

Produto
educacional



AVIÕES DE PAPEL E DESPERDÍCIO DE ÁGUA: PROBLEMAS ELABORADOS E RESOLVIDOS PELOS ESTUDANTES

Tayana Cruz de Souza
Janaína Poffo Possamai

Ficha catalográfica elaborada por Everaldo Nunes – CRB 14/1199
Biblioteca Universitária da FURB

S729a

Souza, Tayana Cruz de, 1988-

Aviões de papel e desperdício de água: problemas elaborados e resolvidos pelos estudantes / Tayana Cruz de Souza. - Blumenau, 2022.
27 f. : il.

Orientador: Janaína Poffo Possamai.

Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) -
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática,
Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.

Bibliografia: f. 23.

1. Matemática. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Ensino superior. 4.
Estudantes universitários. 5. Aprendizagem baseada em problemas. 6. Proposição
(Lógica). I. Possamai, Janaína Poffo, 1985-. II. Universidade Regional de
Blumenau. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e
Matemática. III. Título.

CDD 510.7

**Este trabalho está licenciado sob uma
Licença Creative Commons
Atribuição-Não Comercial 4.0
Internacional.**



SUMÁRIO



CARTA AO LEITOR

03

**CRIAÇÃO DE
PROBLEMAS
PELOS ESTUDANTES**

04

TEMA 1 - PINGA-PINGA

06

Orientações didáticas

07



**TEMA 2- A PISTA
ESTÁ LIBERADA**

13

**A RESOLUÇÃO
DE PROBLEMAS**

19

20

**Metodologia de Ensino-aprendizagem-avaliação de
Matemática através da Resolução de Problemas**

22

CONSIDERAÇÕES

23

REFERÊNCIAS



CARTA AO LEITOR



Este produto educacional, resultado de uma demanda da prática profissional da professora e pesquisadora Tayana Cruz de Souza, está vinculado à dissertação intitulada "PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: UMA ABORDAGEM COM ESTUDANTES DO CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO" (SOUZA, 2022), orientada pela professora Dr^a. Janaína Poffo Possamai, pertencente ao grupo de Pesquisa e Estudos em Educação e Educação Matemática, da linha de pesquisa Formação e Práticas Docentes em Contextos de Ensino de Ciências Naturais e Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau. O acesso a este material pode ser realizado pela Biblioteca de Teses e Dissertações da FURB.

É importante salientar que este produto educacional foi utilizado na Universidade Regional de Blumenau, no município de Blumenau/SC, com 31 estudantes do Ensino Superior, do curso de Ciência da Computação na disciplina de Fundamentos Matemáticos.

Este produto é destinado para professores, sendo classificado como material didático, contendo sugestões de temas para serem abordados e uma sequência com 10 problemas elaborados pelos estudantes participantes da pesquisa. Assim, tanto pode ser utilizado para constituir uma proposta de proposição de problemas como atividade desenvolvida pelos estudantes, quanto os problemas gerados podem ser utilizados com o intuito de trabalhar com a Resolução de Problemas. Este material pode ser ressignificado para diversos contextos de ensino, desde a Educação Básica até o Ensino Superior, bem como pode constituir uma abordagem para a formação de professores.

Para tanto, apresenta-se uma proposta de abordagem metodológica orientada para a proposição e resolução de problemas como ponto de partida para o desenvolvimento de ideias matemáticas, centrada em uma participação ativa dos estudantes.



CRIAÇÃO DE PROBLEMAS PELOS ESTUDANTES

Na sequência são apresentados os temas "Torneira Pingando" e "Aviões de Papel", a partir dos quais os estudantes irão criar/propor um problema que tenham interesse em resolver. Nesse momento eles já podem definir algumas previsões de resultados ou dados que irão coletar para a resolução.

A partir disso, iniciarão os experimentos de coleta de dados para obter a resolução do problema criado. Nesta etapa, poderão reelaborar o problema inicial ou criar novos para resolver questões secundárias emergidas no processo.

Após encontrarem a resolução, os estudantes voltam e avaliam se ela é condizente com o problema inicial, ou seja, se faz sentido na realidade. Caso contrário, podem refazer o problema inicial ou gerar novos para investigar melhor a questão inicial.



Elaborar problemas

**A**

Escolham uma
temática de
interesse

B

Criem um
problema

C

Resolva
o problema

Lembrem-se que a
matemática
deve ser
relevante

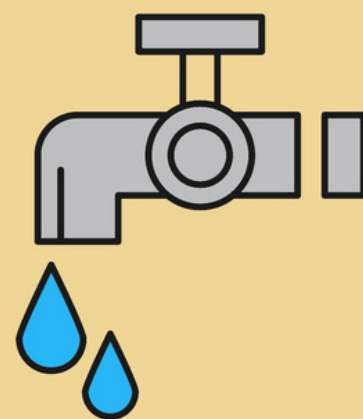




PINGA-PINGA

Uma torneira esquecida pingando água, além de gerar desperdício de um recurso tão precioso, também contribui para o aumento da conta a ser paga.

Vamos investigar então! Crie um problema matemático sobre essa temática, abordando algum aspecto do seu interesse. Para resolver o problema busque por recursos que lhe permitam coletar dados.



Orientações didáticas

O tema de desperdício de água foi apresentado aos estudantes e a partir dele solicitado que, em grupos, **criassem problemas** matemáticos.

Foi solicitado que os estudantes **resolvessem o problema criado**, apresentando o processo de resolução em uma **animação utilizando recursos computacionais** (Animaker, Scratch, outros). Uma sugestão de adaptação manual para a resolução seria pedir que criassem **quadrinhos** na apresentação.

Na sequência os grupos trocaram os problemas e um grupo resolveu a proposta do outro grupo.

Em **plenária** o grupo resolvidor apresentou a resolução do problema e o grupo que o criou apresentou a animação, discutindo entre eles a validade, necessidade de reformulação do problema e a solução.

