



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



PROFMAT

Rejane Angela de Lima

Produto Educacional

Trigonometria Esférica inserida na Educação Básica

Campina Grande - PB

Agosto/2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



PROFMAT

Rejane Angela de Lima

Trigonometria Esférica inserida na Educação Básica

Produto Educacional vinculado ao Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Dr(a). Romildo Nascimento de Lima

Campina Grande - PB

Agosto/2024

Resumo

Este produto educacional trata de um minicurso voltado para estudantes do 2º ou 3º anos do Ensino Médio, com foco na Trigonometria Esférica de maneira prática e interativa. O minicurso explora conceitos avançados da Trigonometria Esférica e suas aplicações em Navegação, Astronomia e Geodésica. A metodologia é baseada na resolução de problemas contextualizados, promovendo o pensamento crítico e o aprendizado ativo. As atividades incluem a construção de instrumentos de navegação e a exploração de propriedades geométricas da esfera, conectando os conteúdos matemáticos com suas aplicações no mundo real. Este minicurso foi desenvolvido como parte de uma dissertação de mestrado do PROFMAT, evidenciando sua relevância e aplicabilidade no contexto da Educação Básica, com o objetivo de desenvolver habilidades matemáticas e uma compreensão interdisciplinar dos alunos.

Palavras-chave: Trigonometria Esférica. Educação Básica. Resolução de Problemas.

Abstract

This educational product is a mini-course aimed at students in the 2nd or 3rd year of high school, focusing on Spherical Trigonometry in a practical and interactive way. The mini-course explores advanced concepts of spherical trigonometry and their applications in Navigation, Astronomy, and Geodesy. The methodology is based on solving contextualized problems, promoting critical thinking and active learning. Activities include the construction of navigation instruments and the exploration of the geometric properties of the sphere, connecting mathematical content with real-world applications. This mini-course was developed as part of a master's thesis for PROFMAT, highlighting its relevance and applicability in the context of Basic Education, aiming to develop mathematical skills and an interdisciplinary understanding among students.

Keywords:Spherical Trigonometry. Basic Education. Problem Solving.

1 Introdução

O propósito deste material é o desenvolvimento de um minicurso para o Ensino Médio, visando proporcionar aos alunos uma introdução acessível aos conceitos avançados da Trigonometria Esférica. O foco está na geometria da esfera, descrevendo uma experiência prática em sala de aula e demonstrando como esses conceitos podem ser ensinados de forma interativa e engajadora.

O presente trabalho, intitulado “Trigonometria Esférica inserida na Educação Básica”, é um produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado denominada “Trigonometria Esférica e algumas de suas muitas aplicações” pela mes-tranda Rejane Angela de Lima, no programa do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), sob a orientação do Dr. Romildo Nascimento de Lima, da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG).

A dissertação em foco é recomendada para aqueles que necessitam dos pré-requisitos para o estudo da Trigonometria Esférica, oferecendo uma introdução acessível que destaca os conceitos e algumas aplicações desta área à luz das pesquisas conduzidas por astrônomos, matemáticos e estudiosos ao longo do tempo. A dissertação explora sua evolução histórica e suas aplicações significativas na astronomia, agrimensura e, principalmente, na navegação.

Ao contrário da Trigonometria Plana, que se desenvolveu em conjunto com o avanço da Física e da Mecânica e agora está amplamente integrada aos currículos de Matemática no Ensino Básico, a Trigonometria Esférica é abordada predominantemente em cursos técnicos, graduação em Geodésia, Agrimensura, Astronomia e em programas de formação em Escolas Navais. Esta abordagem trata da resolução de triângulos em uma esfera, onde os “lados” são representados por geodésicas na superfície.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral:

Desenvolver um minicurso que introduza conceitos fundamentais de Trigonometria Esférica no Ensino Médio, promovendo uma compreensão sólida e prática desta área da matemática.

