UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Lidiane Garcia Bressan

PRODUTO EDUCACIONAL: UTILIZAÇÃO DO ALGEPLAN NAS OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS E RAÍZES DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Santa Maria, RS
2021

1 INTRODUÇÃO

Este documento apresenta um produto educacional, requisto parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – ProfMat.

Moreira e Nardi (2009), compreendem que os trabalhos finais dos mestrados profissionais configuram-se como relatos de experiências de implementação de estratégias ou produtos de natureza educacional, os quais adquirem caráter prático e estão voltados para a instrumentalização do ensino em determinado contexto social. O mestrando então precisa desenvolver um processo ou um produto de natureza educacional e implementá-lo em condições reais da sala de aula em espaços formais ou não formais de ensino .

Para Zaidan, Ferreira e Kawasaki (2018) a elaboração de produtos educacionais devolve à comunidade conhecimentos, saberes, resultados e objetos de ensino que contribuem para a própria prática pedagógica e para a instituição educativa. Nesse sentido, tem-se a expectativa de que os produtos elaborado possa contribuir para promover mudança, inovação e qualificação das práticas educacionais, bem como dos processos de ensino-aprendizagem , no caso deste trabalho, no âmbito da Educação Básica, mais especificamente no 9º Ano do Ensino Fundamental.

Os produtos educacionais podem ser classificadas em categorias de análise propostas por Souza et al (2015), a saber: sequência de atividades; proposta de formação docente; instrumento avaliativo e material didático. Essas categorias possuem as seguintes características:

> Os produtos associados à categoria **sequência de atividades** são aqueles que analisam ou desenvolvem e analisam, atividades de ensino que devem ser realizadas em dada sequência. Incluíram-se, nesta categoria, aqueles autodenominados: guia de práticas pedagógicas, guia de práticas didáticas, guia pedagógico, metodologia de aula, metodologia de ensino, proposta de ensino, proposta de prática pedagógica, proposta pedagógica, proposta didática, sequência didática, sequência de ensino. A segunda categoria, **proposta de formação docente**, refere-se a trabalhos que têm como sujeitos, professores ou futuros professores, e apresentam propostas de cursos de formação inicial e continuada. Já os produtos classificados como **instrumento avaliativo** apresentam propostas para avaliação da aprendizagem. Por fim, como **material didático**, classificou-se a produção que tem a finalidade de proporcionar a aprendizagem de um determinado conteúdo, bem como servir de apoio ao professor no processo de ensino-aprendizagem. Pode ser material concreto, audiovisual ou novas mídias que utilizam de tecnologia, como por exemplo, computadores e internet."(SOUZA et al, 2015 p. 47 e 48).

Sendo assim, o presente produto educacional classifica-se na categoria material didático tendo então a finalidade de proporcionar a aprendizagem dos conteúdos de operações com polinômios (adição, subtração. multiplicação e produtos notáveis) alé do cálculo de raízes de equações do 2º grau através do método de completar quadrados.

A seguir são descritos os seguintes materiais, segundo orientações propostas por Vidmar (2017):

- Material do Professor que traz informações detalhadas e exemplos sobre as intenções do autor do produto, no que diz respeito ao assunto, objetivos, procedimentos, número de aulas planejadas e referências utilizadas. Essas informações, além de outras julgadas necessárias, devem ser suficientes para que o professor, ou futuro professor, que tiver acesso ao material sinta-se seguro do ponto de vista conceitual e metodológico para reproduzi-la em sala de aula. Este material deve estar em perfeita harmonia com o material do aluno;

- Material do aluno é um documento que serve como roteiro para a construção do material didático e realização de atividades. Traz orientação formal para cada tarefa a ser realizada pelo estudante. De acordo com o ritmo de trabalho que o professor deseja imprimir e tendo em vista a autonomia que se deseje dar aos alunos este material pode ser distribuído completo ou fracionado. É importante que o material do aluno tenha informações suficientes para servir de fonte de consulta para estudos futuros e, em algumas situações, ele pode ser usado como um relatório da atividade.

Espera-se que este material possa auxiliar os professores na preparação e execução de suas aulas. Além disso, que o desenvolvimento dos alunos e o crescimento que cada um adquire, à medida que as discussões em torno dos temas propostos vão sendo conduzidas ao longo das aulas, possa influenciar na melhoria da qualidade de vida de cada um.

2 MATERIAL DO PROFESSOR

2.1 TÍTULO
Operações com Polinômios e Raízes de Equações Polinomiais do 2º Grau.

2.2 PÚBLICO ALVO
Estudantes do 9° Ano do Ensino Fundamental.

2.3 ASSUNTO
Polinômios: Operações de adição, subtração, multiplicação, produtos notáveis (quadrado da soma, quadrado da diferença e produto da soma pela diferença de dois termos) e cálculos de raízes de equações polinomiais do 2° grau pelo método de completar quadrados, utilizando o material didático manipulável Algeplan.

2.4 OBJETIVOS
Ao final da atividade didática, o estudante deve:

- saber confeccionar o próprio material didático manipulativo Algeplan, utilizando régua, lápis e tesoura;
- identificar as diferenças entre as peças do Algeplan por perímetro e área e oposição no verso;
- resolver os exercícios propostos não só pelo meio algébrico, mas com as peças do Algeplan;

2.5 PONTO DE PARTIDA
Como operações algébricas podem ser visualizadas geometricamente através da manipulação do Algeplan?

2.6. PROCEDIMENTO DIDÁTICO-METODOLÓGICO
Serão necessários dez períodos de aula (com cinquenta minutos cada) para a construção e realização dos exercícios propostos. Se possível, utilizar dois períodos geminados para contribuir com o andamento das atividades sem quebra de sequência.

2.6.1 Primeira etapa:

A primeira etapa deverá realizada em até 3 aulas, podendo o professor revisar conceitos algébricos das operações com polinômios previamente.

Esta proposta foi idealizada para ser aplicada no ensino remoto, ou seja, o aluno deve confeccionar e manipular seu próprio Algeplan. Se aplicada presencialmente, pode-se propor que grupos de 6 alunos confeccionem as peças conjuntamente, o que incentiva a colaboração, trazendo melhor aproveitamento do tempo de aula.

