



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO  
GRANDE DO SUL**

**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL - PROFMAT**

**JOGAR CONTRA A BANCA, UM RISCO OU UMA  
OPORTUNIDADE? UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINO DE  
PROBABILIDADE**

**DISCENTE:** Renato Elias dos Santos D'Avila Júnior

**ORIENTADORA:** Juliana Sanches

**COORIENTADOR:** Bruno Brogni Uggioni

Produto Educacional

Canoas, 2023

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>2</b>
<b>JUSTIFICATIVA</b>	<b>4</b>
<b>OBJETIVO</b>	<b>6</b>
<b>SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b>	<b>7</b>
1° Encontro - JOGO: CORRIDA DE CAVALOS I	7
2° Encontro - JOGO: CORRIDA DE CAVALOS II	11
3° Encontro - JOGO: ROLETA	15
4° Encontro - JOGO: APOSTAS ESPORTIVAS	19
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>23</b>

# INTRODUÇÃO

A origem dos estudos sobre probabilidade está associada à busca de compreender a matemática por trás de jogos de azar: “o interesse pelos jogos de azar é intrínseco à história da humanidade, supondo uma aposta e a ideia de jogo equilibrado” (Coutinho, 2007, p.56). De acordo com Borovcnik *et al.* (1991, p. 27), “traços de probabilidade podem ser encontrados nas antigas culturas dos Indianos, Babilônios e Egípcios. O primeiro objeto conhecido usado para jogos de azar, por volta de 3.500 a.C., foi o astrágalo, um osso no calcanhar de uma ovelha”<sup>1</sup>, mas, conforme Viali (2008, p. 145), “uma abordagem matemática do acaso e do risco só teve início efetivamente a aproximadamente 500 anos”.

Os jogos de apostas no Brasil ainda estão sendo discutidos. Já legalizados no Brasil temos os jogos de loterias, controlados pelo governo e, desde 2018, a modalidade de apostas de quota fixa, chamadas de apostas esportivas. Apesar de ainda ser ilegal a presença de cassinos no Brasil, há discussões nas maiores esferas públicas para a liberação ou não deles, e, também, é uma prática relativamente comum aos brasileiros a de participar de apostas. Assim, refletir sobre a matemática presente nelas é importante, não só para conhecê-las e entendê-las, mas para participar delas de maneira consciente, para compreender os riscos e divertir-se com equilíbrio.

Essa reflexão pode ser iniciada ainda no Ensino Fundamental, com os conceitos e habilidades sobre probabilidade previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que podem auxiliar na percepção dos alunos sobre os riscos de jogos de apostas. Nesse sentido, o objetivo que buscamos com essa aplicação é uma alternativa de abordagem dos conceitos elementares de probabilidades; e levar os alunos a refletirem sobre os riscos do mercado de apostas esportivas e cassinos *online* a partir do conhecimento de conceitos básicos de probabilidade.

Percebe-se um número crescente de pessoas experimentando os cassinos *online*, ainda não legalizados no Brasil, e as apostas esportivas, muitas vezes sem ponderar sobre suas reais possibilidades de ganho e perda. Inspirando-nos nisso,

---

<sup>1</sup> No original: “Traces of probability can be found in the ancient cultures of Indians, Babylonians, and Egyptians. The earliest known object used for games of chance around 3500 B.C., was the astragalus, a bone in the heel of a sheep” (Borovcnik *et al.*, 1991, p. 27 – tradução nossa).

surgiram as seguintes questões: Refletir sobre os conceitos básicos de probabilidade pode auxiliar na percepção dos riscos envolvidos nesses modelos de jogos? Como a consciência probabilística do estudante interfere na sua relação com jogos de apostas?

Espera-se que, com o aumento das vivências e reflexões sobre as probabilidades envolvidas em jogos de apostas contra a banca, o indivíduo possa tomar suas decisões de maneira consciente, reconhecendo os riscos envolvidos nesse modelo de jogo. Esse entendimento aprimorado das probabilidades e a integração dos conceitos matemáticos na formação dos alunos reforçam a importância de uma abordagem educacional que promova a conscientização e o desenvolvimento crítico diante dos desafios apresentados por jogos de apostas e situações probabilísticas.

