

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO
GRANDE DO SUL
CAMPUS CANOAS

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT

**SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS RECURSIVAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL:**

Introdução à álgebra através de generalizações

DISCENTE: Nathalia Ferreria de Mello

ORIENTADORA: Dr.^a Carina Loureiro Andrade

COORIENTADORA: Ms.^a Cláudia Brum de Oliveira Fogliarini Filha

Produto Educacional

CANOAS

2024

RESUMO

A dificuldade apresentada pelos estudantes no estudo da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental é vivenciada cotidianamente. Acredita-se que isso se dá pela não compreensão de alguns conceitos essenciais do Pensamento Algébrico. A partir de estudos, percebe-se que a utilização de materiais concretos no ensino de matemática auxilia na transição do pensamento aritmético para o algébrico, tornando o aprendizado mais significativo e envolvente. Sendo assim, com a intenção de amenizar tais dificuldades, este produto didático visa contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico através da exploração de sequências numéricas recursivas com o uso de material concreto, estimulando a identificação e investigação de padrões existentes e ainda a formulação e formalização de generalizações.

Palavras chave: Sequências numéricas recursivas. Material concreto. Pensamento Algébrico. Generalizações.

SUMÁRIO

1. Introdução.....	4
2. Justificativa	5
3. Objetivo	7
4. Sequência Didática.....	8
Referências Bibliográficas	20
Apêndice A – Respostas esperadas para as atividades	21
Apêndice B – Molde do material para confecção	27

1. Introdução

Frequentemente os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental demonstram dificuldades na compreensão e no estudo da álgebra. Através da prática docente da pesquisadora, percebeu-se que, na maioria das vezes, a dificuldade vem da falta de entendimento a respeito de conceitos básicos da álgebra, como por exemplo, o uso de uma letra para representar uma quantidade desconhecida ou valor arbitrário.

Diante desta realidade, surgem alguns questionamentos: De que forma pode-se introduzir a álgebra de maneira mais significativa? Como contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes? Refletindo sobre estas indagações, na intenção de suavizar tais dificuldades, este trabalho visa contribuir para a melhoria do desenvolvimento do Pensamento Algébrico através da exploração de sequências com o uso de material concreto.

Para tanto, este produto educacional apresenta uma proposta didática que trabalha sequências a partir de materiais manipulativos nos anos finais do Ensino Fundamental, buscando favorecer o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. A proposta tem por objetivo que os estudantes relacionem as manipulações do material concreto com uma sequência matemática, identifiquem e investiguem padrões existentes em determinadas situações e formulem e formalizem generalizações.

2. Justificativa

A introdução à álgebra no Ensino Fundamental marca um ponto de virada no percurso matemático dos estudantes, representando a transição do pensamento aritmético para a compreensão mais abstrata das relações e propriedades numéricas, através da construção do conhecimento denominado de Pensamento Algébrico (Duda, 2020). Por isso, aguçar o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas que auxiliem o entendimento dos alunos e os habituem com a linguagem específica da disciplina, empregando estratégias de ensino que os instiguem e que sirvam aos seus conhecimentos e dificuldades, é provável ser uma metodologia eficiente para propiciar um melhor discernimento de conceitos, associações e técnicas.

Apesar dos avanços possibilitados pela matemática para o desenvolvimento da sociedade, inúmeras pessoas não sentem prazer na convivência com os desafios provocados por ela nem se sentem capazes de compreendê-la. Isso leva a um questionamento dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática.

Nesse sentido, se faz necessário repensar estratégias de ensino que permitam aos estudantes reforçar a compreensão de conceitos através da experimentação e de maneira mais ativa. A utilização de materiais concretos em sala de aula é uma destas estratégias, pois, segundo Silva *et al.* (2016), o uso destes auxilia no desenvolvimento de habilidades e na compreensão de saberes de forma lúdica, fazendo com que o estudante se torne mais ativo no processo de aprendizagem.

