



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



**PROFMAT**

Lucivaldo José de Andrade Pereira

Produto Educacional

**Grafos: conhecendo a teoria, modelando  
tecnologias e desenvolvendo aspectos  
socioemocionais**

Campina Grande - PB

Agosto/2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



**PROFMAT**

Lucivaldo José de Andrade Pereira

## **Grafos: conhecendo a teoria, modelando tecnologias e desenvolvendo aspectos socioemocionais**

Produto Educacional vinculado ao Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Dr. Marcelo Carvalho Ferreira

Campina Grande - PB

Agosto/2024

# Resumo

Na presente sequência didática, estão abordados conceitos básicos, mas significativamente consistentes, sobre a teoria dos grafos, retirados da dissertação com tema: Grafos No Ensino Básico: da compreensão de tecnologias contemporâneas ao desenvolvimento socioemocional. Nela, abordamos a compreensão de algoritmos relacionados à navegação na rede de internet: algoritmos de recomendação. Procuramos promover a conscientização dos estudantes, a partir desse conhecimento adquirido, sobre sua lida com tais tecnologias, isso constitui o que consideramos uma contribuição com o desenvolvimento socioemocional dos estudantes.

**Palavras-chave:** Grafos. Tecnologias. Algoritmos. Desenvolvimento socioemocional.

# Abstract

In this didactic sequence, basic but significantly consistent concepts about graph theory are covered, taken from the dissertation with the theme: Graphs In Basic Education: from understanding contemporary technologies to development socio-emotional. In it, we address the understanding of algorithms related to browsing the internet: recommendation algorithms. We seek to promote students' awareness, based on this acquired knowledge, about their work with such technologies, this constitutes what we consider a contribution to the socio-emotional development of students.

**Keywords:** Graphs. Technologies. Algorithms. Socio-emotional development.

# 1 Introdução

Este produto educacional surgiu como sendo mais uma das sugestões de trabalhar-se o tema grafos em sala de aula do Ensino Básico. Esta sequência didática é então fruto de uma busca por um material que possa contribuir para o ensino deste tema de maneira consistente, visando atingir objetivos de aprendizagem. Consideramos este tema bastante relevante para a sala de aula de matemática, visto que, relaciona-se diretamente com a compreensão de tecnologias muito comuns no cotidiano, não apenas dos estudantes, contudo, da maioria das pessoas. Além disso, o tema grafos é bastante abrangente e de aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento, possibilitando a interdisciplinaridade.

O trabalho com grafos em sala de aula nos conduz à compreensão, mesmo que de maneira simplificada, de alguns tipos de algoritmos, por exemplo, de coloração de grafos e Algoritmo de Dijkstra. Aproveitamos a abordagem desses tipos de algoritmos para adentrarmos na ideia de algoritmos de recomendação, sua relação com grafos, e influência na navegação de um usuário da rede de internet, principalmente quando trata-se de aplicativos e sites de redes sociais.

Dispomos este texto subdividido em quatro capítulos: introdução, sequência didática, avaliação e conclusões.

A introdução consta principalmente da relação do trabalho com a BNCC, objetivos e habilidades, além da organização da sequência didática.

No capítulo 2, encontra-se a proposta da sequência didática no formato em que foi concebida visando aplicação.

No capítulo 3, descrevemos o material utilizado para avaliação, realizada por meio de formulário Google Forms, e de caráter estritamente qualitativo.

Por fim, no capítulo 4, estão as últimas considerações sobre este trabalho, descritas nas conclusões.

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo Geral

O desenvolvimento desta sequência didática tem como expectativa principal trabalhar a teoria dos grafos, abordando e aplicando conceitos, de forma dinâmica, buscando enfatizar sua importância para compreensão de alguns aspectos de tecnologias atuais muito presentes no cotidiano (algoritmos de recomendação). A partir dessa abordagem, buscamos conscientizar os estudantes para a lida com algumas dessas tecnologias,

visto que, estas estão presentes em atividades corriqueiras, a exemplo, navegação na rede de internet.

Para alcançarmos o estabelecido em nosso objetivo maior, procuramos dividi-lo em objetivos específicos.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- Mostrar o desenvolvimento da matemática relacionado à uma necessidade humana em determinado período da história.
- Abordar conceitos básicos sobre grafos de forma dinâmica e prazerosa.
- Representar situações e problemas por meio de grafos utilizando-os para determinar soluções.
- Apresentar a relação entre alguns algoritmos e aplicativos, e a modelagem dessas tecnologias por meio de grafos.
- Conscientizar os estudantes sobre a importância de se conhecer a existência de algoritmos que influenciam a navegação na rede de internet, principalmente quando tratar-se de redes sociais.

## 1.2 Organização

Este trabalho inicia-se com a introdução, na qual apresentamos um pouco da motivação para o desenvolvimento da sequência didática, relação com a BNCC e finalidades de sua aplicação, por meio dos objetivos geral e específicos, que dão direcionamento a este produto. Tem-se ainda nessa parte, como encontra-se organizado este texto, além da organização da sequência didática, para fins de descrição de como foi almejada para aplicação. Em seguida, descrevemos uma sugestão de como podemos aplicá-la em cada um de seus quatro encontros.

