INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
RIO GRANDE DO SUL
CAMPUS CANOAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
(PROFMAT)

JOSADAQUE DA SILVA NENÊ

EXPLORANDO O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COM ÊNFASE NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

CANOAS
2024

JOSADAQUE DA SILVA NENÊ

EXPLORANDO O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COM ÊNFASE NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Produto Educacional produzido no âmbito do curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Canoas.

Orientador: Dr. Claudiomir Feustler Rodrigues de Siqueira
Linha de Pesquisa: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias
.

CANOAS
2024

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A Álgebra é uma área de estudo importante da Matemática e pode ser vista como uma generalização da Aritmética de números e quantidades (Carraher; Brizuela; Schliemann, 2000). Enquanto a Aritmética lida principalmente com números e as operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão, a Álgebra estende essas operações para trabalhar com símbolos e expressões mais gerais (Kaput, 2008; Almeida; Santos, 2017).

No entanto, ocorre a passagem da Aritmética para a linguagem simbólica utilizada na Álgebra, e ao realizar essa transição os estudantes desenvolvem uma cognição matemática essencial para o seu desenvolvimento nessa área (Susac *et al.*, 2014). Nesse sentido, Pedersen (2015) aponta que a competência algébrica frequentemente é considerada um pré-requisito para estudos adicionais em Matemática ou em áreas correlatas, como Engenharias e Ciências. Desse modo, a autora considera a Álgebra como uma porta para uma série de possibilidades educacionais e ocupacionais, por exemplo, àquelas associadas a Matemática, Engenharias e Computação, de modo que é importante que os estudantes sejam encorajados a desenvolver o seu domínio.

A introdução à Álgebra ocorre no currículo da Educação Básica, e vai além da abordagem do uso de simbologia, tratando-se da construção do conhecimento denominado de Pensamento Algébrico (Duda, 2020). Ainda, conforme Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), é possível elencar elementos caracterizadores do Pensamento Algébrico que dizem respeito à abstração e ao uso de representações simbólicas, como a percepção de regularidades e aspectos invariantes em contraste com outros que variam, em tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização.

Na Educação Básica, durante o estudo da Álgebra as dificuldades de pensar algebricamente e entender o conceito de variável são recorrentes. Estas dificuldades podem ser evidenciadas na não compreensão, pelos estudantes, de entes matemáticos como o uso de uma letra para representar um número qualquer (Bonadiman, 2012; Susac *et al.*, 2014; Vaccari; Gregorio; Martins, 2019). Consequência disso, as reprovações que acontecem desde a Educação Básica, e atingem até o nível superior.

Para tentar amenizar tal dificuldade, este produto educacional busca contribuir para a melhoria do desenvolvimento do Pensamento Algébrico a partir de experiências de ensino e de aprendizagem que explorem o Pensamento Computacional (PC) na Educação Básica. O termo PC não possui uma definição fechada, mas considerando as orientações contidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), bem como o Currículo de Referência em Tecnologia e Computação proposto pelo Centro de Inovação para a Educação Brasileira (CIEB)[1] que define o PC como a "capacidade de sistematizar, representar, analisar e resolver problemas" (Raabe; Brackmann; Campos, 2020, p. 8), nota-se que pode existir uma intersecção entre o PC e o Pensamento Matemático.

Nesse sentido, mesmo o PC não sendo uma habilidade específica relacionada à Matemática, sua importância reside na possibilidade de combinar aspectos da representação simbólica e a resolução de problemas, por exemplo (Duda, 2020). Estes aspectos da representação simbólica podem ser observados na construção de algoritmos e na implementação destes em alguma linguagem de programação, como *Scratch*, *Python* e *Portugol*. Por sua vez, as atividades que envolvem a implementação computacional e as que trabalham com linguagens de programação no Ensino de Matemática, mostraram-se uma possibilidade para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e da consciência algébrica (Bråting; Kilhamn, 2020; Mason, 2018), em consonância ao uso do PC através da programação.

Ademais, a BNCC traz o desenvolvimento do PC como um dos objetivos relacionados à área de Matemática, desde os Anos Finais do Ensino Fundamental até o final do Ensino Médio. Tal relação se dá tanto de forma implícita quanto de forma explícita, conforme será apresentado a seguir, relacionando, também, o seu desenvolvimento com a aprendizagem de Álgebra (Brasil, 2018).

Diante do exposto, o objetivo geral deste produto educacional *desenvolver o Pensamento Algébrico através de atividades que exploram o PC na Educação Básica*, desdobrando-se nos seguintes objetivos específicos: (a) introduzir a linguagem algébrica através da implementação computacional de códigos em *Scratch*; (b) escrever instruções precisas e objetivas que descrevem os passos

[1] O Centro de Inovação para a Educação Brasileira (CIEB) (https://cieb.net.br) é uma organização sem fins lucrativos, cuja missão é promover a cultura de inovação na educação pública, estimulando um ecossistema gerador de soluções para que cada estudante alcance seu pleno potencial de aprendizagem. O Currículo de Referência em Tecnologia e Computação foi elaborado a partir do estudo encomendado pelo CIEB aos seus consultores, Dr. André Luís Alice Raabe, Dr. Christian Puhlmann Brackmann e Dr. Flávio Rodrigues Campos, trazendo uma descrição do Currículo de Referência em Tecnologia e Computação e uma proposta curricular em complemento a BNCC, enfatizando conceitos de tecnologia e computação.

necessários para a resolução de problemas; (c) construir fluxogramas a partir de instruções; e (d) implementar códigos computacionais em *Scratch* que resolvam problemas a partir de dados informados pelo usuário.

A fim de alcançar tais objetivos, construiu-se uma sequência didática composta de seis atividades, sendo divididas em dois grupos: o primeiro consiste na resolução de três problemas visando a escrita de instruções precisas e objetivas, e o segundo momento na transformação dessas instruções em fluxogramas e implementação computacional em *Scratch*.

Esses três problemas são organizados em ordem crescente de dificuldade. Sugere-se que a aplicação deles seja ao longo do ano letivo, como encerramento do estudo de determinados blocos de conteúdos, como por exemplo, porcentagem. Desse modo, cada problema é trabalhado de modo completo, isto é, feita a resolução do problema seguida da implementação computacional do mesmo.

Outra possibilidade é a aplicação da sequência didática em um único momento do ano letivo, de modo semelhante ao realizado nesta pesquisa. Nesse molde, sugere-se resolver primeiramente os três problemas, e num segundo momento realizar a implementação computacional dos três problemas.

Além desses três problemas, são apresentados dois opcionais, que servem para verificar a utilização dos conhecimentos adquiridos nos problemas anteriores, tais como cálculo de porcentagem e abstração de dados, em problemas mais complexos, mas sem comprometer demasiadamente o tempo em problemas difíceis e que não despertem o interesse dos estudantes. Desse modo, as duas últimas atividades são desafios. A seguir, é apresentado o público alvo a que se destina a sequência didática, seguida da duração prevista para cada atividade. Na sequência, é detalhado o planejamento das atividades que compõem a sequência didática, com dificuldades esperadas e propostas de soluções para cada problema, bem como sugestões de adaptações caso seja necessário.

2. PÚBLICO ALVO

Esta sequência didática destina-se a estudantes que saibam operar com números racionais, sendo indicada para a introdução da linguagem algébrica. De modo geral, destina-se para estudantes a partir do 7º ano do Ensino Fundamental, estendendo-se até o Ensino Médio.

3. DURAÇÃO

A duração prevista é de 1h30min para cada uma das seis atividades, totalizando 9h. A mesma duração pode ser utilizada para os problemas opcionais.

4. PLANEJAMENTO

A sequência está dividida em dois grupos de atividades: resolução dos problemas visando a escrita de instruções e a implementação computacional dessas instruções.

4.1 Escrita de instruções precisas e objetivas

Para esse primeiro grupo de atividades (resolução de problemas), os problemas possuem um grau de complexidade que aumenta progressivamente, tendo como característica perguntas que conduzem a generalização e escrita de instruções precisas e objetivas.

Uma dificuldade prevista para todas as questões a seguir está na escrita das instruções imaginando que o leitor delas é uma pessoa qualquer que não conhece o problema. Assim, o processo de abstração envolvido pode ser difícil, não pelo conteúdo matemático em si, mas por se tratar de uma forma de pensamento e escrita que os estudantes não estão habituados a fazer. Sugere-se que os estudantes registrem todas as tentativas de escrita de instruções, e a façam um processo de refinamento dessas instruções: a partir das primeiras tentativas, busquem aprimorá-las até obter a instrução final, que reproduza os passos necessários para resolver o problema considerando uma quantidade arbitrária de tempo.

Os elementos do PC podem ser percebidos nesse caráter progressivo das soluções, em que decompomos o problema inicial em problemas mais simples de serem resolvidos e que nos conduzem à generalização (ocorrendo aqui o reconhecimento de padrões). A abstração consolidada é atingida na correta utilização dos dados fornecidos pelos problemas para sua resolução. Os algoritmos aparecem na sistematização destas instruções, enquanto que a decomposição está presente na forma como a questão foi desenvolvida, decompondo o problema maior (escrita de instruções) em problemas mais simples de serem resolvidos. Na sequência, é feito o detalhamento de cada problema.

Problema 1: desperdício de água

Em uma casa, uma torneira ficou mal fechada, gerando um grande desperdício de água. Segundo a Corsan[2], uma torneira pingando na cozinha ou no banheiro gasta em torno de 46 litros de água por dia.

(a) Quantos litros são desperdiçados por hora?

(b) Quantos litros são desperdiçados em 2 horas?

(c) E em 10 horas?

(d) Descreva com suas palavras o que deve ser feito para determinar o desperdício gerado por uma torneira pingando em uma quantidade qualquer de horas.

Na forma como o enunciado está proposto, considera-se que os estudantes estão familiarizados com os números racionais, em particular, com as dízimas periódicas. Todavia, a fim de facilitar os cálculos aritméticos, sugere-se que se altere o desperdício horário para 48 litros por dia, obtendo assim um desperdício horário de 2 litros por hora. Com isso, os cálculos aritméticos envolveram somente números naturais. Outra sugestão de mudança é alterar o desperdício para 42 litros por dia, resultando num desperdício horário de 1,75 litros por hora. Com essa alteração, os cálculos envolvidos serão com números racionais, mas sem a existência de dízimas periódicas.

Possível resolução esperada

Para a alínea (a), a solução esperada é que os estudantes dividam o desperdício diário pela quantidade de horas por dia. Logo, a resposta esperada pode ser apresentada na forma de fração, $\frac{46}{24} = \frac{23}{12}$, ou na forma de decimal, $1,916\overline{6}$. Já para a alínea (b), espera-se que os estudantes multipliquem a solução

[2] CORSAN. **Companhia alerta para a importância de preservar a água**. 2018. Disponível em: https://www.corsan.com.br/companhia-alerta-para-a-importancia-de-preservar-a-agua#:~:text=%2D%20Torneira%20aberta%20enquanto%20se%20escovam,%2C%20no%20telefone%200800.646.6444.. Acesso em: 28 jul. 2023.

da alínea anterior por 2, obtendo $\frac{23}{6}$ na forma fracionária, ou $3,93\overline{3}$, na forma decimal.

Com um raciocínio análogo ao da alínea (b), a solução esperada da alínea (c) consiste nos estudantes multiplicarem a solução da alínea (a) por 10, obtendo como resposta $19,1\overline{6}$ litros, utilizando um raciocínio análogo ao da alínea anterior. Por fim, na alínea (d) espera-se que os estudantes generalizem o raciocínio das alíneas anteriores, notando que para obter a resposta para uma quantidade qualquer de horas, multiplica-se 46 pela quantidade de horas que a torneira ficou pingando, e então divide-se esse resultado por 24. Em outras palavras, multiplica-se 46 pela fração do dia em que a torneira ficou pingando que, se for medida em horas, será uma fração do tipo $\frac{h}{24}$ litros, com *h* sendo a quantidade, em horas, que a torneira ficou pingando.