Existe um antigo provérbio chinês que diz “se escuto, logo esqueço; se vejo, lembro; mas se faço, aprendo” (*apud* Lorenzato, 2010, p. 71). Nesse sentido, Fiorentini e Miorim (1990) expõem que uma educação seria considerada realmente educativa se a sua ação pedagógica evidenciasse as atividades realizadas pelos alunos, como, por exemplo, a manipulação de objetos concretos.

Silva *et al.* (2016) e Luciano (2017) também apresentam argumentos favoráveis para a utilização de materiais concretos em sala de aula, pois é perceptível que o estudante desenvolve satisfatoriamente seu aprendizado quando este parte do concreto para depois seguir para o abstrato, iniciando na ação prática e após seguindo para a teoria.

O desenvolvimento de habilidades essenciais através do uso destes materiais concretos se dá pelo processo de experimentação, o qual, segundo Lorenzato (2010), é próprio da natureza humana e quando trabalhado na escola permite ao estudante se

envolver no assunto, participando ativamente das descobertas e socializando com os colegas.

Este processo de experimentação é importante para que se consiga uma aprendizagem efetiva, pois evidencia os “porquês” e as explicações, melhorando a compreensão; além disso, possibilita a redescoberta, a aprendizagem de estratégias de resolução de problemas e a verificação de conjecturas ou de resultados (Lorenzato, 2010).

Após a experimentação, vem como desfecho a descoberta de um novo conhecimento, a qual “se expressa por um sorriso que simboliza a alegria de um desafio vencido, de um sucesso alcançado [...] e causa, também, um forte reforço à autoimagem” (Lorenzato, 2010, p.81-82), atuando tanto na área cognitiva, quanto na afetiva de quem faz. Esse processo como um todo se mostra eficiente para a aprendizagem, pois quando vivenciam a descoberta, os alunos estão aprendendo a aprender, estão se tornando seres ativos no processo de construção do seu próprio conhecimento (Lorenzato, 2010; Silva *et al.*, 2016).

Nesta perspectiva, este produto educacional traz uma possibilidade de utilização de material concreto para a construção de saberes, partindo da experimentação e descoberta dos próprios estudantes, relevante para a constituição de processos de ensino e de aprendizagem exitosos e agradáveis.

3. Objetivo

Estimular a participação ativa dos estudantes nos seus processos de ensino e de aprendizagem, tornando - os mais atrativos e exitosos, visando contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico através da exploração de sequências com o uso de material concreto, estimulando a identificação e investigação de padrões existentes, além da formulação e formalização de generalizações.

