

Marcos Manoel da Silva

Ano 2024

APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS:

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA CÁLCULO DIFERENCIAL





Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC.

Centro de Ciências Tecnológicas – CCT.

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias – PPGECMT.


Produto Educacional

**APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: UMA
SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA CÁLCULO DIFERENCIAL**

Marcos Manoel da Silva

Joinville – Santa Catarina
2024





Instituição de Ensino: Universidade do Estado de Santa Catarina
Programa: Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias
Nível: Mestrado Profissional
Área de Concentração: Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.
Linha de Pesquisa: Práticas Educativas e Processos de Aprendizagem no Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias

Título: Aprendizagem Baseada em Problemas: Uma Sequência Didática para Cálculo Diferencial
Autor: Marcos Manoel da Silva
Orientadora: Avanilde Kemczinski
Coorientador: Guilherme Mendes Tomaz dos Santos
Data: 24/07/2024

Produto Educacional Sequência Didática.
Nível de Ensino: Educação Superior
Área de Conhecimento: Matemática - Cálculo Diferencial
Tema: Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos

Descrição do Produto Educacional: A Sequência Didática (SD) resulta de uma pesquisa em Educação Matemática, abordando o *engagement* no processo de ensino-aprendizagem durante a aplicação de uma SD mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas, especificamente no contexto da Teoria de Máximos e Mínimos, presente na disciplina de Cálculo Diferencial. O produto educacional apresentou uma abordagem alternativa, enfatizando a aprendizagem de Matemática na Educação Superior. Dessa forma, o produto educacional visa proporcionar aos docentes uma prática educativa diferenciada, centrada no estudante, que fomente a construção ativa de conhecimento e potencialize o processo de ensino-aprendizagem.

Biblioteca Universitária UDESC:
<http://www.udesc.br/bibliotecauniversitaria>

Publicação Associada: Prática Educativa mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino de Cálculo Diferencial

URL do PPGECMT:
<https://www.udesc.br/cct/ppgecmt>

Arquivo	Descrição	Formato
1,56 MB	Texto Completo	Adobe PDF

Este item está licenciado sob uma Licença *Creative Commons* Atribuição-NãoComercial-Compartilha Igual CC BY-NC-SA

Àqueles que me viram/veem de forma diferente, que acreditaram/acreditam em mim em momentos que pensava/penso em desistir, aos que investiram/investem no meu crescimento sem me pedir nada em troca, dedico este momento de felicidade, de realização, de compreender que suas ações me fizeram caminhar um pouco mais até chegar aqui.





"Às rápidas mudanças sociais e o aprimoramento cada vez maior da tecnologia impedem que se faça uma previsão exata de quais habilidades, conceitos e procedimentos matemáticos são úteis hoje a fim de preparar o estudante para sua vida futura. Ensinar apenas conceitos, habilidades, procedimentos e atitudes que atualmente são relevantes parece não ser o caminho, pois eles poderão tornar-se obsoletos daqui a 15 ou 20 anos, quando a criança de hoje estará no auge de sua vida produtiva. Assim, um caminho bastante razoável é preparar o estudante para lidar com situações novas, quaisquer que sejam elas. E, para isso, é fundamental desenvolver nele iniciativa, espírito explorador, criatividade e independência por meio da formulação e da resolução de problemas".

Luiz Roberto Dante

SOBRE O AUTOR

Olá! Me sinto feliz em apresentar este Produto Educacional - APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA CÁLCULO DIFERENCIAL – que representa o resultado da pesquisa que realizei durante o Mestrado Profissional no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias (PPGECMT) ofertado pela Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) no Centro de Ciências Tecnológicas (CCT).


O presente Produto Educacional apresenta uma sequência didática para que os Professores de Cálculo Diferencial possam reconhecê-la como uma alternativa pedagógica para as suas aulas. A proposta é mediada por uma Metodologia Ativa, a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), que visa apresentar aos estudantes uma situação problemática, de preferência, e sempre que possível, ligado à sua área de formação/sua futura área profissional. Organizados em grupos, os estudantes devem identificar, dentro dessa situação problemática, quais problemas emergem relacionados aos dados apresentados e identificar para quais deles podem buscar os conhecimentos de Cálculo Diferencial (Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos) para apresentar uma solução.

Ao utilizar a Aprendizagem Baseada em Problemas, os estudantes são instigados a refletir, analisar e criticar as proposições de soluções dos problemas identificados. A metodologia ativa incentiva a construção de um posicionamento ativo dos estudantes na construção de seu próprio conhecimento. As ações colaborativas auxiliam os estudantes a trabalhar em equipes/grupos, a compartilhar suas opiniões e ouvir as dos demais, além de se articularem para escolher um caminho a seguir em busca da solução do problema.

O professor, por sua vez, assume o papel de mediador no processo de ensino-aprendizagem. Sua postura visa incentivar e instigar os estudantes a buscarem novos conhecimentos para agregar aos que já possuem para realizarem a proposição de soluções. Também estimula os alunos a refletirem sobre suas escolhas e seus resultados de modo a analisarem se a solução proposta é satisfatória por completa ou não, bem como se ela (não) atende a situação problemática. Portanto, o docente impulsiona o alunado a se posicionar criticamente acerca de suas escolhas.

As escolhas aqui realizadas foram pautadas na experiência do pesquisador como estudante através de pesquisas científicas





efetuadas, projetos de monitoria/ensino/extensão realizados e aulas particulares oferecidas desde 2014 para Cálculo Diferencial. Essas bagagens me levaram a fazer escolhas e a compreender, corroborando com diversos outros pesquisadores em Cálculo Diferencial, que o processo de ensino-aprendizagem e de avaliação da disciplina precisa passar por mudanças, adaptações e adequações às necessidades atuais dos estudantes e do mercado de trabalho que visa a busca por competências e habilidades na mão de obra que contrata.

Diante dessas reflexões, desejo que o presente produto educacional sirva de modelo e base para que outros professores possam utilizá-lo em suas práticas educativas. O Produto Educacional aqui apresentado não é algo estático. A sequência didática pode passar por adaptações para atender da melhor forma possível a quem lhe interessar mediante as realidades de cada professor, estudante, região e instituição de ensino,

Desejo fazer um convite aos professores que (re)aplicarem o presente produto educacional: entrem em contato comigo para apresentar suas experiências de aplicação e, de forma aberta, realizar apontamentos, sugestões de mudanças/adaptações, entre outros.

Boa leitura!

Professor Marcos Manoel da Silva

WhatsApp: +55 47 99994-9360

E-mail: parceria.marcos@gmail.com

Redes Sociais: @marcossilvaprofessor

Site: www.marcossilvaprofessor.com



1 APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS

2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

3 APLICAÇÃO DA TEORIA DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

4 A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS
APLICADA EM UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

5 UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA MEDIADA PELA
APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS PARA A
APLICAÇÃO DA TEORIA DE MÁXIMOS E MÍNIMOS.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7 REFERÊNCIAS



CAPÍTULO 1

APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: ASPECTOS CONCEITUAIS, CARACTERÍSTICAS E UMA PROPOSTA DE ESTRUTURA PARA APLICAR EM SALA DE AULA

Objetivo: O presente capítulo tem por objetivo situar o leitor no que diz respeito ao entendimento – aspectos conceituais – da Metodologia Ativa *“Problem-Based Learning”* (PBL). O termo traduzido para a língua portuguesa é conhecido como *“Aprendizagem Baseada em Problemas”* e sua sigla é definida como *“ABP”*. De modo a facilitar a leitura, utilizaremos em toda a escrita o termo em sua tradução da língua portuguesa. Também tem-se como objetivo apresentar uma estrutura que sugere uma possível sequência de aplicação de todos os momentos e etapas da ABP.

Ao olhar a evolução da humanidade, observa-se que novos saberes e conhecimentos foram desenvolvidos, construídos e conjecturados a partir da busca por soluções para problemas oriundos de situações consideradas como problemáticas presentes no dia a dia do ser humano. A busca por respostas e questões levantadas nessas situações levou a humanidade a um crescimento científico e ao desenvolvimento de habilidades comportamentais que possibilitam o relacionamento no meio social, bem como aperfeiçoamento e qualificações que um indivíduo possa obter para executar suas responsabilidades profissionais.


Os documentos que regem o contexto educacional em todo o território brasileiro têm como proposta o desenvolvimento de habilidades e competências por meio de atividades de resolução de problemas (Brasil, 2018), principalmente problemas reais e rotineiros aos estudantes gerando um entendimento de que no mundo globalizado em que vivemos é exigido “tomadas de decisões extremamente rápidas e simplificadas, tanto na execução, quanto na transmissão dos acertos destas decisões para outras diferentes situações” (Cunha, Laudaes, 2017, p. 663).

Rodrigues (2006), destaca que a resolução de problemas oportuniza aos estudantes a criação de estratégias na busca de soluções possibilitando justificá-las, dando-lhe a oportunidade de modificar os conhecimentos prévios que já possui e a construção de novos saberes e conhecimentos. Compreendendo o papel importante da resolução de problemas no contexto educacional, este capítulo busca apresentar ao leitor a metodologia de ensino-aprendizagem intitulada como Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP).

A ABP, segundo Campos, Aguiar e Belisário (2012), pode ser um método inovador/ativo para se trabalhar em sala de aula. Ainda, para Munhoz (2015), com o avanço tecnológico cada vez mais rápido e o forte crescimento das redes sociais, a ABP aparece como uma forma de ensinar e aprender, contrapondo aos métodos tradicionais. Segundo Custódio, Vieira e Francischetti (2021, p. 1109), essas formas de inovar nos processos formativos

buscam caminhos pedagógicos ativos, que permitem maior protagonismo do estudante, nos quais a aprendizagem emerge da interação com a realidade e das demandas do mundo do trabalho. A ABP, como estratégia didático-metodológica, baseia-se no estudo de situações-problema a partir das quais, habilidades e conhecimentos são desenvolvidos.





Em Gomes *et al.* (2009) e Gomes (2011), os autores destacam que ao utilizar a ABP, o objetivo deve estar ao redor da estimulação do desenvolvimento da autonomia, da análise, do julgamento, do investigativo, do criativo, do raciocínio crítico e da avaliação. Gomes *et al.* (2009), aponta que o seu processo de desenvolvimento tem como meta romper o acúmulo mecânico de informações. Silva e Chiaro (2018, p. 83), acrescentam que ao observar a configuração da ABP, é possível inferir que

essa metodologia pode se constituir em uma prática pedagógica efetiva para impulsionar o desenvolvimento de movimentos argumentativos, bem como propiciar a negociação de significados por apresentar características que parecem favorecer as relações dialógicas em sala de aula, como por exemplo, o incentivo ao debate de ideias entre os alunos ancorados em seus conhecimentos prévios.

Concorda-se com Rezende e Silva-Sale (2021, p. 5), quando os autores apontam que a ABP consiste então na

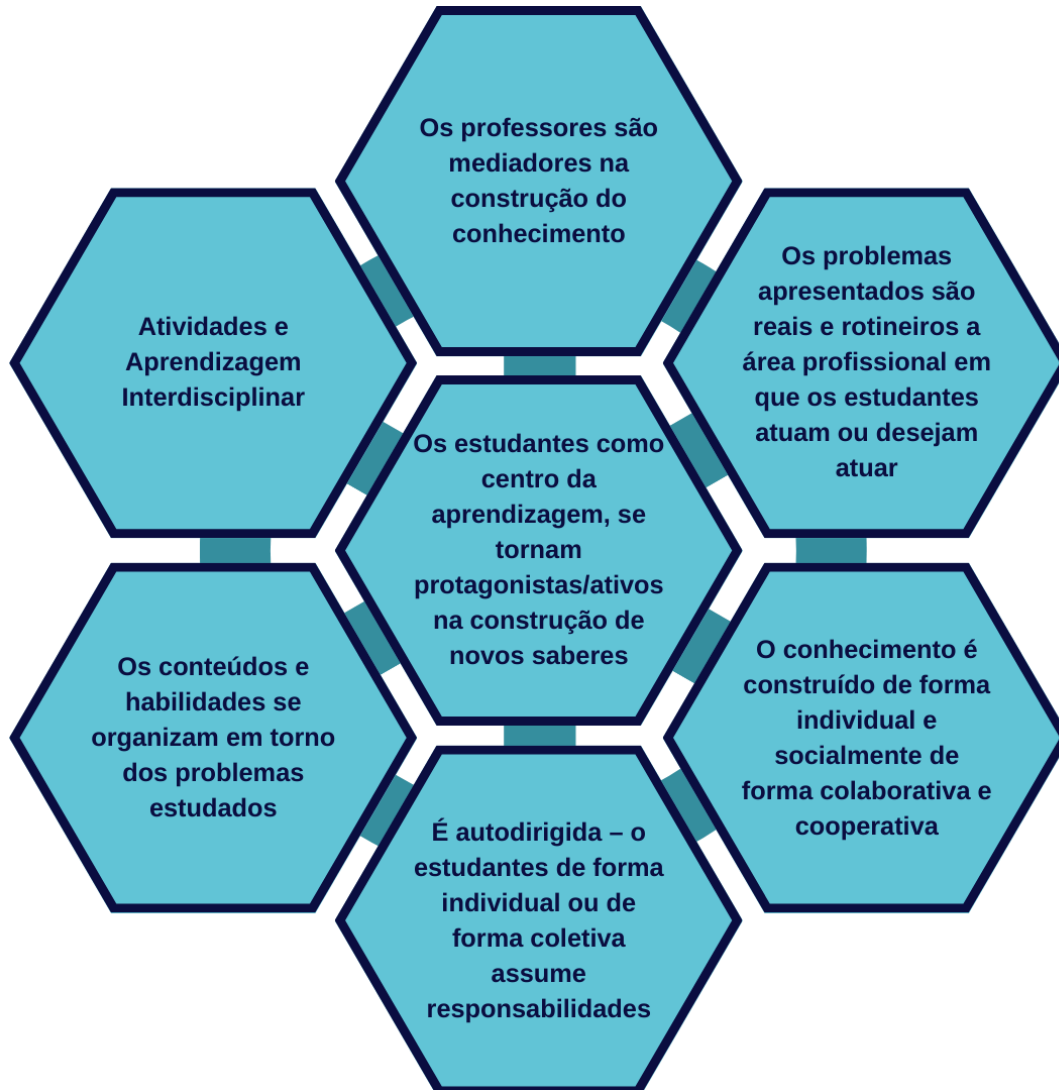
apresentação de uma situação-problema aos estudantes, que por sua vez, leva a um problema a ser resolvido por eles. Isso lhes permite adquirir, durante a busca pela solução deste problema, novos conhecimentos e desenvolver novas habilidades durante o processo.

Ribeiro e Mizukami (2004), acreditam que a ABP é uma metodologia que se identifica com a busca de soluções para problemas cotidianos para incentivar os estudantes a desenvolverem habilidades, tais como, o pensamento crítico e a adquirirem conhecimentos mais profundos sobre o tema que estão pesquisando.

Barrows (1986), destaca que a utilização da ABP promove uma aprendizagem centrada no estudante e coloca o professor como facilitador do processo de produção do conhecimento. Além disso, os problemas são os pontos de estímulos para a aprendizagem e para o desenvolvimento das habilidades de resolução. Desta forma, Moreira *et al.* (2018), aponta que o processo de ensino-aprendizagem ao utilizar a ABP é executado por meio de três elementos principais que são: o estudante, o professor e o problema.

Silva (2024), ao realizar um estudo em diversas literaturas descreve características relacionadas à ABP, como apresentado na figura 1.


Figura 1: Características da ABP.



Fonte: Silva, 2024.

Silva, Kemczinski e Santos (2023), descrevem que a ABP segue os pressupostos de uma metodologia ativa que tem, principalmente, o estudante no centro do processo de aprendizagem construindo novos saberes referentes a conteúdos/conceitos que precisam ser utilizados para o desenvolvimento de atividades e resolução de problemas (não) rotineiros. Identifica-se ainda que o professor deixa de lado o papel de detentor do conhecimento para assumir o papel de facilitador, de orientador, auxiliador na construção do conhecimento, indagando, refletindo, analisando todas as possíveis situações de solução dos problemas/atividades/exercícios com os estudantes.

