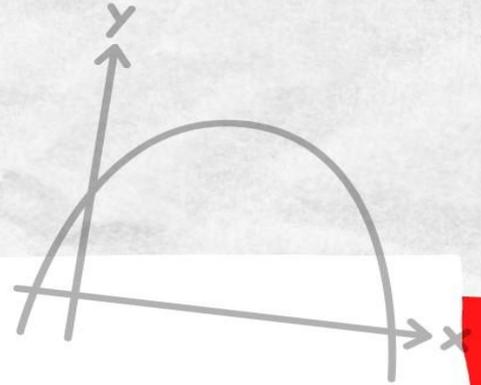
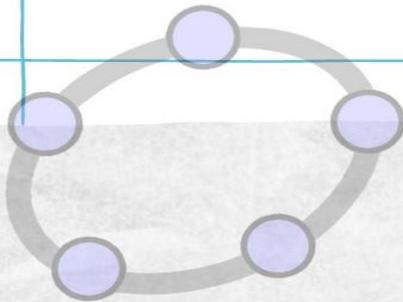


$f(x)$



ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO APLICATIVO GEOGEBRA



**KLEVERTTON FEIO
CINTHIA MARADEI
FÁBIO ALVES**

BELÉM - 2024

ALVES, Klevertton Feio; PEREIRA Cinthia Cunha Maradei; ALVES, Fábio José da Costa. Ensino da Função quadrática no aplicativo Geogebra. Produto Educacional do Programa de Pós - Graduação em Ensino de Matemática. Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2024.

ISBN: 978-65-84998-99-5

Aprendizagem. Ensino. Geogebra. Matemática. Metodologias.

Sumário

1. Introdução	5
2. Uma breve apresentação do aplicativo Geogebra	7
3. Definição da Função Quadrática	7
4. O gráfico da função quadrática	7
5. Raízes ou zeros da função quadrática	7
6. Vértice da parábola	8
7. Soma e produto das raízes	8
8. Acessando o aplicativo Geogebra	8
9. Atividades	18
10. Considerações finais	27
11. Referências	28
12. Autores	29

Apresentação

É com enorme satisfação que apresentamos aos nobres leitores deste livro, uma proposta didática e interativa a fim de proporcionar uma alternativa no processo de ensino e aprendizagem sobre a função quadrática.

Percebemos enquanto atuantes em sala de aula, que o processo de ensino através de metodologias tradicionais não tem sido eficaz no tocante à aprendizagem de uma considerável demanda de estudantes, e o intuito é poder abranger uma parcela maior de discentes que possam aprender o conteúdo matemático em questão, associando o mesmo às tecnologias digitais, pois temos o desafio de “pôr em prática hoje, o que irá servir para o amanhã”, de acordo com D’Ambrósio (1996).

As dificuldades muitas das vezes oriundas de uma má formação durante as séries iniciais, tem dificultado a aprendizagem dos discentes na jornada matemática durante o ensino médio, trazendo um grande desafio para os docentes. Daí a necessidade de colocarem em prática novas metodologias de ensino, a fim de buscarem soluções para sanar as barreiras que ao longo da vida estudantil, se colocaram diante do processo de aprendizagem dos alunos.

O aplicativo Geogebra permite de forma bastante dinâmica, proporcionar uma aprendizagem Matemática com diversas possibilidades didáticas aliadas à tecnologia, algo que está inserido no nosso cotidiano, inclusive na palma da mão.

Durante a abordagem e leitura desta obra, você fará uma fascinante viagem ao mundo matemático da função quadrática, abordando os tópicos fundamentais para manipulação e conseqüente aprendizagem do tema. Destinamos esta pequena parte do conhecimento algébrico aos docentes, alunos, e demais simpatizantes desta que, segundo o matemático alemão Friedrich Gauss, é a rainha de todas as ciências. Boa leitura e desfrute desse aprendizado!

Atenciosamente,

Os autores.

1. Introdução

As mazelas oriundas de um ensino não satisfatório durante os anos iniciais e finais do fundamental, acabam por gerar um déficit na aprendizagem de muitos alunos, notadamente daqueles que pertencem à rede de ensino público. No entanto, essas problemáticas não podem servir como obstáculos a uma não tentativa de superá-las, e nós, enquanto docentes e pesquisadores, deveremos buscar subterfúgios para encarar a realidade a qual estamos inseridos.

A inclusão de novos métodos de ensino, é uma possibilidade para procurar subtrair esta demanda deficitária de alunos que não conseguiram obter uma aprendizagem dentro dos padrões matemáticos mínimos, a fim de conseguir avançar em conhecimento dentro da área especificada.

A inovação tecnológica vem se alastrando fortemente em uma era favorável para adaptá-la ao ensino da matemática, e faz-se necessário essa inclusão como um caminho a ser seguido por nossos alunos, já que os mesmos, estão bem familiarizados com essa realidade digital, então por qual motivo não utilizá-la ao nosso favor?

A intenção deste trabalho é proporcionar uma possibilidade de ensino voltada para a inclusão digital e utilização do software Geogebra, como prática de ensino e aprendizagem voltadas para a obtenção de conhecimento do conteúdo relacionado à função quadrática.

O software Geogebra, possibilita a construção de gráficos, elaboração de figuras planas e espaciais, calcular distâncias dentro de determinados espaços, além de poder ser utilizado tanto pelo professor, como pelos alunos (Ribeiro et al., 2016). Diante disso, esse software é capaz de promover o ensino em sala de aula, tornando-se mais dinâmico e interessante para o aluno, principalmente para aqueles que apresentam dificuldades em aprender a disciplina de matemática pelos métodos tradicionais de ensino. Dessa forma, a era do conhecimento e a aplicação dos instrumentos de tecnologia da informação, possibilitam uma melhor otimização nos processos educacionais, segundo Rojas et al. (2008).

A BNCC (Base nacional comum curricular), fornece possibilidades de utilização de recursos tecnológicos no âmbito educacional, a fim de fomentar o ensino e refletindo de forma positiva na aprendizagem. Abaixo, serão listados tópicos que abordam o uso da tecnologia no ensino da matemática segundo a BNCC, fornecido pelo MEC (Ministério da educação). São conteúdos que o próprio ministério coloca nos currículos do ensino fundamental II e ensino médio:

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de **tecnologias digitais**.

(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de **tecnologias digitais**.

(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações **gráficas ou análise de planilhas**, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de **tecnologias digitais**.

Como mencionado pelo professor D'Ambrosio, "ignorar a presença de computadores e calculadoras é condenar os estudantes a uma subordinação total a subempregos" (D'AMBROSIO, 1990, p.17). De acordo com o próprio professor:

O maior obstáculo à incorporação da tecnologia e de uma nova matemática à educação tem sido uma crítica ingênua de certos matemáticos e educadores matemáticos. Particularmente grave é a resistência à incorporação das novas tecnologias de informação e comunicação. Ainda há insistência em se ensinar uma matemática desinteressante, obsoleta, inútil. Propostas como a modelagem e a etnomatemática, que incorporam novas maneiras de ver a matemática, apoiando-se nos avanços mais recentes da tecnologia e de um novo pensar, e propondo uma reflexão crítica sobre as questões fundamentais da civilização atual, ainda encontram resistência. Há um conservadorismo dominante os sistemas escolares. (D'Ambrosio, U. - Conferência no VII EPREM, Foz do Iguaçu, 21-24/11/2002).

Seria interessante superarmos os desafios e fazer valer a aplicação das metodologias ativas aliadas às tecnologias disponíveis, fomentando o ensino e refletindo na aprendizagem dos alunos. O uso das tecnologias no ensino da matemática só tem a contribuir com a aprendizagem dos alunos, que pode levá-los a aprender o conteúdo de forma mais participativa e dinâmica (Oliveira; Cunha, 2021).

2. Uma breve apresentação do aplicativo Geogebra

De acordo com o site oficial (www.geogebra.org) o Geogebra é um software matemático desenvolvido pelo matemático austríaco *Markus Hohenwarter* com a finalidade de auxiliar professores em suas aulas, tornando-as mais dinâmicas. É um aplicativo com uma vasta gama de possibilidades na construção das mais diversas figuras geométricas, inclusive para a utilização no estudo e análise dos gráficos das funções, e neste livro, focaremos no estudo da função quadrática.

Percebe-se em tempos de tecnologia, a importância de utilizar essa ferramenta a nosso favor, já que os celulares são componentes tecnológicos bastante frequentes na vida de nossos alunos. Scortegagna (2015) destaca a possibilidade de uso do Geogebra enquanto software educativo, pois possibilita a abordagem e manipulação de conteúdos antes restritos à sala de aula e aos tradicionais métodos de ensino.

Para Borba, Silva e Gadanidis (2015) no decorrer dos anos o software Geogebra vem se estabelecendo cada vez mais como uma tecnologia bastante inovadora no âmbito da educação matemática, explorando os mais diversos conceitos e ideias. A opção pelo aplicativo Geogebra, deve-se ao fato de ser um software de fácil acesso, pois além de ser gratuito, facilmente pode ser baixado para smartphones, computadores e notebooks.

3. Definição da Função Quadrática

Toda função no formato $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$, e a, b e $c \in \mathbb{R}$, possui o conceito de função quadrática. Mas...por que o coeficiente “a” deve ser diferente de zero? Pelo simples fato de, se ele for igual a zero, acaba anulando a variável x^2 , transformando o que era uma função quadrática numa função afim, pois ficaria $f(x)=bx+c$.

