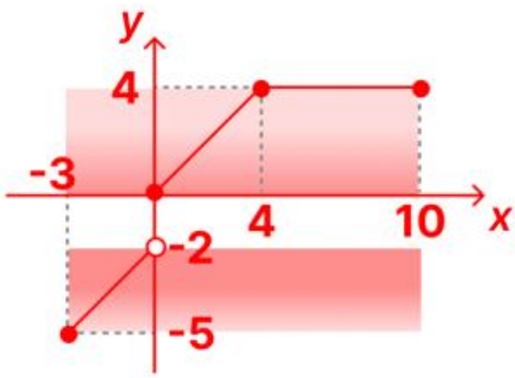
(EEAR 2015) O conjunto imagem da função representada pelo gráfico é




A. [–5, –2[ ∪ [0, 10].
B. ]–2, 0] ∪ [4, 10].
C. [–5, –2[ ∪ [0, 4].
D. [–2, 0] ∪ [0, 4[.

Gabarito: Alternativa C.

O conjunto imagem de uma função é composto pelos elementos do contradomínio (y) que estão relacionados a algum elemento do domínio (x).

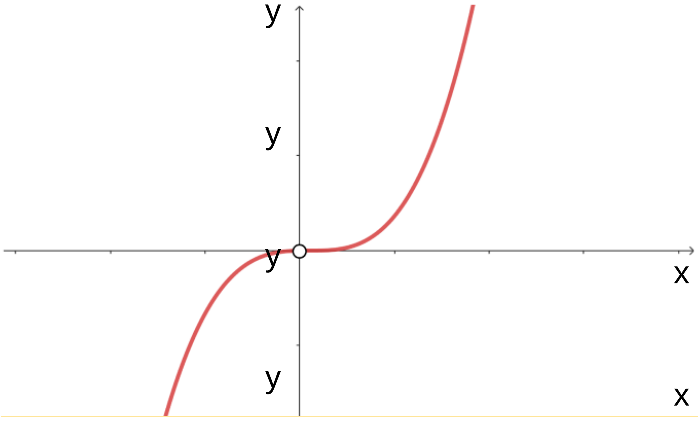



Observe que o menor elemento do conjunto imagem é –5, e a função cresce até o elemento –2, mas não o inclui, portanto, a função não é definida para y = –2. Depois a função recomeça em y = 0, e cresce até y = 4 (incluso).

Dessa forma, Im = [–5, –2[ ∪ [0, 4].

**QUESTÃO 10 (GRÁFICO CARTESIANO)**

VERDADEIRO OU FALSO? O gráfico a seguir representa uma função f: $\mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$?




Gabarito: VERDADEIRA.

O gráfico representa uma função de f: ℝ* → ℝ pois o domínio foi restrito a ℝ*, há uma bijeção entre domínio e contradomínio, uma vez que ela é aberta no ponto (0, 0).

**QUESTÃO 11 (MÁXIMO E MÍNIMO)**

O lucro de uma empresa em função da quantidade x de produtos vendidos é dado pela função $L(x) = -0{,}5x^2 + 100x - 300$, e atinge valor máximo quando x = 100. O lucro máximo dessa empresa é igual a:

A. 4000
B. 4700
C. 4350
D. 4800

Gabarito: Alternativa B.

Para calcular o lucro máximo, substituir o a valor de x que leva a função para seu valor máximo, ou seja, fazendo x = 100.

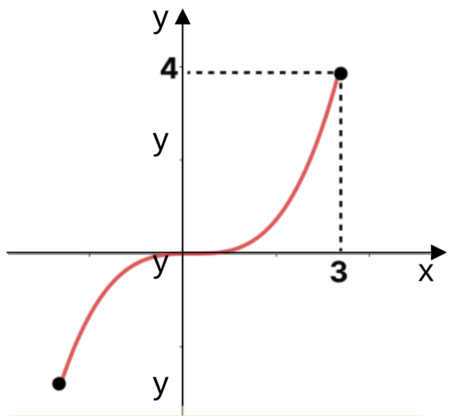
$$L(100) = L_{MÁX} = -0{,}5 \cdot (100)^2 + 100 \cdot 100 - 300$$

$$L_{MÁX} = -0{,}5 \cdot 10000 + 10000 - 300 = -5000 + 10000 - 300$$

$$L_{MÁX} = 4700$$

**QUESTÃO 12 (MÁXIMO E MÍNIMO)**

VERDADEIRO OU FALSO? 3 é valor máximo da função representada no gráfico abaixo.

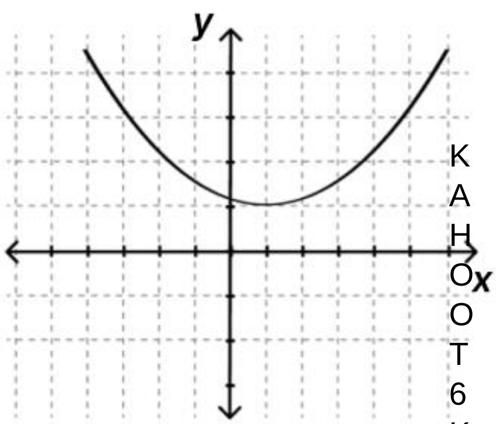



Gabarito: FALSO.