## JUSTIFICATIVA

Observando as competências específicas de matemática para o ensino fundamental dentro da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), podemos destacar a segunda: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” como uma justificativa para o estudo dos conceitos de probabilidade. Nesse documento podemos observar que a Unidade Temática: Probabilidade e Estatística está presente em todos os anos do Ensino Fundamental. Nos anos iniciais aparecem a construção da noção de acaso e classificação de eventos, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano. São indicadas para esta etapa a análise de espaço amostral e a identificação, em eventos familiares aleatórios, de todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência. Por sua vez, o quinto ano conta com as habilidades de apresentar e determinar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

Os objetos de conhecimento e as habilidades que devem ser estudadas nos anos finais são assim organizados, no 6º ano, o objeto do conhecimento é o cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável e o cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista), onde a habilidade a ser desenvolvida é a - (EF06MA30) - calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos. Para o 7º ano, o objeto do conhecimento passa a ser os experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências e a habilidade a ser desenvolvida é - (EF07MA34) - Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

Nos últimos dois anos do Ensino Fundamental temos como objeto do conhecimento do 8º ano o princípio multiplicativo da contagem e soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral, onde a habilidade é -

(EF08MA22) - Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1. Finalmente, para o 9º ano, temos como objeto do conhecimento a análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes e a habilidade - (EF09MA20) - Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Com o intuito de oportunizar a aprendizagem desses conhecimentos e habilidades, foi elaborada a sequência didática da proposta. Experimentar um conjunto de jogos e refletir a respeito das probabilidades envolvidas pode auxiliar na tomada de decisões a respeito da temática: cassinos online e casas de apostas esportivas. Conforme Póvoa, Melo, Esher e Simões (2023, p.6) “O mercado de apostas esportivas é dinâmico e essencialmente diferente do mercado tradicional de apostas, com alcance muito superior e atração de um público cada vez mais jovem. O acesso ao mercado foi facilitado pelas tecnologias de informação e comunicação existentes, o que eliminou os chamados decision points (obstáculos que ajudam a refletir sobre o que se quer fazer e o que se deve fazer), propiciando comportamentos economicamente irracionais”. Ainda conforme os autores, o mercado brasileiro de apostas esportivas online ganhou impulso com a criação da modalidade de apostas de quota fixa em 2018. As divulgações feitas em programas esportivos, por clubes e celebridades levam a mensagens de possibilidades de ganhos a milhares de pessoas, mas será que elas percebem o risco envolvido nesses mercados de apostas? É possível que a vivência e análise probabilística sobre alguns jogos, possa auxiliar na dinâmica e na compreensão dos riscos e oportunidades envolvidos nessas atividades.

## OBJETIVO

Fazer com que os alunos experimentem os conceitos de probabilidade, apostas e pagamentos de aposta contra a banca, levando-os a refletir sobre conceitos matemáticos fora do contexto escolar.

# SEQUÊNCIA DIDÁTICA

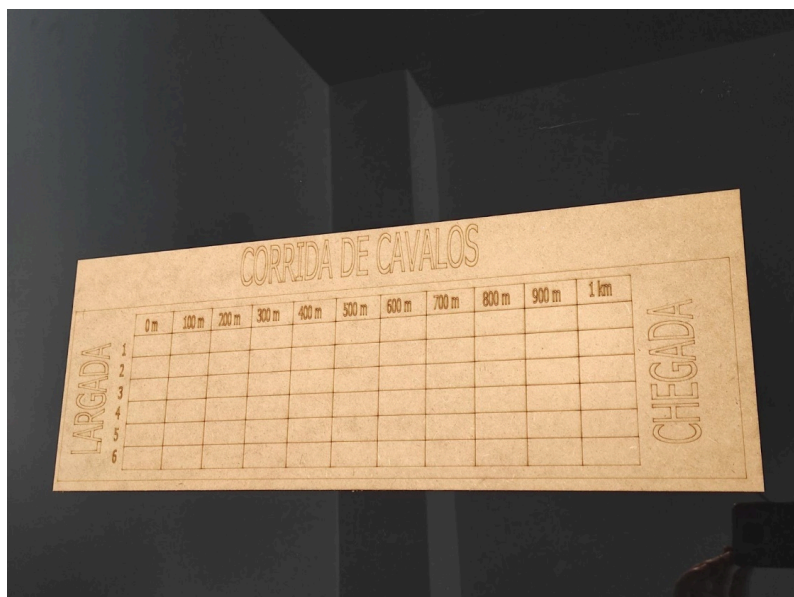
## 1º Encontro - JOGO: CORRIDA DE CAVALOS I

Sugerimos introduzir o conceito de Probabilidade utilizando o jogo “Corrida de Cavalos I”.