O professor deverá orientar a confecção das seguintes peças do Algeplan (ou apresentar os três primeiros vídeos da playlist que consta no material sugerido - videoteca):

- 20 Quadrados de lado 5 cm
- 20 Quadrados de lado 4 cm
- 30 Quadrados de lado 3 cm
- 20 Retângulos com lados 5cm e 4cm
- 20 Retângulos com lados 5cm e 3cm

- 20 Retângulos com lados 4cm e 3cm

Depois de recortadas as peças, cada lado terá um correspondente:

- o lado de 5 cm equivale à x
- o lado de 4 cm equivale à y
- o lado de 3 cm equivale à 1

Cada uma das figuras deverá ser de uma cor e em cada peça, devemos escrever a sua área correspondente, ou seja:

Os quadrados de lado x (5 cm) terão área x.x = x^2

Os quadrados de lado y (4 cm) terão área y.y = y^2

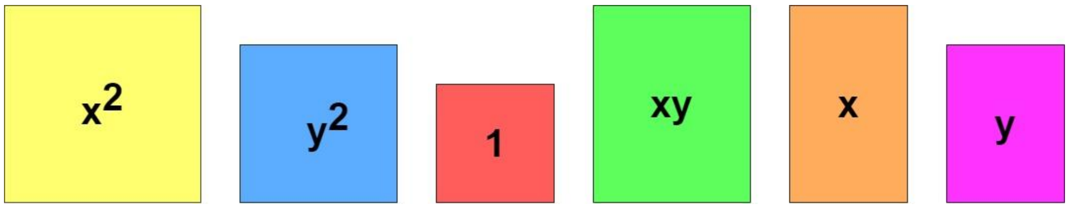
Os quadrados de lado 1 (3 cm) terão área 1.1 = 1

Os retângulos de lados x e y (5 cm x 4 cm) terão área x.y = xy

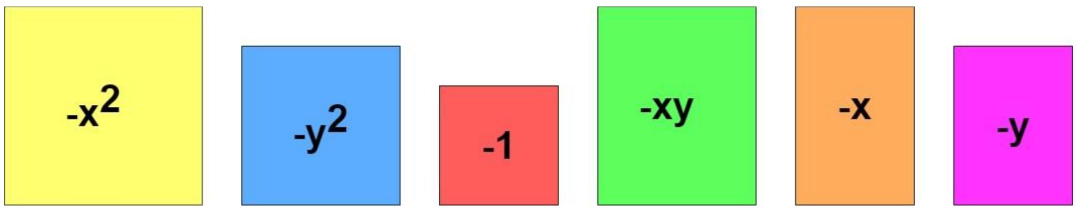
Os retângulos de lados x e 1 (5 cm x 3 cm) terão área x.1 = x

Os retângulos de lados y e 1 (4 cm x 3 cm) terão área y.1 = y

Uma das faces das peças deverá ficar com os termos positivos, como mostra a figura:



E no verso de cada peça os termos negativos:



2.6.2 Segunda etapa:

A segunda etapa será composta da resolução de exercícios propostos, com as peças do Algeplan. Reservando no mínimo duas aulas para cada operação com polinômios.

As atividades podem ser realizadas individualmente ou em grupo.

2.6.2.1 Operações de adição e subtração com polinômios:

Esta aula deverá iniciar com o reconhecimento das peças por parte dos alunos. O professor deverá apresentar exemplos básicos, mostrar como as operações com termos de sinais opostos devem ser retirados e como expressar os resultados obtidos com as peças.

O quarto vídeo da playlist (https://youtu.be/LT5eHW_t35s) apresenta alguns exemplos.

Exemplo 1) $2y^2 + 5y + 3$

Exemplo 2) $x^2 + x - x - x - x - 1 - 1 - 1$

Exemplo 3) $(2y^2 + 3x - 4) + (y^2 + 2x + 5)$

Exemplo 4) $(x^2 - x + 5) + (-3x^2 + x + 5)$

Exemplo 5) $(x^2 - x + 5) - (-3x^2 + x + 5)$

Após verificação do entendimento por parte dos alunos, propõe-se exercícios que deverão ser resolvidos com as peças do Algeplan. Os alunos precisarão registrar por meio de fotos a montagem e o resultado, seja por fotos no ensino remoto, seja por observação do professor em aula presencial.

Segue uma proposta de lista de exercícios.

Exercício 1) Represente os cálculos com as peças do Algeplan e dê o resultado:

a) $(-2x + 3y) + (5x – 2y)$

b) $(6x^2 + 8x – 3) + (-2x^2 – 5x – 1)$

c) $(-7x + 2y – 6) + (-3x – 4y – 5)$

d) $(x + 1) + (3x^2 + 4x – 9)$

e) $(4x^2 – 4x + 5) – (2x^2 + 7x + 1)$

f) $(2x^2 + 5x + 3) – (4x^2 – 2x + 1)$

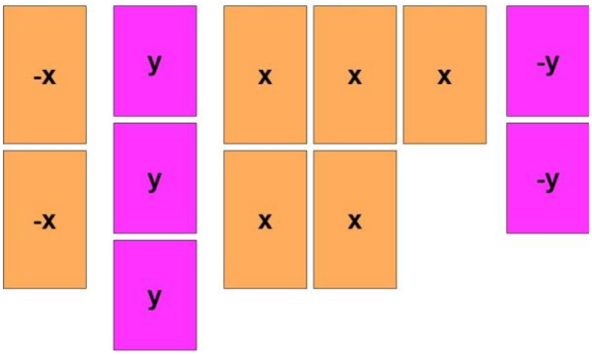
g) $(4x^2 – 2x + 1) – (-3x^2 – x + 3)$

h) $(-3y^2 – y + 3) – (4y^2 – 2y + 1)$

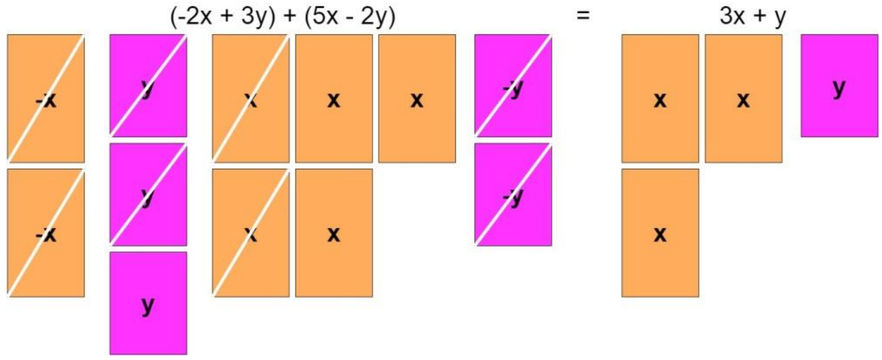
Segue a ilustração da resolução de dois itens.