4. O gráfico da função quadrática

O coeficiente “a” define se a função é crescente ou decrescente, de acordo com a concavidade (curva para dentro) da parábola é para cima ou para baixo. Se o coeficiente “a” for positivo (+), a função será crescente com a concavidade da parábola voltada para cima \cup . No entanto, se o coeficiente “a” for negativo (-), a função será decrescente com a concavidade da parábola voltada para baixo \cap .

5. Raízes ou zeros da função quadrática

O discriminante da função representado pela letra grega de nome delta (Δ), está diretamente relacionado à quantidade de raízes ou zeros obtidos pela função, ou seja, ela vai te dizer em quantos pontos a parábola irá tocar o eixo das abscissas (reta x), se em um

ou dois pontos, ou até mesmo em nenhum ponto na reta, de acordo com as condições abaixo:

Se $\Delta > 0$, teremos duas raízes reais, logo, a parábola tocará em dois pontos na reta x .

Se $\Delta = 0$, teremos uma raiz real, logo, a parábola tocará em um ponto na reta x .

Se $\Delta < 0$, não teremos raízes reais, logo, a parábola não tocará em nenhum ponto na reta x .

Nos livros didáticos, percebe-se dois caminhos para chegarmos as raízes ou zeros de uma função quadrática: O primeiro é, através do próprio delta (Δ), utilizando-se da expressão $\Delta = b^2 - 4.a.c$, onde deveremos identificar quais são os coeficientes a , b e c , da função dada. Diante disso, é só substituir os valores numéricos dos respectivos coeficientes para descobrirmos o valor do delta (Δ). Daí então, vamos para descobrir as raízes ou zeros da função, substituindo os valores do delta (Δ) e dos coeficientes na seguinte expressão, $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$. Outra expressão comumente utilizada para encontrar as raízes ou

zeros da função quadrática, é a fórmula de Bhaskara, assim definida: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, que nada mais é que a junção das duas primeiras expressões: $\Delta = b^2 - 4.a.c$ e $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

6. Vértice da parábola

O vértice da parábola determina os pontos de máximo (mais alto) e mínimo (mais baixo) da função, através das coordenadas do vértice X_v e Y_v :

$$X_v = -\frac{b}{2.a} \quad \text{e} \quad Y_v = -\frac{\Delta}{4.a}$$

7. Soma e produto das raízes

Trata-se de um método alternativo para encontrar as raízes da função quadrática, bastando detectar os valores dos coeficientes e substituí-los nas expressões abaixo:

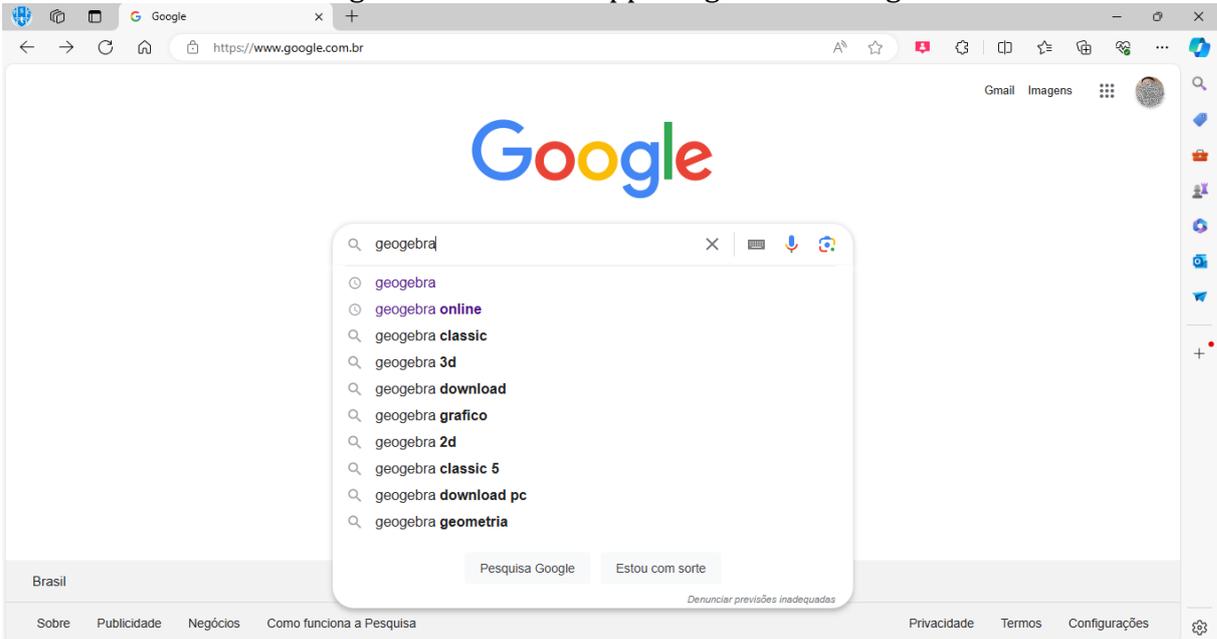
$$\text{Soma das raízes: } S = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Produto das raízes: } P = \frac{c}{a}$$

8. Acessando o aplicativo Geogebra

Começaremos o acesso pelo aplicativo através de uma simples busca no Google, como podemos verificar na imagem abaixo:

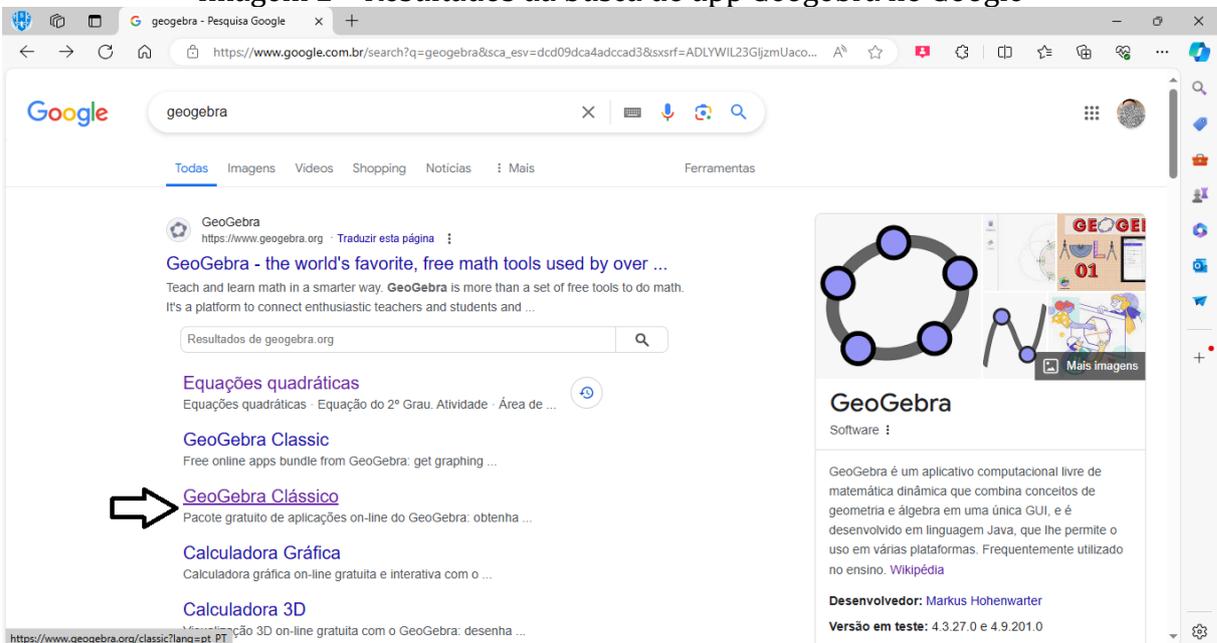
Imagem 1 – Busca do app Geogebra no Google



Fonte: Os autores (2024)

Após os resultados da busca, clique no link “Geogebra clássico”. Veja imagem 2:

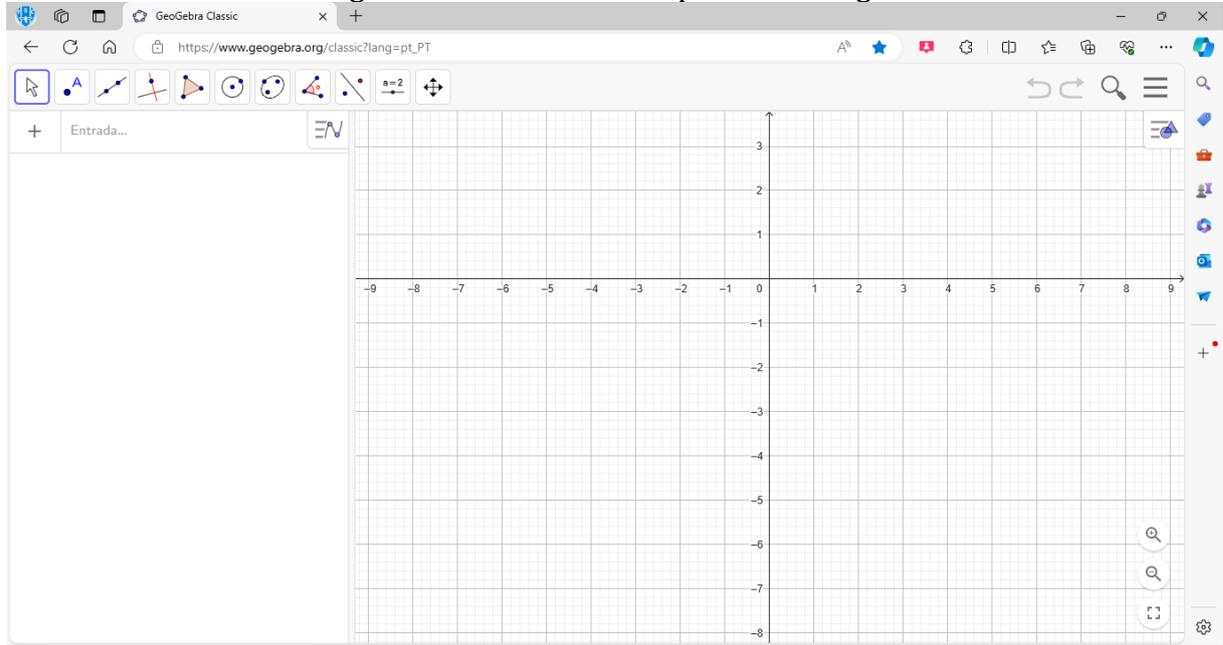
Imagem 2 – Resultados da busca do app Geogebra no Google