Caso seja utilizado um valor alternativo para o enunciado, as respostas esperadas são análogas, fazendo somente a substituição de 46 para o valor utilizado.

Problema 2: cálculo do salário[3]

Ronaldo trabalha como vendedor em uma loja e seu salário é composto de uma parte fixa de R$1.420,00 mais uma comissão (ou bônus por vendas) de 4% sobre o valor dos produtos vendidos por ele durante o mês.

(a) Qual o salário que Ronaldo receberá se ele vender em um mês o equivalente a R$4.200,00?
(b) Caso ele venda o equivalente a R$15.350,00, qual será o seu salário ao final do mês?
(c) E se ele vender o equivalente a R$8.913,00?
(d) Descreva com suas palavras o que deve ser feito para determinar o salário de Ronaldo ao final do mês.

[3] A seguinte questão é uma adaptação de Andrade (2022, p. 137)

Esse problema pode ser utilizado tanto como motivador para o estudo de porcentagem, quanto como um exercício de finalização desse conteúdo, sendo o cálculo envolvendo a porcentagem uma dificuldade esperada. Uma alternativa de enunciado removendo o pré-requisito de porcentagem, é escrevê-la na forma decimal, da seguinte forma: *“Ronaldo trabalha como vendedor em uma loja e seu salário é composto de uma parte fixa de R$1.420,00 mais bônus de 0,04 vezes o valor dos produtos vendidos por ele durante o mês.”* Todavia, ainda sim é necessário a operação com decimais.

Possível resolução esperada

A solução esperada da alínea (a) é que os estudantes multipliquem o total vendido pelo percentual de comissão, isto é, multipliquem $4200 \cdot 0{,}04 = 168$ e, ao valor desse produto, adicione o parte fixa, ou seja, $168 + 1420 = 1588$. Logo, o salário de Ronaldo neste mês será de R$1.588,00. Analogamente, para a alínea (b) espera-se que os estudantes multipliquem o total vendido pelo percentual de comissão, isto é, multipliquem $15350 \cdot 0{,}04 = 614$ e, ao valor desse produto, adicione o parte fixa, ou seja, $614 + 1420 = 2034$. Logo, o salário de Ronaldo neste mês será de R$2.034,00.

Assim como na alínea (b), na alínea (c) espera-se que os estudantes multipliquem o total vendido pelo percentual de comissão, isto é, multipliquem $8913 \cdot 0{,}04 = 356{,}52$ e, ao valor desse produto, adicione à parte fixa, ou seja, $356{,}52 + 1420 = 1776{,}52$. Logo, o salário de Ronaldo neste mês será de R$1.776,52. Por fim, para a alínea (d), espera-se que os estudantes generalizem o raciocínio das alíneas anteriores, notando que para determinar o salário de Ronaldo, multiplica-se 0,04 pela quantidade vendida e após adiciona-se 1420. Em símbolos, sendo V o valor total de vendas, o salário de Ronaldo será determinado por $\text{Salário}\ (V) = 0{,}04 \cdot V + 1420$.

Nota-se que, a alínea (c) é única em cuja comissão (ou bônus) resultou num montante em que a parte decimal é diferente de zero. Caso queira eliminar essa dificuldade, sugere-se alterar o valor vendido da última alínea de R$8913,00 por R$8925,00. Com essa troca, o valor da comissão será R$357,00, resultou no salário de R$1777,00.

Problema 3: passeio escolar[4]

Uma escola costuma organizar passeios com frequência e para levar os alunos conta com vários motoristas de vans. Essas vans possuem 14 lugares, além do assento do motorista. Por questão de segurança, a direção da escola exige que sempre haja um professor em cada van, não importando o número de alunos. Felizmente, a escola tem contato com muitos motoristas de vans.

(a) Quantos professores serão necessários para acompanhar os estudantes em um passeio em que 200 estudantes desejem participar? E em um passeio em que 65 estudantes desejem participar?

(b) Descreva com suas palavras, e de forma objetiva, como obter a quantidade mínima de professores necessários para acompanhar um passeio em que uma quantidade arbitrária de estudantes estejam interessados em participar.

Na forma como o terceiro problema foi enunciado, ela possui três dificuldades esperadas:

1. A interpretação de texto, em reconhecer que o número de professores é igual ao número de vans necessárias e que dos 15 assentos disponíveis, somente 13 podem ser ocupados por estudantes;
2. O arredondamento, no caso em que o número de estudantes não é um múltiplo de 13; e
3. A escrita da instrução.

Para contornar a primeira dificuldade, podem ser feitos os seguintes questionamentos: “quantos lugares cada van tem ao total?”, “do total de lugares, quantos já estão ocupados?”, “o problema possui alguma condição que deve ser atendida?”, “é possível alguma van partir sem professor?”. Quanto à segunda dificuldade, sugere-se duas possibilidades: na alínea (a) utilizar somente múltiplos 13 ou fazer o seguinte questionamento no caso em que a resposta é um número decimal: “é possível ter um número ‘quebrado’ de professores?”. A partir desse questionamento os estudantes devem refletir se o arredondamento será para o

[4] A seguinte questão é uma adaptação de uma atividade do livro Pensamento Computacional (Barichello, 2023).

próximo número inteiro ou para o número inteiro imediatamente anterior. Por último, a dificuldade da escrita da instrução pode ser amenizada propondo aos estudantes que escrevam os passos necessários, na forma de um texto instrucional.

Possível resolução esperada

Como solução esperada para a alínea (a), espera-se que os estudantes notem que cada van tem capacidade máxima de 13 estudantes, uma vez que cada van, obrigatoriamente, tem a presença de um professor. Logo, determinar o número de professores é equivalente a determinar o número de vans necessárias para transportar todos os estudantes. Portanto, para transportar os 200 estudantes, espera-se que os estudantes dividam 200 por 13 e arredondem a resposta para o próximo inteiro, isto é, concluam que serão necessárias 16 vans e, consequentemente, 16 professores. Quanto ao passeio com 65 estudantes, procedam de modo análogo e concluam que são necessárias 5 vans e, consequentemente, 5 professores.

Já para a alínea (b), de posse da análise feita na alínea anterior, espera-se que os estudantes concluam que é preciso dividir a quantidade de estudantes interessados em participar do passeio por 13. Caso essa resposta seja um número decimal, arredondar para o próximo inteiro.

Caso o enunciado seja simplificado (restringindo o enunciado a múltiplos de 13), a resposta esperada para a alínea (b) é que os estudantes concluam que é preciso dividir a quantidade de estudantes interessados em participar do passeio por 13. Com essa simplificação, não há a necessidade do uso do condicional, uma vez que o problema se restringiu a múltiplos de treze.

Problema bônus 1: compra de bottons[5]

O proprietário de uma empresa que fabrica e vende bottons gostaria de criar uma promoção para incentivar a compra de grandes quantidades, uma vez que isso agiliza a produção. Na sua loja, todos os bottons são vendidos pelo

[5] A seguinte questão é uma adaptação de uma atividade do livro Pensamento Computacional (Barichello, 2023).

mesmo preço: R$2,00. A primeira ideia foi oferecer um desconto de 10% no valor total da compra caso o comprador adquirisse mais do que 100 unidades.

(a) Com essa promoção, qual seria o valor de uma compra de 95 bottons? E de 105 bottons?

Como você deve ter notado, se essa proposta de desconto for utilizada, compras com poucas unidades acima de 100 podem ficar mais baratas do que compras que não qualificaram para o desconto. Uma outra ideia do proprietário foi a seguinte: cada unidade além da centésima recebe 15% de desconto no seu valor. Por exemplo, se alguém comprar 105 bottons, o comprador paga o preço normal para 100 deles e depois recebe 15% de desconto no valor dos outros 5.

(b) Com essa promoção, qual seria o valor de uma compra de 95 bottons? E de 105? E de 200 bottons?

O proprietário da empresa decide adotar essa segunda ideia, mas notou que ela cria um problema: o cálculo do valor final da compra não pode mais ser feito de maneira imediata na calculadora.

(c) Descreva com as suas palavras como um funcionário deve proceder para calcular o valor de uma compra a partir da informação de quantos bottons foram comprados usando uma calculadora simples. Dê a sua resposta na forma de um bilhete que será lido por uma pessoa que você não irá encontrar pessoalmente.

O primeiro problema bônus sugerido envolve o cálculo de porcentagem e condicional, trabalhados nos problemas anteriores. Por se tratar de uma questão bônus/desafio, não é sugerida nenhuma mudança no enunciado.

A dificuldade esperada na resolução dessa questão na utilização correta da condição imposta pelo problema, isto é, em determinar em quais unidades haverá a necessidade de aplicar o desconto, e como proceder para tal. Ademais, a estrutura da resposta é semelhante ao do problema dois, sendo que o valor pago é decomposto em uma parcela em que não é aplicada desconto e a parcela em que é aplicado o desconto.

Possível resolução esperada

Como solução esperada para a alínea (a), espera-se que os estudantes multipliquem a quantidade de bottons pelo valor unitário, isto é, o valor da compra é $95 \cdot 2 = 190$ reais. Já para o valor da compra de 105 bottons, espera-se que os estudantes multipliquem a quantidade de bottons pelo valor unitário e, como a quantidade comprada é superior a 100 unidades, apliquem um desconto de 10%. Sendo assim, espera-se que uma das seguintes resoluções sejam realizadas pelos estudantes: (i) $105 \cdot 2 \cdot 0{,}9 = 189$; (ii) $105 \cdot 2 - 105 \cdot 2 \cdot 0{,}1 = 189$; (iii) $105 \cdot 2(1 - 0{,}1) = 189$.

Na alínea (b), a solução esperada para a compra de 95 bottons, espera-se que os estudantes notem que esta promoção não afeta o valor da compra. Logo, a resposta deve ser a mesma calculada na alínea (a), ou seja, 190 reais. Já para a compra de 105 bottons, espera-se que os estudantes apliquem o procedimento dito no enunciado da questão, isto é, que multipliquem as 100 primeiras unidades pelo valor unitário de 2 reais e nas demais 5 apliquem um desconto de 15%. Em outras palavras, espera-se que os estudantes realizem a seguinte conta (ou variações desta): $100 \cdot 2 + 5 \cdot 2 \cdot 0{,}85 = 208{,}5$. Por variações da equação acima, entende-se expressões do tipo $2 \cdot (100 + 5 \cdot 0{,}85) = 208{,}5$ ou $105 \cdot 2 - 5 \cdot 2 \cdot 0{,}15 = 208{,} 5$.

Por último, para a compra de 200 bottons, espera-se que os estudantes calculem o preço das 100 primeiras unidades sem aplicar desconto, o que é feito multiplicando 100 por 2 e, nas demais 100 unidades, apliquem o desconto de 15%. Assim, uma forma de expressar o valor gasto através de uma expressão é $100 \cdot 2 + 100 \cdot 2 \cdot 0{,}85 = 200 \cdot 1{,}85 = 370$.

Já para a alínea (c), espera-se que esta questão apresente mais dificuldade aos estudantes. É esperada que a solução toda seja escrita em linguagem natural, e portanto, conste de um conjunto de instruções para realizar o cálculo. Seguem dois exemplos de instruções esperados:

1. Se a quantidade comprada for não ultrapassar 100 bottons, multiplique a quantidade por 2; se a quantidade comprada ultrapassar 100 bottons faça o seguinte: subtraia 100 da quantidade comprada; multiplique essa resposta por 1,7; some 200 a resposta do passo anterior.