## 1.3 Fundamentação

Buscamos no texto da BNCC competências gerais e habilidades específicas que nos possibilitem enquadrar esta sequência didática. Entre as competências gerais, destacamos as seguintes para interrelação com esta proposta:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

Inicialmente, busquemos no texto da BNCC quais habilidades estão diretamente relacionadas ao tema grafos, ou quais habilidades podemos relacionar à sequência didática que estaremos propondo.

Para o 6º Ano, a BNCC apresenta a seguinte habilidade:

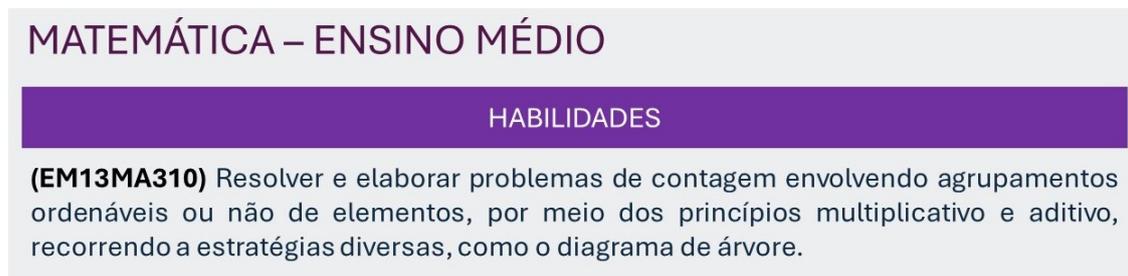
Figura 1 – Habilidade 6º Ano BNCC

| MATEMÁTICA – 6º ANO  |   |
|--|---|
| UNIDADES TEMÁTICAS   | HABILIDADES   |
| <b>Probabilidade e estatística</b>                                       | <b>(EF06MA34)</b> Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posições de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc. |
| <b>OBJETOS DE CONHECIMENTO</b>   |   |
| Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas |   |

Fonte: autor, a partir da BNCC, p.306, (2024).

Igualmente, encontramos uma habilidade que se encaixa ao tema nas habilidades propostas para o Ensino Médio, descrita no texto da BNCC da seguinte forma:

Figura 2 – Habilidade Ensino Médio BNCC



**MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO**

**HABILIDADES**

**(EM13MA310)** Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

Fonte: autor, a partir da BNCC, p.537 (2024).

Como está indicado no código da habilidade, ela está relacionada com a terceira competência geral e que ainda, em texto da BNCC, terá como complementação o seguinte:

No caso da resolução e formulação de problemas, é importante contemplar contextos diversos (relativos tanto à própria Matemática, incluindo os oriundos do desenvolvimento tecnológico, como às outras áreas do conhecimento). Não é demais destacar que, também no Ensino Médio, os estudantes devem desenvolver e mobilizar habilidades que servirão para resolver problemas ao longo de sua vida – por isso, as situações propostas devem ter significado real para eles. (BRASIL, 2018, p.535).

Percebemos que o currículo não dispõe de muitas habilidades que mencionem o tema grafos, a não ser por essas que foram expostas anteriormente. Mas isto é justamente o que tentamos propor; um conteúdo como este, pela sua importância no desenvolvimento da Matemática e tecnologias contemporâneas, deveria estar amplamente presente no currículo do Ensino Básico.

Com esses pressupostos, propomos uma sequência didática que possa atender ao dinamismo necessário à apresentação do tema, inicialmente por meio de problemas e de um apanhado histórico, seguido por alguns conceitos básicos e, por fim, com aplicação de um formulário baseado em um grafo, implementando com uma discussão sobre a importância de se conhecer os algoritmos de recomendação para uma melhor experiência com a interação na internet, ou seja, criticamente consciente das influências de tais algoritmos sobre sua navegação, sobretudo nas redes sociais.

## 2 Sequência Didática

### 2.1 Organização da sequência

O público alvo é de estudantes do Ensino Fundamental e Ensino Médio, situados na faixa etária de 14 e 15 anos. Iremos dividi-la em quatro etapas (quatro encontros) e sempre que possível utilizaremos problemas, soluções, demonstrações e outras informações contidas no texto da dissertação que dá origem a este trabalho.

Os encontros ficaram organizados do seguinte modo:

- I- apresentação do tema;
- II- abordagem dos conceitos básicos;
- III- relação com tecnologias contemporâneas;
- IV- aplicação e discussão do formulário-grafo (Google Forms).

### 2.2 Aplicação e análise

Destinamos esta parte do trabalho à sequência didática com seu desenvolvimento, aplicação e consequente avaliação do trabalho por meio de análise dos resultados. Apon-tamos como destaque esta última fase do processo, pois a avaliação nos permite um redirecionamento do ensino conforme resultados obtidos, e isto se faz pertinente, visto que, podem ocorrer imprevistos na aplicação. Há diversos fatores que possivelmente acabam gerando alterações na forma como transcorre a aplicação, a exemplo disso, as características individuais de cada turma. Para Luckesi (2023):

Em síntese, o planejamento é o ato pelo qual configuramos de maneira filosófica, política, científica e operacional aquilo que desejamos construir com nossa ação; a execução é o ato através do qual realizamos as decisões previamente tomadas; e, finalmente, a avaliação é o ato que nos possibilita a identificação da qualidade dos resultados da ação executada, subsidiando nossas decisões, seja para acolher a realidade com a qualidade obtida, seja para subsidiar novas decisões. (LUCKESI, 2023, p.30).