O intuito do jogo é que os estudantes reflitam sobre as possibilidades que os cavalos têm de avançar na corrida, ou seja, se um deles é favorito ou se no jogo todos os cavalos têm a mesma chance.

Esse jogo utiliza um dado e um tabuleiro representando uma pista de corrida de cavalos (numerados de 1 a 6). Os estudantes devem apostar em um cavalo, que acham que vai vencer a corrida. Para jogar, os estudantes lançam um dado, sendo que o resultado do lançamento corresponde ao cavalo que avança uma casa. Pode ser jogado em duplas ou no máximo até 6 pessoas.

**Figura –** Tabuleiro da Corrida de Cavalos I



*Fonte: Registro feito pelo autor.*

### INSTRUÇÕES DO JOGO

- Os números do tabuleiro correspondem aos cavalos.
- Cada jogador deve apostar em um cavalo;
- A aposta deve ser registrada com o nome do jogador sob o número do



cavalo escolhido.

- O cavalo avança quando sorteado o número na face voltada para cima, extraído no lançamento do dado. Desse modo, se a face voltada para cima após o lançamento do dado for 5, o cavalo que se movimenta é o de número 5.
- O lançamento é marcado com o avanço de uma casa no tabuleiro do “cavalo sorteado”.
- Vence o cavalo que primeiro alcançar na linha de chegada.

### **PÚBLICO-ALVO**

Alunos do nono ano do Ensino Fundamental.

### **DURAÇÃO**

Para conclusão da atividade será necessária 1,5 hora/aula.

### **PRÉ-REQUISITOS**

Frações

Decimais

Porcentagem

Contagem

### **CONTEÚDOS**

Definição clássica de Probabilidade.

### **OBJETIVOS**

Reconhecer o universo amostral de um evento;

Reconhecer eventos equiprováveis;

Comparar eventos mais ou menos prováveis;

Calcular a probabilidade de ocorrência de um determinado evento e representá-lo por meio de fração, número decimal ou porcentagem;

### **OBJETOS DO CONHECIMENTO PREVISTOS NA BNCC**

Noção de acaso

Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano

Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral

Análise de chances de eventos aleatórios.

Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios

### **HABILIDADES PREVISTAS NA BNCC**

(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.

(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco

prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.

(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.

(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.

(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

## **METODOLOGIA**

### *Atividade 1:*

Separar a turma em grupos de até seis alunos.

Explicar a regra do jogo “Corrida de Cavalos I” e definir o número de partidas que irão jogar (sugiro 3 partidas).

### *Atividade 2:*

Jogar. Sugerimos jogar 3 partidas.

### *Atividade 3:*

Utilizar o questionário abaixo para refletir sobre os conceitos matemáticos de probabilidade existentes na proposta:

1. É possível prever o cavalo que será sorteado na 1ª rodada?
2. É possível prever o cavalo que será sorteado na 6ª rodada?
3. Sabendo que na 1ª rodada saiu 1 no dado, na 2ª rodada saiu 2, na 3ª rodada saiu 3, na 4ª rodada saiu 4 e na 5ª saiu 5, é possível prever o resultado da 6ª rodada?
4. Existe um cavalo favorito antes do jogo começar?
5. Ao jogar o dado, qual a chance de sair o número 5?
6. Ao jogar o dado, qual a chance de sair o número 7?
7. Podemos garantir que o resultado no dado será sempre menor ou igual a 6
8. Em um lançamento, é mais provável sair um número maior ou menor que três?

#### Atividade 4

Após a discussão sobre as questões, definir os conceitos matemáticos de:

##### **Acaso**

Definição: Experimentos que ao serem repetidos nas mesmas condições não produzem o mesmo resultado são denominados experimentos aleatórios.

Exemplo: Ao lançar uma moeda, não é possível prever a face que cairá voltada para cima, é um fenômeno aleatório, ou seja, não é previsível.