Resolução do item a)

Os dois polinômios deverão ser representados da seguinte forma:

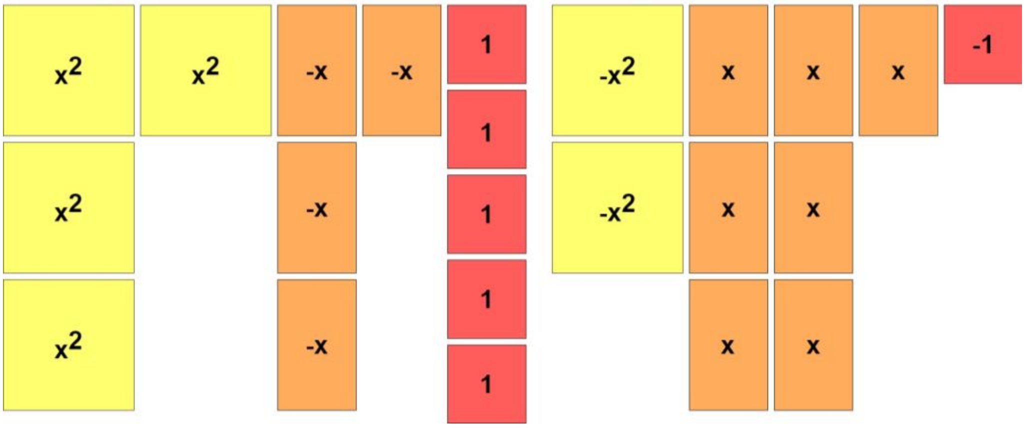


Ao serem retiradas as peças iguais e de sinais opostos, o resultado esperado será:

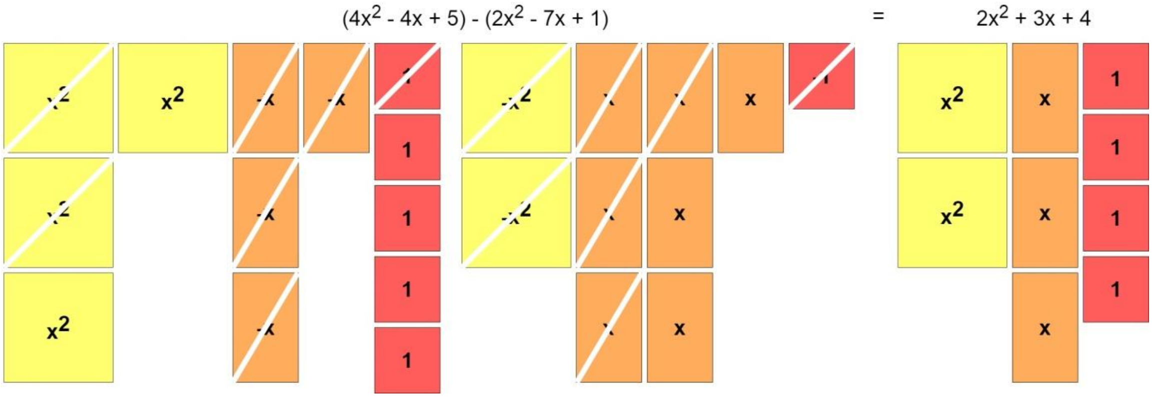


Resolução do item e)

O primeiro polinômio (minuendo) deverá ser representado da mesma forma que estiver escrito, já o segundo polinômio (subtraendo) deverá ser representado com os termos de sinais opostos:



Ao serem retiradas as peças iguais e de sinais opostos, o resultado obtido deverá ser:



2.6.2.2 Operação de multiplicação com polinômios:

Esta aula deverá iniciar com a construção de uma tábua de multiplicação, onde duas linhas são traçadas perpendicularmente, no canto superior esquerdo de um papel, cartolina, papel jornal ou qualquer superfície plana onde caibam as peças do Algeplan utilizadas na multiplicação. O professor deverá apresentar exemplos de como dispor os polinômios nas linhas e como expressar os resultados obtidos com as peças.

O quinto vídeo da playlist (https://youtu.be/i5Lqi1z-PL0) apresenta dois exemplos.

Exemplo 1) (-2y + 5) . (3y - 1)

Exemplo 2) (3x + 1) . (x + 4)

Após verificação do entendimento por parte dos alunos, propõe-se exercícios que deverão ser resolvidos com as peças do Algeplan. Os alunos precisarão registrar por meio de fotos a montagem e o resultado, seja por fotos no ensino remoto, seja por observação do professor em aula presencial.

Segue uma proposta de lista de exercícios.

Exercício 2) Represente os produtos com as peças do Algeplan e dê o resultado:

a) (3x + 2) (x – 3)

b) (x + 3) (x + 4)

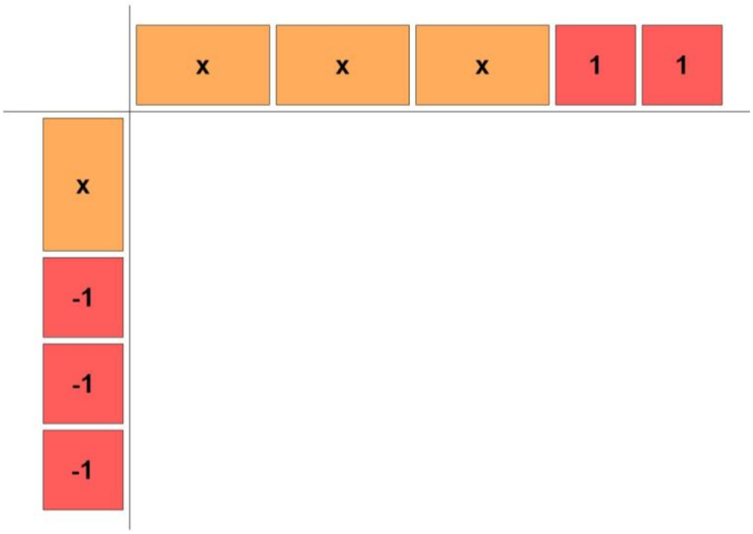
c) (y – 6) (x – 2)

d) (1 – 2x) (4 + 3x)

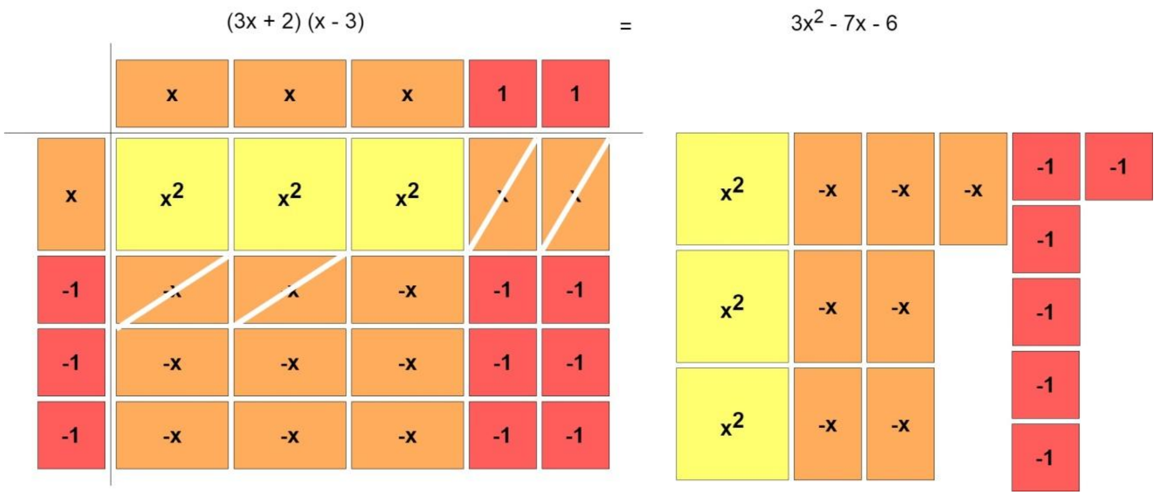
e) (x – 2) (x + 4)

