



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - IME  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT  
RECURSO EDUCACIONAL

UMA APLICAÇÃO DE SIMETRIAS NO 7<sup>o</sup> ANO DO ENSINO  
FUNDAMENTAL COM A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA PARA  
UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

ROBERTO ROSA DA PAIXÃO

Salvador - Bahia

JUNHO DE 2024

# RECURSO EDUCACIONAL

## UMA APLICAÇÃO DE SIMETRIAS NO 7<sup>o</sup> ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

ROBERTO ROSA DA PAIXÃO

**Orientador:** Prof. Dr. José Nelson Bastos Barbosa.

**Salvador - Bahia**

Junho de 2024

# Lista de Figuras

4.1	Polígono no plano cartesiano. . . . .	13
5.1	Polígonos no plano cartesiano. . . . .	16
5.2	Ampliação de figuras no plano cartesiano. . . . .	17
5.3	Ampliação e redução de figuras no plano cartesiano. . . . .	17
5.4	Pontos simétricos a outro ponto. . . . .	18
5.5	Pontos simétricos em relação a uma reta. . . . .	18
5.6	Polígonos com simetria de reflexão em relação a uma reta. . . . .	19
5.7	Simetria de reflexão em relação a um centro. . . . .	19
5.8	Simetria de reflexão em relação a uma reta. . . . .	20
5.9	Simetria de translação horizontal. . . . .	20
5.10	Simetria de translação vertical. . . . .	21
5.11	Simetria de translação inclinada. . . . .	21
5.12	Simetria de rotação de $90^\circ$ graus. . . . .	22
5.13	Simetria de rotação com centro interno à figura. . . . .	22
5.14	Reflexão deslizante em relação ao eixo das ordenadas. . . . .	23
5.15	Reflexão deslizante em relação ao eixo das abscissas. . . . .	23

# Lista de Símbolos

$\equiv$  *Congruência*

$\hat{A}$  *Ângulo A*

$\hat{B}$  *Ângulo B*

$\hat{C}$  *Ângulo C*

$\hat{D}$  *Ângulo D*

$\hat{E}$  *Ângulo E*

$\hat{F}$  *Ângulo F*

$\iff$  *Se e somente se*

$\longrightarrow$  *Implicação*

$\overleftrightarrow{AB}$  *Reta AB*

$\overleftrightarrow{DE}$  *Reta DE*

$\overline{AB}$  *Segmento de reta AB*

# Sumário

<b>Introdução</b>	<b>6</b>
<b>1 Reflexão sobre o Recurso Educacional</b>	<b>7</b>
<b>2 Orientações</b>	<b>9</b>
2.1 Orientações ao Professor . . . . .	9
2.2 Orientações aos Estudantes . . . . .	9
<b>3 Metodologia</b>	<b>10</b>
<b>4 Atividade de Simetrias</b>	<b>12</b>
4.1 Habilidades para o ensino de Simetrias no 7 <sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental.	12
4.2 Atividade Introdutória . . . . .	12
4.3 Atividade 01 . . . . .	13
4.4 Atividade 02 . . . . .	14
4.5 Atividade 03 . . . . .	14
4.6 Atividade 04 . . . . .	15
4.7 Atividade 05 . . . . .	15
<b>5 Possíveis respostas das atividades propostas.</b>	<b>16</b>
5.1 Atividade Introdutória. . . . .	16
5.2 Atividade 01 . . . . .	18
5.3 Atividade 02 . . . . .	18
5.4 Atividade 03 . . . . .	20
5.5 Atividade 04 . . . . .	22
5.6 Atividade 05 . . . . .	23

# Introdução

Este Recurso Educacional tem por objetivo facilitar o ensino e aprendizagem de Simetrias no 7<sup>o</sup> ano do Ensino fundamental. Aqui são propostas atividades a serem desenvolvidas com os alunos em sala de aula com a ajuda do Software GeoGebra.

O Software de Geometria Dinâmica, GeoGebra, foi escolhido para a realização das atividades devido a ser gratuito, de fácil manuseio e ser de muito bom funcionamento na construção de figuras geométricas no plano cartesiano.

Nesta sequência de atividades foi desenvolvida uma atividade introdutória de construção de figuras geométricas como forma de os alunos desenvolverem as habilidades necessárias para manusear o software e absorverem conhecimentos dos polígonos, das figuras geométricas e do plano cartesiano. Esse material consiste num material potencialmente significativo, pois, para executar as construções propostas nas atividades os alunos precisam relacionar o que está sendo pedido com o que eles já sabem a respeito do conteúdo. Além disso, essa proposta de atividade está de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018, p. 309) que traz as habilidades para o estudo das Transformações Geométricas e das Simetrias (Veja o capítulo 4 deste Recurso Educacional).