Na sequência apresentamos os problemas que foram criados pelos grupos, podendo ser utilizados em uma aula que se deseja trabalhar com **Resolução de Problemas**. Também são apresentados os links de acesso às animações criadas pelos grupos, para que o professor possa utilizar no momento da formalização do conteúdo, após a resolução, discussão e busca de consenso pela turma.

Problema da escovação de dentes

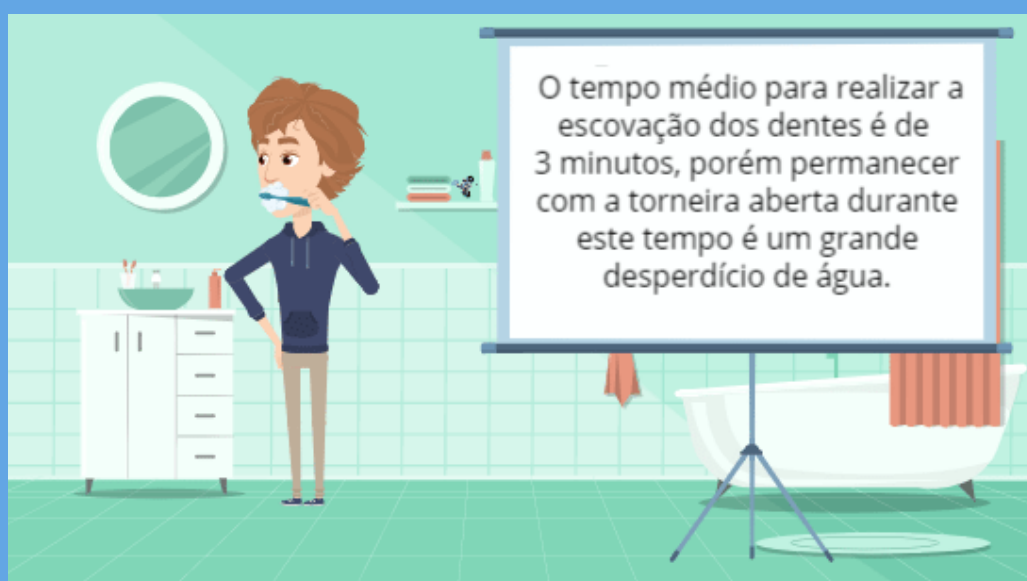
Razão
Função afim

Uma escovação de dentes ideal dura aproximadamente 3 minutos, porém permanecer com a torneira aberta durante esse tempo é um grande desperdício de água. Para provar isso, faremos um teste comparando os dados obtidos realizando duas escovações: com a torneira aberta o tempo todo e com a torneira aberta apenas quando for necessário.

Considere que a vazão de uma torneira é de 50 ml por segundo e que na escovação com a torneira aberta apenas quando for necessário é aberto a torneira durante 1 minuto apenas.

Dessa forma, faça o que se pede:

- Indique a razão entre a quantidade de água gasta no 1º e no 2º método de escovação.
- Expresse a relação do gasto de água de cada método em uma função (Consumo em litros X Tempo em minutos).
- Faça um gráfico representando as funções feitas anteriormente.
- Caso fosse realizado uma escovação de 10 minutos com a torneira sempre aberta e a quantidade de água gasta fosse armazenada em vários recipientes cúbicos com 0,25 metros de lado, qual quantidade de recipientes utilizados para armazenagem?

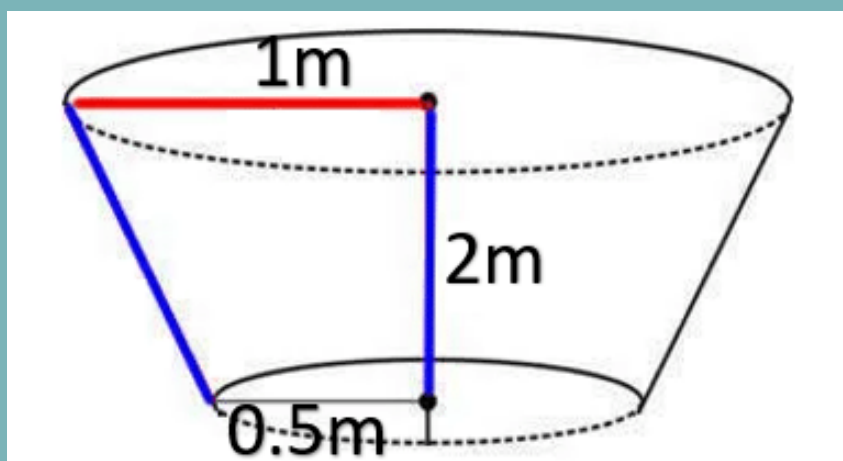


Assista a animação em: <https://youtu.be/mvtU4g8PNKo>

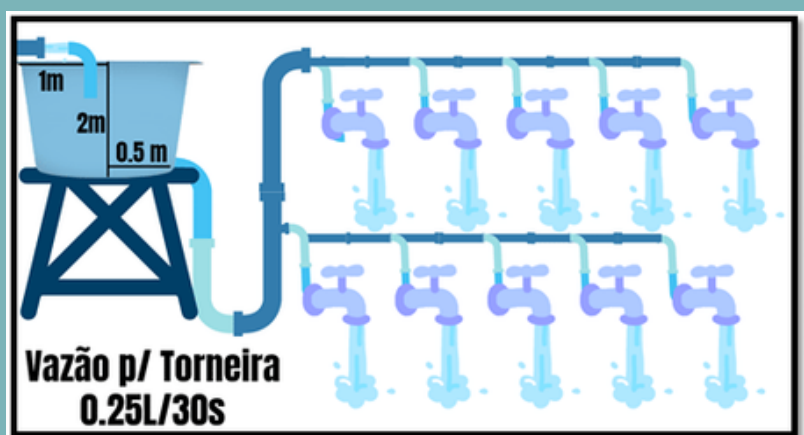
Volume
Função afim

Problema 2

Uma escola contém um sistema hidráulico composto por uma caixa d'água com dimensões representadas na imagem abaixo, possuindo também um sistema de reabastecimento automático com enchimento de 0.75 litro a cada 15 segundos que é acionado quando a mesma atinge os 2000 litros. Em um determinado dia, 10 torneiras da escola estão pingando de forma a vazarem 0,25 litros a cada 30 segundos cada uma, sendo que a caixa estava totalmente cheia no momento que os vazamentos iniciaram. Calcule o tempo em horas que a caixa d'água demorará para ser esvaziada completamente diante dessas condições. Considere $\pi = 3$



Fonte: Acervo da pesquisa.