Fonte: Os autores (2024)

Ao clicar no link indicado, abrirá a tela inicial do Geogebra:

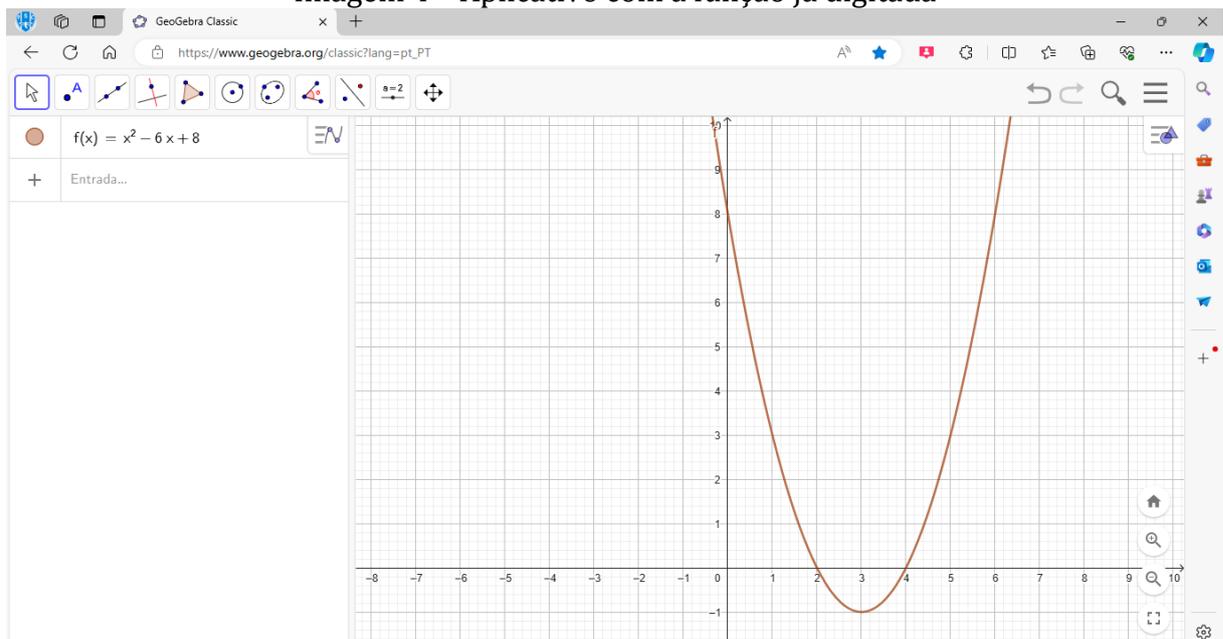
Imagem 3 – Tela inicial do aplicativo Geogebra



Fonte: Os autores (2024)

Após o acesso à tela inicial, você clica no espaço em branco onde está escrito “Entrada”, e digita a seguinte função; $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Detalhe: Não precisa digitar o termo $f(x)$, o próprio aplicativo vai se encarregar disso, basta digitar tão somente a equação $x^2 - 6x + 8$. Observe a imagem 4 abaixo:

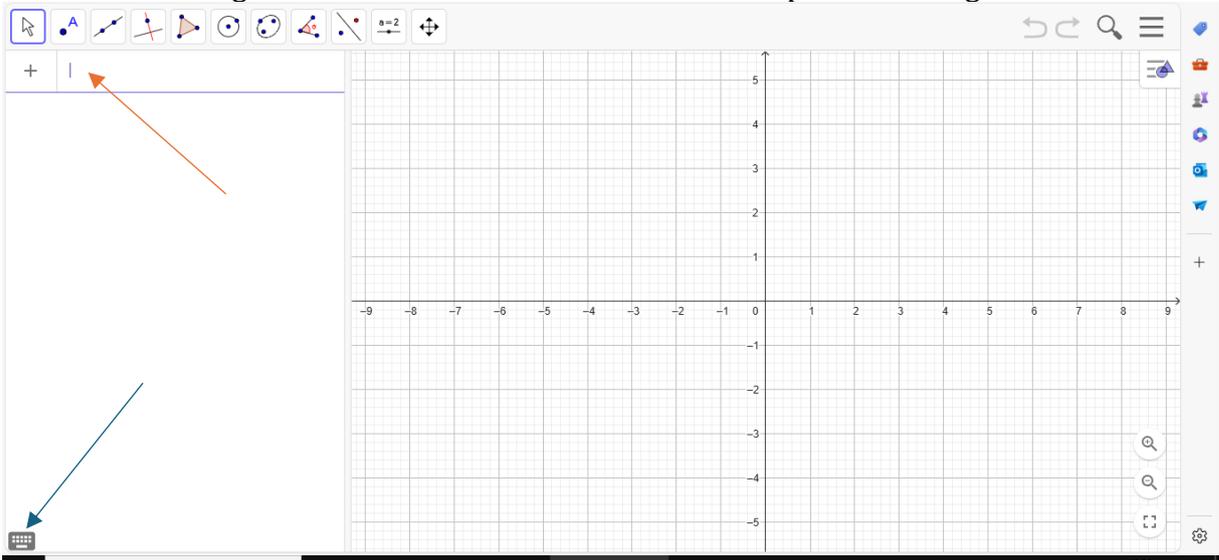
Imagem 4 – Aplicativo com a função já digitada



Fonte: Os autores (2024)

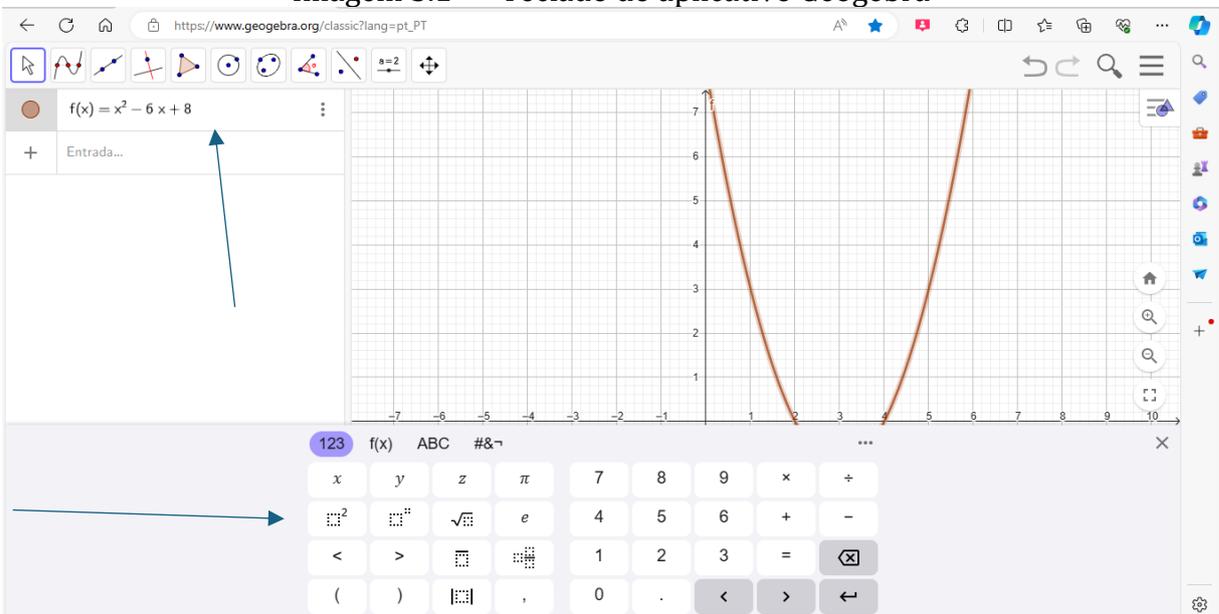
Lembrando que você pode usar o teclado virtual que vem no próprio aplicativo, basta clicar no campo entrada, para ativar o cursor (seta vermelha), depois disso, no canto inferior à direita da tela – onde indica a seta azul, na imagem 5 -, o teclado aparecerá:

Imagem 5 – Acessando o teclado virtual do aplicativo Geogebra



Fonte: Os autores (2024)

