Marcia Andrade Oliveira

Edite Resende Vieira

Não sei qual é a conta!
É de mais ou de menos?

Caderno de atividades com situações-problema do Campo Conceitual Aditivo

IMPERIAL editora

Rio de Janeiro, 2021

Não sei qual é a conta!

É de mais ou de menos?

Caderno de atividades com situações-problema do Campo Conceitual Aditivo

Marcia Andrade Oliveira

Edite Resende Vieira

Não sei qual é a conta!
É de mais ou de menos?

Caderno de atividades com situações-problema do Campo Conceitual Aditivo

1ª Edição

IMPERIAL
editora

Rio de Janeiro, 2021

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

O48 Oliveira, Marcia Andrade

Não sei qual é a conta! É de mais ou de menos? Caderno de atividades com situações-problema do Campo Conceitual Aditivo / Marcia Andrade Oliveira ; Edite Resende Vieira. - 1.ed. - Rio de Janeiro: Imperial Editora, 2021.

63 p.

Bibliografia: p. 57-58.

ISBN: . 978-65-5930-037-2 .

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Resolução de problemas (Matemática). 3. Teoria dos campos conceituais. 4. Campo aditivo. I. Vieira, Edite Resende. II. Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves da Silva – CRB-7: 5692

Fonte da imagem da capa: https://br.freepik.com/vetores-gratis/dois-criancas-calculando-em-sala-aula_4743784.htm#page=1&query=aula%20de%20matem%C3%A1tica&position=2. Acesso em14 de maio de 2021. (adaptada)

RESUMO

A busca por estratégias pedagógicas para que os estudantes minimizem as dificuldades na resolução de problemas matemáticos tem sido constante na comunidade docente. A intenção do professor é que o aluno aprenda mais do que fazer contas. Assim, o presente estudo tem como problema de pesquisa, a seguinte questão: Que contribuições da Metodologia de Resolução de Problemas para o ensino e a aprendizagem do Campo Conceitual Aditivo são apresentadas em pesquisas brasileiras no período de 2006 a 2019? E tem como objetivo geral, analisar as contribuições da Metodologia de Resolução de Problemas para o ensino e a aprendizagem do Campo Conceitual Aditivo reveladas em pesquisas brasileiras no período de 2006 a 2019. Para levar a efeito esse objetivo, seguem-se os objetivos específicos: mapear as pesquisas brasileiras que tem como foco a Resolução de Problemas e/ou o Campo Conceitual Aditivo no período de 2006 a 2019; identificar as pesquisas que utilizam a Resolução de Problema como metodologia de ensino; analisar as estratégias e práticas desenvolvidas, nas pesquisas selecionadas para explorar situações do Campo Conceitual Aditivo; e elaborar um caderno para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental com atividades envolvendo situações-problema do Campo Conceitual Aditivo e com orientações para o professor aplicar seguindo a perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas. A realização deste trabalho ocorreu por meio da abordagem qualitativa, no qual foi considerado o conhecimento teórico acumulado, a partir de uma pesquisa bibliográfica, tendo como referencial os estudos de Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2004, 2009, 2011), Dante (1997, 2010) e Polya (1995, 1997, 2006), sobre a Metodologia de Resolução de Problemas, e de Vergnaud (1982, 1990, 1996, 2014), relacionados à Teoria dos Campos Conceituais. Pesquisou-se os estados da arte com foco nessa temática e buscou-se as produções mais utilizadas nas pesquisas para formar o constructo teórico. Para o produto educacional, fruto desta pesquisa, seguimos a concepção de Zabala (1998) acerca da sequência didática como prática educativa para elaborar o Caderno de Atividades intitulado "Não sei a conta! É de mais ou de menos?", constituído por atividades envolvendo situações com problemas de estruturas aditivas na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas, além de orientações aos professores para o trabalho com os alunos em sala de aula. Identificamos a partir dos dados apresentados nos trabalhos que compuseram o *corpus* da nossa pesquisa**,** que as experiências de ensino que abordaram o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas obtiveram resultados positivos na aprendizagem dos alunos. E mais, nossas reflexões, baseadas no material pesquisado, nos levaram a concluir que trabalhar as situações do campo aditivo por meio da Metodologia de Resolução de Problemas, pode contribuir para abrandar as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de situações-problema de estruturas aditivas, bem como aprimorar e alargar esse conhecimento.

Palavras-chave: Campo Conceitual Aditivo; Metodologia de Resolução de Problemas; Ensino de Matemática.

Sumário

Primeira Parte: Apresentação

Apresentamos o presente material, fruto da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica (MPPEB), vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, do Colégio Pedro II. A elaboração deste material é requisito parcial para conclusão do curso.

O produto educacional foi criado com base na convergência entre as teorias aqui revisitadas e os dados coletados na pesquisa. A proposta foi elaborar um caderno para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental com atividades envolvendo situações-problema do Campo Conceitual Aditivo e com orientações para o professor aplicar seguindo a perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas. O intuito é promover uma aprendizagem na qual o aluno participe ativamente ao lidar com tais situações.

Estruturamos esse material em seções, denominadas de Partes, para facilitar a sua leitura assim como compartilharmos as justificativas e reflexões, sobre a concepção desse estudo, as quais se encontram na segunda parte.

Na terceira parte, trazemos a apresentação do referencial teórico, escolhido para orientar a construção desse material. Partimos da discussão sobre a Metodologia de Resolução de Problemas, apresentando duas linhas de abordagem, o roteiro elaborado por Polya (1995), e o elaborado pelo GTERP (2011). Logo após, discorremos sobre o campo conceitual aditivo, ancorado na Teoria dos Campos Conceituais, sinalizando aspectos fundamentais, proposições e conceitos, como também, a classificação das situações-problemas que envolvem o raciocínio aditivo.

A quarta parte, por sua vez, se refere aos aspectos metodológicos que fundamentaram a elaboração da sequência de atividades. Fomos guiados pelos estudos de Zabala (1998) sobre sequência didática como prática educativa.

Dando prosseguimento, na quinta parte, apresentamos as sequências de atividades, além de conter algumas orientações e sugestões para o trabalho com seus alunos.

Na sexta parte, apontamos algumas reflexões e considerações tecidas a respeito das atividades apresentadas, destacando outras possibilidades de aplicação no que tange ao público direcionado, à disciplina, aos recursos, entre outras.

Em seguida, listamos as referências citadas ao longo do texto. E, para finalizar, no Apêndice, enumeramos as atividades para facilitar a reprodução das mesmas por vocês, caso queiram trabalhar com seus alunos.

Segunda Parte: Cá entre nós...

O motivo que nos levou (meu e de minha orientadora) a elaborar esse caderno de atividades foi a dificuldade encontrada pelos meus alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na interpretação e resolução de situações-problema de estruturas aditivas.

Figura 1 – Tia! É de mais ou de menos?

Fonte: Acervo pessoal (adaptada). Disponível em: https://br.freepik.com/vetores-gratis/bolhas-de-fala-e-garotinha_1472960.htm#page=1&query=crian%C3%A7as%20falando&position=0. Acesso em 14 de maio de 2021.

Ao longo da minha trajetória profissional, esta pergunta comum em sala de aula, durante as atividades com problemas aditivos, foi me incomodando e me fazendo refletir a respeito, chegando à conclusão de que nas situações envolvendo as estruturas aditivas (adição e subtração), os alunos não conseguiam compreender o que é pedido no problema e tentavam adivinhar a operação, não conseguindo resolvê-lo satisfatoriamente.

Com isso, muitas vezes, eles não "adivinhavam" a operação correta, errando a questão, o que acarretava desinteresse e falta de motivação em realizar atividades dessa natureza. Esse fato também me causava absoluto desapontamento e tristeza, chegava a ser desanimador. Percebia nos alunos, olhares perdidos, falas esvaziadas de sentido e até mesmo perguntas sem respostas.

Figura 2 – Não entendi nada!

Fonte: Acervo pessoal (adaptada). Disponível em: https://br.freepik.com/vetores-gratis/aluno-triste-do-ensino-fundamental-infeliz-menino-asiatico_13425473.htm#page=1&query=crian%C3%A7a+triste&position=8. Acesso em 23 de maio de

Essa é outra frase que, particularmente, tenho pavor de ouvir e, infelizmente, é corriqueira no nosso dia a dia escolar. “Não entender nada” é muito sério. Se deparar com o absoluto silêncio, após a proposição de uma questão, é muito frustrante. Verificar o baixo rendimento dos alunos nas atividades realizadas e, por consequência, nas avaliações internas e externas, é muito desalentador. Vivenciar todo esse cenário e não ter nenhum tipo de estranhamento é impossível.

Nossos alunos estão acostumados e, nós temos uma parcela de responsabilidade por isso, a enxergar as situações-problema como simples instrumento de fixação do que foi aprendido. É um processo mecanizado, de repetição de procedimentos e aplicação de algoritmos. A resolução de situações-problema passa a ser um mero exercício para se aplicar a operação que foi explicada pelo professor. Uma receita pronta, como vemos nos seguintes enunciados:

- “Observe o exemplo abaixo e faça o que se pede.”
- “Siga o modelo e resolva os problemas.”

E nós professores, ao corrigirmos tais questões, registramos no quadro o algoritmo, a resolução perfeita, única, absoluta e indiscutível. Os alunos, por sua vez, apagam suas resoluções e copiam, sem questionamentos, o que foi escrito.

Figura 3 – Albert Einstein

Fonte: Acervo pessoal (adaptada). Disponível em: https://br.freepik.com/vetores-gratis/bem-vindo-de-volta-ao-projeto-da-escola-carater-de-professor-antigo_5252434.htm#query=einstein&position=4. Acesso em 18 de maio de 2021.

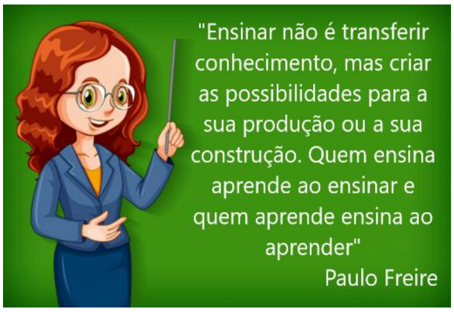
Como professora de Matemática, tenho me questionado com frequência sobre minha atuação no exercício da minha prática docente. Como estou desenvolvendo o ensino dos conceitos matemáticos? Meus alunos atribuem significados aos conhecimentos apresentados? Eles participam da construção desses conhecimentos? A aprendizagem está sendo efetiva?

A partir das minhas observações na sala de aula e dos dados que obtive na pesquisa em pauta, fica evidente que as respostas às minhas indagações, são negativas.

Nessa visão, a Metodologia de Resolução de Problemas se mostrou como uma estratégia promissora para o trabalho com situações aditivas. A possibilidade de o aluno se apropriar das informações que lhe são apresentadas, de mobilizar saberes no sentido de buscar a solução, atribuindo-lhes significados, colabora para um amadurecimento das estruturas cognitivas.

Nesse panorama, quando um aluno tem a oportunidade de lidar com uma situação-problema, não significa que o professor vai somente dotá-lo de habilidades, técnicas e estratégias matemáticas para resolvê-la, mas sim desenvolver nesse aluno a capacidade de construir relações entre as ideias matemáticas que já possui e a novas, descobrindo novos conceitos por um caminho autônomo, organizando um planejamento, usando procedimentos próprios e impregnando significados em todo o processo.

Figura 4 – Paulo Freire



Fonte: Acervo pessoal (adaptada). Disponível em: https://br.freepik.com/vetores-gratis/fundo-liso-com-professora-com-vara_7686763.htm#page=1&query=professor+desenho&position=9#position=9&page=1&query=professor+desenho. Acesso em 15 de maio de 2021.