É possível observar o incentivo de aproximar o estudante da realidade de sua área de profissional, bem como praticar com mais intensidade os saberes necessários para o desenvolvimento da prática profissional. O trabalho individual e em grupo é valorizado pela ABP,



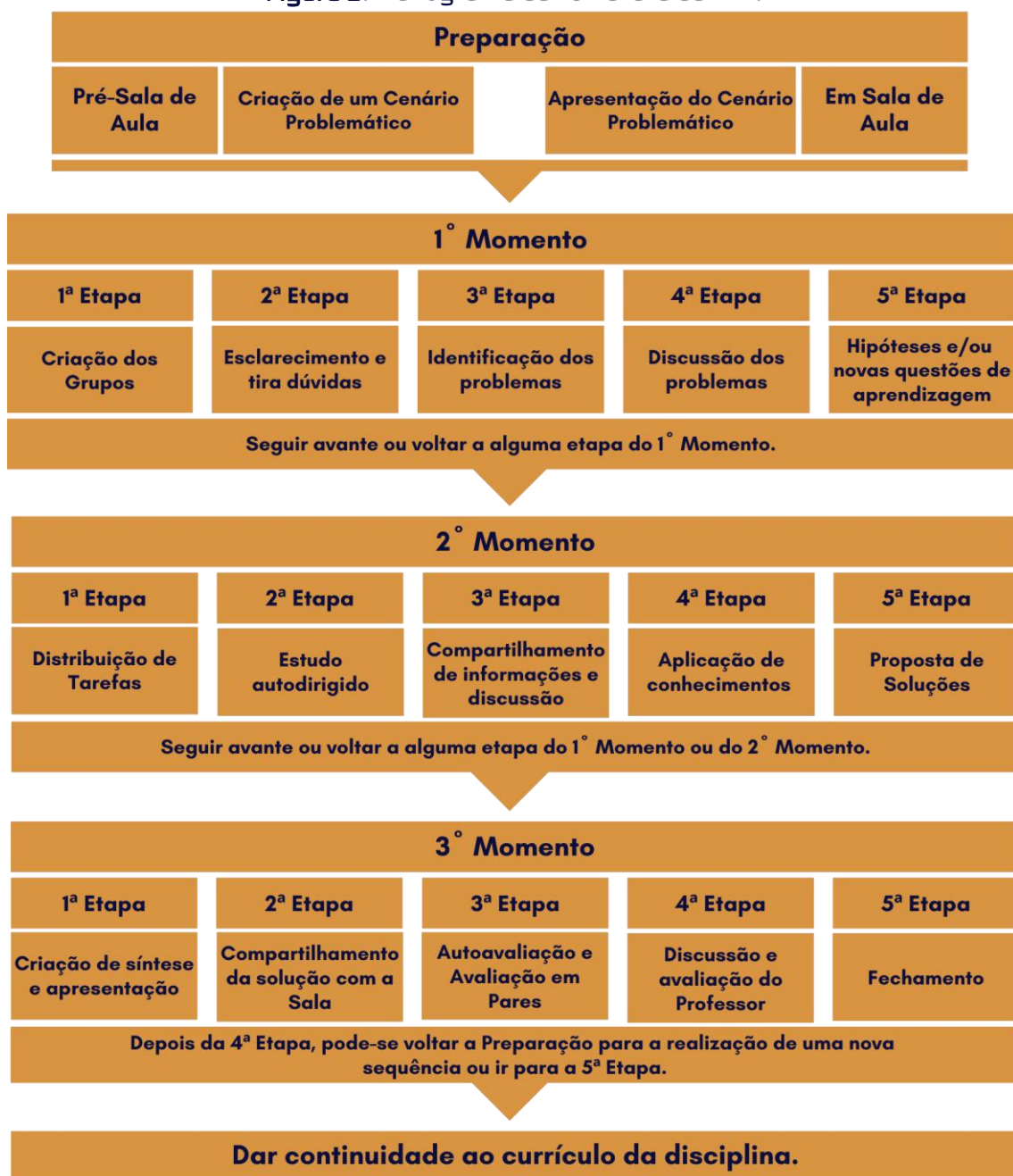
porém, ambos precisam acontecer de modo que o trabalho individual venha auxiliar o grupo e vice-versa.

Ao analisar literaturas, Silva (2014), aponta características fundamentais, apresentadas na figura 2, que precisam estar no desenvolvimento de uma atividade, dinâmica ou prática educativa mediada na metodologia ativa de ABP. Observando as estruturas e sequências de aplicação da ABP em sala de aula de diversos autores - Ribeiro (2005); Souza (2010); Souza e Dourado (2015); Silva e Chiaro (2018), Lopes *et al.* (2019) e BorochoVICIUS e Tortella (2014), é possível identificar as características apresentadas na figura 2 de forma implícita e explícita, mesmo que sejam apresentadas de formas diferentes, como em momentos, etapas, passos e/ou ciclos.

Com o estudo das estruturas e sequências dos autores supracitados, foi possível criar então uma proposta que contempla as ideias apresentadas e identificar em cada momento/ciclos/etapas as características da ABP. Com base na literatura pesquisada e citada ao longo deste texto, apenas BorochoVICIUS e Tortella (2014) apresentam a possibilidade de, após a solução do problema ser aceita como válida pelo professor, ser possível dedicar um momento de aula expositiva, utilizando novos problemas reais e rotineiros na vida dos estudantes, ou problemas fictícios oferecidos, geralmente, em apostilas e livros didáticos para novos exemplos ou a prática dos exercícios de fixação. Posteriormente, o professor dá continuidade ao currículo da disciplina.

A estrutura representada a seguir, na figura 2, é uma compilação de várias propostas apresentadas pelos autores Ribeiro (2005); Souza (2010); Souza e Dourado (2015); Silva e Chiaro (2018), Lopes *et al.* (2019) e BorochoVICIUS e Tortella (2014) quanto aos ciclos/etapas/atividades para a ABP. Sendo assim, ela foi utilizada para a criação da sequência didática mediada pela ABP apresentada neste produto educacional.

Figura 2: Fluxograma da Estrutura da ABP.



Fonte: Adaptado de Ribeiro (2005); Souza (2010); Souza e Dourado (2015); Silva e Chiaro (2018) e Lopes *et al.* (2019).

A figura 2 nos apresenta de forma detalhada todos os momentos que compõe a aplicação da Aprendizagem Baseada em Problemas. Nela é possível identificar o momento referente a cada ação e quais os pontos que fazem refletir sobre os resultados até então alcançados e identificar se pode seguir avante ou se é necessário-retornar a alguma etapa já trabalhada. Destaca-se que o presente fluxograma da estrutura da Aprendizagem Baseada em problemas não é estático, ele pode mudar, se adaptar mediante a realidade e necessidade dos



estudantes, do professor ou até mesmo da Instituição de Ensino Superior.

Cabe ressaltar que o fluxograma da estrutura da Aprendizagem Baseada em Problemas por si só não representa uma prática educativa ou uma sequência didática. É preciso que o educador compreenda - conforme é descrito no capítulo a seguir - e crie sua sequência didática dentro de seu planejamento a fim de especificar em que período pode ser realizado cada momento/etapa da Aprendizagem Baseada em Problemas (ou outras metodologias ativas) com suas respectivas turmas.


[Voltar ao sumário.](#)

CAPÍTULO 2

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Objetivo: O presente capítulo tem por objetivo situar o leitor no que concerne à compreensão acerca dos fundamentos de uma Sequência Didática de modo a situá-lo sobre o Produto Educacional aqui apresentado.





No Brasil, muitas pesquisas que abarcam a proposta de construção, aplicação e avaliação de uma Sequência Didática estão sendo desenvolvidas. Em destaque, é possível apontar essas propostas na área da Educação Matemática (Costa, Gonçalves, 2022). Em um estudo realizado por Costa e Gonçalves (2020), os autores apontam algumas características referentes a uma Sequência Didática, entre elas destacam:

- i) a SD é tida como uma abordagem metodológica de ensino;
- ii) a SD pode ser usada para a melhoria no processo de ensino-aprendizagem;
- iii) a SD é tida como provedora de momentos em que os estudantes possam agir e interagir com as atividades que lhes são apresentadas;
- iv) a SD é uma ferramenta que possibilita a articulação entre teorias de ensino e práticas de ensino em sala de aula;
- v) coloca o estudante como um agente ativo, participativo das atividades propostas, com o objetivo de desenvolver seu espírito investigativo, reflexivo, analítico e crítico; e
- vi) coloca o professor como mediador do processo de ensino-aprendizagem assumindo o papel de agente instigador de atividades e situações criativas possibilitando que os estudantes desenvolvam as atitudes supracitadas.

Dentre os diversos autores que apresentam modelos distintos de Sequência didática, para a presente proposta foi adotado o de Zabala (1998), visto que é a que mais se adequa. Segundo Zabala (1998, p. 18), uma SD consiste em “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos alunos”. O autor ainda destaca que, ao pensar no processo de ensino-aprendizagem, uma das unidades elementares que caracteriza este método são as atividades (ou tarefas). Como atividades, o autor define “uma exposição, um debate, uma leitura, uma pesquisa bibliográfica, tomar notas, uma ação motivadora, uma observação, uma aplicação, um exercício, o estudo, etc.” (Zabala, 1998, p. 17).

Considerando, então, o valor que a atividade possui, é possível identificar a SD como um fator para análise da prática, ou seja, fazer seu estudo e avaliar a SD em uma perspectiva processual. Diante disso, é preciso que essa SD seja constituída de planejamento, aplicação e avaliação (ZABALA, 1998). Em uma SD, é possível o encadeamento e a articulação de diversas atividades que são realizadas uma após a outra, durante uma unidade didática. Ainda, a SD

poderemos analisar as diferentes formas de intervenção segundo as atividades que se realizam e, principalmente, pelo sentido que adquirem quanto a uma sequência orientada para a realização de determinados objetivos educativos. As sequências podem indicar a função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhes atribuir (Zabala, 1998, p. 20).

Em síntese, seguindo o modelo de Zabala (1998), uma SD apresenta proposições de atividades que se comunicam entre si em uma sequência organizada estabelecida pelo professor de modo que, no percurso, o estudante seja capaz de alcançar os objetivos educacionais determinados. Esta SD deve possuir um planejamento, uma execução e uma avaliação, sendo que a avaliação pode ser do desenvolvimento da SD em si ou ainda das atividades propostas de forma individual, em grupo ou separadas por etapas. Também é preciso explicitar de forma clara as etapas da SD, as atividades que são desenvolvidas em cada fase e as relações entre elas (presentes e futuras). Os envolvidos, professores e estudantes, precisam compreender a SD e o valor educacional que se tem com o processo e os resultados que se deseja alcançar com as razões que justificam a necessidade de se realizar modificação ou a inserção de novas atividades para melhorar a SD (Zabala, 1998).

Ao compreender o papel pedagógico que uma sequência didática possui e como se pode criar, adaptar e atualizar seu potencial aliada a uma metodologia ativa (ou não), é necessário entender como realizar a distribuição de forma linear/crescente do conteúdo curricular que se deseja abarcar. Com a finalidade de facilitar a linearidade do conteúdo, o próximo capítulo apresenta, de forma sintetizada, a Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos, conteúdo da disciplina de Cálculo Diferencial com a finalidade de introduzi-lo na sequência didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas.





[Voltar ao sumário.](#)

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DA TEORIA DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

Objetivo: O presente capítulo tem por objetivo apresentar os conceitos de Cálculo Diferencial necessários à resolução de problemas relacionados a Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos, bem como apresentar um passo a passo do processo de resolução dos problemas apresentados.

Os estudos da Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos (ATMM), ou dos Problemas de Otimização – termo também usado para esse conteúdo específico – trazem a possibilidade de os estudantes identificarem a aplicação dos conteúdos aprendidos, principalmente de Cálculo Diferencial, em problemas reais que podem fazer parte do seu dia a dia ou relacionados diretamente à sua área profissional (Lopes, Machado, Lopes, 2019). Segundo Stewart (2013), os métodos para se encontrar os valores extremos de uma situação-problema possuem muitas aplicações práticas em diversas ocasiões do cotidiano que pode, na linguagem matemática, ser representada por uma função de uma variável real.

Diante de um problema contendo duas variáveis, onde uma é totalmente dependente da outra, é possível identificarmos seus extremos, ou melhor dizendo, seu(s) máximo(s) e/ou seu(s) mínimo(s).


Segundo Flemming e Gonçalves (2006, p. 218), o primeiro passo para se buscar a solução destes problemas

é escrever precisamente qual a função que deverá ser analisada. Esta função poderá ser escrita em função de uma ou mais variáveis. Quando a função é composta de mais de uma variável, devemos procurar expressar uma das variáveis em função da outra.

Passo 1 - Ao analisar a situação problemática, o estudante pode ser capaz de identificar para qual problema, realmente, se deve buscar a solução. Diante disso, sua ação é transformar esse problema em uma função matemática, ou seja, representar o problema a ser resolvido por meio de uma função.

Ainda para Stewart (2013, p. 294), na busca por soluções desses problemas “o maior desafio está frequentemente em converter o problema em um problema de otimização matemática, determinando a função que deve ser maximizada ou minimizada”. Ou seja, a grande dificuldade está em os estudantes compreenderem a situação problemática que lhes é apresentada e conseguirem identificar duas variáveis dependentes uma para com a outra e serem capazes de construir uma função matemática para representar o problema que se deseja buscar a solução. Para Lopes, Machado e Lopes (2019, p. 37), os problemas de otimização são “abordados e resolvidos de modo mecânico, sem explorar o potencial que eles proporcionam para instigar o interesse do estudante e servir de motivação para o estudo de disciplinas posteriores”.





Para este momento, na disciplina de Cálculo Diferencial, as funções a serem trabalhadas serão com uma variável dependente e uma variável independente. Porém, em muitos casos, ao se definir os problemas, os estudantes se deparam com uma função de duas variáveis independentes. Neste caso, é preciso se voltar a situação problemática e identificar uma relação entre as duas variáveis e alguma informação (na maioria das vezes, informação numérica) que o problema apresenta.

Essa relação é construída por uma equação que contenha uma igualdade. Nela, o estudante pode manipular de modo a deixar uma das variáveis em função da outra, ou seja, isolar uma variável. Com este resultado, é possível voltar à função de duas variáveis e substituir uma das variáveis. Desta forma, teremos a função de apenas uma variável e agora é viável seguir em busca da solução para o problema de otimização.

Passo 2 – Identificar se a função é de uma ou duas variáveis. Se for apenas de uma variável podemos seguir adiante. Se for de duas variáveis é preciso encontrarmos uma equação de igualdade na situação problemática, deixarmos ela em função de apenas uma variável e realizar a substituição na função.

As autoras Flemming e Gonçalves (2006), apontam que, tendo uma função bem definida, é preciso verificar em qual intervalo de domínio é apropriado realizar a análise e depois, então, proceder com a rotina matemática aplicando definições e teoremas aprendidos no conteúdo de derivadas. Para os problemas de otimização, Anton, Bivens e Davis (2014), apresentam duas categorias de domínios, sendo elas: 1^a) Problemas que se reduzem a maximizar ou minimizar uma função contínua em um intervalo finito fechado; e 2^a) Problemas que se reduzem a maximizar ou minimizar uma função contínua em um intervalo infinito ou finito, mas não fechado. Sendo assim, ao se definir a função que representa a situação-problema a ser resolvida, é preciso identificar em qual das duas categorias de domínio a função se enquadra.

Passo 3 - Ao se representar o problema a ser resolvido por meio de uma função, o estudante deve definir o domínio da função, observando sempre as restrições dadas pela situação problemática, ou mesmo as restrições tidas pela função que acabou de definir. Ou seja, os estudantes necessitam realizar uma análise crítica, reflexiva

e analítica em relação a função construída e apontar o domínio para a solução.

Faccin (2015), destaca que os conhecimentos de derivadas nos dão possibilidades de realizarmos uma análise completa a respeito do comportamento de uma função e essa habilidade de análise é extremamente importante no mercado de trabalho atual visto que pode servir de ponto inicial para a tomada de decisões nas mais variadas situações. Logo, é possível inferir que, além do saber matemático, é necessário que os estudantes, diante dos problemas de otimização, possam desenvolver seu senso crítico, analítico e reflexivo em busca de soluções que satisfaçam às necessidades de suas áreas profissionais de atuação.

Vale destacar que para a presente Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas foi feita a utilização de problemas contextualizados já modelados. A seleção dos problemas aconteceu por meio de uma análise nos livros tidos como referências nos planos de ensino da disciplina de Cálculo Diferencial da Universidade do Estado de Santa Catarina. A seleção teve como critério utilizar problemas de diferentes áreas com o objetivo de mostrar aos estudantes a vasta utilização do conteúdo de Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos.

Com o domínio definido, é preciso identificar se a função possui máximos e mínimos relativos. Anton, Bivens e Davis (2014), destacam que o máximo relativo não é necessariamente o ponto mais alto da função e que o mínimo relativo também não é o ponto mais baixo da função. Eles são assim chamados por serem somente pontos altos e baixos relativos à sua vizinhança imediata.

DEFINIÇÃO – Uma função f tem um máximo relativo em c se houver um intervalo aberto contendo c no qual $f(c)$ é o maior valor, isto é, $f(c) \geq f(x)$ em cada x no intervalo. De forma análoga, f tem um mínimo relativo em c se houver um intervalo aberto contendo c no qual $f(c)$ é o menor valor, isto é, $f(c) \leq f(x)$ em cada x no intervalo. Desta forma, quando f tiver um máximo ou um mínimo relativo em c , diz-se que f tem um extremo relativo em c e c é chamado de ponto crítico.

Os próximos passos dizem respeito à aplicação dos conhecimentos de derivadas aplicadas em funções de uma variável. Tendo uma função estabelecida, o próximo passo é identificarmos se a função possui, ou não, um ou mais pontos críticos. Para Anton, Bivens e



Davis (2014), o ponto crítico de uma função é aquele ponto do domínio em que o gráfico possui uma reta tangente horizontal ou quando esse ponto não é diferenciável. Os autores ainda apontam que os pontos críticos identificados formam a coleção completa de todos os candidatos a máximos e mínimos.

DEFINIÇÃO – Um número crítico de uma função f é um número c no domínio de f tal que ou $f'(c) = 0$ ou $f'(c)$ não existe. Para $f'(c) = 0$, dizemos que c é um ponto estacionário.

TEOREMA – Suponha que f seja uma função definida em um intervalo aberto contendo o ponto c . Se f tiver um extremo relativo em $x = c$, então $x = c$ será ponto crítico de f ; assim, ou $f'(c) = 0$ ou f não é diferenciável em c .

Passo 4 – Estabelecida a função $f(x)$ e seu domínio $D(f): (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ é preciso identificarmos todos os pontos estacionários $c \in (a, b)$, tal que, $f'(c) = 0$. Lembrando que podemos ter diversos pontos estacionários - $(c_1, c_2, c_3, \dots, c_i)$ - de tal modo que eles representem os máximos e mínimos relativos.

É necessário estar atento ao que a situação problemática está nos pedindo, pois algumas podem solicitar o máximo e outras, o mínimo. Além do mais, ao trabalharmos com a Aplicação da Teoria de Máximo e Mínimo, o que se deseja encontrar é o máximo absoluto ou o mínimo absoluto, ou seja, um único valor para o ponto que irá maximizar ou minimizar o que desejamos.