Segue a ilustração da resolução do item a)

Pela propriedade comutativa da multiplicação, a disposição dos polinômios pode estar invertida (horizontal/vertical). O professor deve chamar a atenção para que os lados das peças correspondam entre si (nesse item, o lado 1 do retângulo deve estar junto ao lado 1 do quadrado). Os dois polinômios podem ser representados na tábua de multiplicação da seguinte forma:



Agora realiza-se a multiplicação entre as peças nas linhas e colunas e colocam-se as peças com os resultados obtidos nesses cruzamentos. Após, retiram-se as peças utilizadas na operação e as peças iguais com sinais opostos. O resultado obtido deverá ser:



2.6.2.3 Produtos Notáveis:

Nesta aula será utilizada novamente a tábua de multiplicação. O professor deverá apresentar exemplos de como dispor os polinômios nas linhas, expressando o quadrado da soma e da diferença de dois termos como o produto de dois binômios e como expressar os resultados obtidos com as peças.

O sexto vídeo da playlist (https://youtu.be/lkK_5gVSxs4) apresenta alguns exemplos utilizando as peças do Algeplan:

Exemplo 1) $(3x + y)^2$

Exemplo 2) $(2y - 4)^2$

Exemplo 3) $(2x - 1) . (2x + 1)$

Após verificação do entendimento por parte dos alunos, propõe-se exercícios que deverão ser resolvidos com as peças do Algeplan. Os alunos precisarão registrar por meio de fotos a montagem e o resultado, seja por fotos no ensino remoto, seja por observação do professor em aula presencial.

Segue uma proposta de lista de exercícios que contempla três casos de produtos notáveis.

Exercício 3) Represente os produtos notáveis com as peças do Algeplan e dê o resultado:

a) $(3x + 1)^2$

b) $(y + 2)^2$

c) $(x + 2y)^2$

d) $(y - x)^2$

e) $(x – 2y)^2$

f) $(3x - 1)^2$

g) $(3x + 2y) (3x – 2y)$

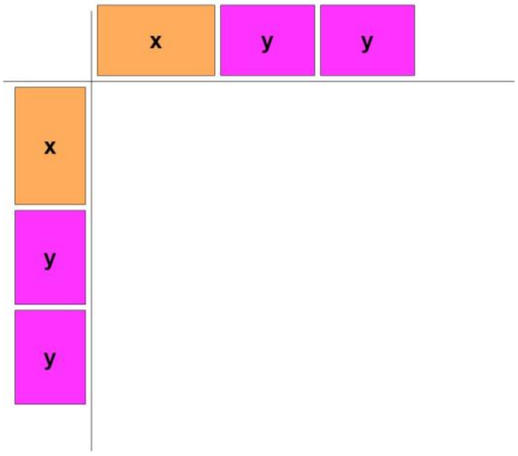
h) $(y + 3) (y – 3)$

i) (2 – x) (2 + x)

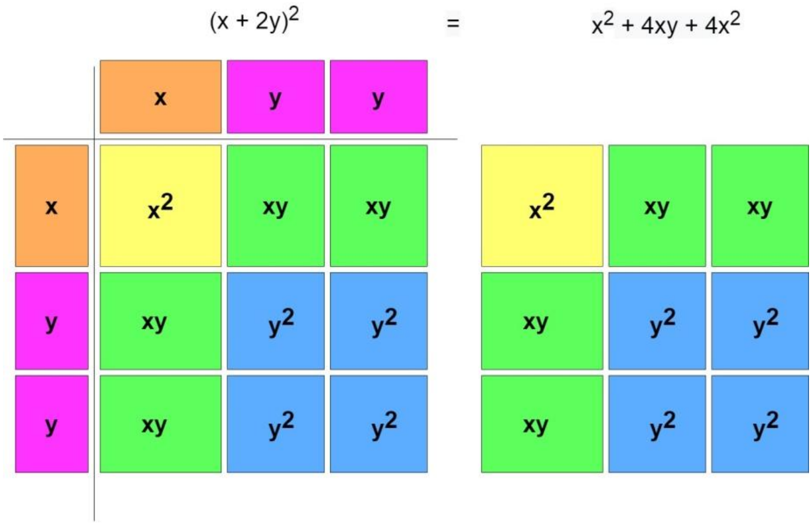
Segue a ilustração da resolução de três itens.

Resolução do item c) – Quadrado da soma de dois termos:

Seguindo a mesma orientação da operação de multiplicação, professor deve chamar a atenção para que os lados das peças correspondam entre si (nesse item, o lado 1 do retângulo de área x deve estar junto ao lado 1 do retângulo de lado y). Os binômios podem ser representados na tábua de multiplicação da seguinte forma:

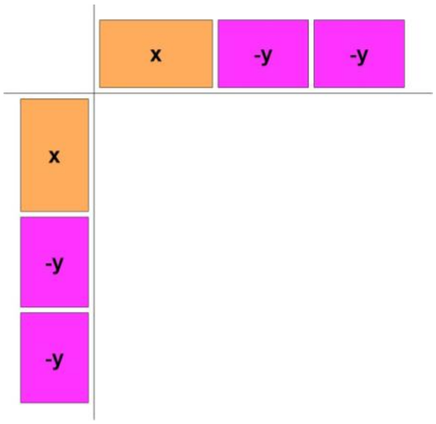


Realizando a multiplicação entre as peças nas linhas e colunas e colocando as peças com os resultados obtidos nesses cruzamentos, o resultado obtido deverá ser:



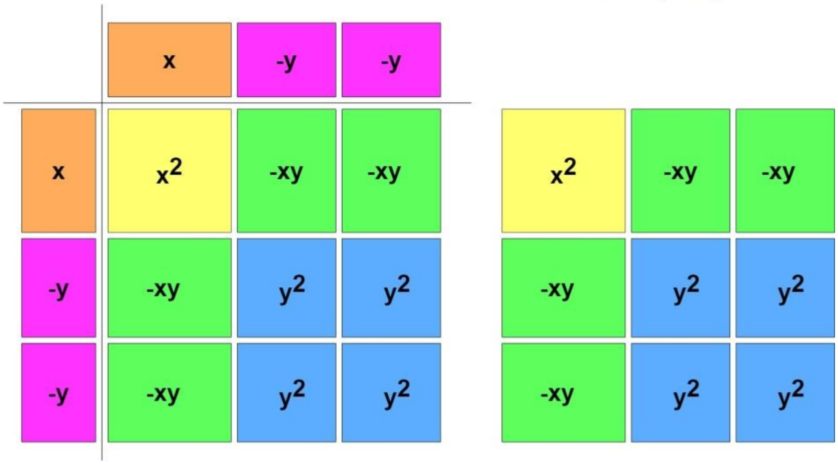
Resolução do item e) – Quadrado da diferença de dois termos:

Seguindo a mesma orientação da operação de multiplicação, professor deve chamar a atenção para que os lados das peças correspondam entre si (nesse item, o lado 1 do retângulo de área x deve estar junto ao lado 1 do retângulo de lado -y). Os binômios podem ser representados na tábua de multiplicação da seguinte forma:



Realizando a multiplicação entre as peças nas linhas e colunas, colocando as peças com os resultados obtidos nesses cruzamentos e retirando as peças utilizadas na operação, o resultado obtido deverá ser:

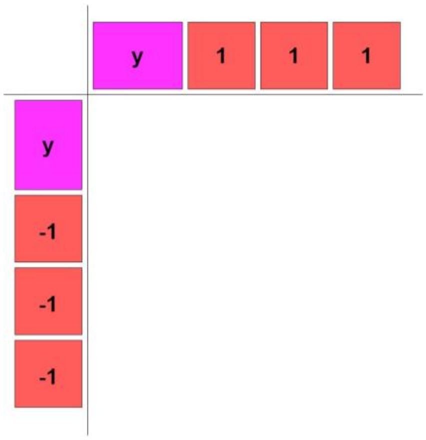
$(x - 2y)^2 \quad = \quad x^2 - 4xy + 4y^2$



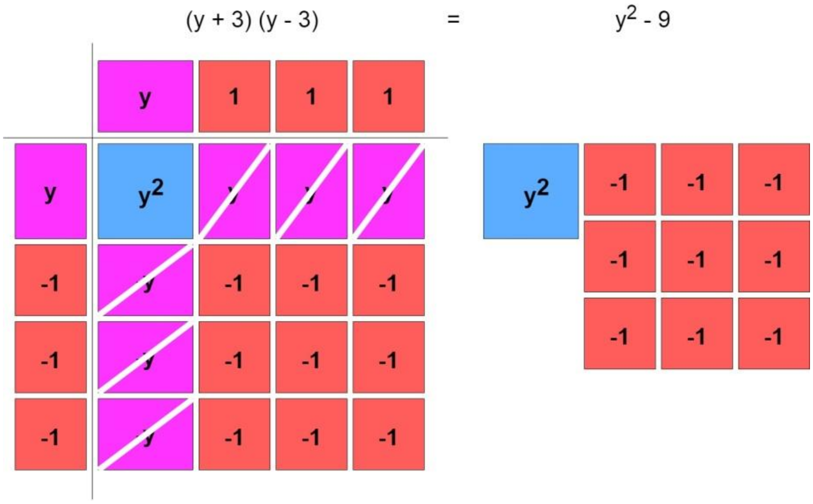
Nesses dois casos o professor deve chamar a atenção dos alunos para o formato de quadrado que o resultado apresenta.

Resolução do item h) – Produto da soma pela diferença de dois termos:

Seguindo a mesma orientação da operação de multiplicação, professor deve chamar a atenção para que os lados das peças correspondam entre si (nesse item, o lado 1 do retângulo de área y deve estar junto ao lado 1 do quadrado de área 1). Os binômios podem ser representados na tábua de multiplicação da seguinte forma:



Realizando a multiplicação entre as peças nas linhas e colunas e colocando as peças com os resultados obtidos nesses cruzamentos, retiram-se as peças utilizadas na operação e as peças iguais com sinais opostos, o resultado obtido deverá ser:



O professor deverá chamar a atenção do aluno para a formação de dois quadrados no resultado desse caso.

2.6.2.4 Raízes de equações do 2° grau pelo método de completar quadrados:

Antes desta aula o professor poderá revisar conceitos de equações do 2° grau e resoluções através de outros métodos. O método de completar quadrados utilizado nessa aula é uma adaptação da resolução apresentada por al-Khowarizmi em seu livro *Al-jabr wa'l muqabalah*, descrito por Boyer (1974) no livro *História da Matemática*.

Dada a equação do 2° grau $ax^2 + bx + c = 0$, para encontrar suas raízes, antes de utilizar as peças, seguiremos de forma algébrica os seguintes passos

Passo 1: Isolar o termo independente dos termos dependentes, ou seja, subtrair

dos dois membros da igualdade o valor de c, onde temos

$$ax^2 + bx = -c.$$

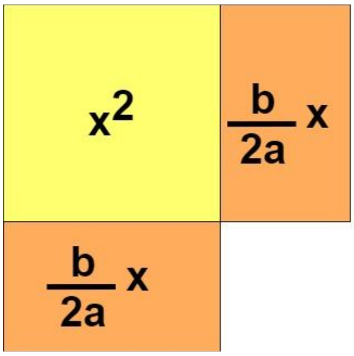
Passo 2: Dividir a equação pelo valor do coeficiente do termo x^2, que neste acaso é a. Assim, teremos

$$x^2 + \left(\frac{b}{a}\right) x = -\frac{c}{a}$$

Passo 3: Utilizando as peças do Algeplan, montar a seguinte representação geométrica para a equação:

a. Representar o quadrado de lado x com a peça x^2

b. Adicionar os retângulos de lados x na quantidade $\frac{b}{2a}$ em cada lado do quadrado.



Temos então que a área da figura construída é exatamente x^2 + $\left(\frac{b}{a}\text{ x}\right)$, ou sua variação x^2 – $\left(\frac{b}{a}\text{ x}\right)$, que pelo Passo 2, tem valor de - $\frac{c}{a}$.

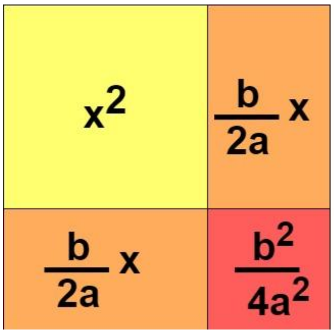
Passo 4: Completar a figura construída no Passo 3 para que se torne um quadrado,

de forma que tenha a menor área possível, sem que haja deformação das figuras já construídas.

Temos então que foi adicionado no total um quadrado de lado $\frac{b}{2a}$. Logo se antes a área da figura era - $\frac{c}{a}$, agora temos que a área total da figura formada é

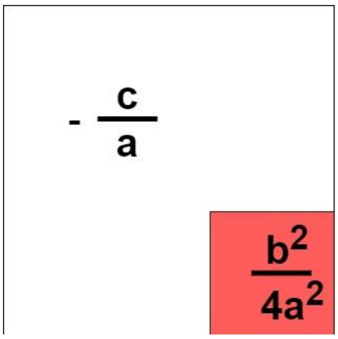
$$- \frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} .$$

Observando o quadrado completado, percebe-se que ele possui lado igual a x+ $\frac{b}{2a}$, portanto possui área igual a $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$.



