Fabrício Moraes de Almeida
Organizador

Matemática

fundamentos e aplicações

Atena Editora
Ano 2024

Fabrício Moraes de Almeida
Organizador

Matemática

fundamentos e aplicações

Atena Editora
Ano 2024

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira
Assistente editorial
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto gráfico
Ellen Andressa Kubisty
Luiza Alves Batista
Nataly Evilin Gayde
Thamires Camili Gayde
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Luiza Alves Batista

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Matemática: fundamentos e aplicações

Diagramação: Thamires Camili Gayde
Correção: Jeniffer dos Santos
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Fabrício Moraes de Almeida

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M425 Matemática: fundamentos e aplicações / Organizador Fabrício Moraes de Almeida. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2024.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-2876-3
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.763242708

1. Matemática. 2. Cálculo. I. Almeida, Fabrício Moraes de (Organizador). II. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce,* ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

A matemática é a linguagem dos números, de fato, está presente em todas as áreas do conhecimento e da vida no universo. Tanto para calcular a altura de um satélite geoestacionário quanto para compreender uma função financeira, a dosagem de um medicamento ou programar um computador, a matemática é a ciência fundamental para resolução de problemas

De modo geral, no livro, são apresentados diversos questionamentos teórico-práticos nos resultados obtidos pelos vários autores e coautores na elaboração de cada capítulo. Ademais, a Atena Editora oferece a divulgação técnico-científica com excelência, importante para garantir o destaque entre as melhores editoras do Brasil

Fabrício Moraes de Almeida

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

CORRELATION BETWEEN ALCOHOL CONSUMPTION AND LEVELS OF VIOLENCE IN AN AMAZONIAN CITY ON THE BORDER WITH BOLIVIA

Data de aceite: 02/09/2024

Carlos Alberto Paraguassú-Chaves
PhD in Health Sciences -University of Brasília - UnB, Brazil; Post-Doctor in Health Sciences - UnB and Degli Studi D'Aquila University - Italy. Full Professor at the Rio de Janeiro Institute Faculty, Brazil

Fabio Robson Casara Cavalcante
PhD in Sciences: Socio-environmental development - NAEA / UFPA. Associate Professor, Federal University of Rondônia– UNIR

Bruna Darlen Pereira Dias
Graduated in Environmental Management– Federal University of Rondônia Guajará-Mirim Campus, Brazil

Leonardo Severo da Luz Neto
PhD in Education, PhD in Theology, with a Postdoctorate in Pastoral Psychology, Professor at the Federal University of Rondônia, Brazil

Rafael Ayres Romanholo
PhD in Regional Development and Environment-UNIR- Professor at the Federal Institute of Rondônia - IFRO Campos de Cacoal/RO - Researcher of the Human Motricity Research Group Health and Society (IFRO) Cacoal/ Rondônia, Brazil

Fabrício Moraes de Almeida
PhD in Physics (UFC), with post-doctorate in Scientific Regional Development (DCR/CNPq). Specialist in Production Engineering (FUNIP). Researcher of the Doctoral and Master Program in Regional Development and Environment (PGDRA/ UFRO)

ABSTRACT: Alcohol consumption is a prehistoric habit. There is archaeological evidence of its use in celebrations, rites, or simple crowds of individuals. With the civilizing process, the consumption of alcoholic beverages was incorporated into acceptable social standards. Several scholars have concluded that alcohol is the substance most linked to behavioral changes caused by psychopharmacological effects that result in violence. Empirical and scientific evidence reveals that alcohol is a significant substance in conjunction with different forms of violence. The focus of this work is to know the scenario of alcohol consumption (beer) and violence in a Brazilian city, in the Western Amazon, which borders the Republic of Bolivia. Thus, this work aims to analyze the correlation between the consumption of alcoholic beverages in

this city, through a survey of the volume sold by the existing distributors in the city, in relation to drug trafficking, robbery, traffic accidents and physical aggression. The research method was inductive. The methodology was based on primary research to collect field data at the level of the city's neighborhoods and secondary research to build the theoretical and methodological basis. The result shows a high positive correlation between the consumption of alcoholic beverages (beer) and some aspects of violence studied, which is consistent with other studies in this line of approach
KEYWORDS: Correlation. Alcoholic beverages. Urban violence. Western Amazon

INTRODUCTION

North [1] points out that institutional models tend to reinforce themselves, even when they are socially inefficient. It is easier for individuals to adapt to existing rules than to try to change them. When development takes a certain direction, organizational culture, customs and mental models of the social world reinforce this trajectory, that is, push it to move in the same direction

To illustrate this thesis, North uses the example of piracy activity. According to North, the fact that in a society whose institutional matrix rewards piracy, pirate organizations will tend to prosper. As highlighted by Toyoshima [2], this example shows that developed institutions are not necessarily efficient for the economic development of countries, given that institutional arrangements are largely shaped by the interests of those who have bargaining power. If pirates have such power in society, institutions tend to primarily serve their interests

Thus, for North, if such self-reinforcing mechanisms work, the past history of institutions is important for the determination of the present institutional structure, and this, in turn, will influence the future institutional matrix. The connection of the past with the present and the future is given by history, which means that institutions have characteristics of path dependence [2]

When observing the work of Veblen [3] it is verified that the human history followed the line of the own history of the evolution of the social institutions. For him, only in a historical framework of specific institutional reference do the common patterns of human behavior acquire concrete, particular characteristics [4]. In this sense, Veblen [3] reveals that in economic life, as in other areas of human conduct, habitual modes of activity and relationships appeared and were, by convention, transformed into a web of institutions. These institutions […] have a customary prescriptive force of their own […]. If the opposite were true, if men universally acted not on the basis of the conventional foundations and values of the fabric of institutions, but only and directly on the basis and values of the unconventional propensities and aptitudes of hereditary human nature, there would be no institutions or culture. But the institutional structure of society subsists and men live within its limits

Current situations shape future institutions through a selective and coercive process, which acts on men's habitual view of things, and thus alters and strengthens a point of view or a mental attitude inherited from the past. The institutions - that is - the habits of thought- under whose guidance men live, are thus received from an earlier age. Institutions are the product of the past process, they are adapted to past circumstances and, therefore, they are never fully in accordance with the requirements of the present. At the same time, the current habits of men tend to persist indefinitely, except when circumstances force a change. These institutions, attitudes and mental aptitudes are therefore conservative factors. This is the factor of social inertia, psychological inertia, conservatism. The evolution of society is substantially a process of mental adaptation on the part of individuals under the influence of circumstances that will no longer tolerate habits of thought formed under and according to a different set of circumstances in the past. These are Veblen's observations [5]

This work seeks to analyze the level of civility in this border municipality, from the analysis of factors that portray criminality and other deviations of virtue that are being put as self-reinforcing mechanisms of an institutional design that, in principle, lacks change. It should be noted that the consumption of alcoholic beverages is a prehistoric habit. There is archaeological evidence of its use in celebrations, rites or simple gatherings of individuals. With the civilizing process, the consumption of alcoholic beverages was incorporated into acceptable social standards. However, the association of alcohol consumption with dependence, antisocial behavior and violence has left throughout history the perception that there is a fine line between acceptable consumption and its psychotropic effects [6]

The interface between alcohol consumption and violent or aggressive behavior has been the subject of intense research around the world. Although the direct association is difficult, it is possible to suggest that the inappropriate consumption of alcoholic beverages is related to violent crimes. However, other criminogenic factors must always be considered [7]

According to Chalub [8], the vast majority of studies focused on the relationship between drugs and crime prove that there is indeed a correlation between disorders developed by drug effects and crime. It is possible to verify that there is a large number of violent acts when alcohol or illicit drugs are present among aggressors, their victims or both. According to Laranjeiras; Dualibi; Pinski [9] the relationships are multiple and varied, but alcohol consumption is at least an important facilitator of situations of violence. There is no lack of scientific evidence of their participation in homicides, suicides, domestic violence, sexual crimes, being run over and accidents involving drunk drivers. In the border region of the Amazon, it is quite common for adolescents to have very early access to the use of illicit drugs and licit drugs, if we consider alcoholic beverages, especially the consumption of cachaça and beer

Therefore, alcohol is a depressant drug and the initial doses anesthetize the censoring mechanisms. The emergence of aggression is related to the basic personality of each one. People who have some degree of latent violence, when sober, under the influence of alcohol have this characteristic of the released personality. Censorship relaxes, and aggressiveness emerges [10]

Thus, as a way of illustrating the problem, the following questions were formulated: Does the consumption of alcoholic beverages in Guajará-Mirim present a statistical correlation in relation to drug trafficking, theft, robbery, traffic accidents and physical aggression? What is the average per capita alcohol consumption per year in this city? What problems can this consumption bring to the environment? Faced with these questions, the objective was to analyze the correlation between the consumption of alcoholic beverages and the levels of violence in the neighborhoods of the city of Guajará-Mirim, State of Rondônia, on the border with Bolivia

THEORETICAL FOUNDATION

Use of alcoholic beverages: an approach

The consumption of alcoholic beverages is a behavior adapted to most cultures, and its use is associated with celebrations, business and social situations, religious ceremonies and cultural events, and its use provides perceptions of pleasure for many users [11]; [12]. Studies on the history of alcohol consumption in classical antiquity report that Greeks and Romans drank wine at night, after meals as a way of stimulating sociability. At the time, drinking before the end of the day was considered an eccentricity. The wine was mixed with two parts water to one part wine. Drinking pure wine was seen as a non-citizen act. In Greece, drinking wine mixed with water was also a habit [13]. At the end of the 17th century, its consumption was seen as a social custom. At that time, drunkenness was not considered a drinking problem, but a drinker's problem. The drink was considered almost like divine nectar. Many differences in the context of the ancient world to the present day justify a change of conception [14]

At the end of the 18th century and the beginning of the Industrial Revolution, major demographic and behavioral changes took place. Associated with this, there was a greater diffusion of distillates and consequently greater consumption, leading to a considerable increase in the number of people with problems resulting from the use of the drink. In addition, with the advent of industrialization, the alcoholic beverage starts to be produced on a large scale, resulting in a reduction in consumer prices, which stimulated its commercialization. Social changes and the consequences of wars marked the 19th century, causing suffering and spreading the abusive consumption of alcohol and other drugs [15]; 16]

Alcohol is perhaps one of the most used psychoactive substances worldwide and, depending on the dose, frequency and circumstances, it can be consumed without problems [17]. However, the habit of drinking moderately or "socially", as they say, sometimes makes a person tolerant of drinking and that person can turn into a problem drinker or an alcoholic [15]. Studies indicate that an important fraction of the population replaces this recreational use with others, called risky or harmful, which can cause serious physical, psychological and social consequences [17]

In the Global Report on Alcohol and Health – 2018 [12] it is estimated that worldwide in just one year, more than half (57% of people) of the global population aged 15 years and over (44 .5%) have never consumed alcohol and about 2.3 billion people are current drinkers (drinkers in the last 12 months). The world average per capita consumption was 6.4 L of pure alcohol. In Brazil, the estimated consumption in 2016 was 7.8 L of pure alcohol per capita. Brazilian consumption is below the average for the Americas region (8L of pure alcohol per capita); but higher than the world average (6.4 L)

Since ancient times, the effects of drinking are known, but only drunkenness was considered a disorder linked to the use of drinks. It was only in the second half of the 19th century that alcoholism was accepted as a disease [18]. The consumption of alcoholic beverages is a worldwide phenomenon that transcends national, cultural, social, political and economic borders, which can result in numerous complications that cover the physical, legal, professional, school, social and family areas [7]

Effects of Alcoholic Beverages

Alcohol is a psychotropic drug whose consumption is admitted and even encouraged by society, despite its abusive consumption being an important public health problem, as it has been identified as responsible for a large number of traffic and work accidents, domestic violence and increased morbidity and mortality from cardiovascular disease, liver cirrhosis, stroke, and psychiatric disorders [19]. Corroborating, Brasil [20] highlights that the irregular and frequent use of drink is considered a public health problem, as it is the most used drug worldwide, legally commercialized and encouraged by society. And also for being one of the predominant risk factors for chronic non-communicable diseases (NCDs). For Toledo [21] inappropriate drinking is, if not the main reason, one of the causes of several health problems, such as hypertension, liver disease, dependence on illicit chemical substances, mental and psychological disorders. It is also one of the main causes of traffic accidents, homicides, domestic violence, unwanted pregnancy, transmission of sexual diseases, among others

Harmful consumption of alcoholic beverages is a serious public health problem that has progressively increased. Mortality and functional limitations caused by the abuse of alcoholic beverages entail high costs to the health system [22]. According to Mascarenhas et al [23] injuries from external causes attributed to the consumption of alcoholic beverages are increasing worldwide, being a more evident problem in care provided in emergency services. For the author, the evidence obtained in these scenarios constitutes an agile way of collecting useful information on the relationship between alcoholic beverages and external causes, enabling the elaboration of strategies and public policies aimed at more effective interventions on a large scale

In Costa's opinion; Pombo [24] alcoholic beverage is the substance most associated with crime, as its consumption can trigger impulsive disinhibitory effects. It can involve both the violent act itself and the victim. On the one hand, the state of intoxication can facilitate the situation of violence, on the other hand, it can be prevented from defending itself more effectively. For Souto et al [25] violence, as a socio-historical phenomenon accompanied by the experience of humanity, becomes a public health problem, as it affects individual and collective health, and for its prevention and treatment, it requires the policy formulation and organization of specific practices and services in the public health sector, public security, citizenship, among others. In addition, these authors emphasize that violence burdens the health system due to expenses with hospital care, the reduction of years of productive life, the possibility of leaving sequelae to the victims and the increase in mortality. Furthermore, it is clear that not only the victim suffers from the aggression; the family, caregivers and health professionals are also involved. The consequences of the use of alcoholic beverages also burden society, directly and indirectly, increasing costs in hospitals and other devices of the health system, judicial system, social security, loss of work productivity, absenteeism, unemployment, among others. In addition, worldwide, it is noted that the younger age groups (20-49 years) are the main affected in relation to deaths associated with the use of alcoholic beverages, translating into a greater loss of economically active people [26]

According to the Global Report on Alcohol and Health 2018 [12], in 2016, harmful use of alcohol resulted in about 3 million deaths (5.3% of all deaths) worldwide. In addition to 132.6 million disability-adjusted life years (DALYs) or 5.1% of all DALYs in that year. Mortality resulting from the consumption of alcoholic beverages is higher than that caused by diseases such as tuberculosis, HIV/AIDS and diabetes. This report also states that there has been a decrease in the global level of deaths and morbidity attributable to alcohol consumption (13.0% and 10.6%, respectively); however, the global burden of disease attributable to alcohol consumption is still very significant. The consumption of alcoholic beverages can cause dependence and the disorders resulting from irregular and abusive use negatively affect family members and massively contribute to domestic violence, interpersonal conflicts, separation from the couple, neglect of children, financial and legal difficulties, and clinical problems [27]

According to Monteiro [28] the consumption of alcoholic beverages represents a major social, economic and health challenge that affects millions of people around the world. For the author, there is no single solution to this complex problem, to which are added the specific difficulties of different governments in dealing with the issue of alcohol consumption and implementing the necessary measures to reduce it

According to Jorge et al [29] social capital is increasingly studied for its contextual influence on health, with emphasis on the characteristics of the social environment, based on the idea that relationships have an important impact on health and in well-being, as the ability of a community to engage in collective action through the existence of cohesive relationships. For the authors, social capital can be considered a determinant of the health of a population, as health is influenced by demographic, socioeconomic and behavioral factors, as well as by the ability to deal with problems. Therefore, the authors developed a study to assess the prevalence of alcohol consumption and association with social capital and socioeconomic factors in adolescent students. They concluded that adolescents with better socioeconomic status and lower perception of social capital were more likely to present a behavior of abusive consumption of alcoholic beverages. According to Moraes et al [30] alcoholism, when compared to other health problems, is responsible for generating three times more sick leaves, five times increasing the chances of accidents at work, eight times increasing the use of daily hospitals and also lead families to use medical and social assistance three times more. For the authors, the impact of the social cost generated by the abuse of alcoholic beverages and the investments made are notable to significantly reduce the problems arising from this practice, such as crime, accidents, domestic violence, absenteeism, unemployment and others

Harmful use of alcoholic beverages and sustainable development

The concept of sustainable development results from a relatively long historical process of critical reassessment of the relationship between civil society and its natural environment [31]. To be sustainable, development needs to be socially inclusive and ecologically balanced. Sustainable development, within this perspective, could only be achieved through a set of efficient policies that could guarantee increased income, access to social rights and reduced impacts on the environment [32]. According to Muchagata; Campos [33] protection of the environment, promotion of human rights and sustainable development, themes that are increasingly intertwined, have come to occupy a prominent place in national and international agendas in recent years. In the report "Our Common Future", better known as the Brundtland Report, prepared by the World Commission on Environment and Development, created in 1983 by the UN General Assembly, defined sustainable development as: "Sustainable development is development that meets needs of the present without compromising the ability of future generations to meet their own needs" [34]. The definition of sustainable development contained in that report became the most used concept, having also emerged with the purpose of making economic growth developed so that poverty in developed and developing countries could be overcome [35]

The literature considers that the Brundtland Report represents a milestone in global society's discussions and concerns about the environment and development. For Souza; Garcia [36] consisted of a "global agenda for change" as there was an urgent call from the United Nations General Assembly to establish long-term environmental strategies to achieve sustainable development from the year 2000 onwards. In the search for the implementation of the proposals presented in the report, the world witnessed, in the years that followed, the holding of several United Nations summits, setting goals to be met in a given time, so that sustainable development could become a reality [36]. In 2015, the United Nations Summit on Sustainable Development was held in New York, which resulted in the formalization of a new agenda for sustainable development, entitled “Transforming Our World: the 2030 Agenda for Sustainable Development”, in which established 17 Sustainable Development Goals (SDGs) and 169 targets to be achieved by 2030 by the countries that participated in their approval [37]. The agenda has five dimensions (the five Ps of the 2030 Agenda) [38], namely: a) People: We are determined to end poverty and hunger, in all its forms and dimensions, and ensure that all human beings can fulfill their potential in dignity and equality, in a healthy environment; b) Prosperity: We are determined to ensure that all human beings can enjoy a prosperous life and full personal fulfilment, and that economic, social and technological progress occurs in harmony with nature; c) Peace: We are determined to promote peaceful, just and inclusive societies that are free from fear and violence. There can be no sustainable development without peace and no peace without sustainable development; d) Partnerships: We are determined to mobilize the necessary means to implement this Agenda through a revitalized Global Partnership for Sustainable Development, based on a spirit of strengthened global solidarity, focused in particular on the needs of the poorest and most vulnerable and with the participation of all countries, all stakeholders and all people; e) Planet: We are determined to protect the planet from degradation, particularly through sustainable consumption and production, sustainable management of its natural resources and taking urgent action on climate change so that it can support the needs of present and future generations

The adoption of the Sustainable Development Goals (SDGs) is the result of a recommendation by the United Nations Conference on Sustainable Development in 2012 (Rio+20). Recognizing the successes of the MDGs, countries agreed on “The Future We Want” – the Rio+20 outcome document – to establish an open working group to develop a set of sustainable development goals for consideration and appropriate action [39]. The new sustainable development agenda builds on the outcome of the 2002 World Summit on Sustainable Development, the 2010 Summit on the MDGs, the outcome of the 2012 United Nations Conference on Sustainable Development (Rio+20) and the of people around the world [39]. The SDGs are integrated, indivisible and balance the three dimensions of sustainable development: economic, social and environmental. They will stimulate action for the coming years (from 1 January 2016) in areas of crucial importance to humanity and the planet and cover a broader set of issues than the MDGs [40]. The document emphasizes that “Sustainable development cannot be achieved without peace and security; and peace and security will be at risk without sustainable development”. The 2030 Agenda recognizes the need to build peaceful, just and inclusive societies that provide equal access to justice and are based on respect for human rights (including the right to development), effective rule of law and good governance in all areas, and in transparent, effective and accountable institutions. The agenda addresses factors that give rise to violence, insecurity and injustice, such as inequality, corruption, poor governance and illegal financial and arms flows [38]