1.1.2 Objetivos Específicos:

- Inserir a história da trigonometria no contexto educacional, mostrando sua evolução e importância ao longo dos séculos.
- Apresentar os conceitos fundamentais da trigonometria esférica de forma clara e acessível.
- Demonstrar a aplicação prática da trigonometria esférica na navegação e em outras áreas.
- Estimular o aprendizado prático por meio da construção de instrumentos de navegação históricos.
- Fomentar a interação e a troca de conhecimentos entre os alunos durante as atividades do minicurso.
- Explorar a representação dos globos terrestre e celeste e suas implicações matemáticas.
- Realizar uma oficina prática sobre geometria esférica.
- Comparar as propriedades dos triângulos esféricos com os triângulos em uma superfície plana.
- Propor e resolver problemas práticos envolvendo triângulos esféricos.

1.2 Organização

A necessidade de um planejamento minucioso surge da importância de antecipar ações e estratégias para alcançar objetivos educacionais específicos. Planejar envolve antecipar ações para alcançar determinados objetivos, que surgem de necessidades identificadas em uma realidade específica, e agir de acordo com essas ideias previamente formuladas.

Para Vasconcellos (2002), um bom planejamento deve considerar três dimensões fundamentais: a realidade, a finalidade e o plano de ação, orientados pela objetividade, coerência e flexibilidade. A ordem dessas dimensões pode variar, pois em algumas situações começar pela avaliação da realidade pode desanimar o grupo, enquanto iniciar com os sonhos pode ser mais motivador; contudo, a avaliação da realidade é indispensável.

O planejamento é essencial no processo de ensino-aprendizagem, pois está intrinsecamente ligado à natureza humana e deve ser elaborado com qualidade e intencionalidade. Embora em alguns contextos o planejamento seja visto como um instrumento

de controle burocrático e autoritário, onde a incapacidade do professor de cumpri-lo pode ser interpretada como incompetência, a redemocratização e os movimentos sociais têm transformado esse cenário, tornando o planejamento um verdadeiro instrumento de trabalho.

No entanto, O planejamento e a execução de um minicurso são etapas fundamentais para garantir o sucesso e a eficácia da atividade educacional proposta. Inicialmente, é essencial definir claramente os objetivos do minicurso, identificando o público-alvo e suas necessidades específicas de aprendizado. A partir daí, o planejamento deve incluir a seleção de conteúdos relevantes, a escolha de metodologias de ensino adequadas e a elaboração de atividades práticas e dinâmicas que promovam a participação ativa dos alunos.

Durante a execução do minicurso, é importante manter uma comunicação eficaz com os participantes, garantindo o engajamento e a compreensão dos temas abordados. Além disso, é fundamental avaliar continuamente o andamento do minicurso, fazendo ajustes conforme necessário para atender às necessidades e expectativas dos alunos. Um planejamento bem elaborado e uma execução cuidadosa são essenciais para proporcionar uma experiência de aprendizado significativa e enriquecedora para os participantes.

Com o intuito de enriquecer o ensino de matemática para os alunos do Ensino Médio, propor-se uma abordagem visando a introdução dos conceitos de Trigonometria Esférica. Reconhecendo sua relevância e aplicabilidade em diversas áreas, a Trigonometria Esférica apresentando-se como um complemento valioso à tradicional Geometria Plana ensinada no Ensino Médio.

A metodologia central foi guiada pela resolução de problemas, uma estratégia pedagógica eficaz para estimular o pensamento crítico e a aplicação prática dos conceitos matemáticos. Onde o foco é na resolução ativa de problemas como principal meio de aprendizagem. Em vez de simplesmente transmitir informações aos alunos, essa metodologia envolve apresentar aos alunos problemas autênticos e desafiadores que requerem a aplicação de conceitos e habilidades específicas para serem resolvidos.

Para Leal e Onuchic (1999), problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. As situações-problemas serão elaboradas condizentes com opção metodológica adotada, que defende que educador e educandos têm participação contínua no ensino e na aprendizagem, sendo a avaliação integrada como acompanhamento da evolução dos alunos.