# Capítulo 1

## Reflexão sobre o Recurso Educativo

A construção deste Recurso Educativo sobre Simetrias se deu devido a relevância desse conteúdo para os estudantes. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a importância de “considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias.” Ainda, segundo a BNCC, o estudo de simetrias no Ensino Fundamental deve ser introduzido através de manipulações geométricas em quadriculados ou em softwares de geometria dinâmica e explorar tarefas que analisam e produzam transformações, ampliações e/ou reduções de figuras geométricas planas. Bem como, estudar a identificação dos elementos variantes e invariantes, possibilitando o desenvolvimento de conceitos de congruência e semelhança por parte dos estudantes.

Além disso, este Recurso Educativo foi construído com o intuito de possibilitar que os estudantes aprendam Simetrias de forma significativa. Segundo Moreira (2010), na aprendizagem significativa o aluno aprende de forma ativa e faz uso dos significados já internalizados para a aquisição de novos significados. Desse modo, os estudantes ao realizar as atividades contidas nessa sequência didática fazem uso dos conhecimentos preexistentes em sua estrutura cognitiva de modo a interagir com o novo conteúdo a ser aprendido e, assim possibilitando uma aprendizagem significativa.

Portanto, este é um Recurso Educativo que busca desenvolver nos estudantes uma aprendizagem significativa de Simetria e, para tanto, dispõe de uma sequência didática para ser respondida a partir de construções no software GeoGebra, além de contar

com possíveis respostas para as atividades.



# Capítulo 2

## Orientações

### 2.1 Orientações ao Professor

Para fazer uso desse Recurso Educacional em sala de aula, o professor deve primeiro explicar o conteúdo de simetria para os estudantes, e após essa explicação efetuar a aplicação da sequência didática.

Além disso, é preciso ajudar os alunos com o manuseio do software GeoGebra durante a realização da atividade, de preferência fazer com antecedência uma aula de reconhecimento das funções e entendimento sobre como utilizar a aplicação. Essa aula pode ser na sala de informática da escola, caso a mesma não possua tal sala, os estudantes podem instalar o aplicativo no aparelho celular de uso pessoal e realizar as tarefas.

Esperamos que essa sequência didática possa contribuir de forma positiva com o trabalho docente, de forma que possibilite uma aprendizagem significativa de simetrias aos estudantes.

### 2.2 Orientações aos Estudantes

Esta é uma atividade para ser desenvolvida no software GeoGebra. Os estudantes podem fazer o download do aplicativo em seus aparelhos telefones com antecedência para se familiarizarem com o programa, para quando o professor apresentá-lo não parecer algo totalmente novo.

# Capítulo 3

## Metodologia

Esta é uma sequência didática em que as atividades são desenvolvidas com a utilização do GeoGebra, que apesar de ser de fácil manuseio, o professor deve apresentar o programa e suas funcionalidades para os estudantes, para que os mesmos consigam desenvolver as atividades propostas, pois pode haver alunos que ainda não o conheça.

A sequência começa com uma atividade introdutória. Essa atividade o professor pode utilizar para ajudar os alunos a aprender a manusear o GeoGebra, pois é uma atividade de construção de figuras no plano cartesiano, onde os estudantes também vão aprender sobre polígonos e sistema de coordenadas, além de ampliação e redução de figuras.

As atividades são distribuídas a seguir de acordo com o tempo previsto para a sua realização, bem como, o público alvo e os recursos necessários:

### **Atividade Introdutória**

Número de aulas previstas: 2 aulas

Público alvo: Alunos do 7º ano do Ensino Fundamental

Recursos: Computador, Tablete, aparelho telefone etc.

### **Atividade 01**

Número de aulas previstas: 2 aulas

Público alvo: Alunos do 7º ano do Ensino Fundamental

Recursos: Computador, Tablete, aparelho telefone etc.

**Atividade 02**

Número de aulas previstas: 2 aulas

Público alvo: Alunos do 7ºano do Ensino Fundamental

Recursos: Computador, Tablete, aparelho telefone etc.

**Atividade 03**

Número de aulas previstas: 2 aulas

Público alvo: Alunos do 7ºano do Ensino Fundamental

Recursos: Computador, Tablete, aparelho telefone etc.

**Atividade 04**

Número de aulas previstas: 2 aulas

Público alvo: Alunos do 7ºano do Ensino Fundamental

Recursos: Computador, Tablete, aparelho telefone etc.

**Atividade 05**

Número de aulas previstas: 2 aulas

Público alvo: Alunos do 7ºano do Ensino Fundamental

Recursos: Computador, Tablete, aparelho telefone etc.

**Avaliação**

O professor deve avaliar os estudantes ao longo do processo de resolução das atividades, por meio da observação e também ao final das atividades, ao analisar as respostas obtidas pelos mesmos.