Definição: Os experimentos que ao serem repetidos nas mesmas condições conduzem ao mesmo resultado são denominados determinísticos.

Exemplo: Sabemos que a água (sob pressão de 1 atm), quando aquecida até 100° C, entra em ebulição. Então, este evento é um evento determinístico.

##### **Universo Amostral**

Definição: Denominaremos espaço amostral associado a um experimento o conjunto de seus resultados possíveis.

##### **Evento**

Definição: Denominaremos de evento qualquer subconjunto do espaço amostral.

Exemplo: Considere o evento  $A$  dado por sair um número ímpar no lançamento de um dado.

Sabemos que o espaço amostral é  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , então o subconjunto do espaço formado apenas pelos números ímpares é o evento  $A: A = \{1, 3, 5\}$ .

Observação: Quando em um experimento aleatório com espaço amostral finito todos os eventos elementares têm a mesma chance de ocorrer, dizemos que o espaço amostral é equiprovável.

##### **Definição Clássica de Probabilidade**

Em um espaço amostral equiprovável  $\Omega$ , a probabilidade de ocorrer um evento  $A$  é indicada por  $p(A)$  e definida como:

$$p(A) = \frac{n(a)}{n(\Omega)} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}.$$

#### **MATERIAIS**

Quadro, pincel, dados, tabuleiros, cavalos, caneta e caderno.

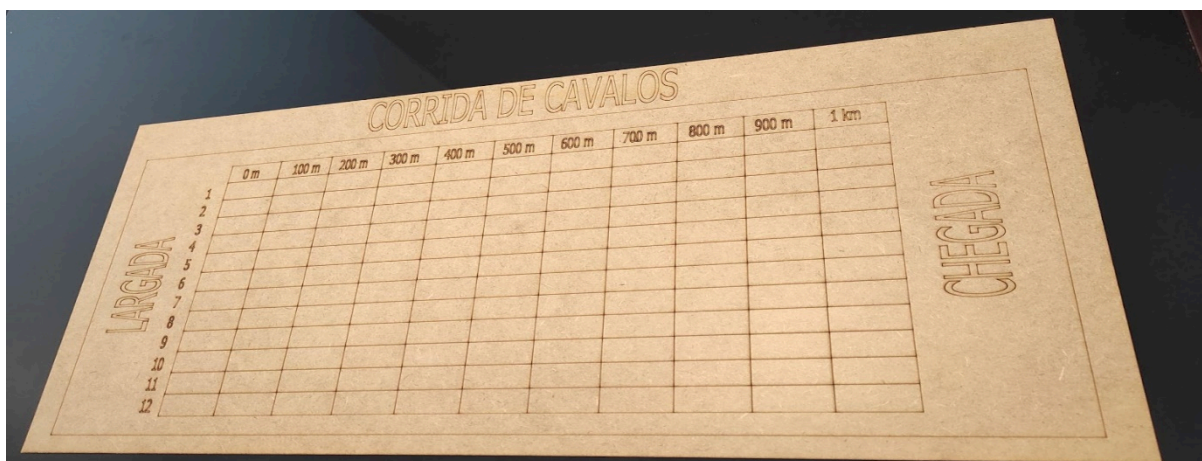
## 2º Encontro - JOGO: CORRIDA DE CAVALOS II

Para aprofundar os conceitos trabalhados no jogo “Corrida de Cavalos I”, sugerimos o jogo “Corrida de Cavalos II”.

O intuito do jogo, é que os estudantes reflitam sobre as possibilidades que os cavalos têm de vencer a corrida, ou seja, se um deles é favorito ou se todos têm a mesma chance a cada lançamento.

Esse jogo utiliza dois dados e um tabuleiro, representando uma pista de corrida de cavalos (numerados de 1 a 12). Os estudantes devem apostar em um cavalo que acham que vai vencer a corrida. Para jogar, os estudantes lançam dois dados, sendo que o resultado da soma do lançamento dos dados corresponde ao cavalo que avança uma casa. Pode ser jogado em duplas ou no máximo até 12 pessoas.

**Figura –** Tabuleiro da Corrida de Cavalos II



Fonte: Registro feito pelo autor.