Nessa concepção, se exige uma mudança no papel do professor, que deixa de ser o transmissor absoluto do conhecimento, preocupado apenas com a aplicação de algoritmos e a busca pela resposta correta para se consolidar como o mediador de todo o processo, aquele que questiona, problematiza, instiga, estimula, conduzindo o aluno a levantar e validar conjecturas, discutir estratégias de resolução e sistematizar suas observações.

Apoiado nesses pressupostos, consideramos valioso e muito significativo todo o percurso do desenvolvimento e não apenas a resposta correta, pois ao trilhar esse caminho, ele tem consciência de que seu aluno vai legitimar suas ações, vislumbrar propriedades e relações e ampliar seus conhecimentos.

Figura 5 – Galileu Galilei

Fonte: Acervo pessoal (adaptada). Disponível em: https://pixabay.com/pt/illustrations/galileu-telesc%C3%B3pio-inven%C3%A7%C3%A3o-4368166/. Acesso em 18 de maio de 2021.

Assim, entendemos que, por ser uma disciplina que se integra a outras áreas do conhecimento, a Matemática não se resume apenas em somar, subtrair, multiplicar ou dividir. Ela é considerada um instrumento que possibilita aos alunos tornarem-se ativos, capazes de enfrentar desafios além dos muros da escola. Para tal, é necessário propiciar, na sala de aula, um ambiente de discussão e de reflexão, com situações que os estimulem a participar de seu processo de aprendizagem.

Terceira Parte: Aspectos Teóricos

"Considerada o "coração" da atividade matemática, a resolução de problemas tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos (...)"
(ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R., 2014)

I - Resolução de Problemas: uma metodologia para o ensino de Matemática

Podemos dizer que embora a resolução de problemas venha sendo discutida nos últimos anos, não tem desempenhado o seu verdadeiro papel no ensino, sendo utilizada como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos e não como forma de construção do conhecimento matemático. Nessa perspectiva, se faz necessário ressaltar que a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino de Matemática propicia mobilização de saberes no sentido de buscar a solução. Nessa busca, o aluno aprende a montar estratégias, raciocinar logicamente e verificar se sua estratégia foi válida, o que colabora para um amadurecimento das estruturas cognitivas.

Autores, como Polya (1995), Dante (1997) e Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2004) têm apresentado pesquisas que consideram a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino para potencializar os processos de ensino e de aprendizagem nas aulas de Matemática, fortalecendo a construção de conceitos matemáticos pelos estudantes. Essa metodologia vem sendo discutida na área de Educação Matemática nas últimas décadas, e é apontada como um método que proporciona a aprendizagem.

Polya (1995) considera que para resolver um problema é preciso que se saiba algo relacionado ao assunto em questão, reunindo e selecionando itens relevantes do conhecimento. O autor considera que a concepção do problema é muito mais ampla no final do que no princípio, pois temos que recordar teoremas, definições, e verificar se é um problema conhecido.

Procurando organizar um pouco o processo de resolução de problemas, Polya (1995) o dividiu em quatro fases, apresentadas a seguir:

1- Compreensão do problema: Nessa fase, o aluno precisa, não apenas compreender o problema, mas também desejar resolvê-lo. Para isso, o professor deve escolher um problema nem muito fácil, nem muito difícil, interessante e que tenha algum sentido para o aluno.

2- Estabelecimento de um plano: É o principal feito na resolução de um problema. Assim sendo é primordial que o professor propicie ao aluno, discretamente, uma condução por meio de indagações e sugestões que possam provocar tal plano de resolução.

3- Execução do plano: Realizar cada passo traçado no plano de resolução estabelecido.

4- Retrospecto ou verificação da resposta: É a etapa destinada a examinar a solução obtida. O retrospecto da resposta, segundo Polya (1995), serve para a consolidação do conhecimento construído ao longo do processo de resolução do problema e o aprimoramento da capacidade de resolução de problemas.

De acordo com Polya (1995) é importante que o professor faça indagações no processo de resolução de problemas, pois, auxiliam o estudante na descoberta da operação para solucionar o problema e desenvolvem sua capacidade de resolver problemas com autonomia.

Vale enfatizar que o método descrito por Polya (1995) não é para ser interpretado como um roteiro a ser seguido passo a passo, mas sim como orientações que podem ocorrer de modo não linear, com o propósito de auxiliar o aluno no desenvolvimento do seu pensamento autônomo e criativo na medida em que reflete sobre problemas matemáticos e busca por soluções. Na proposição de resolução de problemas, a ênfase deve ser dada ao processo, e não apenas ao resultado, permitindo assim o surgimento de distintas resoluções, promovendo a comparação de estratégias, e a validação de respostas encontradas, oportunizando a ampliação da capacidade de reflexão e ação dos alunos.

Ainda nessa temática de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino de Matemática, destacamos o GTERP (Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas) da Unesp - Rio Claro, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, que atento às novas tendências e demandas mundiais que se apresentam para o ensino e aprendizagem de Matemática se consolida e constrói conhecimentos sobre a Resolução de Problemas.

Nesse aspecto, o grupo tem muito a contribuir, pois, de acordo com suas pesquisas, o ensino e a aprendizagem ocorrem de forma simultânea durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como coconstrutores desse conhecimento. O conhecimento é construído durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino, com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula, quando necessário.

Professor e alunos juntos desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo coparticipativo e colaborativo em sala de aula.

A partir das pesquisas do referido grupo foi desenvolvida uma metodologia de ensino e aprendizagem de Matemática denominada Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas. Essa concepção, assim como a de Polya (1995), exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes em relação ao trabalho em sala de aula. O professor deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos, também, a responsabilidade pela sua aprendizagem.

Segundo o GTERP, o roteiro indicado para implementar a Metodologia de Resolução de Problemas é constituído pelas seguintes etapas:

1ª etapa: Preparação do problema - o professor deve selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento ou também para reforçar algum conhecimento já trabalhado.

2ª etapa: Leitura individual – o professor solicita que o aluno faça a leitura do problema. Pode entregar uma cópia do problema para cada aluno, pedir que copiem do quadro, projetar o problema, etc.

3ª etapa: Leitura em conjunto - o professor orienta a formação dos grupos e solicita nova leitura do problema, agora nos grupos, e auxilia os alunos se houver dificuldade na leitura do texto, levando-os a interpretar o problema ou se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos.

4ª etapa: Resolução do problema - os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolver o problema.

5ª etapa: Observar e incentivar - enquanto os alunos, em grupos, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo.

6ª etapa: Registro das resoluções no quadro - o professor deve convidar representantes dos grupos a registrar, no quadro, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7ª etapa: Plenária - para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas no quadro pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8ª etapa: Busca do Consenso - após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor incentiva toda a classe a chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9ª etapa: Formalização do Conteúdo - neste momento, o professor registra no quadro uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos durante a resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. Etapa da sistematização dos conteúdos.

É importante ressaltar que esse roteiro demanda flexibilidade nas etapas, visto que é possível adaptá-lo à realidade de cada situação, de cada sala de aula, dependendo do grupo de alunos com que se trabalha e o conteúdo que está sendo objeto da aula. Percebe-se que, tanto essa característica de flexibilização das etapas quanto as próprias etapas em si, fazem interlocução com as ideias de Polya (1995).

Cabe destacar que é um movimento trabalhoso e que demanda um ambiente propício para ser desenvolvido. Considera-se que, em uma turma muito numerosa e/ou heterogênea, seja mais complicado aplicar essa metodologia, pois requer o envolvimento e a participação ativa dos alunos. Para fazer face a esse desafio, o professor deve propor um problema de natureza desafiadora, que desperte a curiosidade e incentive a atuação dos alunos, fazendo com que essa prática seja constante em sua sala de aula. Acredita-se que, com o passar do tempo, fique cada vez mais possível e prazeroso essa proposta de trabalho na sala de aulas. E assim, ao perceberem que estão desvendando os problemas, assumindo uma postura atuante e participativa, levantando conjecturas e interagindo com o objeto de conhecimento, os alunos, provavelmente, estarão mais motivados a realizar as atividades sugeridas.

Nesta metodologia, os problemas são propostos antes da exploração do conteúdo, ou seja, a situação será o ponto de partida. Dessa forma, o ensino e aprendizagem começa com um problema, abordando conceitos-chave e proporcionando a busca por estratégias para se encontrar as respostas. Quanto à avaliação do crescimento dos alunos nessa perspectiva de trabalho, Allevato e Onuchic (2009) afirmam que deve ser contínua durante todo o processo de resolução do problema.

Ao referir-se a tal assunto, Vergnaud (1996) destaca que a Metodologia de Resolução de Problemas pode ser um caminho satisfatório para conduzir o aluno à compreensão das diferentes situações necessárias à construção de conceitos, uma vez que propicia um ambiente de investigação, de exploração e de reflexão.

II -**Teoria dos Campos Conceituais: o campo conceitual aditivo**

De acordo com Vergnaud (1996), a aquisição do conhecimento se dá por meio de situações-problema com significado para o aluno. Tais situações podem seguir por toda vida, com o menor ou maior grau de familiaridade. Ocorre pelo fato de as crianças usarem conhecimentos desenvolvidos em experiências anteriores e, quando defrontados com o novo, procuram adaptá-los. As concepções e competências dos alunos vão se desenvolvendo de forma gradual, mediante experiências vividas dentro, e até mesmo fora de sala de aula.

Para que o aluno alcance essa progressão na aquisição de conhecimentos, faz-se necessário que se depare com diversas e distintas situações, pois compartilhando das ideias de Vergnaud (1996), Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2001, p. 8) entendem que "[os] conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações, e cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito".

Dessa forma, Vergnaud (1982, p. 40), afirma que um Campo Conceitual representa "[...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, interligados durante o processo de aquisição".

Assim, segundo Vergnaud (1996), estudar um campo conceitual com os alunos ao invés de um conceito é o caminho, pois em qualquer situação um conceito nunca aparece sozinho, ou seja, os conceitos não devem ser abordados de forma isolada, e sim tratados concomitantemente. Corroborando essa ideia, Vieira, Marques, Silva, Pereira e Oliveira (2016, p. 3) concluem que "[há] uma relação de reciprocidade entre conceito e situação, ou seja, um conceito remete a muitas situações e uma situação remete a muitos conceitos".

Em linhas gerais, podemos dizer que, a Teoria dos Campos Conceituais, apresenta uma classificação para as estruturas aditivas que é capaz de ajudar os professores, tanto na interpretação dos processos que os alunos utilizam na resolução de problemas de adição e subtração, quanto no maior entendimento sobre as dificuldades que esses alunos encontram na sua resolução. Por outro lado, esta classificação oferece uma estrutura teórica que auxilia o professor no entendimento do significado das diferentes representações simbólicas da adição e subtração, e serve de base para o desenho de experiências sobre esses processos matemáticos na sala de aula.

Dessa maneira, segundo Vergnaud (1996), o campo conceitual aditivo pode ser definido como um conjunto de situações que envolvem uma ou mais adições e/ou subtrações. Para organizar essas situações, o autor classifica-as como: problemas de composição, problemas de transformação e problemas de comparação.

Os problemas de composição compreendem as situações que envolvem parte-todo. A situação pode ser prototípica, quando temos que juntar uma parte com outra para alcançar o todo. Podendo, também, ser uma situação de 1ª extensão quando uma das partes é desconhecida, o que indica que se deve subtrair uma parte do todo para se chegar a outra parte.

Os problemas de transformação são aqueles que relacionam o estado inicial com o estado final por meio de uma transformação. Nessa categoria, temos três subcategorias. A primeira delas é a situação mais simples (protótipo), em que conhecemos o estado inicial, a transformação e queremos descobrir o estado final. Ampliando as possibilidades de problemas de transformação, denominamos as transformações de 1ª extensão, aquelas em que os estados inicial e final são conhecidos e desejamos encontrar a transformação. E por último, temos a situação de 4ª extensão, que apresenta um grau de dificuldade maior que as anteriores, pois o estado final e a transformação são dados e o estado inicial é desconhecido.