Ao observar o gráfico, nota-se que 3 é o valor de x para o qual a função atinge seu valor máximo. O valor máximo da função é igual a 4 e o ponto de máximo da função é (3, 4).

**QUESTÃO 13 (RAÍZES E ZEROS)**

VERDADEIRO OU FALSO? A função f representada no gráfico abaixo possui uma das raízes igual a zero.




Gabarito: FALSO.

As raízes de uma função são os valores para os quais f(x) = 0. Dessa forma, as raízes são indicadas pelas interseções do gráfico com o eixo x. Como podemos observar, o gráfico não intercepta o eixo x em nenhum ponto, portanto, a função não possui raízes reais.

**QUESTÃO 14 (RAÍZES E ZEROS)**

(Cesgranrio 1995) A maior raiz da equação $-2x^2 + 3x + 5 = 0$ vale:

A. – 1
B. 1
C. 2
D. 2,5

Gabarito: Alternativa D.

Usando a fórmula de Bhaskara para calcular as raízes da equação, temos:

$$\Delta = (3)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (5) = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm 7}{-4}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 7}{-4} = -1$$

$$x_2 = \frac{-3 - 7}{-4} = +2{,}5$$

Dessa forma, a maior raiz da equação é igual a 2,5.

# KAHOOT 5

**TÍTULO:** Funções Injetoras, Sobrejetoras e Bijetoras, Composta de Funções e Inversa de Funções.

**DESCRIÇÃO:** Nesse Kahoot foram abordados os seguintes conteúdos sobre o estudo de Funções:

- Função Injetora;
- Função Sobrejetora;
- Função Bijetora;
- Composta de Funções;
- Inversa de Funções.

**HABILIDADES BNCC**

(EM13MAT405) Reconhecer funções definidas por uma ou mais sentenças (como a tabelado Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, convertendo essas representações de uma para outra e identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento.

(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando tecnologias da informação, e, se apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

Observações: Apesar de não existirem habilidades que citem especificamente o estudo de funções injetoras, sobrejetoras, bijetoras, compostas e inversas, as habilidades acima remetem ao estudo de funções de uma maneira geral e seus comportamentos.

**PARA O PROFESSOR**: EDITAR, INICIAR UM JOGO, ATRIBUIR.

LINK: https://create.kahoot.it/share/funcoes-injetoras-sobrejetoras-e-bijetoras-composta-de-funcoes-e-inversa-de-funcoes/11894093-839b-49c6-9582-27928dd8c458

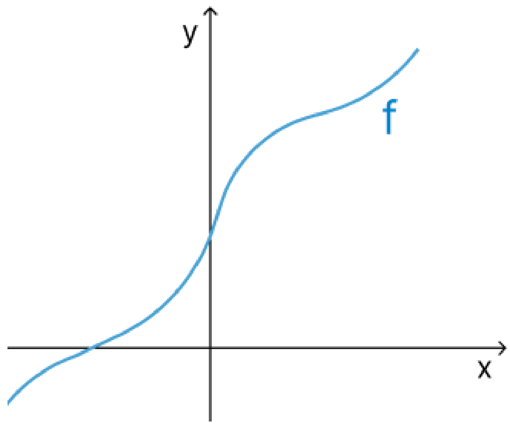
**PARA O ALUNO:** PRATICAR O KAHOOT

LINK: https://kahoot.it/solo/?quizId=11894093-839b-49c6-9582-27928dd8c458

## QUESTÕES PROPOSTAS E RESOLUÇÃO

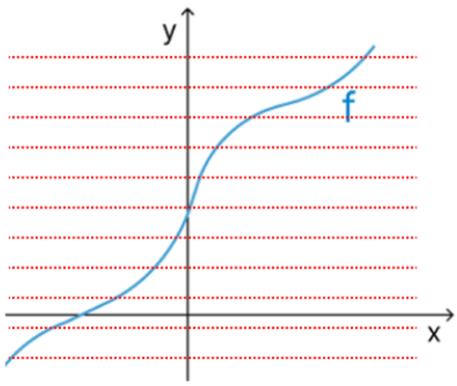
**QUESTÃO 1 (FUNÇÃO INJETORA)**

VERDADEIRO OU FALSO? f(x) é injetora.