Ao acharmos os pontos estacionários, tal que, $f'(c_i) = 0$, precisamos identificar quais dos c_i são máximos relativos e quais são mínimos relativos. Para isso, podemos recorrer a derivada sucessiva de segunda ordem, ou a segunda derivada de f e realizarmos o Teste da Segunda Derivada.

Teorema – Suponha que f seja duas vezes diferenciável em um ponto c_0 , temos que:

a – Se $f'(c_i) = 0$ e $f''(c_i) > 0$, então f tem um mínimo relativo em c_i .

b – Se $f'(c_i) = 0$ e $f''(c_i) < 0$, então f tem um máximo relativo em c_i .

c – Se $f'(c_i) = 0$ e $f''(c_i) = 0$, então o teste é inconclusivo, isto é, f pode ter um máximo ou mínimo relativo em c_i ou nenhum dos dois.

Ao realizar o teste da segunda derivada, identificou-se os mínimos relativos e os máximos relativos. Com esses resultados, observou-se o que a situação problemática nos solicita. Se requerer o máximo, de agora em diante será apenas com os valores c_i que representam os pontos de máximo relativo. Se nos solicitar o mínimo, trabalhar apenas com os valores c_i que representam os pontos de mínimo relativo.

Passo 5 – Utilizar o teste da segunda derivada para identificar os mínimos relativos e os máximos relativos. Voltar a situação problemática e identificar se vamos trabalhar com os mínimos relativos ou com os máximos relativos.

Com o teste da segunda derivada podemos ter cenários diferentes, entre eles¹: a) identificar apenas um ponto de máximo ou um ponto de mínimo; b) identificar um ponto de máximo e um mínimo; c) encontrar mais de um ponto de máximo e um ponto de mínimo ou mais de um ponto de mínimo e um ponto de máximo; e d) encontrar mais de um ponto de máximo e mais de um ponto de mínimo.

Para o primeiro cenário - identificar apenas um ponto de máximo ou um ponto de mínimo - o ponto identificado já se apresenta como solução do problema. Para o segundo cenário - identificar um ponto de máximo e um mínimo - basta voltar a problemática e identificar se o que se busca é maximizar, a solução será o máximo, ou minimizar a solução será o mínimo.

Identificar diversos pontos de máximo e/ou diversos pontos de mínimos, precisa, então, fazer um estudo para identificar qual dos pontos irá satisfazer a solução da situação problemática.

Definição – Dizemos que $f(c_i)$ é máximo absoluto da função f , se $c_i \in D(f)$ e $f(c_i) \geq f(x)$ para todos os valores de x no domínio de f . Dizemos que $f(c_i)$ é mínimo absoluto da função f , se $c_i \in D(f)$ e $f(c_i) \leq f(x)$ para todos os valores de x no domínio de f

Com a definição supracitada, pode-se analisar os cenários três e quatro. Tanto para o cenário três, quanto para o cenário quatro, ao acharmos os pontos de máximos relativos e de mínimos relativos precisamos voltar a problemática para identificarmos o que o problema deseja, se é o máximo ou o mínimo. Após, basta aplicarmos a definição

¹ Os pontos indicados são máximos relativos e mínimos relativos.



do máximo absoluto ou do mínimo absoluto para identificar a solução do problema.

Para os Flemming e Gonçalves (2006), Stewart (2013) e os autores Anton, Bivens e Davis (2014), a resolução dos problemas de otimização pode ser resolvida com um passo a passo da aplicação da teoria de máximos e mínimos. As situações problemáticas, as funções construídas e as técnicas de derivação podem ser diferentes, porém, o passo a passo apresentado neste capítulo será sempre o mesmo a ser seguido para se chegar à solução.

[Voltar ao sumário.](#)

CAPÍTULO 4

ETAPAS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Objetivo: O presente capítulo tem por objetivo apresentar o delineamento das definições iniciais de modo a compreender o cenário em que a Sequência Didática será aplicada. Também, apresentar reflexões a respeito dos momentos e das etapas da Aprendizagem Baseada em Problemas de modo a construir uma Sequência Didática.



A construção da Sequência Didática (SD) foi mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), ou seja, as etapas da ABP estão distribuídas ao longo do planejamento das aulas. Neste sentido, o presente capítulo tem por objetivo apresentar uma visão geral do conjunto de aulas, visto no quadro 1, que formam a SD aplicada

Quadro 01: Definições Iniciais para a Sequência Didática.

Definições iniciais para a construção da Sequência Didática	
Nível de Ensino	Educação Superior.
Cursos Atendidos	Bacharelado em Ciências da Computação e áreas afins.
Disciplina	Cálculo Diferencial e Integral I (Cálculo Diferencial).
Conteúdo Curricular	Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos.
Requisitos	Estar matriculado/cursando na/a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I ou já ter cursado a disciplina e não ter obtido a aprovação.
Período	Três (3) semanas.
Números de Encontros	Nove (9) encontros.
Número de Aulas	Dezoito (18) aulas.
Carga Horária por Aula	Cinquenta (50) minutos.
Objetivos	Conhecer e Aplicar a Teoria de Máximos e Mínimos.
Competências Relacionadas a Aprendizagem Baseada em Problemas	<ul style="list-style-type: none"> - Desenvolver a autonomia na busca por novos conhecimentos. - Praticar o trabalho colaborativo (trabalhar em equipes/grupos). - Desenvolver a empatia na tomada de decisões de forma colaborativa. - Desenvolver o engajamento na busca por novos conhecimentos. - Desenvolver, Exercitar e Aperfeiçoar a capacidade de argumentação, comunicação, o pensamento analítico, crítico, reflexivo, a investigação, a formulação de hipóteses e a resolução de problemas.
Competências Relacionadas a Teoria de Máximos e Mínimos	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretar problemas e representá-los utilizando a linguagem matemática formal. - Resolver problemas utilizando a linguagem matemática formal.

	<ul style="list-style-type: none"> - Aplicar os conceitos de derivadas em funções de uma variável real. - Identificar os pontos de máximos e mínimos em funções de uma variável. - Refletir a respeito do processo de resolução para identificar se a resposta é válida para o problema apresentado.
Recursos Necessários	<ul style="list-style-type: none"> - Um computador para o Professor com acesso à internet. - Um projetor multimídia. - Um computador (ou o uso dos celulares) para cada grupo com acesso à internet. - Um ambiente que possibilite as atividades em grupo (que seja possível mover/juntar mesas e cadeiras). - Materiais para anotações (lápiz, caneta, papel, entre outros). - Livros de Cálculo Diferencial e Integral I para pesquisa/consulta. - Lousa/Quadro com canetões/giz.
Possíveis Limitações	<ul style="list-style-type: none"> - Instabilidades no acesso à Internet. - A falta de um computador (ou de celulares) para cada grupo.
Planejamento	<p>Construir de forma organizada a sequência didática de modo que cada encontro possua um plano de aula apontando quais as etapas da Aprendizagem Baseada em Problemas serão aplicadas, o tempo de duração do encontro, os materiais necessários e de que forma se pretende direcionar/organizar as dinâmicas a serem desenvolvidas.</p>

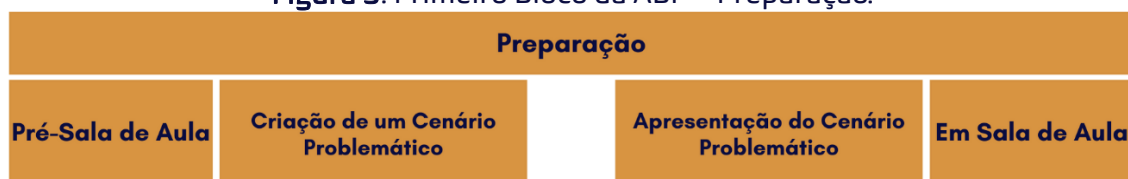
Fonte: Autor, 2024.

Ao estabelecer as definições iniciais a fim de ter uma visão geral da proposta de construção da SD, buscou-se compreender a estrutura e organização da aplicação da ABP. A estrutura da ABP se divide em quatro blocos, sendo eles: i) **Preparação: Criação e Apresentação da situação problemática**; ii) **1º Momento: Ações Iniciais em Sala de Aula**; iii) **2º Momento: Tarefas, Novos Conhecimentos e Soluções** e; iv) **3º Momento: Apresentações, Avaliações e Fechamento**.

A **Preparação: Criação e Apresentação da situação problemática**, conforme a figura 3, é constituída de duas etapas.



Figura 3: Primeiro Bloco da ABP – Preparação.

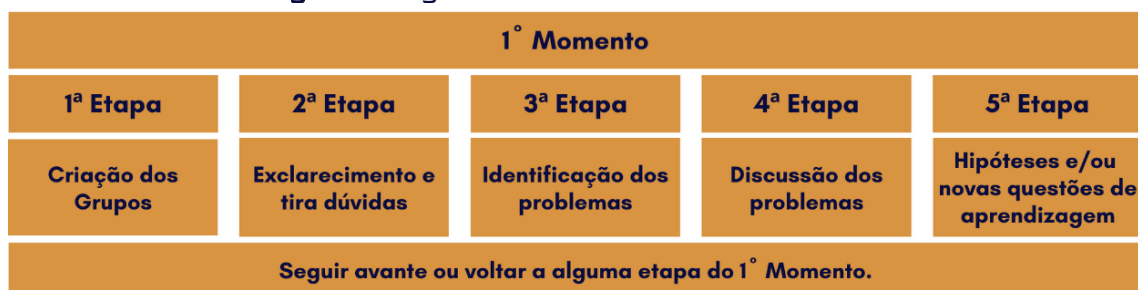


Fonte: Adaptado de Ribeiro (2005); Souza (2010); Souza e Dourado (2015); Silva e Chiaro (2018) e Lopes *et al.* (2019).

A etapa **Pré-Sala de Aula** diz respeito a criação de uma situação problemática a qual o professor precisa identificar um problema (modelar um problema ou utilizar um problema já modelado) e dele criar uma situação problemática dentro dos objetivos que se deseja alcançar com seus estudantes. Neste produto educacional, a situação problemática visa trabalhar com problemas já modelados usando como referências para a escolha desses problemas os livros apontados na referência bibliográfica da disciplina de Cálculo Diferencial referenciada pela Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC). Já a etapa **Em Sala de Aula** consiste na apresentação desta situação problemática para os estudantes.

No **1º Momento: Ações Iniciais em Sala de Aula**, conforme a figura 4, é dividido em cinco etapas distintas, destinadas aos encaminhamentos iniciais no desenvolvimento da ABP.

Figura 4: Segundo Bloco da ABP – 1º Momento.



Fonte: Adaptado de Ribeiro (2005); Souza (2010); Souza e Dourado (2015); Silva e Chiaro (2018) e Lopes *et al.* (2019).

A primeira etapa compreende a criação dos grupos de trabalho. Posteriormente, quando os grupos já estiverem reunidos, a segunda etapa é destinada para uma leitura individual e após em grupo, com o objetivo de solicitar esclarecimentos ao professor e tirar dúvidas que possam ter surgido. A terceira etapa é destinada a um processo de interpretação com mais rigor matemático da situação problemática, com o objetivo de identificar quais são os reais problemas que se deseja buscar solução.

A quarta etapa focaliza uma discussão em grupo para identificar conhecimentos prévios matemáticos (ou seja, domínio de conteúdos matemáticos já vistos) e se eles são úteis ou satisfatórios (se podem ser utilizados) para uma hipótese de solução inicial para o problema em tela. A quinta e última etapa é destinada a apresentação da proposta de solução para o professor ou o apontamento da necessidade de se obter novos conhecimentos para uma proposta de solução. É, ainda, na última etapa que o professor, ao refletir com os estudantes, identifica se o grupo pode seguir avante ou precisa de novas reflexões visto que as considerações da equipe nesta etapa não os permitiram prosseguir de forma assertiva. Por fim, o professor indica ao grupo em qual etapa devem voltar.

No **2º Momento: Tarefas, Novos Conhecimentos e Soluções**, conforme a figura 5, as atividades são desenvolvidas tendo a construção da aprendizagem pelos próprios estudantes.

Figura 5: Terceiro Bloco da ABP – 2º Momento.

2º Momento				
1ª Etapa	2ª Etapa	3ª Etapa	4ª Etapa	5ª Etapa
Distribuição de Tarefas	Estudo autodirigido	Compartilhamento de informações e discussão	Aplicação de conhecimentos	Proposta de Soluções
Seguir avante ou voltar a alguma etapa do 1º Momento ou do 2º Momento.				

Fonte: Adaptado de Ribeiro (2005); Souza (2010); Souza e Dourado (2015); Silva e Chiaro (2018) e Lopes *et al.* (2019).

A primeira etapa diz respeito à divisão de tarefas no grupo. Diante dos problemas identificados para se buscar a solução, o grupo deve dividir tarefas para cada integrante. A segunda etapa é destinada a execução da tarefa que foi atribuída a cada estudante. Ao término das tarefas, na terceira etapa, cada integrante deve compartilhar os resultados de sua tarefa com o grupo para que novos conhecimentos e saberes sejam construídos de forma colaborativa.

A quarta etapa é destinada a utilização dos novos conhecimentos e saberes construídos. O grupo deve sugerir novas proposições de soluções para o problema em questão e identificar se os conhecimentos e saberes são suficientes para se chegar à solução. Chegando a uma nova proposição de solução, a quinta etapa é momento de apresentar essa possível solução ao professor. Caso o professor identifique que a proposta de solução é insatisfatória ao problema identificado, deve guiar os estudantes a voltarem a uma das etapas anteriores, sendo etapas do 2º Momento, ou ainda, etapas do 1º Momento.

O 3º Momento: Apresentações, Avaliações e Fechamento, conforme a figura 6, é tido como o período de avaliação da solução, sua apresentação e sua validação, bem como o momento de avaliação da aprendizagem dos estudantes.

Figura 6: Quarto Bloco da ABP – 3º Momento.

3º Momento				
1ª Etapa	2ª Etapa	3ª Etapa	4ª Etapa	5ª Etapa
Criação de síntese e apresentação	Compartilhamento da solução com a Sala	Autoavaliação e Avaliação em Pares	Discussão e avaliação do Professor	Fechamento
Depois da 4ª Etapa, pode-se voltar a Preparação para a realização de uma nova sequência ou ir para a 5ª Etapa.				

Fonte: Adaptado de Ribeiro (2005); Souza (2010); Souza e Dourado (2015); Silva e Chiaro (2018) e Lopes *et al.* (2019).

A primeira etapa diz respeito à criação de uma síntese pelos alunos que deve ser entregue ao professor e a elabora uma apresentação do percurso e dos resultados alcançados de forma verbal para todos os estudantes da sala de aula. A segunda etapa diz respeito a um momento de compartilhamento, onde, cada grupo em forma de uma apresentação verbal, irão mostrar aos demais estudantes quais percursos trilharam e quais os resultados que foram alcançados.

A terceira etapa é destinada a um momento de autoavaliação e avaliação por pares. Nela, os estudantes podem se autoavaliar mediante suas ações durante o desenvolvimento das atividades que foram realizadas. Na avaliação por pares, cada estudante pode avaliar seus colegas (integrantes do grupo em que participou) mediante as ações que cada um realizou. Em ambas as avaliações, os estudantes irão avaliar e refletir a respeito do engajamento no processo de aprendizagem durante todo o percurso trilhado.

A quarta etapa é um momento de discussão entre todos os estudantes e o professor. Orienta-se ao professor refletir a respeito dos percursos de cada grupo, bem como a respeito das soluções que foram apresentadas. Neste momento, o professor também realizará a sua avaliação de forma reflexiva e oral em relação aos grupos e a cada estudante. Posteriormente, pode dar continuidade ao currículo da disciplina ou se aplicar novamente a SD mediada na ABP com uma nova situação problemática.

Caso deseje continuar o currículo da disciplina, a quinta etapa é destinada a uma aula dialogada na qual o professor deve apresentar os conceitos e teorias referentes a Aplicação da Teoria de Máximos e

Mínimos em uma linguagem e rigor matemático, após apresentar exemplos de aplicações e por fim, seguir para o próximo conteúdo da disciplina, conforme figura 7.

Figura 7: Continuidade ao Currículo.

Dar continuidade ao currículo da disciplina.

Fonte: Adaptado de Ribeiro (2005); Souza (2010); Souza e Dourado (2015); Silva e Chiaro (2018) e Lopes *et al.* (2019).

Ao compreender a dinâmica em que a ABP ocorre e o período temporal de desenvolvimento da proposta, foi possível dividir a SD em cinco blocos, conforme mostra o quadro 2. São descritos a seguir: a) **Pré-Sala de Aula**; b) **Sala de Aula – Primeira Parte**; c) **Atividades Remotas**; d) **Sala de Aula – Segunda Parte**; e e) **Pós-Sala de Aula**. Apresenta-se a seguir, o planejamento da SD para uma turma regular do curso de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas (TADS) de uma Instituição de Educação Superior que tem a Disciplina de Cálculo Diferencial como componente curricular.

Quadro 2: Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas.