Imagem 5.1 -- Teclado do aplicativo Geogebra

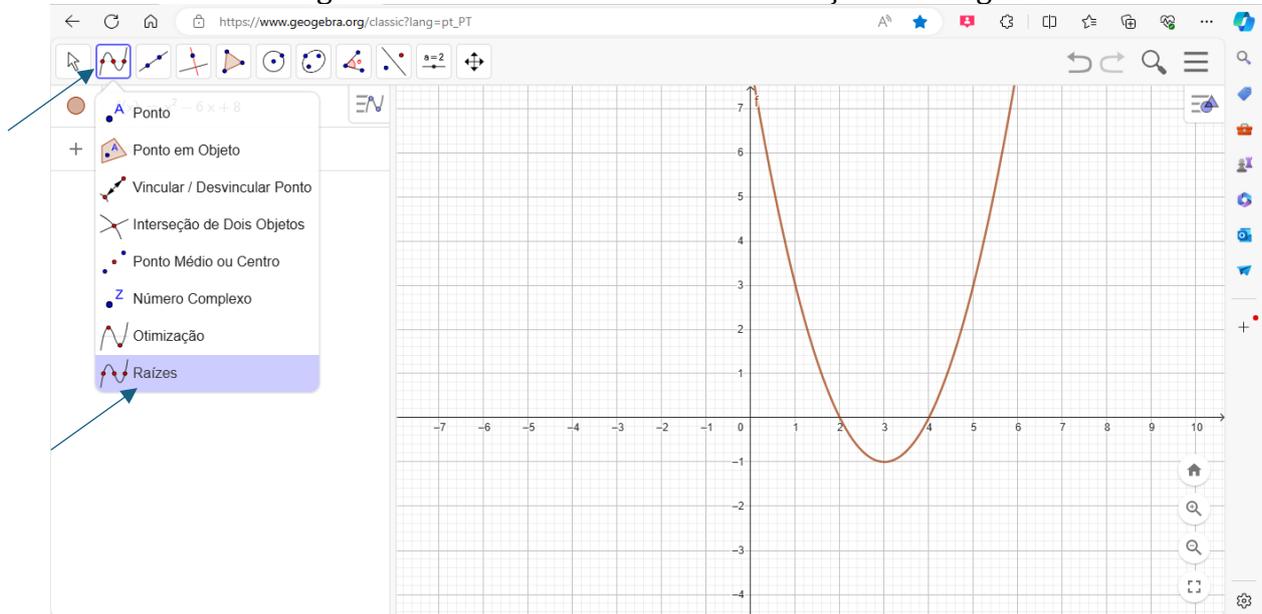


Fonte: Os autores (2024)

Após digitar a função, aparecerá o gráfico, representado por uma parábola com a concavidade para cima. Essa concavidade é determinada pelo coeficiente “a” da função

$f(x) = x^2 - 6x + 8$, como $a=1$, sendo assim $a>0$, temos uma função crescente. Para encontrar as raízes dessa função, basta clicar no botão indicado na imagem 6, e logo em seguida, clicar na opção “Raízes”.

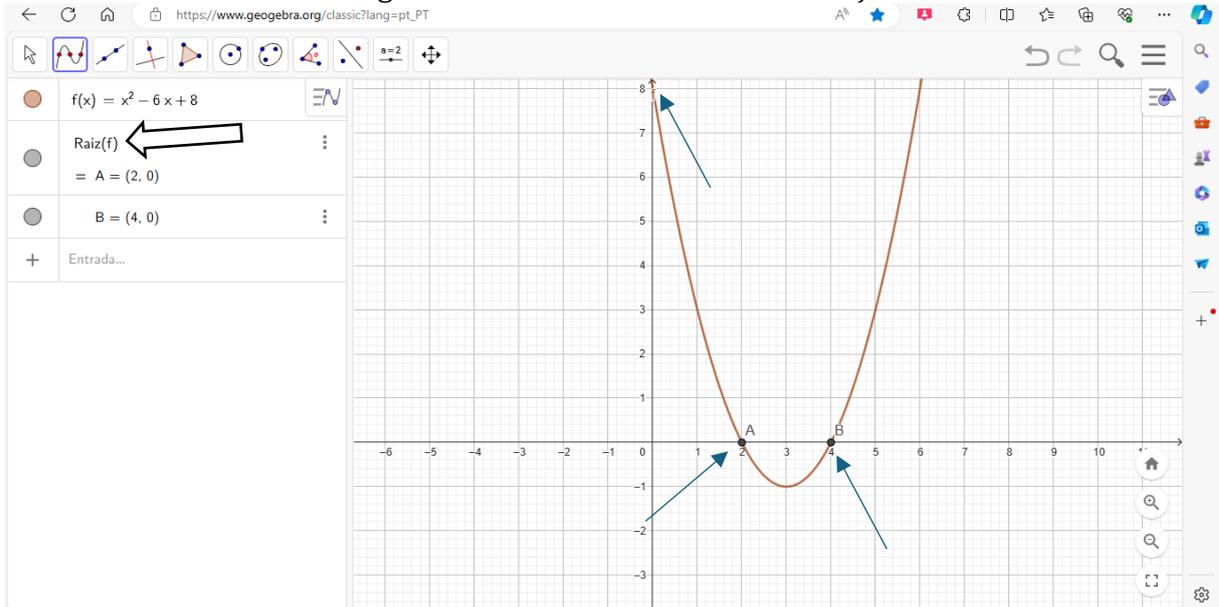
Imagem 6 – Encontrando as raízes da função no Geogebra



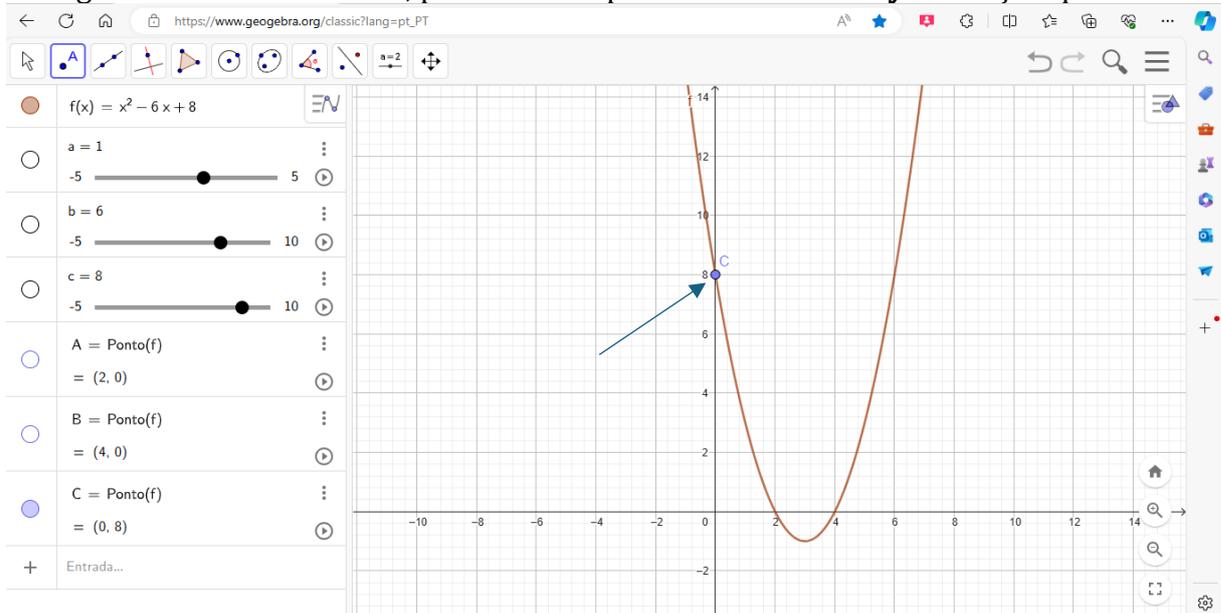
Fonte: Os autores (2024)

Agora é só clicar nos pontos onde a parábola toca o eixo “x”, e aparecerão as raízes da função, como demonstra a imagem 7. Perceba que as raízes ou zeros da função (2 e 4), são identificadas pelos pontos A e B interceptando a reta “x”, o eixo das abscissas. O coeficiente “c” determina o ponto onde a parábola tocará o eixo y, eixo das ordenadas, que no caso, será o ponto 8 (imagem 8).

Imagem 7- Detectando as raízes da função



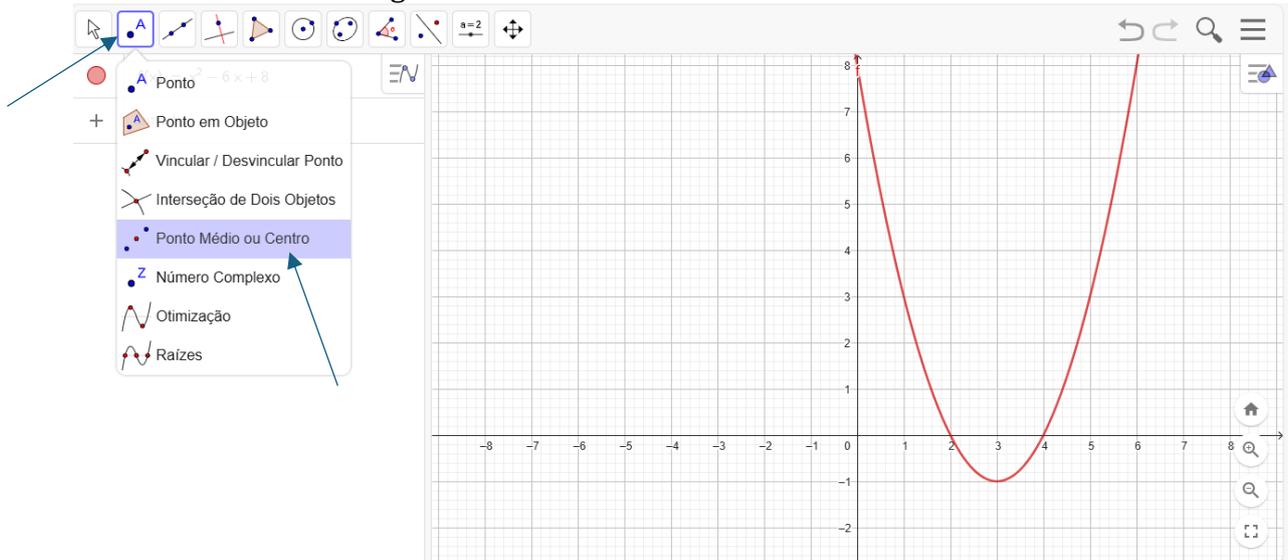
Fonte: Os autores (2024)

Imagem 8 – Coeficiente $c=8$, ponto onde a parábola toca o eixo y na função quadrática.