Igualando os valores da área do quadrado completado, temos que

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$



Logo,

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$\left|x+\frac{b}{2a}\right| = \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

Se $x+\frac{b}{2a} \geq 0$, então $\left|x+\frac{b}{2a}\right| = x+\frac{b}{2a}$

Assim,

$$\left|x+\frac{b}{2a}\right| = \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x+\frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x' = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Se $x+\frac{b}{2a} < 0$, então $\left|x+\frac{b}{2a}\right| = -\left(x+\frac{b}{2a}\right)$

Assim,

$$\left|x+\frac{b}{2a}\right| = \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x+\frac{b}{2a} = -\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x" = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

onde x' e $x"$ são as raízes da equação do 2° grau $ax^2 + bx + c = 0$.

O sétimo (https://youtu.be/kT1G6-LNNZQ) e oitavo (https://youtu.be/7-heqqvtb8c) vídeos da playlist apresentam dois exemplos utilizando as peças do Algeplan:

Exemplo 1) Cálculo das raízes da equação $x^2 + 8x - 33 = 0$

Exemplo 2) Cálculo das raízes da equação $y^2 + 10y - 39 = 0$

Após verificação do entendimento por parte dos alunos, propõe-se exercícios que deverão ser resolvidos com as peças do Algeplan. Os alunos precisarão registrar por meio de fotos a montagem e o resultado, seja por fotos no ensino remoto, seja por observação do professor em aula presencial.

Segue uma proposta de lista de exercícios que contempla três casos de produtos notáveis.

Exercício 4) Resolva as seguintes equações do 2º grau pelo método de completar quadrados, representando com o Algeplan:

a) $x^2 + 6x - 7 = 0$

b) $x^2 - 4x - 5 = 0$

c) $y^2 + 6y - 40 = 0$

d) $y^2 - 14y + 33 = 0$

e) $x^2 + 2x - 15 = 0$

f) $y^2 - 2y - 3 = 0$

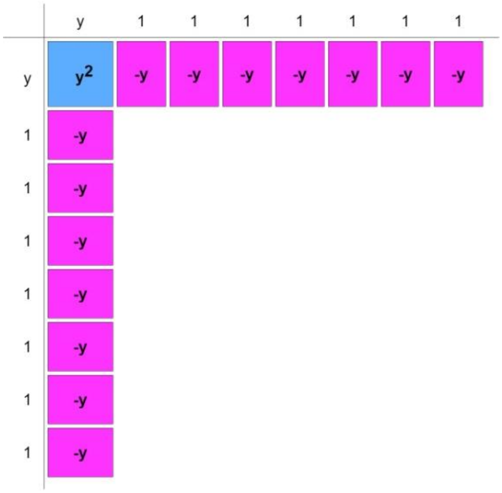
Segue a resolução do item d) $y^2 - 14y + 33 = 0$

Passo 1: Isolar o termo independente dos termos dependentes:

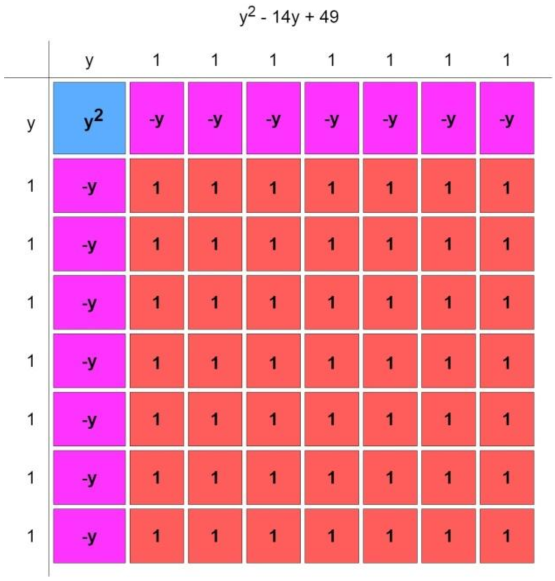
$$y^2 - 14y = -33$$

Passo 2: Dividir a equação pelo valor do coeficiente a de y^2 que neste caso é 1.

Passo 3: Montar a representação geométrica para a equação, representando o quadrado de lado y com a peça y^2 e dispor os retângulos de lados y na quantidade 14/2 = 7 em cada lado do quadrado.



Passo 4: Completar, com os quadrados de lado 1, a figura construída no passo anterior para que se torne um quadrado



Notamos que foi adicionado no total um quadrado de lado 7.
Então a área da figura é dada por

$$y^2 – 14y + 49.$$

Como $y^2 – 14y = - 33$ temos que

$$y^2 – 14y + 49 = - 33 + 49$$

$$y^2 – 14y + 49 = 16$$

Observando o quadrado completado, percebe-se que ele possui lado igual a y – 7, portanto possui área igual a $(y - 7)^2$.
Igualando os valores da área do quadrado completado, temos que

$$(y - 7)^2 = 16$$

$$\sqrt{(y-7)^2} = \sqrt{16}$$

$$|y-7| = \sqrt{16}$$

$$|y-7| = 4$$

Se $y - 7 \geq 0$, ou seja, $y \geq 7$, então

$$|y-7| = y - 7$$

Assim $|y-7| = 4 \rightarrow y - 7 = 4 \rightarrow y = 4 + 7 \rightarrow y = 11$

Ou

Se $y - 7 < 0$, ou seja, $y < 7$, então

$$|y-7| = -(y-7)$$

Assim $|y - 7| = 4 \rightarrow -(y - 7) = 4 \rightarrow y = -4 + 7 \rightarrow y = 3$

Logo, o conjunto solução encontrado é S = {3; 11}

2.7 MATERIAIS NECESSÁRIOS PARA REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE DIDÁTICA

- Folhas A4 coloridas ou brancas(será necessário lápis de cor ou giz de cera para colori-las),ou EVA, ou cartolina, ou papelão, etc
- Lápis;
- Régua;
- Tesoura;
- Vídeos de construção e exemplos de resolução de exercícios que estão na Playlist Algeplan do Canal Lidiane Garcia Bressan no YouTube. Disponível em: https://youtube.com/playlist?list=PLKe-hWh2DA8qygbdCwQ3m-UVk8Ju9aTk Acesso em: 10 jan. 2021;
- Lista de exercícios.

2.8 MATERIAL COMPLEMENTAR

O Algeplan é um material manipulativo em duas dimensões (área). No entanto há o material Algeblocks que traz a ideia espacial das operações algébricas, conforme proposta de Camargo (2020).

A confecção do material didático Algeblocks foi constituído por 72 peças prismáticas de 10 cores diferentes, para a distinção entre as dimensões de suas referidas peças.