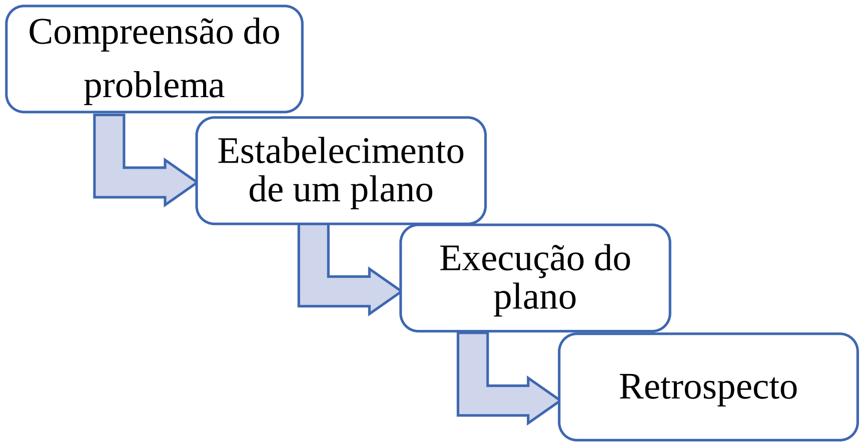
Para finalizar, os problemas de comparação apresentam situações em que são estabelecidas relações entre duas quantidades, uma denominada referente e a outra referido. Nesta classificação, há três subcategorias. Iniciando pela comparação de 2ª extensão, em que o referente (valor de referência) e a relação entre as duas quantidades são conhecidos. Na segunda, estão as situações de 3ª extensão, em que as quantidades são conhecidas (referente e referido) e a relação é desconhecida. Já a terceira, são as situações de 4ª extensão, que Magina *et al* (2001) afirmam ser as que requerem do aluno um raciocínio aditivo mais elaborado dentre os problemas básicos, pois nesse caso, o referido e a relação são dados e o referente que precisa ser encontrado. Esse raciocínio é mais difícil para o aluno pois é natural que o referente seja o ponto de partida para a resolução.

Essa diversidade de situações com graus de complexidade distintos exige que o professor tenha clareza das dificuldades contidas nas situações-problema propostas para que contemple diversas situações e estimule o raciocínio e o pensamento crítico dos seus alunos. O objetivo é sempre propiciar ao aluno a oportunidade de vivenciar uma gama de situações variadas que envolvam conceitos de naturezas distintas.

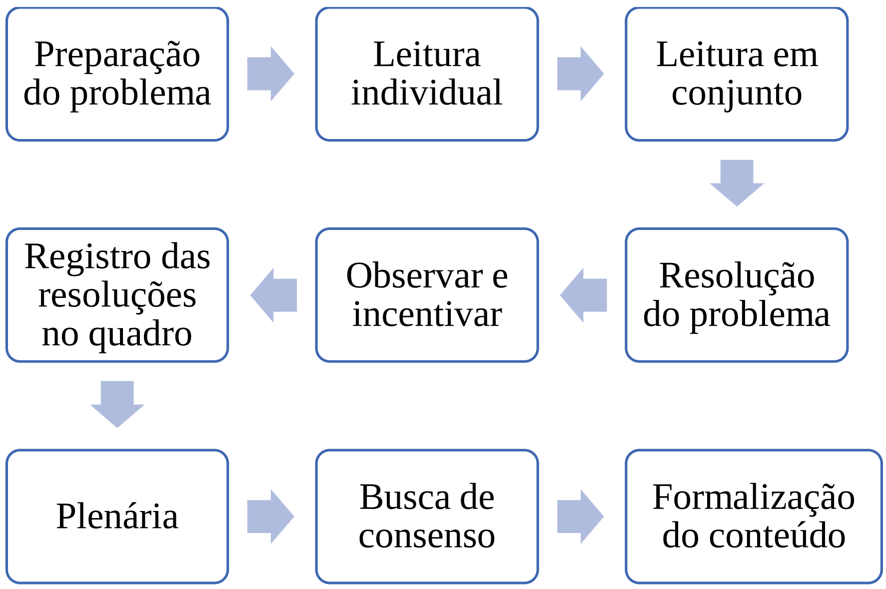
A Teoria dos Campos Conceituais tem como uma de suas principais contribuições, favorecer ao professor a chance de analisar e compreender os processos cognitivos dos alunos na resolução de problemas.

Para melhorar a compreensão e facilitar a visualização, apresentamos os esquemas, a seguir, dos pontos importantes descritos neste capítulo.

Organização do processo de resolução de problemas segundo Polya



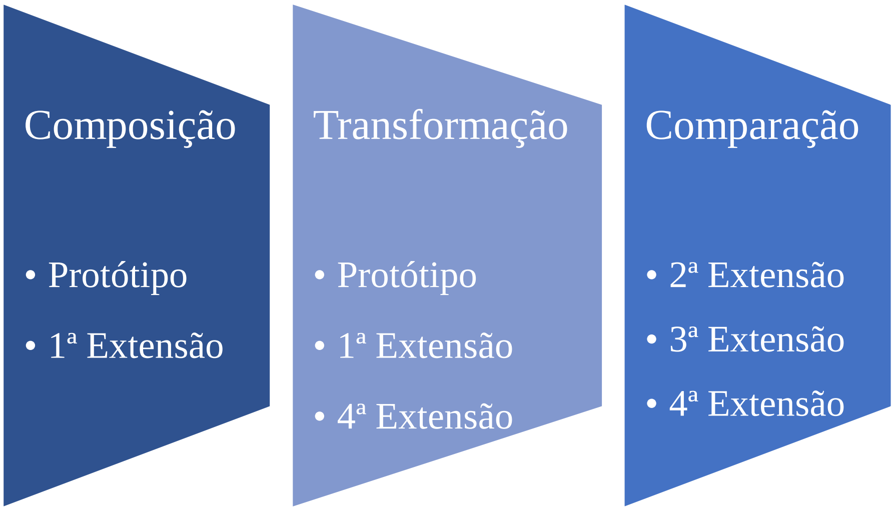
Organização do processo de resolução de problemas segundo o GTERP (Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas)



Metodologia de Resolução de Problemas: Polya e GTERP (Pontos convergentes)

- O aluno como agente ativo no processo de construção do conhecimento;
- O papel do professor como incentivador, mediador do ensino e aprendizagem e responsável por fazer o encadeamento das ideias;
- A importância dada ao processo de desenvolvimento da resolução de uma situação-problema do que somente ao produto; e
- A preocupação em ressaltar a flexibilização das etapas que constituem cada metodologia.

Campo Conceitual Aditivo



Quarta Parte: Aspectos Metodológicos

Este caderno apresenta uma sequência de atividades com base na concepção de Zabala (1998) sobre sequência didática como prática educativa.

O material foi elaborado como estratégia metodológica com o objetivo de auxiliar nas dificuldades com resolução de problemas aditivos, apresentadas pelos alunos das turmas de 6º ano do Ensino Fundamental da professora-pesquisadora. A intenção é atender esta demanda de alunos desse nível de escolaridade. No entanto, preservadas as particularidades, esse material poderá ser adaptado para ser utilizado em outros níveis de ensino e outros contextos, desde que contemple os objetivos que se pretenda atingir com a sua aplicação.

No produto educacional, as atividades propostas integram uma sequência didática ou sequência de atividades de ensino/aprendizagem, que consistem numa importante forma de encadeamento de atividades propostas em aula, de modo lógico para se alcançar os objetivos de uma unidade didática (ZABALA, 1998).

Segundo Zabala (1998), as sequências didáticas "[...] são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos" (ZABALA, 1998, p. 18). Na visão do referido autor, a aprendizagem é uma construção individual. Nesse sentido, cada aluno constrói sua aprendizagem, estimulada por seus pares. Esse processo está intimamente ligado ao interesse, disponibilidade, aos seus conhecimentos prévios e a sua experiência. Para isso, é essencial a figura do professor, mediando toda a ação, com a finalidade de apoiar cada aluno, estimulando a superar os obstáculos, oferecendo desafios para a sua evolução.

Ainda segundo o autor, a aprendizagem "[é] um processo que não só contribui para que o aluno aprenda certos conteúdos, mas também faz com que aprenda a aprender e que aprenda que pode aprender (ZABALA, 1998, p. 63).

Quinta Parte: Sequência de Atividades

São propostas onze atividades, todas centradas no campo conceitual aditivo. Os problemas apresentados nesta seção pertencem às categorias: composição, transformação e comparação. Há problemas que envolvem um ou mais tipos de raciocínio aditivo. Julgamos importante destacar algumas situações-problema que envolvam dois ou mais raciocínios aditivos simultaneamente, a este tipo de situações chamamos de problemas mistos. É importante ressaltar que não esvaziaremos todas as possíveis combinações que envolvem os três raciocínios aditivos, apenas pretendemos apresentar algumas dessas possibilidades.

Todas as situações-problema descritas estão devidamente acompanhadas de sugestões, seguindo as orientações de Polya (1995), e outras, acompanhando o roteiro metodológico proposto pelo GTERP, na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas.

Cabe salientar que as duas concepções se aproximam e que apresentam pontos de convergência, tais como:

1- O aluno como agente ativo no processo de construção do conhecimento;

2- O papel do professor como incentivador, mediador do ensino e aprendizagem e responsável por fazer o encadeamento das ideias.

3- A importância dada ao processo de desenvolvimento da resolução de uma situação- problema do que somente ao produto; e

4- A preocupação em ressaltar a flexibilização das etapas que constituem cada roteiro metodológico.

Ressaltamos, também, que optamos por sugerir as duas possibilidades metodológicas para que você tome conhecimento e faça a escolha que mais achar viável para sua prática de sala de aula. Acreditamos que desse modo colaboramos para o enriquecimento do seu fazer docente.

A sequência de atividades, apresenta situações-problema e orientações para auxiliá-lo a conduzir o trabalho sobre o raciocínio envolvido em cada, além de sugestões de perguntas a serem feitas a seus alunos que contemplam os roteiros elaborados por Polya (1995) e pelo GTERP (2011).

Selecionamos algumas orientações gerais que consideramos fundamentais para serem levadas em conta na aplicação de qualquer atividade sugerida:

Convém destacar que as sugestões de perguntas elencadas não esgotam as possibilidades de trabalho, apenas são indicativas, e pode acrescentar, potencializar, inovar e inventar outras abordagens. É importante deixar claro não são roteiros engessados, pois você pode elaborar outras perguntas ou até mesmo, durante a aplicação da atividade, seus alunos seguirem por caminhos que a levem a alterar os planos e seguir de acordo com o encaminhamento que eles estão dando ao trabalho.

- A nossa sugestão é que você estimule os alunos a verbalizarem e explicarem suas estratégias de resolução. É importante que você ouça cada estratégia, procure saber quem resolveu de forma diferente, incentive a turma a analisar as diferentes formas de resolução, verifique com seus alunos as etapas usadas nas estratégias adotadas. É primordial que você ressalte que em um mesmo problema podem ser apresentadas maneiras diferentes para resolvê-lo.
- Reflita com os alunos, se por conta das grandezas dos números o que facilitaria e/ou daria mais rapidez à resolução. Exemplos: material dourado, ábaco, quadro valor de lugar etc. E se por acaso, o uso de desenhos, esquemas, gráficos vai demandar mais tempo de resolução.