Blocos	Encontros	Descrição	Tempo
Pré-Sala de Aula	-	- Preparação – Pré-Sala de Aula: Criação de uma situação problemática.	-
Sala de Aula – Primeira Parte	1º	<ul style="list-style-type: none"> - Explicação sobre a proposta da Sequência Didática. - Explicação sobre a estrutura e atividades da Aprendizagem Baseada em Problemas. - Explicação sobre a proposta de avaliação usada para a Sequência Didática: a avaliação formativa. - Explicação sobre o Diário de Bordo. - Explicação sobre a atividade que deve ser entregue no final da Sequência Didática (síntese). - Explicação sobre a apresentação oral dos resultados obtidos no penúltimo/último encontro da Sequência Didática. - Preparação – Em Sala de Aula: Apresentação da situação problemática. - 1º Momento – 1ª Etapa: Criação dos Grupos. Estabelecer grupos de cinco estudantes cada. - Escolha de um Coordenador por Grupo. A escolha deve ser realizada pelo próprio grupo, sem interferência do professor. 	Duas aulas: 1h40min

		<ul style="list-style-type: none"> - Envio do link do Diário de Bordo (Mural do Padlet) para cada Coordenador. - Explicação da dinâmica de uso do Mural do Padlet. 	
	2º	<ul style="list-style-type: none"> - Reapresentação da situação problemática. - 1º Momento – 2ª Etapa: Esclarecimento e tira dúvidas a respeito da temática da situação problemática ou de conteúdos que os estudantes levantarem. - 1º Momento – 3ª Etapa: Identificação dos Problemas a serem resolvidos para se buscar possíveis soluções para a situação problemática. - 1º Momento – 4ª Etapa: Discussão dos Problemas em grupo. 	<p>Duas aulas: 1h40mim</p>
	3º	<ul style="list-style-type: none"> - 1º Momento – 5ª Etapa: Hipóteses e/ou novas questões de aprendizagem. Os estudantes em posse de conhecimentos prévios devem propor hipóteses para os problemas levantados ou identificarem a necessidade de novas questões de aprendizagem para se utilizar na busca pela solução. - 2º Momento – 1ª Etapa: Distribuição de Tarefas. - Explicação das ações que devem ser realizadas no Diário de Bordo. 	<p>Duas aulas: 1h40mim</p>
Atividades Remotas	4º	<ul style="list-style-type: none"> - Os grupos devem se reunir para o desenvolvimento das atividades. - 2º Momento – 2ª Etapa: Estudo Autodirigido. Cada integrante do grupo deve realizar a tarefa que lhe foi designada. 	<p>Duas aulas: 1h40mim</p>
	5º	<ul style="list-style-type: none"> - 2º Momento – 3ª Etapa: Compartilhamento de Informações e Discussão. 	<p>Duas aulas: 1h40mim</p>
	6º	<ul style="list-style-type: none"> - 2º Momento – 4ª Etapa: Aplicação do Conhecimento para a proposta final da solução dos problemas levantados e da situação problemática. 	<p>Duas aulas: 1h40mim</p>
Sala de Aula – Segunda Parte	7º	<ul style="list-style-type: none"> - 2º Momento – 5ª Etapa: Proposta de Solução. Os grupos devem apresentar a proposta de solução para o professor. - 3º Momento – 1ª Etapa: Criação de Síntese e Apresentação. Os grupos devem preparar a síntese para entrega 	<p>Duas aulas: 1h40mim</p>


		para o professor e a apresentação dos resultados para toda a sala de aula.	
	8º	<ul style="list-style-type: none"> - 3º Momento – 2ª Etapa: Compartilhamento da Solução com a Sala de Aula. - 3º Momento – 3ª Etapa: Autoavaliação e Avaliação por Pares. - 3º Momento – 4ª Etapa: Discussão e Avaliação do Professor. A Avaliação do professor deve ser realizada de forma oral destacando pontos da apresentação. 	Duas aulas: 1h40min
	9º	<ul style="list-style-type: none"> - 3º Momento – 2ª Etapa: Compartilhamento da Solução com a Sala de Aula. - 3º Momento – 4ª Etapa: Discussão e Avaliação do Professor. A Avaliação do professor deve ser realizada de forma oral destacando pontos da apresentação. - 3º Momento – 5ª Etapa: Fechamento. O fechamento deve ser finalizado com a apresentação de outros problemas que exigem a Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos para se obter propostas de soluções. - Aplicação do Instrumento de coleta de dados – Questionário de Satisfação. 	Duas aulas: 1h40min
Pós Sala de Aula	-	- 3º Momento – 4ª Etapa: Avaliação do Professor. A avaliação do professor deve ser em relação aos critérios já estabelecidos mediante a avaliação formativa, criando assim um conceito/nota por estudantes.	-

Fonte: Autor, 2024.

É possível observar que as etapas da ABP estão distribuídas na SD de modo a atender a proposta oferecida para uma turma regular da educação superior que possui o Cálculo Diferencial como componente curricular. Alguns itens se repetem, visto que se dividiu a realização das atividades em dois encontros para não se tornar cansativo aos estudantes e ter um tempo maior para discussões, diálogos e reflexões.

Compreende-se que, na Sequência Didática, é preciso conhecer o ponto de partida, o trajeto a ser percorrido e onde se deseja chegar. O quadro 2 apresenta uma sequência de ações que precisa ser realizada pelo professor intercaladas com ações que os estudantes precisam desenvolver. Estas ações sendo realizadas de forma linear, a atender o





cronograma estipulado pelo professor, podem gerar resultados satisfatórios no processo de ensino-aprendizagem.

A apresentação sistematizada da Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas apresentada no quadro 2 é para uma turma regular, da disciplina de Cálculo Diferencial. Porém, ao utilizar a Sequência Didática, o professor pode realizar adaptações mediante as necessidades dos estudantes, suas necessidades e as necessidades da instituição.

De modo a compreendermos de forma detalhada a Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas, o capítulo a seguir apresenta cada encontro de forma separada com o intuito de trazer uma riqueza maior de detalhes e oferecer uma compressão mais profunda ao professor de todos os encontros propostos.

CAPÍTULO 5

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA MEDIADA PELA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS PARA A APLICAÇÃO DA TEORIA DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

Objetivo: O presente capítulo tem por objetivo apresentar a Sequência Didática detalhando os blocos pré-sala de aula, pós-sala de aula e todos os encontros presenciais que correspondem aos Blocos Sala de Aula – Primeiro Momento e Sala de Aula – Segundo Momento e o bloco de Atividades Remotas, como também apontar em quais momentos os estudantes necessitam alcançar resultados do passo a passo (apontado no capítulo 3) durante a Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos.



Pré-sala de aula

Objetivos

- 1) Escolher/Adaptar/Formular um problema.
- 2) Criar uma situação problemática utilizando o problema que escolheu/adaptou/formulou.
- 3) Estabelecer um período para aplicação da Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas.
- 4) Organizar a Sequência Didática de modo que os momentos e etapas da Aprendizagem Baseada em Problemas estejam distribuídas no período temporal definido para aplicação.
- 5) Criar murais no *Padlet*, um mural para cada grupo.
- 6) Definir as formas com que os estudantes irão registrar suas ações, decisões e soluções dos problemas identificados.
- 7) Definir as formas com que os estudantes irão apresentar (entregar) ao professor as soluções dos problemas identificados.
- 8) Definir o processo de avaliação que irá utilizar.
- 9) Definir quais métricas/critérios/itens serão usados para avaliação.

Ao olhar para a proposta de aplicação da Aprendizagem Baseada em Problemas, o momento Pré-Sala de aula diz respeito à criação de uma situação problemática. Mas, ao se pensar em uma Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas é preciso refletir e realizar outras ações e tomar diversas decisões. Logo, este bloco da SD diz respeito a organização e preparação das aulas que serão ministradas pelo docente na disciplina de Cálculo Diferencial. Para este momento, o docente precisa estar atendo a algumas ações, entre elas:

1) Criação/Adaptação de uma situação problemática:

Este momento diz respeito à criação/adaptação de uma situação problemática. O docente pode identificar (escolher) ou formular um problema e dele criar uma situação problemática dentro dos objetivos que se deseja alcançar com seus estudantes.

O docente pode escolher problemas ligados à área de formação dos estudantes que atende, questão essa que pode aumentar o engajamento dos estudantes por estarem trabalhando na busca de solução de situações problemáticas que podem encontrar em sua atuação profissional. Esses problemas podem ser encontrados em livros tidos como referências para a disciplina de Cálculo Diferencial, entre eles: Cálculo (ANTON; BIVENS; DAVIS, 2014); Cálculo A (FLEMMING; GONÇALVES, 2006); Um Curso de Cálculo (GUIDORIZZI, 2015) e Cálculo (STEWART, 2013). É possível também realizar essa coleta nos livros que sua Instituição de Educação Superior apresente como referência no currículo da disciplina.

É importante que o docente se prepare para as duas ações: uma em que os estudantes identifiquem os problemas nas situações problemáticas sozinhos; outra em que os estudantes não identifiquem o problema na situação problemática e precisem do auxílio do docente.

Nos livros didáticos de cálculo diferencial identifica-se diversos problemas apresentados na aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos. Estes possuem uma contextualização e em seguida uma pergunta que estabelece o problema e dá direção ao estudante do que deve ser feito. A criação da situação problemática faz com que o estudante vá atrás da resposta que deseja para a pergunta e não apenas receber a solução pronta. Os problemas adaptados que foram usados para a aplicação piloto da Sequência Didática estão apresentados na seção “Sala de Aula – Primeira Parte – 1º Encontro” do presente capítulo.

2) Definição/Organização do período de aplicação da Sequência Didática:

No quadro 2, apresentado no capítulo 4, é oferecida uma proposta de Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas que compreende três semanas de desenvolvimento. Levou-se em consideração, para a criação dessa proposta, o cronograma da disciplina de Cálculo Diferencial que é oferecida para os cursos de graduação na Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), local em que o protótipo da Sequência foi aplicado.

Ao escolher a adoção dessa Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas, o docente pode adaptar o período de sua aplicação conforme seu cronograma e/ou o cronograma da disciplina. No quadro 2 (apresentado no capítulo 4), tem-se uma visão detalhada das atividades que precisam ser realizadas e cabe ao docente, conhecendo sua turma e seu cronograma, decidir se irá adaptar a Sequência Didática para um número menor de encontros ou para mais encontros. Mesmo tendo definido o cronograma, é necessário estar preparado para mudanças/novas adaptações no cronograma durante o desenvolvimento da Sequência Didática devidos a situações – internas ou externas – a sala de aula: ocasiões que podem causar a suspensão de aulas em dias letivos; a necessidade da realização de atividades pontuais com os estudantes relacionadas a disciplina de Cálculo Diferencial ou a outras disciplinas; atividades ofertadas/disponibilizadas pela Instituição de Ensino.



3) Definir a utilização de ferramentas para auxiliar no processo de busca de solução dos problemas identificados.

Por viver em um mundo tecnológico, é importante incentivar os estudantes a utilizarem ferramentas digitais. Para a presente Sequência Didática apresenta-se ferramentas tecnológicas digitais, sendo elas:

- *Padlet*²: para o registro das ações/atividades/decisões dos estudantes – individuais e colaborativas, registro do passo a passo em busca da solução do problema identificado.

- *Desmos*³: para o registro das soluções no formato de gráficos, para a verificação das soluções dos problemas identificados.

Ambas as ferramentas são de acesso gratuito e podem ser acessadas de forma *online* ou por aplicativo disponível para download em smartphones. O *Padlet* necessita de cadastro de usuário que pode ser realizado de forma gratuita. O *Desmos* pode ser utilizado sem realização de cadastro, mas também permite a criação de cadastro pelos usuários.

Cabe destacar que o professor precisa definir e identificar ferramentas que podem ser usadas com a finalidade de favorecer seu processo de ensino e de avaliação e, ao mesmo tempo, auxiliar os estudantes no processo de aprendizagem. Pode utilizar ferramentas que já conhece/utiliza em sua prática ou identificar novas ou utilizar as que se sugere. Também é preciso identificar a realidade de sua prática docente, de sua instituição e de seus estudantes para saber se é possível ter acesso às ferramentas escolhidas ou se é necessário utilizar outras ferramentas que melhor atenda às necessidades/realidades supracitadas.

4) Definir de que forma os estudantes irão registrar os processos/passos a passo das suas atividades:

A Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas foi construída de modo a ser uma atividade dinâmica e diferenciada. Teve por objetivo fugir de muitas realidades em que o docente utiliza a lousa para apresentação dos conceitos teóricos, desenvolvimento de aplicação e

² Disponível em: <https://pt-br.padlet.com/>

³ Disponível em: <https://www.desmos.com/>

exercícios que o estudante copia em seu caderno. Porém, é preciso escolher de que forma os estudantes irão registrar suas ações, atividades, escolhas, propostas de solução, entre outros.

Para o docente, os registros dos estudantes podem ser considerados como dados a serem analisados. A análise pode ser referente à prática docente, de modo a identificar se os estudantes entenderam e/ou atenderam as propostas estabelecidas pelo educador. Esse resultado pode instigar o professor a reflexões e a realizar mudanças em sua prática docente.

A análise também pode ser referente aos processos, ou seja, passo a passo do desenvolvimento das atividades que podem identificar se é preciso realizar adaptações na Sequência Didática para próximas aplicações. Outrossim, os registros podem servir para analisar/investigar o engajamento que os estudantes apresentam no desenvolvimento da Sequência Didática com a finalidade de identificar se esse engajamento auxiliou ou não na aprendizagem do conteúdo.

Uma sugestão é a utilização do *Padlet*, uma ferramenta *online*, disponível para cadastro totalmente gratuito, com possibilidade de criação de murais interativos e cooperativos. Ao criar-se um mural de trabalho no *padlet*, há a possibilidade de trabalhar nele de forma individual ou em grupo. Para se trabalhar em grupo basta compartilhar um link de acesso e todos podem realizar registros, publicações, armazenamento e compartilhamento de conteúdo e multimídias.

O *Padlet* pode ser acessado de forma *online* ou por aplicativo disponível para *download* gratuito. Para que os registros fiquem no poder do docente, de forma que não se percam pós-Sequência Didática, o docente pode criar um mural no *Padlet* para cada grupo em seu perfil, criar um link de acesso para cada mural e enviar para cada grupo seu respectivo *link* de acesso.

Outra característica positiva do *Padlet* é que o mural pode ser salvo/impresso no formato pdf e cada caixa de texto criada no mural é expandida para que o arquivo de pdf apresente os textos/anotações por completo. O mural do *Padlet* pode ser utilizado como Diário de Bordo de cada grupo com a finalidade de apresentar o percurso trilhado e/ou investigar o engajamento dos estudantes durante o desenvolvimento das Sequência Didática e/ou um item que pode compor a avaliação do percurso, e/ou do processo e/ou da aprendizagem.





5) Definir de que forma os estudantes irão apresentar os resultados das resoluções dos problemas:

O docente precisa definir de que forma os estudantes irão apresentar os resultados das soluções dos problemas identificados em cada situação problemática. A Aprendizagem Baseada em Problemas já sugere a criação de uma síntese e uma apresentação, mas o docente pode realizar mudanças na forma de apresentação dos resultados. Elas podem ser pensadas e realizadas com a intenção de atender aos objetivos propostos pelo docente no conteúdo em questão.

Outra questão é que, ao adotar a síntese e a apresentação ou escolher outra forma para a socialização dos resultados, é preciso estabelecer quais serão os itens/elementos necessários para compor essas apresentações. Para a presente proposta, sugere-se adotar o que já é sugerido pela Aprendizagem Baseada em Problemas: a Síntese e a Apresentação. Estes itens serão detalhados quando for apresentado o sétimo encontro, na primeira etapa do 3º momento.

6) Definir a avaliação:

O docente pode identificar e definir o que será avaliado e qual formato de avaliação irá utilizar. Essa definição pode ser realizada mediante a realidade de cada docente, de cada turma, de cada região, instituição, entre outros. É necessário estabelecer o que se quer avaliar/saber no momento da aplicação da Sequência Didática.

Para a SD mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas aqui apresentada, pode-se sugerir como itens para avaliar:

a) o percurso trilhado pelos estudantes em uma proposta de avaliação formativa utilizando o mural do *Padlet* (diário de bordo), a síntese de cada grupo, a apresentação oral de cada grupo, a autoavaliação transformada em uma nota numérica, a avaliação por pares transformada em uma nota numérica;

b) o engajamento dos estudantes - questionário de autoavaliação, questionário de avaliação por pares, mural do padlet (diário de bordo) e reflexões do professor;

Cada item supracitado é detalhado no encontro que pode/deve ser realizado. Na aplicação da Sequência Didática,

cabe ao docente adaptar/formular/estabelecer o que e de que forma irá avaliar.

Recursos	<ul style="list-style-type: none">- Livros de Cálculo Diferencial.- Livros de áreas que se deseja usar para formular problemas.- Bloco de Anotações.- Canetas/Lápis.- Acesso à internet.- Acesso a Smartfone.- Acesso a Computador.- Acesso ao Padlet (Online ou Instalado no Smartfone).- Acesso ao Desmos (Online ou Instalado no Smartfone).
Avaliação	<ul style="list-style-type: none">- Ter escolhido/adaptado/formulado a situação problemática.- Ter construído a Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas estabelecendo seu período de aplicação.- Ter estabelecido o formato em que os estudantes irão registrar suas ações, decisões e soluções dos problemas identificados.- Ter estabelecido o formato em que os estudantes irão apresentar (entregar) ao professor as soluções dos problemas identificados.- Ter estabelecido o processo avaliativo para ser realizado durante o desenvolvimento da Sequência Didática.- Ter estabelecido as métricas/critérios/itens serão usados para avaliação.



Sala de aula – Primeira Parte – 1º Encontro

Objetivos

- Apresentar a proposta da Sequência Didática.
- Criar quatro grupos com cinco integrantes cada um.
- Realizar a escolha dos coordenadores de cada grupo.
- Apresentar o *Padlet* aos estudantes.
- Enviar os links dos murais do *Padlet* para cada grupo.
- Apresentar a situação problemática aos estudantes.

Com base na Sequência Didática proposta, o 1º Encontro pode ser dividido em três partes, sendo elas: 1) Apresentação da Dinâmica/Sequência Didática que será aplicada; 2) Criação Grupos; e 3) Apresentação das Situações Problemáticas. A seguir, apresenta-se as ações a serem realizadas em cada etapa.