2. Se a quantidade comprada for não ultrapassar 100 bottons, multiplique a quantidade por 2; se a quantidade comprada ultrapassar 100 bottons faça o seguinte: multiplique a quantidade comprada por 1,7 e some 30 ao resultado.

O último problema proposto é o que apresenta maior grau de complexidade na sua resolução. Além de seu enunciado extenso e conversões de unidades, ele traz como novidade a utilização de duas quantidades desconhecidas.

Problema bônus 2: quantidade de frascos[6]

A bula de um antibiótico infantil, fabricado na forma de xarope, recomenda que sejam ministrados, diariamente, no máximo 500mg desse medicamento para cada quilograma de massa do paciente. Um pediatra prescreveu a dosagem máxima desse antibiótico para ser ministrada diariamente a uma criança de 20kg.

(a) Quantos gramas desse antibiótico a criança tomará por dia?
(b) Se o tratamento durar 3 dias, quantos gramas ela tomará ao todo?
(c) E se o tratamento durar cinco dias, quantos gramas ela tomará ao todo?

Considere que 1g desse medicamento ocupe um volume de 5ml. Quantos mililitros deverão ser ingeridos se o tratamento durar:

(d) Um único dia? E se for 3 dias? E se for 7 dias?
(e) Considerando a dosagem diária máxima, quantos gramas desse antibiótico uma criança de 47kg de massa tomará por dia?

Sabe-se que o medicamento é vendido em frascos de 120ml. Determine a quantidade de frascos que os pais deverão comprar para todo o tratamento se (considere que 1g desse medicamento ocupe um volume de 5ml):

(f) A criança pesa 20kg de massa e o tratamento dura 7 dias.
(g) A criança pesa 20kg de massa e o tratamento dura 3 dias.
(h) A criança pesa 47kg de massa e o tratamento dura 5 dias.

[6] A seguinte atividade é uma adaptação de uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) (Brasil, 2019).

(i) Descreva com suas palavras como os pais da criança devem proceder para calcular a quantidade mínima de frascos que devem ser comprados para todo o tratamento.

Assim como no problema anterior, não é sugerida nenhuma mudança no enunciado.

Possível resolução esperada

Para a alínea (a), espera-se que os estudantes multipliquem a dose diária máxima do medicamento pela massa da criança e converta o valor dado em mg para g, ou seja,

$$Dose\ diária\ = \ \frac{20 \cdot 500}{1000} = \ 10g.$$

Na alínea (b), a solução esperada é que os estudantes multipliquem a resposta da alínea anterior por três, ou seja, que durante todo o tratamento ele tomará 30g de medicamento. Com um raciocínio análogo, na alínea (c) espera-se que os estudantes multipliquem a resposta da alínea (a) por cinco, ou seja, que durante todo o tratamento ele tomará 50g de medicamento.

A alínea (d) exige uma conversão de unidades - de gramas para ml - e com isso, espera-se que os estudantes relacionem as respostas anteriores com a informação nova: 1g desse medicamento ocupa um volume de 5ml. Sendo assim, como a dose diária é de 10g, para determinar a quantidade em ml basta multiplicar o valor da dose diária por 5 e pelo número de dias do tratamento: *um único dia* → 10·5=50ml; *três dias* → 10·5·3=150ml; *sete dias* → 10·5·7=350ml.

Espera-se como dificuldade na alínea (d) o reconhecimento da proporção direta entre as quantidades de medicamento em g, ml e a duração do tratamento. Para contornar isso, uma estratégia que pode ser utilizada é construir uma tabela com o consumo diário, como a Tabela 1, a seguir.

Tabela 1 - Quantidade de medicamento em ml (considerando uma dose diária de 10g)

Duração do tratamento (em dias)	**Quantidade de medicamento (em ml)**
1	50
2	100
3	150
4	200
5	250
6	300
7	350

Fonte: Autoria Própria

A alínea (e) é similar a alínea (a). Logo, espera-se que os estudantes repitam o mesmo procedimento, isto é, multipliquem a dose máxima diária do medicamento pela massa da criança e convertam o valor dado em mg para g, ou seja,

$$Dose\ diária = \frac{47 \cdot 500}{1000} = 23,5g.$$

Na alínea (f), espera-se que os estudantes utilizem as informações obtidas nas alíneas anteriores e dividam a quantidade de ml utilizada durante a duração de todo o tratamento pela quantidade de ml do frasco, isto é, dividam 350 por 120, o que resulta em $2,91\overline{6}$ frascos. Por fim, notem que a resposta obtida por essa divisão não tem sentido no contexto do problema, e a arredondem "para cima", isto é, a resposta será o próximo número inteiro (neste caso, 3).

A solução esperada da alínea (g) é um raciocínio análogo ao da alínea anterior, ou seja, que os estudantes dividam a quantidade de ml utilizada durante o tratamento para três dias pela quantidade de ml do frasco, isto é, $\frac{150}{120} = 1,25$. Como esta resposta é um número decimal, espera-se que arredondem para o próximo inteiro, isto é, 2.

Já para a alínea (h), espera-se que os estudantes utilizem as informações e procedimentos realizados nas alíneas anteriores, e notem que a resolução desta alínea passa pelos seguintes passos:

1. Determinar a quantidade de medicamento utilizada durante todo o tratamento: para tal, basta multiplicar a quantidade máxima diária (por kg), pela massa da criança e pelo número de dias do tratamento, e dividir por 1000 para obter a resposta em g. Em símbolos,

$$Dose\ total\ (em\ g)\ =\ \frac{47 \cdot 500 \cdot 5}{1000}\ =\ 117,5g.$$

2. Converter a quantidade em g para ml, multiplicando a quantidade em gramas por 5:

$$Dose\ total\ (em\ ml)\ =\ 117,5\ \cdot\ 5\ =\ 587,5ml.$$

3. Dividir esse valor por 120 e arredondar “para cima”:

$$\frac{587,5}{120}\ =\ 4,8958\overline{3}.$$

   Logo, a quantidade de frascos necessária para a duração do tratamento é de 5 frascos.

Por último, para a alínea (i), espera-se que os estudantes generalizem os procedimentos adotados até aqui, descrevendo-os da seguinte forma (ou formas semelhantes):

1. Multiplique a massa da criança por 500 e divida o resultado por 1000, obtendo assim a dose diária máxima em gramas.
2. Multiplique o valor obtido no passo anterior pelo número de dias do tratamento.
3. Multiplique o valor obtido no passo anterior por 5, para obter a quantidade de ml necessária para todo o tratamento.
4. Divida o valor do item anterior por 120, para determinar a quantidade de frascos necessários.
5. Caso o número obtido no item anterior não seja inteiro, arredondar para o próximo inteiro.

Em termos simbólicos, o esperado é

$$Q\ =\ \frac{m \cdot 500 \cdot d \cdot 5}{1000 \cdot 120} = \frac{m \cdot d}{48},$$

em que Q, m e d são a quantidade de frascos necessários, massa da criança (em kg) e número de dias de tratamento, respectivamente.

Na sequência do texto, é detalhado o segundo momento da sequência didática.

4.2 Transformando instruções em fluxogramas e algoritmos

Este bloco de atividades é dedicado à construção de fluxogramas e programação em *Scratch* dos exercícios resolvidos no primeiro momento. Aqui, dá-se ênfase à escrita de algoritmos. Entende-se por algoritmos uma sequência finita de passos que devem ser seguidos para determinar a solução de um problema e, no contexto do PC, eles "devem ser compreendidos como soluções prontas, pois já passaram pelo processo de decomposição, abstração e reconhecimento de padrões para sua formulação" (Brackmann, 2017, p. 41). Para isso, retorna-se aos problemas resolvidos anteriormente.

A escolha pela linguagem *Scratch* se deu pela fácil manipulação, não sendo necessário uma introdução a alguma sintaxe de programação e não trazendo novos significados a símbolos já utilizados na Matemática. Exemplo disso é o símbolo de "=" (igual) que em algumas linguagens de programação é utilizado para atribuição de valor a uma variável, e não com o sentido usual da Matemática, o que poderia ter consequências para o aprendizado da Álgebra (Bråting; Kilhamn, 2020). Outro motivo para a escolha da linguagem *Scratch* é por ser possível realizar a programação na linguagem materna, o que torna a barreira do idioma uma dificuldade a menos.

Dificuldades esperadas durante esse momento são a transcrição dos fluxogramas construídos para o algoritmo implementado em *Scratch*, já que na construção do fluxograma não é explicitado como realizar alguns procedimentos. Um exemplo disso é visto na questão "*passeio escolar*". No fluxograma, é esperado uma verificação se o quociente encontrado é um número decimal e, se sim, arredondá-lo para o próximo inteiro. Contudo, não se espera que no fluxograma seja explicitado como verificar tal condição. Logo, como verificar se determinado número é decimal pode ser uma dificuldade durante a programação do algoritmo.

Outra dificuldade esperada está relacionada com a resolução de expressões numéricas. Durante a implementação de alguns códigos, deverão ser resolvidas algumas expressões numéricas, de modo que a escrita das expressões, bem como a precedência de operadores e modificadores de precedência podem ser uma dificuldade extra.

Com isso, pode ser necessário retomar alguns desses conceitos previamente. Diante disso, espera-se que os algoritmos propostos pelos estudantes não envolvam atualizar o valor da mesma variável, e sim que sejam feitas resolução de expressões numéricas. Caso isso não seja possível, recomenda-se a criação de variáveis auxiliares para cada etapa do cálculo, a fim de evitar a troca de valores da mesma variável e criar uma dificuldade a mais, uma vez que esse é o primeiro contato de alguns estudantes tanto com a programação quanto com a linguagem algébrica e conceito de variáveis (tanto computacionais quanto algébricas).

Assim como nas atividades anteriores, os elementos do PC podem ser observados no caráter progressivo das soluções. Observa-se a decomposição no fato de compreender o problema na atividade anterior, rascunhar um algoritmo na forma de instruções precisas e objetivas e, nesta atividade, transformar essas instruções em um fluxograma e implementação computacional em *Scratch*. Quanto ao reconhecimento de padrões e abstração, estão subentendidas na escrita dos algoritmos. Por último, espera-se com essa atividade de programação, que os estudantes percebam a necessidade de um símbolo (ou variável) para representar a quantidade arbitrária envolvida durante a programação.

Como mencionado anteriormente, os problemas podem ser resolvidos sequencialmente em um único momento do ano letivo. Desse modo, recomenda-se que a parte computacional seja feita imediatamente após a finalização da resolução teórica dos problemas. Por outro lado, também é possível utilizar os problemas ao longo do ano letivo. Nesse caso, recomenda-se trabalhar a resolução teórica do problema, seguida da implementação computacional do respectivo problema.

Na sequência, retorna-se às cinco questões desenvolvidas no bloco anterior, explorando novos exercícios que envolvam transformar as instruções descritas no momento anterior em fluxogramas e implementação em *Scratch*.

Retornando ao problema 1: desperdício de água

Retornando à questão “desperdício de água”, responda o que segue.

(a) Construa um fluxograma que descreve como calcular o desperdício gerado por uma torneira pingando em uma quantidade qualquer de horas.

(b) Crie, em *Scratch*, um programa em que seja perguntado ao usuário a quantidade de horas em que a torneira ficou pingando e retorne ao usuário o desperdício gerado.