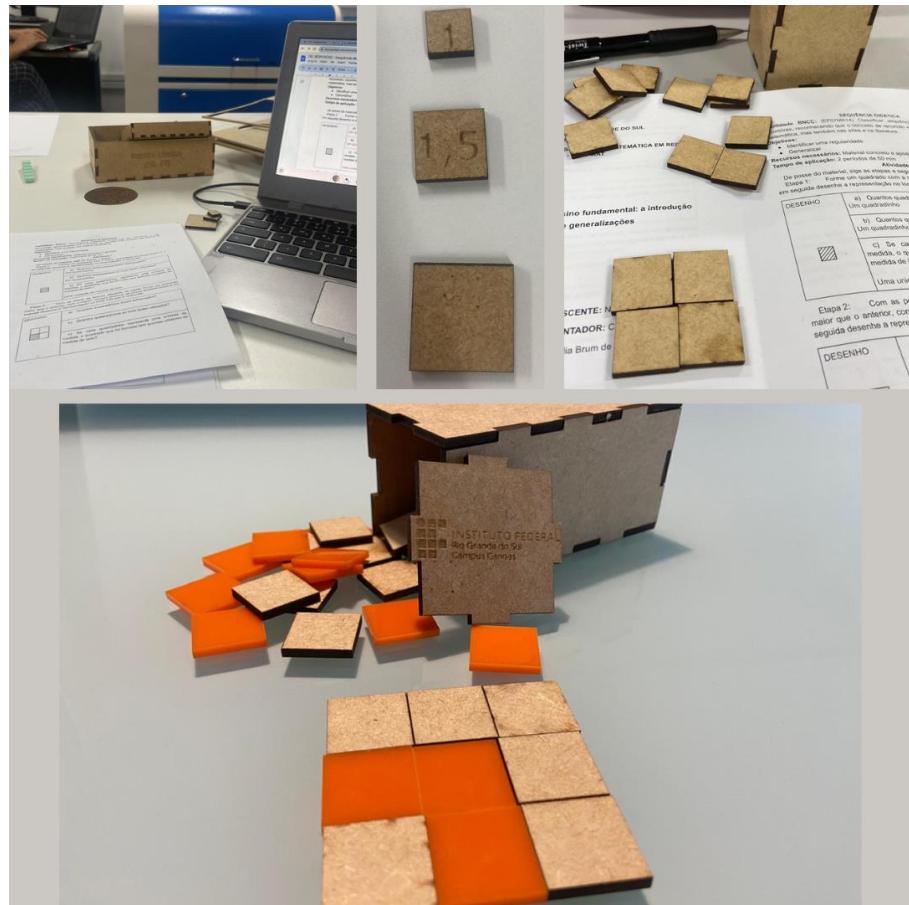
4. Sequência Didática

Serão apresentadas as atividades desenvolvidas neste produto educacional. O professor poderá optar pela utilização das atividades realizadas neste produto ou poderá adaptá-las a para sua realidade, seus alunos e suas turmas, variando a complexidade das perguntas que são feitas ou o objetivo delas. Nos apêndices, se encontra uma versão com as respostas esperadas para as atividades propostas.

Como já se estudava a importância do trabalho com o material concreto, para o desenvolvimento desta atividade é necessário um material manipulativo composto por 100 quadradinhos de dois(duas) materiais(cores) distintos(as) – 50 de cada material (cor). Com a disponibilidade do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Canoas para a utilização do laboratório *maker*, optou-se pela confecção deste material através da cortadora a laser.

Definiu-se que os quadradinhos utilizados seriam feitos através de placas de fibras de média densidade (MDF) e de acrílico, para que assim os alunos pudessem observar as diferentes etapas da atividade, inclusive no material concreto. Da mesma forma, a caixinha utilizada para armazenar o material construído seria de MDF, conforme mostra a Figura 1. Para ser feito pela cortadora a laser, os dois produtos (quadradinhos e caixinha) foram desenhados no computador pela pesquisadora, através do software RDWorks, e encaminhados para o corte na própria máquina.

Figura 1 – Etapas de confecção do material concreto



Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Caso o professor não tenha acesso a uma cortadora a laser, pode-se adaptar a construção do material para que sejam impressos os quadradinhos em folha branca e após, coloridos pelos próprios estudantes, para que a diferenciação dos quadradinhos esteja presente. Sugere-se a utilização de folhas de desenho, pois, por terem uma gramatura maior, serão melhores de se manipular.

ENCONTRO 1

Público-Alvo: 7º ano do Ensino Fundamental

Habilidade da BNCC: (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

Objetivos:

- Explorar o material concreto;
- Investigar e indentificar padrões existentes;
- Formular e formalizar generalizações;

Duração estimada: 50 minutos

Para iniciar se entregam impressas em uma apostila as atividades de 1 a 8, junto do material concreto para manipulação. Após, é interessante que o professor faça uma breve explicação de como se espera que a atividade seja desenvolvida, ou seja, explique que o aluno fará a manipulação do material concreto e em seguida registrará o que observou na apostila recebida. Ao final do tempo estipulado, o professor recolhe as apostilas dos estudantes.