Among the objectives of the 2030 Agenda, it has: “Goal 3. Ensure healthy lives and promote well-being for all, at all ages”, recognizing that health is an inalienable and fundamental right for human development and an indispensable contributor to the growth and development of communities and societies [41]. This objective has 13 goals, of which 3.5 refers to the harmful use of alcoholic beverages, namely: “Reinforce the prevention and treatment of substance abuse, including the abuse of narcotic drugs and harmful use of alcohol”. The Agenda is unique in its call for action to all countries – poor, rich and middle-income. It recognizes that ending poverty must go hand in hand with a plan that promotes economic growth and responds to a range of social needs, including education, health, social protection and job opportunities, while also addressing climate change and at environmental protection. It also addresses issues such as inequality, infrastructure, energy, consumption, biodiversity, oceans and industrialization [39]. The 2030 Agenda is not limited to proposing the SDGs, but also dealing with the means of implementation that will allow the achievement of these objectives and their goals. This debate encompasses issues of systemic scope, such as financing for development, technology transfer, technical capacity building and international trade [42]. The Sustainable Development Goals and their targets challenge all countries to be ambitious and innovative to seek multidimensional solutions to multidimensional challenges, as well as to establish inclusive, efficient and transparent means of implementation to make this complex development agenda a reality. From the global level to the subnational level [41]. The 63rd World Health Assembly, held in 2010, recognized the close links that exist between harmful use of alcohol and socioeconomic development. The strategy to reduce the harmful use of alcohol represents the commitment approved by the WHO World Health Assembly to the various other global and regional initiatives and strategies for the prevention and control of noncommunicable diseases, in particular the plan of action of the global prevention strategy and control of noncommunicable diseases [43]. The Millennium Development Goals consisted of an international effort to achieve development in sectors and themes such as: environment, human and women’s rights, social and racial equality. Eight objectives were established, with 21 targets, measured and compared across countries using 60 indicators [44]

METHODOLOGY

This research was structured based on aspects of interdisciplinary research given the complexity involved in the topic. The model of the study followed the logic of field research in which the researcher assumes the role of observer and explorer, directly collecting data in the place where the phenomena occurred or appeared [45]. According to Prestes [46] field research developed mainly in the social sciences is characterized by data collection using techniques such as questionnaires, interviews, observations, etc. The research method was inductive

The tabulation of qualitative and quantitative data was worked on via Excel (2010) and their treatment for the purpose of building performance indices were calculated following the factor analysis techniques presented by Hair et al [47], Santana [48]; [49] and Cavalcante [50]. The correlation analysis process was based on the statistical program Microsoft Office Excel 2010

Questionnaires were used to calculate the commercial outlets for the sale of beverages and their volume, through an on-site visit, on each street in the neighborhoods, covering the entire city. The focus of the drinks surveyed was in relation to beers, where each establishment was consulted and the questionnaire was applied in this regard. On the issue of disposal of beer cans resulting from the sale and consumption of beer drinks, sectors that deal directly and indirectly with the collection of these materials were surveyed, such as the association of collectors of recycled materials and the company located in the municipality that works with this same type of product. Data on violence were obtained by consulting the records of the 6th Military Police Battalion, in Guajará-Mirim

Study area

Fifteen neighborhoods in the city of Guajará-Mirim were surveyed, namely: Planalto; Jardim das Esmeralda; Serraria; Dez de abril; Nossa Senhora de Fátima; Próspero; Santo Antônio; São José; Tamandaré; Santa Luzia; Liberdade; Centro; Triângulo; Caetano and Cristo Rei

DATA ANALYSIS AND DISCUSSION

Table 1 shows that the main types of violence in the city of Guajará-Mirim, for the base year (equivalent to one year), were motivated, in the following descending order: theft (476), traffic-accidents (377), threat (117), drug possession (91), robbery (66), rape (11), murder and suicide (11). In the specific case of theft in the city, the frequency was approximately 1.30 cases per day and in the case of traffic accidents this figure reaches 1.03 cases per day, that is, in a city of approximately 42 thousand inhabitants, the practice of theft and the number of traffic accidents is very worrying

Urban Violence (Occurrences) in Guajará-Mirim	**Fa**
theft	476
traffic-accidents	377
threat	117
drug possession	91
robbery	66
rape	11
murder	7
suicide	4
assault with death	0

Table 1: Urban violence - Occurrences (base year)

Source: Own elaboration based on research. Legend: Fa = Absolute frequency

The most violent neighborhoods in the urban area of the city of Guajará-Mirim were, in descending order, the neighborhoods Jardim das Esmeraldas (162) occurrences, Dez de Abril (159) occurrences, Centro (126) occurrences, Tamandaré (122) occurrences, Serraria (103) occurrences, Santa Luzia (88) occurrences, Liberdade (77) occurrences, Triângulo (68) occurrences and Planalto (61) occurrences. The least violent neighborhoods were observed in the neighborhoods of Santo Antônio (15) occurrences, Cristo Rei (20) occurrences, Caetano (28) occurrences, São José (37) occurrences, Próspero (43) occurrences and Nossa Senhora de Fátima (51) occurrences (Table 2)

Regarding the consumption of beverages (beer) in the city of Guajará-Mirim, it was observed that the highest consumption of the drink was practiced in the Dez de Abril neighborhood (48.69) thousand liters, followed by the Santa Luzia neighborhoods (31.84) thousand liters, Centro (25.62) thousand liters, Tamandaré (21.90) thousand liters, Jardim das Esmeraldas (15.18) thousand liters, Planalto (15.16) thousand liters, Nossa Senhora de Fátima (14.11) thousand liters and Prospero (1.41) thousand liters. The other neighborhoods had an average consumption of less than 6,200 liters per year (Table 2)

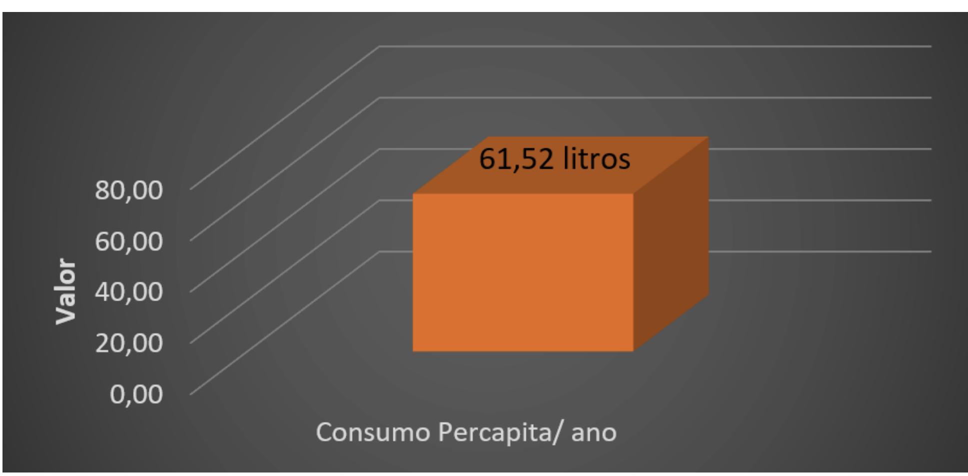
Regarding the number of commercialization points, it was found that Santa Luzia (13), Jardim das Esmeraldas (12) and Dez de Abril (10) neighborhoods have the highest absolute frequencies of beer points of sale in relation to the number total number of establishments, with these three neighborhoods reaching the equivalent of 35% of the commercialization points in the city's urban perimeter (Table 2)

Neighborhoods	Urban Violence (Fa%)	Consumption of Beers (thousand liters)	Beer Trading Points (Fa%)
Jardim das Esmeraldas	162	15,18	12
Dez de Abril	149	48,69	10
Centro	126	25,62	8
Tamandaré	122	21,90	8
Serraria	103	3,68	3
Santa Luzia	88	31,84	13
Liberdade	77	4,72	7
Triângulo	68	5,34	5
Planalto	61	15,16	3
Nossa Senhora de Fátima	51	14,11	8
Próspero	43	10,41	6
São José	37	6,56	4
Caetano	28	2,83	5
Cristo Rei	20	6,17	6
Santo Antônio	15	1,33	3

Table 2: Urban Violence, Beer Consumption and Sales Points (base year)

Source: Own elaboration based on research. Legend: Fa= Absolute frequency

Thus, based on what has already been presented, the average consumption per capita/year in Guajará-Mirim was 61.52 liters, as shown in graph 1. This result is perfectly consistent with the average consumption in Brazil, which is 62 liters per person/year



Graph 1: Per capita consumption/year of beer in Guajará-Mirim

However, such consumption is almost 6 times greater than that presented in the State of Rondônia in the 70's and 80's, which was a little more than 10.00 liters/person/year. With this, it was found that the high consumption of beer in Guajará-Mirim may have repercussions in the historical context, since the consumption of this drink per person/year was higher than the consumption presented by the States and Territories of the time, such as Amazonas and Roraima, Pará and Amapá, Maranhão, Goiás, Mato Grosso and Acre, which demonstrates a close relationship with the "path dependence" aspects [1]. Thus, the historical roots may indicate a consolidated trajectory of beer consumption in the Region, which may explain the growth trend of this market in the municipality of Guajará-Mirim. Thus, the next step was to correlate the data in order to obtain pertinent information about the object of the present study. With this, the correlation procedure was performed adopting the Excel data analysis model, based on the results and parameters presented in Table 2

Adopting the same criterion of the performance scale presented above, however, following the following description (very weak, weak, regular, strong and very strong) the results pointed to a strong positive correlation between the points of sale and beer consumption in the city (0.689274), that is, they evolve in the same direction, indicating that a positive change in one is accompanied by a positive change in the other and vice versa. In addition, there was also a strong and positive correlation between drinking and urban violence (0.662065), demonstrating that an increase in consumption is correlated with an increase in violence in the city. In the same way that violence also presented a positive correlation (0.632064) with the commercialization points existing in the urban perimeter of Guajará-Mirim. Therefore, it is evident in this research that the more points of sale, the more consumption per drink is generated and, consequently, the more urban violence is observed (Table 3)

	Column 1	*Column 2*	*Column 3*	*Column 4*
Column 1	1			
Column 2	0,662065	1		
Column 3	0,632064	0,689274	1	
Column 4	0,201083	0,103569	0,195954	1

Table 3: Correlation: urban violence, beer consumption, points of sale

Source: Excel Data Analysis

Correlation between the consumption of alcoholic beverages and the types of urban violence tabulated in this research (Table 4). The results are presented in Table 5

nei-ghborhoods	beer con-sumption (liters)	Robbery	theft	drug posses-sion	traffic-accidents	threat	murder	suicide	rape	assault with death
Planalto	15,16	7	29	1	19	5	0	0	0	0
Jardim das Esmeraldas	15,18	7	106	11	12	22	2	1	1	0
Serraria	3,68	3	25	10	62	2	0	0	1	0
Dez de Abril	48,69	6	43	7	78	15	0	0	0	0
Nossa Senhora de Fátima	14,11	1	16	8	16	7	0	1	2	0
Próspero	10,41	4	13	5	9	11	0	0	1	0
Santo Antonio	1,33	0	8	0	5	2	0	0	0	0
São José	6,56	3	15	2	9	6	1	0	1	0
Tamandaré	21,9	8	53	10	39	9	1	0	2	0
Santa Luzia	31,84	4	37	9	22	14	1	0	1	0
Liberdade	4,72	12	32	5	18	7	0	2	1	0
Centro	25,62	3	45	10	63	3	1	0	0	0
Triangulo	5,34	6	31	9	13	8	1	0	0	0
Caetano	2,83	2	15	0	10	0	0	0	1	0
Cristo Rei	6,17	0	8	4	2	6	0	0	0	0

Table 4: Parameters adopted for correlation: beer consumption, robbery, theft, drug possession, traffic-accidents, threat, murder, suicide, rape and assault with death – base year

Source: 6th Military Police Battalion – database

Therefore, based on the results (Table 5), it was possible to observe a strong positive correlation between the parameters “theft” and “homicide” (0.7294) and between “theft” and “threat” (0.7294). It was also possible to verify a strong positive correlation between “beer consumption” and “traffic accidents” (0.6575), indicating that in Guajará-Mirim most traffic accidents result from the consumption of alcoholic beverages

In addition, the strong positive correlation between “theft” and “drug possession” indicates another serious social problem in the city, since theft is the most evident parameter of urban violence in Guajará-Mirim, with 476 cases registered by the Military Police. However, this index is strongly correlated with drug possession, which proves that a large part of the thefts in the city is related to addiction to illicit drug consumption. Therefore, this aspect serves as an indicator of public policies, since this work proves the correlation between the highlighted parameters. Other correlations were positive, however, as they reached a condition level of “regular correlation” they were not analyzed here

	Column 1	*Column 2*	*Column 3*	*Column 4*	*Column 5*	*Column 6*	*Column 7*	*Column 8*	*Column 9*	*Column 10*
Column 1	1									
Column 2	0,2074	1								
Column 3	0,4013	0,5275	1							
Column 4	0,4180	0,2748	**0,6351**	1						
Column 5	**0,6575**	0,1767	0,2618	0,4995	1					
Column 6	0,5357	0,4052	**0,7294**	0,5101	0,0400	1				
Column 7	0,1871	0,2442	**0,7678**	0,5564	-0,0278	0,5661	1			
Column 8	-0,1673	0,5266	0,2861	0,1454	-0,1842	0,2450	0,0251	1		
Column 9	-0,0725	0,1419	0,1305	0,2919	-0,1041	0,1436	0,1375	0,3534	1	
Column 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Tabela 5: Correlation: beer consumption, robbery, theft, drug possession, traffic-accidents, threat, murder, suicide, rape and assault with death – base year

Source: Excel Data Analysis

One year after this study, the authors of the research, together with a group of researchers from the Higher Institute of Health and Environmental Sciences of the Amazon and the Federal University of Rondônia, carried out new investigations, using the same instruments and procedures, and found proportionally similar results, which corroborates the results presented in the present study

This same group of researchers, under the coordination of researcher Paraguassú-Chaves, extended the research to the city of Nova Mamoré, also on the border with Bolivia, and the results found are of extreme social concern. The study pointed out that adolescents and adults use alcohol (and other illicit drugs) with very high frequency and consequently the correlation with violence is close, especially fights, traffic accidents, drug possession, theft, among other crimes

FINAL CONSIDERATIONS

A strong positive correlation between “theft” and “drug possession” was observed, indicating that a large part of the theft problems in the city is directly correlated to the addiction to illicit drugs, which is quite serious considering that “theft” is the parameter of urban violence in Guajará-Mirim that stands out the most, thus revealing the serious social problem that needs to be attended by the government and society as a whole, since “theft” was also positively correlated with other parameters such as “threat” and “murder”. The strong positive correlation between the number of beverage sales outlets, beverage consumption and the increase in urban violence in Guajará-Mirim was also confirmed, indicating that an increase in one of the parameters is also accompanied by an increase in the other parameters, which shows that the neighborhoods that have more commercialization points tend to consume more drinks and, consequently, present more problems of urban violence

It was evidenced that the city of Guajará-Mirim suffers from serious social problems and that most of the problems are correlated with the increase in the sale of alcoholic beverages in the city and with the possession of narcotics. However, it was not evidenced how the institutional arrangements are dealing with this problem, that is, how public bodies are relating in order to discuss actions in favor of concrete solutions to this evil that plagues a large part of the population of Guajará-Mirim, mainly the young teenagers. In the neighboring city, the same situation was evidenced, which led the local government and social institutions to defend a policy of safeguarding these young adolescents addicted to alcohol and other illicit drugs (marijuana and cocaine)

Considering the millennium goals, which are strategies for sustainable development, where the issue of alcohol consumption is one of the aspects to be observed, it is therefore clear the need to rescue the values of society that demonstrates a worrying scenario. This strategy proves necessary

REFERÊNCIAS

[1] NORTH, D. C. **Institutions, institutional change and economic performance**. Cambridge: University Press, 1990

[2] TOYOSHIMA, S. Instituições e desenvolvimento econômico: uma análise crítica das idéias de Douglas North, IPE-USP, **Estudos Avançados**, v. 29, n. 1, 1999

[3] VEBLEN, T. **Fisher's rate of interest**: essays in our changing order. New York: Augustus M. Kelley, 1964

[4] HUNT, E. K. **História do pensamento econômico**. 7. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1989

[5] VEBLEN, T. **A Teoria da classe ociosa**: um estudo econômico das instituições. 1 ed. São Paulo: Pioneira. 1965

[6] FERREIRA, L.N. et al. Perfil do consumo de bebidas alcoólicas e fatores associados em um município do Nordeste do Brasil. **Cad. Saúde Pública**, Rio de Janeiro, v. 27, n. 8, p. 473-1486, 2011

[7] BALTIERI, D.A; CORTEZ, F.C.P. A violência e o consumo nocivo de álcool. *In*: ANDRADE, A.G; ANTHONY, J.A; SILVEIRA, C.M. (Orgs). Álcool e suas conseqüências: Uma abordagem multiconceitual. Barueri: Minha editora. 2009

[8] CHALUB, M.; TELLES, L.E. de B.. Álcool, drogas e crime. **Revista Brasileira de Psiquiatria**, v. 28, São Paulo, 2006

[9] LARANJEIRA, R.; DUAILIBI, S. M.; PINSKI, I. **Álcool e violência:** a psiquiatria e a saúde pública. São Paulo, 2005. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbp/v27n3/a04v27n3.pdf. Acesso em: 06 dez. 2019

[10] VESPUCCI, E.; VESPUCCI, R. **Alcoolismo:** o livro das respostas: esclarecendo dúvidas fundamentais. São Paulo: Casa Amarela, 2000

[11] MELCOP, A. G. T. Vamos parar por aqui? Os desafios da abordagem de redução de danos nas violências no trânsito. *In*: MINISTÉRIO DA SAÚDE. Álcool e Redução de Danos: Uma abordagem inovadora para países em transição. Brasília: Ministério da Saúde; 2004. p. 85-102

[12] OMS. ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. **Global status report on alcohol and health 2018**. Geneva: World Health Organization, 2018

[13] VILLARD, P. Ivresses dans l'Antiquité Classique. Revue Histoire, Économie et Société, França, no 4, pp. 443-459, 1988

[14] NEVES, Delma P. Alcoolismo: Acusação ou Diagnóstico? **Cadernos de Saúde Pública.** Rio de Janeiro, v. 20, n.1, 2004, p. 7-36, 2004

[15] BERTONI, L. M. Reflexões sobre a História do Alcoolismo. **Revista Hispeci & Lema**, Bebedouro/ SP: Unifafibe, 2006

[16] BERTONI, L. M.; SANTOS, R. V. R. Alcoolismo e meio rural. ***Revista GeoNordeste***, n. 1, 2017, p. 98-113. Disponível em: https://seer.ufs.br/index.php/geonordeste/article/view/6122/pdf. Acesso em: 10 dez 2019

[17] BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção à Saúde. Departamento de Ações Programáticas Estratégicas. Álcool e redução de danos: uma abordagem inovadora para países em transição. Brasília: Ministério da Saúde, 2004. 144 p.: il. – (Série F. Comunicação e Educação em Saúde)