Assista a animação em:
https://youtu.be/Wy8uA4_ZPZk

Problema 3

Volume de
prisma
Função afim

Em um quarto da cadeia, há uma pessoa, um cabo de eletricidade e uma torneira gotejando. O cabo está encostado no chão, e existindo contato entre a eletricidade e água que estiver no chão, a pessoa no quarto será eletrocutada. O quarto possui 2,7 metros de altura, 2,4 metros de largura e 3,7 metros de comprimento. Sabendo que a torneira pinga uma vez a cada 3,1 segundos, e que 0,2 centímetros de água nos pés é o suficiente para criar contato entre a pessoa e a água, calcule o tempo (em horas, minutos e segundos) necessário para a pessoa ser eletrocutada.

(Considere que o volume de uma gota de água é de 0,05 ml)



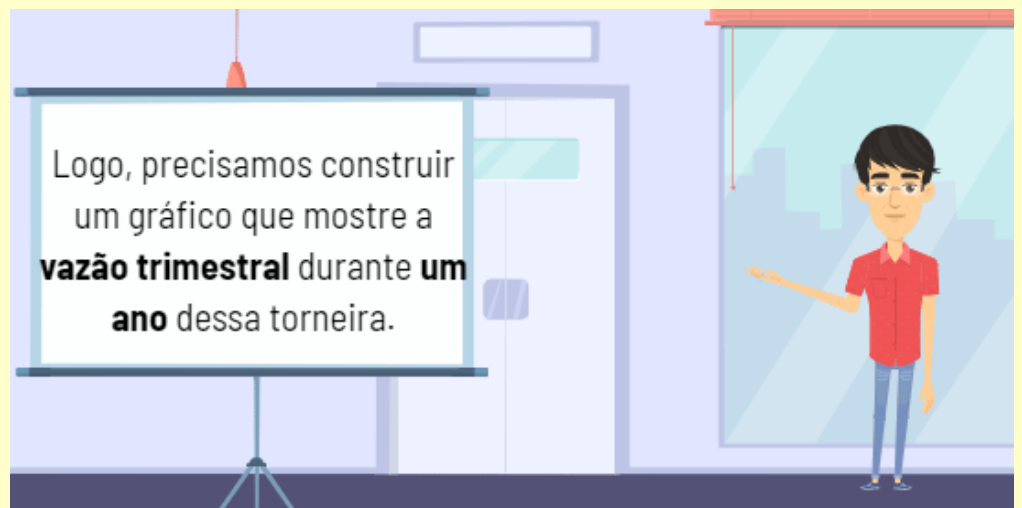
Assista a animação em: <https://youtu.be/v0UFDNslYzs>

Problema 4

11

Medidores de vazão são utilizados em larga escala nos processos industriais. Em uma empresa de Blumenau foi analisada durante um minuto a vazão de uma torneira virada de “cabeça para baixo”. Após a inspeção foi verificado que o vazamento era de $0,0002\text{m}^3/\text{s}$. Construa um gráfico para a medição de vazão trimestral na empresa durante um ano. Utilize a medida do SI (m^3/s).

*Razão
Função / Gráfico*



Assista a animação em: <https://youtu.be/Lje7Wawj7K0>

Problema 5

Um balde de forma quadrada foi posicionado em cima de uma bolinha de raio 5 cm. Dado que a distância do chão da ponta do balde até metade da bolinha é 27 cm, calcule o volume total que o balde comporta sem que a água transborde.

Segue ilustração com dados do problema:



Fonte: Acervo da pesquisa.



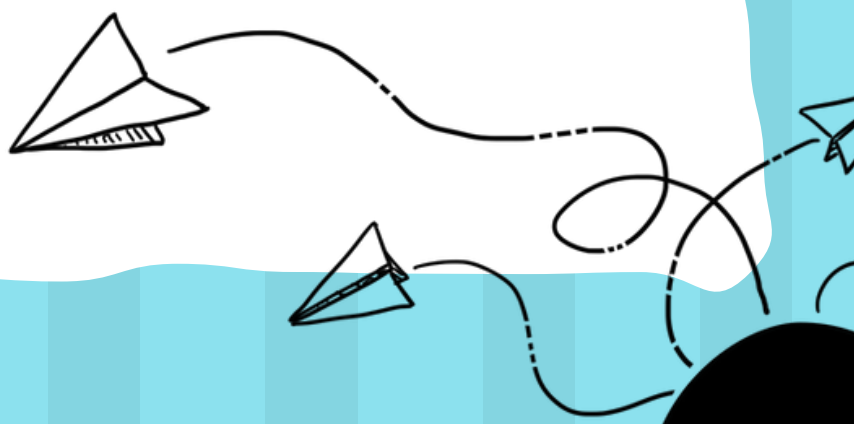
A PISTA ESTÁ LIBERADA

Uma das brincadeiras mais antigas e simples que existe é a do avião de papel. Quem nunca pegou uma folha qualquer, fez algumas dobras e a transformou em um avião?