Fonte: Os autores (2024)

Agora vamos detectar através do aplicativo, as coordenadas do vértice, ou seja, os pontos de máximo e mínimo da função. Se $a > 0$, teremos uma função crescente com ponto mínimo, ou seja, teremos a parábola com o ponto mais baixo. Se $a < 0$, teremos uma função decrescente com ponto máximo, ou seja, teremos a parábola com o ponto mais alto. Na imagem 9, mostraremos o caminho para se chegar a esses pontos: Basta clicar no  e depois ir na opção “Ponto médio ou centro”.

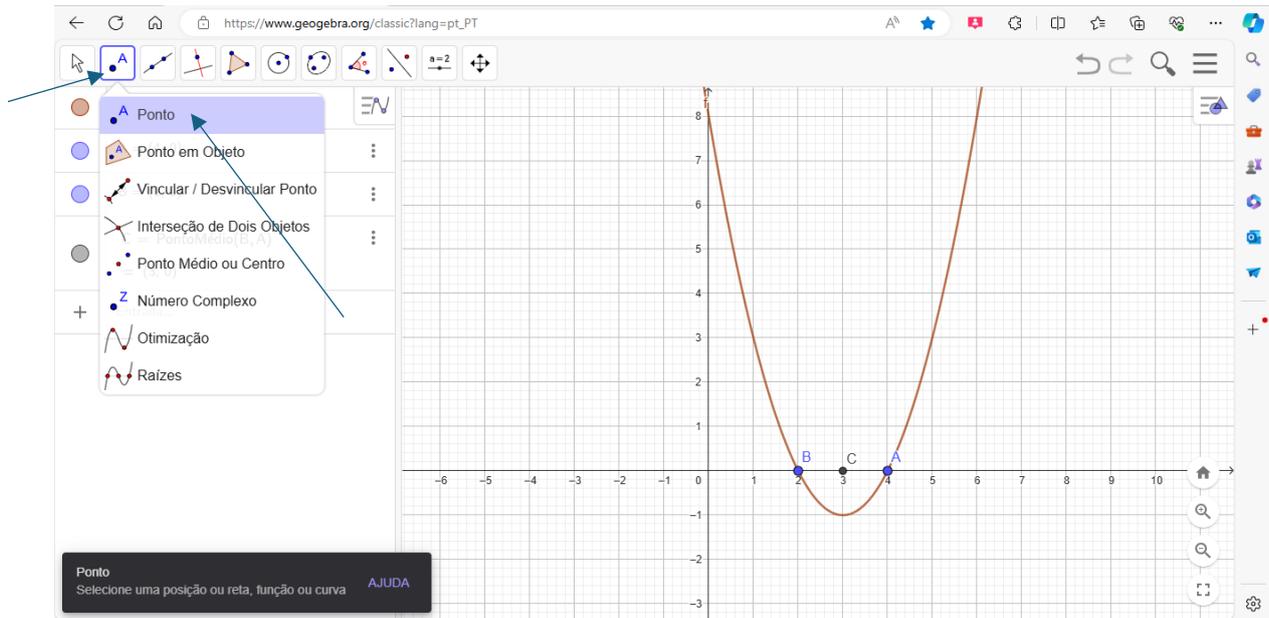
Imagem 9 – Verificando as coordenadas do vértice



Fonte: Os autores (2024)

Em seguida, só clicar nos pontos B e A presentes na reta “x”, para que o ponto C = 3, referente ao ponto médio, apareça na reta. Dessa forma, temos uma das coordenadas do vértice, o X_v . Para encontrar a outra coordenada que fará par ordenado com o ponto 3, e que se fará presente na reta y, basta substituir o valor de X_v , que no caso é 3, na função $f(x) = x^2 - 6x + 8$. O resultado será -1, que representará o Y_v na reta y. Sendo assim, teremos o par ordenado (3, -1), que representa as coordenadas do vértice na função dada, determinando o ponto de mínimo da função, ou seja, não há na coordenada y, ponto inferior a -1. A imagem 10 demonstra como encontrar o ponto de intersecção entre as coordenadas X_v e Y_v .

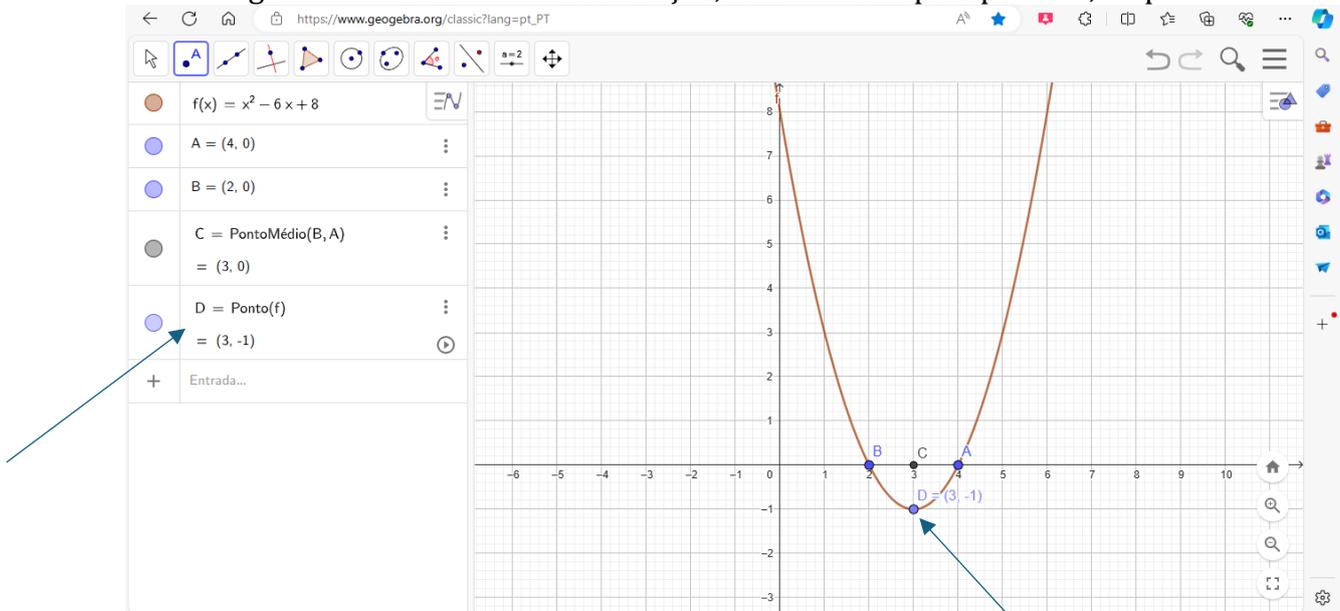
Imagem 10 – Encontrando o ponto de intersecção das coordenadas do vértice



Fonte: Os autores (2024)

Como demonstrado na imagem 10, o primeiro passo é clicar no ícone  e em seguida escolher a opção “Ponto”. Depois disso, é só clicar no ponto de encontro das coordenadas, que determina o ponto mais baixo da parábola. Assim, aparecerá o ponto D (3, -1), indicando o ponto mínimo, o ponto mais baixo da parábola (ver imagem 10).

Imagem 11 – Ponto mínimo da função, determinado pelo ponto D, na parábola.



Fonte: Os autores (2024)

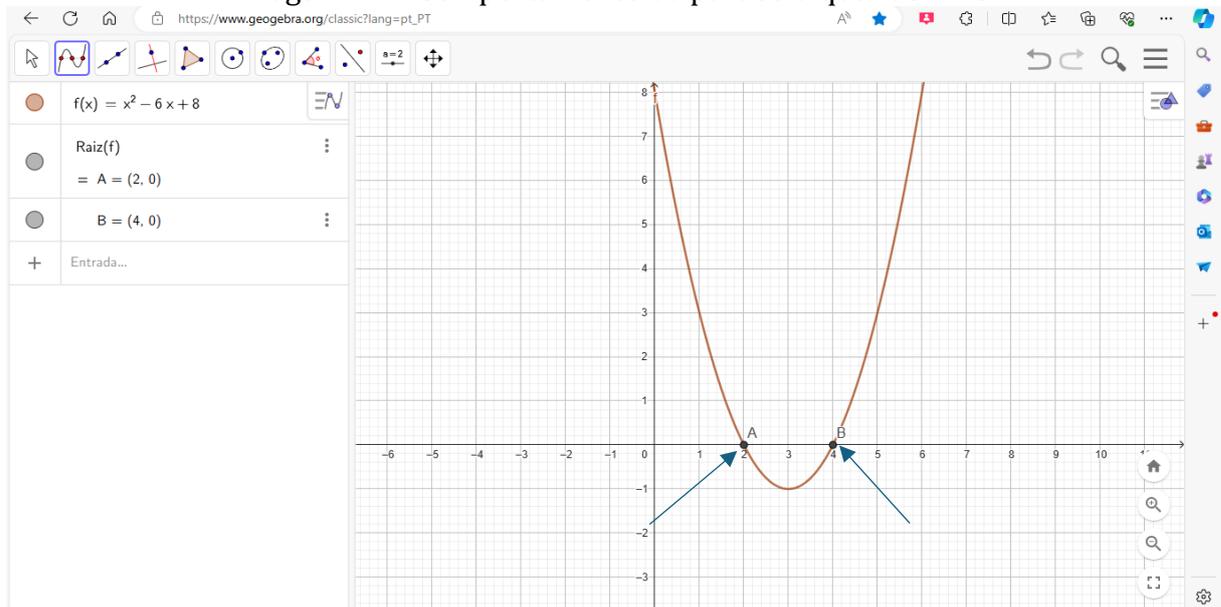
Lembrando que no campo “Entrada”, no aplicativo, você pode digitar as fórmulas que permitem encontrar os vértices da parábola, que dependendo da concavidade, pode obter ponto máximo ou mínimo.

$$Xv = \frac{-b}{2a} \quad ; \quad Yv = -\frac{\Delta}{4a}$$

Agora, veremos no aplicativo Geogebra, algumas curiosidades sobre o discriminante delta (Δ), e de acordo com seus valores, o seu comportamento no gráfico dentro do plano cartesiano.