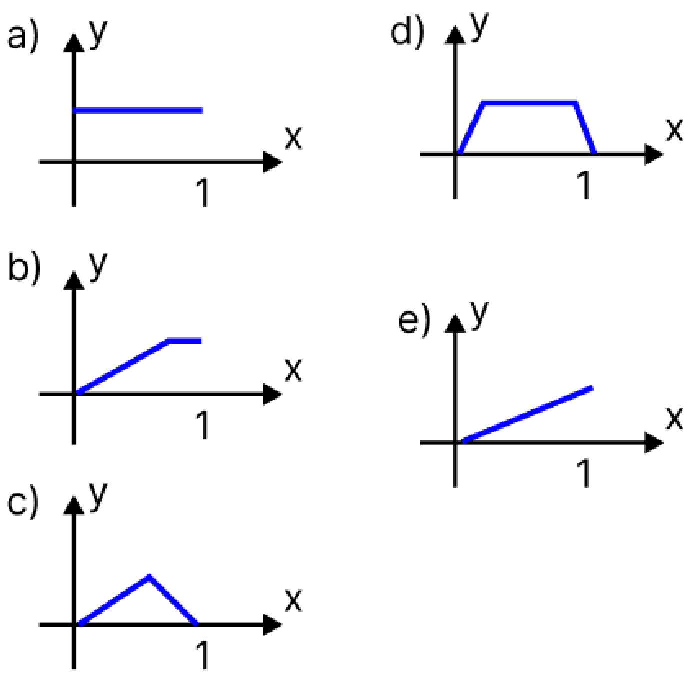

Gabarito: VERDADEIRO.

Por definição, uma função é injetora quando os diferentes elementos em seu domínio possuem, necessariamente, imagens distintas. Usando o teste das retas horizontais podemos comprovar que não existem elementos distintos do domínio cuja imagem é a mesma, pois cada reta intercepta a curva uma única vez (ou seja, para cada imagem y existe um único x).




**QUESTÃO 2 (FUNÇÃO INJETORA)**

(UNIFESP 2002) Há funções y = f(x) que possuem a seguinte propriedade: "a valores distintos de x correspondem valores distintos de y". Tais funções são chamadas injetoras. Qual, dentre as funções cujos gráficos aparecem abaixo, é injetora?

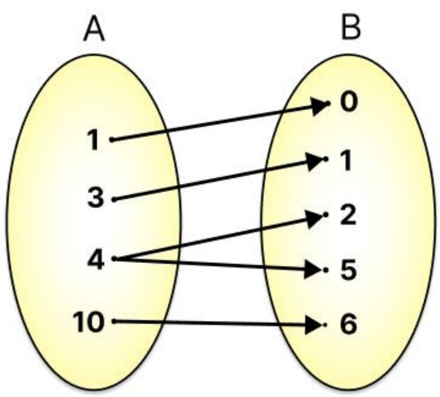



Gabarito: Alternativa E.

Apenas a alternativa E é injetora, pois elementos distintos do domínio possuem imagens também distintas. Nas alternativas A, B e D as funções possuem um intervalo constante, ou seja, naquele intervalo os elementos do domínio possuem a mesma imagem. Já na alternativa C, à exceção do ponto máximo, há dois elementos do domínio relacionados a cada elemento do conjunto imagem.

**QUESTÃO 3 (FUNÇÃO SOBREJETORA)**

VERDADEIRO OU FALSO? f: A → B é sobrejetora.




Gabarito: VERDADEIRO.

Por definição, uma função é sobrejetora quando seu contradomínio e seu conjunto-imagem são idênticos. Podemos observar no diagrama que não há nenhum elemento de B (contradomínio) não relacionado a um elemento de A. Dessa forma, B é contradomínio e conjunto imagem da função f, portanto, f é sobrejetora.

**QUESTÃO 4 (FUNÇÃO SOBREJETORA)**

(UFRN 2002) Sejam E o conjunto formado por todas as escolas de ensino médio de Natal e P o conjunto formado pelos números que representam a quantidade de professores de cada escola do conjunto E. Se f: E→ P é a função que a cada escola de E associa seu número de professores, então

A. f não pode ser uma função bijetora.
B. f não pode ser uma função injetora.
C. f é uma função sobrejetora.
D. f é necessariamente uma função injetora.

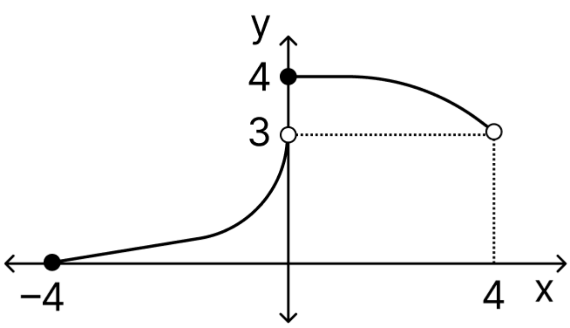
Gabarito: Alternativa C.

Toda escola x possui um número y que representa a quantidade de professores daquela escola. O número de professores y de uma escola pode ser igual ao número de professores de outra escola, e assim, não necessariamente a função f: E→ P será injetora. Porém, sabemos que cada elemento do contradomínio P está ligado a pelo menos um elemento do domínio E, e assim sendo, a função f é sobrejetora.

Lembrando que a função f pode ser injetora e, por consequência, bijetora. Mas o enunciado apenas nos garante que ela é sobrejetora.