[18] MELLO, M.; BARRIAS, J.; BREDA, J.. Álcool e problemas ligados ao álcool em Portugal. Lisboa: Direcção Geral de Saúde, 2001

[19] WORLD HEALTH ORGANIZATION (WHO). WHO Expert Committee on problems related to alcohol consumption. 2nd Edition. Geneva: WHO; 2007

[20] BRASIL. Ministério da Saúde. ***Vigitel Brasil 2010***: vigilância de fatores de risco e proteção para doenças crônicas por inquérito telefônico. Brasília: Ministério da Saúde, 2011

[21] TOLEDO, A. C. V DE. Estratégia Mundial para Reduzir o Uso Nocivo de Álcool e as Políticas Públicas Nacionais. **Leopoldianum**, ano 38, n. 104/105/106, 2012, p.119- 134

[22] MONTEIRO, C. F. S.; DOURADO, G. O. L.; GRAÇA JUNIOR, C. A. G.; FREIRE, A. K. N. Mulheres em uso prejudicial de bebidas alcoólicas. **Escola Anna Nery**, v. 15, n. 3, p. 567-572. 2011

[23] MASCARENHAS, M.D.M.; NEVES, A.C.M.; MONTEIRO, R.A.; SILVA, M.M.A.; MALTA, D.C.. Atendimentos de emergência por causas externas e consumo de bebida alcoólica - Capitais e Distrito Federal, Brasil, 2011. **Ciênc Saúde Coletiva,** v. 20, n. 4, 2015, p. 1037-1046. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-81232015000401037&lng=en. Acesso em: 7 dez 2019

[24] COSTA, N.; POMBO, S. Sobre a violência relacionada com o uso de drogas. **Revista Toxicodependências**, v. 17, 2009, p.3-11

[25] SOUTO, R.Q; LEITE, C.C.S.; FRANÇA ISX, CAVALCANTI AL. Violência sexual contra mulheres portadoras de necessidades especiais: perfil da vítima e do agressor. **Cogitare Enferm**; v. 17, n.1, 2012, p. 72-77

[26] CISA. Relatório global sobre álcool e saúde – 2018. Disponível em: http://www.cisa.org.br/artigo/10049/relatorio-global-sobre-alcool-saude-2018.php. Acesso em: 10 dez 2019

[27] MALBERGIER, A.; CARDOSO L. R. D.; AMARAL, R. A. Uso de substâncias na adolescência e problemas familiares. **Cadernos de Saúde Pública**, v. 28, n. 4, 2012, p. 678-688

[28] MONTEIRO, M.G. Políticas públicas para a prevenção dos danos relacionados ao consumo de álcool. **Epidemiol Serv Saúde**, Brasília, v. 25, n. 1, p. 171-174, 2016

[29] JORGE, K. O.; PAIVA, P. C. P.; FERREIRA, E. F.; VALE, M. P. D.; KAWACHI. I.; ZARZAR, P. M. Alcohol intake among adolescent students and association with social capital and socioeconomic status. **Cien Saude Colet**, v. 23, n. 3, 2018, p. 741-750

[30] MORAES, E.; CAMPOS, G. M.; FIGLIE, N. B; LARANJEIRA, R. R.; FERRAZ, M. B. Conceitos introdutórios de economia da saúde e o impacto social do abuso de álcool. **Revista Brasileira de Psiquiatria**, v. 28, n. 4, p. 321-325, 2006

[31] BELLEN, H. M.V. Indicadores de sustentabilidade: um levantamento dos principais sistemas de avaliação. **Cad. EBAPE.BR**, v. 2, n. 1, p.1-14, mar. 2004

[32] ROMEIRO, A.R. **Desenvolvimento sustentável: uma perspectiva econômico-ecológica.** Estud. Avançados**, v.** 26, n.74, São Paulo, 2012

[33] MUCHAGATA, M.; CAMPOS, B.P.C. Direitos humanos e meio ambiente: avanços e contradições do modelo de desenvolvimento sustentável brasileiro e a agenda internacional. *In*: TRINDADE, A.A.C.; LEAL, C.B.(Org.). **Direitos Ambiente e Humanos**. Fortaleza: Expressão Gráfica e Editora, 2017. 356 p

[34] COMISSÃO MUNDIAL SOBRE O MEIO AMBIENTE E DESENVOLVIMENTO. **Nosso Futuro Comum**. 2 ed. Rio de Janeiro: Editora da Fundação Getúlio Vargas – FGV, 1991, p. 46

[35] MIRANDA, R.A. Sustentabilidade e Desenvolvimento Regional Sustentável no Brasil: Casos de sucesso. 2018. (Dissertação de mestrado em economia e gestão do ambiente). Faculdade de economia, Universidade do Porto, 2018

[36] SOUZA, M.C. da S.A. de; GARCIA, R.S.. Sustentabilidade e desenvolvimento sustentável: desdobramentos e desafios pós-relatório Brundtland. *In*: SOUZA, M.C. da S.A. de; ARMADA, C.A. (Org.). **Sustentabilidade meio ambiente e sociedade** [recurso eletrônico]: reflexões e perspectivas, volume II. Florianópolis, SC : Empório do Direito, 2016

[37] PLATAFORMA AGENDA 2030. **A Agenda 2030 para o desenvolvimento**. Disponível em: http://www.agenda2030.org.br/sobre/. Acesso em: 10 dez 2019

[38] ONU (a). Transformando Nosso Mundo**: A Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável. 2015.** Disponível em: https://nacoesunidas.org/pos2015/agenda2030/2/. Acesso em: 10 dez 2019

[39] ONU (b). Cúpula das Nações Unidas sobre o Desenvolvimento Sustentável. 2015. Disponível em: https://nacoesunidas.org/pos2015/cupula. Acesso em: 10 dez 2019

[40] OPAS/OMS/BRASIL. Objetivos de Desenvolvimento Sustentável. Disponível em: https://www.paho.org/bra/index.php?option=com_content&view=article&id=5849:objetivos-de-desenvolvimento-sustentavel&Itemid=875

[41] ONUBR. **Documentos temáticos** - Objetivos de Desenvolvimento Sustentável 1 · 2 · 3 · 5 · 9 · 14. Brasília: ONUBR, 2017

[42] ITAMARATY. Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável. Disponível em: http://www.itamaraty.gov.br/pt-BR/politica-externa/desenvolvimento-sustentavel-e-meio-ambiente/135-agenda-de-desenvolvimento-pos-2015. Acesso em: 13 dez 2019

[43] OMS. ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. **Estrategia mundial para reducir el uso nocivo del alcohol**. Ginebra: Organización Mundial de la Salud, 2010

[44] BRASIL. **Histórico ODM**. Disponível em http://www4.planalto.gov.br/ods/assuntos/copy_of_historico-odm. Acesso em: 10 dez 2019

[45] BARROS, A.J.P.; LEHFELD, N. A.S. **Fundamentos de metodologia científica**: um guia para a iniciação científica. 2ª ed. São Paulo: Makron Books, 2000

[46] PRESTES, M.L. M. **A pesquisa e a construção do conhecimento científico**: do planejamento aos textos da escola à academia. 3ª ed. São Paulo: Ed. Rêspel, 2005

[47] HAIR, J. F. et al. **Análise multivariada de dados**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005. 730 p

[48] SANTANA, A. C. de. **Métodos quantitativos em economia**: elementos e aplicações. Belém: UFRA, 2005a

[49] SANTANA, F.R.C. **Elementos de economia, agronegócio e desenvolvimento local**. Belém: GTZ; TUD; UFRA, 2005b

[50] CAVALCANTE, F.R.C. **Análise da desigualdade regional no estado de Rondônia à luz da teoria institucionalista de Douglass North**. 2011. Tese (Doutorado em Desenvolvimento Sustentável do Trópico Úmido). Núcleo de Altos Estudos Amazônicos, Universidade Federal do Pará, 2011.

ARTE E PROGRAMAÇÃO COMO INTERCESSORAS DA MATEMÁTICA

Data de aceite: 02/09/2024

Cristina Lúcia Dias Vaz
Professora associada da Universidade Federal do Pará; Doutora em Matemática Aplicada
http://lattes.cnpq.br/5829728118120411

Edilson dos Passos Neri Junior
Professor da Escola de Aplicação da Universidade Federal do Pará; Doutor em Educação Matemática
http://lattes.cnpq.br/5917661277687347

Franco de Miranda Sério Neto
Professor do Sistema de Aprendizagem Comercial-Pa; Mestre em Ensino
http://lattes.cnpq.br/4524111329328430

RESUMO: Neste artigo apresentaremos um mapa móvel e rizomático de uma pesquisa em andamento cujo objetivo principal é investigar e experimentar as potencialidades do código de programação como ferramentas de expressão e criação para promover uma aprendizagem criativa em matemática. Trata-se de um estudo teórico, prático e experimental sobre programação criativa aplicada em padrões matemáticos com potencial artístico como, por exemplo, padrão azulejar, mosaicos e padrões fractais. Tem como referenciais teóricos as concepções de criatividade de Winnicott (2011) e da artista Fayga Ostrower (2014), o significado de aprendizagem defendido por Paulo Freire (2011), o sentido de experiência proposto por Larrosa (2016), o conceito de interdisciplinaridade proposto por Fazenda (1994), sempre em confluência com a filosofia da Diferença de Deleuze (2006). É uma pesquisa cartográfica que mapeia processos, experiências, encontros, afetos, atravessamentos nos territórios da matemática, arte e programação na busca por conexões interdisciplinares e por uma aprendizagem criativa. Apresentaremos o conceito de aprendizagem criativa e a concepção da linguagem pictórica e da arte codificada como intercessoras da matemática, conceitos que atravessaram todos os processos matemáticos e computacionais da pesquisa. Como exercícios de criatividade e experiência, apresentaremos as cartografias produzidas durante a pesquisa, além do produto educacional intitulado “A arte de programar”

PALAVRAS-CHAVE: Programação criativa; Matemática e Arte; Método da cartografia

ART AND PROGRAMMING AS INTERCESSORS OF MATHEMATICS

ABSTRACT: This article presents a mobile and rhizomatic map of ongoing research whose main objective is to investigate and experiment with the potential of programming code as expression and creation tools to promote creative learning in mathematics. This is a theoretical, practical and experimental study on creative programming applied to mathematical patterns with artistic potential, such as tile patterns, mosaics and fractal patterns. Its theoretical references are the conceptions of creativity by Winnicott (2011) and the artist Fayga Ostrower (2014), the meaning of learning defended by Paulo Freire (2011), the sense of experience proposed by Larrosa (2016), the concept of interdisciplinarity proposed by Fazenda (1994), always in confluence with Deleuze's philosophy of Difference (2006). It is a cartographic research that maps processes, experiences, meetings, affections, crossings in the territories of mathematics, art and programming in the search for interdisciplinary connections and creative learning. We will present the concept of creative learning and the conception of pictorial language and codified art as intercessors of mathematics, concepts that cross all mathematical and computational processes. As exercises in creativity and experience, we will present the cartographies produced during the research, in addition to the educational product entitled "The art of programming"
KEYWORDS: Creative programming; Mathematics and Art; Cartography method

INTRODUÇÃO

A inserção de algoritmos computacionais no universo das artes visuais iniciou-se com os gráficos programados e exibidos pelos matemáticos Georg Nees e Frider Nake na Alemanha em 1965, pelo engenheiro Michael Noll nos EUA em 1962 e por Hiroshi Kawano no Japão em1964. As obras de George Nees, Frider Nake e Kawano tiveram influência direta da teoria da *Estética da Informação*, elaborada de Max Bense e Abraham Moles (Arantes, 2005). Em termos gerais, esta teoria entende que toda expressão artística é um fenômeno de comunicação e que a mensagem propagada pelas obras pode ser quantificada ou analisada

Neste contexto, o uso do computador e de algoritmos matemáticos potencializa a criação artística no sentido que permite a simulação de um conjunto organizado de signos e amplia o campo de possibilidades artísticas. No Brasil, a arte computacional foi introduzida pelo artista Waldemar Cordeiro, que foi influenciado pelo concretismo de Max Bill e pelo movimento da Poesia Concreta brasileira de Augusto e Haroldo de Campos. Cordeiro integrou o Grupo Ruptura junto de Geraldo de Barros e Lothar Charoux. Em 1968, em parceria com físico Giorgio Moscati, nos laboratórios da USP e posteriormente com uma equipe de programadores da Unicamp, Waldemar Cordeiro começou a sua pesquisa no campo da arte computacional, dando início as suas criações pioneira nesta área. Isso culminou na exposição Arteônica em São Paulo em 1971, que mostrou o estado da arte no campo da estética da informação e deu a Waldemar Cordeiro o reconhecimento como o pioneiro das artes digitais no Brasil (Machado, 2015)

Neste artigo apresentamos um recorte, um mapa móvel e rizomático, da pesquisa em andamento intitulada “*Padrões fractais na arte: pesquisa e experimentação em matemática computacional criativa”*. Um mapa que explora entrelaçamentos, encontros e atravessamentos nos territórios da matemática, arte e programação, tendo como suporte teórico as concepções de criatividade do psicanalista Donald Winnicott (2011) e da artista Fayga Ostrower (2014), o significado de aprendizagem defendido por Paulo Freire (1996, 2011), o sentido de experiência proposto por Larrosa (2016) e o conceito de interdisciplinaridade defendido por Fazenda (1994), sempre em constante confluência com a filosofia da Diferença de Gilles Deleuze (2006). Entendendo a “matemática computacional criativa” (Creative Coding) como a aplicação de padrões matemáticos e de uma linguagem computacional com potencialidades artísticas para estimular processos criativos através de produções digitais, acreditamos que este seja um caminho promissor para potencializar um pensamento matemático inovador, que estimule a criatividade e promova a interdisciplinaridade. Assim, pretendemos mapear e experimentar as potencialidades de código de programação como ferramenta de expressão e criação para promover uma aprendizagem criativa em Matemática. Por esta razão, escolhemos como método de pesquisa, o método da cartografia (Passos; Kastrup: Escóssia, 2012), pois este método prioriza os processos e percursos dando ênfase aos aspectos subjetivos em vez de resultados ou conclusões definitivas. O método da cartografia propõe experimentar o próprio processo de pesquisa, envolvendo o pesquisador nas etapas, acertos, erros e desvios de caminho, quando necessário, mas sem se afastar do território de pesquisa. Trata-se de um estudo teórico, prático e experimental sobre programação criativa aplicada em padrões matemáticos com potencial artístico como, por exemplo, padrão azulejar, mosaicos e padrões fractais. Neste contexto, busca-se resposta para a seguinte pergunta: Quais processos e produtos da arte computacional produzida por padrões matemáticos podem promover uma aprendizagem criativa em Matemática?

Aqui, apresentaremos um mapa formado pelas linhas, potências, afectos e encontros que envolveram os territórios da pesquisa e que permitiram compor duas principais cartografias: *um encontro* e *um produto*. *Encontro* compreendido de forma bem ampla, no sentido da experiência larroseana (Larrosa, 2011), encontro que pode acontecer com pessoas, com leituras, com filmes, com músicas, com poemas, etc. Neste contexto, a narrativa poética intitulada **Aprender com o mar** é a cartografia de uma experiência de leitura provocada pelos textos de Gallo (2016, 2017) sobre Deleuze, as ideias de Deleuze sobre aprender, a escrita poética e as vivências com o mar da pesquisadora Cristina. A cartografia da exposição intitulada ***Diversidade codificada*** é um exercício de criatividade e experiência. Exercício de criatividade porque são releituras da obra “a mulher que não é BB” do artista Waldemar Cordeiro (Machado, 2015), que usam o código como linguagem de expressão e contam a história de mulheres que aceitaram e ressignificaram a sua diversidade. Exercício de experiência porque a história de cada uma destas mulheres, aliada a música e a poesia, tem o potencial de tocar e atravessar o coração daquele/a que se permitir navegar pelo universo destas incríveis mulheres

O método da cartografia

Para cartografar os primeiros movimentos da pesquisa, investigamos o conceito de aprendizagem criativa e a concepção da linguagem pictórica e da programação como intercessoras da matemática, conceitos que atravessaram todos os processos matemáticos e computacionais da pesquisa. Além disso, como pretendemos mapear também subjetividades, o método da cartografia apresenta-se como a metodologia adequada para construção de conhecimento a partir dos territórios da matemática, arte e programação e dos movimentos da aprendizagem criativa, numa perspectiva de criar e fazer. Deste modo, é na postura dos pesquisadores frente a investigação que percebe-se o uso deste método. Como orientação dos múltiplos meios de pesquisar, Passos, Kastrup e Escóssia (2012) propuseram oito pistas cartográficas, que são como bússolas que norteiam os percursos do/a pesquisador/a-cartógrafo/a. Aqui, nos apropriamos dos pressupostos de quatro pistas, para compor os percursos da pesquisa: (i) pesquisa-intervenção; ((ii) atenção do cartografo; (iii) acompanhar processos e (iv) política de narrativa. Em linhas gerais, a pista (i) aponta o estilo da pesquisa, que envolve a experiência e a intervenção. A pista (ii) é o exercício do que Kastrup (2007) designa como uma “atenção à espreita”, um exercício de pesquisa atencional direcionado nos territórios da pesquisa. A pista (iii) destaca que a cartografia busca, em diferentes territórios, as singularidades para compor um desenho e não pretende construir um mapa que sirva de guia, apesar de traçar caminhos e pontes, mas busca perceber as dinâmicas, as relações, as conexões, os fluxos e as intensidades que envolvem o objeto da pesquisa, os territórios e os pesquisadores. Por fim, a pista (iv) trata da narrativa, que busca descrever a experiência vivenciada por meio da criatividade e afetividade, para criar “encontros” que facilitam o entendimento e a divulgação da pesquisa (Passos; Kastrup: Escóssia, 2012, p. 73)

> Toda experiência cartográfica acompanha processos, mais do que representa estados de coisa; intervém na realidade, mais do que a interpreta; monta dispositivos, mais do que atribui a eles qualquer natureza; dissolve o ponto de vista dos observadores, mais do que centraliza o conhecimento em uma perspectiva identitária e pessoal. O método da cartografia implica também a aposta ético-política em um modo de dizer que expresse processos de mudança de si e do mundo (Passos: Kastrup; Escóssia, 2015, p. 170)

Ao adentrar os territórios escolhidos, tendo como orientação estas quatros pistas, foram traçadas cartografias dos processos oriundos dos exercícios de criatividade, das experiências, das reflexões, das leituras, dos encontros e dos atravessamentos. O sentido destas cartografias ou mapas aproximam-se da perspectiva do filósofo francês Gilles Deleuze sobre mapa móvel e rizomático

O rizoma, que originalmente é um conceito da biologia, e fala das raízes que se interligam sem um ponto de convergência centralizador, surgiu na filosofia através da apropriação feita por Gilles Deleuze e Félix Guattari na obra *Mil platôs* (2002). Usando este conceito, Deleuze e Guattari, refletiram sobre a necessidade de se pensar o mundo como uma rede de agenciamentos coletivos e não mais como estrutura centralizadora e binária que a metáfora da árvore havia incorporado ao pensamento e a história do Ocidente. O modelo do rizoma é um modelo de desconstrução do pensamento, que pode ser aplicado a qualquer reflexão intelectual que queira se aproximar da natureza das coisas, das imagens, do pensamento e do funcionamento do mundo. Para Deleuze,

> "O mapa é aberto, é conectável em todas as suas dimensões, desmontável, reversível, suscetível de receber modificações constantemente. Ele pode ser rasgado, revertido, adaptar-se a montagens de qualquer natureza, ser preparado por um indivíduo, um grupo, uma formação social. Pode-se desenhá-lo numa parede, concebê-lo como obra de arte, construí-lo como uma ação política ou como uma meditação." (Deleuze e Guattari, 2002, p.42)