(c) Utilizando o programa construído na alínea anterior, determine o desperdício gerado em 1 hora, em 2 horas e em 10 horas. Os resultados são iguais aos calculados no exercício “desperdício de água”?

(d) Descreva como você representou uma *quantidade arbitrária de tempo* na criação do programa em *Scratch*.

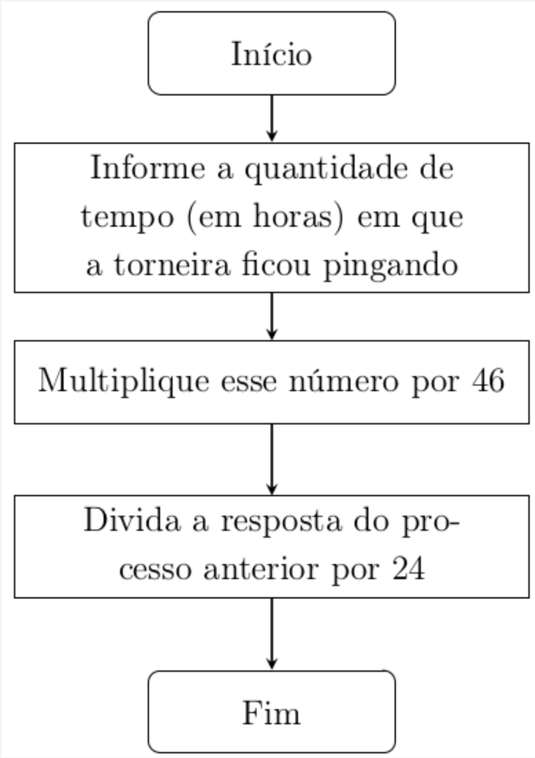
(e) É possível utilizar um número específico para representar uma quantidade arbitrária de tempo? Se sim, qual número é esse? Se não, que símbolo podemos utilizar para representar uma quantidade arbitrária de tempo?

Na sequência, são apresentadas soluções esperadas para o caso em que não houve alteração no enunciado. Caso o valor da quantidade de desperdício tenha sido alterado, as soluções são análogas, sendo necessário somente alterar o mesmo valor na respectiva solução esperada. Ademais, espera-se uma dificuldade na compreensão da alínea (e), dada sua natureza teórica. Para amenizar tal dificuldade, recomenda-se discutir a relação existente entre os símbolos numéricos e os seus significados na Matemática. Por exemplo, o símbolo “7” designa a quantidade de sete unidades, e tem um significado próprio. Em outras palavras, o símbolo “7” não pode ser usado para representar cinco unidades (já que cinco unidades são representadas pelo símbolo “5”).

Possível resolução esperada

Para a alínea (a), espera-se que os estudantes construam um fluxograma em que seja necessário informar a quantidade de tempo arbitrária. Um exemplo de solução esperada é dado no fluxograma da Figura 1, a seguir.

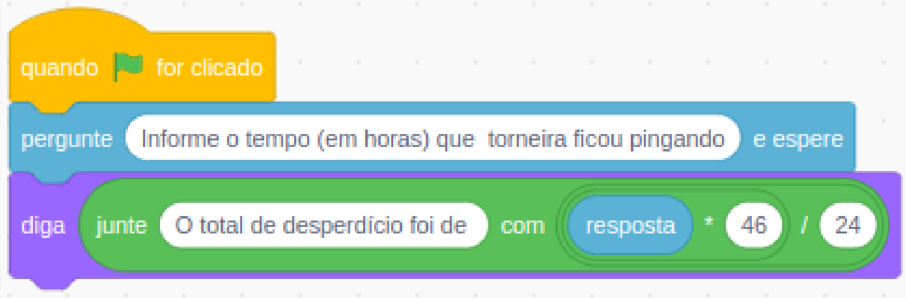
Figura 1 - Fluxograma para calcular o desperdício de uma torneira pingando



Fonte: Autoria Própria

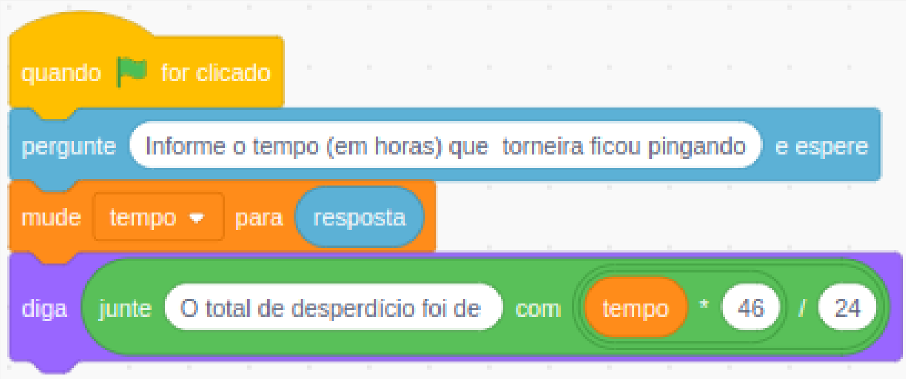
Na alínea (b), o esperado é que os estudantes utilizem o valor armazenado na variável resposta do bloco que pede para o utilizador informar o tempo em que a torneira ficou pingando. Na sequência são apresentadas três possíveis soluções, dadas pelas Figura 2, Figura 3 e Figura 4, respectivamente. A primeira não utiliza uma variável criada pelo programador, e sim o valor armazenado na variável resposta. A segunda considera que o programador criou uma variável e que esta recebe o valor informado pelo usuário do programa. Já a terceira considera variáveis auxiliares para a computação dos cálculos envolvidos em cada processo do fluxograma. Outras soluções são possíveis, levando em conta as diferentes formas como se podem escrever estas operações.

Figura 2 - Possível solução implementada em *Scratch* sem declaração explícita de variável para o problema 1



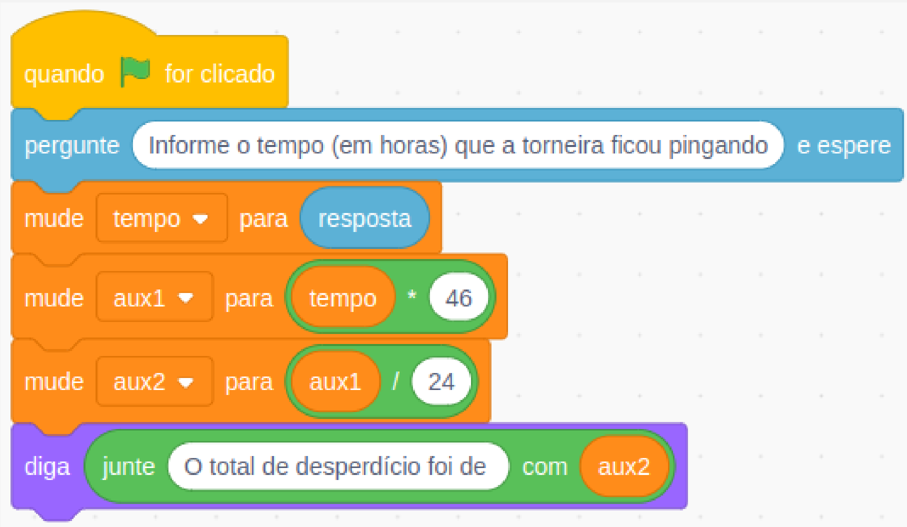
Fonte: Autoria Própria

Figura 3 - Possível solução implementada em *Scratch* com declaração explícita de variável para o problema 1



Fonte: Autoria Própria

Figura 4 - Possível solução implementada em *Scratch* com utilização de variáveis auxiliares para o problema 1



Fonte: Autoria Própria

Já para a alínea (c), espera-se que os estudantes obtenham os mesmos resultados. Caso sejam obtidos resultados diferentes, pode-se questionar o porquê desta diferença, com perguntas como: *"qual deles está correto?"*, *"o que* *está causando o erro?”*, *“por que está tendo essa diferença?”*, *“o que está causando essa diferença de valores?”*, entre outras.

A solução esperada da alínea (d), para aqueles que não declararam variáveis, a resposta esperada é que utilizaram o valor armazenado na variável resposta. Quanto aos que declararam alguma variável, que descrevam como a nomearam e também o modo com a relacionaram com o valor informado pelo usuário.

Por último, na alínea (e) o esperado é que, em um primeiro momento, os estudantes julguem que é possível utilizar um número para representar essa quantidade arbitrária. Se, de fato isso acontecer, sugere-se pegar alguns exemplos numéricos que permitam aos estudantes concluírem que um número tem um significado específico, isto é, que cada número tem seu valor definido e não podem representar um valor arbitrário.

Nota-se que, a alínea (e) deve encaminhar os estudantes a perceberem a necessidade de generalização e criação de símbolos que representem um número qualquer, mas sem ter um valor específico fixo. Quanto à sugestão de representação, a resposta é pessoal. Contudo, espera-se que eles sejam capazes de utilizar algum símbolo diferente de números (letras ou figuras geométricas, por exemplo).

Retornando ao problema 2: cálculo do salário

Retornando à questão “cálculo do salário”, responda o que segue.

(a) Construa um fluxograma que descreve como calcular o salário de Ronaldo considerando que ele vendeu uma quantidade arbitrária de produtos.

(b) Crie, em *Scratch*, um programa em que seja perguntado ao usuário a quantidade de produtos vendida por Ronaldo e retorne ao usuário o valor do salário de Ronaldo.

(c) Utilizando o programa construído na alínea anterior, determine o salário de Ronaldo sabendo que num determinado mês ele vendeu R$4.200,00, em outro ele vendeu R$15.350,00 e num terceiro ele vendeu R$8.913,00. Os resultados são iguais aos calculados no exercício “cálculo do salário”?

(d) Descreva como você representou uma a *quantidade de produtos vendida por Ronaldo* na criação do programa em *Scratch*.

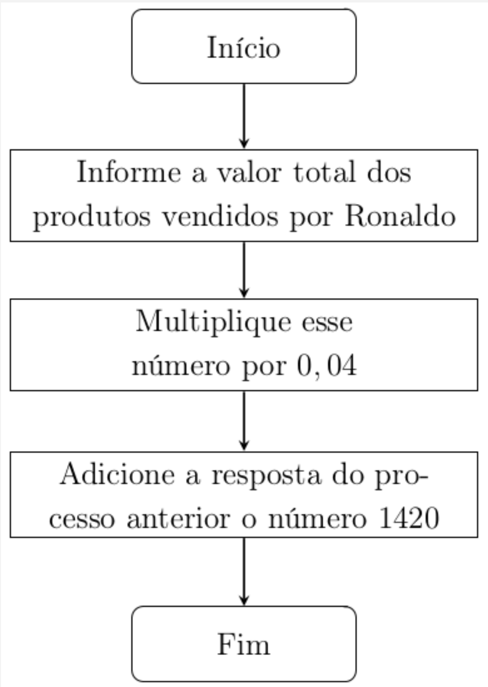
(e) É possível utilizar um número específico para representar a quantidade de produtos vendida por Ronaldo? Se sim, qual número é esse? Se não, que símbolo podemos utilizar para representar a quantidade de produtos vendida por Ronaldo?

Novamente, caso seja utilizado algum valor alternativo na resolução do problema, as soluções esperadas são análogas às apresentadas a seguir. Basta realizar a respectiva alteração na solução esperada.

Possível resolução esperada

Na alínea (a), espera-se que os estudantes construam um fluxograma em que seja necessário informar um valor arbitrário de produtos vendidos por Ronaldo. Um exemplo de solução esperada é dado no fluxograma da Figura 5, a seguir.