# Capítulo 4

## Atividade de Simetrias

### 4.1 Habilidades para o ensino de Simetrias no 7<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental.

- (EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
- (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
- (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

### 4.2 Atividade Introdutória

Aprendizagem:

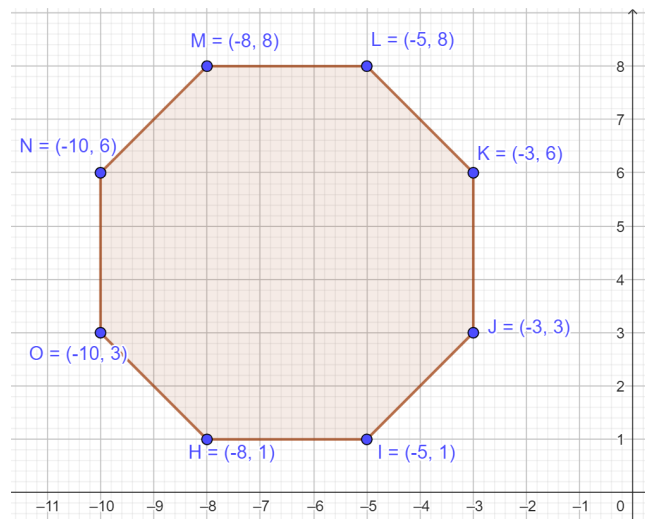
- Polígonos e sistema de coordenadas.
- Ampliação e redução de figuras.

(Questão 01) Utilizando coordenadas cartesianas, construa um triângulo, um trapézio e um paralelogramo. Em seguida descreva o tipo do triângulo e do trapézio segundo à

medida dos lados.

(Questão 02) Construa no plano cartesiano o polígono da figura 4.1. cujas coordenadas cartesianas são:  $H=(-8,1)$ ,  $I=(-5,1)$ ,  $J=(-3,3)$ ,  $K=(-3,6)$ ,  $L=(-5,8)$ ,  $M=(-8,8)$ ,  $N=(-10,6)$ ,  $O=(-10,3)$  e  $H=(-8,1)$ . Após construir o primeiro polígono multiplique as coordenadas  $(x,y)$  por três e construa um novo polígono com as coordenadas encontradas.

Figura 4.1: Polígono no plano cartesiano.



Fonte: Elaborada pelo autor.

(Questão 03) Construa um polígono regular no plano cartesiano. Em seguida construa um segundo polígono com as coordenadas do primeiro multiplicadas por 3 e explique o resultado. Repita o processo multiplicando por  $1/3$  e explique o resultado.

### 4.3 Atividade 01

Aprendizagem:

- Ponto médio;
- Ângulos;
- Simetria em relação a um ponto;
- Simetria em relação a uma reta.

(Questão 01) Marque o ponto O e trace o segmento de reta AB em que os pontos A e B sejam simétricos a O.

(Questão 02) Utilizando o GeoGebra marque dois pontos e em seguida trace uma reta de modo que os pontos marcados sejam simétricos à reta.

## 4.4 Atividade 02

Aprendizagem:

- Reflexão em relação a um ponto;
- Reflexão em relação a uma reta;
- Distância entre ponto e reta.

(Questão 01) Trace uma reta e construa dois polígonos de modo que essa reta seja o eixo de simetria entre as duas figuras construídas. Em seguida construa um outro polígono e trace o eixo de simetria que passe por ele.

(Questão 02) Construir duas figuras geométricas de modo que as mesmas sejam simétricas em relação ao centro do sistema de coordenadas cartesianas.

(Questão 03) Trace uma reta e construa dois polígonos regulares que apresentem simetria de reflexão em relação à reta construída inicialmente. Em seguida explique o porquê de as figuras construídas apresentarem tal simetria em relação à reta.

## 4.5 Atividade 03

Aprendizagem:

- Translação na direção horizontal;
- Translação na direção vertical;
- Translação na direção inclinada.

(Questão 01) Desenhe uma figura geométrica e em seguida adicione 5 às abscissas de cada um dos pontos da figura. Repita o procedimento adicionando  $-3$  às abscissas dos pontos da figura inicialmente construída. Explique o que aconteceu ao realizar os dois procedimentos.

(Questão 02) Construa um polígono regular no plano cartesiano e adicione 4 às ordenadas dos seus pontos. Em seguida repita o procedimento adicionando  $-2$  também às ordenadas. Explique o resultado.

(Questão 03) Construa um polígono no plano cartesiano e em seguida adicione 7 às abscissas e 4 às ordenadas de seus pontos. Explique o resultado obtido.

## 4.6 Atividade 04

Aprendizagem:

- Simetria de rotação.

(Questão 01) Construa um polígono no plano cartesiano e faça a rotação de  $90^\circ$  no sentido horário em relação ao ponto O, situado na origem do sistema de coordenadas. Em seguida explique a transformação que ocorrer.

(Questão 02) Desenhe uma figura geométrica que possua centro de simetria de rotação interno à figura e explique para quantos graus a figura é invariante.

## 4.7 Atividade 05

Aprendizagem:

- Simetria de Reflexão deslizante.

(Questão 01) Construa um polígono no plano cartesiano e faça uma reflexão deslizante do mesmo em relação ao eixo das ordenadas.

(Questão 02) Construa um polígono no plano cartesiano e faça uma reflexão deslizante do mesmo em relação ao eixo das abscissas.