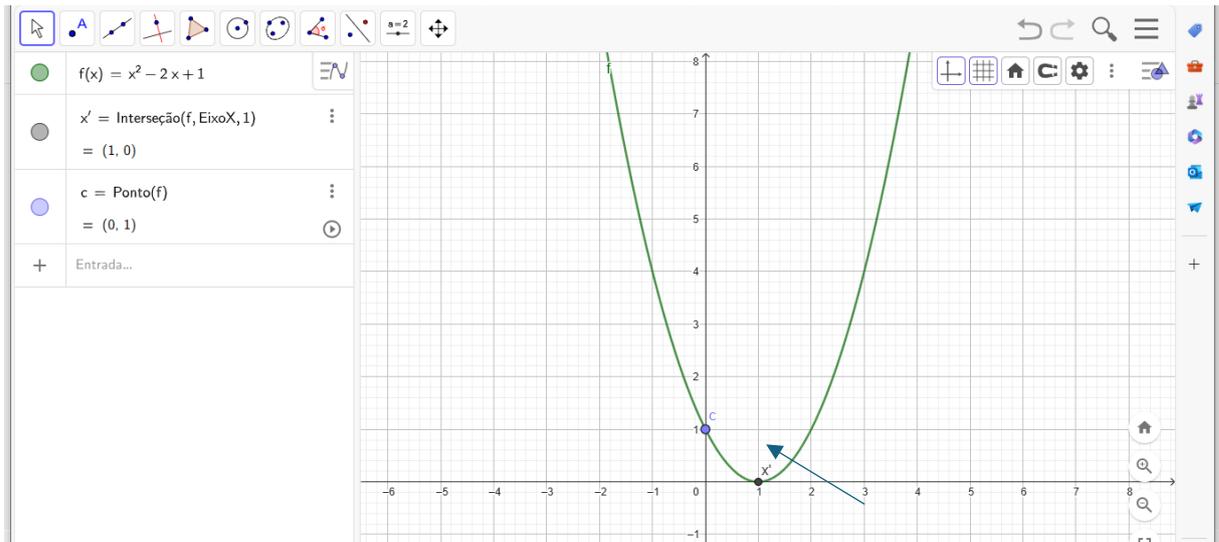
Quando $\Delta > 0$ temos a parábola tocando em dois pontos no eixo x, como demonstrado na imagem 12, pela função $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Resolvendo a equação, teremos $\Delta = 4$, logo, $4 > 0$. Duas raízes $x' = 2$ e $x'' = 4$, onde a parábola toca nesses dois pontos no eixo x. Observe abaixo a imagem 12, abaixo:

Imagem 12 - Comportamento da parábola quando $\Delta > 0$.



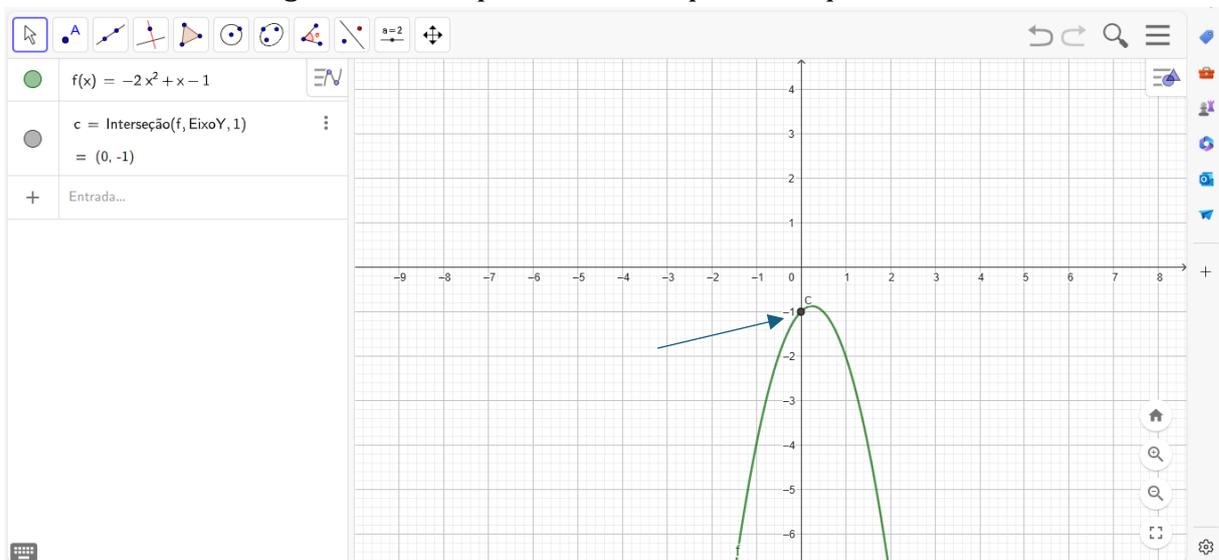
Fonte: Os autores (2024)

Quando $\Delta = 0$, temos a parábola tocando em apenas um ponto na reta x, como demonstrado na imagem 13, pela função $f(x) = x^2 - 2x + 1$, nesse caso teremos $\Delta = 0$, logo, a parábola tocará em apenas um ponto na reta x. Resolvendo a equação, teremos $x' = x''$, e a raiz será 1, justamente onde a parábola tocará no eixo x, como demonstra a imagem abaixo:

Imagem 13 – Comportamento da parábola quando $\Delta=0$ 

Fonte: Os autores (2024)

Quando $\Delta < 0$, não teremos raízes reais, desse modo, a **parábola não tocará em nenhum ponto no eixo x**. Tomando como exemplo a função $f(x) = -2x^2 + x - 1$, teremos $\Delta = -8$, logo $\Delta < 0$. Como $c = -1$ na função, esse é o ponto que a parábola toca no eixo y.

Imagem 14 – Comportamento da parábola quando $\Delta < 0$.

Fonte: Os autores (2024)

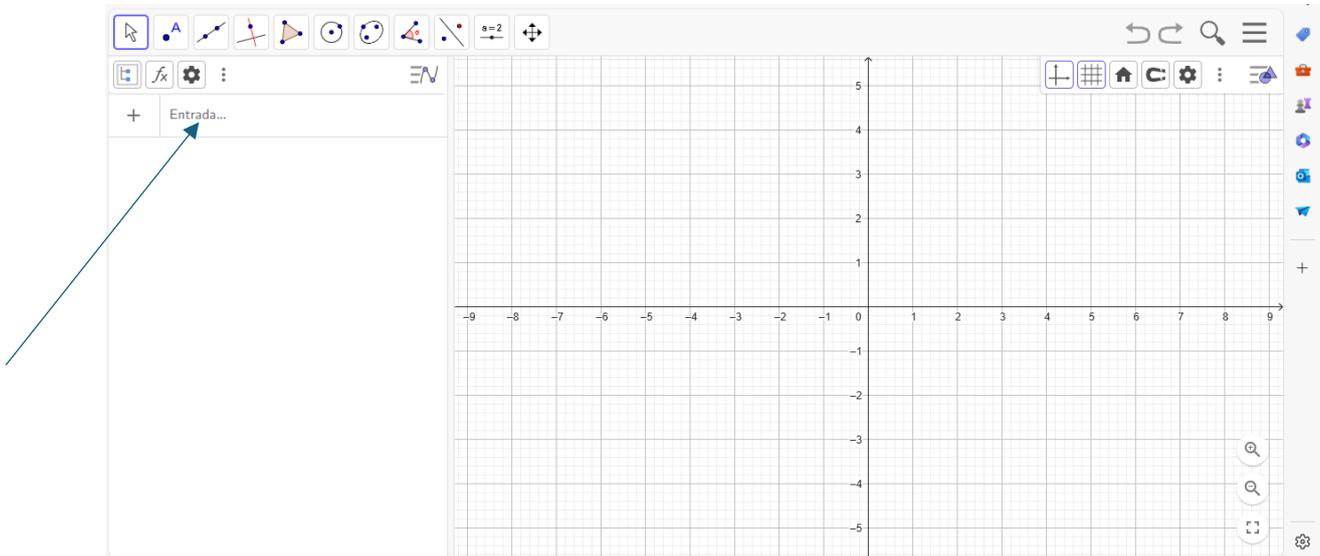
Em suma, de acordo com o conteúdo apresentado no próprio livro e seus conhecimentos adquiridos em sala de aula sobre função quadrática, vamos realizar uma lista de atividades para aprimorar seus conhecimentos através da prática.