### INSTRUÇÕES DO JOGO

- Os números do tabuleiro correspondem aos cavalos.
- Cada jogador deve apostar em um cavalo;
- A aposta deve ser registrada com o nome do jogador sob o número do cavalo escolhido.
- O cavalo avança quando a soma dos números das faces voltadas para cima extraídos no lançamento do dado é igual ao número do cavalo. Desse modo, se as faces voltadas para cima após o lançamento dos dados forem 2 e 6, o cavalo que se movimenta é o de número 8 (2+6).

- O lançamento é marcado com o avanço de uma casa no tabuleiro do “cavalo com a soma sorteada”.
- Vence o cavalo que primeiro alcançar na linha de chegada.

## **PÚBLICO-ALVO**

Alunos do nono ano do Ensino Fundamental.

## **DURAÇÃO**

Para conclusão da atividade será necessária 1 hora/aula.

## **PRÉ-REQUISITOS**

Frações

Decimais

Porcentagem

Contagem

Princípio Multiplicativo

## **CONTEÚDOS**

Eventos não equiprováveis

Definição de Probabilidade Condicional.

Definição de Probabilidade Frequentista.

## **OBJETIVOS**

Reconhecer o universo amostral de um evento;

Reconhecer eventos equiprováveis e não-equiprováveis;

Comparar eventos mais ou menos prováveis;

Calcular a probabilidade de ocorrência de um determinado evento e representá-lo por meio de fração, número decimal ou porcentagem;

## **OBJETOS DO CONHECIMENTO PREVISTOS NA BNCC**

Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável

Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)

Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências

Princípio multiplicativo da contagem. Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.

Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.

## HABILIDADES PREVISTAS NA BNCC

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

## METODOLOGIA

### *Atividade 1:*

Separar a turma em grupos de até doze alunos.

Explicar a regra do jogo “Corrida de Cavalos II”, e definir o números de partidas que irão jogar, é importante tabular o resultado final de cada corrida, pois iremos observar a frequência dos resultados das somas.

### *Atividade 2:*

Jogar. Sugerimos jogar três partidas.

### *Atividade 3:*

Utilizar o questionário abaixo para refletir sobre os conceitos matemáticos sobre probabilidade existentes na proposta.

Observando coletivamente os vencedores das corridas, questionar:

1. É possível prever o cavalo que será sorteado na 1ª rodada?
2. É possível prever o cavalo que será sorteado na 6ª rodada?
3. Sabendo que na 2ª rodada saiu a soma 2, na 3ª rodada saiu a soma 3, na 4ª rodada saiu soma 4 e na 5ª saiu a soma 5, é possível prever o resultado da 6ª rodada?
4. Todos cavalos têm chance de serem sorteados na primeira rodada?
5. Em cada rodada, a chance de os cavalos serem sorteados é a mesma?
6. Qual a probabilidade de cada cavalo ser sorteado na primeira rodada?

7. Qual a probabilidade de sair a soma 8?
8. Se sair 5 no primeiro dado, qual a probabilidade de sair a soma 8?
9. Qual o valor da soma das probabilidades de todos os cavalos?
10. Existe um cavalo favorito para vencer a corrida?
11. Monte a tabela de frequência que cada cavalo foi sorteado?
12. Compare o resultado esperado na probabilidade clássica e o resultado obtido na tabela.

#### Atividade 4

Após a discussão sobre as questões, definir os conceitos matemáticos de:

#### **Princípio Fundamental da Contagem**

Se uma decisão  $d_1$  pode ser tomada de  $m$  maneiras e se, uma vez tomada a decisão  $d_1$ , a decisão  $d_2$  puder ser tomada de  $n$  maneiras então o número de maneiras de se tomarem as decisões  $d_1$  e  $d_2$  é  $d_1 \cdot d_2$ .

#### **Evento não-equiprovável**

Quando, em um experimento aleatório com espaço amostral finito, todos os eventos elementares não têm a mesma chance de ocorrer, dizemos que o espaço amostral é não-equiprovável.

#### **Definição frequentista de probabilidade**

Define-se probabilidade, pela definição frequentista, como um acontecimento  $A$  e representa-se por  $(A)$ , como sendo o valor obtido para a frequência relativa com que se observou  $A$ , num grande número de realizações da experiência aleatória.