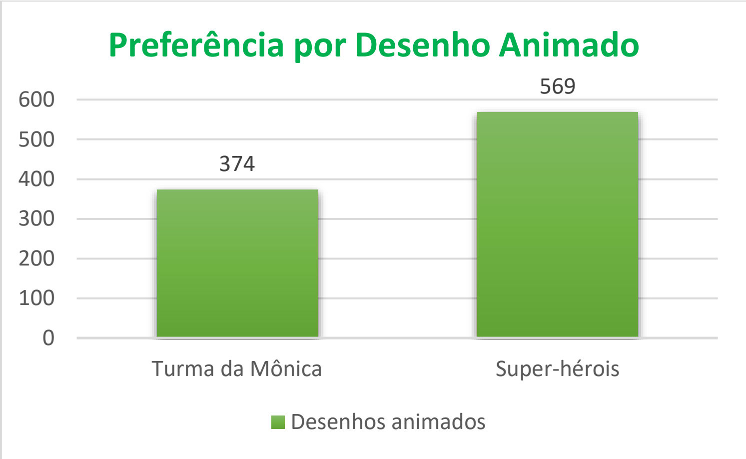
Diante dos questionamentos realizados com os alunos, podemos pensar em mapear os caminhos que esses alunos podem percorrer e, diante disso, termos mais possibilidades para pensar nas próximas pergunta que iremos fazer, na condução da atividade, de modo a contribuir para uma linha lógica de raciocínio do aluno, sem darmos a resposta, e sim fazê-lo pensar.

I – Problemas de Composição

Atividade 1: Protótipo

Na Escola Feliz, foi feita uma pesquisa com os alunos para saber qual era o desenho animado preferido por eles. Todos os alunos da escola responderam à pesquisa e cada um escolheu apenas um desenho animado. Os resultados estão apresentados no gráfico a seguir.

Gráfico 1 – Preferência por Desenho Animado



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Observando o gráfico, vamos descobrir quantos alunos a Escola Feliz possui?

<u>**Orientação para o professor**</u>

Esse é uma situação-problema prototípica a qual o todo é desconhecido e as informações dadas correspondem à quantidade de alunos que optaram pelo desenho da Turma da Mônica (374) e à quantidade de alunos que optaram pelo desenho de Super-heróis (569). As situações consideradas protótipos são aquelas em que a criança já vivencia antes mesmo de entrar na escola, são situações intuitivas, que são realizadas sem que a criança se dê conta que é um processo matemático. Para descobrir quantos alunos a Escola Feliz possui, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de composição, na qual 374 é uma <u>parte</u>, 569 é a outra <u>parte</u> e se busca encontrar o <u>todo</u>, que é desconhecido.

<u>**Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações de Polya**</u>

Compreensão do Problema

a) De que trata esse problema?
b) O que se procura saber nesse problema?
c) Como o problema está sendo apresentado?
d) Quais as informações apresentadas no problema? Como você descobriu?
e) Todas as informações apresentadas são necessárias para descobrir o total de alunos da Escola Feliz? Por quê?

f) Todas as informações apresentadas são suficientes para descobrir o total de alunos da Escola Feliz? Por quê?

g) O total de alunos da escola será maior ou menor que a quantidade de alunos que prefere o desenho da Turma da Mônica? Por quê?

h) O total de alunos da escola será maior ou menor que a quantidade de alunos que prefere o desenho dos Super-Heróis? Por quê?

i) Por que o problema destacou que todos os alunos responderam à pesquisa? O que isso significa?

j) Por que o problema destacou que cada aluno escolheu apenas um desenho animado? O que isso quer dizer?

k) É possível estimar quantos alunos a Escola Feliz possui?

Elaboração do Plano de Ação

a) Que estratégia você utilizaria para resolver esse problema?

b) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?

c) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?

d) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Execução do Plano

a) Como vocês executaram o plano para encontrar o total de alunos da Escola Feliz?

b) Alguém tem outra sugestão?

c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?

d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Caso seus alunos não tenham utilizado a conta (armada ou em forma de sentença), pergunte: É possível resolver essa situação usando uma conta? Dependendo da resposta, professor, pergunte qual seria a conta e sistematize com os alunos essa situação, registrando o algoritmo.

Retrospecto ou Verificação da Resposta

a) A solução encontrada responde à pergunta do problema? Por quê?

Por meio da operação 569 + 374 = 943 a resposta do problema é encontrada.

Espera-se que o aluno faça a verificação da seguinte forma: ele vai tirar uma das partes do todo, e se ele encontrar a outra parte, a resposta está validada, ou seja, 943 – 569 = 374 ou 943 – 374 = 569.

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Atividade 2: 1ª Extensão

Elisa e suas comprinhas...

Figura 6 – Atividade 2

Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=53025. Acesso em 26 de maio de 2021.

Qual o valor das barras de chocolate?

Orientação para o professor

Esta é uma situação-problema de 1ª extensão, pois apresenta uma das partes desconhecida. As informações conhecidas são o valor gasto por Elisa na compra dos produtos – shake, chá branco, chá preto, chá verde e sopa light (43) e o valor total que ela quer gastar na loja (50). O raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de composição, na qual 43 é uma parte, 50 é o todo e buscamos encontrar a outra parte, que é o valor das barras de chocolate.

Convém destacar que o aluno pode não utilizar a subtração para descobrir o preço das barras de chocolate. Ele pode usar a ação de completar, contando a partir de 43 até chegar o 50, uma vez que as grandezas dos números permitem essa ação. Assim sendo, você pode utilizar números de grandezas maiores para os alunos refletirem e perceberem a necessidade de utilizar a operação de subtração.

Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações de Polya

Compreensão do Problema

a) De que se trata esse problema?
b) O que se procura saber nesse problema?
c) Como o problema está sendo apresentado?
d) Quais as informações apresentadas nesse problema?
e) Todas as informações apresentadas são necessárias para descobrir o valor das barras de chocolate? Por quê?
f) Todas as informações apresentadas são suficientes para descobrir o valor das barras de chocolate? Por quê?
g) Sabemos quanto Alice gastou na compra do shake, chás branco, preto, verde e sopa light?
h) Sabemos qual o total, em dinheiro, que Alice quer gastar na loja?
i) Sabemos qual o valor das barras de chocolate?
j) É possível estimar preço das barras de chocolate?

Elaboração do Plano de Ação

a) Que estratégia você utilizaria para resolver esse problema?
b) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?
c) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?
d) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Execução do Plano

a) Como vocês executaram o plano para encontrar o valor das barras de chocolate?
b) Alguém tem outra sugestão?
c) A sua ideia resolve mais rápido ou é mais direta?
d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?
e) Alguém resolveu por meio de uma conta? Qual seria essa conta?

Retrospecto ou Verificação da Resposta

a) A solução encontrada responde à pergunta do problema? Por quê?

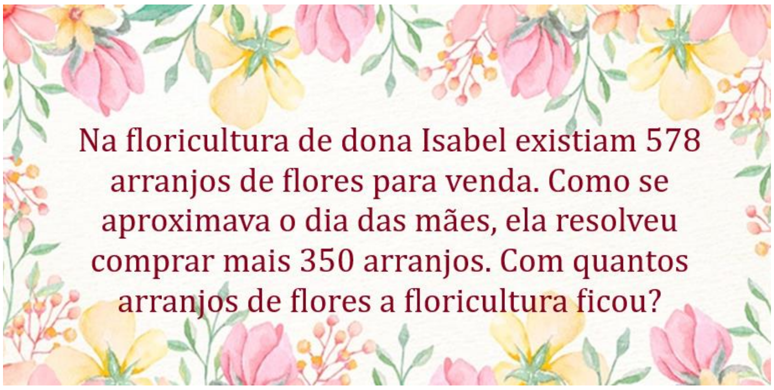
Para a solução do problema, o cálculo realizado é 50 – 43 =7. Nesse caso, o aluno pode verificar se a solução encontrada é válida de duas maneiras distintas, a saber, a primeira delas é somando 7 ao 43, encontrando 50; a outra é efetuando outra subtração, 50 – 7, encontrando o 43.

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

II – Problemas de Transformação

Atividade 3: Protótipo

Figura 7 – Atividade 3



Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/papel-de-parede-de-flores-em-aquarela-em-tons-pastel_6929469.htm#page=2&query=flores&position=49. (adaptada). Acesso em 26 de maio de 2021.

<u>Orientação para o professor</u>

Esta é uma situação-problema do tipo protótipo a qual temos o estado final desconhecido. Como dito anteriormente nas situações consideradas protótipos são aquelas o pensamento da criança acontece de forma espontânea, são situações que as crianças experimentam antes da vida escolar. As informações dadas são a quantidade de arranjos de flores que existiam na floricultura (578) e a quantidade de arranjos de flores que foram compradas a mais (350). Para descobrir com quantos arranjos de flores a floricultura ficou, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de transformação, na qual 578 é o <u>estado inicial</u>, + 350 é a <u>transformação</u> e buscamos encontrar o estado final, que é desconhecido. No caso, a ideia da adição envolvida é a de acrescentar.

Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações do GTERP

A primeira etapa consiste na **Preparação do Problema.** Em seguida, são propostas a **Leitura Individual** e a **Leitura em Conjunto**. Na sequência, são apresentadas as ações realizadas nas outras etapas do roteiro.

Resolução do Problema / Observar e Incentivar

Obs.: Essas duas etapas são muito próximas e complementares que consideramos que na prática ocorrem concomitantemente, logo a aglutinamos nesse processo.

Nesse momento cabem as seguintes indagações feitas aos alunos:

a) De que se trata esse problema?
b) O que se procura saber nesse problema?
c) Como o problema está sendo apresentado?
d) Quais as informações apresentadas nesse problema?
e) Todas as informações apresentadas são necessárias para descobrir com quantos arranjos de flores a floricultura ficou? Por quê?
f) Todas as informações apresentadas são suficientes para descobrir com quantos arranjos de flores a floricultura ficou? Por quê?
g) Sabemos quantos arranjos tem na floricultura?
h) Sabemos quantos arranjos dona Isabel comprou?
i) Sabemos quantos arranjos ficaram, ao total, na floricultura?
j) Dona Isabel ficou com mais ou menos arranjos na floricultura?
k) Qual é o seu plano para resolver o problema?
l) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?
m) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?
n) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Registro das Resoluções no Quadro

Nessa etapa, professor, permita que os alunos escrevam o raciocínio/estratégia que usaram para descobrir com quantos arranjos de flores a floricultura ficou, pode ser por meio de desenhos, sentenças, contas armadas, entre outros.

Plenária

Nesse momento, a mediação é feita pelo professor, e como sugestão seguem essas perguntas:

a) Como vocês executaram o plano para encontrar o total de arranjos que a floricultura ficou?
b) Alguém tem outra sugestão?
c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?
d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Busca de Consenso

Nessa etapa, a condução é realizada por meio dos questionamentos. Você pode fazer as seguintes perguntas:

a) A solução encontrada corresponde a quantidade de arranjos de flores que a floricultura ficou? Como você explica?

Fazendo 578 + 350 = 928, encontramos a solução do problema. Para verificar se a solução encontrada é válida, o aluno pode subtrair uma das partes do todo, e se ele encontrar a outra parte, a resposta está validada, ou seja, 928 – 350 = 578 ou 928 – 578 = 350.

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Formalização do Conteúdo

Neste momento, é importante fazer a formalização dos conceitos para resolver o problema, apresentando a operação e a ideia de acrescentar.

C	D	U
5	7	8
+ 3	5	0
9	2	8

578 + 350 = 928

Atividade 4: 1ª Extensão

Alice ama bombons. No seu aniversário ganhou 60 bombons. Deu alguns para seu irmão e ficou com 33 bombons. Quantos bombons Alice deu para seu irmão?

Figura 8 - Bombons

Fonte: https://image.freepik.com/vetores-gratis/composicao-realista-com-pilha-de-varios-bombons-de-chocolate-na-ilustracao-de-maos-de-crianca_1284-31295.jpg

Convém destacar que nessa situação a ideia subtrativa utilizada é a ação de retirar.

Orientação para o professor

Esta é uma situação-problema de 1ª extensão a qual a transformação é desconhecida e as informações conhecidas são a quantidade de bombons que Alice ganhou (60) e a quantidade de bombons que ela ficou depois de dar alguns para seu irmão (33). Para descobrir quantos bombons Alice deu para seu irmão, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de transformação, na qual 60 é o estado inicial, 33 é o estado final e buscamos encontrar a transformação, que é desconhecida.

Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações do GTERP

A primeira etapa consiste na **Preparação do Problema.** Em seguida, são propostas a **Leitura Individual** e a **Leitura em Conjunto**. Na sequência, são apresentadas as ações realizadas nas outras etapas do roteiro.

Resolução do Problema / Observar e Incentivar

Obs.: Essas duas etapas são muito próximas e complementares que consideramos que na prática ocorrem concomitantemente, logo a aglutinamos nesse processo.

Nesse momento cabem as seguintes indagações feitas aos alunos:

a) De que se trata esse problema?
b) O que se procura saber nesse problema?
c) Como o problema está sendo apresentado?
d) Quais as informações apresentadas nesse problema?
e) Todas as informações apresentadas são necessárias para descobrir quantos bombons Alice deu para o irmão? Por quê?

f) Todas as informações apresentadas são suficientes para descobrir quantos bombons Alice deu para o irmão? Por quê?
g) Sabemos quantos bombons Alice ganhou?
h) Sabemos com quantos bombons Alice ficou após dar alguns para seu irmão?
i) Sabemos quantos bombons Alice deu para seu irmão?
j) A quantidade de bombons que Alice deu para seu irmão será maior ou menor do que ela ficou?
k) É possível estimar a resposta?
l) Qual é o seu plano para resolver o problema?
m) Que estratégia você utilizará?
n) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?
o) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Registro das Resoluções no Quadro

É necessário que os alunos escrevam o raciocínio/estratégia que usaram para descobrir quantos bombons Alice deu para seu irmão, pode ser por meio de esquemas, sentenças, contas armadas, entre outros.

Plenária

Nesse momento, a mediação é feita pelo professor, e como sugestão seguem essas perguntas:

a) Como vocês executaram o plano para encontrar o total de bombons que Alice deu para o irmão?
b) Alguém tem outra sugestão?
c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?
d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Busca de Consenso

Nessa etapa, a condução é realizada por meio dos questionamentos. Você pode fazer as seguintes perguntas:

a) A solução encontrada responde à pergunta do problema? Como você explica isso?

60 – 33 = 27 é a operação que dá a solução dessa situação-problema. O aluno pode seguir dois caminhos para verificar se a solução encontrada é válida, ou ele faz a adição, 27 + 33 = 60, ou ele efetua a subtração, 60 – 27 = 33.

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Formalização do Conteúdo

Neste momento, é importante fazer a formalização dos conceitos para resolver o problema, apresentando a operação e a ideia de retirar.

D	U
6	0
- 3	3
2	7

60 – 33 = 27

Atividade 5: 4ª Extensão

Miguel quer comprar um celular novo, para isso ele guardou algum dinheiro e ganhou R$ 750,00 de sua avó, ficando com R$ 1 230,00. Quantos reais Miguel tinha guardado?

Figura 9 – Celular

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/3d-mao-humana-realista-segurando-smartphone-e-tela-tocante_3090621.htm#page=1&query=celular&position=32. Acesso em 26 de maio de 2021.

<u>Orientação para o professor</u>

Esta é uma situação-problema de 4ª extensão, nesse caso o estado inicial é desconhecido e as informações conhecidas são o valor total que Miguel ficou (1 230,00) e o valor que Miguel ganhou de sua avó (750,00). Para descobrir quanto de dinheiro Miguel tinha guardado, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de transformação, no qual 1 230,00 é o <u>estado final</u>, +750,00 é a <u>transformação</u> e buscamos encontrar o <u>estado inicial</u>, que é desconhecido. Para solucionar esse problema, a ação envolve a operação inversa, o que configura uma dificuldade maior para os alunos.

Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações do GTERP

A primeira etapa consiste na **Preparação do Problema.** Em seguida, são propostas a **Leitura Individual** e a **Leitura em Conjunto**. Na sequência, são apresentadas as ações realizadas nas outras etapas do roteiro.

Resolução do Problema / Observar e Incentivar

Obs.: Essas duas etapas são muito próximas e complementares que consideramos que na prática ocorrem concomitantemente, logo a aglutinamos nesse processo.

Nesse momento cabem as seguintes indagações feitas aos alunos:

a) De que se trata esse problema?
b) O que se procura saber nesse problema?
c) Como o problema está sendo apresentado?
d) Quais as informações apresentadas no problema?
e) Todas as informações apresentadas são necessárias para descobrir qual o valor Miguel guardou para a compra do celular? Por quê?
f) Todos as informações apresentadas são suficientes para descobrir qual o valor que Miguel guardou para a compra do celular? Por quê?
g) Sabemos com quantos reais Miguel ficou?
h) Sabemos quanto Miguel ganhou de sua avó?
i) Sabemos o total, em dinheiro, que Miguel tinha guardado?
j) É possível estimar quantos reais Miguel tinha guardado?
k) Qual é o seu plano para resolver o problema?
l) Que estratégia você utilizará?
m) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?
n) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?
o) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Registro das Resoluções no Quadro

É necessário que os alunos escrevam a maneira que usaram para descobrir quantos reais Miguel tinha guardado, pode ser por meio de desenhos, sentenças, contas armadas, entre outros.

Plenária

Nesse momento, a mediação é feita pelo professor, e como sugestão seguem essas perguntas:

a) Como vocês executaram o plano para encontrar a quantia que Miguel tinha guardado?
b) Alguém tem outra sugestão?
c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?
d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Busca de Consenso

Nessa etapa, a condução é realizada por meio dos questionamentos. Você pode fazer as seguintes perguntas:

a) A solução encontrada corresponde a quantos reais Miguel tinha guardado? Como você explica? De que forma você pode comprovar?

Fazendo a operação 1 230 - 750 = 480, a solução do problema é encontrada.

Para verificar se a solução encontrada é válida, o aluno pode subtrair 480 de 1 230, encontrando 750 (quantia que Miguel ganhou da avó). O aluno pode, também, somar a quantia que Miguel ganhou da avó com o resultado (480), encontrando a quantia que Miguel ficou, ou seja, 1 230 – 480 = 750 ou 750 + 480 = 1 230.

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Formalização do Conteúdo

Este é o momento de o professor formalizar os conceitos para resolver o problema, apresentando a operação e as ideias de acrescentar e das operações inversas.

Um	C	D	U
1	2	3	0
-	7	5	0
	4	8	0

1 230 - 750 = 480

III – Problemas de Comparação

Atividade 6: 2ª Extensão

Figura 10 – Atividade 6

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/criancas-falando-com-computador-e-bolha-fala_4292102.htm#page=2&query=crian%C3%A7as+falando&position=2. Acesso em 14 de maio de 2021. (adaptada)

Quantos pontos tem Lucas?

<u>Orientação para o professor</u>

Esta é uma situação-problema de 2ª extensão a qual o referido é desconhecido. Nesse caso as informações conhecidas são a quantidade de pontos que Isa tem no jogo (3 050) e a quantidade de pontos que Lucas tem a menos que Isa (75). Para descobrir quantos pontos tem Lucas, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de comparação, na qual 3 050 é o <u>referente</u>, - 75 é a <u>relação</u> e buscamos encontrar o <u>referido</u>, que é desconhecido. Nessa situação, a ação envolvida é a de comparar a quantidade de pontos de Isa com a de Lucas.

<u>Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações de Polya</u>

Compreensão do Problema

a) De que se trata esse problema?
b) O que se procura saber nesse problema?
c) Como o problema está apresentado?
d) Quais as informações apresentadas no problema?

e) Todas as informações apresentadas são necessárias para descobrir quantos pontos Lucas tem? Por quê?
f) Todas as informações apresentadas são suficientes para descobrir quantos pontos Lucas tem? Por quê?
g) Sabemos quantos pontos Isa tem no jogo?
h) Sabemos quantos pontos Lucas tem no jogo?
i) Qual a pista para encontrar quantos pontos Lucas tem no jogo?
j) Se Isabela tem 3 050 pontos no jogo, Lucas tem mais ou menos pontos que ela?
k) Então, Lucas tem mais ou menos que 3050 pontos?
l) Como você poderá descobrir se a sua afirmação é verdadeira ou falsa?
m) Como descobrir a quantidade de pontos de Lucas nesse jogo?
n) É possível estimar a resposta?

Elaboração do Plano de Ação

a) Qual é o seu plano para resolver o problema?
b) Que estratégia você utilizará?
c) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?
d) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?
e) É possível pensar em mais caminhos para descobrir quantos pontos Lucas tem no jogo? Em caso afirmativo, quais?

Execução do Plano

a) Como vocês executaram o plano para encontrar a quantidade de ponto de Lucas?
b) Alguém tem outra sugestão?
c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?
d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Retrospecto ou verificação da Resposta

a) A solução encontrada satisfaz o que o problema quer saber?
b) A quantidade encontrada confirma que Lucas está com 75 pontos a menos que Isabela? Como você comprova a sua resposta?

Nesse problema, para encontrar a solução, fazemos 3 050 – 75 = 2 975. O aluno pode validar a resposta fazendo 2 975 + 75 = 3 050 ou fazendo 3 050 – 2 975 = 75.

c) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Atividade 7: 3ª Extensão

Uma pesquisa realizada na empresa X, mostrou qual o jogo de celular os funcionários preferem para se distraírem nas horas vagas. O resultado está na tabela a seguir.

Quadro 1 – Preferência por jogo

Jogo	**Número de pessoas**
	546
	498

Fonte: https://pt.wikipedia.org/. Acesso em 26 de maio de 2021.

Qual o jogo preferido na empresa? Quantos funcionários a mais têm preferência por esse jogo?

<u>Orientação para o professor</u>

Esta é uma situação-problema de 3ª extensão. Nesse tipo de situação a relação é desconhecida. As informações apresentadas são a quantidade de pessoas que preferem o jogo *Candy Crush* (546) e a quantidade de que preferem o jogo *Among Us* (498). Para descobrir quantos funcionários a mais tem preferência pelo jogo mais votado, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de comparação, na qual 546 é o <u>referido</u>, 498 é o <u>referente</u> e buscamos encontrar a <u>relação</u>, que é desconhecida.

<u>Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações de Polya</u>

Compreensão do Problema

a) De que se trata esse problema?
b) O que se procura descobrir nesse problema?
c) Como o problema está sendo apresentado?
d) Quais as informações apresentadas nesse problema?

e) Todos as informações apresentadas são necessárias para descobrir a resposta para essa situação? Por quê?

f) Todos as informações apresentadas são suficientes para descobrir a resposta para essa situação? Por quê?

g) Sabemos quantos funcionários preferem o jogo *Candy Crush*?

h) Sabemos quantos funcionários preferem o jogo *Among Us*?

i) A situação indica qual o jogo que tem maior preferência pelos funcionários?

j) A resposta a ser encontrada pode ser maior que 546? Por quê?

k) A resposta a ser encontrada pode ser maior que 498? Por quê?

l) Qual a pista para descobrir a resposta para esse problema?

m) É possível estimar quanto um jogo tem a mais do que o outro?

Elaboração do Plano de Ação

a) Qual é o seu plano para resolver o problema?

b) Que estratégia você utilizará?

c) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?

d) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?

e) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Execução do Plano

a) Como vocês executaram o plano para encontrar a reposta desse problema?

b) Alguém tem outra sugestão?

c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?

d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Retrospecto ou verificação da Resposta

a) A solução encontrada responde à pergunta do problema? Como você explica?

Com a operação 546 – 498 = 48, encontramos a solução do problema. Para verificar se a solução encontrada é válida, o aluno pode somar 48 + 498 encontrando o 546, assim validando a resposta. Ou a resposta também está validada se o aluno efetuar a subtração 546 – 48 encontrando o 498.

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Atividade 8: 4ª Extensão

Olimpíada: salto ou voo?