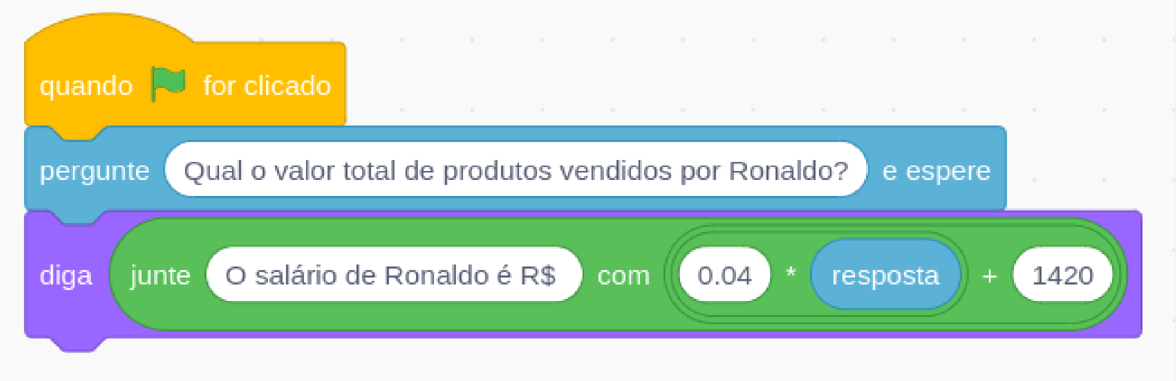
Figura 5 - Proposta de fluxograma para calcular o salário de Ronaldo



Fonte: Autoria Própria

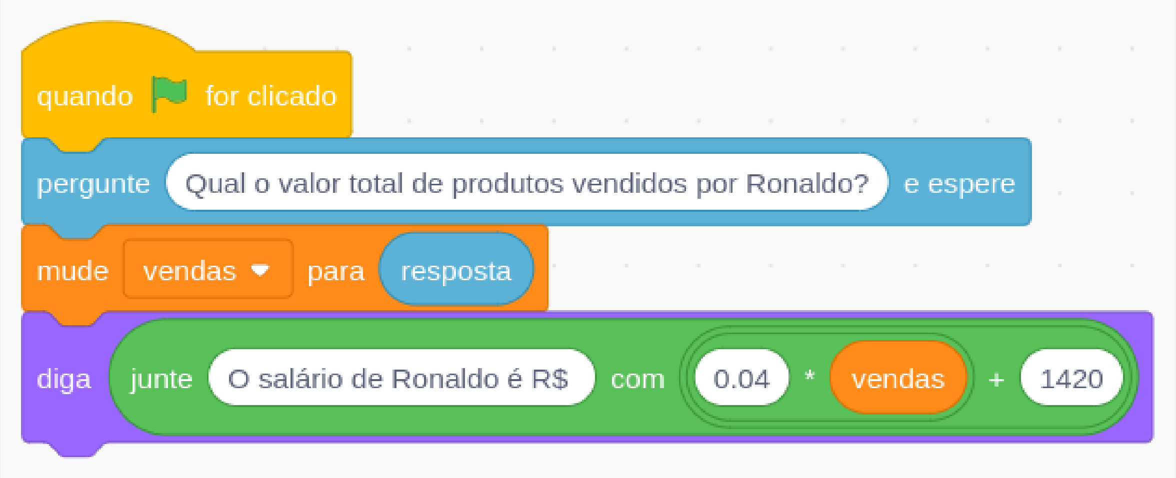
Na alínea (b), o esperado é que os estudantes utilizem o valor armazenado na variável resposta do bloco que pede para o utilizador informar o valor total de produtos que Ronaldo vendeu. A seguir, são apresentadas três possíveis soluções para esse problema, dadas pelas Figura 6, Figura 7 e Figura 8. A primeira não utiliza uma variável criada pelo programador, e sim o valor armazenado na variável resposta. A segunda considera que o programador criou uma variável e que esta recebe o valor informado pelo usuário do programa. Já a terceira considera variáveis auxiliares para a computação dos cálculos envolvidos em cada processo do fluxograma. Outras soluções são possíveis, levando em conta as diferentes formas que se pode escrever estas operações.

Figura 6 - Possível solução implementada em *Scratch* sem declaração explícita de variável para o problema 2



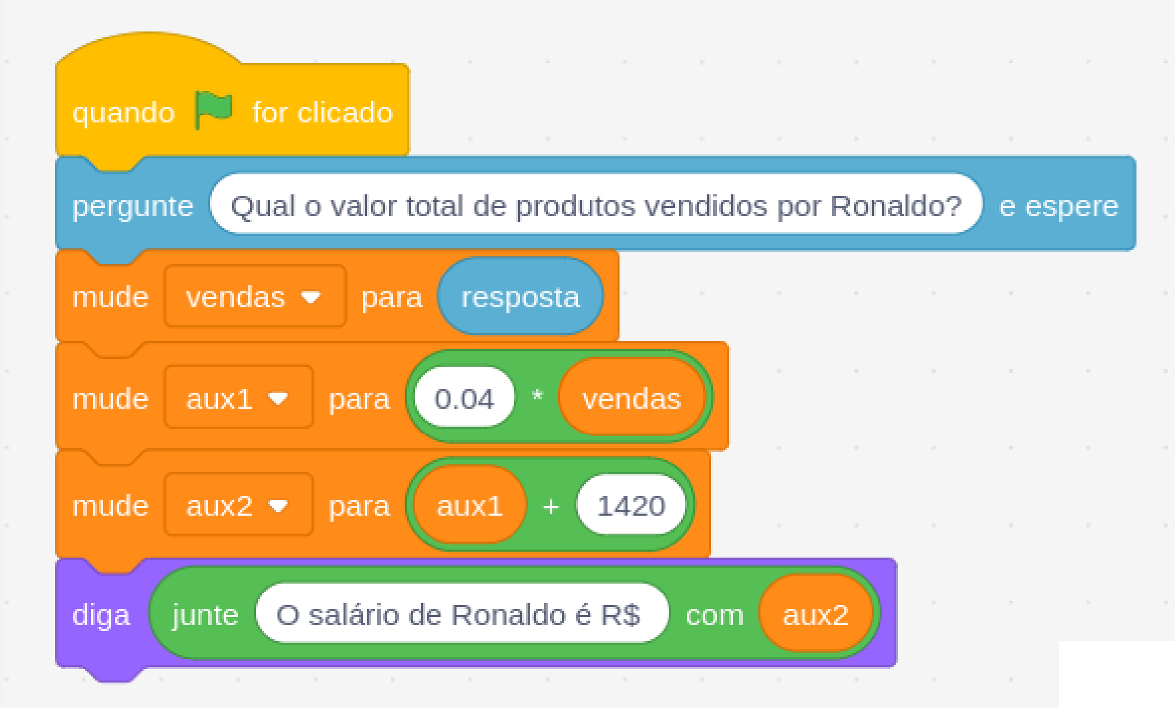
Fonte: Autoria Própria

Figura 7 - Possível solução implementada em *Scratch* com declaração explícita de variável para o problema 2



Fonte: Autoria Própria

Figura 8 - Possível solução implementada em *Scratch* com utilização de variáveis auxiliares para o problema 2



Fonte: Autoria Própria

A solução esperada da alínea (c), assim como na questão anterior, é que os estudantes obtenham os mesmos resultados. Caso sejam obtidos resultados diferentes, pode-se questionar o porquê dessa diferença, com perguntas como: *"qual deles está correto?"*, *"o que está causando o erro?"*, *"por que está tendo essa diferença?"*, *"o que está causando essa diferença de valores?"*, entre outras.

Na alínea (d), de modo análogo à questão anterior, para aqueles que não declararam variáveis, a resposta esperada é que utilizaram o valor armazenado no bloco resposta. Quanto aos que declararam alguma variável, que descrevam como a nomearam e também o modo como a relacionaram com o valor informado pelo usuário.

Também, como ocorreu com a alínea (e) da questão anterior, na alínea (e) (desta questão), espera-se que, em um primeiro momento, os estudantes julguem que é possível utilizar um número para representar essa quantidade arbitrária. Se, de fato isso acontecer, sugere-se pegar alguns exemplos numéricos que permitam aos estudantes concluírem que um número tem um significado específico, isto é, que cada número tem seu valor definido e não podem representar um valor arbitrário.

Ademais, a alínea (e) deve conduzir os estudantes a perceberem a necessidade de generalização e criação de símbolos que representem um número qualquer, mas sem ter um valor específico fixo. Quanto à sugestão de representação, a resposta é pessoal. Contudo, espera-se que eles sejam capazes de utilizar algum símbolo diferente de números (letras, por exemplo).

Retornando ao problema 3: passeio escolar

Retornando à questão “passeio escolar”, responda os seguintes itens:

(a) Construa um fluxograma que descreve como calcular o número mínimo de professores que devem acompanhar uma quantidade arbitrária de estudantes no passeio.

(b) Crie, em *Scratch*, um programa em que seja perguntado ao usuário a quantidade de estudantes que irão ao passeio e retorne ao usuário a quantidade mínima de professores que deverão acompanhar o passeio.

(c) Utilizando o programa construído na alínea anterior, determine quantidade mínima de professores que deverão ir no passeio se 200 estudantes tiverem interesse. Determine também a quantidade de professores quando 65 estudantes estão interessados em ir no passeio. Os resultados são iguais aos calculados no exercício “passeio escolar”?

(d) Descreva como você representou a *quantidade de estudantes* na criação do programa em *Scratch*.

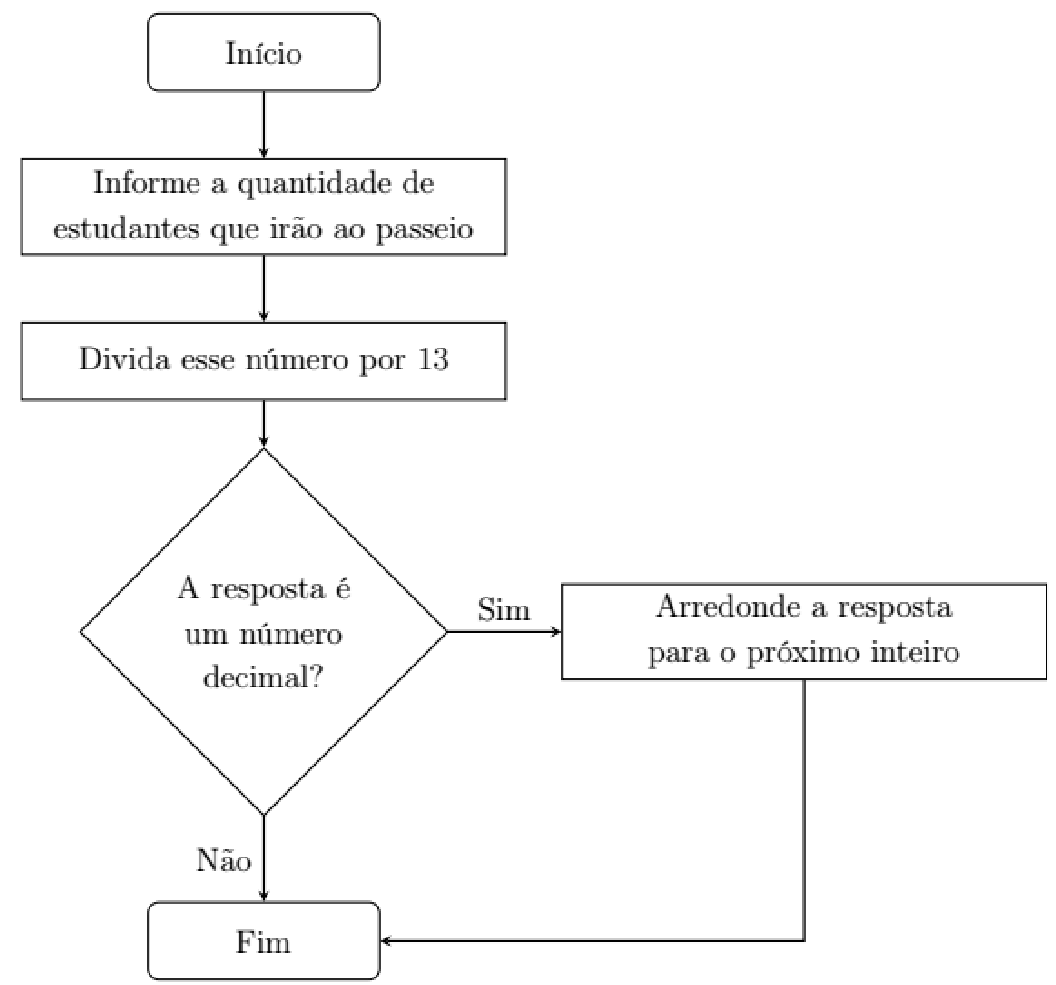
(e) É possível utilizar um número específico para representar uma quantidade arbitrária de estudantes interessados em ir ao passeio? Se sim, qual número é esse? Se não, que símbolo podemos utilizar para representar uma quantidade qualquer de estudantes?