Aqui, buscamos traçar mapas ou cartografias móveis e rizomáticas que privilegiassem a criatividade, a experiência e a interdisciplinaridade nos territórios da matemática, arte e programação visando promover uma aprendizagem criativa sobre padrões matemáticos e possibilitando, assim, diferentes olhares sobre os padrões e a codificação destes padrões. Mapas com múltiplas entradas, com conexões interligadas, sempre incompletos e que foram se construindo nos trajetos da pesquisa. Neste sentido, a nossa postura como pesquisadores-cartógrafos aproxima-se do espirito aventureiro dos antigos navegadores que ousaram explorar novos mundo criando e recriando cartas de marear. Os formatos destes mapas podem ser os mais variados, aqui apresentamos uma narrativa poética e uma exposição digital

APRENDIZAGEM CRIATIVA E OS INTERCESSORES DA MATEMÁTICA

Em seu artigo "As múltiplas dimensões do aprender", Gallo (2017) provoca alguns estranhamentos quando pergunta: como podemos aprender aquilo que ninguém quis nos ensinar? Ou quando aponta para um processo de aprendizagem sem a orientação ou condução de um outro. Gallo busca na filosofia da diferença de Deleuze outras dimensões para o aprender. Para Deleuze, aprender é um "encontro com signos", note que o filósofo retira a ênfase da emissão dos signos (o ensinar) para colocá-la no encontro com os signos (o aprender), não importa por quem ou pelo que eles tenham sido emitidos. Com estas indagações, Gallo abre a possibilidade de que a aprendizagem ocorra no "obscuro", algo que não temos consciência imediata e que depois passa a fazer sentido. É um processo de descoberta daquilo que se aprendeu, que se construiu

Em *Diferença e Repetição* (2006), no capítulo “A imagem do pensamento”, Deleuze defende a tese de que o pensamento não é “natural” no ser humano, mas que é forçado sempre por um problema. Ele entende que um problema não se esgota com a solução. Um verdadeiro problema pode permanecer sem solução, porque prescinde dela e constitui a própria gênese do conhecimento, e não a ausência dele. O problema é da ordem do acontecimento. Pensamos quando nos encontramos com um problema, com algo que nos força a pensar. E aprendemos quando pensamos. O aprender é, pois, um acontecimento da ordem do problemático. E é essa noção de problema que faz Deleuze defender a noção de um aprender que não é recognição, mas criação de algo novo, um acontecimento singular no pensamento (Gallo, 2017)

> Nunca aprendemos alguma coisa nos dicionários que nossos professores e nossos pais nos emprestam. O signo implica em si a heterogeneidade como relação. Nunca se aprende fazendo como alguém, mas fazendo com alguém, que não tem relação de semelhança com o que se aprende (Deleuze, 2003, p. 21)

A abordagem deleuziana aproxima-se das ideias de Paulo Freire (2011) quando este afirma que ninguém ensina nada a ninguém em um movimento de transferência, mas em um processo que oferecer condições para uma produção própria, que se origina no aprendiz, na bagagem que este carrega consigo, em seu repertório. Trata-se do entendimento do processo de aprender como um esforço pessoal (esforço pessoal autêntico) que se torna efetivo (ou significativo) a partir do momento em que o aprendizado se constrói com base na experiência de vida do aprendiz, acionando elementos de seu cotidiano e de suas vivências

Outro aspecto que Gallo destaca nesta “quase-teoria do aprender” é a afirmação de que aprender é fazer com o outro, não fazer como, imitar o outro. Deleuze afirma que “nada aprendemos com aquele que nos diz: faça como eu. Nossos únicos mestres são aqueles que nos dizem “faça comigo” e que, em vez de nos propor repetições, sabem emitir signos a serem desenvolvidos no heterogêneo (Deleuze, 2006, p. 48). Um exemplo dado por Deleuze para ilustrar este conceito é particularmente significativo para a pesquisadora Cristina, pois trata-se do exemplo de “aprender a nadar”. Processo significativo na vida de Cristina pelo envolvimento emocional e fonte de crescimento e amadurecimento como pessoa com deficiência, gerador de potências e afectos. Este exemplo não é apenas esclarecedor e significativo para ela como pesquisadora, mas é exemplo de um acontecimento, de um encontro, de uma experiência de aprendizagem (Larrosa, 2016, p.25) em sua vida. Por isto, este exemplo traz mais do que clareza, traz memória, (re)significado e afecto. Deleuze, exemplifica: o que significa aprender a nadar? Aprende-se a nadar quando o corpo do aprendiz entra em sintonia com os signos da água. De nada adianta “fazer como” um instrutor, um professor de natação; é perfeitamente possível saber representar e reproduzir todos os gestos de um nadador e não saber nadar. Se o aprendiz não se lançar à água, se misturar com ela, se deixar levra por ela para, no próprio movimento, ser capaz de entrar em sintonia com a água, ele não terá aprendido. Um aprendiz aprende a nadar fazendo com, fazendo junto com o professor, não apenas fazendo como ele, o imitando. Este exemplo de Deleuze mistura-se as vivências de Cristina e provoca nela um estranhamento, pois nadar é algo que lhe comove e afeta. Em sua vida, nadar foi um acontecimento com muitos significados. O que ela aprendeu além das técnicas e das flutuações? Como as ideias de Deleuze atravessam a sua memória e trazem à tona o seu encontro com o mar? O seu nadar no mar? Ela, com uma perna mais fina, com força limitada e movimentos vacilantes? Ela que gosta especialmente de nadar no mar, descreve, na cartografia abaixo, a sua experiência, o seu encontro com a mar

Aprender com o mar

O mar que me encanta com seus mistérios. Saudade de ouvir a sua canção. Sentir o seu cheiro. De entrar no mar. Sentir a sua força batendo no meu peito. De me entregar a este encontro como uma amante: trêmula e cheia de urgências. Sentir o sal roçando a pele. Provar o gosto. Adentrar seus mistérios a cada onda que me toma por inteira indo e vindo num frenético ritmo. Ser atravessada por aquela vastidão. Sentir-me ínfima, pequena. Ponto no universo. Deixar-me banhar de sal. De sol. Purificar-me por fora e por dentro. Nadar com braçadas firmes, vencendo o medo e adentrar cada vez mais as águas salgadas que me puxam, me chamam, me querem. Me entregar ao movimento das ondas. Que arrebentam com força e violentamente. Sentir o vento. Mergulhar por dentro de cada uma delas. E sentir sua força passar pelo meu corpo como uma carícia. Mergulhar. Abrir os olhos e sentir a ardência. Ficar submersa até não aguentar mais. Respirar. Boiar olhando o céu, sentindo aquele cheiro de maresia estonteante. Ser tomada pelo intenso azul do firmamento. E ficar entre o céu e mar num breve momento. Ouvir o silêncio. Cheio de sons marinhos. Ficar à deriva de mim mesma. Náufraga. Esquecida do mundo. Entregue ao mar. Ao firmamento. Deixar que o mar me leve. Sem rotas, solta. Deixar que me embale. Deixar que me abrace. Depois voltar a praia vencendo a sua resistência que ora me expulsa, ora me quer de volta. E na areia, brilhando de água, sal e sol, saber que aprendi algo que jamais esquecerei. E que também algo de mim ficou naquelas águas. Algo que retorna em cada saudade. Algo que não se pode explicar. Um pacto. Um batismo. Um segredo meu e do mar.

Neste encontro, Cristina nadou *com o mar*, seu mestre. Com ele aprendeu amar os mistérios das águas salgadas e se entregar a um nadar, que ora é medo ora é afeto. Uma troca, uma partilha, um envolvimento

O exemplo do aprender a nadar permite a Deleuze afirmar que “toda educação [é] alguma coisa amorosa, mas também mortal” (2006, p. 48); não se aprende a nadar a não ser desenvolvendo um amor pela água, mas este amor é, ao mesmo tempo, um constante risco de morte. E, segundo o filósofo, isso se estende para qualquer processo educativo. Sendo o aprender um acontecimento, ele demanda presença, demanda que o aprendiz nele se coloque por inteiro. E exige relação com o outro e com o mundo. Entrar em contato, em sintonia com os signos é relacionar-se, deixar-se afetar por eles, na mesma medida em que os afeta e produz outras afecções (Gallo, 2017). Para Deleuze, a afecção é o estado de um corpo quando ele sofre a ação de outros corpos. O conceito de corpo é pensado sem levar em conta a linguagem do ser, ou seja, não se define um corpo pela espécie a qual ele pertence, mas pelos afectos de que é capaz: definir cada planta, cada animal, cada homem e cada mulher de uma forma diferente, forma particular, de acordo com o que eles são capazes, ou seja, de acordo com sua potência. A "potência" não significa aqui o que um indivíduo poderia potencialmente fazer pelo fato de pertencer a uma espécie específica, mas "potência" significa o que esse indivíduo realmente pode e o que ele realmente pode é o que ele faz. Considere, por exemplo, uma mariposa. Uma mariposa é afetada pela luz e, portanto, voa em torno da luz; o perfume das flores afeta as mariposas, por isso elas espalham pólen; a mariposa é afetada pelo vento, pois quando ele sopra na sua face ela aumenta a velocidade e voa baixo, perto do chão. Deste modo, as mariposas são afetadas pela luz, pelo cheiro e pelo vento e estes efeitos conceituam o que seja uma mariposa. Assim, quando vamos conceituar uma certa mariposa, isto dependerá dos seus encontros com a luz, com o cheiro das flores e com o ambiente. E a vida desta mariposa será o conjunto de afectos que foi capaz de realizar, ou seja, sua potência não é o que poderia ter feito, mas o que realmente fez. Esta é a essência da mariposa

Influenciado por conceitos que vêm do mundo animal e vegetal, Deleuze usou a palavra "território" para se referir a potência particular de cada indivíduo. Trata-se do espaço que um corpo vivo ocupa por meio das ações de que é capaz. Todos os seres têm um território que não é delimitado por contornos fixos, mas está em movimento contínuo porque é determinado pela força vital de cada um. Se um corpo se define pelos afectos que é capaz, pelo grau de sua potência, pelos limites móveis de seu território, então não podemos saber o que pode um corpo antes da experiência acontecer. Claro que existem alguns encontros que podemos dizer com alguma segurança que serão fatais (a ingestão de certas substâncias, a colisão com certos corpos), mas para o resto das possibilidades que o acaso nos oferece, não podemos saber o que vai acontecer. Nossa única orientação deve ser a preparação para a experimentação. E essa preparação consiste em não ser imitativo, em não julgar, em não interpretar por meio das categorias gerais do que é bom ou mau; ou seja, trata-se de não reduzir a experiência ao que nos é socialmente dado como já conhecido. Como não sabemos o que nosso corpo pode fazer, o que o afeta, até onde pode chegar o nosso território, devemos experimentar. Deste modo, nossos afectos nos compõem, dizem quem somos e expandem nosso território. É a nossa potência, o que realmente podemos fazer e fazemos. Cristina, um mulher com limitações físicas, foi afetada pela força do mar, por isso nadou com braçadas mais fortes e isto à compõe, é a sua potência e alarga o seu território porque se entregou à experiência de nadar no e com o mar. Neste sentido, percebemos fortes aproximações entre Deleuze e Jorge Larrosa, quando Larrosa propõe outra dimensão para a palavra "experiência" (2016, p. 20). Para o pedagogo, experiência não é informação. Ler um livro, assistir uma aula ou fazer uma viagem nos traz muita informação e com certeza aprendemos muitas coisas, mas pode ser que depois de tudo isto, nada nos aconteça, nada nos toque, nada nos transforme. Experiência não é "dar uma opinião'. Estamos submetidos ao modelo cuja finalidade é primeiro informar e depois dar uma opinião própria e crítica. Assim, aprender torna-se opinar e este opinar, na maioria das vezes, se reduz em estar a favor ou contra. Isso impossibilita a experiência. Outra coisa, é o tempo. Para termos uma experiência precisamos de tempo. No mundo atual, tudo acontece tão rápido que não há tempo de conexões significativas entre acontecimentos se formarem. Por isto, a velocidade, a falta de memória e falta de silêncio matam a possibilidade de experiência. Outro fator que impede a experiência é o excesso de trabalho. Além de bem informados, de sabermos opinar, de estarmos constantemente agitados e em movimento, trabalhamos muito. Nossa relação com os acontecimentos é uma relação de ação. Sempre queremos fazer algo, produzir algo. Queremos mudar as coisas. E porque estamos sempre em atividade nada nos acontece, nos toca, nos transforma

Aprender é permitir-se ter uma experiência, consigo e com o outro. Buscar os signos do processo através de um protagonismo singular e envolvente. Não apenas "lançar-se na água", mas ser sensível ao que acontece, deixar que afete, que fique uma marca, que aconteça, que transforme. Dar tempo para que algo aconteça ou que algo toque. Estar aberto ao que acontece. "Escutar aos outros, cultivar a arte do encontro, calar muito, ter paciência e dar-se tempo e espaço" (Larrosa, 2016)

Deleuze afirma que no aprender é preciso estar sensível ao que se passa, ser tocado pelos signos, para que o aprender aconteça (Deleuze, 2006 p.48). Um aprender que evoca a sensibilidade e a criatividade. Sensibilidade e criatividade que aqui buscaremos nos ensinamentos do psicanalista inglês Donald Winnicott e da artista Fayga Ostrower. Para Winnicott (2011), a ação criativa depende do desenvolvimento emocional e de relações afetivas com o ambiente, relações que favoreçam uma boa construção do self, possibilitando uma liberdade criativa. Nesta perspectiva, o desenvolvimento pessoal e o amadurecimento desempenham um papel importante no processo criativo e "seja qual for a definição a que cheguemos, ela deve incluir a ideia que a vida vale a pena (ou não), ser vivida, a ponto de a criatividade ser (ou não) uma parte da experiência de vida de cada um" (Winnicott, 2011, p.26)

Deste modo, a criatividade para Winnicott se relaciona à capacidade de viver a vida de forma plena e satisfatória e está apoiada numa noção existencial (não existencialista) e para ele, criativo é aquele que desfruta da experiência de estar vivo. Notemos que, a visão de Winnicott sobre a criatividade transfere o foco do processo criativo, talento ou produto artístico, para o viver, ou melhor, para o fundamento da existência e, nesse sentido, criatividade é algo que dá colorido à vida, algo que promove um viver próprio e singular e permite entendermos que a vida vale a pena ser vivida

Para Ostrower (2014), a criatividade é um potencial que devemos realizar como pessoa, buscando nos encontros com a vida, nas experiências concretas e nas conquistas da maturidade seus contornos e suas inspirações e os processos oriundos deste potencial estão intimamente interligados a sensibilidade de cada um. Sensibilidade compreendida como uma abertura constante ao mundo e que nos liga de modo imediato ao que acontece em torno de nós por ser a porta de entrada das nossas sensações (Ostrower, 2014)

Notemos os entrelaçamentos entre as abordagens de Winnicott e Ostrower sobre criatividade, ambas permitem entendermos a criatividade como um modo de viver que cria ou recria o mundo com toque pessoal e único. É um (re)aprender criativo, uma ação de (re) construir a realidade de um modo próprio e singular. Um conceito que se interliga com o significado de aprendizagem defendido por Paulo Freire (2011) e as ideias sobre aprender de Deleuze. Nestas perspectivas, aprender é sempre encontrar-se com o outro, com o diferente, a invenção de novas possibilidades. Há no aprender criação e sensibilidade, geração de diferenças, de possibilidades sempre novas que se abrem para cada um. Deste modo, nossa criatividade e aprendizagem precisam se interligar aos encontros que nos desafiam e também a nossa potência para provocar ações de criação próprias e singulares. Encontros e atravessamentos cujos afectos são gerados por *intercessores*. Sobre os intercessores, Deleuze nos diz:

> O essencial são os intercessores. A criação é os intercessores. Sem eles, não há obra. Podem ser pessoas – para um filósofo, artistas ou cientistas; para um cientista, filósofos ou artistas - mas também coisas, plantas e até animais [...] é necessário fabricar os seus intercessores (Deleuze, 2010b, p. 171)

No contexto da aprendizagem criativa, os intercessores impulsionam e provocam o deslocamento das ações e posturas durante o processo de aprendizagem e permitem a invenção e o novo. A busca por intercessores em diferentes áreas do conhecimento provoca, além da criação, experiências interdisciplinares. Interdisciplinaridade entendida como uma postura, uma atitude, um modo de pensar que permite a construção de conhecimento de forma transversal e colaborativa. “A real interdisciplinaridade é antes uma questão de atitude. Supõe uma postura única diante dos fatos a serem analisados, mas não significa que pretenda impor-se, desprezando suas particularidades” (Fazenda, 1994). Nesta pesquisa, buscamos na arte, em particular na linguagem pictórica e na programação intercessores da matemática (padrões matemáticos), ou seja, “o fora” da matemática com quem ela estará em constante movimento, relação, interação, intersecção e transversalidade e que possibilitam mobilizar e deslocar olhares, processos e produtos sobre padrões matemáticos

Para Deleuze (2013a), intercessores são “como uma espécie de linhas melódicas estrangeiras umas às outras e que não cessam de interferir entre si”. A linguagem pictórica é nossa intercessora para “tomar a arte como potência mobilizadora do pensamento científico” (Oliveira, 2019, p.34), sobretudo do pensamento matemático e computacional sobre padrões. A arte como intercessora mobiliza uma perspectiva libertadora das amarras que controlam nossa maneira de pensar e codificar padrões matemáticos, amarras que podem limitar a nossa potência em gerar nossos próprios padrões usando ferramentas tecnológicas

Intercessores nunca seguem ou são seguidos, funcionam como aliados aos estranhamentos das "coisas ditas usuais" e é assim que produzem um "entre" no qual se dá a criação (Oliveira, 2019). Ao escolher obras de arte, padrões matemáticos e programação científica como intercessoras um do outro, estamos permitindo possibilidades de criação no "entre" destes três territórios como exercício do que entendemos ser uma "experiência interdisciplinar" em matemática computacional criativa. O que nos interessa são as conexões e as ressonâncias entre padrões matemáticos, linguagem pictórica e programação científica a partir da perspectiva de processos e produtos que exercitem a criatividade, o protagonismo, a interdisciplinaridade e a experiência e é neste sentido que um é intercessor do outro no processo de aprendizagem. Deste modo, o que se pretende é, a partir da arte, criar fissuras, rachaduras e ruídos na matemática computacional através do movimento de (re)pensar ideias e processos que envolvam padrões matemáticos, explorando a linguagens pictórica e de programação como linguagens abertas que agregam diversas conexões e ressonâncias, indo além da representação, e também compreender que a matemática é uma linguagem aberta a outras relações, a outras interações, num movimento de devir, sempre caracterizado pela multiplicidade (Oliveira, 2019, p. 42)

No contexto da filosofia da diferença, cada sujeito quando afetado pela arte é desafiado a buscar outros sentidos nas coisas. "o desafio que nos coloca uma filosofia da diferença tal como pensada por Deleuze é o de investir no pensamento criativo em educação, para além de totalizações, seja da teoria, seja da prática" (Gallo, 2016, p. 62). Ou seja, construir experiências novas de ação e pensamento, criando práticas que tornem o aprendiz o protagonista da sua aprendizagem num processo de criar e recriar conhecimento de forma própria e singular