## 2.3 Descrição

**Título:** Grafos: conhecendo a teoria, modelando tecnologias e desenvolvendo aspectos socioemocionais.

**Professor:** Lucivaldo José de Andrade Pereira

**Público alvo:** 9º ano do Ensino Fundamental ou 1º ano do Ensino Médio

**Duração:** 8 horas-aula

### Habilidades

- Reconhecer a utilização de grafos como sendo um recurso matemático de aplicação para resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento.
- Reconhecer a importância da teoria dos grafos para o desenvolvimento de tecnologias atuais, por exemplo, redes sociais, otimização de caminhos e estudos de redes neurais.
- Identificar e classificar os principais tipos de grafos, reconhecendo seus elementos e suas representações em diagramas ou matrizes.
- Relacionar uma dada situação ou problema a um grafo e determinar caminhos para soluções com a utilização do grafo.

### Recursos e Materiais:

- apostilas, caderno de rascunho, cartolina;
- quadro branco e lápis;
- projetor e notebook;
- smartphones, tablets e acesso à internet.

Sugerimos que os estudantes possam estar agrupados em duplas ou em até quatro estudantes por grupo.

A parte da história do surgimento da teoria dos grafos, os conceitos básicos e aplicações a problemas que serão utilizados na sequência são retirados do texto da dissertação.

(Espera-se que cada etapa transcorra em 2 horas-aula)

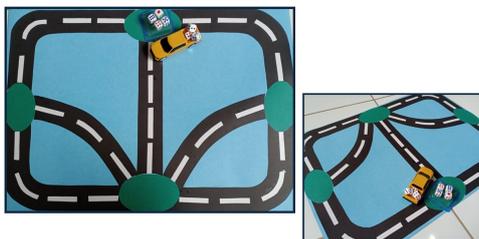
### 2.3.1 Primeiro encontro: Introdução ao tema grafos

Para esta etapa, foi utilizado o material que aparece na imagem 3. O professor, caso queira, pode elaborar seu próprio material, visando melhorias.

**Atividade 1 :** Distribuir o esquema que representa o problema junto com os materiais (carrinho e 7 objetos, no caso, sete dados) que devem acompanhá-lo, e em seguida, propor o seguinte problema:

**Problema 2.1.** *Uma empresa foi contratada para vistoriar as 7 rodovias que ligam um conjunto com quatro cidades. Para fazer o trabalho com o mínimo de gastos possível, essa empresa pretende instalar-se em qualquer uma das cidades, enviar um veículo para percorrer uma só vez cada rodovia (ao passar pela rodovia, não retornará por ela) e finalizar na cidade em que estiver instalada. A empresa conseguirá realizar essa tarefa conforme o planejado?*

Figura 3 – Esquema quatro cidades (Sequência didática)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

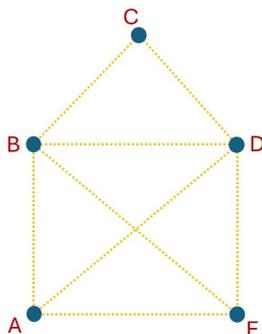
A finalidade dos objetos que acompanham o esquema é de que o estudante possa simular a passagem do automóvel por uma das estradas e marcar (fechar) aquela via com o objeto para não mais retornar por ela.

**Atividade 2:** Observe que o problema anterior pode ser modelado por um grafo isomorfo ao grafo que representa o problema inicial das pontes de Königsberg. Daí, utilizamos as informações contidas na seção inicial (Um breve passeio pela história dos grafos) e apresentamos um pouco da história do surgimento e desenvolvimento do tema grafos aos estudantes.

**Atividade 3:** Em seguida, propõe-se o problema, retidado de Jurkiewicz (2009):

**Problema 2.2.** *O estudante seria capaz de desenhar a figura a seguir sem tirar o lápis do papel? É claro, indo de ponto a ponto, não sendo permitido passar por uma linha mais de uma vez.*

Figura 4 – Grafo para cobrir (Sequência didática)



Fonte: autor, a partir de Jurkiewicz (2009) (2024).

Apesar de ser uma tarefa realizada em grupos, nesta atividade são distribuídos cadernos de rascunhos, contendo algumas imagens da figura anterior, para que os estudantes possam executar tentativas.

Alguns aspectos podem ser destacados na realização dessa tarefa:

- I - os estudantes devem apresentar as linhas do trajeto (trilha) pela sequência de letras dos vértices (rótulos);
- II - abrir uma discussão sobre a importância desse tipo de problema. Conforme Jurkiewicz (2009):

Pensemos numa pequena cidade com pequeno orçamento. O serviço de recolhimento de lixo é feito por um pequeno caminhão. Queremos evitar o desperdício; uma boa ideia seria fazer o caminhão passar uma única vez por cada rua e retornar ao ponto de partida. (JURKIEWICZ, 2009, p.3).

**Atividade 4: Propor aos estudantes a representação, por meio de um grafo, da seguinte situação retirada (com algumas modificações) de Jurkiewicz (2009):**

*Observação:* A formação deste grafo deve ocorrer ainda dentro de uma abordagem pouco formal, ou seja, sem a apresentação de definições.