Caso o problema se restrinja ao caso em que o número de alunos interessados no passeio são múltiplos de 13, na solução esperada não é necessário o uso do condicional. Nesse caso, a solução esperada torna-se análoga ao do primeiro problema, em que é necessário realizar somente uma divisão.

Possível resolução esperada

A solução esperada da alínea (a) é que os estudantes construam um fluxograma em que seja necessário informar o número de estudantes interessados no passeio. Um exemplo de solução esperada é dado no fluxograma da Figura 9, a seguir.

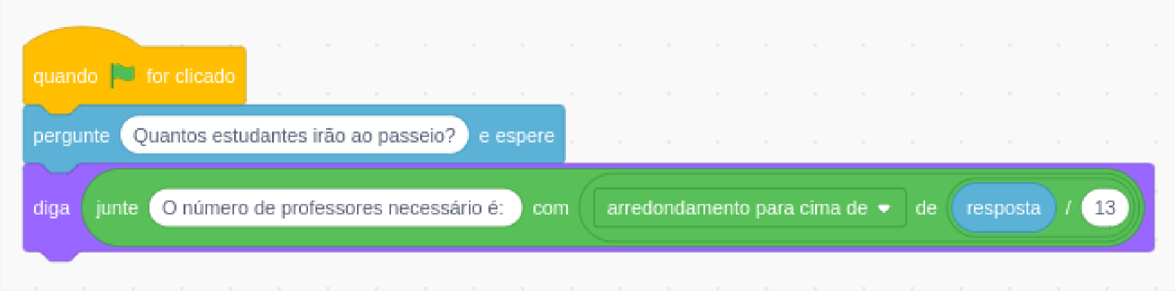
Figura 9 - Proposta de fluxograma para calcular número mínimo de professores que devem ir no passeio



Fonte:Autoria Própria

Assim como nos problemas anteriores, o esperado para a alínea (b) é que os estudantes utilizem o valor armazenado na variável resposta do bloco que pede para o utilizador informar a quantidade de estudantes que irão ao passeio. A Figura 10, a seguir traz uma possível implementação computacional para o problema. Outras soluções são possíveis, levando em conta diferentes formas de implementar as variáveis e a forma de efetuar o arredondamento.

Figura 10 - Possível solução implementada em *Scratch* sem declaração explícita de variável para o problema 3



Fonte: Autoria Própria

A solução esperada da alínea (c) é semelhante a das questões anteriores. Espera-se que os estudantes obtenham os mesmos resultados. Caso sejam obtidos resultados diferentes, pode-se questionar o porquê desta diferença, com perguntas como: *"qual deles está correto?"*, *"o que está causando o erro?"*, *"por que está tendo essa diferença?"*, *"o que está causando essa diferença de valores?"*, entre outras.

Para aqueles que não declararam variáveis, a resposta esperada da alínea (d) é que utilizaram o valor armazenado no bloco resposta. Quanto aos que declararam alguma variável, que descrevam como a nomearam e também o modo com a relacionaram com o valor informado pelo usuário.

Na alínea (e), sendo essa a terceira questão envolvendo o processo de generalização, espera-se que os estudantes respondam que não é possível utilizar nenhum número para representar uma quantidade arbitrária, necessitando a utilização de outro símbolo para tal. Quanto à sugestão de representação, a resposta é pessoal. Contudo, espera-se que eles sejam capazes de utilizar algum símbolo diferente de números (letras, por exemplo).

Para a implementação computacional deste problema em *Scratch*, é importante explicar como informar ao programa que deve ser feito um arredondamento para o número inteiro seguinte. Isso pode ser feito através da função "arredondamento para cima". Ressalta-se ainda que, mais uma vez, a alínea (e) deve levar os estudantes a perceberem a necessidade de generalização e criação de símbolos que representem um número qualquer, mas sem ter um valor específico fixo. Quanto à sugestão de representação, a resposta é pessoal.

Contudo, espera-se que eles sejam capazes de utilizar algum símbolo diferente de números (letras, por exemplo).

Retornando ao problema bônus 1: compra de bottons

Retornando à questão “compra de bottons”, responda o que segue:

(a) Construa um fluxograma que descreve como calcular o valor pago na compra de uma certa quantidade de bottons, considerando a segunda proposta de desconto (15% em cada unidade que ultrapassar a centésima).

(b) Crie, em *Scratch*, um programa em que seja perguntado ao usuário a quantidade de bottons comprada e retorne o valor que será pago.

(c) Utilizando o programa construído na alínea anterior, determine o total a ser pago na compra de 95, 105 e 200 bottons. Os resultados são iguais aos calculados no exercício “compra de bottons”?

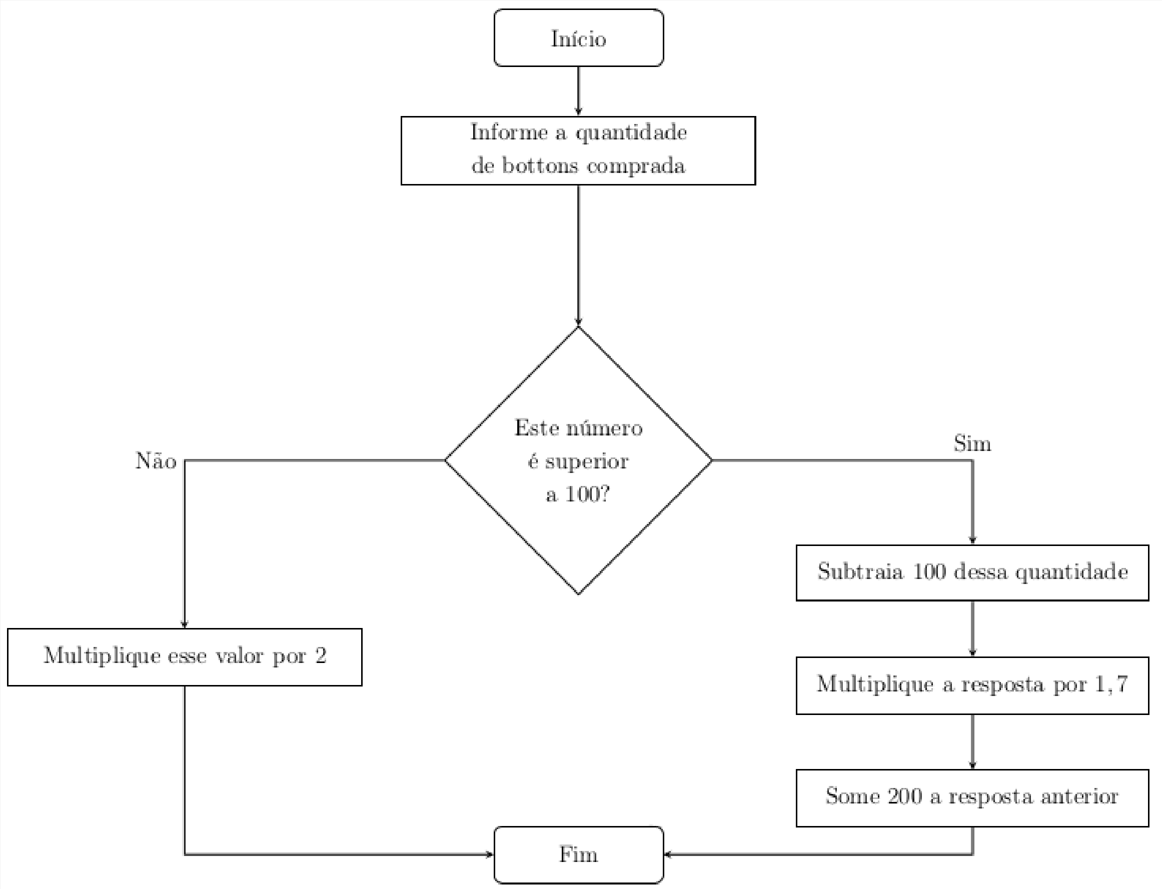
(d) Descreva como você representou a *quantidade de bottons comprados* na criação do programa em *Scratch*.

(e) É possível utilizar um número específico para representar uma quantidade qualquer de bottons comprados? Se sim, qual número é esse? Se não, que símbolo podemos utilizar para representar uma quantidade qualquer de bottons?

Possível resolução esperada

Para a alínea (a), espera-se que os estudantes construam um fluxograma em que seja necessário informar o número de bottons comprados. Também é esperado que os estudantes percebam a necessidade de analisar os casos em que a compra ultrapassa 100 unidades e aquelas que não ultrapassam. Nota-se também que há outras formas de descrever o processo no caso da compra ser superior a 100 bottons. Um exemplo de solução esperada é dado no fluxograma da Figura 11, a seguir.