**QUESTÃO 5 (FUNÇÃO BIJETORA)**

VERDADEIRO OU FALSO? A função f: [–4, 4) → [0,4] é bijetora.




Gabarito: FALSO.

O contradomínio de f é igual a [0, 4], porém sua imagem é igual a [0, 4] – {3}. Assim, f não é sobrejetora, não sendo assim bijetora.

**QUESTÃO 6 (FUNÇÃO BIJETORA)**

Assinale a alternativa CORRETA:

A. Toda função injetora é bijetora.
B. Existe f bijetora, tal que f não é sobrejetora.
C. Toda função injetora é sobrejetora.
D. Toda função bijetora é injetora.

Gabarito: Alternativa D.

A alternativa D está correta pois, por definição, uma função bijetora é, simultaneamente, injetora e sobrejetora. A alternativa A está incorreta pois, por contraexemplo, a função da Questão 5 é injetora, mas não é bijetora. A alternativa B está incorreta pois, por definição, toda função bijetora é sobrejetora. A alternativa C está incorreta pois, como justificado para a o item A, existem funções apenas injetoras.

**QUESTÃO 7 (COMPOSTA DE FUNÇÕES)**

Se f(x) = x+1 e g(x) = $x^2$, f(g(x)) é igual a

A. f(g(x)) = $x^2$+1
B. f(g(x)) = $(x+1)^2$
C. f(g(x)) = $x^3$+ $x^2$

Gabarito: Alternativa A.

Sendo f(x) = x+1 e g(x) = $x^2$, podemos substituir a função g(x) na função composta, obtendo f(g(x)) = f($x^2$).

Se f(x) = x+1, então f($x^2$) = $x^2$+1.

**QUESTÃO 8 (COMPOSTA DE FUNÇÕES)**

Sejam:

$$g(x) = \frac{1}{x} \text{ e } f(x) = x + 2$$

O domínio de gof(x) é igual a

A. $\mathbb{R}^*$
B. $\mathbb{R}^* - \{2\}$
C. $\mathbb{R} - \{2\}$

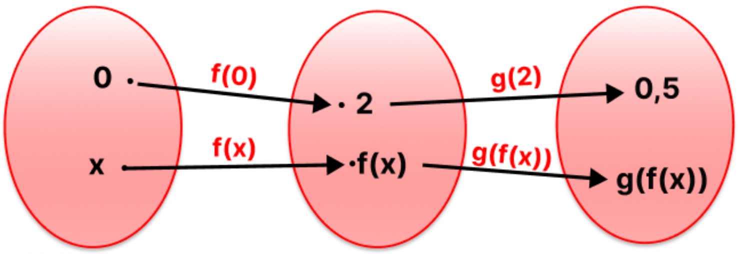
Gabarito: Alternativa C.

O domínio da função composta gof(x) é igual a $D_f \cap D_{gof}$. Sendo o domínio de f(x) igual a $\mathbb{R}$, precisamos calcular gof(x) para definir seu domínio. Substituindo f(x) em g(f(x)), temos:

$$gof(x) = \frac{1}{x+2}$$

$D_{gof} = \mathbb{R} - \{2\}$. Dessa forma, o domínio de gof(x) é igual a $\mathbb{R} - \{2\}$.

Observe que, apesar de zero não pertencer ao domínio de g(x), se substituirmos x = 0 é f(x) teremos f(0) = 2. E g(2) = 0,5. Ou seja, g(f(x)) é definida para x = 0, apesar de g(x) não ser.




**QUESTÃO 9 (COMPOSTA DE FUNÇÕES)**

(UFMG 1997) Para um número real fixo $\alpha$, a função f(x) = $\alpha$x - 2 é tal que f(f(1))= –3. O valor de $\alpha$ é:

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

Gabarito: Alternativa A.

Se f(x) = $\alpha$x – 2, então f(1) = $\alpha$ – 2. Assim, substituindo f(1) na função composta, temos que f(f(1)) = f($\alpha$ – 2).