*Em uma escola, algumas turmas resolveram realizar um torneio de vôlei. Participam do torneio as turmas 7<sup>o</sup>A, 7<sup>o</sup>B, 8<sup>o</sup>A, 8<sup>o</sup>B, 9<sup>o</sup>A e 9<sup>o</sup>B. Já foram realizados alguns jogos*

até agora:

- 7º A - jogou com 8º A, 8º B, 9º B;
- 7º B - jogou com 8º A, 9º A;
- 8º A - jogou com 7º A, 7º B;
- 8º B - jogou com 7º A, 9º A, 9º B;
- 9º A - jogou com 7º B, 8º B, 9º B;
- 9º B - jogou com 7º A, 7º B, 8º B, 9º A.

### Atividade 5 : Propor o seguinte problema:

**Problema 2.3.** *Érica confecciona poliedros de acrílico para serem utilizados em aulas de matemática. Após serem montados, ela realiza um trabalho de pintura nos vértices e arestas desses sólidos, de modo que, iniciando em qualquer um dos vértices, passa por todas as arestas possíveis uma só vez, sem tirar o pincel da superfície do poliedro. Assim, sempre que possível, partindo de qualquer um dos vértices, a pintura ocorre em todas as arestas e retorna ao vértice inicial. Este trabalho é possível em um cubo, ou seja, iniciando e findando em um mesmo vértice?*

Os estudantes podem montar cubos de papel para colorir com canetas hidrocor, ou o problema pode ser abordado utilizando-se uma representação no aplicativo Geogebra. Essa tarefa está voltada à compreensão de que apresentar todas as possibilidades e provar que a situação não é impossível, não parece uma boa alternativa de abordar-se o problema. Por outro lado, recorrer aos grafos para modelar a situação é uma boa opção.

Os estudantes devem ser instigados a compartilharem apresentando o grafo obtido por grupo ao restante da turma.

Problemas semelhantes a este são importantes, dado que, têm em sua essência a proposta que surge com o problema original das pontes de Königsberg, ou seja, demonstrar uma situação impossível de ocorrer. Isso quase não figura no Ensino Básico.

### 2.3.2 Segundo encontro: Desenvolvimento das noções básicas de grafos

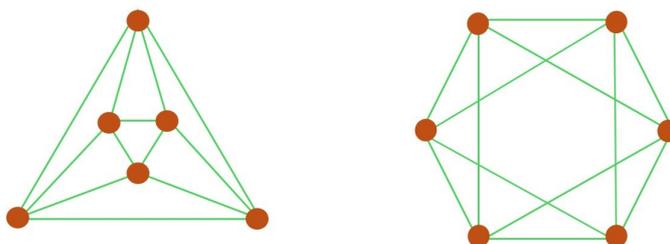
**Atividade 1:** Utilizando os registros da atividade 4 da primeira parte, **apresenta-se as primeiras noções sobre grafos; o que são vértices, arestas, grau de um vértice e o primeiro resultado apresentado no corpo do trabalho e seu corolário:**

$$\sum_{v \in V(G)} d_G(v) = 2 \cdot |E(G)|$$

Apresenta-se em sequência **a noção de isomorfismo entre grafos** e propõe-se os seguintes exercícios:

**Problema 2.4.** *Mostre que os grafos da figura 5 são isomorfos.*

Figura 5 – Grafos isomorfos (Sequência didática)

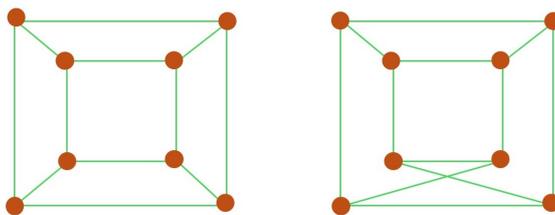


Fonte: autor, a partir de Jurkiewicz (2009, p.16) (2024).

**Atividade 3:** Nesta etapa, **apresenta-se a bipartição de grafos e propõe-se o seguinte exercício:**

**Problema 2.5.** *Nos pares de grafos das figuras, mostre qual dos grafos pode ser biparticionado e qual não pode ser (retirado de Jurkiewicz (2009)).*

Figura 6 – Grafos bipartido e não bipartido (Sequência didática)

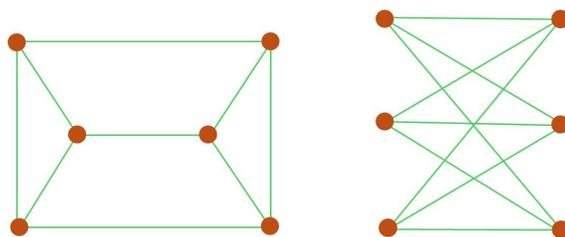


Fonte: autor, a partir de Jurkiewicz (2009, p.30) (2024).

*Observação:* Espera-se que os estudantes possam compreender a partir dessa tarefa que o grafo da direita contém ciclos de comprimento ímpar, assim sendo, não poderá ser biparticionado. O oposto ocorre com o grafo da esquerda, que contém apenas ciclos de comprimento par, e portanto poderá ter seu conjunto de vértices particionado em dois subconjuntos independentes.

Os estudantes devem compartilhar os caminhos percorridos para as suas soluções. Caso eles não consigam obter soluções em um tempo estipulado, o professor deve construir tais soluções envolvendo-os no processo.

Figura 7 – Grafos bipartidos e não bipartidos (Sequência didática)

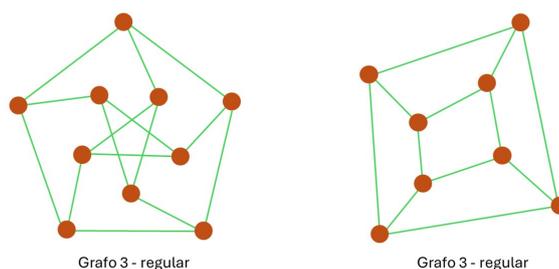


Fonte: autor, a partir de Jurkiewicz (2009, p.30) (2024).