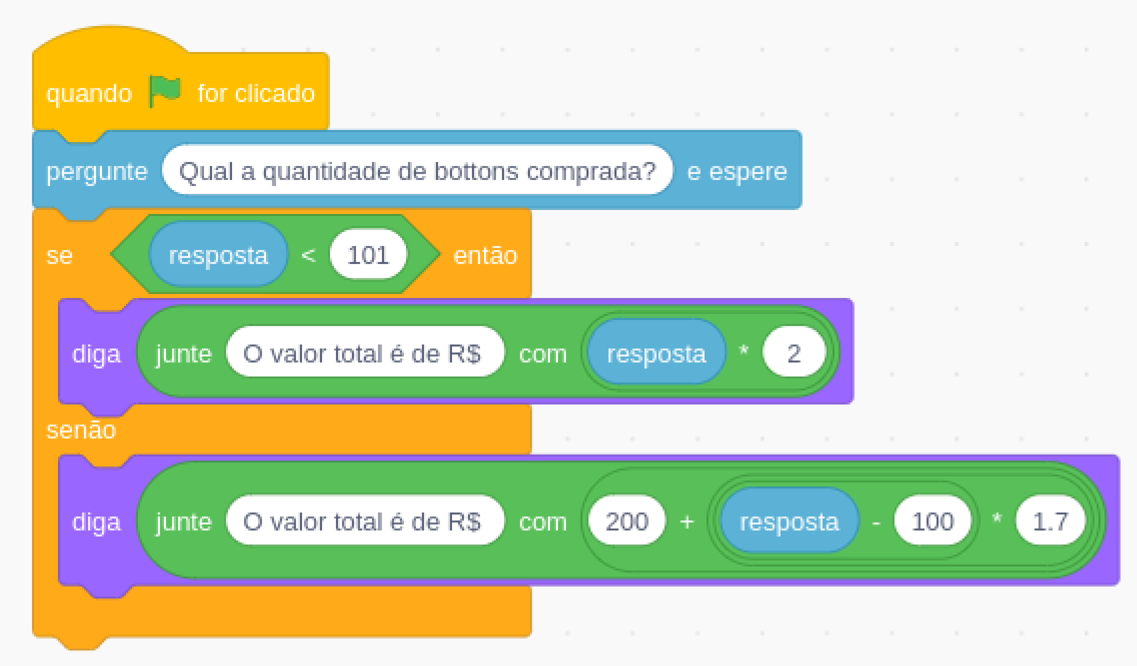
Figura 11 - Proposta de fluxograma para calcular o valor pago na compra de bottons



Fonte: Autoria Própria

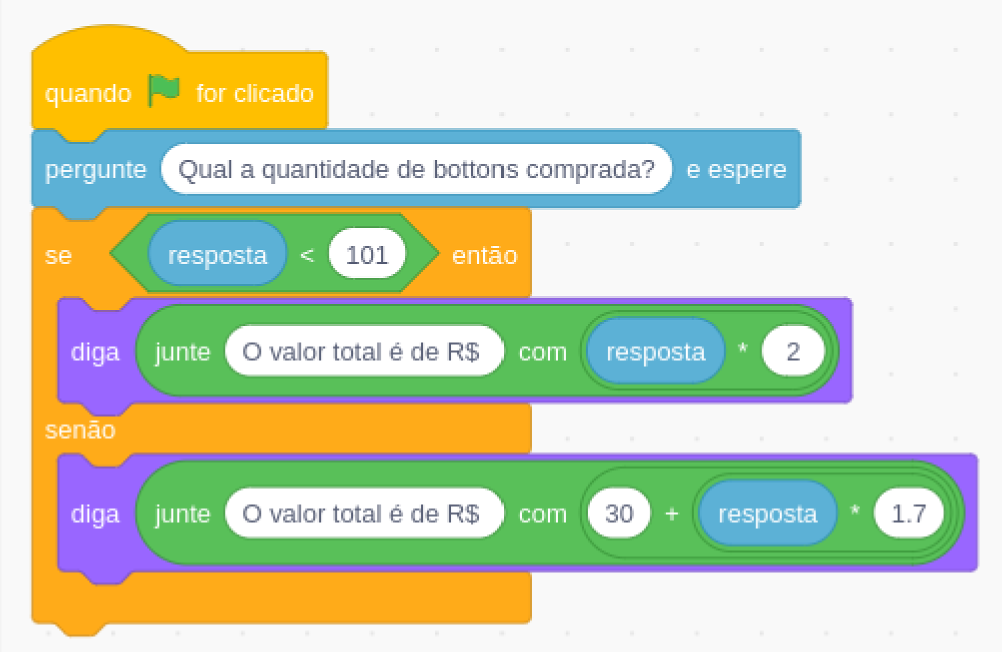
Para a alínea (b) são apresentadas duas soluções possíveis, nas Figura 12 e Figura 13, a seguir. Em ambas, é utilizado o bloco de resposta. Outras soluções possíveis podem ser obtidas através da utilização de variáveis auxiliares ou outros modos de implementar a equação que resulta no valor pago.

Figura 12 - Possível solução implementada em *Scratch* do problema 4 a partir da proposta de fluxograma apresentada



Fonte: Autoria Própria

Figura 13 - Possível solução implementada em *Scratch* do problema 4 - versão 2



Fonte: Autoria Própria

Assim como nas questões anteriores, a solução esperada da alínea (c) é que os estudantes obtenham os mesmos resultados. Caso sejam obtidos resultados diferentes, pode-se questionar o porquê desta diferença, com perguntas como: *“qual deles está correto?”*, *“o que está causando o erro?”*, *“por* *que está tendo essa diferença?”*, *“o que está causando essa diferença de valores?”*, entre outras.

Também, de modo semelhante às questões anteriores, a solução esperada da alínea (d), no caso daqueles que não declararam variáveis, é que utilizaram o valor armazenado no bloco resposta. Quanto aos que declararam alguma variável, que descrevam como a nomearam e também o modo como a relacionaram com o valor informado pelo usuário.

Por último, sendo esta a quarta questão envolvendo o processo de generalização, na alínea (e) espera-se que os estudantes respondam que não é possível utilizar nenhum número para representar uma quantidade qualquer, sendo necessária a utilização de outro símbolo para tal.

Cabe destacar que a implementação computacional deste problema envolve o uso de um condicional. É pertinente explicar que existe uma estrutura de programação comumente utilizada para essas situações: *if-then-else*. Tal estrutura é facilmente implementada em *Scratch* com o bloco “se-então-senão”. Outrossim, sendo essa a quarta atividade questionando a possibilidade de utilizar um número específico para representar uma quantidade arbitrária, é esperado que a necessidade de criação de um novo símbolo para representar essa quantidade arbitrária seja algo mais natural aos estudantes.

Retornando ao problema bônus 2: quantidade de frascos

Retornando à questão “quantidade de frascos”, responda o que segue:

(a) Construa um fluxograma que descreve como calcular a quantidade mínima de frascos que devem ser comprados para todo o tratamento de uma criança, sabendo quantos dias durará o tratamento da criança e qual a massa (em kg) da criança (considere que o tratamento utiliza a dose máxima diária).

(b) Crie, em *Scratch*, um programa em que seja perguntado ao usuário a duração do tratamento (em dias) e a massa da criança (em kg), e retorne a quantidade de frascos necessários para todo o tratamento.

(c) Utilizando o programa construído na alínea anterior, determine a quantidade de frascos necessária para uma criança com 20kg de massa e duração do tratamento de 7 dias, uma criança com 20kg de massa e duração do tratamento de 3 dias e uma criança com 47kg de massa e duração de tratamento de 7 dias. Os resultados são iguais aos calculados no exercício “quantidade de frascos”?

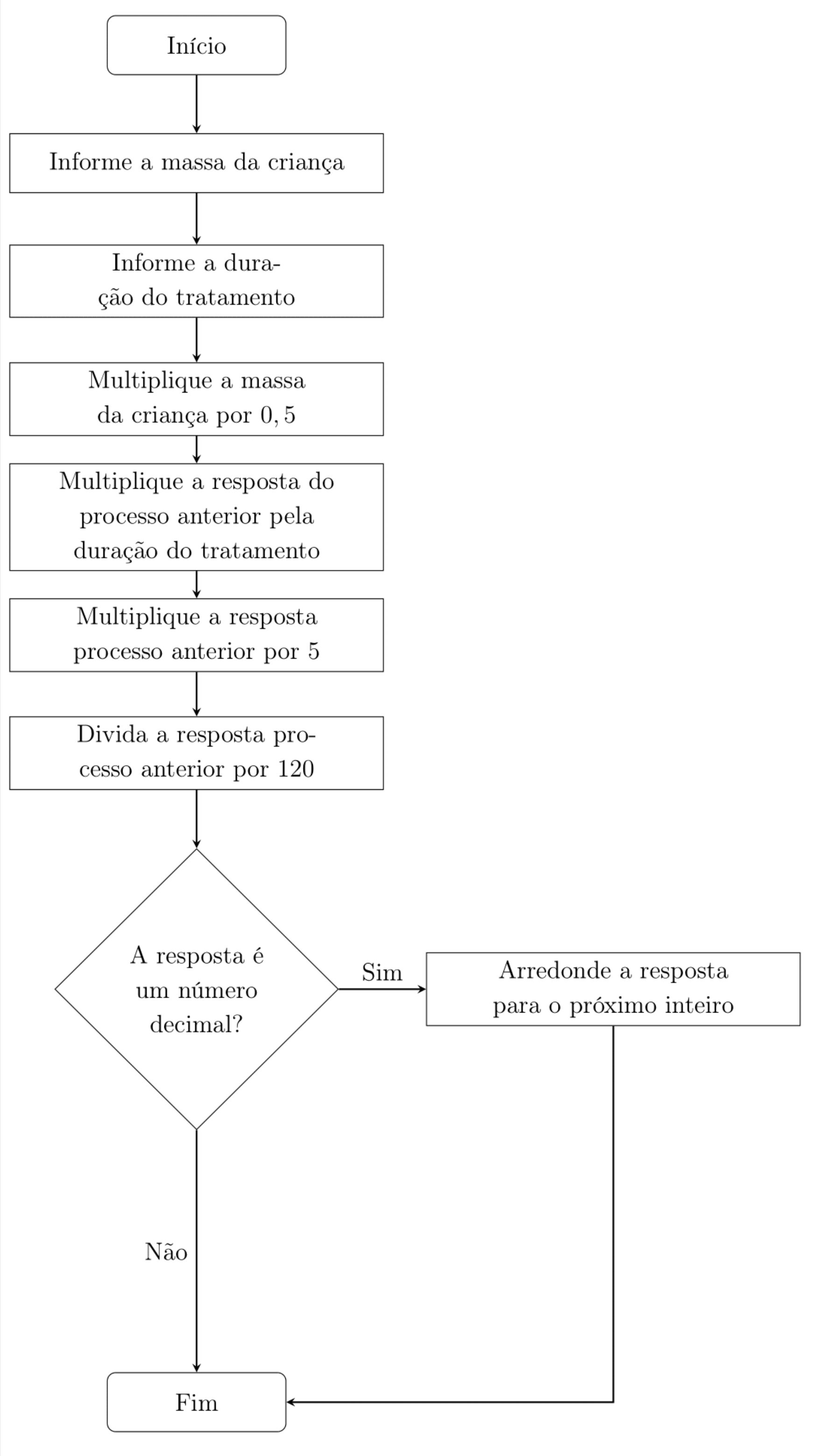
(d) Descreva como você representou a *massa da criança* e a *duração do tratamento* na criação do programa em *Scratch*.

(e) É possível utilizar um número específico para representar a massa de uma criança qualquer? E para representar a duração de um tratamento qualquer? Se sim, quais seriam esses números? Se não, que símbolo podemos utilizar para representar essas quantidades?

Possível resolução esperada

Semelhante às questões anteriores, a solução esperada da alínea (a) é que os estudantes construam um fluxograma em que seja necessário informar a duração do tratamento e a massa da criança. Nota-se que há outras formas de descrever como calcular a quantidade desejada, modificando a forma como alguns cálculos intermediários são realizados. Nota-se também que questões envolvendo a tomada de decisão e o arredondamento já foram trabalhadas em exercícios anteriores. Um exemplo de solução esperada é dado no fluxograma da Figura 14 a seguir.