Se f(x) = $\alpha$x – 2, então

$$f(\alpha - 2) = \alpha\,(\alpha - 2) - 2 = \alpha^2 - 2\alpha - 2$$

Pelo enunciado f(f(1)) = –3, dessa forma

$$f(f(1)) = f(\alpha - 2) = \alpha^2 - 2\alpha - 2 = -3$$

$$\alpha^2 - 2\alpha + 1 = 0$$

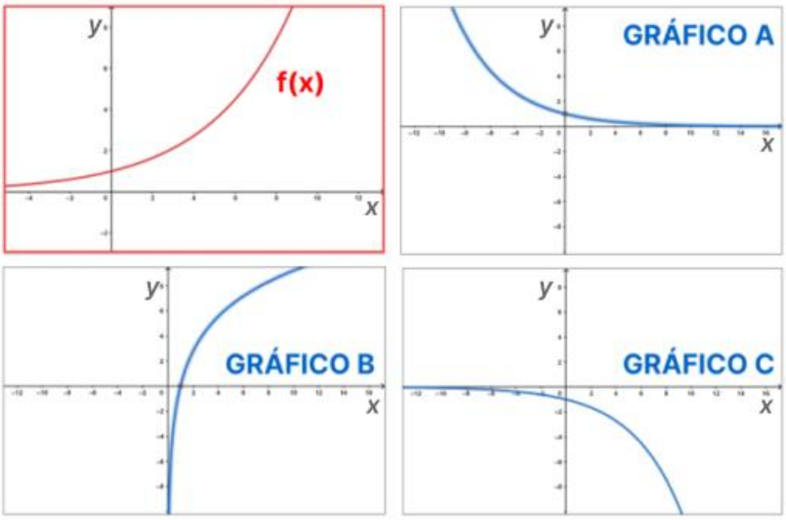
$$(\alpha - 1)^2 = 0$$

$$\alpha - 1 = 0$$

$$\alpha = 1$$

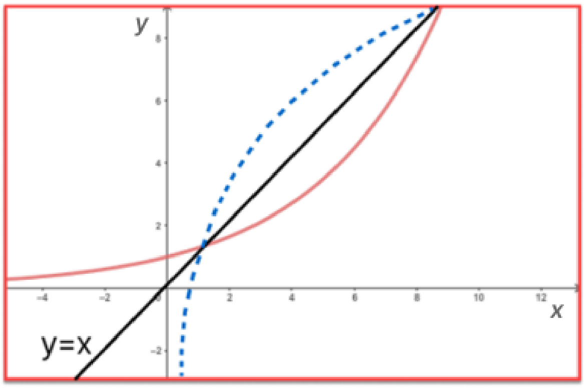
**QUESTÃO 10 (INVERSA DE FUNÇÕES)**

Qual dos gráficos abaixo indica corretamente $f^{-1}(x)$?




Gabarito: GRÁFICO B.

Os gráficos de f(x) e $f^{-1}(x)$ são simétricos em relação à origem, ou seja, simétricos em relação à reta y = x.




Os gráficos A e C são simétricos à f, porém não em relação à origem, e sim em relação ao eixo y e em relação ao eixo x, respectivamente.

**QUESTÃO 11 (INVERSA DE FUNÇÕES)**

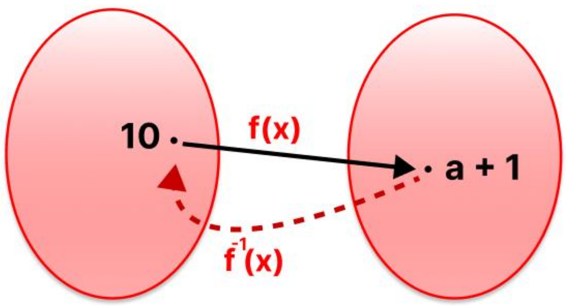
Se $f^{-1}(a + 1) = 10$ e $f(10) = 2$, calcule a.

A. a = 1
B. a = 2
C. a = 3

Gabarito: Alternativa A.

Se a inversa de f relaciona (a + 1) no contradomínio ao elemento 10 no domínio, então f(10) = a + 1.

Pelo enunciado, f(10) = 2, então a + 1 = 2 → a = 1




**QUESTÃO 12 (INVERSA DE FUNÇÕES)**

(FGV 2018) Considere a função real f definida por:

$$f(x) = \frac{x+1}{2x+m}$$

e sua inversa $f^{-1}$. Se $f^{-1}(2) = 5$, o valor de m é:

A. – 3.
B. – 5.
C. – 7.
D. – 9.
E. – 11.

Gabarito: Alternativa C.

Se a função inversa de f relaciona o elemento 2 no contradomínio ao elemento 5 no domínio, então f(5) = 2. Substituindo em f(x), temos:

$$f(x) = \frac{x+1}{2x+m}$$

$$f(5) = \frac{5+1}{2 \cdot 5 + m} = 2$$

$$\frac{6}{10+m} = 2 \ \rightarrow 20 + 2m = 6$$

$$2m = -14$$

$$m = -7$$

# KAHOOT 6

**TÍTULO:** Funções definidas por mais de uma sentença e crescimento e decrescimento de funções.

**DESCRIÇÃO:** Nesse Kahoot foram abordados os seguintes conteúdos sobre o estudo de Funções:

- Funções definidas por mais de uma sentença;
- Crescimento e decrescimento de funções.

**HABILIDADES BNCC**

(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais

**PARA O PROFESSOR**: EDITAR, INICIAR UM JOGO, ATRIBUIR.

LINK: https://create.kahoot.it/share/funcoes-definidas-por-mais-de-uma-sentenca-e-crescimento-e-decrescimento-de-funcoes/7bedbc6a-26f3-43a6-be1a-e55021ab8cd2

**PARA O ALUNO:** PRATICAR O KAHOOT

LINK: https://kahoot.it/solo/?quizId=7bedbc6a-26f3-43a6-be1a-e55021ab8cd2

## QUESTÕES PROPOSTAS E RESOLUÇÃO

### QUESTÃO 1 (FUNÇÕES DEFINIDAS POR MAIS DE UMA SENTENÇA)

Seja f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x < 5 \\ x + 2, & x \geq 5 \end{cases}$$

Então,

A. f(4) = 6
B. f(6) = 9
C. f(2) = 4
D. f(1) = -1

Gabarito: Alternativa D.