O recorde olímpico mais antigo ainda vigente é do salto em distância masculino. Vai ser difícil alguém vencer os 8,90 metros do americano Bob Beamon, nos Jogos de 1968, realizado na Cidade do México. Essa nova marca foi 55 centímetros maior do que a anterior.

Fonte:https://www.uol/noticias/conteudo-de-marca/gillette-trofeu-eternos-feitos-esportivos.htm#olimpiada-salto-ou-voo. Acesso em 26 de maio de 2021.

De quanto foi a marca anterior nessa modalidade de salto em distância masculino?

Orientação para o professor

Esta é uma situação-problema de 4ª extensão a qual o referente é desconhecido e as informações conhecidas são o recorde olímpico mais antigo que é do salto em distância masculino do americano Bob Beamon (8,90 m) e a distância que essa nova marca superou a marca anterior a ela (0,55 m). Para descobrir de quanto foi a marca anterior nessa modalidade de salto à distância masculino, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de comparação, na qual 8,90 é o referido, + 0,55 é a relação e buscamos encontrar o referente, que é desconhecido. Nessa situação, a ação envolvida também é a de comparar, ou seja, há comparação entre as duas marcas da modalidade salto.

Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações de Polya

Compreensão do Problema

a) De que se trata esse problema?
b) O que se procura saber nesse problema?
c) Como o problema está sendo apresentado?
d) Quais as informações apresentadas nesse problema?
e) Todos as informações apresentadas são necessárias para descobrir de quanto foi o recorde anterior ao do americano Bob Beamon? Por quê?
f) Todos as informações apresentadas são suficientes para descobrir de quanto foi o recorde anterior ao do americano Bob Beamon? Por quê?

g) Sabemos de quanto é o recorde vigente do salto em distância masculino?

h) Sabemos de quanto foi o recorde anterior ao do americano Bob Beamon?

i) Há pistas para sabemos de quanto o recorde anterior ao do americano Bob Beamon?

j) Então, o recorde anterior é menor ou maior que o recorde atual de Bob Beamon?

k) É possível estimar de quanto foi a marca anterior nessa modalidade de salto em distância masculino?

Obs. Professor, nesta situação talvez seja necessário fazer um breve comentário a respeito do esporte citado e relembrar medidas de comprimento e suas correspondências para que o aluno consiga operar com as grandezas apresentadas.

Elaboração do Plano de Ação

a) Como podemos fazer para saber de quanto foi o recorde anterior ao do americano Bob Beamon?

b) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?

c) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?

d) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Execução do Plano

a) Como vocês executaram o plano para encontrar descobrir de quanto foi o recorde anterior ao do americano Bob Beamon?

b) Alguém tem outra sugestão?

c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?

d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Retrospecto ou verificação da Resposta

a) A solução encontrada satisfaz o que o problema quer saber? Como você explica sua resposta?

b) A quantidade encontrada confirma que a nova marca anterior é menor 0,55 m do recorde atual de Bob Beamon?

A resposta desse problema é encontrada com a operação 8,90 – 0,55 = 8,35. Nessa situação, para verificar se a solução encontrada é válida, o aluno pode fazer de duas maneiras distintas, a saber, a primeira delas é calculando 8,35 + 0,55 = 8,90; a outra é efetuando a subtração 8,90 – 8,35 = 0,55.

c) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

IV – Problemas Mistos

Atividade 9 – Raciocínios aditivos: composição e transformação

Helena saiu de casa com R$ 200,00, foi a uma loja de roupas e comprou uma calça por R$ 65,90, uma saia por R$ 42,90 e uma blusa por R$ 29,90. Com quanto Helena ficou após o pagamento das compras?

Orientação para o professor:

Esse é um problema misto que envolve dois raciocínios aditivos. As informações conhecidas são: o valor, em reais, que Helena saiu de casa para as compras (200,00), o valor dos itens que comprou, calça (65,90), saia (42,90) e blusa (29,90).

Podemos iniciar a resolução descobrindo quanto Helena gastou ao todo com suas compras. Para descobrir esse total, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de composição, no qual 65,90 é parte, 42,90 é parte e 29,90 é parte. E o todo, desconhecido, é o que vamos descobrir primeiro.

Agora, para descobrir com quanto Helena ficou após o pagamento das compras, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de transformação, no qual 200,00 é o estado inicial, – (total gasto por Helena) é a transformação, e o estado final é desconhecido.

Desenvolvimento da metodologia de resolução segundo as orientações do GTERP:

A primeira etapa consiste na **Preparação do Problema.** Em seguida, são propostas a **Leitura Individual** e a **Leitura em Conjunto**. Na sequência, são apresentadas as ações realizadas nas outras etapas do roteiro.

Resolução do Problema / Observar e Incentivar

Obs.: Essas duas etapas são muito próximas e complementares que consideramos que na prática ocorrem concomitantemente, logo a aglutinamos nesse processo.

Nesse momento cabem as seguintes indagações feitas aos alunos:

a) De que se trata o problema?
b) O que se procura saber nesse problema?
c) Como o problema está sendo apresentado?
d) Quais as informações apresentadas nesse problema?
e) Todos as informações apresentadas são necessárias para descobrir qual o total gasto por Helena? Por quê?
f) Todos as informações apresentadas são suficientes para descobrir qual o total gasto por Helena? Por quê?
g) Sabemos o que Helena comprou?
h) Sabemos o valor de cada item das compras de Helena?
i) Sabemos quanto Helena gastou no total?
j) Então, qual a pista para descobrir o valor total que Helena gastou?
k) Será que os R$200,00 foram suficientes para pagar as compras de Helena?
l) Sobrou algum dinheiro pra Helena após o pagamento das compras?
m) Todos as informações apresentadas são suficientes para descobrir quanto sobrou para Helena após o pagamento das compras? Por quê?
n) É possível estimar com quanto Helena ficou após o pagamento das compras?
o) Qual é o seu plano para resolver o problema?
p) Que estratégia você utilizará?
q) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?
r) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?
s) O uso do quadro valor de lugar facilita o cálculo para encontrar a resposta?
t) É possível resolver o problema por parte?
u) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Registro das Resoluções no Quadro

Nessa etapa, os alunos vão ao quadro para apresentar o caminho que seguiram para descobrir com quanto Helena ficou após o pagamento das compras, podendo ser por meio de desenhos, sentenças, contas armadas, entre outros.

Plenária

Nesse momento, é importante a mediação do professor, e como sugestão, seguem essas perguntas:

a) Como vocês executaram o plano para encontrar descobrir quanto sobrou para Helena após o pagamento das compras?

b) Alguém tem outra sugestão?

c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?

d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Busca de Consenso

Nessa etapa, a condução é realizada por meio dos questionamentos. Você pode fazer as seguintes perguntas:

a) A solução encontrada responde à pergunta do problema? Como você explica?

Para a solução do problema, fazemos 65,90 + 42,90 + 29,90 = 138,70 e 200,00 – 138,70 = 61,30.

Nesse caso para verificar se a solução encontrada é válida o aluno pode efetuar a soma 138,70 + 61,30 = 200,00.

Outras verificações são possíveis, como 138, 70 – 42, 90 – 29, 90 = 65,90.

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Formalização do Conteúdo

Neste momento, os conceitos para resolver o problema são formalizados, apresentando as operações e as ideias de retirar e de reunir.

Um	D	U	d	c
	6	5,	9	0
	4	2,	9	0
	+ 2	9,	9	0
1	3	8,	7	0

65,90 + 42,90 + 29,90 = 138,70

Um	D	U	d	c
2	0	0,	0	0
- 1	3	8,	7	0
0	6	1,	3	0

200,00 – 138,70 = 61,30

É possível que algum aluno faça várias transformações para alcançar o resultado. Assim: 200,00– 65,90 = 134,10. Em seguida, 134,10 – 42,90 = 91,20. E por fim, 91,20 – 29,90 = 61,30. Caso isso aconteça, registre essa opção e ressalte a importância de ouvir as estratégias utilizadas pelos alunos, visto que em algumas situações-problema há várias formas de resolução.

Atividade 10 – Raciocínios aditivos: comparação e composição

Luíza e Laura compraram materiais escolares na papelaria Lápis Colorido. A despesa de Luíza foi de R$ 34,00 a mais que a de Laura. Sabendo que Luíza gastou R$ 60,00, que quantia as duas gastaram juntas?

Orientação para o professor

Trata-se de uma situação-problema mista que envolve dois raciocínios aditivos. Encontramos duas informações conhecidas: o valor da despesa de Luíza (60,00) e quanto Luíza gastou a mais que Laura (34,00).

Podemos iniciar a resolução descobrindo quanto foi, exatamente, o valor gasto por Laura. Para descobrir tal valor, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de comparação, no qual o gasto de Luíza (60,00) é o referido, + 34,00 é a relação e buscamos encontrar o referente, o valor gasto por Laura, que é desconhecido. Nessa situação, a ação envolvida é a de comparar a quantidade gasta por Luíza com a gasta por Laura.

Para descobrir quanto as duas gastaram juntas, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de composição, no qual o valor gasto por Laura é uma parte e o gasto por Luíza é a outra parte; o todo, desconhecido, é o que vamos descobrir, calculando quanto as duas gastaram juntas.

Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações do GTERP

A primeira etapa consiste na **Preparação do Problema.** Em seguida, são propostas a **Leitura Individual** e a **Leitura em Conjunto**. Na sequência, são apresentadas as ações realizadas nas outras etapas do roteiro.

Resolução do Problema / Observar e Incentivar

Obs.: Essas duas etapas são muito próximas e complementares que consideramos que na prática ocorrem concomitantemente, logo a aglutinamos nesse processo.

Nesse momento cabem as seguintes indagações feitas aos alunos:

a) De que se trata esse problema?
b) O que se procura saber nesse problema?
c) Como o problema está sendo apresentado?
d) Quais as informações apresentadas nesse problema?
e) Todos as informações apresentadas são necessárias para descobrir a quantia que as duas gastaram juntas? Por quê?
f) Todos as informações apresentadas são suficientes para descobrir que quantia as duas gastaram juntas? Por quê?
g) Sabemos quanto Laura gastou?
h) Sabemos quanto Luíza gastou?
i) Qual a pista para encontrar a quantia que Laura gastou?
j) Se Luíza gastou R$ 60,00, Laura gastou mais ou menos que ela?
k) Então, Laura gastou mais ou menos que R$ 60,00?
l) Como você poderá descobrir se a sua afirmação é verdadeira ou falsa?
m) É possível estimar a resposta?
n) Qual é o seu plano para resolver o problema?
o) Que estratégia você utilizará?
p) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?
q) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?
r) É possível resolver esse problema por parte?
s) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Registro das Resoluções no Quadro

É necessário que os alunos escrevam a maneira que usaram para descobrir que quantia as duas gastaram juntas, pode ser por meio de esquemas, tabelas, sentenças, contas armadas, entre outros.

Plenária

Nesse momento sugerimos fazer a mediação do professor, e como sugestão seguem essas perguntas:

a) Como vocês executaram o plano para descobrir que quantia as duas gastaram juntas?
b) Alguém tem outra sugestão?
c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?
d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Busca de Consenso

Nessa etapa, a condução é realizada por meio dos questionamentos. Você pode fazer as seguintes perguntas:

a) A solução encontrada responde à pergunta do problema?

Para encontrar a solução as operações realizadas são 60 – 34 = 26 e 60 + 26 = 86. Nesse caso, o aluno pode validar sua resposta fazendo 60 – 26 = 34 e 26 + 34 = 60; 86 – 26 = 60 e 86 – 60 = 26.

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Formalização do Conteúdo

Neste momento, é importante fazer a formalização dos conceitos para resolver o problema, apresentando as operações, as ideias de comparar e de reunir.