EXERCÍCIOS DE CRIATIVIDADE E EXPERIÊNCIA

Como exercício de criatividade e experiência, apresentamos o site "A arte de programar" cujo objetivo principal é provocar uma experiência de aprendizagem criativa em matemática computacional através da interação com releituras de obras de artistas que usam a matemática e o computador como ferramentas de expressão. O site é um produto educacional da tese de mestrado profissional intitulada *A arte de programar: um encontro criativo e inovador entre a programação científica e a arte computacional* (Sério Neto, 2022) e foi desenvolvido no formato de galeria de arte com conteúdo interativo e navegação 3D, para acesso em navegadores web. Para facilitar o acesso as galerias virtuais, recomenda-se o uso de uma versão atual do navegador Google Chrome ou Mozilla Firefox para computadores. Com um destes navegadores ao digitar o domínio http://www.matematicaearte.com/artedeprogramar, o visitante acessará a página inicial, que apresenta a proposta do site: um convite a contemplação e/ou interação com releituras de obras de arte. Espera-se que a galeria desperte a curiosidade do visitante e estimule o seu protagonismo. Após a apresentação inicial, tem-se três opções para a visitação de duas exposições intituladas **Diversidade codificada** e **Metamorfose,** respectivamente. O objetivo destas opções é disponibilizar aos visitantes três formas de navegação com a finalidade de evitar possíveis limitações da tecnologia. As opções são as seguintes: Galeria 1: Galeria virtual criada na plataforma Unity; Galeria 2: Galeria virtual criada na plataforma Artstep; Formato de carrossel de imagens

Figura 2: Galerias do site “A arte de programar”

Fonte: os autores

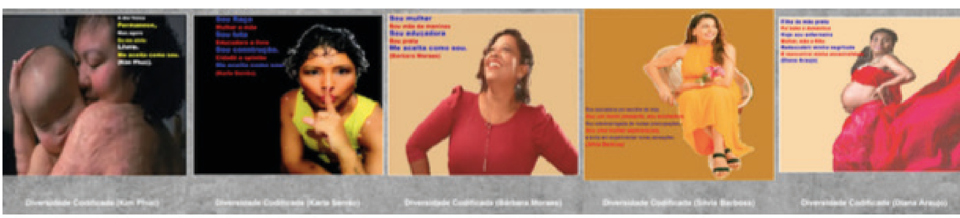


Figura 2: Formato carrossel - *Diversidade codificada*

Fonte: os autores

Na exposição ***Diversidade codificada*** apresentamos releituras digitais da obra “mulher que não é BB” de Waldemar Cordeiro[1], pioneiro da arte computacional no Brasil (Machado, 2015). Nesta obra, em parceria com o físico Giorgi Moscati, Cordeiro usou como processo de criação o princípio do sistema de pixelização, ou seja, fragmentar a imagem em várias unidades mínimas, associadas a números, letras, sinais ou outros elementos gráficos através de uma função matemática, neste caso a função derivada, com o objetivo de produzir transformações na imagem (Machado, 2015). A obra mostra a imagem de uma menina, vítima do bombardeio de napalm na Guerra do Vietnã, desintegrada em milhares de caracteres fazendo um paralelo as dores e destruição causadas por uma guerra. O título da obra faz alusão à Brigitte Bardot (BB), atriz muito famosa e ativista dos direitos dos animais. Ao apontar para o registro oposto, não da atriz estrangeira, mas a da mulher local, Cordeiro apresenta sua perspectiva crítica e social. Vale destacar que o artista inova em vários aspectos, especialmente quando recusa os temas conceituais, que caracterizavam as produções artísticas da época

1. https://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra64841/a-mulher-que-nao-e-bb

Inspirados nesta obra de Cordeiro, para compor as releituras digitais da exposição, realizamos uma curadoria educativa sobre a temática “mulher e diversidade” com objetivo de produzir animações com linguagens que dialogassem com a proposta do site e a história de cada mulher escolhida. Cada animação busca criar uma experiência entre o processo de ressignificação e aceitação de cada uma delas com a sua diversidade, interpretado na releitura pela recomposição dos fragmentos (pixels) da imagem em consonância com a música “De toda cor” de Renato Luciano[2]. Ao clicar na imagem, o visitante terá acesso aos códigos e sintaxe de programação, que foram gerados na plataforma p5.js (uma interpretação do programa Processing[3] para a web). O processo é interativo e permite ao visitante alterar a programação e, assim, criar uma nova animação

LINHAS, CONEXÕES E RIZOMA

Ao cartografar os encontros e as experiências nos territórios da matemática, arte e programação percebemos que, nesta etapa da pesquisa, a criatividade, sensibilidade, protagonismo, interdisciplinaridade e experiência são potências da aprendizagem criativa. Aquilo que comporá os afectos do aprendiz, seus encontros, seus atravessamentos. Aquilo que permitirá emergir, através dos intercessores escolhidos, a sua singularidade, a sua subjetividade, a sua sensibilidade num processo de aprendizagem transformador e que vale a pena ser vivido

Num cenário educacional, onde as mudanças tecnológicas são quase diárias e impactam de modo significativo nos processos de ensino e aprendizagem, o grande desafio é ajudar e estimular os diversos atores educacionais (professores, alunos, colaboradores, etc) a criarem coisas, montarem coisas, inventarem coisas ou planejarem o design de coisas. Acreditamos que promover o desenvolvimento destas habilidades estimulará a criatividade e a inovação no ensino e na aprendizagem em todos os níveis. Um caminho promissor é mesclar arte, matemática e programação permitindo que a interdisciplinaridade ajude a liberar o potencial de criação e inovação e possibilite uma aprendizagem ativa e significativa, em particular no contexto da Matemática. Além disso, a programação e a matemática (oculta e quase invisível), como linguagens de expressão, atuam também como potências para compor afectos e encontros, permitindo assim, pensar uma aprendizagem “rizomática” e múltipla capaz de captar a magia e o encantamento que nos fala Flusser (1985, p.85):

> Desde que os números foram transcodificados em cores, formas e tons, graças aos computadores, a beleza e a profundidade do cálculo tornaram-se perceptíveis aos sentidos. Pode-se ver nas telas dos computadores sua potência criativa, pode-se ouvi-la em forma de música sintetizada e futuramente talvez se possa, nos hologramas, tocá-la com as mãos. O que é fascinante no cálculo não é o fato de que ele constrói o mundo (o que a escrita também pode fazer), mas a sua capacidade de projetar, a partir de si mesmo, mundos perceptíveis aos sentidos

2. https://www.youtube.com/watch?v=FTU5NYUxZ14
3. https://processing.org/

Deste modo, a partir destes intercessores, buscamos criar fissuras, rachaduras e ruídos na matemática computacional, provocando um movimento do pensamento, sugerindo outras possibilidades, novos problemas, novas criações, gerando uma aprendizagem sob a perspectiva da criação, uma aprendizagem inovadora e imaginativa

REFERÊNCIAS

ARANTES, Priscila. Waldemar Cordeiro e a Arteônica: reescrituras da arte digital no Brasil e na América Latina. **MODOS revista de história da arte**. volume 5. número 2, 2021

DELEUZE, G. e GUATTARI, F. **Mil Plat**ôs: Capitalismo e Esquizofrenia (trad. Ana Lucia de Oliveira ... et al). São Paulo: Ed. 34, 2002

DELEUZE, G. **Proust e os Signos.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2003

DELEUZE, G. **Diferença e Repetição**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Graal, 2006

DELEUZE, G. Os intercessores. In: **Conversações** (1972-1990). Tradução Peter Pál Pelbart. 2. ed. São Paulo: 34, 2010b, p.155-172. (Coleção TRANS)

DELEUZE, G. **Conversações**. Traduzido por Peter Pál Pelbart. São Paulo: Editora 34, 3a Edição, 240p., 2013a

FAZENDA, I. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa**. Editora Papirus, 11ª edição. Campinas, São Paulo,1994

FREIRE, P. **Educação e mudança**. São Paulo: Paz e Terra, 2011

_______ **Pedagogia da autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 1996

FLUSSER, Vilém. **Filosofia da caixa preta**. São Paulo: Hucitec, 1985.

GALLO, S. **Deleuze & a educação**. 3ª edição; 1a reimpressão. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 104p., 2016

GALLO, S. Aprender em múltiplas dimensões. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10 n. 22. 2017.

KASTRUP, V. O funcionamento da atenção no trabalho do cartógrafo. **Psicologia & Sociedade** , 19 (1), 15-22, 2007

LARROSA, J. **Tremores: escritos sobre experiência**. Belo Horizonte: Autêntica, 2016

MACHADO, A. Waldemar Cordeiro: o brasileiro precursor da arte mediada por computadores. **Revista Ecos-Pós**, V. 18, Arte, Tecnologia e Mediação, 2015

SÉRIO NETO, F. A arte de programar: um encontro criativo e inovador entre a programação científica e a arte computacional. **Tese de mestrado**. Programa de pós-graduação em criatividade e inovação em metodologias superior, UFPA. 2022

OLIVEIRA, R. Arte e filosofia intercessores da Geografia: possibilidades para pensar o ensino a a aprendizagem. V. 3, No 3: **IV Seminário Intersecção entre Universidade e Escola.** 2019

OSTROWER, F. **Criatividade e processos de criação**. Editora Vozes. Rio de Janeiro. 2014

PASSOS, E.; KASTRUP, V.; ESCÓSSIA, L. **Pistas do método da cartografia: pesquisa-intervenção e produção de subjetividade**. Porto Alegre: Editora Sulina, 2012

WINNICOTT, D. **Tudo começa em casa**. Textos de Psicologia. 5ª edição. Editora WMF Martins Fontes.

CAPÍTULO 3

DEMONSTRANDO PROPRIEDADES DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DE UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS E EXPERIMENTAIS

Data de aceite: 02/09/2024

Carlos Eduardo Ladeira Vidigal
Mestre em Matemática pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). Professor da rede provada e pública. Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil,
https://orcid.org/0000-0003-1268-5249
http://lattes.cnpq.br/4486238385677263

Fernanda Aparecida Ferreira
Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Professora efetiva do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), Belo Horizonte, Mians Gerais, Brasil
https://orcid.org/0000-0002-2697-4327
http://lattes.cnpq.br/3569982363355548

RESUMO: Nesse artigo, apresentamos um recorte de uma dissertação de mestrado desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT), no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), que teve por objetivo elaborar uma sequência didática de atividades destinadas a educação básica, versando sobre teorema clássicos da Geometria Euclidiana. A proposta de atividades utiliza da experimentação e investigação matemática para pensar o ensino de conteúdos da Geometria, suscitando nos alunos a elaboração de argumentos lógicos que os aproximem da demonstração matemática. A aplicação de uma das atividades da sequência revelou que propostas didáticas diferenciadas podem contribuir para que os alunos se sintam competentes para “fazer” matemática, demonstrando propriedades geométricas sem a preocupação exclusiva com rigor, mas sim, no entender os porquês das verdades matemáticas

PALAVRAS-CHAVE: Demonstração; Geometria; Ensino; Matemática; Sequência Didática

PROVING PROPERTIES OF PLANE GEOMETRY IN ELEMENTARY SCHOOL THROUGH A PROPOSAL FOR INVESTIGATIVE AND EXPERIMENTAL ACTIVITIES

ABSTRACT: In this article, we present a section of a master's dissertation developed within the scope of the Professional Master's Program in Mathematics in Network (PROFMAT), at the Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), which aimed to develop a didactic sequence of activities for basic education, focusing on classic theorems of Euclidean Geometry. The proposed activities use experimentation and mathematical investigation to think about the teaching of geometric content, stimulating students to develop logical arguments that bring them closer to mathematical demonstration. The application of one of the activities in the sequence revealed that differentiated didactic proposals can contribute to students feeling competent to "do" mathematics, proving geometric properties without exclusive concern for rigor, but rather for understanding the whys of mathematical truths
KEYWORDS: Demonstration; Geometry; Teaching; Mathematics; Didactic Sequence

DEMOSTRAR PROPIEDADES DE LA GEOMETRÍA PLANA EN LA ESCUELA PRIMARIA A TRAVÉS DE UNA PROPUESTA DE ACTIVIDADES INVESTIGATIVAS Y EXPERIMENTALES

RESUMEN: En este artículo presentamos un extracto de una tesis de maestría desarrollada en el ámbito de la Maestría Profesional en Matemáticas en Red (PROFMAT), en el Centro Federal de Educación Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), que tuvo como objetivo desarrollar una metodología didáctica. Secuencia de actividades dirigidas a la educación básica, que tratan de los teoremas clásicos de la Geometría Euclidiana. Las actividades propuestas utilizan la experimentación y la investigación matemática para pensar la enseñanza de contenidos de Geometría, incentivando a los estudiantes a desarrollar argumentos lógicos que los acerquen a la demostración matemática. La aplicación de una de las actividades de la secuencia reveló que diferentes propuestas didácticas pueden ayudar a los estudiantes a sentirse competentes para "hacer" matemáticas, demostrando propiedades geométricas sin la preocupación exclusiva del rigor, sino comprendiendo las razones de las verdades matemáticas
PALABRAS-CLAVE: Demostración; Geometría; Enseñando; Matemáticas; Después de la enseñanza

INTRODUÇÃO

No contexto da nossa prática profissional, percebemos que não é incomum que alguns professores de matemática terminem o ano letivo de forma que parte da proposta curricular tenha sido abandonada, seja por motivo da própria estruturação da grade, da formação do professor, do andamento do curso, entre outros motivos. Em geral, a parte referente à Geometria é a mais afetada

É notório que o ensino de Geometria na escola básica tem papel fundamental no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, mas, muitas vezes, é deixado de lado em favor do ensino da Álgebra. Segundo GAZIRE (2000), o movimento da Matemática Moderna tem sua parcela de contribuição no caos que se instaurou no ensino da Geometria, uma vez que a proposta de algebrizar a Geometria não se manteve, criando uma lacuna, principalmente, nas práticas pedagógicas

Além disso, na maioria das vezes em que é ofertada, a geometria escolar, baseada na Geometria Euclidiana, é apresentada de maneira sucinta e superficial, com foco em processos lógico-dedutivos formais que, em geral, levam a resolução de problemas algébricos. Por outro lado, muitas pesquisas retratam a importância de promover a descoberta “matemática” em sala de aula por outros meios criativos, nas quais os alunos possam inferir, conjecturar, validar, refutar, abstrair e generalizar proposições

Permitir que os alunos vivenciem um momento criativo é fundamental no ensino e aprendizagem, uma vez que aproxima o estudante da verdadeira criação da matemática enquanto ciência. Dessa forma, contribuímos para despertar nos alunos o seu lado questionador, crítico e investigativo

Nesse contexto de importância do ensino de Geometria na educação básica julgamos que ferramentas tecnológicas possam ser grandes aliadas ao processo de ensino e aprendizagem que tenham por finalidade facilitar experimentações no ambiente de sala de aula. Destacamos, também, o potencial para se trabalhar com práticas pedagógicas diferenciadas e criativas, o que permite ao aluno interagir com os conceitos matemáticos, propiciando a descoberta, inferindo resultados, levantando e testando hipóteses, permitindo verificar a veracidade (ou não) de determinada proposição. A ideia do uso dessas ferramentas é oferecer para o aluno um ambiente no qual ele possa vivenciar o “fazer” Matemática

É nesse sentido que, retratamos nesse artigo, uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT), na instituição associada Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), que teve por objetivo principal trabalhar alguns conteúdos específicos de Geometria Euclidiana, por meio de uma sequência didática de atividades que tiveram como prerrogativa a experimentação e exploração de propriedades geométricas, de tal forma que as atividades pudessem aproximar os alunos da demonstração matemática

A concepção e construção das atividades, sua aplicação e alguns resultados são apresentados nas seções seguintes. Inicialmente, descorremos sobre o papel da demonstração na matemática e como ela pode ser contextualizada no ensino em nível básico de escolarização

DEMONSTRAÇÕES NO CONTEXTO DA ESCOLA BÁSICA: ALGUMAS PERSPECTIVAS

As demonstrações matemáticas como meio de validar o conhecimento podem e devem ser incorporadas ao ensino de acordo com cada nível de escolaridade. Balacheff (1987) faz uma distinção entre "demonstração" e "prova" em termos de validação. Para o autor, podemos dizer que a Matemática desenvolve o primeiro, enquanto os professores de matemática lidam apenas com o segundo (BALACHEFF, 1987)

No ensino básico uma prova não deve ter o papel apenas de dar uma explicação explicitamente rigorosa para um fato matemático utilizando uma estrutura organizada com base em inferência de argumentos dedutivos. A prova em salas de aulas da educação básica deve ser baseada em argumentos que têm como principal função convencer os alunos da validade de determinada proposição

Além disso, o declínio da Geometria Euclidiana escolar muito se deve às dificuldades conceituais, e até mesmo cognitivas, causadas pelas argumentações lógicas que constituem a essência da Geometria Euclidiana. A maioria das dificuldades que se observam nos alunos em sala de aula está relacionada com a maneira de organizarem o seu raciocínio e construírem argumentações lógicas (LINDQUIST; SHULTE, 1994)

A abordagem axiomática da Geometria Euclidiana é uma forma de decifrar as relações entre diferentes fatos e exibir a sua lógica estrutural, porém, numa abordagem construtiva do pensamento geométrico, guiado pela intuição, uma verdadeira fonte da dinâmica matemática pode trazer elementos que tornam o conhecimento geométrico comparável à música e à arte (COURANT; ROBBINS, 2000)

Para isso, julgamos que, em níveis básicos de ensino é preciso aceitar que uma prova pode só explicar e convencer, independentemente dos argumentos utilizados. Em ambientes formais de ensino, as provas matemáticas que ali ocorrem devem ser exploradas como um meio para se chegar às demonstrações formais da matemática (ou quase). Dessa forma, muito da Geometria Euclidiana, área da matemática na qual as demonstrações são comuns, teria mais sentido para os alunos e contribuiria para o desenvolvimento de um raciocínio que transitaria para a evolução de uma prova para uma demonstração formal.

Podemos constatar as observações feitas acima com os resultados encontrados em uma pesquisa realizada por Ferreira (2016) em seu doutoramento. A autora fez um mapeamento sobre a produção internacional em Educação Matemática com o objetivo de compreender o que estava sendo discutido sobre a temática "Provas e Demonstrações Matemáticas". Dentre as várias compreensões trazidas em seu trabalho, chamamos atenção especial para aqueles que tratam das provas e demonstrações no âmbito da educação básica

Ferreira (2016) constatou, em seu levantamento, que as pesquisas voltadas para esse nível de escolaridade sugerem que é preciso explorar "novas possibilidades para tornar o ensino da prova matemática significativa e necessária para os alunos" (FERREIRA, 2016, p. 309). É necessário levar em conta, em situações de aprendizagem, que não existem provas melhores do que outras, apenas públicos diferentes, capazes de compreender, em determinados contextos (comunidades), os argumentos apresentados por um expositor (CHATEUBRIAND, 2005)

Ainda, de acordo com Ferreira (2016), seu trabalho indica que há uma necessidade de discutir o ensino das provas matemáticas desde a educação básica, levando em conta as diferentes funções que uma demonstração exerce. "A visão tradicional de que a única função da prova é a verificação de afirmações Matemáticas parece ignorar o real papel da experimentação na Matemática" (FERREIRA, 2016, p. 309). A referência primária a respeito da função "verificação" da prova em contexto escolar, em muitas pesquisas analisadas se apoiam nas ideias de Villiers (2001).