Para funções definidas por mais de uma sentença, temos sentenças distintas para diferentes intervalos do domínio. Assim, para saber o valor de f(x), primeiramente é preciso observar em qual dos intervalos encontra-se x, para definirmos o valor da função para aquele elemento do domínio.

Para x = 4, $\mathrm{f(x) = 2x - 3 \rightarrow f(4) = 2 \cdot (4) - 3 = 3}$. (Incorreta)

Para x = 6, $\mathrm{f(x) = x + 2 \rightarrow f(6) = (6) + 2 = 8}$. (Incorreta)

Para x = 2, $\mathrm{f(x) = 2x - 3 \rightarrow f(2) = 2 \cdot (2) - 3 = 1}$. (Incorreta)

Para x = 1, $\mathrm{f(x) = 2x - 3 \rightarrow f(1) = 2 \cdot (1) - 3 = -1}$. (Correta)

### QUESTÃO 2 (FUNÇÕES DEFINIDAS POR MAIS DE UMA SENTENÇA)

Seja g: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$g(x) = \begin{cases} x - 3, & x < 2 \\ -x + 2, & x \geq 2 \end{cases}$$

Determine os possíveis valores de x ∈ $\mathbb{R}$ correspondente a g(x) = –4.

A. x = –4
B. x = –1
C. x = –1 ou x = 6
D. x = 6

Gabarito: Alternativa C

Para verificar os possíveis valores de x correspondentes a g(x) = –4, fazemos:

$$(1)\ \ g(x) = x - 3 = -4$$

$$x = -1$$

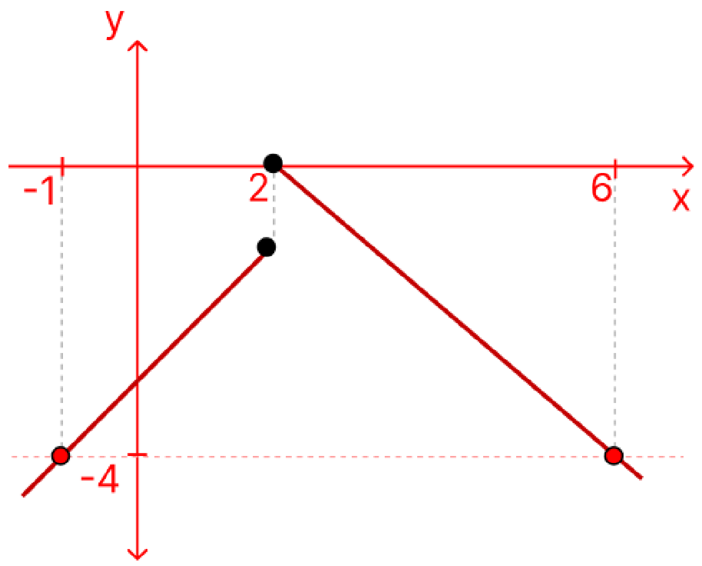
Lembrando que g(x) é igual a x – 3 apenas para valores de x menores que 2. Como –1 é menor que 2, x = –1 corresponde a g(x) = –4.

$$(2)\ g(x) = -x + 2 = -4$$

$$x = 6$$

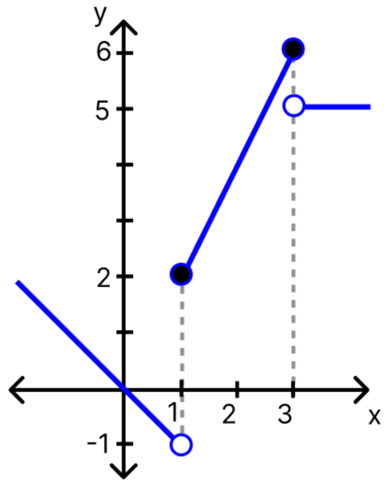
Novamente, foi dado que g(x) é igual a – x + 2 apenas para valores de x maiores ou iguais a 2. Como 6 é maior que 2, x = 6 corresponde a g(x) = –4.

Assim, g(x) = –4 para x = –1 ou x = 6.




**QUESTÃO 3 (FUNÇÕES DEFINIDAS POR MAIS DE UMA SENTENÇA)**

Observe o gráfico da função f: ℝ → ℝ abaixo e assinale a alternativa CORRETA.




A. f(x) = –x, x ≤ 2
B. f(x) = 5, x > 3
C. f(x) = 3, x > 5
D. f(x) = 2x, 1 < x < 3

Gabarito: Alternativa B.

A alternativa A está incorreta pois o intervalo de f(x) para x < 2 não é fechado.