No entanto, essa brincadeira simples se transformou em um esporte, até mesmo com competição internacional. Vamos assistir a um vídeo.



<https://www.youtube.com/watch?v=HHRk5t3Ns9s>



Para o desenvolvimento desta atividade, primeiramente foi apresentado um vídeo motivacional de uma competição internacional de aviões de papel (QR Code acima), em seguida solicitou-se que criassem os seus aviões de papel conforme desejassem. Por fim, para a elaboração do problema relacionado a esse tema, os estudantes deveriam utilizar o *software Tracker* (tutorial apresentado no Anexo). Com este *software* é possível coletar os dados da simulação de voo dos aviões de papel, abrangendo a possibilidade de problemas criados pelos estudantes.

O desafio agora é:

1. A equipe deve definir um critério e competir entre si com os aviões criados
2. A turma define um critério e realiza uma competição entre as equipes
3. Cada equipe cria um problema e busca a solução. Esse problema deve estar relacionado com a resolução do desafio, mas, principalmente, envolver um contexto matemático relevante.

Exemplar de dados obtidos pelo software.

Dados		
massa A		
t (s)	x (cm)	y (cm)
0,000	22,06	98,41
0,034	36,26	98,22
0,067	45,93	97,82
0,101	52,83	96,64
0,134	61,70	95,46
0,168	76,10	91,51
0,201	81,82	86,98
0,235	88,72	86,58
0,268	97,60	81,26
0,302	116,5	63,70
0,335	123,6	56,21
0,369	130,3	47,34
0,402	136,4	38,66
0,436	142,0	29,58

Na sequência são apresentados os problemas criados pelos estudantes. Você professor pode usar esses problemas para envolver seus estudantes numa aula de Resolução de Problemas. Veja que em alguns problemas, seus estudantes precisarão criar os aviões de papel e coletar dados. Para essa coleta sugere-se o uso do software Tracker.

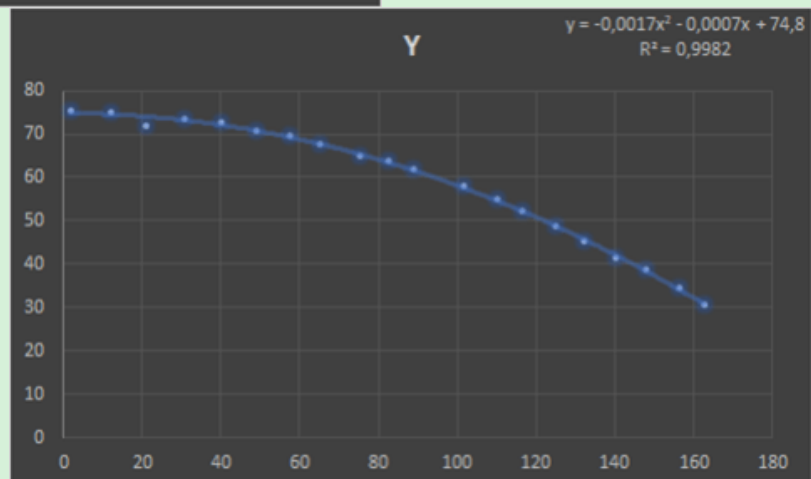
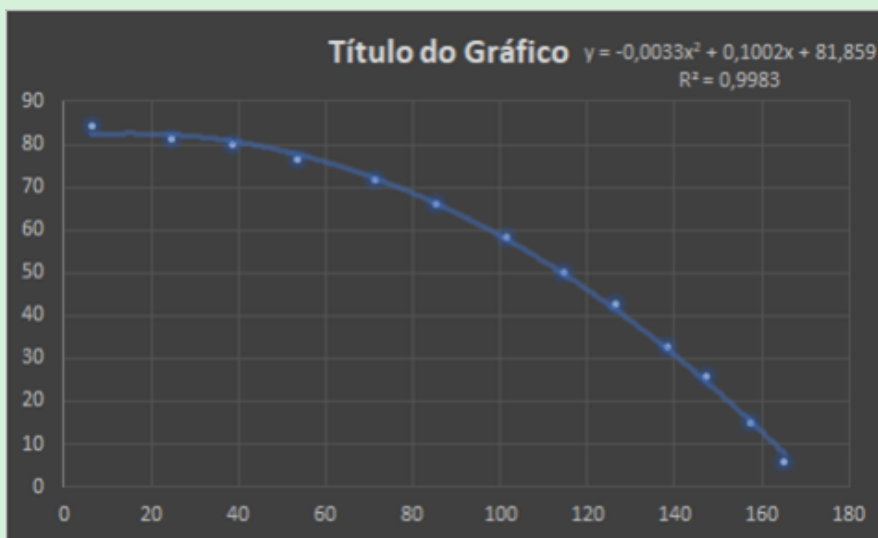
Problema 1

Construa aviões de papel e junto com seus colegas colete os dados para responder as perguntas abaixo

1. Quem chegou mais longe?
2. Qual avião teve o voo de maior duração?
3. Quem chegou no ponto mais alto?
4. Qual avião teve a queda mais rápida?
5. Quem teve velocidade média mais alta?

Problema 2

Estes gráficos possuem o comportamento de 2 lançamentos de avião, sendo que x representa a distância e y representa a altura. Qual dos dois aviões permanece mais tempo ou percorre a maior distância de voo?