De acordo com Villiers (2001), a demonstração tem as seguintes funcionalidades, as quais podem ser resumidas em:

> (i) verificação (diz respeito à verdade de uma afirmação); (ii) explicação (fornece explicações do porquê certa afirmação ser verdadeira); (iii) sistematização (organiza os resultados/argumentos em um sistema dedutivo de axiomas, conceitos primários e teoremas); (iv) descoberta (evidencia a descoberta ou invenção de novos resultados); (v) comunicação (transmite o conhecimento produzido); (vi) desafio intelectual (reflete a gratificação pessoal, resultante da construção de uma demonstração) (FERREIRA, 2016, p.310)

Para Ferreira (2016), as pesquisas que trazem alternativas para o ensino das provas na educação básica afirmam que um trabalho significativo deve levar em consideração as funções descritas acima, não apenas como características da prova matemática, mas também como funções das provas que emergem em situação de ensino, "promovendo, sempre que possível, uma relação entre essas formas de justificação, e a evolução das ações de verificação empírica para a exigência de uma prova rigorosa" (FERREIRA, 2016, p. 310)

Nesse sentido, o uso de tecnologias pode ser um forte aliado para o desenvolvimento de práticas pedagógicas que levem em consideração novas formas de justificação de proposições, estreitando argumentos elaborados em contextos de ensino com a demonstração matemática

As experimentações em aplicativos de Geometria Dinâmica assumem uma posição comprobatória para aqueles que lidam com elas, levando à transformação de uma conjectura em prova e permitindo essa comprovação sem a necessidade de produzir justificativas com deduções, como nas chamadas demonstrações. Porém, um trabalho em sala de aula não deve ignorar a demonstração formal de uma constatação feita por meio do recurso tecnológico. Nesse momento, é importante que o aluno compreenda a necessidade de formalizar os seus resultados, por meio de uma demonstração mais rigorosa

Diante o exposto, não há que questionar o papel das demonstrações para a matemática e para o seu ensino. Contudo, a prática do "fazer" matemática (enquanto ciência) não pode ser assumida como um único caminho para o "fazer" matemática em contexto escolar

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE TEOREMAS CLÁSSICOS DA GEOMETRIA NO EDUCAÇÃO BÁSICA

As atividades de ensino elaboradas na pesquisa de mestrado aqui retratada, teve por objetivo levar o aluno a trilhar um processo de experimentação que culminasse na elaboração de argumentos lógico – matemáticos, estreitando a relação dos argumentos discentes produzidos em contexto escolar com a demonstração matemática

Infelizmente, nossa prática mostra que nem sempre é fácil para os alunos perceberem padrões matemáticos simples em situações geométricas, tais como uma constatação matemática pronta e acabada, com algumas "mostrações" confusas e sem muita possibilidade de experimentação, principalmente a visual. Por isso, nas atividades elaboradas, procuramos levar o estudante a fazer experimentações em que pudesse observar relações/propriedades visualmente, permitindo a elaboração de raciocínios dificilmente suscitados com uma proposta mais tradicional de ensino

Todas as atividades[1] da sequência produzida podem ser visualizadas e reaproveitadas para aplicação por outros professores que atuam na educação básica. Destacamos que os conteúdos abordados nas atividades são assuntos normalmente trabalhados no 8º e 9º anos do ensino fundamental e contemplados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento oficial que norteia os currículos e programas das escolas de educação básica do país

Apenas para caracterizar seus conteúdos e os objetivos delineados em cada atividade, já que nesse artigo, em função da delimitação de número de páginas seria difícil apresenta-las na íntegra, seguem algumas informações que julgamos pertinentes para aqueles que se interessarem em utilizá-las

O que pensamos sobre as atividades

As atividades que compõem a sequência desenvolvida foram criadas com a finalidade de propor situações motivadoras em relação à aprendizagem de novos conteúdos por meio de explorações matemáticas. Por isso, antes da realização dessas atividades é importante verificar alguns conhecimentos prévios dos alunos em relação aos novos conteúdos que serão trabalhados para que os estudantes tenham condições de atuar como sujeitos ativos no processo de ensino e aprendizagem

1. Atividades disponíveis na dissertação em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5771&id2=171053264. Acesso em: 29 nov.2023.

Como dinâmica para o desenvolvimento das atividades em sala de aula, sugerimos que os alunos sejam agrupados em duplas, caso seja possível e viável de acordo com as particularidades de cada turma. A proposta de fazer em dupla permite que durante a realização de cada atividade os alunos possam argumentar, conjecturar, elaborar estratégias e discutir sobre os caminhos e resultados encontrados para resolução das atividades e, ainda, sanar as dificuldades que por ventura possam ocorrer na interpretação dos enunciados, entre outras. Tal tipo de agrupamento é defendido por Coll (1997) quando afirma que se deve dar ênfase às relações que se estabelecem entre aluno-aluno. O mesmo autor defende a utilização de alunos em pares se referindo a pesquisas que mostraram que as relações entre alunos incidem de formas decisivas sobre aspectos como a socialização, a aquisição de competências, o aumento do nível de desempenho e o rendimento escolar

É importante orientar que os alunos devem ler as instruções e segui-las antes de pedir ajuda a alguém. Permitir que os alunos façam perguntas ao professor ou a qualquer outra pessoa sobre as instruções, antes de tentar compreende-las, pode comprometer o trabalho de experimentação. Por isso, é necessário que, antes de tirar dúvidas sobre os passos das atividades, tente-se garantir que os alunos fizeram a leitura em uma tentativa de compreender o que se solicita

Como as atividades tem por finalidade explorar situações matemáticas para estabelecimento de relações/propriedades, utilizamos bastante do recurso visual. Dessa forma, para viabilizar a visualização e a experimentação, optamos em elaborar duas das atividades com o auxílio do aplicativo GeoGebra. Contudo, o Censo Escolar[2] (2017) mostra que apenas 46,8% das escolas de ensino fundamental dispõem de laboratório de informática. Por esse motivo, apresentamos também uma alternativa às atividades sem a necessidade de recursos computacionais

Ao final de cada atividade, é importante que os questionamentos dos alunos, as dificuldades e entraves percebidos e quaisquer episódios relevantes decorridos durante o desenvolvimento das atividades sejam trabalhados pelo professor durante um momento de socialização no encerramento de cada atividade. Essa é uma postura importante quando pensamos em desenvolver atividades que contemplem práticas matemática experimentais e/ou investigativa

2. Ver em http://portal.mec.gov.br/docman/janeiro-2018-pdf/81861-divulgacao-censo-2017-vi-pdf/file. Acesso em: 29 nov.2023.

As atividades da sequência

a) Atividade 1: Um corte nas paralelas

Nessa atividade exploramos as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. Os padrões que são determinados quando as linhas paralelas são cortadas por uma transversal são simples de serem reconhecidos e uma exploração visual nos leva a entender por que os ângulos formados nessa construção são congruentes ou complementares. Assim, ensinar aos alunos sobre transversais oferece uma grande oportunidade de reforçar com eles a prática de sempre procurar padrões em matemática

A atividade foi planejada utilizando-se de um roteiro didático com instruções para realização das tarefas propostas. Sua elaboração contou com o auxílio do software GeoGebra e as perguntas contidas no roteiro, levaram os alunos a utilizar argumentos, mesmo que informais, para estabelecer relações/padrões sobre os ângulos criados quando as linhas paralelas são cortadas por uma transversal.

Essa atividade contempla a habilidade EF07MA23 da BNCC: Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica

Após a aplicação desta atividade, espera-se que os alunos sejam capazes de:

- Identificar ângulos congruentes quando uma linha cruza linhas paralelas
- Definir linhas transversais, paralelas e ângulos congruentes
- Demonstrar um entendimento das regras geométricas que se aplicam às transversais
- b) Atividade 2: Um feixe de proporcionalidade

A BNCC (2018) de Matemática do Ensino Fundamental propõe na habilidade EF09MA14 a "resolução e elaboração de problemas de aplicação das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes" (BNCC, p 319). Nesse contexto, encontra-se o Teorema de Tales, atribuído a Tales de Mileto (624 a.C. a 546 a.C.), cerca de 300 anos antes de Euclides, que propõe tais relações de proporcionalidade e ainda tem grande importância no estudo da teoria de semelhança de triângulos, conteúdo proposto na habilidade EF09MA12

Ferreira (2017) afirma que em alguns livros didáticos a demonstração do Teorema é feita de maneira incompleta o que prejudica, de certa forma, a construção do conhecimento, principalmente se considerarmos demonstrações em livros didáticos destinados para a educação em nível de escolarização básica. O autor também destaca que algumas demonstrações são realizadas utilizando propriedades de semelhança de triângulos, porém, em muitos casos, esse assunto é apresentado posteriormente ao Teorema de Tales

Nesse sentido, elaboramos uma proposta de atividade, com o auxílio do GeoGebra, que leva o aluno a explorar situações em que feixes de retas paralelas são intersectadas por retas transversais verificando a validade/veracidade do teorema. O objetivo dessa exploração é favorecer a compreensão do Teorema de Tales e não apenas sua mera memorização

c) Atividade 3: Enquadrando Pitágoras

O Teorema de Pitágoras é um dos mais famosos teoremas da matemática estudado no ensino básico São várias demonstrações desse Teorema embora não se saiba qual foi a prova dada por Pitágoras e se foi ele mesmo que demonstrou o teorema que leva seu nome (KAHN, 2017, p.52)

Essa atividade teve por finalidade levar o aluno a desenvolver a habilidade EF09MA13 da BNCC, que propõe demonstrar o Teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos a partir de investigações matemáticas por meio de problemas. Os alunos precisam mobilizar conhecimentos adquiridos anteriormente, além de estratégias de resolução de problemas matemáticos, para verificar/validar o Teorema proposto com a atividade. Com tantos conceitos matemáticos envolvidos, o foco é levar os alunos a compreender a ideia, por meio de manipulações concretas, de que a soma dos quadrados das medidas dos catetos de um triângulo retângulo é igual ao quadrado da medida da hipotenusa

O objetivo desta terceira atividade é propor uma prática diferenciada das comumente utilizadas em sala de aula para apresentar o Teorema de Pitágoras. Optamos por incluir materiais manipuláveis e concretos para explicar/validar visualmente esse Teorema, visto que nem sempre estão disponíveis recursos computacionais para a utilização por parte dos alunos

Além disso, essa opção compartilha da importância de se trabalhar com materiais manipuláveis - concretos e com o recurso da visualização, principalmente na educação de nível fundamental, já que tais práticas contribuem para aproximar os alunos do fazer matemática e da elaboração de argumentos plausíveis

Validando a importância do papel das atividades experimentais com a aplicação de “Enquadrando Pitágoras: compreensões da prática

Devido ao pouco tempo para finalização da dissertação que contém as atividades expressas no artigo, mais cientes de que a aplicação de que, pelo menos uma delas, era necessário para validar os objetivos traçados, aplicamos uma das atividades da sequência didática, a “Enquadrando Pitágoras”, em duas turma o 8º ano do Ensino Fundamental (ambas com 25 alunos matriculados) de uma escola particular da região metropolitana de Belo Horizonte, no mês de julho do ano de 2020, durante o regime de Ensino Remoto Emergencial (ERE), instituído pela pandemia do coronavírus

Dos 50 alunos matriculados nessas turmas, 31 realizaram a atividade e a desenvolveram até o final. Os demais não acessaram a atividade por motivos que não foram relatados. Vale ressaltar que tal atividade não tinha caráter avaliativo

A atividade foi disponibilizada pela plataforma *Moodle*, um ambiente virtual de aprendizagem já conhecido dos alunos e com o qual eles já estavam bastante familiarizados, visto que o professor pesquisador já utilizava deste ambiente antes mesmo do ERE

Para que as respostas dos alunos durante a realização da atividade pudessem ser coletadas de forma mais dinâmica, utilizamos como ferramenta de coleta de dados um questionário elaborado no *Microsoft Forms*[3], no qual colocamos todo o roteiro da atividade. Esse questionário pôde ser acessado pelo computador ou por um *smartphone* utilizando o link disponibilizado ou *qrcode*

A atividade foi aplicada remotamente, porém, durante uma aula síncrona[4] de 50 minutos, dois dias antes da data prevista para a aplicação da atividade, o professor aplicador usou 15 minutos para orientar os alunos sobre as características da atividade que seria disponibilizada bem como o tempo que ela permaneceria disponível para realização. Nesse encontro virtual, os alunos foram avisados que deveriam tentar dar respostas “completas” para os questionamentos, relatando o máximo de detalhes possíveis. Além disso, foram avisados que a atividade ficaria disponível durante dois dias para que pudessem realizá-la e que eles deveriam preparar o material usual de aula (caderno para anotações, livro, etc.) antes de iniciar a atividade. Foram orientados a escolher um lugar e horário em que não seriam interrompidos, de preferência, pois mesmo o questionário estando disponível por dois dias, o aluno só poderia fazê-lo uma única vez, embora não existisse limite de tempo para realização da atividade e quantidade de acessos. Assim, o aluno poderia começar em um dia e finalizar no outro

Algumas interpretações com a aplicação da atividade

Após a aplicação da atividade foi possível verificar as respostas dos alunos no relatório fornecido pela plataforma do *Microsoft Forms*. Analisamos os dados qualitativos e quantitativos resultantes da participação dos alunos no desenvolvimento da atividade

Estamos chamando de dados quantitativos, dados objetivos que incluem, por exemplo, informações relacionadas ao tempo gasto para realização das atividades, percentual de acertos e erros das respostas das atividades e quantidade de alunos que deram respostas para cada uma das questões da atividade

3. https://forms.office.com/Pages/ResponsePage.aspx?id=DQSIkWdsW0yxEjajBLZtrQAAAAAAAAAAAAMAAM7a8JZU-QkxBVlpRTlBYSlZXT05DMEVEUko2QVkyUi4u.

4. Também chamadas de aulas online, as aulas síncronas são oferecidas em tempo real através de uma plataforma virtual de videoconferência, como por exemplo o *Google Meet* ou o *Zoom*. A realização de tarefas por si só incluindo assistir a uma vídeo-aula já gravada são chamadas de aulas assíncronas e necessitam de plataformas específicas como por exemplo o *Moodle* ou *Google Classroom*.

É importante destacar que por detrás de cada número, existe uma qualidade a ser explorada ao olhar de um pesquisador. Assim, os dados qualitativos incluem nossas interpretações elaboradas a partir dos dados objetivos, em uma tentativa de articulações com nosso referencial teórico, com os objetivos da atividade, além de relatos dos alunos sobre o desenvolvimento da atividade

Nesse artigo, daremos destaque aos resultados provenientes dos dados gerais e nossas percepções com relação a prática experienciada. Aos que se interessarem pela análise das respostas dos alunos em cada uma das atividades, aconselhamos a leitura da dissertação, da qual esse artigo é um recorte

Para garantir a confidencialidade dos dados e seus sujeitos usamos uma numeração para indicar os alunos e suas respostas ao longo das análises. Essa numeração foi atribuída de acordo com uma planilha elaborada pelo próprio recurso do *Forms* na medida em que os alunos iam terminando a atividade. Dessa forma, o primeiro aluno que finalizou a atividade denotamos por Aluno 1 e o último aluno a terminar a atividade denotamos por Aluno 31

Análises gerais

A título de exemplo, para garantir uma compreensão acerca de algumas das análises elaboradas, na Figura 1 apresentamos a imagem do *applet* elaborado no GeoGebra que direcionou toda a experimentação/investigação necessária para o desenvolvimento da atividade “Enquadrando Pitágoras”

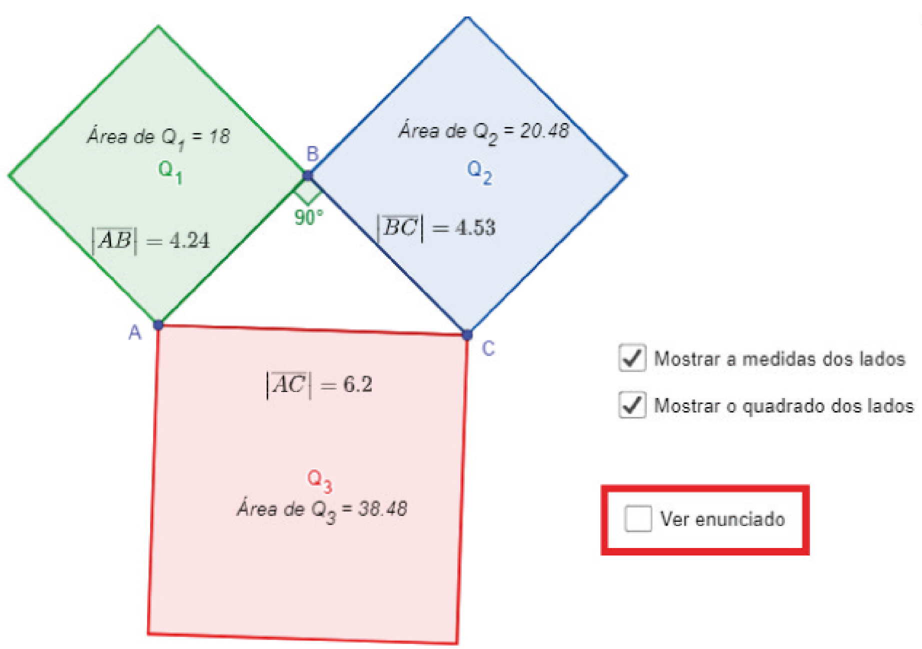


Figura 1 – Applet inicial da atividade Enquadrando Pitágoras

Fonte: Adaptado Vidigal (2020)

Mesmo que não seja a intenção desse artigo apresentar todos as questões da referida atividade, algumas das análises remetem a elementos discriminados nas atividades, assim, a imagem auxilia no entendimento de algumas das falas

Para permitir uma interação (mesmo que virtual) dos alunos, já que a realização da atividade aconteceu individualmente, os alunos tiveram um fórum exclusivo para comunicarem-se com o professor caso encontrassem alguma dificuldade ao longo do desenvolvimento da atividade

Infelizmente, pouca interação ocorreu com a aplicação feita remotamente. Essa afirmação está baseada no fato de que apenas um dos alunos fez uso do fórum disponibilizado pelo professor para as dúvidas. Abaixo, segue a mensagem do Aluno 17:

Mensagem do Aluno 17: *Não consegui fazer a avaliação pois quando alterava a medida de* $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ *falsequando foi pedido a soma das áreas dos quadros verde e azul não dava igual a medida da área do quadrado vermelho assim como no primeiro exemplo*

Diante desse questionamento, percebemos que o Aluno 17 estava tentando alterar os controles que alteravam as medidas $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ falsepara que a soma das medidas das áreas dos quadrados verde e azul ficasse igual à medida da área do quadrado vermelho. Em menos de uma hora o professor respondeu ao Aluno 17 no fórum:

Mensagem do professor: *Olá! O fato de a soma das áreas ser igual nem sempre vai acontecer. Leia com atenção as perguntas. Detalhe: não se esqueça que nesse momento da atividade que você descreve, é pedido que você crie novos triângulos retângulos. Isto é, modifique o triângulo, mas construa novos triângulos retângulos. Ah! E fique atento às perguntas!!! Leia e releia quantas vezes for necessário*

Além dessa interação, nenhum outro aluno relatou algum problema ou dúvida pelo fórum. Vale ressaltar que essas mensagens deixadas no fórum ficaram visíveis para que outros alunos pudessem consultar as dúvidas dos outros

Dos 31 alunos que responderam até o final, a média de tempo gasto para realização da atividade foi de 109 minutos com mediana 59 minutos. O aluno que gastou menos tempo precisou de 13 minutos para finalizar a atividade. Pelas respostas apresentadas podemos inferir que ele realizou tudo o que foi pedido, porém, talvez por se tratar de um aluno repetente e já conhecer o Teorema de Pitágoras, tenha realizado a atividade já sabendo de qual assunto se tratava

Dois alunos (Aluno 30 e Aluno 31) gastaram 150 minutos para realizar a atividade, tendo iniciado e terminado no mesmo horário. Destacamos que as respostas fornecidas por esses dois alunos são idênticas. O tempo gasto por esses dois alunos só é superado pelo aluno que gastou 1407 minutos, ou seja, quase um dia