Atividade

De posse do material concreto, siga as etapas a seguir:

- 1) **Etapa 1:** Represente um quadrado com a menor quantidade de peças possível, e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	a) Quantas peças foram utilizadas? _____
	b) Se uma peça tem 1 unidade de medida de lado, quanto mede o lado do quadrado formado? _____

- 2) **Etapa 2:** Acrescentando peças de cor diferente da inicial, forme um quadrado maior a partir do anterior (com o menor número possível de peças acrescentadas), e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	a) Quantas peças foram adicionadas? _____
	b) Quantas peças ao todo foram utilizadas? _____
	c) Quanto mede o lado do quadrado formado? _____

3) Etapa 3: Acrescentando peças de cor diferente da etapa 2, forme um quadrado maior a partir do anterior (com o menor número possível de peças acrescentadas), e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	Quantas peças foram adicionadas? _____
	Quantas peças ao todo foram utilizadas? _____
	Quanto mede o lado do quadrado formado? _____

4) Etapa 4: Acrescentando peças de cor diferente da etapa 3, forme um quadrado maior a partir do anterior (com o menor número possível de peças acrescentadas), e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	a) Quantas peças foram adicionadas? _____
	b) Quantas peças ao todo foram utilizadas? _____
	c) Quanto mede o lado do quadrado formado? _____

5) Etapa 5: ATENÇÃO! Sem o auxílio do material, pense em como seria formado um quadrado maior que o anterior, com o menor número possível de peças acrescentadas e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	a) Quantas peças seriam adicionadas? _____
	b) Quantas peças ao todo seriam utilizadas? _____
	c) Quanto iria medir o lado do quadrado que seria formado? _____

6) **E se não tivéssemos mais peças para serem acrescentadas para construção do quadrado da 10^a etapa,**

a) Quantas peças seriam adicionadas ao quadrado da 9^a etapa? Explique como você chegou nessa resposta.

b) Quantas peças ao todo formariam esse quadrado?

7) Complete o quadro a seguir:

Quadro de registros		
Etapa	Peças acrescentadas nesta etapa	Peças totais
1		
2		
3		
4		
5		
...
10		

8) Qual estratégia você utilizou para o registro da 10^a etapa? Explique detalhadamente o que pensou.

ENCONTRO 2

Para este encontro, sugere-se como pré-requisito o estudo sobre sequências numéricas, ou a adaptação das nomenclaturas utilizadas na atividade. Ao início, se entregam impressas em uma apostila as atividades de 9 a 16 junto da apostila com as atividades de 1 a 8 e do material concreto.

Público-Alvo: 7º ano do Ensino Fundamental

Habilidades da BNCC: (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

Objetivos:

- Explorar o material concreto;
- Investigar e indentificar padrões existentes;
- Formular generalizações;

Duração estimada: 90 minutos

9) Utilizando o material concreto, confira o que você construiu e complete a tabela a seguir.

Quadro de registros		
Etapa	Peças acrescentadas nesta etapa	Peças totais
1	$a_1 =$	$s_1 =$
2	$a_2 =$	$s_2 =$
3	$a_3 =$	$s_3 =$
4	$a_4 =$	$s_4 =$
5	$a_5 =$	$s_5 =$
6	$a_6 =$	$s_6 =$
7	$a_7 =$	$s_7 =$
8	$a_8 =$	$s_8 =$
9	$a_9 =$	$s_9 =$
10	$a_{10} =$	$s_{10} =$

10) Análise das informações levantadas:

- a) O que você observou a respeito dos números registrados na coluna “Peças acrescentados nesta etapa”?

- b) O que você observou a respeito dos números registrados na coluna “Peças totais”?

- c) Qual a relação existente entre a etapa e a quantidade registrada na coluna “Peças totais”?

- d) **DESAFIO:** Qual a relação existente entre a etapa e a quantidade registrada na coluna “Peças acrescentados nesta etapa”?

- e) Some os 2 primeiros valores da coluna “Peças acrescentados nesta etapa” e compare com o valor da segunda linha da coluna “Peças totais”. O que você percebeu?

$$a_1 + a_2 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

- f) Some os 3 primeiros valores da coluna “Peças acrescentados nesta etapa” e compare com o valor da terceira linha da coluna “Peças totais”. O que você percebeu?

$$a_1 + a_2 + a_3 = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

- g) Some os 5 primeiros valores da coluna “Peças acrescentados nesta etapa” e compare com o valor da quinta linha da coluna “Peças totais”. O que você percebeu?