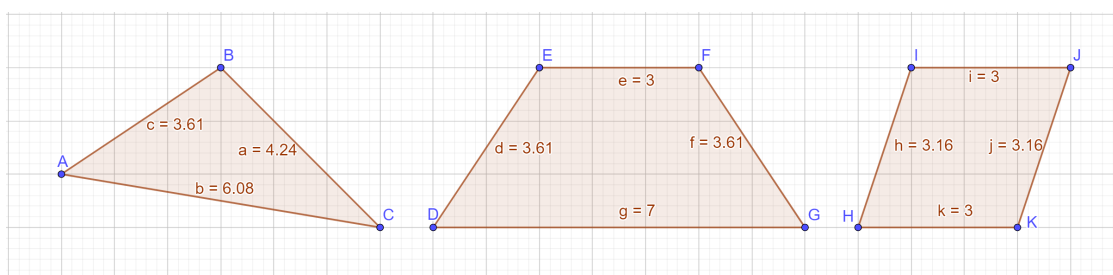
# Capítulo 5

## Possíveis respostas das atividades propostas.

### 5.1 Atividade Introdutória.

(Questão 01) Possível Resposta:

Figura 5.1: Polígonos no plano cartesiano.



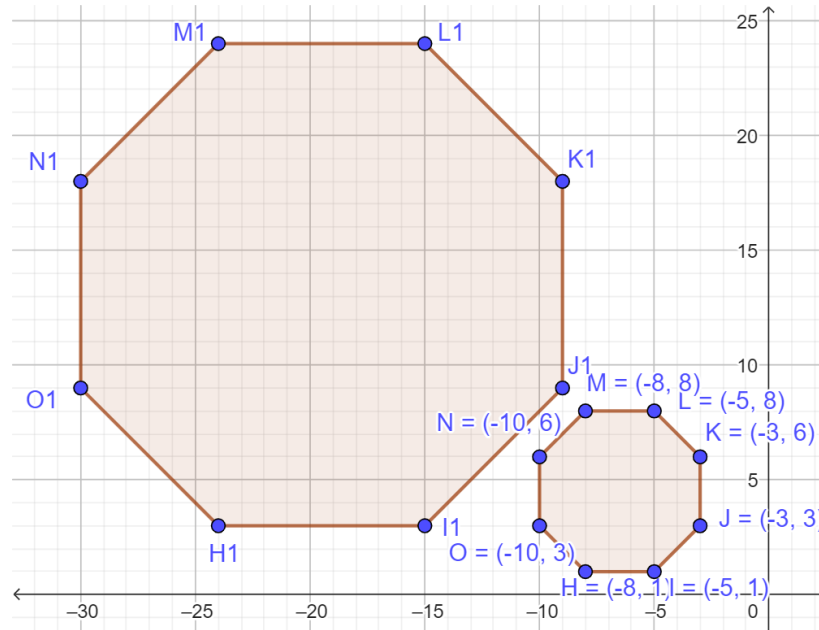
Fonte: Elaborada pelo autor.

Quanto às medidas dos lados o triângulo é escaleno, pois possui todos os lados com medidas diferentes. O trapézio é isósceles, pois seus lados não paralelos possuem a mesma medida.

(Questão 02) Possível resposta:



Figura 5.2: Ampliação de figuras no plano cartesiano.