**Atividade 4:** Após o tempo necessário para discussão de possíveis soluções do problema anterior, **propõe-se outro problema:**

**Problema 2.6.** *Os grafos que aparecem a seguir são 3-regular. Em cada um dos casos, ligue alguns de seus vértices de modo que os grafos passem a ser 4-regular.*

Figura 8 – Grafos k-regular (Sequência didática)



Fonte: autor, a partir de Jurkiewicz (2009, p.30) (2024).

*Observação:* Apesar de bastante simples, estas atividades, quando bem conduzidas, configuram uma oportunidade dos estudantes participarem apresentando suas soluções aos demais, talvez desenvolvendo interesse pelo tema.

### 2.3.3 Terceiro encontro: Desenvolvimento das noções básicas de grafos e aplicações a problemas

(Espera-se que esta etapa transcorra em 2 horas-aula)

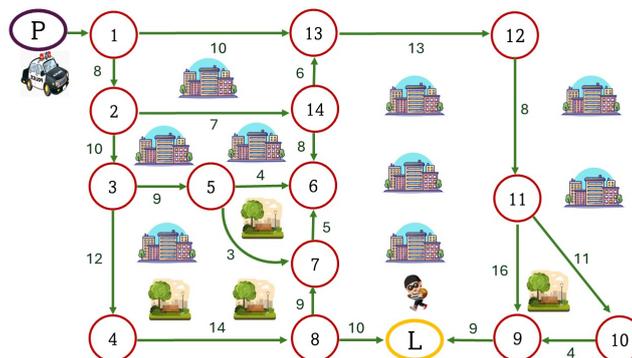
**Atividade 1:** Deve-se apresentar aos estudantes o problema da parte de aplicações de grafos, contida na seção 5 deste trabalho, "Problema dos quatro cavalos". Após um tempo de análise do problema por parte dos estudantes, deve-se dar sequência com apresentação de uma possível solução.

Aqui a sugestão de continuação é a abordagem do Algoritmo de Dijkstra e sua relação com os aplicativos de rotas, por exemplo, o Maps.

**Atividade 2:** Deve-se apresentar a noção de representação de grafos por matrizes (adjacência e incidência), visto que, é a linguagem computacional para processamento de dados dos grafos. Em seguida, propõe-se o seguinte problema:

**Problema 2.7.** *A polícia de certa cidade recebeu um chamado com muita urgência para intervir em uma tentativa de assalto que estava ocorrendo na loja de joias da cidade. O quartel da polícia deseja saber qual trajeto a se tomar, de maneira que o tempo seja minimizado na viagem até o ponto pretendido. Usando um mapa daquela zona da cidade, representado no esquema da figura, e conhecendo os tempos médios para percorrer cada uma das ruas, utilizaram então o Algoritmo de Dijkstra para determinar esse caminho mais curto. Qual será esse trajeto?*

Figura 9 – Caminho mínimo polícia/loja de joias (Sequência didática)



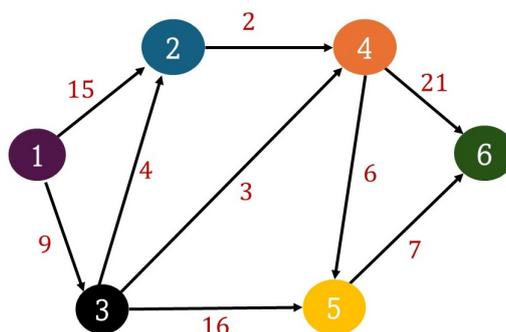
Fonte: autor, a partir de web.fe.up.pt (2024).

A sugestão aqui é que o grafo anterior esteja impresso e amplificado em cartaz para que a turma possa construir uma solução em um grupo único. Em contrapartida, a próxima tarefa cumpre-se novamente nos grupos menores em que a turma foi dividida.

**Atividade 3:** Segue-se com a apresentação de outro problema sobre caminhos mínimos:

**Problema 2.8.** *Considerando a seguinte rede:*

Figura 10 – Caminho mínimo (Sequência didática)



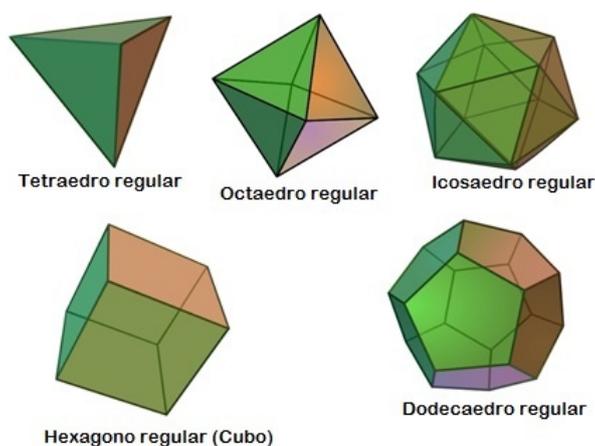
Fonte: autor, a partir de web.fe.up.pt (2024).