Por meio dessa abordagem, os alunos são desafiados a desenvolver habilidades de planejamento, habilidades de pensamento crítico, raciocínio lógico, criatividade e resiliência, estabelecimento de relações, identificação de regularidades e aprendizado através da correção de equívocos, fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio lógico e

da autonomia intelectual. Os alunos são encorajados a explorar diferentes estratégias de resolução, a colaborar com os colegas e a refletir sobre seus processos de pensamento. Ela promove um aprendizado mais significativo, já que os alunos estão envolvidos ativamente na construção do seu conhecimento e na aplicação prática dos conceitos aprendidos.

1.3 Planejamento do minicurso

Título do Minicurso: Introdução a Trigonometria Esférica e algumas de suas muitas aplicações.

Público-alvo: Estudantes do 2º ou 3º Ano do Ensino Médio.

Duração total: 8 encontros de 50 min cada.

Objetivos:

- Inserir a história da trigonometria no contexto educacional, mostrando sua evolução e importância ao longo dos séculos, com o objetivo de oferecer aos alunos uma perspectiva histórica e prática dessa disciplina, enfatizando sua aplicação em diversas áreas e estimulando a compreensão crítica dos conceitos.
- Apresentar os conceitos fundamentais da Trigonometria Esférica de forma clara e acessível, destacando sua relevância na navegação astronômica e em outras áreas;
- Demonstrar a aplicação prática da Trigonometria Esférica na determinação da posição no mar, utilizando os astros como referência, e explorar sua interdisciplinaridade em Astronomia e Navegação;
- Estimular o aprendizado prático por meio da construção de instrumentos de navegação históricos, como astrolábios e quadrantes, promovendo pesquisa, criatividade e compreensão dos conceitos;
- Fomentar a interação e a troca de conhecimentos entre os alunos durante as apresentações dos instrumentos náuticos construídos por eles, enriquecendo a experiência de aprendizado;
- Explorar a representação dos globos terrestre e celeste, abordando os conceitos matemáticos envolvidos, suas características geométricas e sua importância na compreensão do espaço geográfico e astronômico;
- Realizar uma oficina de Geometria Esférica para permitir aos alunos uma compreensão prática dos conceitos, utilizando materiais simples;

- Explorar as propriedades dos triângulos esféricos e compará-las com as propriedades dos triângulos em uma superfície plana para uma compreensão mais abrangente da geometria;
- Propor e resolver problemas práticos envolvendo triângulos esféricos, consolidando o conhecimento adquirido ao longo do minicurso.

Metodologia:

- Aulas expositivas com uso de recursos visuais, como slides, vídeos e material concreto;
- Atividades práticas em grupos para resolver problemas e desafios;
- Discussões em sala de aula sobre a aplicação dos conceitos aprendidos na navegação astronômica.

Atividades:

- Evolução da Trigonometria: Dos primórdios à Trigonometria Esférica;
- Importância da Trigonometria Esférica em diversas áreas;
- Apresentação clara e acessível dos conceitos;
- Construção e Apresentação de Instrumentos de Navegação Históricos;
- Estímulo à Interação e Troca de Conhecimentos;
- Representação dos Globos Terrestre e Celeste;
- Oficina de Geometria Esférica;
- Exploração das Propriedades dos Triângulos Esféricos;
- Resolução de Problemas Envolvendo Triângulos Esféricos.

Avaliação:

- Participação dos alunos durante as aulas e atividades práticas,
- Resolução dos problemas propostos,
- Compreensão dos conceitos fundamentais da Trigonometria Esférica e sua aplicação na navegação Astronômica.

Considerações finais:

Ao final do minicurso, esperar que os alunos adquiram uma compreensão sólida dos conceitos fundamentais da Trigonometria Esférica e de suas diversas aplicações, bem como uma apreciação pela interdisciplinaridade e relevância prática dessa disciplina.

1.4 Sequência didática: Proposta de aulas do minicurso

1º ENCONTRO:

Objetivo da Aula:

Apresentar aos alunos a evolução da trigonometria, desde seus primórdios até a Trigonometria Esférica, destacando os principais conceitos, desenvolvimentos e matemáticos envolvidos, é fundamental para que compreendam a importância histórica e prática dessa disciplina. Demonstrar a relevância da Trigonometria Esférica em diversas áreas, como astronomia, geodésia e navegação, evidenciando como esses conhecimentos são aplicados em contextos reais, amplia a percepção dos alunos sobre suas utilidades. Além disso, é crucial apresentar exemplos e ilustrações de forma clara e acessível, sempre que possível, para facilitar a compreensão dos conceitos e garantir um aprendizado mais eficaz e envolvente.