Despesa de Laura

D	U	d	c
6	0,	0	0
- 3	4,	0	0
2	6,	0	0

60,00 – 34,00 = 26,00

Gasto das duas juntas

D	U	d	c
6	0,	0	0
+ 2	6,	0	0
8	6,	0	0

60,00 + 26,00 = 86,00

Atividade 11 – Raciocínios aditivos: composição e comparação

Em uma escola está acontecendo um campeonato de futebol no qual o vencedor será o time que somar a maior pontuação nas duas fases estabelecidas. Os alunos se dividiram em 3 times: Azul, Vermelho e Amarelo. Na primeira fase do campeonato os times alcançaram a seguinte pontuação:

Quadro 2 – Pontos da 1ª fase

1ª FASE	
TIME	PONTOS
Azul	10
Vermelho	7
Amarelo	15

Fonte: Arquivo Pessoal

Na segunda fase da competição, o time Azul conseguiu o mesmo total de pontos que havia feito na 1ª fase, o time Vermelho fez 4 pontos a mais que o time Azul e o time Amarelo conseguiu 8 pontos a menos que havia feito na 1ª fase. Quem ganhou o campeonato?

<u>Orientação para o professor</u>

A situação-problema envolve dois raciocínios aditivos, sendo classificada como uma situação-problema mista. Identificamos as seguintes informações conhecidas: o total de pontos, na 1ª fase, do time azul: 10; o total de pontos, na 1ª fase, do time vermelho: 7; e o total de pontos, na 1ª fase, do time amarelo: 15.

Sabemos também, que o time vencedor é aquele que fizer mais pontos ao juntarmos os pontos da 1ª e 2ª fases. Então, precisamos descobrir os pontos de cada time, na 2ª fase.

Podemos iniciar a resolução descobrindo quantos pontos o time azul fez na 2ª fase. O problema diz que é a mesma quantidade de pontos que havia feito na 1ª fase, logo não temos nenhum raciocínio aditivo, apenas repetir o valor (10).

Vamos descobrir, agora, o total de pontos feitos pelo time Vermelho. Para descobrir esse total, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de comparação, na qual a pontuação 10 é o <u>referente</u>, + 4 é a <u>relação</u> e buscamos encontrar o <u>referido</u>, que é desconhecido.

Por fim, vamos descobrir o total de pontos feitos pelo time Amarelo. Para descobrir esse total, o raciocínio aditivo utilizado refere-se, também, a um problema de comparação, na qual a pontuação 15 é o <u>referente</u>, - 8 é a <u>relação</u> e buscamos encontrar o <u>referido</u>, que é desconhecido.

Agora, para descobrir quem ganhou o campeonato, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de composição, na verdade serão 3 composições, juntando os pontos da 1ª fase com os pontos da 2ª fase, de cada time.

<u>Desenvolvimento da metodologia de resolução, segundo as orientações do GTERP</u>

A primeira etapa consiste na **Preparação do Problema.** Em seguida, são propostas a **Leitura Individual** e a **Leitura em Conjunto**. Na sequência, são apresentadas as ações realizadas nas outras etapas do roteiro.

Resolução do Problema / Observar e Incentivar

Essas duas etapas são muito próximas e complementares que consideramos que na prática ocorrem concomitantemente, logo a aglutinamos nesse processo.

Nesse momento cabem as seguintes indagações feitas aos alunos:

a) De que se trata o problema?
b) O que se procura saber no problema?
c) Sabemos quantos pontos fez o time Azul na primeira fase? E o Vermelho? E o Amarelo? O problema traz essas informações?
d) Todas as informações apresentadas são necessárias para descobrir a quantidade de pontos feitas por cada time na segunda fase? Por quê?
e) Todas as informações apresentadas são suficientes para descobrir a quantidade de pontos feitas por cada time na segunda fase? Por quê?
f) Sabemos as regras do campeonato? O que um time precisa fazer para ser o campeão?
g) Saber a regra para vencer o campeonato é importante para resolvermos o problema? Por quê?
h) O problema traz a quantidade de pontos feita pelos times na segunda fase?
i) Temos como descobrir esses pontos?
j) Precisamos das informações dos pontos feitos pelos times na primeira fase para calcular a quantidade de pontos da segunda fase?

k) O problema nos dá o caminho de como realizar esses cálculos?
l) Então, qual a pista para descobrir a quantidade de pontos de cada time na segunda fase?
m) É possível estimar a resposta?
n) Qual é o seu plano para resolver o problema?
o) Que estratégia você utilizará?
p) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?
q) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?
r) É possível resolver esse problema por parte?
s) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Registro das Resoluções no Quadro

É necessário que os alunos escrevam a maneira que usaram para descobrir quem ganhou o campeonato, pode ser por meio de esquemas, tabelas, sentenças, contas armadas, entre outros.

Plenária

Nesse momento, a mediação é feita pelo professor, e como sugestão seguem essas perguntas:

a) Como vocês executaram o plano para descobrir a quantidade de pontos feitas por cada time na segunda fase?
b) Alguém tem outra sugestão?
c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?
d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Busca de Consenso

Nessa etapa, a condução é realizada por meio dos questionamentos. Você pode fazer as seguintes perguntas:

a) A solução encontrada responde à pergunta do problema? Por quê?

Para encontrar os pontos de cada time fazemos: 10 + 4 = 14 e 15 – 8 = 7. Para encontrar quantos pontos cada time fez nas duas fases, usamos as operações: 10 + 10 = 20, 7 + 14 = 21 e 15 + 7 = 22.

Para verificar se a resposta é válida, o aluno pode fazer as seguintes subtrações:

- Time Azul: 20 – 10 = 10
- Time Vermelho: 21 – 14 = 7 ou 21 – 7 = 14
- Time Amarelo: 22 – 7 = 15 ou 22 – 15 = 7

Outras verificações podem ser feitas, como 14 – 4 = 10 e 8 + 7 = 15.

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Formalização do Conteúdo

Neste momento, é importante fazer a formalização dos conceitos para resolver o problema, apresentando a operação e as ideias de retirar e de reunir.

Pontuação da 2ª fase

D	U
1	0
+	4
1	4

10 + 4 = 14

D	U
1	5
-	8
0	7

15 - 8 = 7

Total de pontos dos times

D	U
1	0
+ 1	0
2	0

10 + 10 = 20

D	U
	7
+ 1	4
2	1

7 + 14 = 21

D	U
1	5
+	7
2	2

15 + 7 = 22

O time Amarelo fez mais pontos, somando as duas fases e por isso, venceu o campeonato.

Atividade 12 – Raciocínios aditivos: transformação e comparação

Pedro e Rafael colecionam carrinhos de corrida. Pedro doou 7 carrinhos para um orfanato, ficando com 18 carrinhos a mais que Rafael. Quantos carrinhos Pedro tinha em sua coleção se Rafael tem 72 carrinhos?

<u>Orientação para o professor</u>

Trata-se de uma situação-problema mista que envolve dois raciocínios aditivos simultaneamente. Encontramos três informações conhecidas: a quantidade de carrinhos que Pedro doou (7), a quantidade de carrinhos que Pedro tem a mais que Rafael (+18) e a quantidade de carrinhos de Rafael (72).

Para descobrir a quantidade de carrinhos de Pedro, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de comparação, no qual a quantidade de carrinhos de Rafael (72) é o referente, + 18 é a relação e buscamos encontrar o referido, a quantidade de carrinhos de Pedro, que é desconhecido. Nessa situação, a ação envolvida é a de comparar a quantidade de carrinhos de Pedro com a de Rafael.

Para encontrar a quantidade de carrinhos que Pedro tinha, o raciocínio aditivo utilizado refere-se a um problema de transformação, pois houve uma transformação na quantidade de carrinhos ao Pedro fazer a doação. Nesse caso, o estado inicial é desconhecido e o aluno terá que fazer uso da operação inversa, um raciocínio mais difícil.

Desenvolvimento da metodologia de resolução segundo as orientações do GTERP

Essas duas etapas são muito próximas e complementares que consideramos que na prática ocorrem concomitantemente, logo a aglutinamos nesse processo.

Nesse momento cabem as seguintes indagações feitas aos alunos:

a) De que trata o problema?
b) O que se procura saber no problema?
c) Sabemos quantos carrinhos tem Rafael?
d) Sabemos quantos carrinhos tem Pedro?
e) O problema informa quantos carrinhos Pedro doou?
f) Há pistas para descobrir a quantidade de carrinhos que Pedro tem?
g) Então, qual a pista para descobrir a quantidade de carrinhos que Pedro tem?
h) Todas as informações apresentadas são necessárias para descobrir a quantidade de carrinhos de Pedro? Por quê?
i) Todas as informações apresentadas são suficientes para descobrir a quantidade de carrinhos de Pedro? Por quê?
j) É possível estimar a resposta?
k) Qual é o seu plano para resolver o problema?
l) Que estratégia você utilizará?
m) O cálculo mental facilita descobrir a resposta?
n) Podemos utilizar algum material para tentar resolver o problema?
o) É possível resolver esse problema por parte?
p) É possível pensar em mais caminhos para a busca da solução? Em caso afirmativo, quais?

Registro das Resoluções no Quadro

É necessário que os alunos escrevam a maneira que usaram para descobrir quem ganhou o campeonato, pode ser por meio de esquemas, tabelas, sentenças, contas armadas, entre outros.

Plenária

Nesse momento, a mediação é feita pelo professor, e como sugestão seguem essas perguntas:

a) Como vocês executaram o plano para descobrir a quantidade de carrinhos de Pedro?
b) Alguém tem outra sugestão?
c) A sua ideia resolve mais rápido e é mais direta?
d) Quem fez de um jeito diferente do que o colega apresentou?

Busca de Consenso

Nessa etapa, a condução é realizada por meio dos questionamentos. Você pode fazer as seguintes perguntas:

a) A solução encontrada responde à pergunta do problema? Por quê?

A operação 72 + 18 = 90 encontra a quantidade de carrinhos que Pedro tem. Fazendo 90 + 7 = 97, o resultado corresponde à quantidade que Pedro tinha.

Para verificar se a resposta é válida, o aluno pode fazer as seguintes operações:
90 – 18 = 72 e 90 – 72 = 18; 97 – 7 = 90 e 97 – 90 = 7

b) É possível usar a estratégia encontrada para resolver problemas semelhantes?

Formalização do Conteúdo

Neste momento, é importante fazer a formalização dos conceitos para resolver o problema, apresentando as operações e as ideias de retirar e de comparar.

D	U
7	2
+ 1	8
9	0

72 + 18 = 90

D	U
9	0
+	7
9	7

90 + 7 = 97

Sexta Parte: Outras possibilidades...

❖ As atividades aqui propostas, inicialmente, para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, podem ser adaptadas, utilizadas e até reformuladas para qualquer outro nível de escolaridade, quiçá para outras disciplinas do currículo escolar. O objetivo é contribuir para a prática de todos os professores que estejam em busca de novos caminhos para melhorar o processo de ensino e de aprendizagem de seus alunos e que o material sirva de suporte para adaptação, recriação em outras realidades e contextos, considerando cada realidade.

Figura 11 – Professor

Fonte:https://br.freepik.com/vetores-gratis/composicao-interior-de-biblioteca-antiga-com-carater-humano-de-homem-barbudo-lendo-livro-a- mesa_13741290.htm#page=1&query=livro+desenho&position=48. Acesso em 15 de maio de 2021.

❖ Em nosso caderno, o foco foram as situações de estruturas aditivas, mas nada impede que a metodologia utilizada seja aplicada para o trabalho com estruturas multiplicativas ou até qualquer outro conteúdo matemático ou de outra disciplina. A Metodologia de Resolução de Problemas pode ser desenvolvida em qualquer conteúdo ou área do conhecimento, desde que atenda aos objetivos propostos. Tal metodologia possibilita que os conceitos envolvidos ganhem sentidos, favorecendo a compreensão dos conteúdos desenvolvidos.