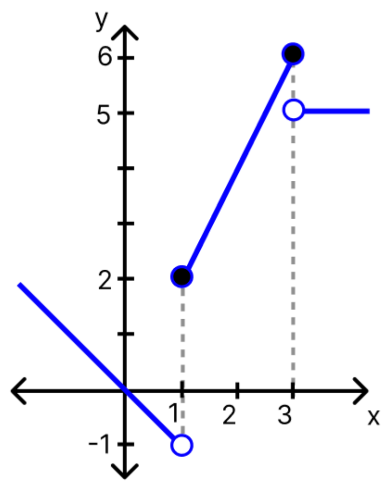
A alternativa B está correta pois f(x) é constante e igual a 5 para todo x > 3.

A alternativa C está incorreta pois para todo x > 5 a função é constante e igual a 5.

A alternativa D está incorreta pois o intervalo é fechado (1 ≤ x ≤ 3).

**QUESTÃO 4 (FUNÇÕES DEFINIDAS POR MAIS DE UMA SENTENÇA)**

Calcule o valor de f(1) – f(3) para a função representada no gráfico abaixo.



A. 8
B. 4
C. –4
D. 3

Gabarito: Alternativa C

Em $x = 1$ encontram-se os limites de dois intervalos ($x < 1$ e $1 \leq x \leq 3$). No primeiro intervalo, temos um extremo não incluído em (1, –1). Já no segundo intervalo temos o extremo incluído em (1, 2). Portanto, $f(1) = 2$.

O mesmo ocorre para $x = 3$, onde temos um extremo incluído em (3, 6) e um não incluído em (3, 5). Dessa forma, $f(3) = 6$.

Assim, $f(1) – f(3) = (2) – (6) = –4$

**QUESTÃO 5 (CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO DE FUNÇÕES)**

VERDADEIRO OU FALSO? Dizemos que uma função é crescente em um intervalo [a, b], se para todo $x_1$ e $x_2$ do intervalo, $x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

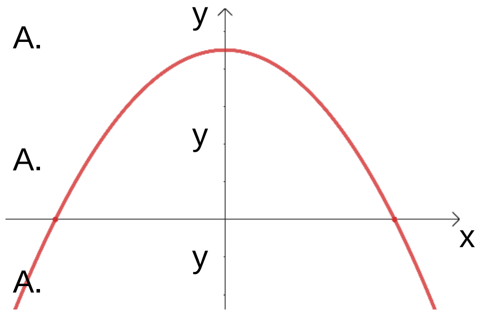
Gabarito: FALSO.

Uma função é dita crescente em um intervalo [a, b], se para todo $x_1$ e $x_2$ do intervalo, $x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

**QUESTÃO 6 (FUNÇÕES CRESCENTES)**

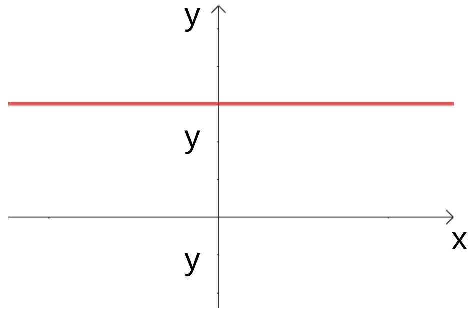
Qual das alternativas a seguir apresenta uma função crescente?

A.



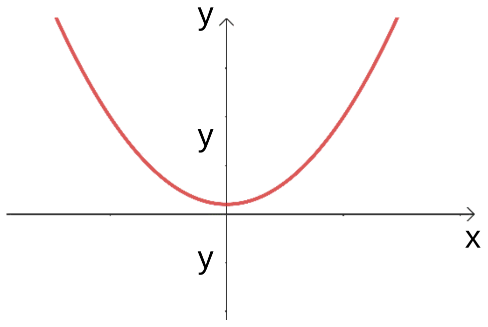

A. y A. y A. y

B.

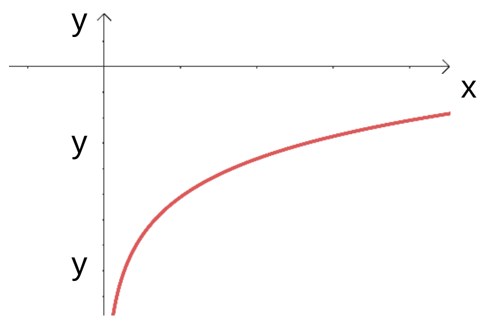



B. y B. y B. y

C.




D.




Gabarito: Alternativa D.

As alternativas A e C apresentam funções que possuem intervalos de crescimento e decrescimento. A alternativa B apresenta uma função constante. A alternativa D contém o único gráfico que representa uma função crescente, apesar do gráfico estar posicionado abaixo do eixo x. É importante pontuar que funções cujas imagens são todas menores que zero podem ser crescentes (Alternativa D), assim como funções cujas imagens são todas maiores que zero podem apresentar intervalos de crescimento e decrescimento (Alternativa C).