Recursos Necessários:

- Slides da apresentação com ilustrações para facilitar a compreensão;
- Vídeos explicativos (ampliando o leque de informações), os quais podem auxiliar na visualização dos conceitos e na contextualização histórica da trigonometria.

Metodologia:

- Apresentação do tema da aula e dos objetivos;
- Breve contextualização da importância da Trigonometria na Matemática e em outras áreas, enfatizando:
 - Origens e desenvolvimento inicial da trigonometria na antiguidade;
 - Contribuições de matemáticos como Pitágoras, Hiparco e Ptolomeu;
 - Avanços na Trigonometria durante a Idade Média e Renascimento;
 - Definição e importância da Trigonometria Esférica;
 - Estímulo para o estudo e aprofundamento na Trigonometria Esférica.

Avaliação:

- Avaliação da participação dos alunos durante a aula, observando o interesse e a compreensão dos conceitos apresentados.

2º ENCONTRO:

Objetivo da Aula:

Apresentar aos alunos os principais instrumentos de navegação utilizados historicamente, destacando o funcionamento e a importância de cada um, e promover a construção desses instrumentos de forma prática como atividade extraclasse (estímulo para a pesquisa adicional e a criatividade na construção dos instrumentos em grupos, para posterior apresentação dos mesmos).

Recursos Necessários:

- Slides da apresentação;
- Vídeos explicativos sobre os instrumentos.

Metodologia:

- Apresentação do tema da aula e dos objetivos;
- Contextualização da importância dos instrumentos de navegação na história como a Bússola, o Astrolábio, o Quadrante Náutico e a Balestilha;
- Apresentação de vídeos curtos demonstrando o uso de cada instrumento;
- Discussão sobre as vantagens e limitações de cada um;
- Explicação (instruções claras) sobre os materiais necessários e o processo de construção de cada instrumento;
- Espaço para os alunos tirarem dúvidas sobre a construção dos instrumentos;
- Os alunos terão 15 dias para construir os instrumentos em casa, seguindo as instruções fornecidas;
- Ao final do prazo, os alunos deverão trazer os instrumentos prontos para apresentação em sala de aula.

Avaliação:

- Avaliação da participação e interesse dos alunos durante a aula.

3º ENCONTRO:**Objetivo da Aula:**

Estimular a interação entre os alunos durante as apresentações permitindo que os alunos apresentem os instrumentos náuticos que construíram anteriormente, promovendo a troca de conhecimentos ideias e experiências entre os estudantes.

Recursos Necessários:

- Instrumentos náuticos construídos pelos alunos;
- Slides ou materiais visuais auxiliares, se necessário.

Metodologia:

- Introdução da aula, explicando o objetivo da apresentação dos instrumentos;
- Organização dos alunos em grupos, de acordo com os instrumentos construídos por eles;
- Apresentações individuais ou em grupo de cada instrumento, onde os alunos explicarão o funcionamento, a importância histórica e qualquer outra informação relevante sobre o instrumento;
- Após cada apresentação, abertura para perguntas dos colegas e do professor;
- Discussão em sala de aula sobre as semelhanças e diferenças entre os diferentes instrumentos apresentados, bem como sobre os desafios e aprendizados durante o processo de construção;
- Conclusão da aula com um breve resumo das apresentações e dos principais pontos discutidos.

Avaliação:

- Avaliação da qualidade da apresentação dos alunos, incluindo clareza, organização e conhecimento demonstrado;
- Avaliação da participação dos alunos durante as apresentações e discussões.

4º ENCONTRO:**Objetivo da Aula:**

Apresentar aos alunos os conceitos matemáticos envolvidos na representação dos globos terrestre e celeste, explorando suas características geométricas e sua importância na compreensão do espaço geográfico e astronômico.