Nas atividades do capítulo seguinte, serão abordados os ensinamentos presentes nesse livro didático, associando o aplicativo Geogebra aos tópicos fundamentais relacionados à função quadrática.

9. Atividades

1. Digite a função $f(x) = x^2 + 2x$ no campo “entrada” do aplicativo Geogebra e dê enter.

Imagem 15 – Tela inicial do aplicativo



Fonte: Os autores (2024)

Analise o formato gráfico no aplicativo e responda:

a) Qual a concavidade da parábola?

R:

b) A função é crescente ou decrescente? Por quê?

R:

c) Qual o ponto que a parábola toca o eixo y?

R:

d) De acordo com o gráfico, quais as raízes da função?

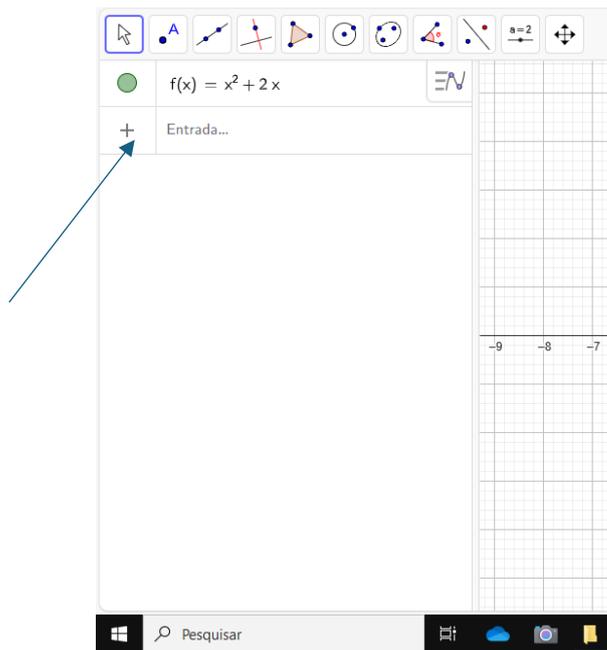
R:

e) A parábola toca em quantos pontos no eixo x? O que isso tem a ver com o discriminante delta Δ da função?

R:

2. Agora digite os coeficientes a, b e c da função no campo abaixo demonstrado:

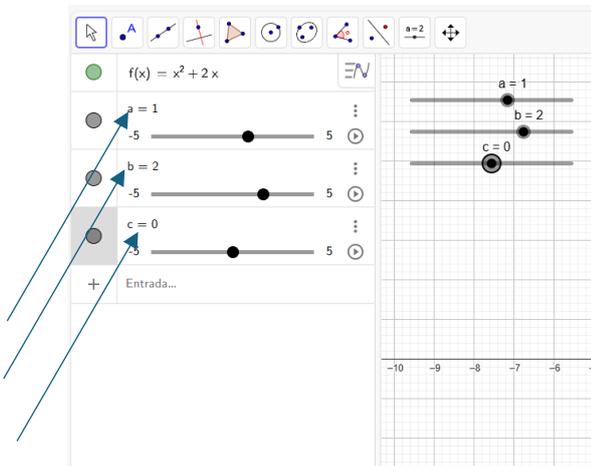
Imagem 16 – Campo “Entrada”



Fonte: Os autores (2024)

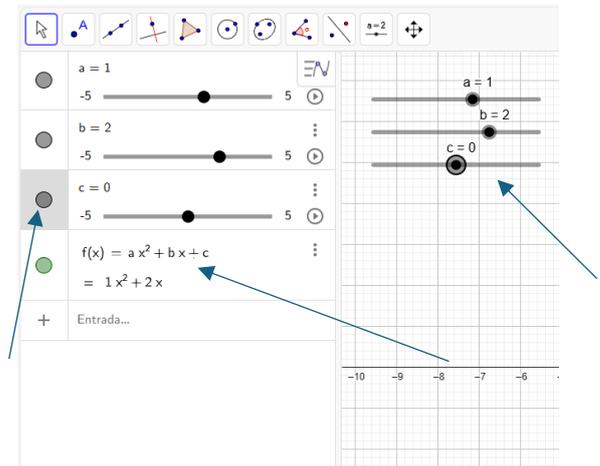
Após digitar os coeficientes a, b e c (imagem 17), vamos vincular os coeficientes digitados com a função (imagem 18), como demonstrado nas imagens abaixo:

Imagem 17- Coeficientes digitados



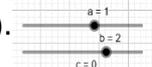
Fonte: Os autores (2024)

Imagem 18 – Coeficientes e função



Fonte: Os autores (2024)

Observe que você vai digitar as letras a, b e c, e seus valores na função dada, que representam os coeficientes na função, como demonstrado na imagem 17. Após isso, você irá substituir os valores numéricos pelas letras a, b e c na função (dê enter após digitar as letras), assim, ficará no formato ax^2+bx+c (imagem 18). Não esqueça de marcar as bolinhas brancas (ficarão cinzas após marcadas), para que os controles deslizantes possam ser manipulados (imagem 18).



De acordo com as orientações acima, analise:

a) O comportamento do gráfico quando manipulado o controle referente ao coeficiente a.

R:

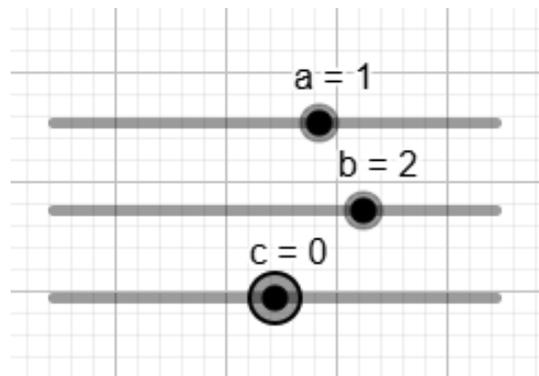
b) O comportamento do gráfico quando manipulado o controle referente ao coeficiente b.

R:

c) O comportamento do gráfico quando manipulado o controle referente ao coeficiente c.

R:

Imagem 19- Controle deslizante



Fonte: Os autores (2024)

3, Observe a função $f(x) = -x^2 + x + 12$ e responda:

a) Qual o discriminante da função? Resolva por escrito.

R:

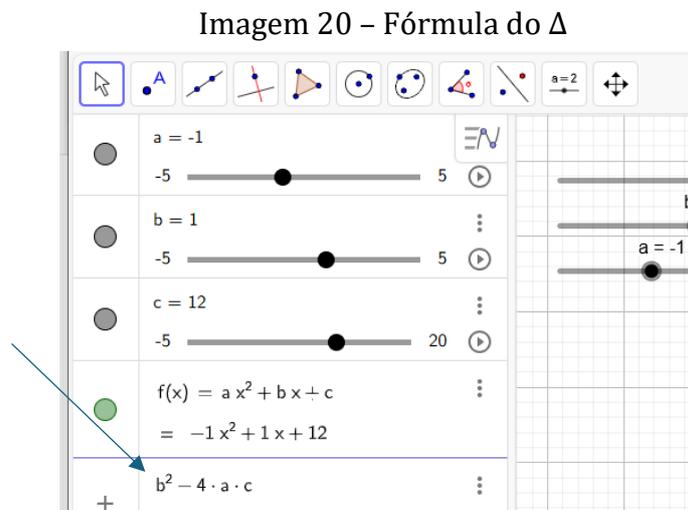
b) Agora, no aplicativo Geogebra, compare e verifique se os valores do discriminante são os mesmos.

No campo entrada, digite a equação $ax^2 + bx + c$, dê enter.

No campo entrada, digite os valores dos coeficientes (já mostrado na atividade 2) que representam a função $f(x) = -x^2 + x + 12$.

No campo entrada, digite a fórmula do discriminante $b^2 - 4ac$ (Digite "4ac" tudo junto, sem nenhuma pontuação).

Observe a imagem abaixo:



Fonte: Os autores (2024)

Os resultados são iguais? Se sim, quais os resultados encontrados no aplicativo e na resolução da questão anterior feita por você? Caso contrário, verifique onde errou.

R:

c) Qual a concavidade da parábola?

R:

d) A função é crescente ou decrescente? Por quê?

R:

e) Qual o ponto que a parábola toca o eixo y?

R:

f) De acordo com o gráfico, quais as raízes da função?

R:

g) A parábola toca em quantos pontos no eixo x ? O que isso tem a ver com o discriminante Δ da função?

R:

4. Observe a função $f(x) = x^2 + 10x - 25$ e analise as questões abaixo utilizando o aplicativo Geogebra como ferramenta.

a) Descubra o valor do discriminante Δ e depois compare com o aplicativo.

R:

b) Em quantos pontos a parábola toca o eixo x , e por quê?

R:

c) Qual a concavidade da parábola, e por quê?

R:

5. Observe a imagem abaixo e responda as questões referentes a ela.

Imagem 21 – Cavando um buraco



Fonte: ([buraco - Desenho de mili2 - Gartic](#))

a) O que lembra o formato do buraco, associando ao conteúdo matemático que está sendo estudado?

R:

b) Qual o coeficiente que define o formato do buraco (\cup)? Qual a condição?