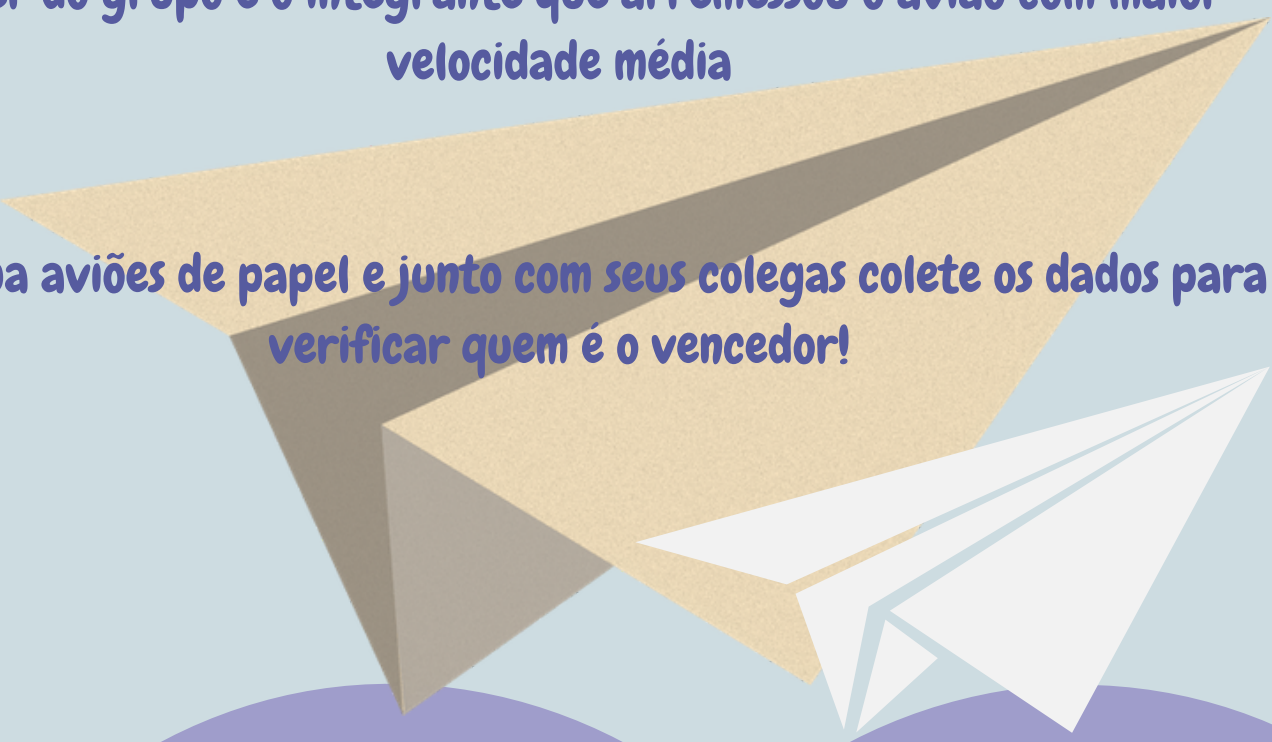
Problema 3

Um grupo de amigos resolveu criar uma competição de arremesso de aviõezinhos de papel para definir uma sigla para o clube de origami que estão organizando. O vencedor da competição será o líder do clube. A sigla do clube deverá possuir 3 letras. Seguindo as seguintes regras e utilizando os dados dos arremessos, determine a sigla e o líder do grupo:

1. A primeira letra é definida pela primeira letra do nome do integrante que arremessou o avião que alcançou maior altura;
2. A segunda letra é definida pela última letra do nome do integrante que arremessou o avião que lançou o avião que percorreu a menor distância;
3. A terceira e última letra do nome do grupo é definida pela terceira letra do integrante que arremessou o avião mais que ficou mais tempo voando;

O líder do grupo é o integrante que arremessou o avião com maior velocidade média

Construa aviões de papel e junto com seus colegas colete os dados para verificar quem é o vencedor!