Figura 12 – Áreas do conhecimento

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/criancas-e-numeros-coloridos_1250796.htm#page=2&query=matem%C3%A1tica&position=14. Acesso em 15 de maio de 2021. (adaptada)

❖ Descrevemos as atividades de modo a serem resolvidas durante as aulas, mas nada impede que você proponha a resolução de alguma situação-problema como tarefa de casa. Nesse caso, citamos algumas possibilidades pra reorganizar o processo metodológico:

1- O problema é proposto e lido coletivamente em aula. Os alunos podem esclarecer possíveis dúvidas a respeito do vocabulário ou mesmo sobre o contexto que a situação envolve. Com isso, se desdobram as primeiras discussões sobre o problema proposto, de modo que, quando o aluno for efetuar a resolução em casa, a situação já estará carregada de ideias facilitando o entendimento e a possível solução. Temos também a possibilidade de que ao se deparar com a situação em casa, surjam novos questionamentos, estratégias, pontos de vistas, o que enriquecerá ainda mais todo esse processo de construção do conhecimento.
2- Outra possibilidade de propor esse trabalho é que o primeiro contato, ou seja, a leitura individual da situação seja feita em casa. E cada aluno esboce um planejamento para execução da resolução. Em sala de aula, realiza-se a leitura coletiva onde os alunos, em grupo, irão trocar ideias a respeito de suas questões. Após esse momento, você conduz as etapas da plenária, onde todas as estratégias e soluções serão analisadas e discutidas até que, com a sua mediação, se chegue ao consenso.

Figura 13 – Resolvendo atividades matemáticas

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/menino-contagem-numeros-escrivaninha_4950493.htm#page=1&query=matem%C3%A1tica&position=17. Acesso em 10 de maio de 2021. (adaptada)

❖ Você também pode usar alguns recursos materiais para auxiliar o raciocínio como ábacos, calculadoras, objetos concretos, réguas etc. Além desses recursos, se você quiser desenvolver outras habilidades e competências no processo, pode trabalhar no laboratório de informática, a fim de que o manuseio desse recurso tecnológico seja um ganho agregado ao trabalho com as estruturas aditivas. Ressaltamos também que estar em um ambiente diferente da sala de aula habitual e o uso de um dispositivo tecnológico são fatores que estimulam a criatividade e a disposição dos alunos em realizar as tarefas.

Figura 14 – Alunos estudando I

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/alunos-com-elementos-de-sala-de-jardim-de-infancia-em-branco_13987782.htm#page=1&query=alunos&position=33. Acesso em 14 de maio de 2021.

Figura 15 – Alunos estudando II

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/alunos-aprendendo-matematica-em-sala-de-aula_4951756.htm#page=1&query=aula%20de%20matem%C3%A1tica&position=44. Acesso em 14 de maio de 2021.

❖ Apresentamos uma sugestão para ser trabalhada com o uso de tecnologia digital. O Kahoot[1] é uma plataforma baseada em jogos, que envolve os alunos, propiciando um ambiente onde eles participam da aula na busca de soluções. É um aplicativo que favorece o uso dos roteiros metodológicos sugeridos pelo GTERP e por Polya.

Após o fim do jogo, abre-se a plenária para discussão e obtenção do consenso nas soluções. Lembramos que todo esse movimento é pautado pela sua mediação.

Enfim, não existe uma forma única e rígida, uma fórmula pronta para organizar e conduzir as etapas da Metodologia de Resolução de Problemas. Cabe a você, professor, diagnosticar as necessidades de seus alunos, avaliar as possibilidades e fazendo uma leitura desse cenário estabelecer os caminhos para o desenvolvimento do trabalho. A prática docente é decisiva para auxiliar tanto o próprio professor a desenvolver seu trabalho, quanto ao aluno na resolução de situações-problema com autonomia.

[1] Kahoot! é uma plataforma de aprendizado baseada em jogos, usada como tecnologia educacional em escolas e outras instituições de ensino. Seus jogos de aprendizado, "Kahoot", são testes de múltipla escolha que permitem a geração de usuários e podem ser acessados por meio de um navegador da Web ou do aplicativo Kahoot. É geralmente utilizado como recurso didático em escolas para revisar o conhecimento dos alunos, para avaliação formativa ou como uma pausa das atividades tradicionais da sala de aula.
Fonte: Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Kahoot!. Acesso em 23 de maio de 2021.

Figura 17 – Citação final

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/quadro-com-criancas-felizes-no-papel_5183429.htm#page=1&query=crian%C3%A7as+no+quadro&position=0. Acesso em 29 de maio de 2021. (adaptada)

Referências Bibliográficas

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs). **Resolução de problemas: teoria e prática**. São Paulo: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

______. MEC. **Base Nacional Comum Curricular**: Matemática – Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, 2018.

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 9ª ed. São Paulo: Ática, 1997.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; GITIRANA, V.; NUNES, T. **Repensando Adição e Subtração:** contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 2ª. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-220.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 - 231.

______. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM.** Rio de Janeiro; v. 55, p. 133-156, 2009.

__________. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática,** vol. 25, nº 41. p. 73-98. 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

VERGNAUD, G. A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. *In*: CARPENTER, T.; ROMBERG, T.; MOSER, J. (Eds.). **Addition and Subtraction:** a cognitive perspective. New Jersey: Lawrense Erlbaun, 1982. p. 39-59.

______. A Teoria dos Campos Conceituais. In BRUN, J. (Ed.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VIEIRA, E. R.; MARQUES, E. O.; SILVA, A. M. G. da; PEREIRA, P. C.; OLIVEIRA, T. G. de. Campo conceitual aditivo nos anos iniciais: uma abordagem no contexto de resolução de problemas. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-7.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Apêndice

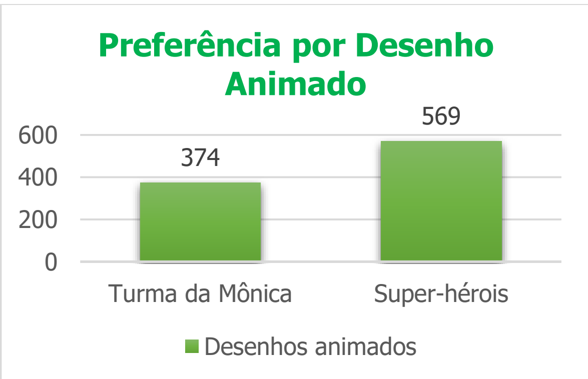
Caros colegas, pensando na nossa rotina atribulada com inúmeras aulas, distintas turmas, anos de escolaridade diferenciados, escolas etc., organizamos para vocês as atividades contidas nesse caderno, sem as orientações e demais observações para facilitar a reprodução, caso vocês queiram aplicá-las em suas turmas.

Fonte: Acervo pessoal (adaptada). Disponível em: https://br.freepik.com/vetores-gratis/quadro-com-criancas-felizes-sorrindo_5183430.htm#page=1&query=crian%C3%A7as%20desenho&position=2#position=2&page=1&query=crian%C3%A7as%20desenho. Acesso em 15 de maio de 2021.

Atividade 1:

Na Escola Feliz, foi feita uma pesquisa com os alunos para saber qual era o desenho animado preferido por eles. Todos os alunos da escola responderam à pesquisa e cada um escolheu apenas um desenho animado. Os resultados estão apresentados no gráfico a seguir.

Preferência por Desenho Animado



Fonte: Arquivo pessoal

Observando o gráfico, vamos descobrir quantos alunos a Escola Feliz possui?

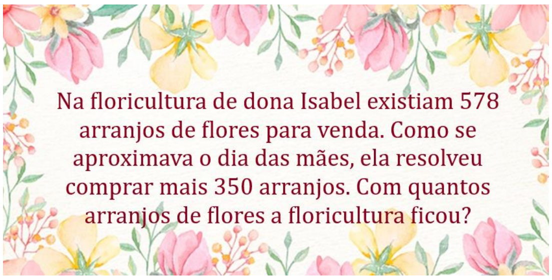
Atividade 2:

Elisa e suas comprinhas...

Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=53025. Acesso em 26 de maio de 2021.

Qual o valor das barras de chocolate?

Atividade 3:



Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/papel-de-parede-de-flores-em-aquarela-em-tons-pastel_6929469.htm#page=2&query=flores&position=49. (adaptada). Acesso em 26 de maio de 2021.

Atividade 4:

Alice ama bombons. No seu aniversário ganhou 60 bombons. Deu alguns para seu irmão e ficou com 33 bombons. Quantos bombons Alice deu para seu irmão?

Fonte: https://image.freepik.com/vetores-gratis/composicao-realista-com-pilha-de-varios-bombons-de-chocolate-na-ilustracao-de-maos-de-crianca_1284-31295.jpg

Atividade 5:

Miguel quer comprar um celular novo, para isso ele guardou algum dinheiro e ganhou R$ 750,00 de sua avó, ficando com R$ 1 230,00. Quantos reais Miguel tinha guardado?

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/3d-mao-humana-realista-segurando-smartphone-e-tela-tocante_3090621.htm#page=1&query=celular&position=32. Acesso em 26 de maio de 2021

Atividade 6:

Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/criancas-falando-com-computador-e-bolha-fala_4292102.htm#page=2&query=crian%C3%A7as+falando&position=2. Acesso em 14 de maio de 2021. (adaptada)

Quantos pontos tem Lucas?

Atividade 7:

Uma pesquisa realizada na empresa X, mostrou qual o jogo de celular os funcionários preferem para se distraírem nas horas vagas. O resultado está na tabela a seguir.

Preferência por jogo

Jogo	Número de pessoas
	546
	498

Fonte: https://pt.wikipedia.org/. Acesso em 26 de maio de 2021.

Qual o jogo que tem a maior preferência? Quantos funcionários a mais tem preferência por esse jogo?

Atividade 8:

Olimpíada: salto ou voo?
O recorde olímpico mais antigo ainda vigente é do salto em distância masculino. Vai ser difícil alguém vencer os 8,90 metros do americano Bob Beamon, nos Jogos de 1968, realizado na Cidade do México. Essa nova marca foi 55 centímetros maior do que a anterior.

Fonte:https://www.uol/noticias/conteudo-de-marca/gillette-trofeu-eternos-feitos-esportivos.htm#olimpiada-salto-ou-voo. Acesso em 26 de maio de 2021.

De quanto foi a marca anterior nessa modalidade de salto em distância masculino?

Atividade 9:

Helena saiu de casa com R$ 200,00, foi a uma loja de roupas e comprou uma calça por R$ 65,90, uma saia por R$ 42,90 e uma blusa por R$ 29,90. Com quanto Helena ficou após o pagamento das compras?

Atividade 10:

Luíza e Laura compraram materiais escolares na papelaria Lápis Colorido. A despesa de Luíza foi de R$ 34,00 a mais que a de Laura. Sabendo que Luíza gastou R$ 60,00, que quantia as duas gastaram juntas?

Atividade 11:

Em uma escola está acontecendo um campeonato de futebol no qual o vencedor será o time que somar a maior pontuação nas duas fases estabelecidas. Os alunos se dividiram em 3 times: Azul, Vermelho e Amarelo. Na primeira fase do campeonato os times alcançaram a seguinte pontuação:

Pontos da 1ª fase

1ª FASE	
TIME	PONTOS
Azul	10
Vermelho	7
Amarelo	15

Fonte: Arquivo Pessoal

Na segunda fase da competição, o time Azul conseguiu o mesmo total de pontos que havia feito na 1ª fase, o time Vermelho fez 4 pontos a mais que o time Azul e o time Amarelo conseguiu 8 pontos a menos que havia feito na 1ª fase. Quem ganhou o campeonato?

Atividade 12:

Pedro e Rafael colecionam carrinhos de corrida. Pedro doou 7 carrinhos para um orfanato, ficando com 18 carrinhos a mais que Rafael. Quantos carrinhos Pedro tinha em sua coleção se Rafael tem 72 carrinhos?