#### **Probabilidade Condicional**

A *Probabilidade Condicional* é uma medida de probabilidade que expressa a chance de ocorrer um evento  $A$ , dado que outro evento  $B$  já ocorreu. É representada por  $p(A|B)$  lido como "a probabilidade de  $A$  dado  $B$ ". A fórmula da probabilidade condicional é dada por:

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Isso significa que a probabilidade de  $A$  ocorrer, dado que  $B$  ocorreu, é igual à probabilidade de ocorrência simultânea de  $A$  e  $B$  dividida pela probabilidade de ocorrência de  $B$ . (Note-se que essa definição não se aplica quando  $p(B) = 0$ ).

#### **MATERIAIS**

Quadro, pincel, dados, tabuleiros, cavalos, caneta e caderno.

### 3º Encontro - JOGO: ROLETA

Existem várias versões de jogos de roleta, as mais conhecidas são a Roleta Europeia e a Roleta Americana. Nas duas, a roleta consiste em uma roda, onde são gravados números de 0 a 36, no modelo europeu, na Americana há ainda o duplo zero “00”.

O intuito deste jogo é introduzir o conceito de jogos contra a banca, onde ela define o valor pago a uma aposta a partir da probabilidade de acerto e para apresentação do conceito de aposta justa.

No jogo de roleta, a roda é dividida em canaletas numeradas, e quando a grande roda é posta a girar, uma pequena esfera é inserida na roda. Todos os jogadores devem efetuar suas apostas na mesa antes da pequena esfera ser inserida na roda. O número da canaleta em que a esfera parar quando a roleta parar de girar é o número vencedor.

Figura – Roleta



Fonte: [https://www.oskaras.com/img/2021/02/roleta\\_cassino\\_macetes-scaled.jpg](https://www.oskaras.com/img/2021/02/roleta_cassino_macetes-scaled.jpg)

#### PÚBLICO-ALVO

Alunos do nono ano do Ensino Fundamental.

#### DURAÇÃO



Para conclusão da atividade serão necessárias duas horas/aula.

## **PRÉ-REQUISITOS**

Frações

Decimais

Porcentagem

Contagem

Conceito de acaso

Probabilidade Clássica

Probabilidade Condicional

## **CONTEÚDOS**

Probabilidade de eventos independentes.

## **OBJETIVOS**

Reconhecer eventos independentes.

Reconhecer apostas contra a Banca.

Determinar se uma aposta é justa.

## **OBJETOS DO CONHECIMENTO PREVISTOS NA BNCC**

Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável

Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)

Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências

Princípio multiplicativo da contagem. Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.

Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.

## **HABILIDADES PREVISTAS NA BNCC**

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

## **METODOLOGIA**

### *Atividade 1:*

Separar a turma em quatro grupos. Serão explicadas as regras de apostas em jogos de roleta e suas respectivas remunerações.

Cada grupo receberá 20 fichas de uma cor, referente ao grupo. Serão realizadas 20 rodadas de apostas em uma roleta americana, com o grupo podendo escolher a modalidade de aposta, quantidade de fichas e se irá apostar em cada rodada.

### *Atividade 2:*

Jogar. Sugerimos jogar por 40 minutos.

### *Atividade 3:*

Utilizar o questionário abaixo para refletir sobre os conceitos matemáticos de probabilidade existentes na proposta:

Observando o resultado final, questionar cada grupo:

1. O resultado final do grupo, foi positivo?
2. Qual foi a estratégia de apostas utilizada pelo grupo?
3. O resultado de uma rodada interfere no resultado da próxima?
4. Ao escolher um número específico, qual a probabilidade de acerto?
5. Ao escolher um número específico, qual a remuneração paga pela banca?
6. Conhecendo as probabilidades de cada aposta e remuneração oferecida pela banca, podemos dizer que o jogo favorece a banca ou ao jogador?
7. Monte uma tabela onde aparece o valor pago pela banca para cada tipo de aposta e a probabilidade de ocorrência do evento.
8. Quem decide o valor pago a cada tipo de aposta?
9. Você acredita que pode ser lucrativo ao jogar esse jogo?

### *Atividade 3*

Após a discussão sobre as questões, definir os conceitos de:

#### **Probabilidade de Eventos Independentes**

Um evento  $A$  é considerado independente de um outro evento  $B$  se a probabilidade de  $A$

é igual à probabilidade condicional de  $A$  dado  $B$ .