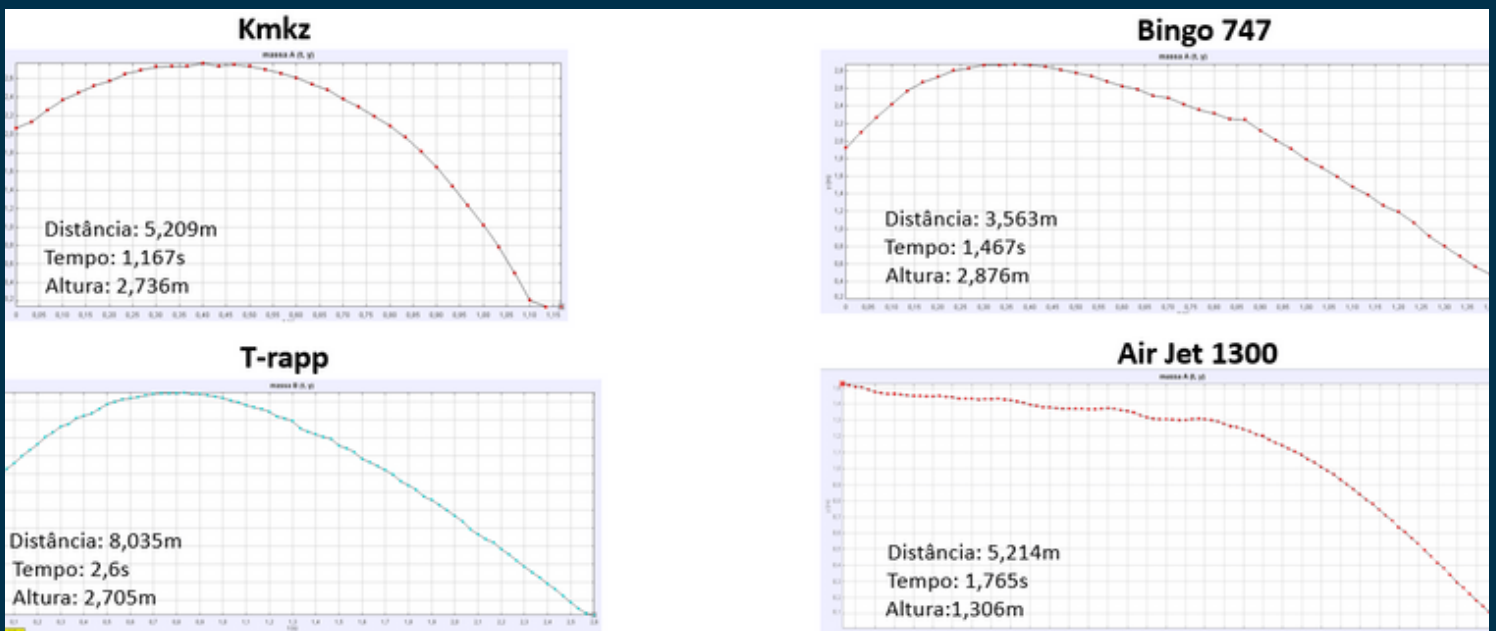
Problema 4

A empresa VolturiAirs está projetando um novo modelo de aviões para revolucionar o mercado. Sua equipe de engenheiros teve uma reunião onde descartaram diversas ideias até chegar em 4 finalistas. Foram feitos testes com aviões de miniatura e abaixo estão os dados máximos que cada um consegue atingir, considerando 2,5 litros de combustível:

a) Qual avião consegue voar mais longe por menos tempo?

b) Considerando que um voo do Brasil até a Rússia leva em média 17h30min, quanto essa empresa gastará em combustível em cada um dos modelos? Qual o modelo que menos gasta combustível nessa viagem?

Usar os dados dos gráficos a seguir ou lançar aviões e coletar dados



Fonte: Acervo da pesquisa

Considerando que para pousar um avião deve-se seguir os seguintes passos:

- 1- Calcular o tempo que ele demora desde o começo da descida até o pouso total.
- 2- Calcular o possível delay dos motores baseado no tempo calculado no passo 1.
- 3- Adicionar o delay ao tempo.

Caso haja uma emergência qual é o modelo em que a empresa mais pode confiar?

PS: A empresa VolturiAirs tem uma política diferenciada, implementada pelo seu CEO Augusto, em que a porcentagem de delay é baseada na posição da inicial do nome do modelo no alfabeto



A Resolução de Problemas

Professor,

Após a elaboração dos problemas os estudantes foram envolvidos em um processo de resolução dos problemas criados por seus colegas. Esse processo de resolução dos problemas foi orientado pela metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Além disso, os problemas apresentados neste produto educacional, criados pelos alunos que participaram da atividade e consentiram com a pesquisa, podem também ser utilizados como problemas geradores de novas aprendizagens, sendo o ponto de partida para desenvolvimento da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Na sequência apresentamos um roteiro, sugerido por Allevato e Onuchic (2014), para desenvolvimento dessa metodologia.

#Resolvendo o problema

Para a etapa de resolução do problema, sugere-se a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução do Problema.

A seguir discute-se os passos que norteiam essa metodologia

Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

01

Preparação do problema

Essa etapa constitui a criação do problemas pelos estudantes, a partir do tema desencadeador.



02

Leitura individual

É importante sugerir que cada estudante leia novamente o problema, refletindo sobre estratégias para obter a solução.



03

Leitura em conjunto

Nesse momento os estudante em grupo discutem as estratégias de resolução e o entendimento do problema.



04

Resolução do problema

Nessa etapa os estudantes resolvem em grupo o problema, levantando conjecturas e reformulando o problema se necessário.



05

Observar e incentivar

Nesse etapa o professor é incentivador, fazendo perguntas que os levem a refletir sobre o problema (sem dar respostas), incentivando o trabalho colaborativo entre os estudantes.



Fonte:

Allevalo e Onuchic (2014)

#Resolvendo o problema

A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem como objetivo que a aprendizagem se construa durante todo o processo, tendo o estudante como protagonista e o professor como mediador, ensinando e avaliando enquanto os incentiva a também autoavaliarem suas construções.

Metodologia de Ensino- Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Fonte:

Allevato e Onuchic (2014)

06

Registro das soluções

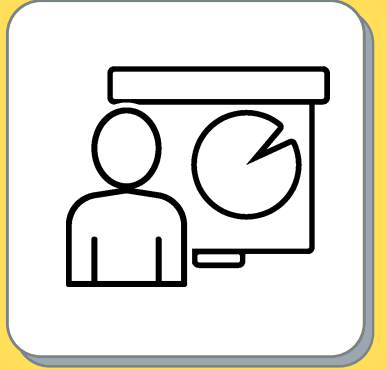
Os estudantes precisam registrar o problema e sua solução para compartilhar com a turma (no quadro, em cartazes, ...).



07

Plenária

Os grupos apresentam o trabalho desenvolvido para a turma, independente de estar certo ou errado.



08

Busca de consenso

Nesse momento é fomentada a discussão sobre a validade das soluções e, também, sobre a relevância dos problemas criados, tanto no contexto da situação, quanto matematicamente.



09

Formalização do conteúdo

Nessa etapa o professor formaliza o(s) conteúdo(s) que emergiram dos problemas criados pelos estudantes.



10

Proposição de novos problemas

Os problemas criados pelos grupos podem ser repensados e gerar novos problemas. Especialmente aqueles em que matemática não foi relevante podem ser tornar um desafio de reformulação para a turma.





Considerações

Caro leitor,

Este produto educacional propõe atividades para que você possa explorá-las com seus estudantes, tanto do Ensino Superior, em disciplinas que abordam Matemática Básica, quanto da Educação Básica. A proposta é que você inicie a atividade explorando um tema escolhido por você e que leve os estudantes a elaborarem problemas que cheguem a um conteúdo que você deseja formalizar ao final.

Dessa forma escolha bem o tema, pois é a partir dele que os estudantes entrarão em um processo de investigação, elaborando e resolvendo um problema, em ciclos de coletas de dados, levantamento de hipóteses, testes e revisões até chegar ao problema que será apresentado aos colegas.