Fonte: Camargo (2020)

Para a confecção, considerou-se as dimensões X, Y e 1u (uma unidade) para os prismas, sendo x = 60mm, y = 50mm e 1u = 35mm. A classificação dos prismas foi realizada conforme a lista a seguir:

• 8 Cubos Amarelos de arestas X, X e X ($Peça\ X^3$); (Correspondência dimensional em mm: 60x60x60).

• 8 Cubos Laranjas de arestas Y , Y e Y ($Peça\ Y^3$); (Correspondência dimensional em mm: 50x50x50).

• 16 Cubos Azuis de arestas $1u$, $1u$ e $1u$ ($Peça\ 1u^3$); (Correspondência dimensional em mm: 35x35x35).

• 6 Prismas Vermelhos de arestas X , X e Y ($Peça\ X^2Y$); (Correspondência dimensional em mm: 60x60x50).

• 6 Prismas Verdes de arestas X , X e $1u$ ($Peça\ X^2$); (Correspondência dimensional em mm: 60x60x35).

• 6 Prismas Marrons de arestas Y , Y e X ($Peça\ Y^2X$); (Correspondência dimensional em mm: 50x50x60).

• 6 Prismas Roxos de arestas Y , Y e $1u$ ($Peça\ Y^2$); (Correspondência dimensional em mm: 50x50x35).

• 6 Prismas Verdes Claros de arestas $1u$, $1u$ e X ($Peça\ X$); (Correspondência dimensional em mm: 35x35x60).

• 6 Prismas Azuis Claros de arestas $1u$, $1u$ e Y ($Peça\ Y$); (Correspondência dimensional em mm: 35x35x50).

• 4 Prismas Rosas de arestas X , Y e $1u$ ($Peça\ XY$). (Correspondência dimensional em mm: 60x50x35).

2.8 MATERIAIS SUGERIDOS – VIDEOTECA

BRESSAN, Lidiane Garcia. 1 Vídeo (3m49s). **Confeccionando o Algeplan - Vídeo1**. Publicado pelo canal Lidiane Garcia Bressan. 2020. Disponível em: <https://youtu.be/Kq07iVKOOO0>. Acesso em: 08 jun. 2020.

_______: 1 Vídeo (6m08s) **Confeccionando o Algeplan - Vídeo 2**. Publicado pelo canal Lidiane Garcia Bressan. 2020. Disponível em: <https://youtu.be/ZN2axJfJf0w>.Acesso em: 08 jun. 2020.

_______: 1 Vídeo (5m24s) **Confeccionando o Algeplan - Vídeo 3**. Publicado pelo canal Lidiane Garcia Bressan. 2020. Disponível em: <https://youtu.be/j-VkV YtemY>. Acesso em: 15 jun. 2020.

_______: 1 Vídeo (10m39s) **Adição e subtração com o Algeplan**. Publicado pelo canal Lidiane Garcia Bressan. 2020. Disponível em: <https://youtu.be/LT5eHW t35s>. Acesso em: 29 jun. 2020.

_______: 1 Vídeo (9m21s) **Multiplicação de polinômios - Algeplan**. Publicado pelo canal Lidiane Garcia Bressan. 2020. Disponível em: <https://youtu.be/i5Lqi1z-PL0>.Acesso em: 06 jul. 2020.

_______1 Vídeo (11m38s) **Produtos Notáveis com Algeplan**. Publicado pelo canal Lidiane Garcia Bressan. 2020. Disponível em: <https://youtu.be/lkK 5gVSxs4>. Acesso em: 13 jul. 2020.

_______: 1 Vídeo (8m06s) **Método de completar quadrados - Exemplo 1**. Publicado pelo canal Lidiane Garcia Bressan. 2020. Disponível em: <https://youtu.be/kT1G6-LNNZQ>. Acesso em: 10 ago. 2020.

_______: 1 V´ıdeo (5m22s) **Método de completar quadrados - Exemplo 2**. Publicado pelo canal Lidiane Garcia Bressan. 2020. Disponível em: <https://youtu.be/7-heqqvtb8c>. Acesso em: 10 ago. 2020.

2.9 REFERÊNCIAS

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática.** São Paulo: Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo (tradução obra original de 1968), 1974 .

CAMARGO, Alex Sander Martins de. **O material manipulável Algeblocks:** uma proposta para o Ensino Médio. 2020. 151f. Dissertação. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2020. Disponível em: <http://www.geplam.ufscar.br/img/dissertacoes/Dissertação%2022-04%20versão%20final.pdf>. Acesso em: 3 de março de 2021.

CORDEIRO, Cristiane Teixeira et al. **Uso do Método de Completar Quadrados de Al-Khwarizmi na Resolução de Equações do Segundo Grau**. In: VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 2017, Canoas RS. Anais. Canoas: ULBRA, 2017. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/6853/3830>. Acesso em: 10 dez. 2020.

MOREIRA, Marco Antônio; NARDI, Roberto. O mestrado profissional na área de ensino de Ciências e Matemática: alguns esclarecimentos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 3, 2009, p. 1-9.)

PASQUETTI, Camila. **Proposta de Aprendizagem de Polinômios através de Materiais Concretos** 2008. 47 f. Trabalho de Conclusão de Curso de Matemática, Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Erechim, RS, 2008.

POLETO, Camilla da Silva. **Algeplan, Álgebra e Geometria:** entendendo prá ticas matemáticas como jogos de linguagem. 2010. 57 f. Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre,RS, 2010.

SOUZA, M. J. F. S., et al. Análise dos produtos de programas de mestrado profissional: um recorte envolvendo o Ensino de Matemática na Região Sul do Brasil**. X Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – X ENPEC**, Aguas de Lindóia SP – 24ª 27 de Novembro de 2015.

ZAIDAN, Samira; FERREIRA, Maria Cristina Costa; KAWASAKI, Terezinha Fumi. A pesquisa da própria prática no mestrado profissional. **Plurais - Revista Multidisciplinar***,* Salvador, v. 3, n. 1, p. 88-103, 2018.

3 MATERIAL DO ESTUDANTE

3.1 TÍTULO

Utilizando o Algeplan para resolução de operações com Polinômios e raízes de equação do 2° grau.

3.2 PONTO DE PARTIDA

Como operações algébricas podem ser visualizadas geometricamente através da manipulação do Algeplan?

3.3 ORIENTAÇÃO PROCEDIMENTAL

3.3.1 Aulas 1 e 2:

Vamos construir o material Algeplan.que deverá ser composto de:

- 20 Quadrados de lado 5 cm
- 20 Quadrados de lado 4 cm
- 30 Quadrados de lado 3 cm
- 20 Retângulos com lados 5cm e 4cm
- 20 Retângulos com lados 5cm e 3cm
- 20 Retângulos com lados 4cm e 3cm

O material pode ser construído em papel branco ou colorido, EVA, cartolina, papelão, etc.