R:

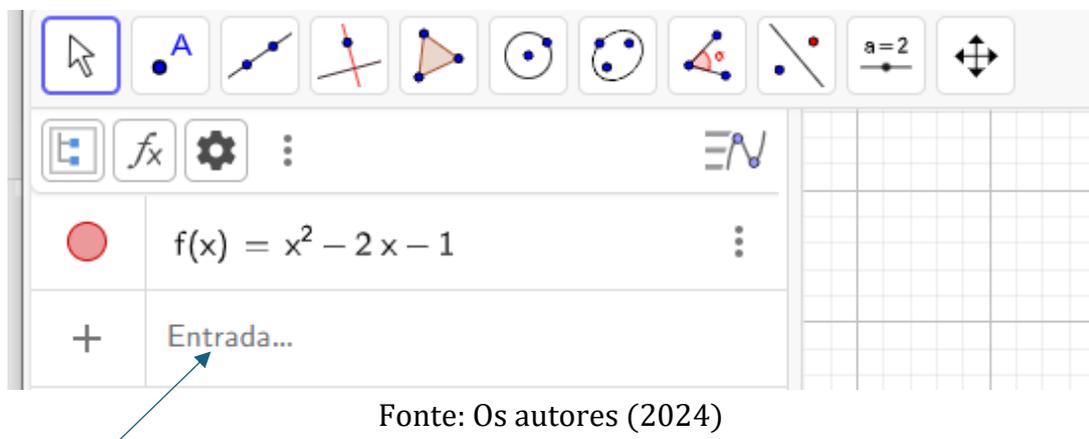
c) Sobre o que já estudamos aqui no livro, e seus conhecimentos adquiridos, percebemos que existe um ponto mínimo, um ponto mais baixo atingido pelo buraco, caso a pessoa deseje parar de cavar neste exato ponto como demonstrado na imagem acima. Supondo que a função $f(x) = x^2 - 2x - 1$ represente o buraco formado na rua, digite no aplicativo Geogebra a equação $x^2 - 2x - 1$ que representa a função e responda:

c.1) O formato da parábola no aplicativo é o mesmo do desenho representado pela imagem 21?

R:

c.2) Quais os pares ordenados que compõem as coordenadas do vértice que determinam o ponto mais baixo do buraco? Resolva aqui, e depois compare os resultados com o aplicativo Geogebra. (você pode digitar a fórmula do X_v e Y_v no campo entrada no aplicativo, ver imagem 16).

Imagem 22 – Digite a equação e dê enter, um novo campo “Entrada” aparece para poder digitar as fórmulas das coordenadas do vértice.

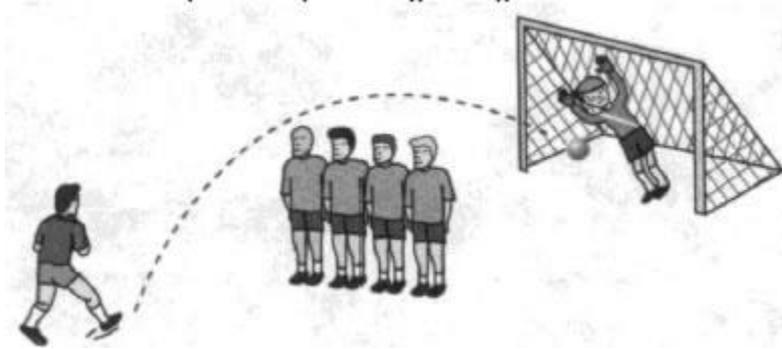


Fonte: Os autores (2024)

R:

6. A imagem abaixo representa a trajetória de uma bola após uma cobrança de falta. Lembrando dos tópicos que já estudamos e utilizando como ferramenta de apoio o aplicativo Geogebra, responda as questões abaixo:

Imagem 23 – Trajetória da bola em um tiro livre (falta)



Fonte: ([Um jogador de futebol ao bater uma falta com barreira, chuta... \(qconursos.com\)](http://qconursos.com))

a) A trajetória realizada pela bola, lembra qual tipo de gráfico e formato?

R:

b) O que define o formato da trajetória da bola (\cap)?

R:

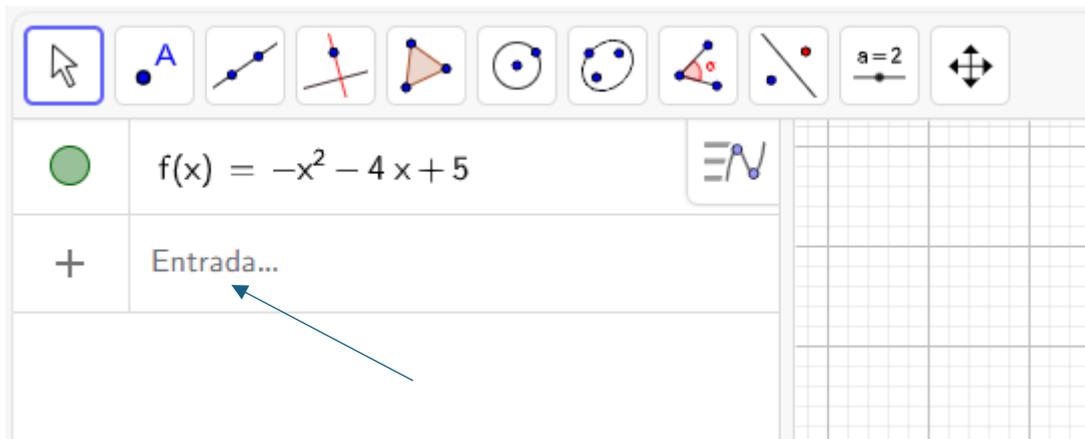
c) Sobre o que já estudamos aqui no livro e seus conhecimentos adquiridos, percebemos que existe um ponto máximo, ou seja, o ponto mais alto atingido pela bola após o chute dado pelo jogador, até o momento que passa pela barreira formada pelos jogadores adversários e depois toca o chão, como demonstrado na imagem acima (imagem 23). Supondo que a função $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ represente a trajetória da bola até tocar o chão, digite no aplicativo Geogebra a equação $-x^2 - 4x + 5$ que representa a função e responda:

c.1) O formato da parábola no aplicativo é o mesmo do desenho representado pela imagem 2?

R:

c.2) Quais os pares ordenados que compõem as coordenadas do vértice que determinam o ponto mais alto da trajetória da bola? Resolva aqui, e depois compare os resultados com o aplicativo Geogebra. (você pode digitar a fórmula do X_v e Y_v no campo “entrada” no aplicativo, ver imagem 16).

Imagem 24 – Digite a equação e dê enter, um novo campo “Entrada” aparece para poder digitar as fórmulas das coordenadas do vértice.



Fonte: Os autores (2024)

R:

10. Considerações finais

Através deste livro, pretende-se alcançar novas vertentes e possibilidades para o ensino de matemática, em específico ao conteúdo demonstrado, que trata sobre função quadrática. A inovação no ensino deve ser algo frequente, contínuo, para que nossas metodologias enquanto docentes, possam atingir o máximo de alunos possíveis no tocante à aprendizagem.

As tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC's) podem ser introduzidas no meio educacional, a fim de proporcionar um ensino interativo e capaz de estimular nossos jovens e adolescentes ao interesse pelos estudos.

As atividades apresentadas neste livro didático, pretende fomentar as metodologias de ensino praticadas pelo professor de matemática, associando o aplicativo Geogebra às definições e propriedades do conteúdo relacionado à função quadrática, passando desde a definição, até à prática envolvendo os cálculos inerentes ao conteúdo didático.

Esperamos que vocês, professores e alunos, ou até mesmo, adeptos e simpatizantes da disciplina ou do conteúdo, possam desfrutar e usufruir desta obra que foi produzida com bastante carinho e dedicação.

11. Referências

BORBA, M. de C; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento. 1ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BRASIL, MEC. Base Nacional Comum Curricular. Versão 2018, p. 541. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versao_final_site.pdf>. Acesso em: 13/06/2024.

D'AMBROSIO, U. As matemáticas e o seu entorno sociocultural. In: I Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. Sevilla: Sociedade Andaluza de Educação Matemática THALES, 1990.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. Campinas: Papyrus, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática, tecnologia e sociedade. Conferência no VII EPREM, Foz do Iguaçu, 21-24/11/2002.

OLIVEIRA, Edvaldo Ramalho de; CUNHA, Douglas da Silva. O uso da tecnologia no ensino da Matemática: contribuições do software Geogebra no ensino da função do 1º grau. *Revista Educação Pública*, v. 21, nº 36, 28 de setembro de 2021. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/36/o-uso-da-tecnologia-no-ensino-da-matematica-contribuicoes-do-software-geogebra-no-ensino-da-funcao-do-1-grau>.

SCORTEGAGNA, L. Informática na Educação. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015.

12. Autores



KLEVERTTON FEIO ALVES – Graduado em Licenciatura em Matemática e em Física, com especialização em metodologias do ensino de Matemática, Matemática Financeira e Estatística, e Ensino da Física. Mestrando profissional em ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará– UEPA. Atualmente trabalha no ensino regular como professor efetivo do quadro da Seduc-PA. E-mail: kf2610@gmail.com



CINTHIA CUNHA MARADEI PEREIRA - Possui graduação em Licenciatura em Matemática e em Tecnologia em Processamento de Dados, especialização em Informática Médica, Mestrado em Ciências da Computação e Doutorado em Genética e Biologia Molecular (Bioinformática). Atualmente é Professora da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA e vice-líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. E-mail: cinthia@uepa.br



FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES - Pós-doutorado pelo Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN. Doutorado e Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará – UFPA. Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPA, Licenciatura em Ciências de 1o Grau pela União das Escolas Superiores do Pará – UNESPA. Graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará - UFPA. Docente do Mestrado em Educação e do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará - UEPA. Líder do grupo de pesquisa em ensino de matemática e tecnologias. Experiência em desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática e experiência em Geociências, com ênfase em Geofísica aplicada, nos temas: deconvolução, filtragem com Wiener, atenuação e supressão de múltiplas. E-mail: fjca@uepa.br