Ainda, ao final de todo esse processo você poderá verificar que os estudantes estão realmente fazendo matemática, pois estão em ciclos de expressar, testar e revisar suas soluções bem como os cientistas fazem em suas pesquisas. (LESH; ZAWOJEWSKI, 2007).

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de la R. et al. (orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

LESH, R.; ZAWOJEWSKI J. Problem Solving And Modeling. In: LESTER, F. K. J. (Ed.) **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. p. 763-803. (Vol. 1 & 2). Reston VA: NCTM. 2007.

As imagens utilizadas neste Produto Educacional são de domínio do Canva ([https:// www.canva.com/](https://www.canva.com/)). Algumas imagens utilizadas do Canva não são gratuitas e o arquivo foi baixado em modo de impressão, sendo que nessas imagens aparece a marca d'água do produtor.



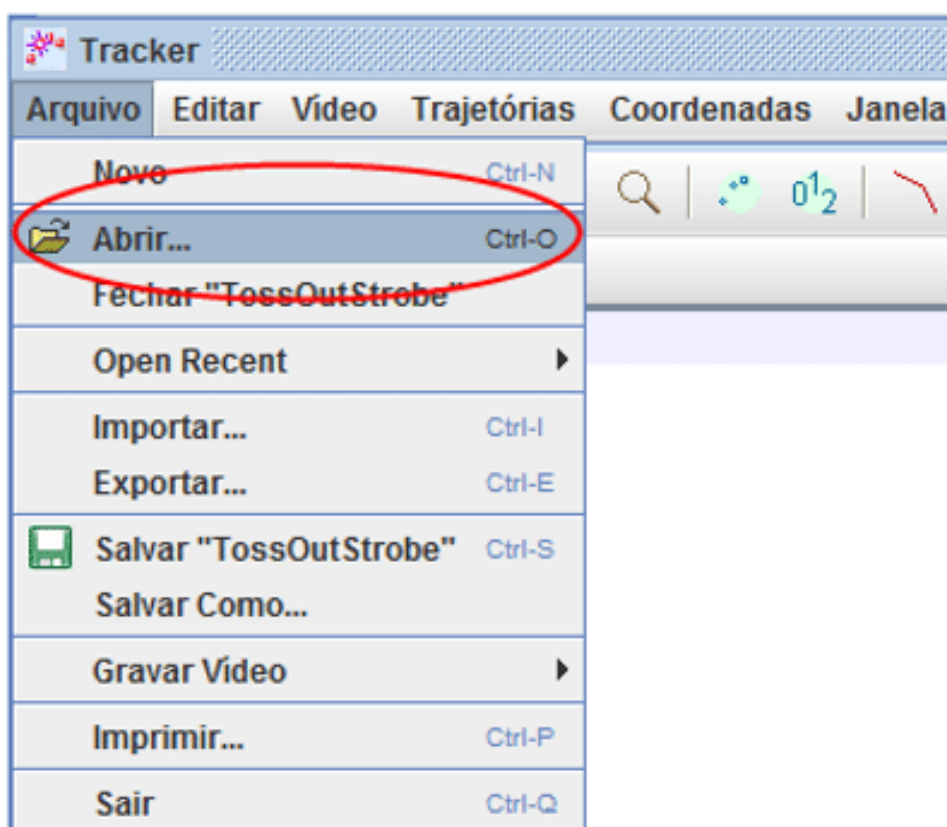
APÊNDICE

Tutorial Tracker

- Para baixar o software acesse: <https://physlets.org/tracker/>
- Instrução para produção do vídeo:
 1. Fazer um vídeo lançando o avião de papel em formato MOV. Para converter seu vídeo no formato MOV acesse: <https://convertio.co/pt/mp4-mov/>
 2. Na produção do vídeo é necessário colocar um parâmetro de medida, por exemplo, com uma tira, uma régua ou algo de medida conhecida na área de gravação.

Começando a usar o Tracker

1. Para adicionar o vídeo, clique em "Arquivo" e em "Abrir";

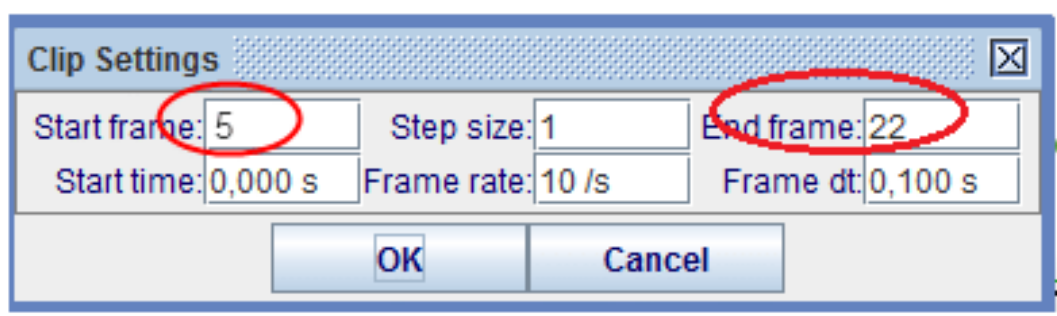


2. Delimite o vídeo para o tempo do movimento analisado. Inicie o frame com o momento inicial do lançamento e defina o frame final para o momento em que o avião encosta no chão.

- Role a barra do vídeo para identificar os frames desejados.