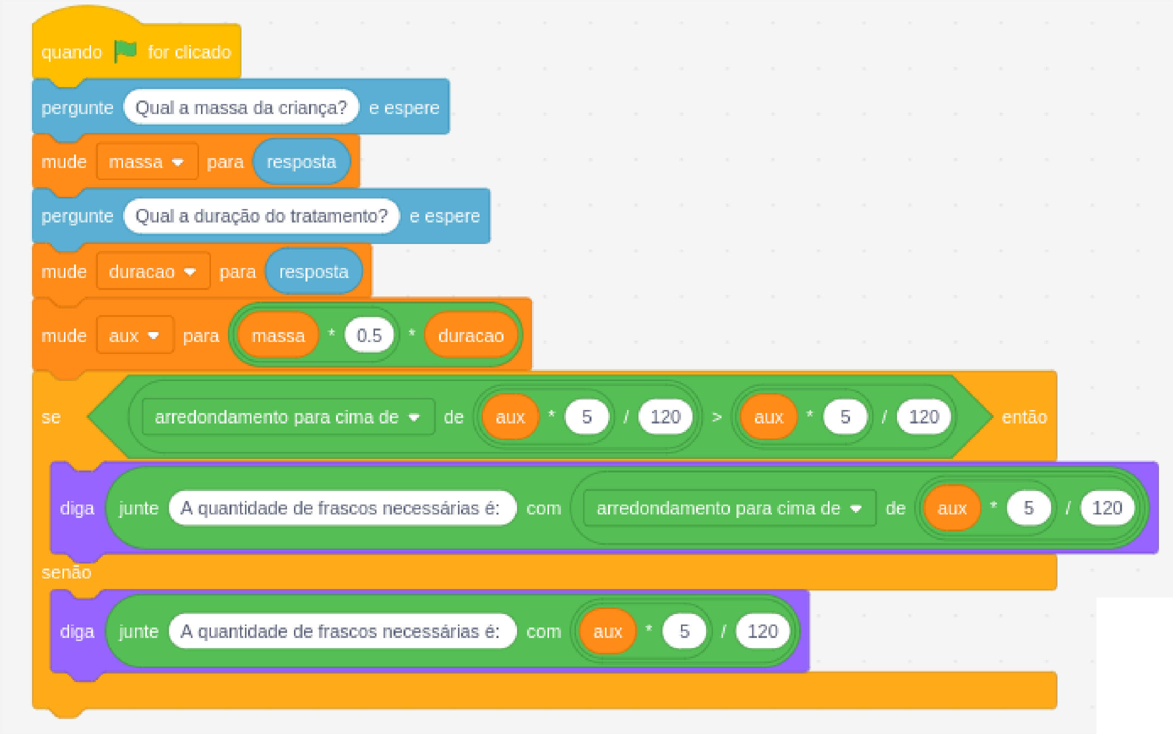
Figura 14 - Proposta de fluxograma para determinar a quantidade mínima de frascos que deve ser comprada



Fonte: Autoria Própria

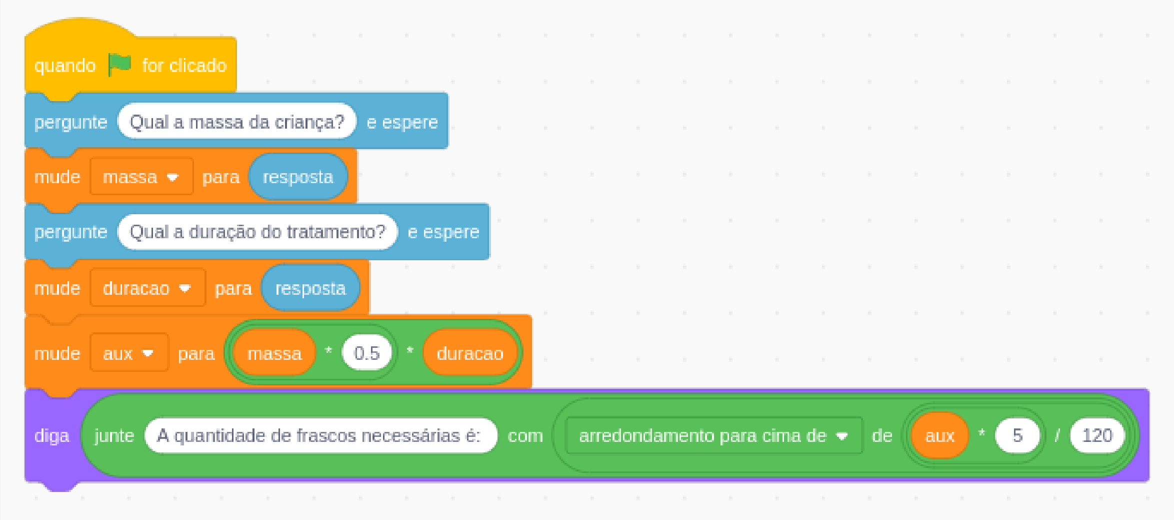
A Figura 15, a seguir, traz uma proposta de solução para a alínea (b) do problema, que consiste na implementação em *Scratch* do fluxograma apresentado anteriormente, utilizando a estrutura de condicional. Já a Figura 16, a seguir, traz uma solução alternativa, em que a condição de arredondamento é implementada sem o condicional, de modo similar ao problema 3. Variações dessas implementações são possíveis, mediante as diferentes formas de escrever a equação que resolve o problema. Destaca-se o uso de uma variável auxiliar a fim de dar nitidez e fluidez à leitura do código.

Figura 15 - Possível solução implementada em *Scratch* do problema 5 com utilização do condicional



Fonte: Autoria Própria

Figura 16 - Possível solução implementada em *Scratch* do problema 5 sem utilização do condicional



Fonte: Autoria Própria

Como ocorreu com as demais questões, na alínea (c) o esperado é obter os mesmos resultados. Novamente, caso sejam obtidos resultados diferentes, pode-se questionar o porquê desta diferença, com perguntas como: *“qual deles está correto?”*, *“o que está causando o erro?”*, *“por que está tendo essa diferença?”*, *“o que está causando essa diferença de valores?”*, entre outras.

Já para a alínea (d), espera-se que, nesta etapa da sequência, o estudante seja capaz de perceber a necessidade de variáveis para representar tais quantidades, e descrevam o nome dado a cada uma delas.

Por último, sendo esta a quinta questão envolvendo generalizações e representações de números arbitrários através de símbolos, na alínea (e) espera-se que os estudantes respondam que não é possível utilizar nenhum número para representar uma quantidade qualquer, sendo necessária a utilização de outro símbolo para tal. Também espera-se que a necessidade de criação de um novo símbolo para representar essa quantidade arbitrária seja natural aos estudantes.

Mais ainda, que cada quantidade necessita um símbolo, não sendo possível o mesmo símbolo designar ambas quantidades simultaneamente. Quanto à sugestão de representação, a resposta é pessoal. Contudo, espera-se que eles sejam capazes de utilizar algum símbolo diferente de números (letras, por exemplo).

Esse último problema apresentado é o que possui maior grau de complexidade, tanto para a resolução analítica, quanto para a escrita de instrução e implementação computacional. Nota-se que, ele também utiliza os conceitos de “arredondamento para cima” e condicional, abordado nos problemas anteriores. Observa-se também que, a verificação da necessidade de arredondamento pode ser algo desafiador de implementar computacionalmente.

Diante desse desafio, sugere-se explorar o bloco “arredondar para cima” em diferentes situações, de modo a concluir que, nos casos em que a resposta é um número inteiro, não é feito nenhum arredondamento; logo é possível eliminar da implementação computacional a estrutura condicional apresentada no fluxograma. Ademais, isso também é uma oportunidade de explorar, através da experimentação, as diferentes funções do *Scratch* e seus comportamentos, bem como tratar da diferença entre o algoritmo descrito em um fluxograma e sua implementação computacional, discorrendo sobre os possíveis desafios existentes na implementação.

Como novidade, sua implementação em *Scratch* utiliza o bloco de variáveis criadas pelo usuário, visto que, é necessário informar duas variáveis de entrada: massa da criança e duração do tratamento. Assim, a implementação desse algoritmo pode ser uma porta de entrada para a exploração e criação de variáveis próprias, bem como para a definição e explicação do que são variáveis computacionais. Desse modo, para aqueles estudantes que estão tendo sua primeira experiência com programação, tornar-se-á necessária a ajuda docente para a criação e uso dessas variáveis.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como mencionado no objetivo geral, a presente sequência didática busca desenvolver o Pensamento Algébrico através de atividades que exploram o PC na Educação Básica. Para isso, utilizou-se a resolução de problemas como metodologia, visando a escrita de instrução como objeto principal na resolução dos problemas.

A partir dessas instruções, constrói-se fluxogramas e a implementação computacional em *Scratch*. Com essa abordagem, espera-se que os estudantes percebam a necessidade da construção de símbolos para representar quantidades arbitrárias. Através da programação, a transição entre a Aritmética e a Álgebra torna-se menos “abrupta”, pois durante a programação, é possível manipular objetos que representam quantidades arbitrárias.

Por último, essa abordagem também permite verificar a presença de elementos caracterizadores do Pensamento Algébrico, como a capacidade de expressar cálculos generalizados com grandezas variáveis através da linguagem natural na escrita de instruções e construção de fluxogramas, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema, e o desenvolvimento de algum tipo de processo de generalização a partir quantidades particulares, pois estas são formas de manifestação do Pensamento Algébrico (Blanton; Kaput, 2005; Fiorentini; Fernandes; Cristovão, 2005; Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática,** v. 6, n. 10, p. 34-60, 2017. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6055/4078 . Acesso em 10 mar. 2023.

ANDRADE, T. M. **Jornadas Novos Caminhos**: matemática, 6º ano. São Paulo: Saraiva, 2022.

BARICHELLO, L. *et al*. **Computação desplugada**. 2020. Disponível em: https://desplugada.ime.unicamp.br/index.html. Acesso em: 2 abr. 2024.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BONADIMAN, A. Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. In: BÚRIGO, Elisabete Zardo *et al* (org.). **A Matemática na Escola**: novos conteúdos, novas abordagens. Porto Alegre: Editora da Ufrgs, 2012. p. 99-119.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Porto Alegre, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

______. Ministério da Educação. Exame Nacional do Ensino Médio: prova de ciências da natureza e suas tecnologias, prova de matemática e suas tecnologias. 2019. Caderno amarelo. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos/. Acesso em: 11 jun. 2024

BRÅTING, K.; KILHAMN, C. Exploring the intersection of algebraic and computational thinking. **Mathematical Thinking And Learning**, v. 23, n. 2, p. 170-185, jun. 2020.

CARRAHER, D.; BRIZUELA, B. M.; SCHLIEMANN, A. D. Bringing out the Algebraic Character of Arithmetic: instantiating variables in addition and subtraction. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION (PME), 24, 2000. Hiroshima. **Anais...** Hiroshima: PME, 2000, p. 145-152.

DUDA, R. **Uso da plataforma App Inventor sob a ótica construcionista como estratégia para estimular o pensamento algébrico**. 2020. 175 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2020.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO. 2005. Portugal.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 78–91, 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384. Acesso em: 5 jun. 2023.

KAPUT, J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: KAPUT, J.;CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.), **Algebra in the Early Grades**. Lawrence Erlbaum Associates. New York, 2008.

MASON, J. How early is too early for thinking algebraically? In: KIERAN, C. (ed.). **Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds**: the global evolution of an emerging field of research and practice. Springer, 2018. Cap. 14. p. 329-350.

PEDERSEN, I. F. What characterizes the algebraic competence of norwegian upper secondary school students? evidence from timss advanced. **International Journal Of Science And Mathematics Education**, v. 13, n. 1, p. 71-96, dez. 2013. Springer Science and Business Media LLC.

RAABE, A. L. A.; BRACKMANN, C. P.; CAMPOS, F. R. **Currículo de referência em tecnologia e computação**: da educação infantil ao ensino fundamental. 2. ed. São Paulo: CIEB, 2020.

SUSAC, A. *et al*. Development of abstract mathematical reasoning: the case of algebra. **Frontiers In Human Neuroscience**, v. 8, set. 2014.

VACCARI, A.; GREGÓRIO, D. M.; MARTINS, M. A. Uma investigação sobre pensamento algébrico, raciocínio dedutivo e indutivo com estudantes do Ensino Médio. **Debates em Educação**,v. 11, n. 25, p. 56–70, 2019. Disponível em: https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/6306. Acesso em: 9 ago. 2023.