1) Apresentação da Dinâmica/Sequência Didática que será aplicada

Para o 1º Encontro, o professor é incentivado a esclarecer aos alunos que as próximas ações serão realizadas com base na utilização de uma Metodologia Ativa, mais precisamente a Aprendizagem Baseada em Problemas. Com base na proposta da Sequência Didática mediada pela Aprendizagem Baseada em Problemas, sugere-se os direcionamentos a seguir:

1.1) Apresentação da Proposta

O presente Produto Educacional é direcionado aos professores de Cálculo Diferencial ou para professores/profissionais/estudantes que atuam e trabalham com a disciplina. Diante desse direcionamento, a replicabilidade do Produto Educacional pode acontecer como parte integrante do planejamento do professor na disciplina, como uma atividade extracurricular, um curso de extensão, entre outros. Em todas essas ações, sugere-se apresentar à proposta pretendida.

O professor pode reaplicar o Produto Educacional em sala de aula como parte integrante de seu planejamento e é incentivado a apresentar a estrutura da Aprendizagem Baseada em Problemas com o objetivo de os estudantes compreenderem as ações/atividades que serão realizadas durante toda a dinâmica.

1.2) Apresentação da Proposta de Avaliação Formativa

A aplicação piloto do Produto Educacional utilizou a avaliação formativa em relação ao processo de aprendizagem

dos estudantes. A avaliação foi distribuída em: i) reflexões entre os estudantes e entre os estudantes e o professor; ii) construção do diário de bordo; iii) apresentação de uma síntese referente ao percurso trilhado e a solução da situação-problema; iv) apresentação oral pelos grupos do percurso trilhado e da solução da situação-problema.

Ao reaplicar o Produto Educacional, o professor pode adaptar a avaliação da aprendizagem dos estudantes a sua realidade, relacionada ao seu planejamento, a realidade da instituição, a realidade dos estudantes, entre outros.

i) reflexões entre os estudantes e entre os estudantes e o professor.

Durante o desenvolvimento das ações/atividades da Aprendizagem Baseada em Problemas, o aluno assume um papel ativo, de protagonista, no seu processo de aprendizagem e o professor assume o papel de mediador.


Diante desse novo posicionamento, o docente realiza sua avaliação mediante as observações, diálogos e reflexões com os estudantes com o objetivo de lhes auxiliar com apontamentos e perguntas/questionamentos que os direcionem à busca da solução correta para a situação-problema.

ii) construção do diário de bordo.

Com o intuito de organizar as decisões e ações dos estudantes em seus respectivos grupos para que o professor possa identificar os caminhos/decisões que estão sendo tomados pelos estudantes, a aplicação piloto do Produto Educacional optou por usar o diário de bordo como parte integrante da avaliação formativa. Para tornar o acesso livre e direto ao diário de bordo para todos os estudantes e professor, optou-se por usar o *Padlet* (<https://pt-br.padlet.com/>), que pode ser acessado gratuitamente mediante a realização de um cadastro, podendo ser usado online ou por aplicativo.

No *Padlet*, foram criados murais e cada grupo de estudantes teve acesso a um mural, que foi criado utilizando o designer de coluna, o qual permite criar quantas colunas forem necessárias e dar título a cada coluna. Sugere-se que o professor crie um perfil pessoal, crie os murais e compartilhe os murais com os grupos. Dessa forma, o professor terá acesso a todos os murais para realizar as suas postagens como atividades, direcionamentos e reflexões para o grupo. Nos murais de cada equipe, optou-se por criar uma coluna destinada ao professor, uma coluna para o Coordenador da Equipe e uma coluna para cada estudante.





Durante o desenvolvimento das atividades, o professor pode solicitar que os estudantes realizem registros nas suas respectivas colunas. Na coluna do coordenador, as publicações devem ser mais técnicas, relacionadas à administração do trabalho, do grupo, das atividades entre outros. A coluna do Professor servirá para avisos, indicações de atividades, questões a serem respondidas, dicas, observações a respeito do que já foi produzido entre outros.


Ao término da Sequência Didática, os murais do padlet podem ser salvos como arquivos no formato *pdf*; no arquivo eles são organizados sequencialmente conforme as posições das colunas. Ao salvar os murais no formato de *pdf*, todas as publicações são expandidas, sendo registrado tudo o que foi publicado, comentários etc..

A avaliação dos murais do padlet deve ser realizada com critérios estabelecidos pelo professor, sugerindo-se atribuir uma nota de zero a dez. Os critérios utilizados para a avaliação da aplicação piloto foram: i) as tarefas realizadas pelos estudantes - nas atividades foi solicitado a apresentação dos objetivos, o desenvolvimento da atividade e os resultados; ii) a publicação das tarefas realizadas (dentro do prazo, nota 10, cada dia de atraso sugere-se descontar 0,25 da nota); iii) as respostas as perguntas realizadas pelo professor; e iv) as publicações realizadas pelo Coordenador do grupo referente a organização e atividades realizadas pelo grupo.

A nota dada ao mural do padlet foi também atribuída a cada estudante. Na aplicação piloto do Produto Educacional, deve ser destinado um momento para apresentar aos estudantes o padlet e como realizar postagens nos murais. Sugere-se ao professor realizar essa apresentação ao reaplicar o produto Educacional. Ao reaplicar o Produto Educacional, recomenda-se ao professor estabelecer critérios atendendo à sua realidade, à realidade da instituição e à realidade dos estudantes.

iii) Apresentação de uma Síntese.

A Aprendizagem Baseada em problemas aconselha que os professores solicitem uma síntese/resumo aos alunos do que foi construído pelos grupos durante o desenvolvimento da sequência didática até se chegar à solução da situação-problema. Para a aplicação piloto, foi solicitado a entrega de uma síntese por grupo. A síntese deve ser entregue ao professor em um documento no formato word (segundo a formatação de um documento científico dentro das normas em vigor da ABNT) e pode ser entregue apenas no formato digital por meio do padlet.



Para a aplicação piloto do Produto Educacional, podem ser estabelecidos os critérios de avaliação: i) apresentação do nome do Grupo e nome dos estudantes; ii) apresentação da situação problemática; iii) apresentação dos problemas identificados; iv) apresentação da distribuição das tarefas; v) apresentação dos resultados de cada tarefa; vi) apresentação da aplicação do conhecimento construído para proposta de solução do problema; vii) apresentação do detalhamento de cada passo no processo de resolução do problema; viii) apresentação de quais critérios utilizados para validar a solução; ix) indicação se a resposta satisfaz a situação problemática; e x) apresentação dos pontos positivos e pontos negativos no percurso das atividades.


A avaliação da síntese consiste em aplicar uma nota de zero a dez mediante os critérios supracitados. A nota da síntese pode ser atribuída ao grupo ou, mediante critérios prévios estabelecidos pelo Professor, a cada estudante. Na síntese, recomenda-se apresentar os detalhes, aprofundamentos e detalhamentos de todo o percurso trilhado e das ações para se chegar a solução da situação-problema. Ao reaplicar o Produto Educacional, sugere-se ao professor estabelecer critérios atendendo a sua realidade, a realidade da instituição e a realidade dos estudantes.

iv) Apresentação oral por grupo.

A Aprendizagem Baseada em Problemas aconselha que os grupos realizem uma apresentação do percurso trilhado até se chegar à solução da situação-problema para todos os alunos. Na aplicação piloto do Produto Educacional, a apresentação Oral deve ser realizada com base na síntese entregue ao professor, sugerindo-se usar uma apresentação em *slides*.

Como a apresentação oral deve utilizar como base a síntese, os critérios para avaliação do grupo podem ser: i) apresentação do nome do Grupo e dos estudantes; ii) apresentação da situação problemática; iii) apresentação dos problemas identificados; iv) apresentação da distribuição das tarefas; v) apresentação dos resultados de cada tarefa; vi) apresentação da aplicação do conhecimento construído para proposta de solução do problema; vii) apresentação do detalhamento de cada passo no processo de resolução do problema; viii) apresentação de quais critérios foram utilizados para validar a solução; ix) indicação se a resposta satisfaz a situação problemática; e x) apresentação dos pontos positivos e pontos negativos no percurso das atividades.

A avaliação da apresentação oral consiste em aplicar uma nota de zero a dez mediante os critérios supracitados. A nota da apresentação oral pode ser atribuída ao grupo ou, mediante



critérios prévios estabelecidos pelo professor, a cada estudante. Ao reaplicar o Produto Educacional, sugere-se ao professor estabelecer critérios atendendo a sua realidade, a realidade da instituição e a realidade dos estudantes.

v) Questionário de Autoavaliação.

A Aprendizagem Baseada em Problemas sugere a realização da autoavaliação, momento que permite o estudante refletir sobre si mesmo, analisando seu trajeto durante o desenvolvimento das atividades. Na autoavaliação do estudante serão observados aspectos como: pontualidade, colaborativíssimo, sua organização e realização das tarefas que lhes foram atribuídos entre outros.

Ao responder o questionário de autoavaliação (quadro 4 apresentado na seção “Sala de Aula – Segunda Parte – 8º Encontro” do presente capítulo) o estudante deve, ao analisar suas respostas, atribuir a si uma nota de zero a dez. Ao reaplicar o Produto Educacional, sugere-se ao professor identificar aspectos atendendo a sua realidade, a realidade da instituição e a realidade dos estudantes.

vi) Questionário de Avaliação por Pares.

A Aprendizagem Baseada em Problemas sugere a realização da avaliação por pares, um momento que permite aos estudantes refletirem sobre seus pares, integrantes de seu grupo, analisando as suas ações no percurso trilhado, no desenvolvimento das atividades, na interação para com o grupo entre outros.

Os aspectos utilizados para a avaliação por pares (quadro 4 apresentado na seção “Sala de Aula – Segunda Parte – 8º Encontro” do presente capítulo) são os mesmos da autoavaliação. Ao final da avaliação por pares, o estudante deve, ao analisar suas respostas, atribuir uma nota de zero a dez, para o estudante que está avaliando. Ao reaplicar o Produto Educacional, sugere-se ao professor identificar aspectos atendendo a sua realidade, a realidade da instituição e a realidade dos estudantes.

2) Criação dos Grupos

A Aprendizagem Baseada em Problemas apoia o trabalho colaborativo entre os estudantes. Diante disso, incentiva-se a aplicação e desenvolvimento deste Produto Educacional em grupos. A formação dos grupos pode acontecer de forma

heterogênea ou por afinidades, sendo realizada pelos próprios alunos, atendendo apenas a um critério já estabelecido: em cada grupo devem haver integrantes de ambos os sexos (masculino e feminino). O professor pode estabelecer novos critérios observando a realidade dos estudantes e do processo de aprendizagem.

Após, a formação dos grupos, é necessário criar um ambiente propício para o diálogo entre os integrantes. As carteiras e cadeiras podem ser modificadas conforme o formato escolhido pelos alunos (circunferências, retângulos etc.). Quando o grupo se acomoda, os membros escolhem um coordenador. Cada grupo estabelece seus critérios para a escolha do coordenador. O coordenador será o responsável pelas tomadas de decisões finais, pela distribuição de tarefas, pela supervisão das atividades, pela atualização no Padlet e pelo diálogo mais frequente com o professor, entre outras funções.

Quanto a identidade dos grupos, é possível sugerir os nomes de quatro importantes matemáticos – Descartes, Gauss, Pitágoras e Euclides – para que os coordenadores decidam entre si os nomes para seus respectivos grupos. Essa é uma sugestão do professor, mas os grupos podem escolher outros nomes, desde que sejam estudiosos matemáticos.

É recomendável reservar alguns minutos, em sala de aula, para que os estudantes acessem os seus murais no Padlet, instalem o aplicativo em seus aparelhos celulares e naveguem pela ferramenta para compreender o seu funcionamento. Os estudantes escolhem suas colunas e editam o título, colocando seus respectivos nomes. Na coluna do professor, pode haver uma publicação com a situação-problema para que todos tenham acesso.

Na coluna do coordenador, algumas publicações já devem estar no mural para servir de guia/orientações para a realização de publicações e atividades futuras, além de incluir questões que o coordenador deverá responder a respeito da formação do grupo, escolha do coordenador e reflexões iniciais do grupo.

Ao (re)aplicar o Produto Educacional, sugere-se ao professor adaptar as ações atendendo a sua realidade, a realidade da instituição e a realidade dos estudantes.

3) Apresentação das Situações Problemáticas

No mural do *Padlet*, na coluna do Coordenador do Grupo, o professor pode fazer uma postagem apresentando a situação-



problema para cada grupo. Nesse momento, o professor também pode pedir que cada grupo leia a situação e registre suas dúvidas a respeito dela. O professor pode passar de grupo em grupo para realizar reflexões e dar direcionamentos relacionados a cada situação problemática.

Os problemas utilizados para o desenvolvimento da sequência didática podem ser selecionados dos livros utilizados como referência na disciplina de Cálculo Diferencial da UDESC. O Quadro 3 apresenta os problemas que podem ser selecionados.

Quando 3: Problemas Selecionados.

	Problemas	Áreas
Problema 1	Um contêiner para estocagem retangular com uma tampa aberta deve ter um volume de 10 m^3 . O comprimento de sua base é o dobro da largura. O material para a base custa R\$ 10,00 por metro quadrado. O material para os lados custa R\$ 6,00 por metro quadrado. Encontre o custo dos materiais para o mais barato desses contêineres (Stewart, 2013).	Economia
Problema 2	Uma agência de turismo está organizando um serviço de barcas, de uma ilha situada a 40 km de uma costa quase reta, para uma cidade que dista 100 km. Se a barca tem uma velocidade de 18 km/h e os carros têm uma velocidade média de 50 km/h, onde deverá estar situada a estação das barcas a fim de tornar a viagem a mais rápida possível? (Flemming; Gonçalves, 2006)	Engenharia Civil
Problema 3	Uma lata cilíndrica aberta em cima deve conter 500 cm^3 de líquido. Encontre a altura e o raio que minimizam a quantidade de material necessário para confeccioná-la (Anton; Bivens; Davis, 2014).	Engenharia de Produção
Problema 4	A iluminação de um objeto por uma fonte de luz é diretamente proporcional à potência da fonte e inversamente proporcional ao quadrado da distância da fonte. Se duas fontes de luz, uma três vezes mais forte que a outra, são colocadas a 4 m de distância, onde deve ser colocado o objeto sobre a reta entre as fontes de forma a receber o mínimo de iluminação? (Stewart, 2013).	Engenharia Elétrica

Fonte: Autor, 2024.

A Aprendizagem Baseada em Problemas tem por base apresentar uma situação problemática aos estudantes. Logo, realizamos adaptações nos problemas supracitados para que, ao recebe-los, os estudantes possam refletir sobre a situação problemática apresentada e identificar possíveis problemas a serem resolvidos. A seguir, são apresentadas as adaptações dos problemas selecionados:


Situação Problemática 1 - Adaptado de Stewart (2013):

Atualmente, observamos que, o transporte de alguns produtos tem aumentado quer sejam por via terrestre, aérea ou marítima. Porém, as transportadoras têm buscado identificar novas formas de realizar esses transportes bem como utilizar contêineres de baixo custo. Para isso, constroem contêineres com materiais modernos com o objetivo de atender as novas demandas do mercado e formatos/formas dos novos produtos. Ao receber um novo pedido de transporte de produtos de uma empresa multinacional, a Transportadora MS buscou construir um novo contêiner de estocagem atendendo as dimensões dos novos produtos. Ao analisar os produtos, observou-se a necessidade de o contêiner ter o formato retangular e um volume de 10m^3 , além de que, ao analisar a base do contêiner, viu-se a necessidade de que seu comprimento fosse o dobro de sua largura. Diante das exigências, a Transportadora MS solicitou orçamentos de empresas que fabricam contêineres. Os orçamentos recebidos foram: a) Empresa 1 – R\$ 15,00 o material da base por metro quadrado e R\$ 4,00 o material dos lados por metro quadrado; b) Empresa 2 – R\$ 10,00 o material da base por metro quadrado e R\$ 6,00 o material dos lados por metro quadrado; e c) Empresa 3 – R\$ 12,00 o material da base por metro quadrado e R\$ 5,00 o material dos lados por metro quadrado. Qual das empresas deve ser contrata para a fabricação dos contêineres?

Situação Problemática 2 - Adaptado de Flemming e Gonçalves (2006):

O Governo de Guatemala está preparando uma grande obra na Praia Punta de Palma, com objetivo de atender algumas exigências de turistas e moradores, bem como sanar problemas levantados em pesquisa realizada. Parte das obras são a revitalização asfáltica em uma avenida quase reta, novas calçadas, espaço para ciclistas, novos quiosques e a mudança de local da estação das barcas. A proposta das obras é devido ao grande número de turistas que buscam a cidade, principalmente para visitarem a Ilha de Tilo, que dista 40km da costa da Praia Punta de Palma. Em uma pesquisa realizada com turistas, o destino é escolhido pela sua grande beleza, porém muitas foram as reclamações a respeito do grande tempo (demora) da viagem do aeroporto que dista 100km da Praia até a Ilha de Tilo, visto isso, a necessidade de





mudança do local da estação das bascas. Em uma pesquisa com os donos das barcas a velocidade máxima que podem alcançar é de 18km/h, já na pesquisa com os turistas, foi relatado a possibilidade de andar a 50km/h, sendo essa uma velocidade média. Diante disso o Governo da Guatemala busca empresas que realizem as obras, principalmente a construção da nova estação das barcas. Convidamos sua empresa a apresentar uma proposta de construção de estação das barcas, estamos ansiosos para receber seu projeto.

Situação Problemática 3 - Adaptado de Anton, Bivens e Davis (2014):

A cada dia que passa, vê-se empresas buscando inovar em seus produtos, embalagens, marketing entre outros. A sensação do momento é a produção de embalagens que ofereçam possibilidades de fácil transporte por seus portadores, utilização de pouco material para construção e embalagens que caibam em pequenas bolsas. Entre esses produtos, os de beleza ganham disparados na produção de novos designers de embalagens e suas medidas. Porém, nem sempre a inovação atende as demandas do mercado. A Avon, empresa de cosméticos está em busca de pequenos empreendedores que possam apresentar propostas e designers de embalagens cilíndricas sem tampa, para o armazenamento de um novo produto que possui característica pastosa. Uma das exigências para o novo designer é, a embalagem deve conter 500cm^3 . Se aventure! Se permita! Faça parte desse desafio!