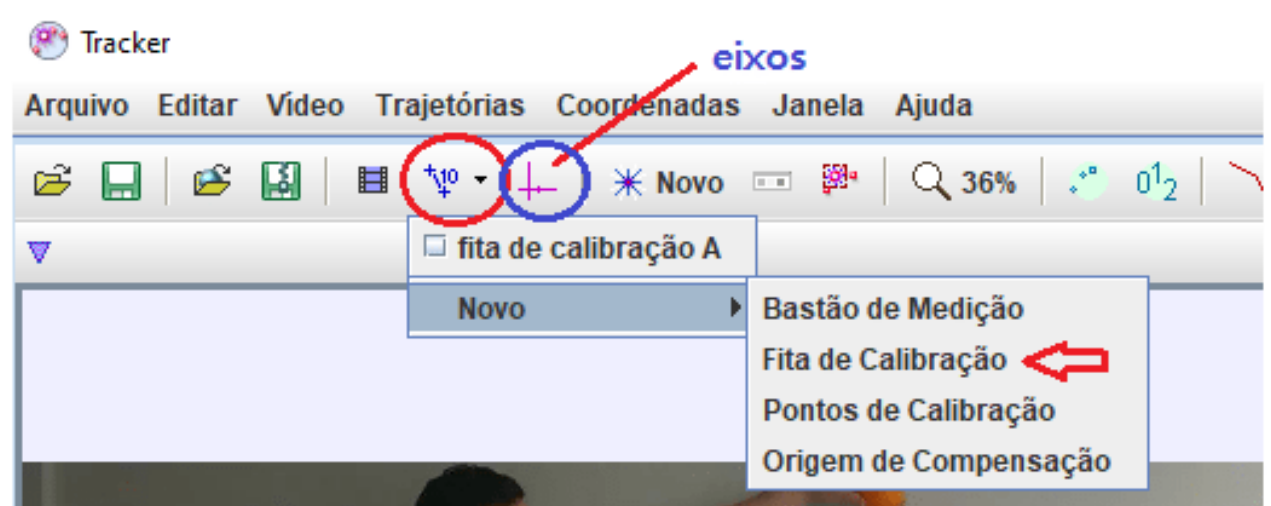


- Clique em configurações do vídeo e mude o quadro inicial e final para delimitar o movimento analisado



3. Defina um referencial de medida. A régua posicionada na parede vai definir a escala para o Tracker.

Selecione "Fita de calibração" e apertando *shift* selecione o início e fim de sua medida referencial, depois digite sua medida real com a respectiva unidade de medida. Assim, as medidas realizadas pelo *software* serão dadas em função da escala proposta na calibragem.

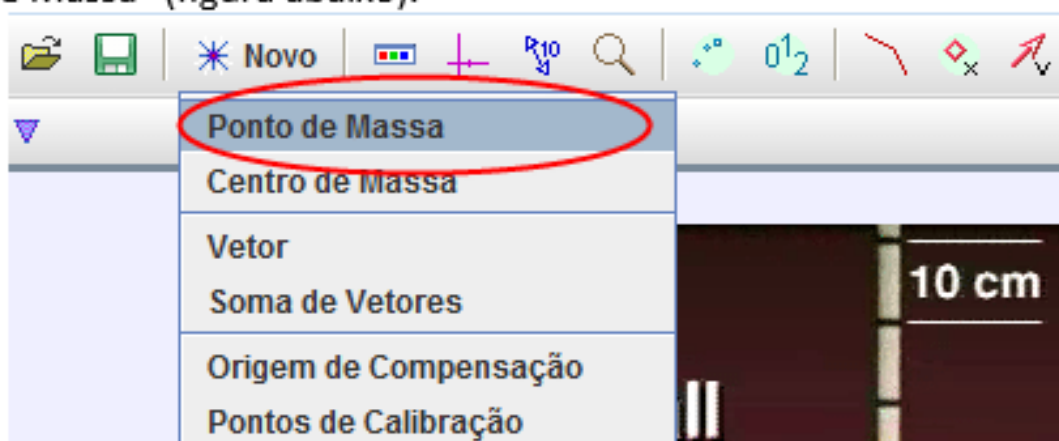


O segundo aspecto essencial da análise de vídeos é a definição da posição do referencial. Para isso, basta clicar em "Eixos" (veja figura acima). Um eixo de coordenadas aparecerá sobre o vídeo.



É possível movê-lo clicando sobre a origem dele e, mantendo o botão esquerdo do *mouse* acionado, arrastando-o sobre o vídeo. Além disso, ele pode ser rotacionado. Para isso, clique sobre a pequena linha apresentada próxima da origem (indicada pela seta azul na figura acima) e mova o eixo de modo que os valores nas tabelas à direita sejam positivos

- Defina o objeto cujo movimento será analisado: A análise do movimento de um corpo começa na marcação de pontos no vídeo. Para isso, clique em "Novo" e em "Ponto de Massa" (figura abaixo).



Clicar no avião durante vários pontos do trajeto, fixando um mesmo local (como por exemplo, sempre marcar o bico do avião). Mantendo a tecla *Shift* do seu teclado acionada, clique sobre o objeto que você quer estudar com o botão esquerdo do *mouse*. Automaticamente o *software* passará para o próximo quadro do vídeo. Repita o processo até o último *frame*.

Por fim analise os gráficos e tabelas a direita e selecione os dados que considerar adequados para responder ao problema proposto.

TAYANA CRUZ DE SOUZA

**AVIÕES DE PAPEL E DESPERDÍCIO DE ÁGUA: PROBLEMAS
ELABORADOS E RESOLVIDOS PELOS ESTUDANTES**

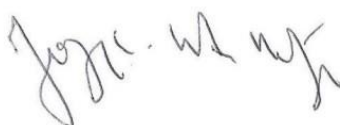
Produto Educacional ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Janaína Poffo Possamai

Aprovado em: 14/03/2022.



Presidente: Prof^ª. Janaína Poffo Possamai, Dr^ª - Orientadora, Universidade Regional de
Blumenau



Membro: Prof. Jorge Cássio Costa Nóbrega, Dr - Universidade Federal de Santa
Catarina



Membro: Prof. Manoel dos Santos Costa, Dr - Instituto Estadual de Educação, Ciência e
Tecnologia do Maranhão