**QUESTÃO 7 (FUNÇÕES DECRESCENTES)**

Seja f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por f(x) = *k*x, determine para quais valores de *k* a função é decrescente.

A. k = 0
B. k < 0
C. k > 0

Gabarito: Alternativa B.

Na alternativa A, se considerarmos k = 0, teremos f(x) = 0, que é uma função constante. (INCORRETA)

Testando a hipótese da alternativa B através da análise de f(x) para k = –1, temos

$$f(x) = -x$$

$$f(-1) = 1$$

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = -1$$

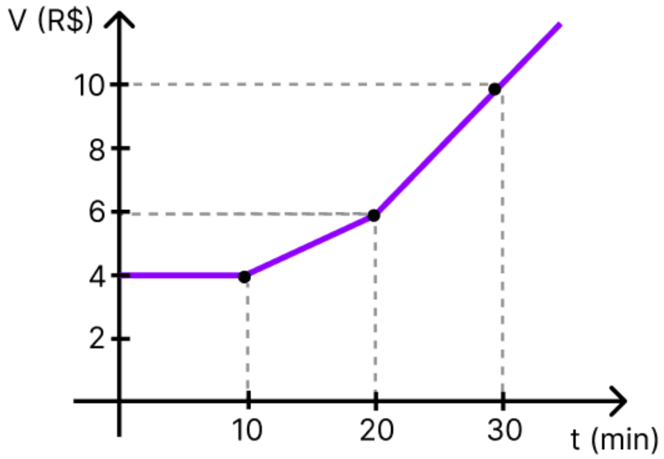
$$f(2) = -2$$

Notamos que as imagens de f decrescem à medida que aumentamos o valor de x, portanto, f(x) é decrescente. (CORRETA)

Da mesma forma, testando a hipótese da alternativa C através da análise de f(x) para k = 1, temos que f(x) cresce à medida que aumentamos o valor de x. Portanto, f(x) é crescente. (INCORRETA)

**QUESTÃO 8 (INTERVALO DE CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO)**

Uma empresa de aluguel de patinetes elétricos cobra um valor V para x minutos de utilização do equipamento. Assinale a opção CORRETA.



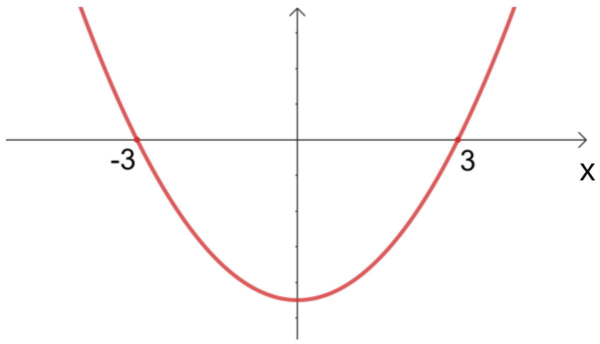

A. V(x) é crescente para todo $x > 0$
B. V(x) é crescente apenas para $x \geq 10$
C. V(x) é crescente apenas para $x \geq 20$

Gabarito: Alternativa B

No intervalo de 0 a 10, a função é constante. A partir de $x = 10$, a função passa a ser crescente. Apesar de a função ser crescente para $x \geq 20$, ela não é crescente apenas nesse intervalo, portanto, a alternativa B (V(x) é crescente apenas para $x \geq 10$) está correta.

**QUESTÃO 9 (INTERVALO DE CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO)**

VERDADEIRO OU FALSO? Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ representada no gráfico abaixo.




f(x) é decrescente no intervalo –3 < x < 3.

Gabarito: FALSO

Apesar de f(x) ser menor que zero para –3 > x > 3, o comportamento de crescimento e decrescimento da função nesse intervalo é:

f(x) é decrescente para –3 < x ≤ 0

f(x) é crescente para 0 ≤ x < 3

**QUESTÃO 10 (FUNÇÃO CONSTANTE)**

A função f(x) = nx – 7 é constante para

A. n = 7
B. n ≥ 0
C. n = 0

Gabarito: Alternativa C.

Uma função constante tem o mesmo valor para qualquer valor de x, ou seja, ela varia à medida que alteramos o valor de x. Em f(x) = nx – 7, para qualquer valor diferente de zero atribuído a n, as imagens da função continuarão sujeita a variações a depender de x. Para que a função seja constante, fazemos n = 0. Assim, f(x) = –7 para qualquer valor de x pertencente ao domínio de f.

# BIBLIOGRAFIA

BONJORNO, José Roberto. Prisma matemática: conjuntos e funções: ensino médio: manual do professor: área do conhecimento : matemática e suas tecnologias / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto Câmara de Sousa. – 1. ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

BONJORNO, José Roberto. Prisma matemática: funções e progressões: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto Câmara de Sousa. – 1. ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

GTMAT. Site do GTMAT, 2020. Disponível em: https://sites.google.com/site/matematicacefetmg/home. Acesso em: 03 ago. 2023

9 786553 812147