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

- h) Complete as lacunas abaixo com os “índices” correspondentes:

i) $s_5 = s_{\underline{\quad}} + a_{\underline{\quad}}$

j) $s_6 = s_{\underline{\quad}} + a_{\underline{\quad}}$

k) $s_{10} = s_{\underline{\quad}} + a_{\underline{\quad}}$

l) $s_{\underline{\quad}} = s_7 + a_8$

m) $s_{\underline{\quad}} = s_9 + a_{10}$

- i) Agora é sua vez: Construa um “item” conforme os anteriores, e dê para sua dupla completar.
-
-

O que aconteceria na etapa 15? E na etapa 20? E na etapa 50? Registre suas ideias abaixo, e em seguida complete o quadro de registros

- 11) Mostre como você faria para a etapa 15:

Peças acrescentados nesta etapa	Peças totais no tabuleiro

--	--

12) Mostre como você faria para a etapa 20:

Peças acrescentados nesta etapa	Peças totais no tabuleiro
---------------------------------	---------------------------

13) Mostre como você faria para a etapa 50:

Peças acrescentados nesta etapa	Peças totais no tabuleiro
---------------------------------	---------------------------

14) Complete o quadro de registros com as informações obtidas.

Quadro de registros		
Etapa	Peças acrescentadas nesta etapa	Peças totais no tabuleiro
15	$a_{15} =$	
20		
50		

E se fossemos generalizar para qualquer número natural n , o que aconteceria? Qual seria a expressão que utilizariamos em cada uma das colunas abaixo?

15) Mostre como você faria para a etapa n :

Peças acrescentados nesta etapa	Peças totais no tabuleiro
---------------------------------	---------------------------

--	--

16) Complete o quadro de registros com as informações obtidas.

Quadro de registros		
Etapa	Peças acrescentadas nesta etapa	Peças totais
1	$a_1 =$	$s_1 =$
2	$a_2 =$	$s_2 =$
3	$a_3 =$	$s_3 =$
4	$a_4 =$	$s_4 =$
5	$a_5 =$	$s_5 =$
6	$a_6 =$	$s_6 =$
7	$a_7 =$	$s_7 =$
8	$a_8 =$	$s_8 =$
9	$a_9 =$	$s_9 =$
10	$a_{10} =$	$s_{10} =$
⋮	⋮	⋮
15	$a_{15} =$	$s_{15} =$
⋮	⋮	⋮
20	$a_{20} =$	$s_{20} =$
⋮	⋮	⋮
50	$a_{50} =$	$s_{50} =$
⋮	⋮	⋮
n	$a_n =$	$s_n =$



Parabéns! Você acabou de encontrar uma expressão que representa qualquer número ímpar e uma expressão que representa a soma dos n primeiros números ímpares.

Referências Bibliográficas

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf Acesso em: 14 jun. 2023.

DUDA, R. **Uso da plataforma App Inventor sob a ótica construcionista como estratégia para estimular o pensamento algébrico**. 2020. 175 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2020.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3^a ed. – Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

SILVA, F. M. et al. O uso do material concreto no ensino da matemática. **Anais do VIII Fórum Internacional de Pedagogia - FIPED**, Maranhão, 2016. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/3649>>. Acesso em: 15 mar. 2024

Apêndice A – Respostas esperadas para as atividades

Atividade

De posse do material concreto, siga as etapas a seguir:

- 1) Etapa 1: Represente um quadrado com a menor quantidade de peças possível, e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	a) Quantas peças foram utilizadas? Uma
	b) Se uma peça tem 1 unidade de medida de lado, quanto mede o lado do quadrado formado? 1 unidade de medida de lado

- 2) Etapa 2: Acrescentando peças de cor diferente da inicial, forme um quadrado maior a partir do anterior (com o menor número possível de peças acrescentadas), e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	d) Quantas peças foram adicionadas? Três
	e) Quantas peças ao todo foram utilizadas? Quatro
	f) Quanto mede o lado do quadrado formado? 2 unidades de medida de lado