Isto é, se  $p(A) = p(A|B)$ .

É evidente que, se  $A$  é independente de  $B$ ,  $B$  é independente de  $A$ , ou seja,  $p(B) = p(B|A)$ .

Se  $A$  e  $B$  são independentes, então temos que:

$$p(A \cap B) = p(A).p(B)$$

### **Aposta contra a banca**

Vamos chamar de apostas contra a banca, os jogos de apostas que tem sua forma de pagamento determinada pela casa de apostas. Nessa modalidade de jogos, as remunerações são calculadas sobre as probabilidades de modo a favorecer a casa de apostas.

### **Aposta Justa**

Vamos definir a aposta justa no qual o lucro esperado de uma aposta não favorece nenhum dos jogadores. Em uma aposta justa, o jogador e a casa jogam em equilíbrio. É possível distribuir uma aposta de forma que o retorno esperado seja o mesmo do valor investido.

*Exemplo de aposta justa em um evento equiprovável:* Vamos apostar no jogo de cara e coroa, para que a aposta seja justa, a banca deve pagar o dobro do valor investido em cada uma das opções. Se apostar uma unidade em cara, recebe duas unidades. Se apostar uma unidade em coroa, recebe duas unidades. Assim, se apostar uma unidade em cada, terá apostado duas unidades, mas terá como retorno duas unidades, independente do resultado.

*Exemplo de aposta justa em um evento não equiprovável:* Vamos supor uma luta de boxe onde um pugilista é favorito, com 80% de chance de vitória, contra 20% de seu adversário. Assim, um fator de pagamento justo para a aposta seria de 1,25 para o favorito e 5 para o adversário. Dessa forma, distribuindo 4 unidades de aposta no favorito e 1 no adversário, seu retorno seria sempre de 5 unidades de aposta.

### **MATERIAIS**

Quadro, pincel, caneta, caderno, fichas coloridas, simulacro de mesa de apostas de roleta, roleta e esfera.

## **4º Encontro - JOGO: APOSTAS ESPORTIVAS**

Os jogos de apostas no Brasil ainda estão sendo discutidos. Já legalizados no Brasil temos os jogos de loterias, controlados pelo governo e, desde 2018, a modalidade de apostas de quota fixa, chamadas de apostas esportivas. Apesar de ainda ser ilegal a presença de cassinos no Brasil, há discussões nas maiores esferas públicas para a liberação ou não deles, e também, é uma prática relativamente comum aos brasileiros a de participar de apostas. Assim, refletir sobre a matemática presente nelas é importante, não só para conhecê-las e entendê-las, mas para participar delas de maneira consciente, compreender os riscos e divertir-se com equilíbrio.

Propomos essa reflexão ainda no Ensino Fundamental, com os conceitos e habilidades sobre probabilidade previstos na Base Nacional Comum Curricular, que podem auxiliar na percepção dos alunos sobre os riscos de jogos de apostas.

Existem diversas modalidades de apostas, vamos observar a modalidade *2Way*: onde existem dois resultados possíveis e você deve prever o correto. Essas apostas são comuns para todos os tipos de esportes que não permitem empate (basquete, tênis etc.) e também muitas apostas especiais que funcionam de acordo com o mesmo princípio, como vitória do time A ou Empate/Vitória do time B. Podemos calcular o retorno do valor apostado multiplicando o valor da aposta pelo fator de pagamento.

### **PÚBLICO-ALVO**

Alunos do nono ano do Ensino Fundamental.

### **DURAÇÃO**

Para conclusão da atividade será necessária 1,25 hora/aula.

### **PRÉ-REQUISITOS**

Frações

Decimais

Porcentagem

Contagem

Probabilidade Clássica

Regra de Três

### **CONTEÚDOS**

Definição clássica de Probabilidade.

### **OBJETIVOS**

Determinar o que são *odds*

Calcular a probabilidade de um evento a partir de sua *odd*

### **OBJETOS DO CONHECIMENTO PREVISTOS NA BNCC**

Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências.

Princípio multiplicativo da contagem. Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.

Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.