Recursos Necessários:

- Globo terrestre;
- Globo celeste;
- Slides da apresentação (utilização de recursos visuais nos slides para ilustrar os conceitos);
- Material de apoio impresso (mapas, imagens);
- Régua e compasso.

Metodologia:

- Receber os alunos e introduzir o tema da aula explicando que hoje eles irão explorar a geometria dos globos terrestre e celeste e sua relação com a matemática;
- Iniciar com uma breve discussão sobre as formas esféricas e suas propriedades geométricas;
- Mostrar o globo terrestre aos alunos e explorar suas características geométricas, como a forma esférica e as linhas imaginárias (latitude, longitude), bem como os ângulos formados por elas;
- Utilizar a régua e o compasso para demonstrar como medir distâncias no globo terrestre e calcular ângulos entre diferentes pontos;
- Fazer perguntas aos alunos para verificar a compreensão, incentivando sua interação com o globo;
- Apresentar a esfera celeste aos alunos como uma representação Matemática do céu visto da Terra, destacando as coordenadas celestes e os ângulos entre os corpos celestes;
- Incentivar os alunos a fazerem perguntas e discutirem sobre o assunto;
- Dividir a turma em grupos e fornecer mapas do globo terrestre e imagens da esfera celeste;

- Mostrar aos alunos como resolvem problemas relacionados à geometria dos globos, como calcular distâncias entre cidades no globo terrestre ou determinar a posição de estrelas na esfera celeste;
- Reunir a turma para uma discussão em grupo sobre as soluções encontradas durante a atividade prática.
- Encerrar a aula recapitulando os principais conceitos aprendidos sobre a geometria dos globos terrestre e celeste e sua importância para entender o espaço geográfico e astronômico.

Avaliação:

- Avaliar a participação e interesse dos alunos durante a aula;
- Realizar avaliação contínua durante a aula, observando a participação dos alunos, o envolvimento nas atividades práticas e a correta aplicação dos conceitos matemáticos na resolução dos problemas propostos.

5º ENCONTRO:**Objetivo da Aula:**

Explorar as coordenadas geográficas e sua aplicação na localização de pontos na Terra.

Recursos Necessários:

- Mapas;
- Globo terrestre;
- Material de escrita;
- Computadores com acesso à internet (opcional).

Metodologia:

- Explicar o que são coordenadas geográficas e sua importância na cartografia e na navegação.
- Discutir os componentes principais das coordenadas geográficas: latitude e longitude.
- Apresentar como são medidas a latitude e a longitude.

- Utilizar exemplos práticos, como mapas e globos terrestres, para mostrar como identificar e interpretar essas coordenadas.
- Propor exercícios práticos onde os alunos devem identificar a latitude e a longitude de pontos específicos em mapas ou globos terrestres.
- Estimular a participação ativa dos alunos, incentivando-os a trabalhar em grupos e a discutir suas respostas.
- Discutir exemplos de como as coordenadas geográficas são utilizadas na prática, como na navegação marítima, na aviação, na geografia urbana, entre outros.
- Propor um desafio aos alunos, onde eles devem utilizar as coordenadas geográficas para encontrar a localização de pontos específicos em um mapa ou globo terrestre.
- Estimular o raciocínio espacial e a aplicação dos conceitos aprendidos.
- Promover uma discussão em sala de aula sobre as dificuldades encontradas pelos alunos durante os exercícios e o desafio.
- Incentivar a reflexão sobre a importância das coordenadas geográficas no contexto atual e em diversas áreas do conhecimento.

Avaliação:

- Avaliar a compreensão dos alunos sobre as coordenadas geográficas através da participação nas atividades práticas, da precisão na identificação das coordenadas e da capacidade de aplicar esses conceitos em diferentes contextos.
- Observar o engajamento dos alunos e sua capacidade de trabalho em equipe durante os exercícios e desafios propostos.

6º ENCONTRO:**Objetivo da Aula:**

Desenvolver uma oficina com os alunos para explorar conceitos básicos da Geometria Esférica, utilizando materiais simples como bolinhas de isopor, cordão, alfinetes, canudinhos e transferidor.