- 3) Etapa 3: Acrescentando peças de cor diferente da etapa 2, forme um quadrado maior a partir do anterior (com o menor número possível de peças acrescentadas), e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	Quantas peças foram adicionadas? Cinco
	Quantas peças ao todo foram utilizadas? Nove
	Quanto mede o lado do quadrado formado? 3 unidades de medida de lado

4) Etapa 4: Acresentando peças de cor diferente da etapa 3, forme um quadrado maior a partir do anterior (com o menor número possível de peças acrescentadas), e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	d) Quantas peças foram adicionadas? Sete
	e) Quantas peças ao todo foram utilizadas? Dezesseis
	f) Quanto mede o lado do quadrado formado? 4 unidades de medida de lado

5) Etapa 5: ATENÇÃO! Sem o auxílio do material, pense em como seria formado um quadrado maior que o anterior, com o menor número possível de peças acrescentadas e em seguida desenhe a representação no local indicado e responda:

DESENHO	d) Quantas peças seriam adicionadas? Nove
	e) Quantas peças ao todo seriam utilizadas? Vinte e cinco
	f) Quanto iria medir o lado do quadrado que seria formado? 5 unidades de medida de lado

6) **E se não tivéssemos mais peças para serem acrescentadas para construção do quadrado da 10^a etapa,**

a) Quantas peças seriam adicionadas ao quadrado da 9^a etapa? Explique como você chegou nessa resposta.

Dezenove

b) Quantas peças ao todo formariam esse quadrado?

Cem

c) O quadrado que seria formado teria quantas unidades de medida de lado?

10 unidades de medida de lado

7) Complete o quadro a seguir:

Quadro de registros		
Etapa	Peças acrescentadas nesta etapa	Peças totais
1	1	1
2	3	4
3	5	9
4	7	16
5	9	25
...
10	19	100

8) Qual estratégia você utilizou para o registro da 10^a etapa? Explique detalhadamente o que pensou.

Solicitar que o aluno descreva se ele foi desenhando os quadradinhos, se foi imaginando a sequência, ou até mesmo se observou algum padrão.

9) Utilizando o material concreto, confira o que você construiu e complete a tabela a seguir.

Quadro de registros		
Etapa	Peças acrescentadas nesta etapa	Peças totais
1	$a_1 = 1$	$s_1 = 1$
2	$a_2 = 3$	$s_2 = 4$
3	$a_3 = 5$	$s_3 = 9$
4	$a_4 = 7$	$s_4 = 16$
5	$a_5 = 9$	$s_5 = 25$
6	$a_6 = 11$	$s_6 = 36$
7	$a_7 = 13$	$s_7 = 49$
8	$a_8 = 15$	$s_8 = 64$
9	$a_9 = 17$	$s_9 = 81$
10	$a_{10} = 19$	$s_{10} = 100$

10) Análise das informações levantadas:

- a) O que você observou a respeito dos números registrados na coluna “Peças acrescentados nesta etapa”?

Espera-se que os alunos registrem que os números registrados nesta coluna são todos ímpares

- b) O que você observou a respeito dos números registrados na coluna “Peças totais”?

Espera-se que os alunos registrem que os números registrados nesta coluna são todos quadrados perfeitos.

- c) Qual a relação existente entre a etapa e a quantidade registrada na coluna “Peças totais”?

Espera-se que os alunos registrem que a quantidade registrada na coluna “peças totais” é o quadrado da etapa.

- d) **DESAFIO:** Qual a relação existente entre a etapa e a quantidade registrada na coluna “Peças acrescentados nesta etapa”?

Espera-se que os alunos registrem que a quantidade de “peças acrescentadas nesta etapa” é o dobro da etapa menos 1. Ou, é a soma da etapa anterior com a atual. OU que a primeira etapa é o primeiro número ímpar

- e) Some os 2 primeiros valores da coluna “Peças acrescentados nesta etapa” e compare com o valor da segunda linha da coluna “Peças totais”. O que você percebeu?

$$a_1 + a_2 = 1 + 3 = 4$$

Espera-se que o aluno perceba que a soma da quantidade de peças acrescentadas na etapa anterior com a quantidade de peças acrescentadas na etapa atual vai resultar na quantidade de peças totais da etapa atual.