### **HABILIDADES PREVISTAS NA BNCC**

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

### **METODOLOGIA**

#### *Atividade 1:*

Definir: *ODDS*

Um termo muito comum em apostas esportivas é *odds*, de origem inglesa, *odds*, na prática, tem o mesmo significado de probabilidades, porém o termo *odds* em apostas *on-line* significa a representação das cotações que serão aplicadas a cada elemento que será apostado. *Odds* são números que representam a probabilidade percebida de um determinado resultado em um evento esportivo. Elas são utilizadas para calcular seus possíveis ganhos em uma aposta. Para essa atividade utilizaremos as *odds* decimais.

*ODDS DECIMAIS*: é o fator de pagamento de uma aposta, ou seja, para determinar o possível valor de retorno de sua aposta, basta multiplicar o valor apostado pela *odd decimal*.

Exemplo: Se você apostar R\$ 100 em *odds* de 2,30 e sua aposta for bem-sucedida, você receberá R\$ 230 no total (R\$ 100 da aposta original mais R\$ 130 de lucro). *Odds* decimais mais baixas geralmente estão associadas a resultados considerados mais

prováveis, enquanto *odds* mais altas refletem resultados menos prováveis.

**Atividade 2:**

Utilizar um projetor para apresentar um site de apostas esportivas e as modalidades de apostas presentes. Solicitar que os alunos procurem distribuir uma aposta em um evento na busca de ter como retorno o valor investido inicialmente. Problema proposto: Distribuir 10 reais em apostas complementares de modo a obter 10 reais de retorno.

**Atividade 3:**

Inicialmente vamos retomar o conceito de aposta justa proposto no encontro anterior. Em seguida, apresentar a probabilidade de um evento a partir de sua *odd* de pagamento,  $p(A) = \frac{1}{\text{odd}(A)}$ , e observar as probabilidades encontradas, percebendo sua soma, o percentual de retorno da casa e comparar com a probabilidade de pagamento em uma aposta justa fazendo o uso da regra de três.

Exemplo: Suponha uma partida de basquete onde o time A tem *odd* de 1,52 para vitória e o time B tem *odd* de 2,30. Supondo uma aposta justa, podemos estimar a probabilidade de vitória de cada time:  $p(A) = \frac{1}{\text{odd}(A)}$  e  $p(B) = \frac{1}{\text{odd}(B)}$  e, assim temos  $p(A) = \frac{1}{1,52} \approx 65,789\%$  e  $p(B) = \frac{1}{2,30} \approx 43,478\%$ . Note que ao somar  $p(A) + p(B) > 1$ , isto ocorre pelo fato de a banca superestimar as probabilidades, pagando um *odd* inferior ao preço justo. Podemos calcular a *odd* justa para o evento, fazendo uma regra de 3.

Vitória de A	
Probabilidades oferecidas	Probabilidades na aposta justa
109,276	100
65,789	x

Assim, a probabilidade na aposta justa da vitória de A é de 60,204%, com uma *odd* de 1,66.

Vitória de B	
Probabilidades oferecidas	Probabilidades na aposta justa
109,276	100
43,478	x

E a probabilidade na aposta justa da vitória de B é de 39,787%, com uma *odd* de 2,51.

### **MATERIAIS**

Quadro, pincel, dados, caneta, caderno e um computador com acesso a internet com tela de projeção.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOROVČNIK, M.; BENTZ, H. J.; KAPADIA, R. A Probabilistic Perspective. In: KAPADIA, R.; BOROVČNIK, M. (Eds.). **Chance Encounters: Probability in Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991. pp. 27-71.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

COUTINHO, C. Q. S. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **Revemat**, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 50-67, 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12991/12092>  
Acesso em: 17 set. 2023.

PÓVOA, L.; MELO, G. P. F.; ESHER, H. B.; SIMÕES, R. A. **O Mercado de Apostas Esportivas On-line: impactos, desafios para a definição de regras de funcionamento e limites**. Brasília: Núcleo de Estudos e Pesquisas/CONLEG/Senado, Março 2023 (Texto para Discussão nº 315). Disponível em: <[www.senado.leg.br/estudos](http://www.senado.leg.br/estudos)>. Acesso em: 16 mar. 2023

VIALI, L. Algumas considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 16, p. 143–153, 2008. DOI: 10.47976/RBHM2008v8n16143-153. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/177>. Acesso em: 8 set. 2023.