Das conclusões possíveis, podemos dizer que esses dois alunos fizeram a atividade juntos, mostrando que interagiram durante a atividade para elaboração dos argumentos, já que gastaram um tempo razoável para o desenvolvimento. Dizer que um copiou as conclusões do outro também é uma possibilidade, mas nosso conhecimento desses alunos, e pelos dados registrados de data e tempo de realização da atividade, nos faz inferir que eles desenvolveram a tarefa discutindo cada um dos passos

Após a aplicação

Na aula online seguinte à realização da atividade foi reservado um momento para discussão. Todos os alunos foram convidados a relatar suas percepções sobre a atividade, mas apenas dois alunos participaram, voluntariamente

Segue a fala desses dois alunos:

Aluno 15: *Foi muito divertido usar o GeoGebra. Meu pai é engenheiro e sempre ouço ele falar do Teorema de Pitágoras*

Aluno 25: *Não gostei muito de ficar fazendo a atividade no computador. Prefiro lista de exercícios pra fazer no caderno!*

O Aluno 3 foi chamado, nominalmente, para que pudesse explicar a observação deixada na atividade. Nesse momento, o Aluno explicou que apesar de ter chegado à conclusão ele não conseguiu entender muito bem como o Teorema de Pitágoras podia ser verdadeiro e aplicável

Dos 6 alunos que afirmaram não ter chegado à conclusão, dois alunos (Aluno 4 e Aluno 23) não participaram dessa aula online. Os outros 4 alunos foram chamados a participar e interagir, mas não quiseram responder

Destacamos aqui, que alguns alunos que não realizaram a atividade pediram para que fosse dada uma nova oportunidade. Como grande parte dos alunos já tinham participado e os resultados já haviam sido coletados, foi disponibilizado um *link* para o *applet*, juntamente com o roteiro para a atividade para que eles pudessem realizá-la sem que houvesse a coleta de dados. Esse *link* também ficou disponível para todos aqueles que já haviam realizado a tarefa, porém quisessem acessar novamente

Em seguida, nessa mesma aula online, o Teorema de Pitágoras foi apresentado formalmente com alguns exemplos de aplicação

Queremos registrar que, mesmo diante das dificuldades em realizar remotamente uma atividade com características exploratórias, achamos a experiência válida e, conseguimos, em parte, atingir os objetivos com a aplicação

Colocar em evidência o aluno como construtor do seu conhecimento, permitindo que ele “crie” matemática, o ajuda a estabelecer uma relação melhor com as demonstrações matemáticas e elas passam a fazer mais sentido. Além disso, os alunos experimentam uma sensação de protagonismo quando elaboram argumentos que justificam relações e propriedades matemáticas, sentido mais seguros para inferir e conjecturar novas proposições

Importante destacar que o uso do GeoGebra e outros recursos computacionais foram fundamentais para todo o desenvolvimento e se mostraram importantes para o processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, não podemos negar que o uso desses recursos precisa fazer parte da atividade profissional dos professores, que podem encontrar nesses, outros meios para ajudá-los em seu dia-a-dia escolar

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse artigo, apresentamos uma proposta de sequência didática que foi elaborada a fim de trabalhar teoremas da Geometria Euclidiana em nível fundamental de escolaridade, de modo que as atividades dessa sequência, por meio de situações de experimentações, levassem os alunos a elaboração de argumentos matemáticos que os aproximassem da redação e da elaboração de uma demonstração matemática

Podemos dizer que a proposta da sequência se mostra importante, por contribuir com possíveis práticas no ensino de Geometria que despertem nos alunos a curiosidade, a criatividade e a vontade em saber a natureza dos conhecimentos que lhes são ensinados, já que as atividades propostas vão além de meras rotinas de memorização e repetição de processos

Além disso, a pesquisa que culminou na sequência elaborada, se mostra como material de apoio em potencial para outros professores de matemática em atuação na educação básica que querem propor atividades diferenciadas, mas tem pouco tempo para estudar e desenvolver tais atividades

A aplicação de uma das atividades nos revelou a importância de se trabalhar com propostas de investigação e experimentação nas salas de aula, já que essas despertam nos alunos um posicionamento mais crítico e reflexivo em relação ao que eles aprendem em matemática, e, também, os colocam como protagonistas do processo de ensino e aprendizagem

REFERÊNCIAS

BALACHEFF, Nicolas. **Processus de preuve et situations de validation:** Educational Studies in Mathematics.Springer: 1987

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular.** Brasília:MEC/SEB, 2018

CHATEAUBRIAND, Oswaldo. **Logical forms. Part II:** logic, language, and knowledge. Campinas: Unicamp, 2005

COURANT, Richard, ROBBINS, Herbert. **O que é Matemática?** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000

COLL, César. **O Construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 1997

FERREIRA, Fernanda Aparecida. **Provas e Demonstrações:** Compreensões de dez anos da produção em Educação Matemática (2003-2013). 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo

FERREIRA, Leonardo dos S. **Como o teorema de Tales é apresentado em livros didáticos do nono ano**. Ilhéus: UESC, 2017. 48 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017

GAZIRE, Eliane Scheid. **O não resgate das geometrias**. 2000. 217p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2000. Disponível em: https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/205399

KAHN, Charles. H. **Pitágoras e os pitagóricos: uma breve história.** Tradução Luís Carlos Borges. São Paulo: Loyola, 2007

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinando Geometria.** São Paulo: Atual, 1994

VIDIGAL, Carlos Eduardo Ladeira. **Demonstrando Propriedades Da Geometria Plana No Ensino Fundamental: Uma Proposta De Atividades.** Belo Horizonte: CEFETMT, 2020. 124 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5771&id2=171053264

VILLIERS, Michael**.** Papel e função da demonstração no trabalho com o Sketchpad. **Educação e Matemática**, n 63, p. 31-36, 2001. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1013/1056. Acesso em: 29 nov.2023;

UMA CONEXÃO: SEQUÊNCIAS E FRACTAIS

Data de aceite: 02/09/2024

Renan Alves Gomes
Graduando em Licenciatura em Matemática das Faculdades Integradas de Fernandópolis – FIFE

Rosana Silva Bonfim
Professora, Mestra pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática e Docente das Faculdades Integradas de Fernandópolis, SP

RESUMO: Os fractais são figuras geométricas de uma extrema beleza que apresentam padrões repetitivos e são encontrados em diversos casos na natureza, como em plantas, árvores, folhas flores, conchas do mar e outros com padrões interessantes e as vezes complexo de entender. Neste projeto busca-se encontrar esses padrões e estudar os fractais para facilitar o estudo das sequências numéricas através da identificação de padrões repetitivos. Através da análise de fractais é possível identificar padrões que se repetem ao longo do tempo e que podem ser interpretados como indicadores de comportamento de sequências numéricas. As sequências numéricas e séries numéricas são fundamentais para a matemática e podem ser encontradas em diversas áreas do conhecimento. As sequências numéricas são usadas para descrever uma variedade de processos matemáticos através do seu comportamento à medida que convergem ou divergem

PALAVRAS-CHAVES: Fractal. Sequências. Séries Numéricas. Triângulo de Sierpinsk. Curva de Koch

ABSTRACT: Fractals are geometric figures of extreme beauty that present repetitive patterns and are found in many cases in nature, such as in plants, trees, leaves, flowers, sea shells and others with interesting patterns that are sometimes complex to understand. This project seeks to find these patterns and study fractals to facilitate the study of numerical sequences through the identification of repetitive patterns. Through fractal analysis it is possible to identify patterns that repeat over time and that can be interpreted as indicators of the behavior of numerical sequences. Numerical sequences and numerical series are fundamental to mathematics and can be

found in different areas of knowledge. Number sequences are used to describe a variety of mathematical processes through their behavior as they converge or diverge
KEYWORDS: Fractal. Sequences. Numerical Series. Sierpinsk triangle. Koch curve

INTRODUÇÃO

A origem deste estudo decorreu de diálogos que destacam a beleza intrínseca das demonstrações apresentadas nas aulas de Análise Matemática. Essa apreciação serviu como alicerce para a pesquisa centrada nas sequências numéricas presentes nos fractais: Triângulo de Sierpinski e na Curva de Koch. De particular relevância são as sequências convergentes, as quais proporcionam uma abordagem aprofundada sobre o conceito de limite. Este estudo visa não apenas explorar a vasta gama de sequências numéricas, mas também concentrar-se em algumas notáveis, tanto clássicas quanto aquelas intrínsecas aos fractais. Essa abordagem ampliada nos permitirá não apenas desvelar os limites, mas também apreciar a riqueza e complexidade das sequências presentes em estruturas fractais, enriquecendo assim nossa compreensão dos fenômenos matemáticos subjacentes

Nas disciplinas introdutórias de Cálculo, a abordagem inicial da noção de limite geralmente ocorre de forma intuitiva. Nesse contexto, os leitores que se deparam pela primeira vez com a definição rigorosa desse conceito podem questionar sua relevância. Afinal, em certos problemas, só podemos empregar a definição de limite após determinarmos o limite em cada caso específico. Contudo, é imperativo compreender a importância da definição precisa, pois ela possibilita o desenvolvimento de uma teoria robusta do limite, que serve como base para todas as teorias subsequentes da Análise Matemática

Chamamos de sequência numérica uma sucessão de números reais. É uma função f definida nos números naturais: $f\colon n \to f(n) = a_n$. O número *n* que aí aparece é chamado de índice da sequência, e a_n o *n-ézimo* termo da sequência ou seu termo geral

Uma sequência numérica é uma lista ordenada de números que segue uma determinada ordem. Cada elemento da sequência é identificado por um índice, geralmente um número natural. Formalmente, uma sequência numérica pode ser representada como uma função f: N → R, onde N é o conjunto dos números naturais e R é o conjunto dos números reais definida por $f(n) = a_n$. A notação usual para denotar a sequência é a_n ou a_1, a_2, a_3, … , a_n, onde a_n representa o n-ésimo termo da sequência

Nos últimos tempos, diferentes definições de fractais têm surgido. Porém, a noção que motivou todas as definições foi introduzida por Benoit Mandelbrot. De acordo com Sallum (2005):

> Um fractal é uma figura que pode ser quebrada em pequenos pedaços, sendo cada um desses pedaços uma reprodução do todo. Não podemos ver um fractal porque é uma figura limite, mas as etapas de sua construção podem dar uma ideia da figura toda. Seu nome se deve ao fato de que a dimensão de um fractal não é um número inteiro. (SALLUM, 2005)

Sendo assim, um fractal tem como característica replicar um determinado padrão de pequenas e sucessivas variações. Resultante dessa autossimilaridade, as diferentes partes de um fractal se mostram semelhantes ao todo. Logo, os fractais possuem cópias aproximadas de si em seu interior.

O Triângulo de Sierpiński, assim chamado em homenagem ao matemático polonês Wacław Sierpiński (1882-1969), é um fractal autossimilar. A estrutura desse fractal é originada por meio de iterações, durante as quais um triângulo equilátero é subdividido em quatro triângulos semelhantes. No decorrer desse processo, o triângulo central, invertido, é removido, e a iteração é repetida nos triângulos restantes. Esse padrão de divisão e remoção sucessivos cria a característica autossimilar do Triângulo de Sierpiński

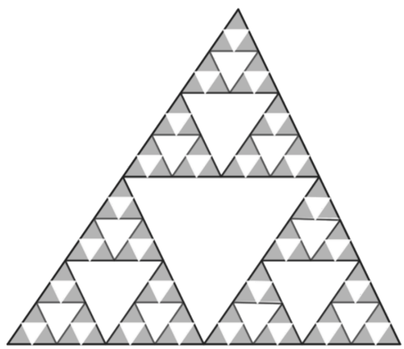


Figura 1: Triângulo de Sierpinski

Os Autores

A Curva de Koch, concebida pelo matemático sueco Helge von Koch (1870-1924), destaca- se como um dos primeiros fractais documentados. Sua formação inicia-se ao dividir um segmento de reta em três partes, com a construção de um triângulo equilátero no terço central e a subsequente remoção do segmento base desse triângulo. Esse procedimento é então repetido em todos os segmentos restantes a cada iteração. Dessa maneira, a Curva de Koch se desenvolve por meio de um processo iterativo que enfatiza a autossimilaridade, característica distintiva dos fractais

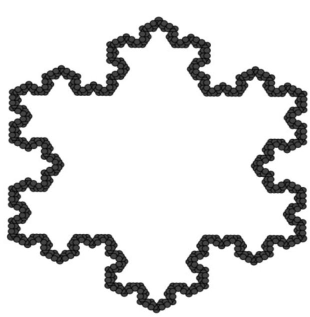


Figura 3: Curva de Koch

Os Autores

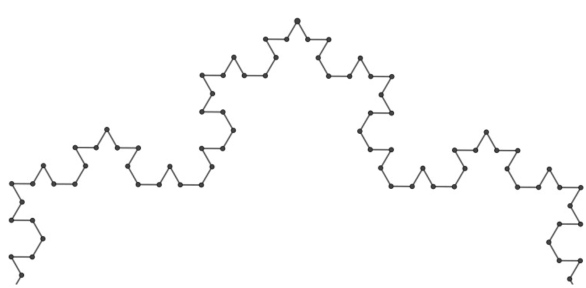


Figura 2:Parte da Curva de Koch

Os Autores

DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Na imensidão dos estudos matemáticos, as sequências que surgem na análise de fractais têm cativado a atenção de pesquisadores e educadores. Nesta iniciação científica, nos propomos a mergulhar no desenvolvimento teórico dessas sequências intrincadas, desvelando os padrões matemáticos que permeiam as estruturas fractais como o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch. Nesta seção, faremos o desenvolvimento teórico necessário para compreender a natureza e as propriedades dessas sequências fascinantes

À medida que exploramos a complexidade dessas sequências, inevitavelmente nos deparamos com a oportunidade de traçar um paralelo entre as intricadas sequências fractais e as sequências numéricas abordadas no ensino médio. Enquanto os fractais oferecem uma perspectiva mais aprofundada e visualmente rica, há uma oportunidade única de relacionar essas sequências complexas com os conceitos mais acessíveis apresentados no ensino médio. Através dessa conexão, não apenas desvendamos os mistérios matemáticos dos fractais, mas também destacamos a relevância e aplicabilidade desses conceitos mais avançados no contexto educacional, proporcionando uma ponte entre o fascinante mundo dos fractais e o currículo do ensino médio

Progressão Geométrica (PG)

O estudo da progressão geométrica pode nos ajudar a entender os padrões das sequências contidas nos fractais. Sendo assim, podemos definir uma progressão geométrica (PG) como uma sequência de números reais, onde o seu primeiro termo é diferente de zero e os termos consecutivos são obtidos multiplicando-se o termo anterior por uma constante não nula chamada de razão da PG. Então seja q a razão da PG, temos:

$$a_n = a_{n-1} \times q$$

Desse conceito, podemos extrair que se uma PG dada por (a_n), tal que $(a_n) = (a_1; a_2; a_3; \ldots ; a_n)$ temos:

$$a_2 = a_1 . q = a_1 . q^1,$$
$$a_3 = a_2 . q = a_1 . q^2,$$
$$a_4 = a_3 . q = a_1 . q^3,$$
$$an = an{-}1 . q = a1 . q^{(n-1)}$$

Então, o termo geral de uma PG é $a_n = a_1 . q^{(n-1)}$

Conceito de Limite e Algumas Propriedades

Uma sequência (a_n) é convergente se quanto maior for o índice mais próximo o elemento estará de um certo número L, chamado de limite da sequência. A definição de convergência nos traz que a_n é suficientemente próximo de L se a distância, dada pelo valor absoluto da diferença entre eles, for menor que um certo $\varepsilon > 0$. Portanto, diz-se que a_n converge pra L, ou tem limite L se, dado $\varepsilon > 0$, é sempre possível encontrar um índice N tal que

$$n > N \Rightarrow | a_n - L| < \varepsilon$$

Note que, quando dissermos "dado qualquer $\varepsilon > 0$", fica implícito que ε pode ser arbitrariamente pequeno, ou seja, tão pequeno quanto quisermos

O cálculo de limite pode tonar-se mais e mais complicado, se insistirmos em fazê-lo diretamente da definição de convergência. Felizmente, com essa definição podemos estabelecer as propriedades tratadas logo adiante, as quais permitem simplificar bastante o cálculo de limites. (Ávila, 2006)

Sejam (a_n) e (b_n) duas sequências convergentes, com limites a e b respectivamente. Então, $(a_n + b_n)$, $(a_n b_n)$ e (ka_n), onde k é uma constante qualquer, são respectivamente convergentes, além do que,

a) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n + b_n) = \lim\limits_{n\to\infty} a_n + \lim\limits_{n\to\infty} b_n = a + b$;

Demonstração: Dado um $\varepsilon > 0$,

$$|(a_n+b_n)-(a+b)|=| (a_n-a)+(b_n-b)|\leq|a_n-a|+|b_n-b|$$

Se fizermos $|a_n - a| \leq \frac{\varepsilon}{2}$ a partir de um índice N_1 e $|b_n - b| \leq \frac{\varepsilon}{2}$ a partir de um índice N_2, temos:

$$|a_n - a| + |b_n - b| \leq \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon.$$

Portanto, se tomarmos um índice N, tal que $N = \max\{N_1, N_2\}$, então

$n \geq N \Rightarrow |(a_n + b_n) - (a + b)| \leq \varepsilon$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}(ka_n) = k\,(\lim\limits_{n\to\infty} a_n) = ka$;

Demonstração: Dado um $\varepsilon > 0$,

$$|kan-ka|=|k(an-a)|\leq|k||an-a|$$

Se fizermos $|a_n - a| \leq \frac{\varepsilon}{|k|}$ a partir de um índice N, então

$$|k||a_n - a| \leq |k|\frac{\varepsilon}{|k|} = \varepsilon.$$

Portanto, $n \geq N \Rightarrow |ka_n - ka| \leq \varepsilon$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n b_n) = (\lim\limits_{n\to\infty} a_n)\,(\lim\limits_{n\to\infty} b_n) = ab$;

Demonstração: Dado um $\varepsilon > 0$, e o fato de que a sequência b_n seja limitada por uma constante positiva M, então

$$|a_n b_n - ab| = |(a_n - a)b_n + a(b_n - b)| \leq |a_n - a||b_n| + |a||b_n - b| \leq M|a_n - a| + |a||b_n - b|,$$

Note que, tanto $|a_n - a|$ como $|b_n - b|$ podem ser muito pequenos, desde que seus índices sejam suficientemente grandes. Assim, se fizermos $|a_n - a| \leq \frac{\varepsilon}{2M}$ a partir de um índice N_1 e $|b_n - b| \leq \frac{\varepsilon}{2|a|}$ a partir de um índice N_2, temos:

$$M|a_n - a| + |a||b_n - b| \leq M\frac{\varepsilon}{2M} + |a|\frac{\varepsilon}{2|a|} = \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon.$$

Então, basta tomarmos um índice N, tal que $N = \max\{N_1, N_2\}$ para satisfazer que

$$n \geq N \Rightarrow |a_n b_n - ab| \leq \varepsilon$$

d) Se, além das hipóteses acima, $b \neq 0$, então existe o limite de $\frac{a_n}{b_n}$, igual a $\frac{a}{b}$.