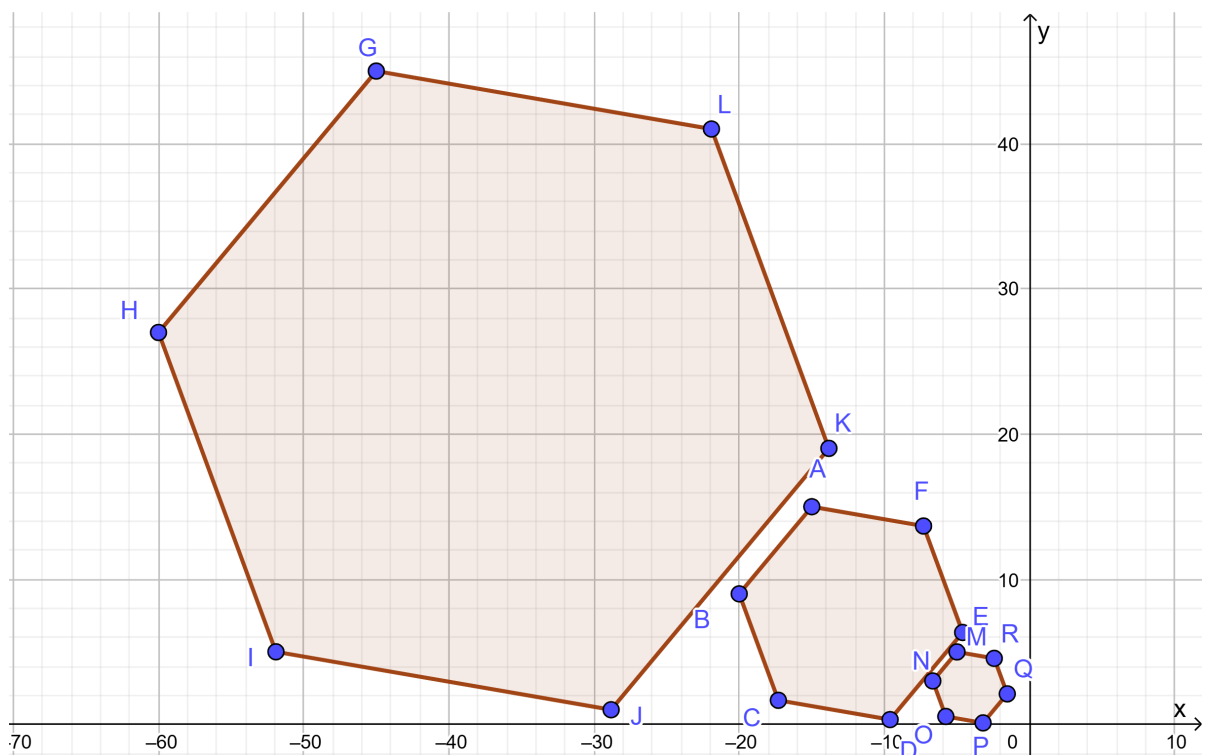


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao multiplicar as coordenadas  $(x,y)$  por três ocorreu uma ampliação da figura inicialmente construída.

(Questão 03) Possível Resposta:

Figura 5.3: Ampliação e redução de figuras no plano cartesiano.



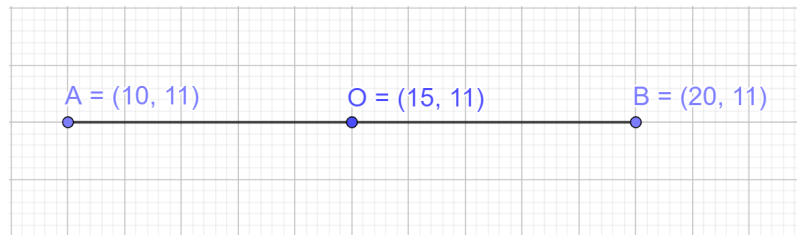
Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao multiplicar as coordenadas  $(x,y)$  da figura inicialmente construída por três, ocorreu uma ampliação e ao multiplicar por  $1/3$ , uma redução.

## 5.2 Atividade 01

(Questão 01) Possível Resposta:

Figura 5.4: Pontos simétricos a outro ponto.

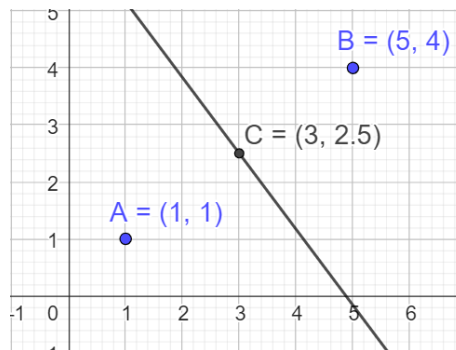


Fonte: Elaborada pelo autor.

Após marcar os pontos O e A, marca-se o ponto B de modo que O seja ponto médio de  $\overline{AB}$ .

(Questão 02) Possível resposta:

Figura 5.5: Pontos simétricos em relação a uma reta.



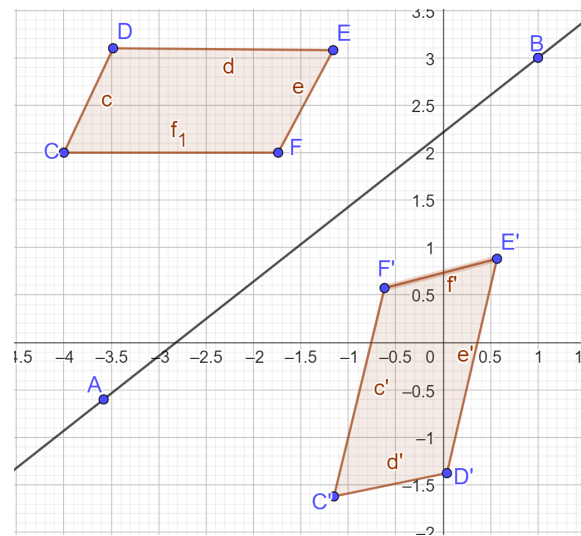
Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma possibilidade é após marcar os pontos A e B, traçar uma reta perpendicular ao segmento  $\overline{AB}$  passando pelo seu ponto médio.

## 5.3 Atividade 02

(Questão 01) Possível Resposta:

Figura 5.6: Polígonos com simetria de reflexão em relação a uma reta.