Usando o algoritmo de Dijkstra, determine a distância mínima do vértice 1 ao vértice 6. Indique este caminho. Faça a árvore que representa o caminho mínimo entre o vértice 1 e os demais vértices.

**Atividade 4:** Nesta parte, retornamos ao problema de Érica.

**Problema 2.9.** Qual dos poliedros pode ser confeccionado por Érica de modo a atender à regra de pintura dos vértices e arestas, iniciando e terminando em um mesmo vértice?

Figura 11 – Poliedros Regulares (Sequência didática)



Fonte: Infoescola, 2024.

Este problema, igualmente ao problema inicial de Érica, está associado a grafos eulerianos, os quais poderemos definir omitindo sua demonstração por ser tanto quanto complexa, embora sua aplicação, neste caso, é consideravelmente simples.

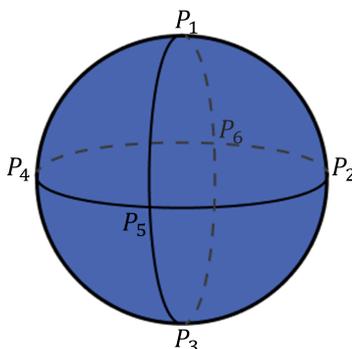
Observe que o octaedro regular diferencia-se dos demais por ter um número par de arestas incidindo em cada um de seus vértices, ou seja, o grafo que poderá representá-lo contém uma trilha fechada que passa por suas 12 arestas. Os outros poliedros, por serem também regulares, possibilitam uma rápida análise; basta observar em um dos

vértices se  $d(v)$  é par ou ímpar, verificando que todos têm grau ímpar.

**Atividade 5:** Nesta parte, o seguinte problema deve ser proposto:

**Problema 2.10.** *Uma empresa fabrica conjuntos com 8 placas iguais, que juntas formam uma superfície esférica, conforme mostra a figura 12. Em uma das fases de montagem desses tipos de produtos, a máquina de solda percorre os encaixes das peças da seguinte forma: sempre que possível, inicia em algum dos pontos  $P_k$  de encontro de mais de duas placas (iremos chamar de polo os pontos  $P_k$ ), passa por todas as linhas de encaixe uma única vez, findando a soldagem no ponto inicial do processo. Na montagem dessas esferas, será possível iniciar e terminar em um mesmo polo?*

Figura 12 – Esfera em oito partes (Sequência didática)



Fonte: Matematicabasica, 2024.

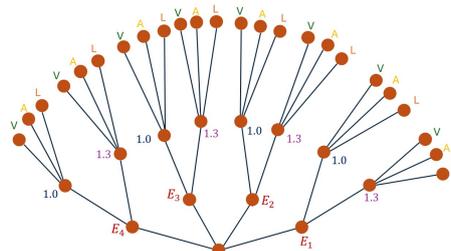
Espera-se que os estudantes possam compreender, a partir dessa tarefa, que o grafo que representa a situação é isomorfo ao grafo que representa o octaedro regular no problema anterior. Desse modo, a forma do sólido não interfere na representação do grafo que modela o problema. Portanto, o grafo a que estamos nos referindo é euleriano, havendo então a trilha fechada passando por suas  $m$  arestas, o que torna a situação possível de ocorrer.

**Atividade 6:** Nesta etapa, **propõe-se o problema que aparece a seguir:**

**Problema 2.11.** *Uma empresa produz 4 tipos de carros esportivos:  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ , e  $E_4$ . Estes estão disponíveis em duas versões de motores turbos: 1.0 e 1.3. Tem-se ainda que cada versão pode ser ofertada em uma das três cores: verde, amarelo ou laranja. Quantos tipos diferentes de carros essa empresa oferta a um cliente interessado na compra?*

Em seguida, apresenta-se a solução utilizando o diagrama de árvore da figura 13.

Figura 13 – Árvore de possibilidades (Sequência didática)

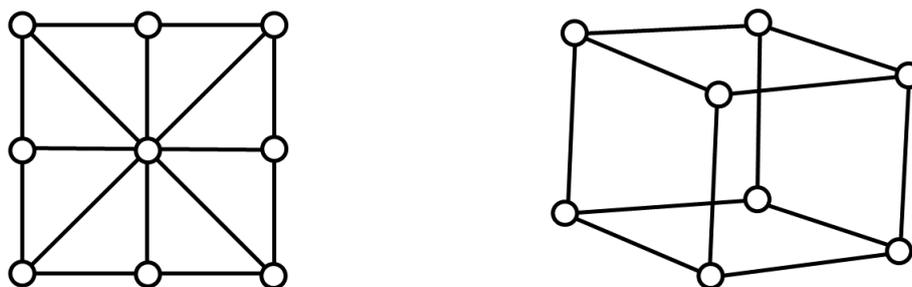


Fonte: elaborado pelo autor (2024).