Demonstração: Para a demonstração dessa propriedade, repare que $\frac{a_n}{b_n}$ pode ser interpretada pelo produto de $a_n\left(\frac{1}{b_n}\right)$, de forma que, em vista da propriedade do limite do produto já demonstrada, basta provarmos que $\frac{1}{b_n} \longrightarrow \frac{1}{b}$. Sendo assim, temos

$$\left|\frac{1}{b_n} - \frac{1}{b}\right| = \left|\frac{b_n - b}{b_n b}\right|$$

Como $b \neq 0$, a partir de um índice $N1$, $|b_n| > \frac{|b|}{2}$; e, dado um $\varepsilon > 0$, a partir de um índice $N2$, $|bn - b|$ pode ser feito menor que $\frac{|b|^2\varepsilon}{2}$. Se tomarmos $N = \max\{N_1, N_2\}$, provamos que

$$\frac{|b_n - b|}{|b_n b|} < \frac{\frac{|b|^2\varepsilon}{2}}{\frac{|b|}{2}|b|} = \frac{|b|^2\varepsilon}{2} \cdot \frac{2}{|b|^2} = \varepsilon.$$

Dizer que se existe um número A tal que $A \leq a_n$ então a sequência é limitada a esquerda ou limitada inferiormente, e se existe B tal que $B \geq a_n$ então a sequência é limitada a direita ou limitada superiormente. Quando a sequência é limitada a direita e a esquerda ao mesmo tempo, simplesmente dizemos que ela é limitada

Teorema. Toda sequência convergente é limitada

Demonstração: Dado um $\varepsilon > 0$, existe um índice N tal que

$$n > N \Longrightarrow L - \varepsilon < a_n < L + \varepsilon,$$

Seja

$$M = \max\{|a_1|, |a_2|, |a_3|, \ldots, |a_N|, |L - \varepsilon|, |L + \varepsilon|\}$$

Então $|a_n| \leq M$ para todo n, o que prova que a sequência é limitada

Critérios de convergências

Há uma classe importante de sequência limitada (as chamadas sequências monótonas) que são convergentes

Diz-se que uma sequência (a_n) é crescente se $a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_n$; e decrescente se $a_1 > a_2 > a_3 > \cdots > a_n$. Diz-se que a sequência é não-decrescente se $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \cdots \leq a_n$; e não-crescente se $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots \geq a_n$. Diz-se que a sequência é monótona se satisfaz qualquer uma dessas condições. (ÁVILA, 2006, p. 85)

Teorema. Se uma sequência é monótona e limitada então ela é convergente

Demonstração: Consideremos uma sequência (a_n) não decrescente; podemos afirmar que ela é limitada inferiormente pelo elemento a_1. A hipótese de ser limitada significa que ela é limitada superiormente, ou seja, seu conjunto de valores possui um supremo S. Vamos provar que esse número S é o limite de a_n

Dado um $\varepsilon > 0$, existe um elemento a_N, tal que $S - \varepsilon < a_N \leq S$. Ora, como a sequência é não decrescente, $n > N$ implicará $a_N \leq a_n$, logo

$$n > N \Longrightarrow S - \varepsilon < a_n \leq S < S + \varepsilon$$

DISCUSSÃO DO PROBLEMA

Ao explorarmos os padrões intricados dos fractais, notadamente o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch, deparamo-nos com sequências numéricas que despertam nossa curiosidade. Que sequências são essas? Seguem alguma lei de formação específica? E, fundamentalmente, serão convergentes? Nesta seção, dedicaremos nossa atenção ao meticuloso desenvolvimento do raciocínio e à formulação das equações que nos permitirão não apenas identificar, mas compreender profundamente essas sequências, desvendando os segredos matemáticos que permeiam essas estruturas fractais

TRIÂNGULO DE SIERSPINSK

O Triângulo de Sierpinsk tem sua estrutura formada por iterações, durante as quais um triângulo equilátero é subdividido por segmentos com extremidades nos pontos médios de cada aresta, formando quatro novos triângulos semelhantes. No decorrer desse processo, o triângulo central, invertido, é removido, e a iteração é repetida nos triângulos restantes

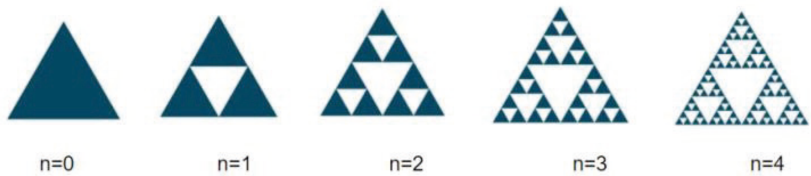


Figura 4: Os cinco primeiros níveis da construção do Triângulo de Sierpinski

Imagem da Internet: https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fwww2.ufjf.br%2Ffractalize%2Fwp- content%2Fuploads%2Fsites%2F229%2F2021%2F05%2FI2P15.png&tbnid=OXqTpnHHu2dhfM&vet=12ahUKEwiSg-Hmh56DAxUZALkGHWKuBa8QMygBegQIARBY..i&imgrefurl=https%3A%2F%2Fwww2.ufjf.br%2Ffr

Ao analisarmos o comprimento do lado de cada triângulo em cada iteração obtemos as seguintes respostas

Interações	**0**	**1**	**2**	**3**	**...**	***n***
Comprimento do lado	**1**	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	...	?
Indice	**1**	2	3	**4**	...	$n-1$

Note que podemos escrever cada elemento da sequência como sendo um múltiplo de $\frac{1}{2}$.

$$a_1 = 1 = 1 * \left(\frac{1}{2}\right)^0;$$

$$a_2 = \frac{1}{2} = 1 * \left(\frac{1}{2}\right)^1;$$

$$a_3 = \frac{1}{4} = 1 * \left(\frac{1}{2}\right)^2;$$

$$a_4 = \frac{1}{8} = 1 * \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Então, a sequência é uma PG de razão $\frac{1}{2}$ e seu termo geral é $a_n = 1 * \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Podemos dizer ainda que $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1^{n-1}}{2^{n-1}}\right)$. Como uma potência de base 1 será sempre 1 independente do expoente, então $a_n = \left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)$. Sabendo que 2^{n-1} tende a infinito, então $\left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)$ tende a zero

Vamos provar, segundo a definição que a sequência a_n tende a zero

Dado um $\varepsilon > 0$,

$$|a_n - 0| = \left|\left(\frac{1}{2^{n-1}}\right) - 0\right| = \left(\frac{1}{2^{n-1}}\right) < \varepsilon \Rightarrow 1 < (2^{n-1})\varepsilon \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log 1 < \log(2^{n-1}.\varepsilon) \Longrightarrow 0 < \log 2^{n-1} + \log \varepsilon \Longrightarrow -\log \varepsilon < (n-1)\log 2 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow n - 1 > \frac{-\log \varepsilon}{\log 2} \Longrightarrow n - 1 > -\log_2 \varepsilon \Longrightarrow n > \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) + 1.$$

Note que quanto menor for ε maior será $\frac{1}{\varepsilon}$.

Seja N um índice da sequência, tal que $N = \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) + 1$, então

$$n>N \Longrightarrow |an-0|<\varepsilon$$

Vimos que a sequência converge para zero além de ser limitada por 1 e 0, isso satisfaz as condições necessárias para ser uma sequência monótona

Ao observarmos a área total do triângulo, considerando que a cada iteração o triângulo central é removido, deixando assim uma área sem preenchimento, conseguimos identificar um outro padrão de repetição

Interações	0	1	2	3	...	*n*
Área total	*A*	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{27}{64}$	...	?
Índice	1	2	3	4	...	*n* – 1

Note que podemos escrever cada elemento da sequência como sendo múltiplo de $\frac{3}{4}$
$a_1 = A;$

$$a_2 = \frac{3}{4};$$

$$a_3 = \frac{9}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^2;$$

$$a_4 = \frac{27}{64} = \left(\frac{3}{4}\right)^3.$$

Temos então que essa sequência é uma PG de razão $\frac{3}{4}$, e seu termo geral é $a_n = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$.

Sabemos que 4^{n-1} cresce mais rapidamente que 3^{n-1}, então quanto maior o índice mais próximo o elemento estará de zero, logo a_n converge para zero. Vamos provar pela definição essa convergência

Dado $\varepsilon > 0$,

$$|a_n - 0| = \left|\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} - 0\right| = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} < \varepsilon \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}}{\varepsilon} < 1 \Longrightarrow \log\left(\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}}{\varepsilon}\right) < \log 1 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \log\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} - \log\varepsilon < 0 \Longrightarrow (n-1)\log\left(\frac{3}{4}\right) - \log\varepsilon < 0 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow -\log\varepsilon < -(n-1)\log\left(\frac{3}{4}\right) \Longrightarrow \frac{-\log\varepsilon}{-\log\left(\frac{3}{4}\right)} < n-1 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \log_{\frac{3}{4}}\varepsilon < n-1 \Longrightarrow \log_{\frac{3}{4}}\varepsilon + 1 < n.$$

Repare que quanto menor for ε maior será $\log_{\frac{3}{4}}\varepsilon$, pois se $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \varepsilon$, então x tem que ser suficientemente grande. Então, se considerarmos um índice N, tal que $N = \log_{\frac{3}{4}}\varepsilon + 1$, satisfazemos que

$$n>N \Longrightarrow |an-0|<\varepsilon$$

Semelhantemente à sequência encontrada ao observarmos o comprimento do lado, essa também converge para zero e é limitada por 1 e 0, constatando característica suficiente de uma sequência monótona

Curva de Koch

A Curva de Koch tem sua estrutura formada por iterações, as quais um segmento de reta é divido em três partes e no terço central se constrói um triângulo equilátero removendo a base desse triângulo

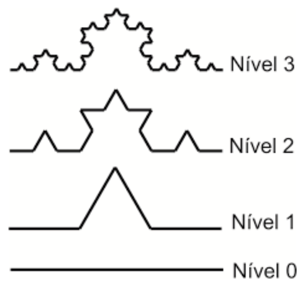


Figura 5: Os quatro primeiros níveis da Curva de Koch

Imagem da Internet: https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fwww.researchgate.net%2Fprofile%2FWellington-Araujo- 3%2Fpublication%2F272830932%2Ffigure%2Ffig1%2FAS%3A789740794163200%401565300286481%2FVarios-niveis-da-curva-fractal-de-Koch_Q320.jpg

Se nos atentarmos ao tamanho dos segmentos a cada iteração, identificamos as seguintes informações presentes na tabela abaixo:

Interações	0	1	2	3	…	*n*
Tamanho dos segmentos	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	…	*n*
Índice	1	2	3	4	…	*n*

Note que podemos escrever cada elemento da sequência como sendo um múltiplo de $\frac{1}{3}$

$$a_1 = 1 = 1 * \left(\frac{1}{3}\right)^0;$$

$$a_2 = \frac{1}{3} = 1 * \frac{1}{3};$$

$$a_3 = \frac{1}{9} = 1 * \left(\frac{1}{3}\right)^2;$$

$$a_4 = \frac{1}{27} = 1 * \left(\frac{1}{3}\right)^3.$$

Temos então que a sequência encontrada é uma PG de razão $\frac{1}{3}$, e seu termo geral é $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

Podemos dizer ainda que $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1^{n-1}}{3^{n-1}}\right)$. Como uma potência de base 1 será sempre 1 independente do expoente, então $a_n = \left(\frac{1}{3^{n-1}}\right)$. Sabendo que 3^{n-1} tende a infinito, então $\left(\frac{1}{3^{n-1}}\right)$ tende a zero. Vamos provar pela definição essa convergência

Dado $\varepsilon > 0$,

$$|a_n - 0| = \left|\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} - 0\right| = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3^{n-1}} < \varepsilon \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 < 3^{n-1}.\varepsilon \Rightarrow \log 1 < \log(3^{n-1}.\varepsilon) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 < (n-1)\log 3 + \log\varepsilon \Rightarrow -\log\varepsilon < (n-1)\log 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n - 1 > \frac{-\log\varepsilon}{\log 3} \Rightarrow n - 1 > -\log_3\varepsilon \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n - 1 > \log_3\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \Rightarrow n > \log_3\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) + 1.$$

Note que, quanto menor for ε maior será $\frac{1}{3}$. Desse modo, seja N um índice da sequência, $N = \log_3\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) + 1$, então

$$n > N \Rightarrow |an - 0| < \varepsilon$$

CONCLUSÃO

Com base no desenvolvimento teórico apresentado e na análise das sequências relacionadas aos fractais, podemos concluir que os conceitos relacionados à Progressão Geométrica (PG) são fundamentais para desvendar os padrões matemáticos subjacentes aos fractais, como o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch. A PG é uma ferramenta essencial para descrever a evolução das sequências numéricas nessas estruturas fractais, proporcionando uma compreensão clara de como os elementos estão inter-relacionados ao longo das iterações

Além disso, ao incorporar o conceito de limite, o estudo das sequências convergentes revela a convergência para valores específicos à medida que o número de termos aumenta. As propriedades dos limites facilitam o cálculo e a compreensão das sequências, tornando possível analisar o comportamento dessas sequências à medida que se aproximam de valores específicos

Os critérios de convergência, destacados no desenvolvimento teórico, demonstram que sequências monótonas e limitadas são convergentes. Esses critérios são essenciais para a compreensão das propriedades matemáticas das sequências associadas aos fractais, fornecendo uma base teórica sólida para investigações mais aprofundadas

Na análise específica dos fractais, como o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch, identificamos padrões nas sequências relacionadas ao comprimento do lado e à área total. A aplicação dos conceitos teóricos permitiu descrever essas sequências como Progressões Geométricas, demonstrando convergência para zero e limitação por valores específicos. Isso reforça a utilidade da teoria das sequências na compreensão e modelagem de fenômenos matemáticos complexos, como os observados nos fractais

Na busca por estratégias inovadoras para o ensino de matemática, uma abordagem visual e cativante pode envolver a exploração dos fascinantes fractais, como aplicação das Progressões Geométricas (PG) no ensino médio. Os fractais, como o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch, oferecem uma oportunidade única para os estudantes não apenas compreenderem a PG, mas também testemunharem sua aplicação prática em padrões matemáticos complexos

A magia dos fractais reside em sua auto similaridade. Partes menores refletem a estrutura global, proporcionando uma oportunidade única de conectar esse conceito à razão comum em uma PG. A razão comum em uma PG determina como cada termo está relacionado ao anterior, da mesma forma que a razão comum em um fractal influencia a escala e a forma durante cada iteração

A incorporação de ferramentas digitais interativas permite que os alunos explorem os fractais de maneira prática. Ao ajustar parâmetros como a razão comum, o comprimento inicial e o número de iterações, os estudantes podem observar como as características dos fractais se transformam, solidificando assim a relação entre PG e a construção fractal

Desafios e projetos que incentivam os alunos a criar seus próprios fractais proporcionam uma oportunidade prática para aplicar os conceitos de PG. Documentar o processo de criação, calcular propriedades e analisar os resultados reforça não apenas a compreensão dos fractais, mas também a aplicação prática dos princípios de PG

Em última análise, a abordagem de ensino que incorpora fractais e PG não apenas torna a matemática mais acessível, mas também desperta a curiosidade e o entusiasmo dos alunos, proporcionando uma experiência de aprendizado envolvente e interdisciplinar

REFERÊNCIAS

ÁVILA, G. **Análise Matemática para Licenciatura**. 3.ed.rev. e ampl. ed. São Paulo: Blucher, 2006.
LIMA, E. L. **Análise Real:** Funções de uma Variável. 12. ed. Rio de Janeiro: IMPA, v. 1, 2013

NUNES, E. R. **A pipa tetraédrica de Graham Bell: abordagem em sala de aula como elemento motivador da aprendizagem**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Júlio de Mesquita Filho. São José do Rio Preto. 2014

SALLUM, É. M. Fractais no Ensino Médio. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, v. 57, 2º quadrimestre 2005.

PROPRIEDADES ESPECÍFICAS DE RAÍZES QUADRADAS EXATAS DE NOVE QUADRADOS PERFEITOS FORMADOS POR TRÊS ALGARISMOS

Data de aceite: 02/09/2024

Rildo Alves do Nascimento
Rede Municipal e Rede Estadual de Ensino, Santa Maria da Boa Vista - PE

RESUMO: As raízes quadradas exatas são aquelas que possuem um resultado inteiro e sem decimais. Existem nove números formados por três algarismos que são quadrados perfeitos, ou seja, são obtidos a partir do cálculo das raízes quadradas dos algarismos das centenas e das unidades, respectivamente. Esses números são: 100, 121, 144, 169, 400, 441, 484, 900 e 961. Ao extrair a raiz quadrada exata desses números, podemos verificar propriedades específicas, através da fatoração do trinômio quadrado perfeito para encontrar o resultado de forma mais eficiente. Neste trabalho, discutiremos essas propriedades e como elas podem ser aplicadas para obter a raiz quadrada exata desses nove quadrados perfeitos formados por três algarismos

Palavras-chave: Propriedades específicas. Quadrados perfeitos. Raízes quadradas exatas. Trinômio quadrado perfeito.

MATERIAIS E MÉTODOS

O método para o cálculo das raízes quadradas exatas dos nove quadrados perfeitos formados por três algarismos foi desenvolvido a partir da fatoração do trinômio quadrado perfeito

$$\sqrt{a^2bc^2}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\sqrt{a^2} \quad \sqrt{c^2}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\mathrm{a} \quad \mathrm{c}$$

$$2 \cdot a \cdot c = b$$

Fonte: Elaborado pelo autor

RESULTADOS E DISCUSSÃO

- Os algarismos das unidades são: 0, 1, 4, 9 (sequência dos primeiros números quadrados perfeitos)
- Os algarismos das dezenas são: 0, 2, 4, 6 ou 8 (sequência dos primeiros números pares)

- Os algarismos das centenas, sequência dos primeiros números quadrados perfeitos, exceto 0 (zero), são:1, 4, 9. O algarismo das centenas não deve ser 0 (zero), pois teríamos um número com dois algarismos
- Em todos os quadrados perfeitos, o algarismo das dezenas é o dobro do produto das raízes quadradas do algarismo das unidades pelas centenas: 100, 121, 144, 169, 400, 441,
- 484, 900, 961
- O algarismo das dezenas é o produto do algarismo das unidades pelas centenas: 100, 144, 400, 441, 900
- O algarismo das dezenas é o dobro do algarismo das unidades ou das centenas: 121, 484
- Os algarismos das centenas são 1, 4 ou 9, quando os números terminam em (00 ou 44): 100. 144, 400, 900
- O algarismo das dezenas é 4 (o das unidades é 1 e o das centenas é 4, e vice-versa): 144, 441
- O algarismo das dezenas é 6 (o das unidades é 1 e o das centenas é 9, e vice-versa): 169, 961
-

CONCLUSÃO

O objetivo desta estratégia foi propiciar uma melhor compreensão nos processos de obtenção da raiz quadrada exata de nove quadrados perfeitos formados por três algarismos. É importante observar, que o método da fatoração do trinômio quadrado perfeito aplica-se apenas para raízes quadradas exatas de três algarismos

REFERÊNCIA

NASCIMENTO, R. A. **Você sabia ... Eureka!**, 10, Rio de Janeiro, p. 51.

FABRÍCIO MORAES DE ALMEIDA: Professor do Departamento de Engenharia Elétrica – UFRO e Professor/Pesquisador do Programa de Doutorado PGDRA/UFRO. É Doutor em Física pela UFC desde 2005 com pós-doutorado – UFMT/CNPq (2009), era bolsista Desenvolvimento Tecnológico Industrial – nível A do CNPq (2023 até janeiro de 2024) e para saber mais, acesse: http://lattes.cnpq.br/5959143194142131

ÍNDICE REMISSIVO

M

P

Q

R

S

T

U

ÍNDICE REMISSIVO

W

Matemática

fundamentos e aplicações

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2024

Matemática

fundamentos e aplicações

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2024