Recursos Necessários:

- Bolinhas de isopor;
- Cordão;

- Alfinetes;
- Palitos de churrasco;
- Transferidor;
- Régua.

Metodologia:

- Explicar o que é uma reta na Geometria Esférica.
- Pedir aos alunos que formem uma reta (um círculo máximo) na superfície esférica utilizando o cordão. Enfatizar que círculos pequenos não são considerados retas.
- Solicitar aos alunos que escolham um ponto na esfera e tracem retas (circunferências máximas) passando por esse ponto.
- Dialogar até que percebam que por esse ponto passam infinitas retas (circunferências máximas), assim como na geometria euclidiana.
- Pedir aos alunos que tentem traçar duas retas paralelas (circunferências máximas paralelas).
- Discutir até que percebam que não existem circunferências máximas paralelas na Geometria Esférica.
- Explicar o conceito de pontos antípodas e pedir aos alunos que identifiquem dois pontos antípodas.
- Discutir como dois pontos determinam uma única reta na Geometria Plana e como isso ocorre na Geometria Esférica.
- Ensinar como medir os ângulos formados por duas circunferências máximas.
- Utilizar o cordão para fazer duas circunferências máximas e os palitos para representar as paralelas passando por aquele ponto onde se formou o ângulo.
- Medir com o transferidor o ângulo formado.
- Distribuir as bolinhas de isopor para os alunos.
- Pedir que formem um Triângulo Esférico usando os alfinetes como vértices e o cordão para representar as geodésicas (arcos de circunferência) que conectam os vértices.

- Certificar-se de que entendam que estamos representando um triângulo em uma superfície esférica.
- Discutir com os alunos a soma dos ângulos internos obtida no Triângulo Esférico e compará-la com a soma dos ângulos internos de um triângulo em uma superfície plana (sempre 180°).
- Utilizar o transferidor para medir os ângulos internos do Triângulo Esférico formado pelas geodésicas.
- Os alunos devem registrar os dados e calcular a soma dos ângulos internos.
- Conduzir uma discussão sobre os resultados obtidos.
- Destacar que em qualquer Triângulo Esférico a soma dos ângulos internos é maior que 180 graus.
- Mostrar que, embora os lados do triângulo não possam ser uma semicircunferência máxima, à medida que tendem para esse valor, a soma dos ângulos internos tende a 540 graus.
- Conduzir uma discussão sobre as diferenças e similaridades entre as propriedades dos triângulos esféricos e planos.
- Destacar como as propriedades dos triângulos esféricos são afetadas pela curvatura da esfera.

Avaliação:

- Avaliar a participação e o engajamento dos alunos durante a oficina.
- Observar a compreensão dos conceitos abordados e a capacidade dos alunos em resolverem os problemas propostos.
- Observar a precisão e o entendimento dos alunos ao medirem os ângulos internos e compararem com a soma dos ângulos internos de um triângulo em uma superfície plana.

7º ENCONTRO:

Objetivo da Aula: Apresentar aos alunos os conceitos matemáticos envolvidos nos triângulos esféricos, utilizando o GeoGebra para demonstrar visualizações 3D e explorar suas características geométricas. Esse plano de aula deve proporcionar uma experiência de aprendizado visual e interativa.

Recursos Necessários:

- Computador com acesso ao GeoGebra;
- Projetor e tela para demonstração;
- Slides da apresentação (utilização de recursos visuais nos slides para ilustrar os conceitos);
- Material de apoio impresso (diagramas e definições);
- Acesso à internet (opcional).