- f) Some os 3 primeiros valores da coluna “Peças acrescentados nesta etapa” e compare com o valor da terceira linha da coluna “Peças totais”. O que você percebeu?

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 3 + 5 = 9$$

Espera-se que o aluno perceba o mesmo que na alternativa anterior.

- g) Some os 5 primeiros valores da coluna “Peças acrescentados nesta etapa” e compare com o valor da quinta linha da coluna “Peças totais”. O que você percebeu?

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Espera-se que o aluno perceba o mesmo que nas alternativas anteriores

h) Complete as lacunas abaixo com os “índices” correspondentes:

i) $s_5 = s_4 + a_5$

j) $s_8 = s_7 + a_8$

k) $s_6 = s_5 + a_6$

l) $s_{10} = s_9 + a_{10}$

m) $s_{10} = s_9 + a_{10}$

i) Agora é sua vez: Construa um “item” conforme os anteriores, e dê para sua dupla completar.

Uma possível solução pode ser $s_{12} = s_{11} + a_{12}$

O que aconteceria na etapa 15? E na etapa 20? E na etapa 50? Registre suas ideias abaixo, e em seguida complete o quadro de registros

11) Mostre como você faria para a etapa 15:

Peças acrescentados nesta etapa $15 \times 2 - 1 = 30 - 1 = 29$	Peças totais no tabuleiro $15 \times 15 = 225$
--	---

12) Mostre como você faria para a etapa 20:

Peças acrescentados nesta etapa $20 \times 2 - 1 = 40 - 1 = 39$	Peças totais no tabuleiro $20 \times 20 = 400$
--	---

13) Mostre como você faria para a etapa 50:

Peças acrescentados nesta etapa $50 \times 2 - 1 = 100 - 1 = 99$	Peças totais no tabuleiro $50 \times 50 = 2500$
---	--

14) Complete o quadro de registros com as informações obtidas.

Quadro de registros		
Etapa	Peças acrescentadas nesta etapa	Peças totais no tabuleiro
15	$a_{15} = 29$	$s_{15} = 225$
20	$a_{20} = 39$	$s_{20} = 400$
50	$a_{50} = 99$	$s_{50} = 2500$

E se fossemos generalizar para qualquer número natural n , o que aconteceria? Qual seria a expressão que utilizariamos em cada uma das colunas abaixo?

15) Mostre como você faria para a etapa n :

Peças acrescentados nesta etapa $2n - 1$	Peças totais no tabuleiro n^2
---	------------------------------------

16) Complete o quadro de registros com as informações obtidas.

Quadro de registros		
Etapa	Peças acrescentadas nesta etapa	Peças totais
1	$a_1 = 1$	$s_1 = 1$
2	$a_2 = 3$	$s_2 = 4$
3	$a_3 = 5$	$s_3 = 9$
4	$a_4 = 7$	$s_4 = 16$
5	$a_5 = 9$	$s_5 = 25$
6	$a_6 = 11$	$s_6 = 36$
7	$a_7 = 13$	$s_7 = 49$
8	$a_8 = 15$	$s_8 = 64$
9	$a_9 = 17$	$s_9 = 81$
10	$a_{10} = 19$	$s_{10} = 100$
⋮	⋮	⋮
15	$a_{15} = 29$	$s_{15} = 225$
⋮	⋮	⋮
20	$a_{20} = 39$	$s_{20} = 400$
⋮	⋮	⋮
50	$a_{50} = 99$	$s_{50} = 2500$
⋮	⋮	⋮
n	$a_n = n + n - 1 = 2n - 1$	$s_n = n \cdot n = n^2$



Parabéns! Você acabou de encontrar uma expressão que representa qualquer número ímpar e uma expressão que representa a soma dos n primeiros números ímpares.

Apêndice B – Molde do material para confecção