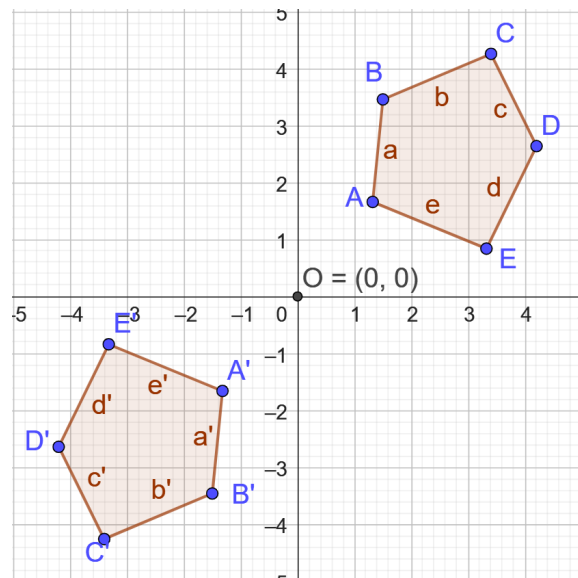


Fonte: Elaborada pelo autor.

Para construir as figuras simétricas à reta, pode-se construir a primeira figura e em seguida marcar os pontos simétricos de cada um dos vértices da primeira figura construída em relação à reta e assim encontrar os vértices da nova figura.

(Questão 02) Possível resposta:

Figura 5.7: Simetria de reflexão em relação a um centro.

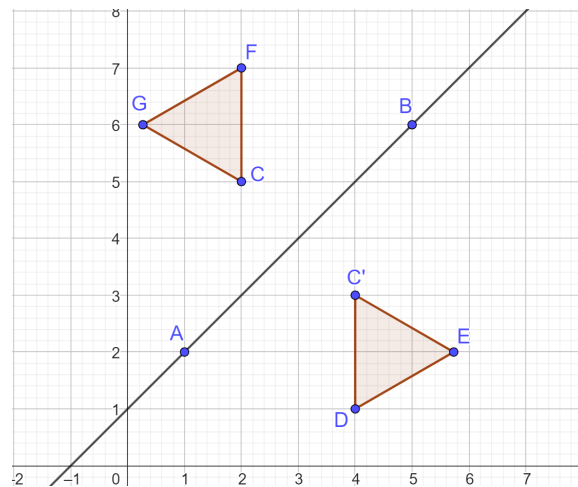


Fonte: Elaborada pelo autor.

Para construir duas figuras simétricas ao centro do sistema de coordenadas cartesianas, pode-se construir uma figura e em seguida marcar os pontos da nova figura de modo que os mesmos sejam simétricos dois a dois em relação ao centro do plano cartesiano.

(Questão 03) Possível resposta:

Figura 5.8: Simetria de reflexão em relação a uma reta.



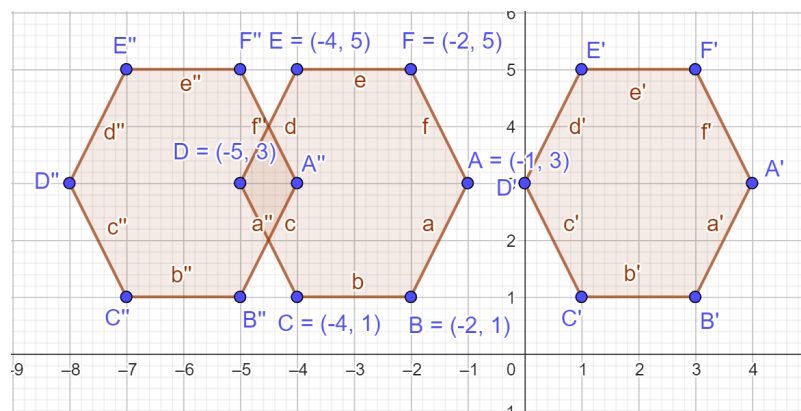
Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao traçar a reta, pode-se marcar dois pontos simétricos à mesma e construir os polígonos regulares a partir desses pontos. Conclui-se que, as figuras apresentam simetria de reflexão em relação à reta inicialmente construída, porque seus pontos são simétricos dois a dois em relação à reta.

## 5.4 Atividade 03

(Questão 01) Possível resposta:

Figura 5.9: Simetria de translação horizontal.

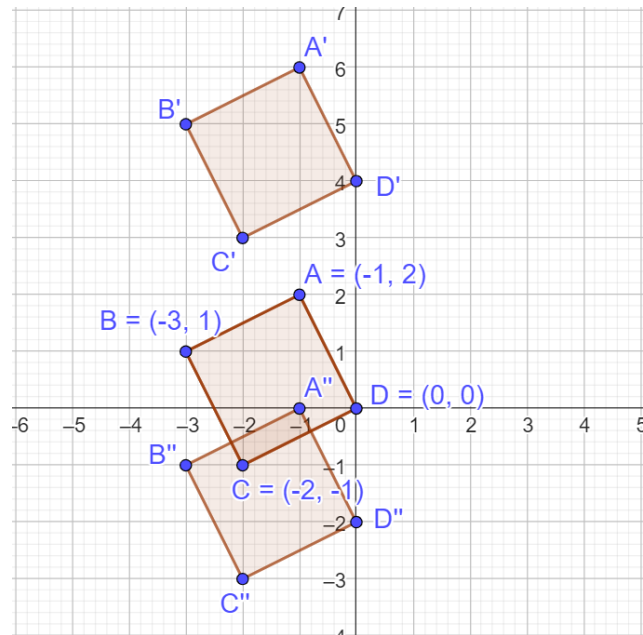


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao adicionar 5 às abscissas dos vértices do polígono, ocorreu uma translação horizontal para direita e, ao adicionar - 3, houve uma translação horizontal para esquerda.