Metodologia:

- Receber os alunos e introduzir o tema da aula, explicando que hoje eles irão explorar os triângulos esféricos e suas propriedades geométricas utilizando o GeoGebra para visualização 3D;
- Revisar brevemente as propriedades básicas das esferas e os conceitos de latitude, longitude e linhas imaginárias.
- Utilizar slides para explicar os conceitos de triângulos esféricos, como a soma dos ângulos internos (que é maior que 180°), e os tipos de triângulos esféricos;
- Explicar a importância dos triângulos esféricos na compreensão de fenômenos geográficos e astronômicos.
- Utilizar o GeoGebra no projetor para demonstrar a construção de uma esfera;
- Mostrar como posicionar pontos na superfície da esfera para formar um Triângulo Esférico;
- Destacar como visualizar a esfera em 3D e manipular a visualização para melhor compreensão dos triângulos esféricos.
- Demonstrar como medir os ângulos e lados dos triângulos esféricos no GeoGebra;
- Utilizar a ferramenta para explorar diferentes tipos de triângulos esféricos e suas propriedades, como área e ângulos internos;
- Comparar essas propriedades com os triângulos planos para destacar as diferenças.
- Fazer perguntas aos alunos para verificar a compreensão e incentivar a interação;

- Permitir que os alunos façam perguntas e participem da discussão sobre as visualizações no GeoGebra.
- Recapitular os principais conceitos aprendidos sobre triângulos esféricos e suas visualizações no GeoGebra;
- Destacar a importância de utilizar ferramentas como o GeoGebra para a visualização e compreensão de conceitos geométricos complexos.

Avaliação:

- Avaliar a participação e interesse dos alunos durante a aula.
- Realizar avaliação contínua durante a aula, observando a participação dos alunos e o envolvimento nas discussões e atividades práticas.
- Considerar uma avaliação teórica ao final da aula, onde os alunos devem responder a questões sobre os conceitos de triângulos esféricos discutidos na aula.

8º ENCONTRO:

Objetivo da Aula: Propor problemas práticos envolvendo Triângulos Esféricos, consolidando assim o conhecimento adquirido ao longo do minicurso.

Recursos Necessários:

- Slides da apresentação (utilização de recursos visuais nos slides para ilustrar os conceitos);
- Exercícios impressos para os alunos.

Metodologia:

- Apresentar alguns problemas práticos envolvendo triângulos esféricos, utilizando slides para ilustrar cada problema;
- Explicar cada problema detalhadamente, destacando as informações importantes e as fórmulas que serão necessárias para resolvê-los;
- Dividir os alunos em pequenos grupos e distribuir os exercícios impressos.
- Incentivar a colaboração e a discussão dentro dos grupos para resolver os problemas;

- Circular pela sala para observar o progresso, oferecer orientações e responder a perguntas;
- Pedir aos grupos que apresentem suas soluções para os problemas.
- Discutir as diferentes abordagens utilizadas pelos grupos e corrigir eventuais erros;
- Consolidar o aprendizado reforçando os conceitos corretos e destacando as estratégias mais eficazes;
- Reforçar a importância da Trigonometria Esférica em contextos reais e a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos.

Avaliação

- Avaliação da participação e interesse dos alunos durante a aula;
- Avaliação do desempenho dos alunos nos exercícios propostos.

1.5 Considerações finais

Este minicurso foi cuidadosamente planejado e executado com o objetivo de enriquecer o ensino de Matemática no nível médio, introduzindo conceitos fundamentais de Trigonometria Esférica e demonstrando suas variadas aplicações práticas.

A dissertação mencionada anteriormente oferece um relato aprofundado da execução e avaliação dos resultados da aplicação do minicurso em sala de aula. Para uma compreensão completa, recomenda-se a leitura integral do documento que pode-se encontrar em <<https://mat.ufcg.edu.br/profmat/egressos-tccs/>> na Dissertação de Rejane Angela de Lima.

Referências

LEAL, L. C.; ONUCHIC, L. d. I. R. Ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas como prática sociointeracionista. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, SciELO Brasil, v. 29, n. 53, p. 955–978, 1999. Citado na página 6.

VASCONCELLOS, C. d. S. *Planejamento: projeto de ensino-aprendizagem e projeto político-pedagógico*. São Paulo: Libertad, 2002. VEIGA, Ilma Passos e RESENDE, Lúcia MG de (orgs.). *Escola: espaço do projeto políticopedagógico*. [S.l.]: Campinas: Papyrus, 2002. Citado na página 5.