Situação Problemática 4 - Adaptado de Stewart (2013):

Um dos grandes desafios dos museus, quando se trata de objetos milenares é a iluminação permitida, principalmente quando se trata de fontes de energia elétrica. É preciso realizar estudos para identificar o posicionamento do objetivo, e a distância que os focos de luz terão entre si e entre o objeto. O Museu do Louvre possui uma sala de dimensão quadrada, cuja diagonal possui 4 metros, em uma extremidade da diagonal, a sala possui uma fonte de luz três vezes mais forte que a fonte de luz da outra extremidade da diagonal. Um novo objeto milenar foi identificado, datado de 5000a.c., e após estudos, estabeleceu-se que quanto menor a iluminação

sobre ele melhor para sua conservação. Com os resultados de testes, observou-se que para o objeto não ter danos a iluminação sobre ele deve ser diretamente proporcional à potência da fonte de luz e inversamente proporcional ao quadrado da distância da fonte de luz. O atual trabalho da equipe do museu é posicionar o objeto na posição adequada na sala de dimensão quadrada.

Recursos	<ul style="list-style-type: none">- Lousa/Quadro.- Canetões/Giz.- Bloco de Anotações.- Canetas/Lápis.- Acesso à internet.- Acesso a Smartfone.- Acesso a Computador.- Acesso ao Padlet (Online ou Instalado no Smartfone).- Cadeiras e Carteiras que se movimentem.
Avaliação	<ul style="list-style-type: none">- Apresentar a Sequência Didática.- A criação de quatro grupos.- Cada grupo ter definido um coordenador.- Ter apresentado a ferramenta do Padlet.- Ter tirado todas as dúvidas referentes a ferramenta do Padlet.- Ter enviado os links dos murais do Padlet para cada grupo.- A apresentação das respostas no mural do Padlet realizadas pelo Coordenador.- Apresentar a Situação Problemática.



Sala de aula – Primeira Parte – 2º Encontro

Objetivos

- Esclarecer dúvidas a respeito da situação problemática e termos desconhecidos.
- Compreender a situação problemática.
- Enumerar os problemas a serem solucionados.
- Identificar conhecimentos prévios dos estudantes a respeito da temática da situação problemática.
- Identificar conhecimentos prévios dos estudantes para definição de uma hipótese de solução do(s) problema(s) identificados.

Com base na Sequência Didática proposta, o 2º Encontro pode ser dividido em três partes: 1) Esclarecimento e tira-dúvidas; 2) Identificação do problema a ser solucionado; e 3) Reflexões a respeito do problema. A seguir, apresenta-se as ações a serem realizadas em cada etapa.

1) Esclarecimento e Tira Dúvidas

Após cada grupo receber a situação problemática, incentiva-se que a primeira leitura seja realizada de forma individual por cada estudante, registrando dúvidas, termos desconhecidos e trechos que não compreendeu etc. Após, a leitura da situação problemática pode ser realizada pela equipe de forma colaborativa e cada aluno pode apresentar sua primeira impressão a respeito da situação problemática juntamente com as dúvidas, termos desconhecidos e parte que não compreendeu, para identificar se a equipe pode auxiliar. Neste momento, o professor pode acompanhar as equipes identificando os pontos levantados pelos estudantes e realizar reflexões junto ao grupo. Este momento é destinado, principalmente, a identificar a interpretação textual dos alunos no que diz respeito a situação problemática.

Após realizar pequenas reflexões com cada equipe, o professor pode fazer uso de uma discussão mais ampla com toda a turma, identificando as situações problemáticas. Pode ler as situações problemáticas como forma de apresentar as demais equipes, instigando os estudantes a visualizarem esses problemas em seu cotidiano, em suas áreas de atuação profissional ou em outras áreas.

2) Identificação do problema a ser solucionado

Após as reflexões iniciais, o professor tem o papel de incentivar cada equipe a identificar o real problema a ser solucionado. De equipe em equipe, o professor realizará reflexões com os estudantes para os instigar e apontar o problema real a ser solucionado. É aconselhável que os estudantes façam anotações, seja de forma escrita, seja em desenhos, para iniciar as proposições iniciais em busca da solução.

Deve-se levar em consideração que há diferentes tipos de estudantes em cada equipe, logo, é possível que algumas identifiquem o problema mais rapidamente, enquanto outros podem ter mais dificuldades. O professor, ao passar por cada grupo, pode realizar questionamentos com a finalidade de levantar argumentos, permitindo que os estudantes reflitam até apontarem o real problema a ser resolvido.

3) Reflexões a respeito do problema


Após a identificação dos problemas, os estudantes, em equipe, devem refletir a respeito desse problema com a finalidade de identificar conhecimentos prévios para criar possíveis proposições de solução. No papel de mediador, o professor pode passar de equipe por equipe para identificar as dúvidas e promover discussões entre os estudantes, assim como dialogar com os estudantes, realizar questionamos e, se preciso, levantar apontamentos com a finalidade de instiga-los a buscar conteúdos já aprendidos e identificar se será necessário o seu uso.

Para este momento espera-se que os estudantes identifiquem os problemas a serem resolvidos. Estes problemas devem ser identificados na situação problemática apresentada no 1º Encontro. Para melhor compreensão, apresentar-se-á o processo de solução, seguindo o passo a passo apresentado no capítulo 3.

A seguir, apresenta-se as ações solicitadas no Passo 1, apresentado no capítulo 3, referentes ao conteúdo de Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos. Vamos utilizar a Situação Problemática 3, Adaptado de Anton, Bivens e Davis (2014), como exemplo.

Para se compreender qual problema deve ser resolvido é preciso se ater a duas partes da situação problemática:





Parte 1 - A sensação do momento é a produção de embalagens que ofereçam possibilidades de fácil transporte por seus portadores, utilização de pouco material para construção e embalagens que caibam em pequenas bolsas.

Parte 2 - A Avon, empresa de cosméticos está em busca de pequenos empreendedores que possam apresentar propostas e designers de embalagens cilíndricas sem tampa para o armazenamento de um novo produto que possui característica pastosa.

Na Parte 1, os estudantes precisam compreender a necessidade de criar embalagens pequenas que facilitem o transporte em bolsas. Na Parte 2, devem compreender que essa embalagem deve ser cilíndrica e sem tampa. Diante dessas informações, os alunos devem inferir que, quanto menor é uma embalagem, menor é sua área. Visto que o problema deseja a menor área, a solução seria minimizar a área da embalagem.

Com essa compreensão, os estudantes podem criar uma relação da área de um cilindro sem tampa somando a área da base (A_b) com a área da lateral (A_l) do cilindro. Sendo ela:

i) Área da base - $A_b = \pi r^2$

ii) Área da Lateral: neste caso, a área da lateral pode ser compreendida como a área de um retângulo, cuja altura é a própria altura do cilindro e o comprimento será a circunferência ($C = 2\pi r$) da base - $A_l = C \cdot h \rightarrow A_l = 2\pi r \cdot h$

Com as informações acima, é possível chegar na Área total (A_t) da embalagem, que consiste na área da base somada a área da lateral - $A_t = A_b + A_l \rightarrow A_t = \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$. O problema a ser resolvido diz respeito a identificar a menor área dessa embalagem, ou seja, minimizar a área. Porém, é preciso agora transformar essa relação em uma função e como visto no item i e ii, tem-se duas variáveis, o raio (r) e a altura (h). A função que representa a área do cilindro é estabelecida da seguinte forma:

$$f(r, h) = \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

Para este momento, os conhecimentos prévios necessários para a construção da função que representa o problema a ser solucionado diz respeito a **área e volume de corpos redondos**,

conteúdo apresentado pela Geometria Espacial de posição e métrica.

Recursos	<ul style="list-style-type: none">- Lousa/Quadro.- Canetões/Giz.- Bloco de Anotações.- Canetas/Lápis.- Acesso à internet.- Acesso a Smartfone.- Acesso a Computador.- Acesso ao Padlet (Online ou Instalado no Smartfone).- Cadeiras e Carteiras que se movimentem.
Avaliação	<ul style="list-style-type: none">- Dúvidas sanadas a respeito da situação problemática.- Dúvidas sanadas a respeito de termos desconhecidos.- Compreensão da situação problemática por todos os estudantes.- Levantamento de todos os problemas a serem solucionados.- A apresentação ou não, pelos estudantes, dos conhecimentos prévios a respeito da temática da situação problemática.- A apresentação ou não, pelos estudantes, dos conhecimentos prévios para uma hipótese de solução do(s) problema(s) identificados.



Sala de aula – Primeira Parte – 3º Encontro

Objetivos

- Esclarecer dúvidas a respeito da situação problemática.
- Identificar se os estudantes estabeleceram corretamente o problema que se deseja buscar solução.
- Apresentar as hipóteses de solução para os problemas identificados.
- Apontar a necessidade de novas questões de aprendizagem para se aplicar na busca da solução para os problemas identificados.
- Distribuir tarefas para cada estudante do grupo.

Com base na Sequência Didática proposta, o 3º Encontro pode ser dividido em três partes: 1) Hipóteses e/ou novas questões de aprendizagem; 2) Distribuição de Tarefas; e 3) Explicação das ações que devem ser realizadas no Diário de Bordo. A seguir, apresentamos as ações a serem realizadas em cada etapa.

1) Hipótese e/ou Novas Questões de Aprendizagem

No encontro anterior, os estudantes buscaram conhecimentos prévios que possuíam para propor possíveis soluções. Para este momento, as equipes devem formalizar essas hipóteses em uma linguagem matemática, identificando possíveis relações com os conteúdos matemáticos já apresentados (limites, derivadas e aplicação de derivadas) ou identificando a necessidade de novas questões de aprendizagem (novos conteúdos ou conteúdos já vistos) que possam contribuir na proposição da solução.

O professor deve realizar diálogos com os grupos com objetivo de identificar as proposições de solução. Diante das propostas, o professor deve realizar questionamentos, reflexões e suposições levando os estudantes a um momento de análise crítica definir se a solução é a final, se é o que se pede, se é possível provar que ela é a solução desejada e se é a melhor solução.

Ao observar que, com os conhecimentos prévios, os estudantes não conseguem formalizar hipóteses, o professor pode orientar e apontar aos alunos que há conteúdos/conceitos que serão necessários para a construção de proposições de soluções. O professor pode destacar que esses conteúdos/conceitos são da disciplina de Cálculo Diferencial e estão relacionados ao conhecimento prévio que os estudantes já possuem (conteúdos apresentados no Ensino Médio, aliados com os conteúdos já apresentados em Cálculo Diferencial – limites,

derivadas e técnicas de derivação, pontos críticos, pontos de máximos e mínimos entre outros).

Caso algum grupo apresente uma solução satisfatória que o professor considere correta, ele pode incentivar a busca por uma fundamentação teórica para essa solução, ou seja, formalizem as soluções com teoremas, definições etc. É preciso considerar que este momento será muito particular no que tange às regiões do Brasil, instituições, professores e estudantes. Compreende-se que o professor, que já conhece a sua turma, pode adaptar seu diálogo, suas reflexões, seus direcionamentos para que todos os grupos caminhem para a construção do conteúdo/conceito da Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos.

A seguir, apresenta-se as ações solicitadas no Passo 2, apresentado no capítulo 3, relacionado ao conteúdo de Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos. Vamos continuar a trabalhar com a Situação Problemática 3, Adaptado de Anton, Bivens e Davis (2014), como exemplo.

Para o Passo 2, inicia com a função que representa o problema que se busca a solução, sendo ela

$$f(r, h) = \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

Os estudantes podem utilizar a função para propor suas hipóteses de solução, porém, o Cálculo Diferencial que lhes é apresentado neste momento ainda não oferece ferramentas para se trabalhar com funções de duas variáveis. Logo, acredita-se que aqui os alunos não conseguirão apresentar hipóteses de solução e, se apresentarem, serão sem base teórica (teorias estabelecidas pelo Cálculo Diferencial para funções com uma variável) para comprovação de seus resultados.

Espera-se que os estudantes apontem novas questões de aprendizagem, como a necessidade de se manipular a função de duas variáveis para deixá-la com apenas uma variável, pois dessa forma pode-se fazer uso do Cálculo Diferencial (teoria apresentada para se trabalhar com funções de uma variável) para buscar a solução do problema identificado.

Como apontado no Passo 2, do capítulo 3, os estudantes devem encontrar uma relação de igualdade na situação problemática que envolva ao mesmo tempo as duas variáveis. Em sua grande maioria, essas relações são estabelecidas com



questões já estabelecidas ou exigências apresentadas na situação-problema. Na situação problemática 3, os alunos precisam compreender essa exigência, estabelecer uma relação de igualdade e entender que é possível deixar uma variável em função da outra, como apresentado a seguir:

- Exigência: A situação problemática estabelece que “Uma das exigências para o novo designer é, a embalagem deve conter 500cm³”. Ou seja, é estabelecido um volume pré-estabelecido como exigência.

- Relação de Igualdade: É preciso estabelecer as relações de igualdade para o volume de um corpo redondo, mais precisamente um cilindro com a exigência estabelecida.

$$V = A_b \cdot h \rightarrow \text{Sendo que a área da base é dado por } A_b = \pi r^2.$$

$$V = \pi r^2 \cdot h \rightarrow 500 = \pi r^2 \cdot h$$

- A Relação de Igualdade tendo uma variável em função da outra: Na relação de igualdade identificada, é necessário manipular com o objetivo de deixar uma variável em função da outra. Aqui, cabe aos estudantes identificarem qual variável irá deixar em função da outra. Para facilitar, é preciso olhar a função de duas variáveis e compreender qual será a melhor variável a ser substituída, veja a seguir as duas possibilidades.

$$500 = \pi r^2 \cdot h \rightarrow \frac{500}{\pi r^2} = h$$

ou

$$500 = \pi r^2 \cdot h \rightarrow \frac{500}{\pi h} = r^2 \rightarrow \sqrt{\frac{500}{\pi h}} = r \rightarrow 10 \sqrt{\frac{5}{\pi h}} = r$$

- Manipular a função de duas variáveis substituindo uma das variáveis pela relação de igualdade identificada acima.

$$f(r, h) = \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

$$f(r) = \pi r^2 + 2\pi r \frac{500}{\pi r^2} \rightarrow f(r) = \pi r^2 + \frac{1000}{r}$$

ou

$$f(h) = \pi \left(10 \sqrt{\frac{5}{\pi h}} \right)^2 + 2\pi 10 \sqrt{\frac{5}{\pi h}} \cdot h \rightarrow f(h) = \frac{500}{h} + 20\sqrt{5\pi h}$$

- Estabelecer qual função irá utilizar para continuar a busca da solução do problema identificado.

$$f(r) = \pi r^2 + \frac{1000}{r} \quad \text{ou} \quad f(h) = \frac{500}{h} + 20\sqrt{5\pi h}$$

Ao estabelecer a função que irá ser trabalhada, os estudantes podem agora propor novas hipóteses de solução e apresentar ao professor. Caso as soluções sejam satisfatórias, o professor pode indicar a necessidade da relação da solução com os conhecimentos teóricos do Cálculo Diferencial. Caso a solução não seja satisfatória, o professor pode indicar conhecimentos já vistos – definição de domínio, pontos críticos, aplicação de derivadas – para que os alunos busquem subsídios para propor soluções satisfatórias utilizando os conceitos e teorias já estudadas.

Para o exemplo de resolução que estamos apresentando, vamos empregar a função utilizando a variável $r \rightarrow f(r)$. Ao estabelecer a função com que irá se trabalhar, é possível também realizar o Passo 3 – indicado no capítulo 3, que corresponde a definição do domínio da função que se irá trabalhar. A definição de domínio de função também se constitui como um conhecimento prévio, visto que tal conteúdo é visto no Ensino Médio e revisado (em muitas instituições) no início da disciplina de Cálculo Diferencial. Para a função escolhida temos

$$f(r) = \pi r^2 + \frac{1000}{r}$$

Pode-se reescrevê-la como uma soma de funções, ou seja,

$$f(r) = h(x) + g(x) \rightarrow h(x) = \pi r^2 \text{ e } g(x) = \frac{1000}{r}$$

Para $h(x) = \pi r^2$, temos que o $D(h) = \mathbb{R}$. Para $g(x) = \frac{100}{r}$, o $D(g) = \mathbb{R} - \{0\}$. Para estabelecer o $D(f)$, temos que

$$D(f) = D(h) \cap D(g) = \mathbb{R} - \{0\}$$

Porém, é preciso compreender que a variável analisada se refere ao raio da circunferência da base do cilindro, logo o raio deve ser uma medida positiva. Portanto, pode levar em consideração que não existe raio negativo e então descartar domínio todos os valores negativos. Com tal reflexão, o novo domínio é

$$D(f) = \mathbb{R}_+^*, \text{ ou seja, } D(f) = (0, +\infty)$$



2) Distribuição de Tarefas

Diante das várias ações necessárias a se fazer, os integrantes de cada grupo irão realizar a distribuição de tarefas. Incentiva-se ao professor, que passe em cada grupo para identificar de que forma a divisão das tarefas foram realizadas e, mediante suas reflexões, identificar se é necessário realizar apontamentos ou levar os estudantes a refletirem se está faltando alguma tarefa a ser realização ou não.

Levando em consideração que é preciso buscar novos conhecimentos teóricos e práticos para obter uma solução aceitável ao problema, a organização das principais informações para apresentação em grupo para toda a sala e a entrega de uma síntese de todas as atividades realizadas, resultam em alguns apontamentos aos estudantes, tais como: i) necessidade de apresentar os cálculos realizados e as teorias, definições etc. que justificam os resultados; ii) organização e construção da apresentação em grupo e da síntese das atividades realizadas; iii) reflexões a respeito da situação problemática e de como se chegou ao real problema que se desejava resolver; e iv) reflexões a respeito da resposta final, de modo a apontar se é satisfatória ou não.