(Questão 02) Possível resposta:

Figura 5.10: Simetria de translação vertical.

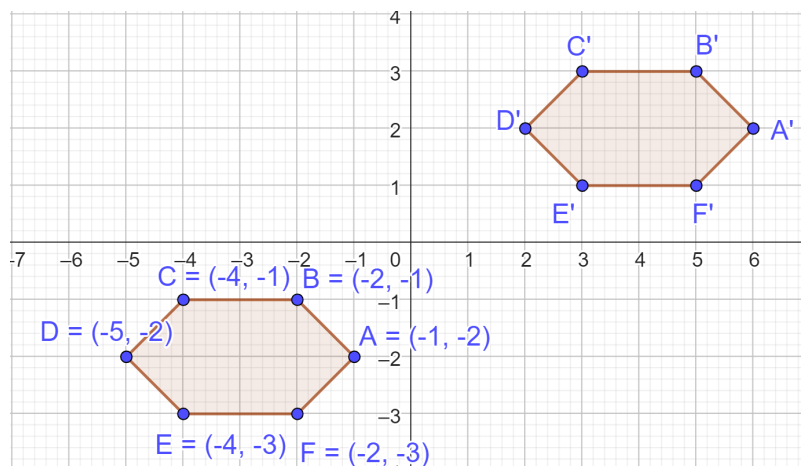


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao adicionar 4 às ordenadas dos vértices do polígono, ocorreu uma translação vertical e, ao adicionar - 2, também houve uma translação vertical, porém em sentido oposto.

(Questão 03) Possível resposta:

Figura 5.11: Simetria de translação inclinada.



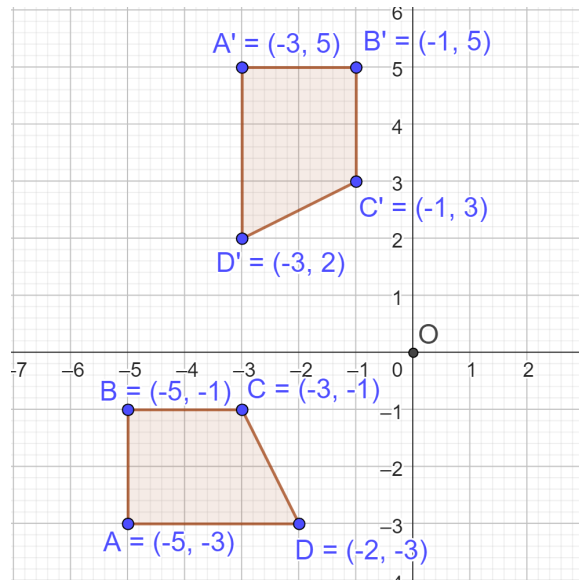
Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao adicionar 7 às abscissas e 4 às ordenadas dos vértices do polígono, ocorreu uma translação na direção inclinada.

## 5.5 Atividade 04

(Questão 01) Possível resposta:

Figura 5.12: Simetria de rotação de  $90^\circ$  graus.

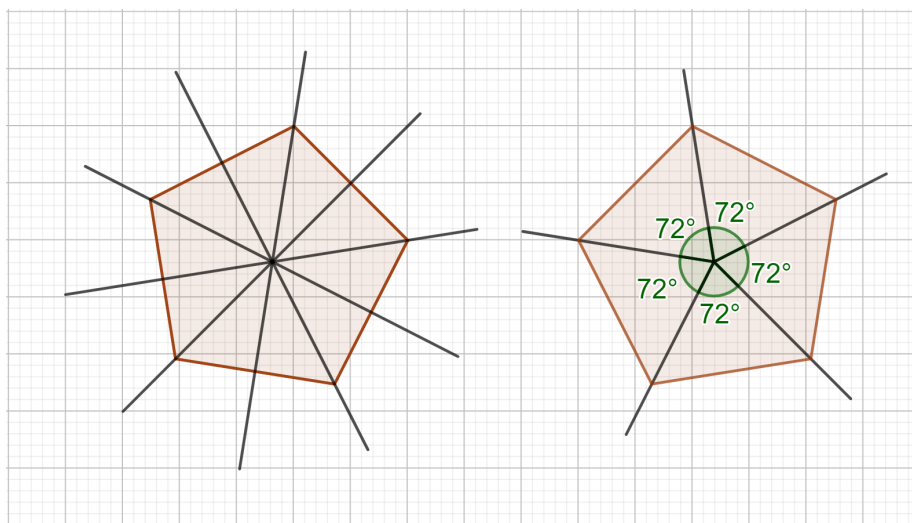


Fonte: Elaborada pelo autor.

Após construir o polígono ABCD aplica-se uma rotação de  $90^\circ$  graus.