As orientações para a construção estão no canal Lidiane Garcia Bressan no YouTube, através dos vídeos:

Vídeo 1: https://youtu.be/Kq07iVKOOO0

Vídeo 2: https://youtu.be/ZN2axJfJf0w

Vídeo 3: https://youtu.be/j-VkV_YtemY

Depois de recortadas as peças, cada lado terá um correspondente:

o lado de 5 cm equivale à x

o lado de 4 cm equivale à y

o lado de 3 cm equivale à 1

Em cada peça, devemos escrever a sua área correspondente, ou seja:

Os quadrados de lado x (5 cm) terão área $x.x = x^2$

Os quadrados de lado y (4 cm) terão área $y.y = y^2$

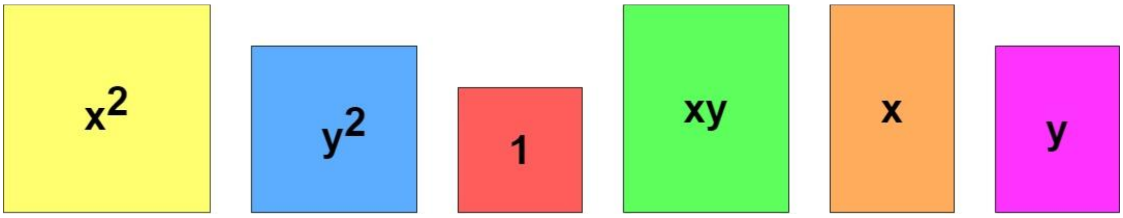
Os quadrados de lado 1 (3 cm) terão área $1.1 = 1$

Os retângulos de lados x e y (5 cm x 4 cm) terão área $x.y = xy$

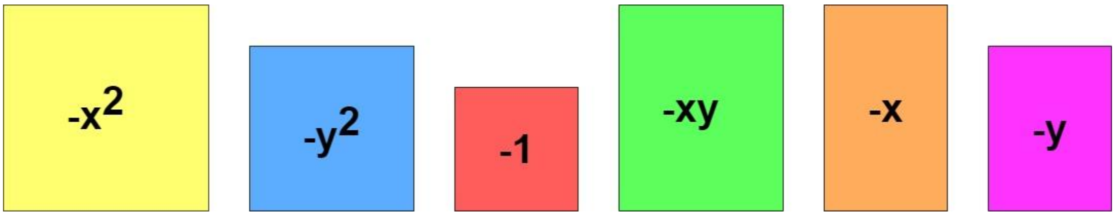
Os retângulos de lados x e 1 (5 cm x 3 cm) terão área $x.1 = x$

Os retângulos de lados y e 1 (4 cm x 3 cm) terão área $y.1 = y$

Uma das faces das peças deverá ficar com os termos positivos, como mostra a figura:



E no verso de cada peça escreveremos os termos negativos:



3.3.2 Aulas 3 e 4:

Assista o vídeo Adição e Subtração com o Algeplan

https://youtu.be/LT5eHW_t35s

com a resolução dos seguintes exemplos utilizando as peças do Algeplan:

Exemplo 1) $2y^2 + 5y + 3$

Exemplo 2) $x^2 + x - x - x - x - 1 - 1 - 1$

Exemplo 3) $(2y^2 + 3x - 4) + (y^2 + 2x + 5)$

Exemplo 4) $(x^2 - x + 5) + (-3x2 + x + 5)$

Exemplo 5) $(x^2 - x + 5) - (-3x2 + x + 5)$

Agora resolva, expressando com as peças do Algeplan, o seguinte exercício:

Exercício 1) Represente os cálculos com as peças do Algeplan e dê o resultado:

a) $(-2x + 3y) + (5x – 2y)$

b) $(6x^2 + 8x – 3) + (-2x^2 – 5x – 1)$

c) $(-7x + 2y – 6) + (-3x – 4y – 5)$

d) $(x + 1) + (3x^2 + 4x – 9)$

e) $(4x^2 – 4x + 5) – (2x^2 + 7x + 1)$

f) $(2x^2 + 5x + 3) – (4x^2 – 2x + 1)$

g) $(4x^2 – 2x + 1) – (-3x^2 – x + 3)$

h) $(-3y^2 – y + 3) – (4y^2 – 2y + 1)$

3.3.3 Aulas 5 e 6:

Assista o vídeo Multiplicação com o Algeplan

https://youtu.be/i5Lqi1z-PL0

com a resolução dos seguintes exemplos utilizando as peças do Algeplan:

Exemplo 1) $(-2y + 5) . (3y - 1)$

Exemplo 2) $(3x + 1) . (x + 4)$

Agora resolva, expressando com as peças do Algeplan, o seguinte exercício:

Exercício 2) Represente os produtos com as peças do Algeplan e dê o resultado:

a) $(3x + 2) (x – 3)$

b) $(x + 3) (x + 4)$

c) $(y – 6) (x – 2)$

d) $(1 – 2x) (4 + 3x)$

e) $(x – 2) (x + 4)$

3.3.4 Aulas 7 e 8:

Assista o vídeo Produtos Notáveis com o Algeplan

https://youtu.be/lkK_5gVSxs4

com a resolução dos seguintes exemplos utilizando as peças do Algeplan:

Exemplo 1) $(3x + y)^2$

Exemplo 2) $(2y - 4)^2$

Exemplo 3) $(2x - 1) . (2x + 1)$

Agora resolva, expressando com as peças do Algeplan, o seguinte exercício:

Exercício 3) Represente os produtos notáveis com as peças do Algeplan e dê o resultado:

a) $(3x + 1)^2$

b) $(y + 2)^2$

c) $(x + 2y)^2$

d) $(y - x)^2$

e) $(x – 2y)^2$

f) $(3x - 1)^2$

g) $(3x + 2y) (3x – 2y)$

h) $(y + 3) (y – 3)$

i) $(2 – x) (2 + x)$

3.3.4 Aulas 9 e 10:

Assista os vídeos Método de completar quadrados com o Algeplan

Exemplo 1: https://youtu.be/kT1G6-LNNZQ

com o cálculo das raízes da equação $x^2 + 8x - 33 = 0$

Exemplo 2: https://youtu.be/7-heqqvtb8c

com o cálculo das raízes da equação $y^2 + 10y - 39 = 0$

Agora resolva, expressando com as peças do Algeplan, o seguinte exercício:

Exercício 4) Resolva as seguintes equações do 2º grau pelo método de completar quadrados, representando com o Algeplan:

a) $x^2 + 6x – 7 = 0$

b) $x^2 – 4x – 5 = 0$

c) $y^2 + 6y – 40 = 0$

d) $y^2 – 14y + 33 = 0$

e) $x^2 + 2x – 15 = 0$

f) $y^2 – 2y – 3 = 0$