Em cada etapa estabelecida dentro dos momentos da presente sequência didática, supõe-se que o professor conheça sua turma e tem liberdade para fazer outros apontamentos que julgar necessário.

3) Explicação das ações que devem ser realizadas no Diário de Bordo

Com a finalidade de acompanhar o desenvolvimento das ações que os estudantes irão realizar remotamente, o professor pode lembrar aos estudantes a necessidade de atualização do diário de bordo. Pode sugerir também um roteiro de atualizações e estabelecer datas para que as publicações sejam realizadas. O professor pode deixar as atualizações livres – os estudantes estabelecem o que e como irão atualizar - ou direcionar (apontar elementos) o que as atualizações devem conter, periodicidade etc.

Recursos	<ul style="list-style-type: none">- Lousa/Quadro.- Canetões/Giz.- Bloco de Anotações.- Canetas/Lápis.- Acesso à internet.- Acesso a Smartfone.- Acesso a Computador.- Acesso ao Padlet (Online ou Instalado no Smartfone).- Cadeiras e Carteiras que se movimentem.
Avaliação	<ul style="list-style-type: none">- A apresentação das hipóteses de solução para o problema identificado.- A apresentação da necessidade de novas questões de aprendizagem que se deseja buscar.- A apresentação de um cronograma de atualizações para o mural do Padlet.- A distribuição de tarefas, realizadas pelo coordenador de cada grupo.- Cada integrante do grupo deve ter pelo menos uma atividade para realizar.



Atividades Remotas – 4º, 5º e 6º Encontro

Objetivos

- Realizar as atividades atribuídas a cada estudantes.
- Registrar o percurso trilhado da realização das tarefas no Padlet.
- Compartilhar os conhecimentos construídos de forma individual com os grupos.
- Identificar se os conhecimentos construídos são suficientes para propor soluções ao problema identificado.
- Aplicar os conhecimentos construídos para uma proposta de solução do problema identificado.
- Criar um plano de ação detalhado a respeito do passo a passo no processo de solução do problema identificado.
- Orientar os estudantes em dúvidas que surgirem no percurso da realização das tarefas, nas discussões e durante o processo de solução do problema identificado.

Para a presente Sequência Didática, as atividades remotas podem ser distribuídas em três encontros, ou seja, o 4º, o 5º e o 6º encontros e podem acontecer no contraturno. Foi selecionado o período temporal de uma semana para os estudantes se organizarem com os três encontros. O coordenador de cada grupo deve organizar os encontros com todos os alunos (ou com os alunos que expressassem dificuldades no desenvolvimento de suas atividades) de forma online ou presencial.

Sugerimos ao professor, conhecendo a sua turma, identificar qual a melhor forma de conduzir as atividades remotas. Mesmo sendo remota, o professor pode oferecer os encontros em sala de aula para que os estudantes possam trabalhar, dessa forma, o professor poderá supervisionar de forma mais direta as ações de cada grupo.

O professor pode se colocar à disposição para realizar atendimentos online, ou, caso houver necessidade, marcar reuniões presenciais com o grupo ou com o estudante que apresentar a necessidade de diálogos para compreender melhor as atividades que terá que realizar.

Com base na Sequência Didática proposta, as Atividades Remotas podem ser divididas em três partes, sendo elas: 1) Estudos Autodirigidos; 2) Compartilhamento de Informações e Discussão; e 3) Aplicação dos Conhecimentos para a Proposta Final da Solução do Problema.

1) Estudos Autodirigidos

Os estudantes devem realizar as tarefas que lhes foram atribuídas de forma individual com a finalidade de construir novos saberes que possam auxiliar o grupo na busca da solução

do problema identificado. Os estudantes devem apresentar o percurso trilhado de suas pesquisas, quais instrumentos usaram, quais fontes, quais resultados etc., nas suas respectivas colunas nos murais de seus grupos no Padlet.

2) Compartilhamento de Informações e Discussão

Os grupos devem se reunir de forma presencial ou online para o compartilhar informações e conhecimentos construídos nos estudos autodirigidos. Para o compartilhamento, sugere-se, ser realizado de forma oral e junto a um resumo/síntese que deve ser entregue a cada integrante e publicado no Padlet.

Após o compartilhamento, o grupo pode realizar reflexões e discussões para identificar se o conhecimento compartilhado é apropriado e/ou suficiente para a solução do problema. O coordenador (estudante) deve registrar no Padlet as observações tidas como resultado da discussão.

3) Aplicação dos Conhecimentos para a Proposta Final da Solução do Problema

Após compartilhar dos conhecimentos construídos de forma individual com os grupos, os estudantes devem então, usar estes conhecimentos adquiridos para propor uma solução aos problemas identificados. Devem criar um plano de ação, detalhar o processo de resolução do(s) problema(s) com a finalidade de se compreender o caminho e os detalhes que precisam de atenção em cada passo dado. O coordenador (estudante) deve registrar no Padlet o plano de ação criado no processo de resolução do problema.

Ao chegar neste momento, espera-se que os estudantes tenham definido a função e o domínio da função bem estabelecidos. Para o exemplo que estamos demonstrando, a Situação Problemática 3, temos

$$f(r) = \pi r^2 + \frac{1000}{r} \quad e \quad D(f) = (0, +\infty)$$

Na distribuição de tarefas, espera-se que os estudantes tenham realizado os estudos autodirigidos para poder aplicar os conhecimentos construídos neste momento. Entre os conhecimentos prévios, estão: i) técnicas de derivação; ii) identificação de pontos críticos (estacionários); iii) teste da segunda derivada.

Para este momento, espera-se que os estudantes realizem o Passo 4, apresentado no Capítulo 3, que é a identificação dos pontos críticos (estacionários). Para a Situação Problemática 3, que estamos utilizando como exemplo temos:

$$f'(r) = 0$$

$$f'(r) = 2\pi r - \frac{1000}{r^2} \rightarrow f'(r) = \frac{2\pi r^3 - 1000}{r^2}$$

$$\frac{2\pi r^3 - 1000}{r^2} = 0 \rightarrow 2\pi r^3 - 1000 = 0 \rightarrow 2\pi r^3 = 1000$$

$$r^3 = \frac{1000}{2\pi} \rightarrow r^3 = \frac{500}{\pi} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}} \rightarrow r \cong 5,4192607013 \dots$$

Para a Situação Problemática 3, ao derivarmos a função e igualarmos a função a zero para acharmos os pontos críticos (estacionários), chegamos a apenas um valor para a variável que estamos analisando, ou seja, temos apenas um candidato a ponto de máximo ou mínimo. É preciso considerar que, para outras situações problemáticas, que gerem outras funções, neste momento, é possível chegar a mais do que um valor para a variável em análise.

O próximo passo é a aplicação do Passo 5, apresentado no capítulo 3, que é a realização do teste da segunda derivada. Ou seja, derivamos a função pela segunda vez, aplicamos na segunda derivada o possível ponto de máximo ou mínimo e utilizando o teorema da segunda derivada provamos que o ponto é máximo ou é mínimo. Em relação a segunda derivadas temos

$$f'(r) = 2\pi r - \frac{1000}{r^2} \rightarrow f''(r) = 2\pi + \frac{2000}{r^3}$$

O próximo passo é aplicar o possível ponto de máximo ou mínimo na segunda derivada, então

$$f''\left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right) = 2\pi + \frac{2000}{\left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right)^3} \rightarrow f''\left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right) = 2\pi + \frac{2000}{\frac{500}{\pi}}$$

$$f''\left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right) = 2\pi + 4\pi \rightarrow f''\left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right) = 6\pi \cong 18,849556 \dots$$

Com tais resultados, podemos utilizar o teste da segunda derivada, e provar que r é mínimo, quando diz que

Se $f'\left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right) = 0$ e $f''\left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right) > 0$, então f tem um mínimo em $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$.

Ao provar que $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$ é mínimo, voltamos a relação de r e h , para agora estabelecer o h mínimo.

$$\frac{500}{\pi r^2} = h \rightarrow \frac{500}{\pi \left(\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\right)^2} = h \rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$$

Na solução da situação problemática 3, chegamos à solução que o $r = h = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$, devem ser as medidas do raio e da altura da embalagem cilíndrica de tal forma que, ela seja a menor embalagem possível para caber 500cm^3 de um produto pastoso.

Com os resultados estabelecidos, cabe aos alunos voltar a situação problemática apresentada, identificar o que lhes é pedido e verificar se tais soluções são satisfatórias ou não. Em especial para a situação problemática 3, tais resultados não satisfazem a questão de a embalagem ser pequena, tendo o objetivo de caber em pequenas bolsas. As medidas do raio e da altura oferecem a menor embalagem possível, mas ela não é pequena o suficiente para caber em pequenas bolsas. Uma das sugestões, pode ser diminuir o volume exigido para se obter uma embalagem menor que atenda a exigência de caber em bolsas pequenas.

Recursos

- Computadores com acesso à internet.
- Smartphones com acesso à internet.
- Canetas/Lápis.
- Bloco de Anotações.
- Acesso a Biblioteca (física ou online).



Avaliação

- Acesso a Livros de Cálculo Diferencial.
- A apresentação do percurso trilhado na realização das tarefas no Padlet.
- A apresentação dos resultados de cada tarefa realizada no Padlet.
- O Coordenador descrever no Padlet a proposta de solução do problema identificado.
- O Coordenador descrever no Padlet o plano de ação detalhado a respeito do passo a passo no processo de solução do problema identificado.

Sala de Aula – Segunda Parte – 7º Encontro

Objetivos

- Apresentar ao Professor a proposta final de solução para o problema identificado.
- Sanar dúvidas dos estudantes relacionadas a proposta final de solução do problema identificado.
- Construir uma síntese do percurso trilhado na busca da solução do problema identificado.
- Construir uma apresentação do percurso e dos resultados em relação à solução do problema identificado.

Com base na Sequência Didática proposta, o 7º Encontro pode ser dividido em duas partes: 1) Apresentação da Proposta Final de Solução ao Professor; e 2) Criação da Síntese e da Apresentação. A seguir, são apresentadas as ações a serem realizadas em cada etapa.

1) Apresentação da Proposta Final de Solução ao Professor


Com os grupos reunidos em sala de aula, sugere-se ao Professor, visitar cada grupo com o objetivo de compreender e conhecer o trajeto percorrido por cada grupo nas atividades remotas e identificar a solução final apresentada para o problema identificado. Neste momento o Professor pode pedir para que cada aluno apresente o que fez como tarefas individuais e pedir para que o grupo reflita de que forma cada tarefa se relaciona ao objetivo do grupo que é propor a solução para o problema identificado. Caso o professor identifique itens faltantes, necessidade de mais aprofundamento/detalhamento etc., o professor pode sugerir em quais ações/tarefas o grupo pode se aprofundar mais.

1) Criação da Síntese e da Apresentação

Incentiva-se ao Professor, oferecer um tempo da aula para que os alunos iniciem (ou finalizem) a construção da Síntese e das Apresentações que serão realizadas nos próximos encontros para toda a turma. Sugere-se a entrega de uma Síntese – para o Professor – e uma Apresentação (formato de Power Point ou similares) – para o grupo apresentar aos demais alunos da turma. Porém, para cada professor que reaplicar a Sequência Didática, sugere-se, conhecendo a sua turma e sua dinâmica, a escolha de itens que favoreçam e auxiliem a aprendizagem dos estudantes.

Para este momento, o professor poder dialogar com cada grupo ou de forma geral com todos os grupos, com o objetivo de





reforçar os itens essenciais que precisam estar na síntese e na apresentação, o formato que devem ser apresentados, justificados e reflexões a respeito. Ou, caso escolha outros itens para os estudantes entregarem, o professor deve apresentar da mesma forma, os itens que julga importante estarem contidos no que forem entregar.

Sugere-se ao professor, solicitar aos grupos que, no dia da apresentação para toda a sala, cada grupo entregue a síntese impressa ao professor, bem como, a síntese e a apresentação devem ser postadas no *padlet*.

Recursos

- Lousa/Quadro.
- Canetões/Giz.
- Computadores com acesso à internet.
- Smartphones com acesso à internet.
- Canetas/Lápis.
- Bloco de Anotações.
- Acesso a Biblioteca (física ou online).
- Acesso a Livros de Cálculo Diferencial (físicos ou digitais).

Avaliação

- A aprovação da proposta de solução do problema identificado por todos os integrantes dos grupos.
- A publicação da síntese no Padlet do Grupo.
- A publicação da apresentação no Padlet do Grupo.

Sala de Aula – Segunda Parte – 8º Encontro

Objetivos

- Realizar a Autoavaliação.
- Realizar a Avaliação Por Pares.
- Compartilhar o Percurso e a Solução para toda a sala.
- Realizar reflexões com os estudantes referentes às suas apresentações.
- Realizar reflexões com os estudantes referentes aos pontos positivos e negativos do percurso trilhado para se alcançar a solução do problema.

Com base na Sequência Didática proposta, o 8º Encontro pode ser dividido em três partes, sendo elas: 1) Autoavaliação e Avaliação por Pares; e 2) Apresentação do Percurso e Solução do Problema; e 3) Reflexões e Avaliação. A seguir, apresentamos as ações a serem realizadas em cada etapa.

1) Autoavaliação e Avaliação por Pares

Para este momento, sugere-se ao professor realizar dois momentos avaliativos/reflexivos. Um deles é a autoavaliação, momento em que cada estudante irá refletir sobre seu percurso, suas ações, suas atividades, seu comportamento, responder um formulário e ao final do formulário atribuir uma avaliação numérica a si mesmo. Outro momento é a avaliação por pares em que cada integrante do grupo irá refletir sobre o percurso, as ações, as atividades e o comportamento dos demais integrantes de seu grupo, gerando uma avaliação numérica para cada integrante do grupo.

A autoavaliação, apresentada no quadro 4, é um instrumento composto por 16 questões para investigar o *engagement* dos estudantes durante a aplicação da Sequência Didática. O professor, ao aplicar a Sequência Didática, pode apenas utilizá-lo como parte integrante da avaliação formativa, ou também, o utilizar para analisar o *engagement* dos estudantes.

Quadro 4: Instrumento de Autoavaliação.

Nº	Questões
01	Fui pontual ao chegar no horário em sala nos dias de aulas?
02	Dei meu melhor para ter um bom desempenho, podendo assim auxiliar os integrantes de meu grupo ativamente?
03	Desenvolvi todas as atividades que foram atribuídas a mim?
04	Me esforcei ao máximo para concluir e postar as atividades que me foram solicitadas dentro do prazo estabelecido?

05	Tomei a iniciativa de apresentar ideias ao grupo na busca de solução para o problema identificado?
06	Recebi e aceitei críticas ao trabalho/atividade que desenvolvi?
07	Fiquei interessado no material que busquei e que me foi oferecido para a construção do conhecimento?
08	Fui ético no relacionamento com os integrantes do grupo?
09	Solicitei ajuda nos estudos/pesquisas dos integrantes do grupo?
10	Me senti positivo e motivado em relação à tarefa que concluí nesta aula/curso.
11	Opinei e recebi opiniões dos pares sobre possíveis soluções, e minhas propostas foram consideradas positivas pelo grupo?
12	Solicitei ajuda no estudo/pesquisa do professor em sala de aula ou em seu horário de atendimento?
13	Os feedbacks que recebi do professor auxiliaram no processo de busca da solução do problema?
14	Consegui compreender a situação problemática apresentada e identifiquei o problema a ser solucionado?
15	Nos encontros presenciais me mantive concentrado e com foco nas discussões do grupo e nas atividades que estavam sendo realizadas?
Ao refletir em relação às questões anteriores, meu trabalho pode ser traduzido para a nota (0 a 10)	

Fonte: Autor, 2024.

Ao utilizá-las para análise do *engagement*, as questões estão divididas em três dimensões: i) 01 a 05 abordando *engagement* comportamental; ii) 06 a 10 abordando *engagement* emocional; e iii) 11 a 15 abordando o *engagement* cognitivo. Caso os professores que reapiquem essa Sequência Didática queiram também analisar o *engagement*, está convidado a realizar a leitura da dissertação associada a esse produto educacional para compreenderem o percurso de análise e a tomarem como exemplo/modelo para as suas análises.

A avaliação por pares, apresentada no quadro 5, é um instrumento composto por 09 questões. Assim, como na autoavaliação, o instrumento de avaliação por pares também pode ser utilizado para investigar o *engagement* dos estudantes, mas nesse momento em uma perspectiva diferente. Cada estudante pode avaliar os demais integrantes de seu grupo. A utilização desse instrumento pode ser utilizada para o processo de avaliação formativa ou junto a avaliação formativa e o professor pode também investigar o *engagement na disciplina*.

Quadro 5: Instrumento de Avaliação por Pares.

Nº	Questões
01	O estudante foi pontual ao chegar no horário nos dias de aula ou nas reuniões com o grupo de trabalho?
02	O estudante auxiliou os integrantes do grupo ativamente?
03	O estudante desenvolveu todas as atividades que foram atribuídas a ele?

04	O estudante solicitou ajuda nos/nas estudos/pesquisas dos integrantes do grupo?
05	O estudante aceitou/negociou/discutiu as orientações passadas pelo grupo?
06	O estudante esteve integrado com o grupo?
07	Os resultados, as soluções, as propostas de atividades do estudante foram positivas?
08	O estudante teve problemas com o trabalho em grupo?
09	O estudante demonstrou domínio dos conteúdos estudados?
Ao refletir em relação as questões anteriores, em minha observação a participação dos estudantes pode ser traduzida para a nota (0 a 10)	

Fonte: Autor, 2024.