(Questão 02) Possível resposta:

Figura 5.13: Simetria de rotação com centro interno à figura.



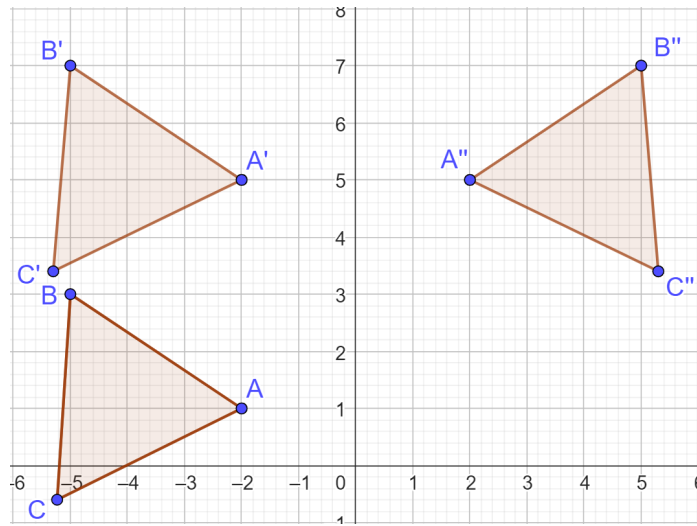
Fonte: Elaborada pelo autor.

O pentágono possui centro de simetria interno ao polígono e, é invariante em  $72^\circ$  graus.

## 5.6 Atividade 05

(Questão 01) Possível resposta:

Figura 5.14: Reflexão deslizante em relação ao eixo das ordenadas.

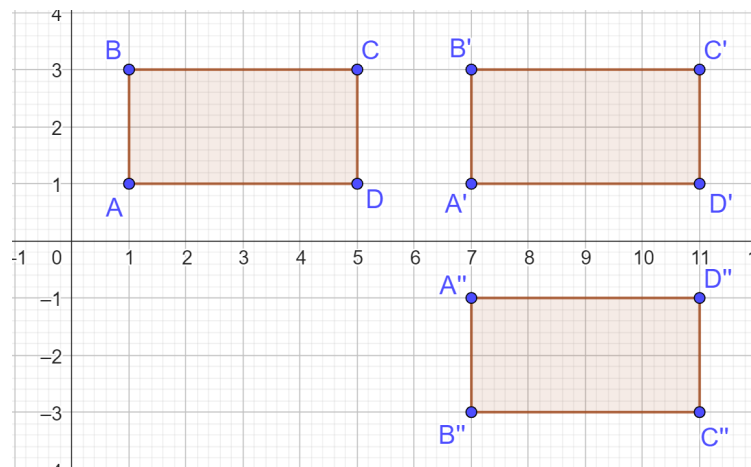


Fonte: Elaborada pelo autor.

Constrói-se o polígono ABC, aplica-se uma translação vertical e encontra-se o polígono A'B'C', em seguida faz-se a reflexão do mesmo em relação ao eixo das ordenadas e encontra-se o polígono A''B''C'' que é o resultado da reflexão deslizante.

(Questão 02) Possível resposta:

Figura 5.15: Reflexão deslizante em relação ao eixo das abscissas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Constrói-se o polígono ABCD, aplica-se uma translação horizontal e encontra-se o

polígono  $A'B'C'D'$ , em seguida faz-se a reflexão do mesmo em relação ao eixo das abscissas e encontra-se o polígono  $A''B''C''D''$  que é o resultado da reflexão deslizante. (Veja a figura 5.15)



# Referências Bibliográficas

AUSUBEL, D. P.: Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Bd. 1. Lisboa, 2003

BRASIL: Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação, 2018

BRUÑO, G. M.: Elementos de matemática. Vda. de Ch. Bouret, Paris, 1927

CASTRUCCI, Benedicto ; JUNIOR, José Rui G.: A conquista da Matemática. Bd. 4<sup>a</sup> ed. Editora FTD, São Paulo, 2018

COSTA, Sayonara Salvador C. da ; MOREIRA, Marco A.: A Resolução de problemas como um tipo especial de aprendizagem significativa. In: Caderno Brasileiro de Ensino de Física 18 (2001), Nr. 3, S. 263–276

DANTE, Luiz R.: Projeto Teláris: matemática: ensino fundamental 2. Bd. 2<sup>a</sup> ed. Editora Ática, São Paulo, 2015

IEZZI, Machado A. ; DOLCE, Osvaldo: Matemática e Realidade. Bd. 9<sup>a</sup> ed. Atual Editora, São Paulo, 2018

MOREIRA, Marco A.: Aprendizagem significativa crítica (critical meaningful learning). In: Teoria da Aprendizagem Significativa 47 (2000)

MOREIRA, Marco A. ; MASINI, Elcie Aparecida Fortes S.: Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. Editora Moraes São Paulo, 1982

OSVALDO, Dolce ; NICOLAU, Pompeo J.: Fundamentos de Matemática Elementar. Bd. 9. 7<sup>a</sup> ed. Editora Atual, São Paulo, 2013