**Atividade 7:** Deve-se apresentar a noção de coloração de grafos. Em seguida, propõe-se o problema que aparece abaixo:

**Problema 2.12.** *Determine o número cromático dos grafos a seguir:*

Figura 14 – Coloração de grafos (Sequência didática)



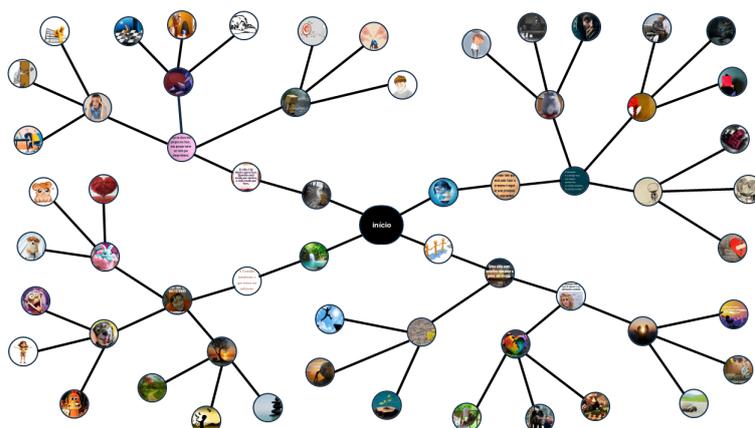
Fonte: Netto e Jurkiewicz (2017, p.115).

### 2.3.4 Quarto encontro: Aplicação do formulário e discussão sobre navegação na rede

**Atividade 1:** Apresenta-se aos estudantes um grafo árvore contendo textos e imagens (no caso de maior número de encontros, esse grafo pode ser construído com a participação dos estudantes, os quais podem promover a escolha de textos, charges, imagens e outros na internet, além de participarem na organização do formulário Google Forms), o qual é o modelo do formulário que representará o nosso aplicativo de navegação.

O grafo árvore que foi obtido na produção do formulário, ficou com o seguinte aspecto:

Figura 15 – Grafo árvore (Sequência didática)



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Neste caso, o vértice central modela a seção inicial de nosso formulário e, a distribuição dos elementos nos vértices do grafo devem corresponder exatamente à distribuição dos elementos nas respectivas seções do formulário que está sendo proposto. Assim, propõe-se aos estudantes examinarem no grafo os caminhos que desejarem percorrer no formulário. Essa tarefa é importante para que os estudantes construam a noção do caminho percorrido sendo rastreado.

Em seguida, os estudantes devem ser incitados a navegarem um pouco pelo formulário-grafo percorrendo alguns caminhos (deixamos aqui o [acesso ao formulário](#)) que puderem preestabelecer. O formulário tem um aspecto mais interessante se aberto em smartphones, contudo, pode ser explorado em outras ferramentas: notebooks, tablets e outros.

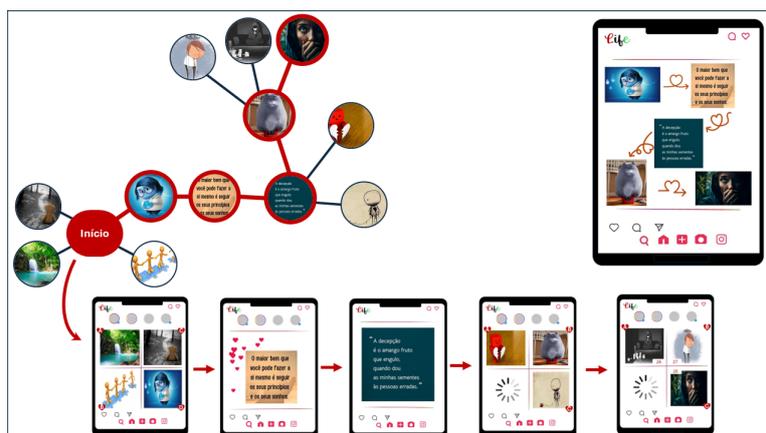
Figura 16 – Navegação no formulário (Sequência didática)



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

*Observação:* A transição do formulário inicial para o formulário que retorna o caminho percorrido requer que não seja clicado em enviar, e sim, no hiperlink.

Figura 17 – Exemplo de caminho do formulário (Sequência didática)



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Deve-se promover uma discussão sobre a proposta do formulário, pois este recupera o caminho percorrido pelo estudante na navegação, ou seja, lembra, por exemplo, "cookies" de sites, utilizados para registro e rastreamento de acessos de usuários.

**Atividade 2:** O passeio pelo formulário abre a possibilidade de uma discussão aprofundada sobre situações relacionadas ao tema trazido pelas notícias apresentadas nas figuras 64 e 65 do texto da dissertação a que esta sequência está associada, ou seja, os cuidados com a navegação na internet, inclusive essas notícias são apresentadas aos estudantes e utilizadas para diálogo.

Daí, deve-se aproveitar a forma com a qual os grafos nos ajudam a modelar estas situações de navegação pela rede, influenciada pelos algoritmos de recomendação, para promover um alerta, principalmente quando trata-se de aplicativos de redes sociais.

Este momento pode ser realizado com intervenção de outro profissional da educação, não obrigatoriamente professor, por exemplo, psicopedagogo.

**Atividade 3:** Para finalizar, pode-se instigar os estudantes, após uma breve análise sobre o tema, a proporem alternativas críticas e conscientes sobre o quão suas relações sociais online podem promover o bem-estar, individual e coletivo, e ainda o quanto a disseminação de informações pode ocorrer passando por "filtragens", por exemplo, investigação das fontes que geraram tal informação, tendo então a veracidade comprovada. Informações falsas, quando publicadas nas redes sociais, as "fake news", podem causar diversos males, que para serem corrigidos podem levar muito mais tempo do que transcorreu para serem gerados. Além disso, algumas notícias falsas, quando publicadas, podem gerar danos irreparáveis.