O questionário de avaliação por pares para a análise do *engagement*, está dividido em três dimensões, sendo elas: i) 01 a 03 aborda o *engagement* comportamental; ii) 04 a 06 aborda o *engagement* emocional; e iii) 07 a 09 aborda o *engagement* cognitivo. Os professores que tenham interesse em utilizar a Sequência Didática podem também analisar o *engagement*. Desta forma, convidamos a realizarem a leitura da dissertação associada a esse produto educacional para compreenderem o percurso de análise e a tomarem como exemplo/modelo para as suas análises.


Em ambos os instrumentos, para a análise do *engagement*, em cada pergunta foi utilizado a escala *likert* de 5 pontos (1 a 5), sendo ela: 1) Nunca; 2) Poucas Vezes; 3) Não sei Responder; 4) Na maioria das Vezes; e 5) Sempre. Na análise da escala, o 1) Nunca - apresenta *desengagement* e o 5) Sempre - representa o *engagement* em sua plenitude.

2) Apresentação do Percurso e Solução do Problema

Sugere-se ao professor solicitar que metade dos grupos faça suas apresentações para a sala neste encontro, isso oferecerá aos grupos um tempo maior para a apresentação e para exposição de suas reflexões, bem como um maior tempo para as reflexões do professor posteriormente. Sugere-se, também, ao professor que verifique quais tecnologias os estudantes necessitarão para as apresentações e os incentive a realizarem os testes antes da aula.

O professor pode criar um roteiro de avaliação para a síntese e para a apresentação. Desta forma, sugere-se os seguintes critérios para a utilização da Sequência Didática:

- i) apresentação do nome do Grupo e nome dos estudantes;

- 
- ii) apresentação da situação problemática;
 - iii) apresentação dos problemas identificados;
 - iv) apresentação da distribuição das tarefas;
 - v) apresentação dos resultados de cada tarefa;
 - vi) apresentação da aplicação do conhecimento construído para proposta de solução do problema;
 - vii) apresentação do detalhamento de cada passo no processo de resolução do problema;
 - viii) apresentação de quais critérios utilizaram para validar a solução;
 - ix) indicação se a resposta satisfaz a situação problemática; e
 - x) apresentação dos pontos positivos e pontos negativos no percurso das atividades.

Na síntese, os critérios devem ser apresentados com maior riqueza de detalhes e na apresentação de forma mais sintética. A avaliação e a atribuição das notas da síntese e da apresentação pode ser realizada pelo professor, seguindo os critérios supracitados, recebendo uma nota (0 a 10). A nota dada a síntese e a nota dada a apresentação poderá ser atribuída a cada estudante do grupo.

3) Reflexões e Avaliação

Para este momento, o professor pode escolher a forma de atuar. Pode realizar as reflexões e avaliações após cada grupo se apresentar ou deixar para depois de todas as apresentações. Essa escolha irá variar mediante a forma de cada professor aplicar o produto educacional em suas aulas.

As reflexões e avaliações podem ser de forma oral, no sentido de diálogo com cada grupo. Durante toda a sequência, o professor pode realizar diversos diálogos com os grupos, fazer apontamentos, sugestões etc.

Essa ação é de cunho particular de cada docente ao aplicar a Sequência Didática. O professor, conhecendo seus estudantes e sendo mediador da Sequência Didática, pode identificar quais temas podem ser abordados nas reflexões e avaliações de suas aulas de cálculo diferencial.

Recursos

- Lousa/Quadro.
- Canetões/Giz.
- Computadores com acesso à internet.
- Smartphones com acesso à internet.
- Canetas/Lápis.

Avaliação

- Bloco de Anotações.
- Projetor Multimidia.
- Aparelho Televisor – Smart TV com acesso a cabo HDMI.
- Os estudantes terem concluído a autoavaliação e a avaliação por pares.
- Os grupos selecionados terem realizado suas apresentações.
- O professor ter realizado suas reflexões e avaliações referente as sínteses e apresentações dos grupos que realizaram a apresentação.



Sala de Aula – Segunda Parte – 9º Encontro

Objetivos

- Compartilhar o percurso e a solução para toda a sala.
- Realizar reflexões com os estudantes referentes às suas apresentações.
- Realizar reflexões com os estudantes referentes aos pontos positivos e negativos do percurso trilhado para se alcançar a solução do problema.
- Formalizar os conceitos Matemáticos referentes a Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos.
- Apresentar exemplos da Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos.

Com base na Sequência Didática proposta, o 9º Encontro pode ser dividido em três partes: 1) Apresentação do Percurso e Solução do Problema; 2) Reflexões e Avaliação; e 3) Fechamento. As duas primeiras partes consistem no desenvolvimento das mesmas ações do encontro anterior (8º Encontro - Parte 2 e 3). A seguir, são apresentadas as ações a serem realizadas.

1) Apresentação do Percurso e Solução do Problema

Este momento é destinado para a apresentação das demais equipes que não realizaram suas apresentações no 8º Encontro. Sugere-se, também, ao professor que verifique quais tecnologias os estudantes irão utilizar para as apresentações e incentive-os a realizar testes antes da aula.

Recomenda-se que o professor utilize o mesmo roteiro de avaliação para a síntese e a apresentação que foi utilizado no encontro anterior para avaliar os primeiros grupos. Sugere-se os seguintes critérios para os docentes que desejam aplicar a Sequência Didática: i) apresentação do nome do Grupo e nome dos estudantes; ii) apresentação da situação problemática; iii) apresentação dos problemas identificados; iv) apresentação da distribuição das tarefas; v) apresentação dos resultados de cada tarefa; vi) apresentação da aplicação do conhecimento construído para proposta de solução do problema; vii) apresentação do detalhamento de cada passo no processo de resolução do problema; viii) apresentação de quais critérios utilizaram para validar a solução; ix) indicação se a resposta satisfaz a situação problemática; e x) apresentação dos pontos positivos e pontos negativos no percurso das atividades.

2) Reflexões e Avaliação

Para este momento, o professor pode escolher a forma de atuar. Pode realizar suas reflexões e avaliações após cada grupo se apresentar ou deixar seus comentários para depois que todos os grupos tiverem se apresentado. Essa escolha irá variar mediante a forma que cada professor que reaplicar o produto educacional atua em suas aulas.

As reflexões e avaliações podem ser de forma oral, no sentido de diálogo com cada grupo. Durante toda a sequência, o professor pode realizar diversos diálogos com os grupos, fazer apontamentos, sugestões etc., este momento pode ser para relembrar alguns itens que foram apresentados aos alunos.

3) Fechamento

Ao finalizar as apresentações e realizar as reflexões e avaliações, o Professor pode usar toda a teoria/conhecimento construído pelos estudantes e fazer o fechamento da Sequência Didática. Com a ajuda dos estudantes, sugere-se que Professor formalize o conteúdo de Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos no quadro/lousa e, em seguida, apresentar novos problemas.

A formalização pode ser um guia ou passo a passo, identificando as ações necessárias para fazer diante de um problema que se exija o uso da Teoria de Máximos e Mínimos para ser resolvido. Em relação aos novos problemas apresentados, alguns deles o professor pode resolver junto aos estudantes e outros pode deixar como atividades para serem resolvidas em sala de aula ou como atividade de casa.

Recursos

- Lousa/Quadro.
- Canetões/Giz.
- Computadores com acesso à internet.
- Smartphones com acesso à internet.
- Canetas/Lápis.
- Bloco de Anotações.
- Projetor Multimídia.
- Aparelho Televisor – Smart TV com acesso a cabo HDMI.

Avaliação

- Os grupos selecionados terem realizado suas apresentações.
- O professor ter realizado suas reflexões e avaliações referente as sínteses e apresentações dos grupos que realizaram a apresentação.



- O professor ter formalizado em uma linguagem matemática o conteúdo de Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos.

- O professor ter apresentado outros problemas que fazem uso da Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos para se buscar a solução.

Pós-sala de aula

Objetivos

- Avaliar os critérios estabelecidos no processo de avaliação formativa.

O momento pós-sala de aula refere-se à ação do professor gerar uma avaliação final (utilizando um valor numérico) para a inclusão dessa avaliação no sistema da instituição de ensino. Na aplicação piloto, os itens que geraram uma avaliação (de forma numérica) foram: i) Murais do Padlet (MP); ii) Autoavaliação (AA); iii) Avaliação em Pares (AP); iv) Sínteses (S); e v) Apresentações (A).

Na SD, cada grupo deve ter acesso a um Mural do padlet, que deve receber uma única avaliação (utilizando um valor numérico) atribuída de forma igual a todos os estudantes. Essa mesma dinâmica deve acontecer com as Sínteses e as Apresentações: cada grupo entrega apenas uma síntese e realizam uma apresentação. A avaliação numérica deve ser atribuída de forma geral, essa avaliação deve ser atribuída de forma geral e igual para todos os estudantes. Na autoavaliação, cada estudantes atribui a si mesmo uma avaliação utilizando um valor numérico, essa avaliação poder ser usada neste momento. Na Avaliação por pares, é possível atribuir a cada estudante utilizando a média aritmética das notas que recebeu dos demais membros de seu grupo. Melhorar a escrita

Para a avaliação final é sugerido a média aritmética conforme apresenta-se abaixo

$$AF = \frac{MP + AA + AP + S + A}{5}$$

Recursos

- Computadores com acesso à internet.
- Smartphones com acesso à internet.
- Canetas/Lápis.
- Bloco de Anotações.

Avaliação

- Avaliação do Professor concluída das atividades solicitadas durante o percurso trilhado.



[Voltar ao Sumário.](#)

CAPÍTULO 06

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Objetivo: O presente capítulo tem por objetivo apresentar reflexões a respeito do Produto Educacional, bem como de futuras (re)aplicações do mesmo. Também é um momento de apresentar sugestões aos professores que desejam reaplicar o produto educacional.

Ao chegar às considerações finais deste Produto Educacional, destaca-se que ele é um dos resultados de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologia (PPGECMT) da Universidade do Estado de Santa Catarina.

O propósito do Produto Educacional é servir de ferramenta/arcabouço para professores que desejam aplicar uma prática educativa mediada por uma metodologia ativa, mais precisamente a Aprendizagem Baseada em Problemas, no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo de Aplicação da Teoria de Máximos e Mínimos, parte da disciplina de Cálculo Diferencial.


Destaca-se ainda que o Produto Educacional foi desenvolvido e apresentado de forma que o professor possa utilizá-lo em outros conteúdos, seja da disciplina de Cálculo Diferencial ou outras disciplinas. O detalhamento do passo a passo da aplicação do presente produto educacional foi construído a fim de evidenciar a mediação pela Aprendizagem Baseada em Problemas, fazendo com que o conteúdo trabalhado na Sequência Didática possa ser facilmente substituído mediante as escolas e as áreas de atuação de cada professor que desejar (re)aplicar.

Durante o detalhamento da Sequência Didática, várias sugestões foram feitas aos professores que desejarem (re)aplicar o produto educacional. Na (re)aplicação, cada professor pode identificar outras ferramentas que substituam as que foram utilizadas na aplicação piloto. Essas escolhas devem ser pautada na facilidade de acesso e uso, principalmente pelos estudantes, visto que são eles os agentes/participantes ativos na sequência didática.

Aos professores que desejarem (re)aplicar o presente produto educacional, incentiva-se a leitura atenta de cada etapa/ passo identificando quais as adaptações necessárias para a sua realidade de aula. Mediante essas adaptações, o docente pode construir sua própria sequência didática já atualizada, decidindo se manterá a quantidade de encontros ou se irá compactar ou ainda aumentar a quantidade de encontros. Na Aprendizagem Baseada em Problemas, é recomendado ao professor chegar na sala de aula organizado, com todas as ações planejadas e preparado para possíveis adaptações/mudanças de acordo com as necessidades dos estudantes e até mesmo questões do ambiente de aula (instituição/região), que podem influenciar e apontar a necessidade de mudanças nas ações a serem realizadas.

Por fim, é importante ressaltar que, na Aprendizagem Baseada em Problemas, os estudantes devem assumir o papel de protagonistas, de





agentes ativos na construção de novos saberes e que o papel do educador é ser o mediador nesse processo. Com base nos resultados obtidos e apresentados na dissertação associada a esse Produto Educacional, acredita-se que a presente Sequência Didática pode ser uma ferramenta útil para a mudança do cenário relacionado ao processo de ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial.

REFERÊNCIAS

- Anton, H.; Bivens, I.; Davis, S.. **Cálculo**. Porto Alegre: Bookman, vol. 1, 10ª ed., 2014.
- Baroowa, H. S.. A Taxonomy of Problem-based Learning Methods. In: **Medical Education**, v. 20, n. 6, pp. 481-486, 1986.
- Borochovcicius, E.; Tortella, J. C. B.. Aprendizagem Baseada em Problemas: um método de ensino-aprendizagem e suas práticas educativas. In: **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, v. 22, n. 83, pp. 263-294, abr./jun., 2014.
- Brasil, Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília, 2018.
- Campos, F. E.; Aguiar, R. A. T.; Belisário, S. A.. A formação superior dos profissionais de saúde. In: Giovanella, L. et al. (Eds.). **Políticas e sistema de saúde no Brasil**, 2. ed., Rio de Janeiro: Fiocruz, 2012. p. 885- 932.
- Costa, D. E.; Gonçalves, T. O.. Compreensões, Abordagens, Conceitos e Definições de Sequência Didática na área de Educação Matemática. In: **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, v. 36, n. 72, pp. 358-388, abr., 2022.
- Cunha, C. L.; Laudares, J. B.. Resolução de problemas na Matemática Financeira para tratamento de questões da educação financeira no Ensino Médio. In: **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro/SP, v. 31, n. 58, p. 659-678, 2017.
- Custódio, L. A. F.; Vieira, C. M.; Francischetti, I.. Diversidade no currículo médico: roteiro de análise da dimensão social para aprendizagem baseada em problemas. In: **Revista e-Curriculum**, v. 19, n. 3, pp. 1106-1130, jul./set., 2021.
- Faccin, G. M.. **Elementos de cálculo diferencial e integral**. 1ª ed. Curitiba: Intersaberes, 2015.
- Flemming, D. M.; Gonçalves, M. B. **Cálculo A: funções, limite, derivação, integral**. São Paulo: Pearson Prentice Hall. 6ª ed., 2006.
- Gomes, A. P.. **Trans-Formação da Educação Médica: É possível mudar o perfil do egresso com base em modificações no método de ensino-aprendizagem?** Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Ciências/Saúde Pública) – Escola Nacional de Saúde Pública, Fundação Oswaldo Cruz, Rio de Janeiro/RJ, 2011.
- Gomes, R. et al. Aprendizagem Baseada em Problemas na formação médica e o currículo tradicional de Medicina: uma revisão bibliográfica. In: **Revista Brasileira de Educação Médica**, v. 33, n. 3, pp. 444-451, 2009.
- Lopes, R. M.; Alves, N. G.; Pierini, M. F.; Silva Filho, M. V.. Características Gerais da Aprendizagem Baseada em Problemas. In: Lopes, R. M.; Silva Filho, M. V.; Alves, N. G. (Orgs.) **Aprendizagem Baseada em Problemas: fundamentos para a**



aplicação no ensino médio e na formação de professores, pp. 47-74, Rio de Janeiro/RJ: Publiki, 2019.

Lopes, P. P.; Machado, V. P.; Lopes, T. B.. Aplicação de Cálculo Diferencial na Otimização de áreas e volumes com uso de materiais concretos manipuláveis. In: **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 6, n. 17, pp. 34-55, 2019.

Moreira, C. S. et al.. Problem-based learning: uma análise das competências desenvolvidas e dificuldades encontradas sob a ótica dos discentes de contabilidade. In: **XVIII internacional conference in accounting**, São Paulo/SP, 2018.

Rezende, A. A.; Silva-Sale, A. R.. Utilização da aprendizagem baseada em problemas (ABP) para o desenvolvimento do pensamento crítico (PC) em Matemática: uma revisão teórica. In: **Educação Matemática em Debate**, v. 5, n. 11, pp. 1-21, 2021.

Ribeiro, L. R. C.. **A aprendizagem baseada em problemas (PBL): uma implementação na educação em engenharia na voz dos atores**. Tese (Doutorado) – Programação de Pós-graduação em Educação (concentração em Metodologia de Ensino), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-São Paulo, 2005.

Ribeiro, L. R. C.; Mizukami, M. G. N. Uma Implementação da Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL) na Pós-Graduação em Engenharia sob a Ótica dos Alunos. In: **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, v. 25, n. 1, p. 89-102, 2004.

Rodrigues, I. C., **Resolução de Problemas em Aulas de Matemática para alunos de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental e a Atuação dos Professores**. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006.

Silva, A. C.; Chiaro, S.. O impacto da interface entre a aprendizagem baseada em problemas e a argumentação na construção do conhecimento científico. In: **Investigação em Ensino de Ciências (IENCI)**, v. 23, n. 3, dez., pp. 82-109, 2018.

Silva, M. M.; Figueiredo, E. B.; Azevedo, E. B.. Um estudo sobre os problemas de otimização em livros didáticos de cálculo. In: **XIII Encontro Nacional de Educação Matemática – XIII ENEM**, Cuiabá/MG, 2019.

Silva, M. M.; Kemczinski, A.; Santos, G. M. T.. Aprendizagem Baseada em problemas: uma sequência didática para Cálculo Diferencial e Integral I. In: **Boletim Online de Educação Matemática (BoEM)**, v. 11, e0111, 2023.

Souza, S. O. Aprendizagem Baseada em Problemas como estratégia para promover a inserção transformadora na sociedade. In: **Acta Scientiarum. Education**, v. 32, n. 2, pp. 237-245, 2010.

Souza, S. C.; Dourado, L.. Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP): um método de aprendizagem inovador para o ensino educativo. In: **HOLOS**, v. 5, 2015. DOI: 10.15628/holos.2015.2880

Stewart, J. **Cálculo**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, vol. 1, 7ª ed., 2013.

Zabala, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.