Uma opção para um diálogo seria partir do exemplo da campanha promovida pela empresa LG, "Resgatando sorrisos nas redes sociais", que visa "driblar" um pouco os

algoritmos de recomendação, buscando atrair conteúdos positivos para o Feed quando o usuário curte uma playlist disponibilizada pela empresa em uma página. Acesse aqui [Life's Good: Optimism you feed/LG Brasil](#).

### 3 Avaliação

Nos restringimos a uma análise essencialmente qualitativa da aplicação dessa sequência, visto que, existiam muitos elementos novos na lida com a aplicação, tais como: turma em que eu não era professor, o tema grafos é praticamente desconhecido no Ensino Básico e a proposta de desenvolvimento socioemocional ligada ao tema. Assim sendo, privilegiamos a avaliação a partir das observações no decorrer da aplicação e um formulário autoavaliativo, coletando informações por meio de Google Forms.

Dispomos a seguir a estrutura de tal formulário:

The screenshot shows the header of a Google Form. At the top, there is a banner with the title "Grafos no Ensino Básico" and a network graph illustration. Below the banner, it indicates "Seção 1 de 9". The main title of the form is "Autoavaliação: Grafos no Ensino Básico". A descriptive text below the title reads: "Este formulário é uma auto-avaliação apresentado como instrumento de avaliação da aplicação da sequência didática com o seguinte tema- Grafos: conhecendo a Teoria, modelando tecnologias e desenvolvendo aspectos socioemocionais."

The screenshot shows the "Identificação" section of the form. It contains the instruction "O estudante deve inserir o nome completo". Below this is a text input field with the label "Nome completo do estudante: \*". The input field contains the placeholder text "Sua resposta". At the bottom of the section, there are three buttons: "Voltar", "Próxima", and "Limpar formulário".

1º) Quando participei da aplicação da sequência didática sobre grafos, me senti à vontade para apresentar minhas ideias na resolução de problemas e exercícios propostos, tanto ao professor quanto aos colegas.

Questão 1

Quando participei da aplicação da sequência didática sobre grafos, me senti à vontade para apresentar minhas ideias na resolução de problemas e exercícios propostos, tanto ao professor quanto aos colegas: \*

Sim

Não

Um pouco

Voltar Próxima Limpar formulário

2º) Consegui entender sem muita dificuldade a maior parte do que me foi apresentado durante a sequência didática sobre grafos.

Questão 2

Consegui entender sem muita dificuldade a maior parte do que me foi apresentado durante a sequência didática sobre os grafos: \*

Sim

Um pouco

Não

Voltar Próxima Limpar formulário

3º) Procurei tirar minhas dúvidas com o professor (ou com um outro professor de matemática) quando senti alguma dificuldade na compreensão a respeito do tema grafos.

Questão 3

Procurei tirar minhas dúvidas com o professor (ou com um outro professor de matemática) quando senti alguma dificuldade na compreensão a respeito do tema grafos. \*

Sim

Não

Voltar Próxima Limpar formulário

4º) Tive curiosidade e pesquisei algo sobre o tema.

Questão 4

Tive curiosidade e pesquisei algo sobre o tema: \*

Sim, bastante

Sim, um pouco

Não pesquisei

5º) Sobre a conversa/orientação realizada, passei a observar e ter mais atenção sobre o quanto os algoritmos podem influenciar minha navegação nas redes sociais quando entro em algum aplicativo:

Questão 5

Sobre a conversa/orientação realizada pelo professor, Pedro Henrique, passei a observar e ter mais atenção sobre o quanto os algoritmos podem influenciar minha navegação nas redes sociais quando acesso algum aplicativo: \*

Sim, um pouco

Sim, bastante

Não

6º) Ao término da aplicação da sequência sobre grafos, estou mais ciente de que há algoritmos espalhados pela rede e que estes podem determinar quais tipos de mídias (conteúdos) acabarei acessando.

Questão 6

Ao término da aplicação da sequência sobre grafos, estou mais ciente de que há algoritmos espalhados pela rede e que estes podem determinar quais tipos de mídias (conteúdos) acabarei acessando. \*

Sim, bastante

Sim, um pouco

Não

## 4 Conclusões

Essa sequência didática é uma sugestão de abordagem do tema grafos para sala de aula do Ensino Básico, seja no término do anos finais do Ensino Fundamental, ou início do Ensino Médio. Surge como um recurso educacional que propomos, visando atender aos objetivos apresentados na dissertação do Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), com o título: Grafos no Ensino Básico: da compreensão de tecnologias contemporâneas ao desenvolvimento socioemocional. Desse modo, compreendemos este material como sendo o produto educacional da referida dissertação.

Alimentamos esperanças de que esta proposta possa vir a ser uma ferramenta útil a professores, não somente de matemática, e possa contribuir para um ensino dinâmico em sala de aula, visando a compreensão de algumas das correntes transformações tecnológicas cotidianas e uma melhor formação crítica e social de nossos estudantes.

## Referências

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. 2018. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf)>. Acesso em: 22 junho 2024. Citado na página 7.

JURKIEWICZ, S. *Grafos—uma introdução*. São Paulo: OBMEP, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 10, 11, 13 e 14.

LUCKESI, C. C. *O ato pedagógico: planejar, executar, avaliar*. [S.l.]: Cortez Editora, 2023. Citado na página 8.

NETTO, P. O. B.; JURKIEWICZ, S. *Grafos: introdução e prática*. [S.l.]: Editora Blucher, 2017. Citado na página 18.